

*Pisa, 26 Gennaio 2007*

**Guida all'uso dell'Eurocodice 2 nella progettazione strutturale**

- materiali
- analisi strutturale
- stati limite ultimi

**Prof. ing. Piero Marro**  
**Dr. ing. Matteo Guiglia**  
**Dr. ing. Maurizio Taliano**

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Politecnico di Torino



# Materiali (Sez. 3-EC2)

## Calcestruzzo

$f_{ck}$  = resistenza cilindrica a compressione caratteristica a 28 giorni.

ENV: da 12 a 50 N/mm<sup>2</sup>

EN: da 12 a 90 N/mm<sup>2</sup> (14 classi)



# Caratteristiche meccaniche e fisiche correlate a $f_{ck}$

(Prospetto 3.1-EC2)

Classi di resistenza dei calcestruzzi															Relazione analitica / Spiegazione	
1	$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
2	$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
3	$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
4	$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
5	$f_{ctk,0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0.05} = 0,7 \times f_{ctm}$ frattile 5%
6	$f_{ctk,0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0.95} = 1,3 \times f_{ctm}$ frattile 95%
7	$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	32	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0.3}$ ( $f_{cm}$ in MPa)
8	$\epsilon_{c1}$ (‰)	-1,8	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,25	-2,3	-2,4	-2,45	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,8	vedere Figura 3.2 $\epsilon_{c1}(\text{‰}) = -0,7 f_{cm}^{0.31}$
9	$\epsilon_{cu1}$ (‰)						-3,5				-3,2	-3,0	-2,8	-2,8	-2,8	vedere Figura 3.2 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu1}(\text{‰}) = -2,8 - 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
10	$\epsilon_{c2}$ (‰)						-2,0				-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6	vedere Figura 3.3 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c2}(\text{‰}) = -2,0 - 0,085(f_{ck} - 50)^{0.53}$
11	$\epsilon_{cu2}$ (‰)						-3,5				-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	see Figure 3.3 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu2}(\text{‰}) = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
12	$n$						2,0				1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
13	$\epsilon_{c3}$ (‰)						-1,75				-1,8	-1,9	-2,0	-2,2	-2,3	vedere figura 3.4 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c3}(\text{‰}) = -1,75 - 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
14	$\epsilon_{cu3}$ (‰)						-3,5				-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	vedere figura 3.4 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu3}(\text{‰}) = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$



$f_{ck}$	12 $\leftrightarrow$ 90 N/mm <sup>2</sup>	90/12 = 7,5
$f_{ctm}$	1,6 $\leftrightarrow$ 5,0 N/mm <sup>2</sup>	5,0/1,6 = 3,1
$E_{cm}$	27 $\leftrightarrow$ 44 kN/mm <sup>2</sup>	44/27 = 1,6



## Calcestruzzo ad alta resistenza

- elementi compressi
- travi precomprese
- meno conveniente per travi non precomprese in quanto:
  - sfruttamento della resistenza solo in zona compressa
  - elevate percentuali di armatura, difficoltà di collocazione
  - limiti inflessione



## Resistenza a compressione di progetto $f_{cd}$

ENV:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

con  $M_{Rd}, N_{Rd} \rightarrow f_{cd} \cdot 0,85$

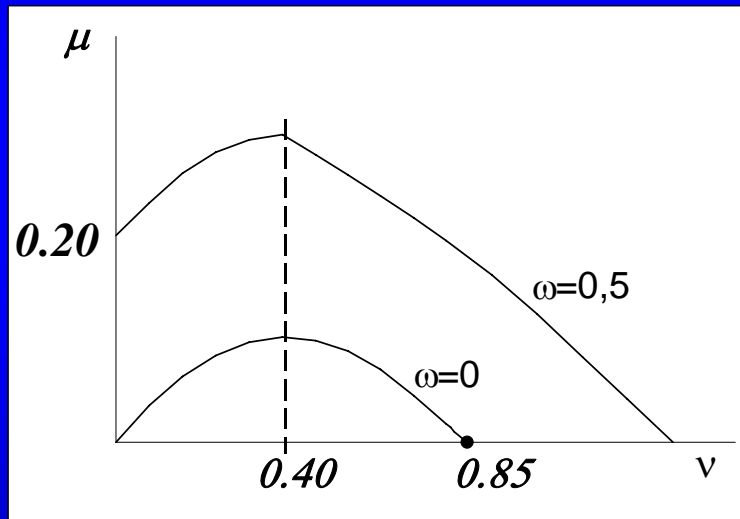
EN:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \cdot \alpha_{cc} \quad (\alpha_{cc} = 0,85)$$

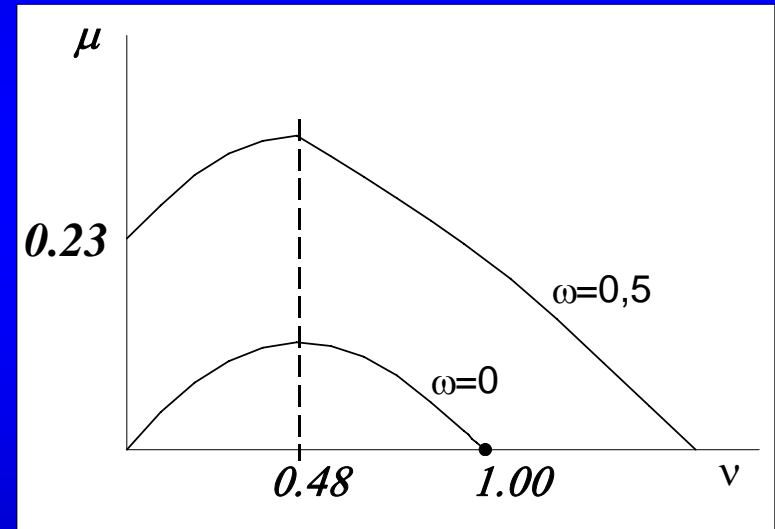
Conseguenza della definizione di  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \cdot \alpha_{cc}$

- nuove tabelle e nuovi diagrammi dei manuali  $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$  alterati da  $1 / 0,85$

ENV



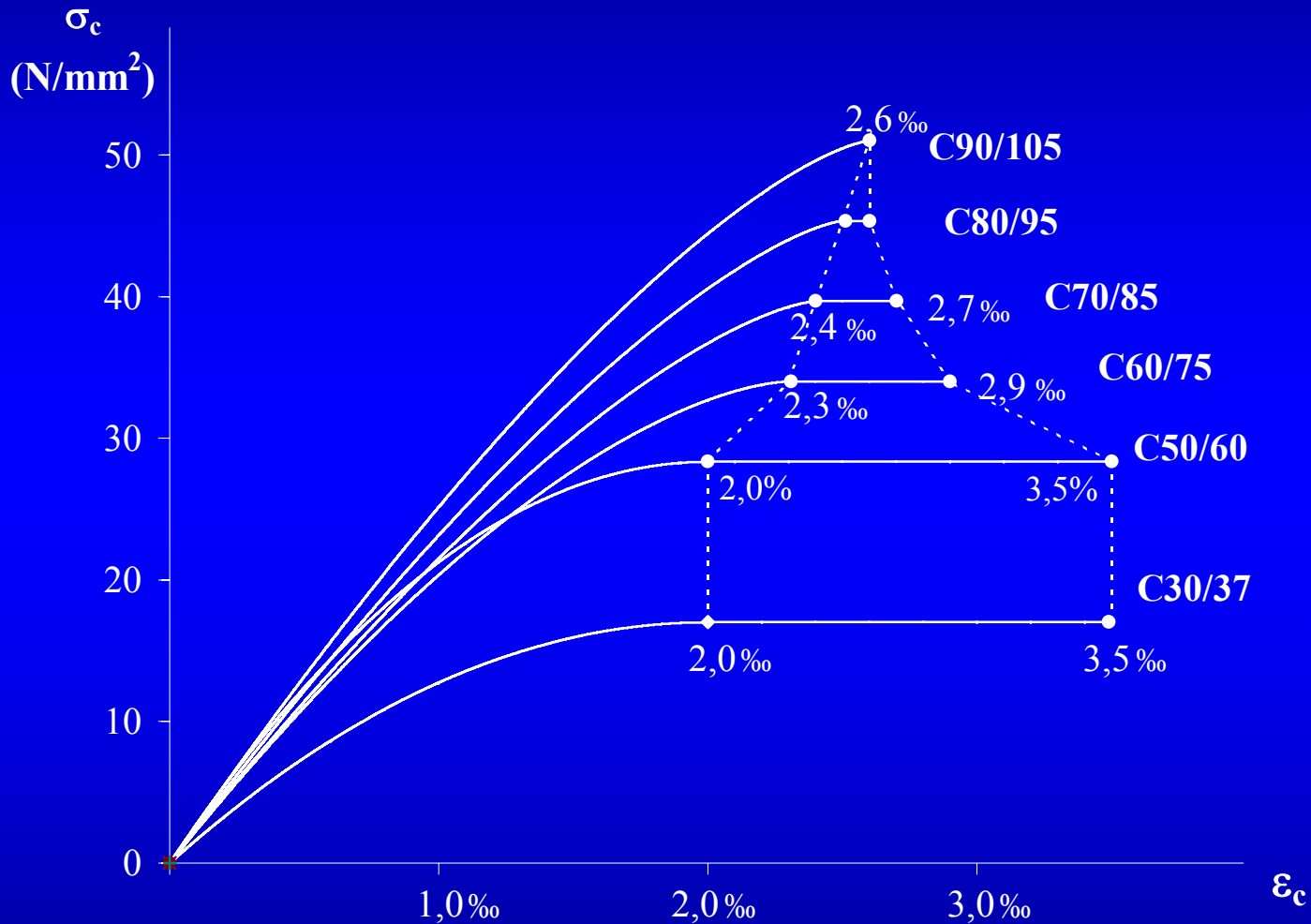
EN



Nuove tabelle e diagrammi per  $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$

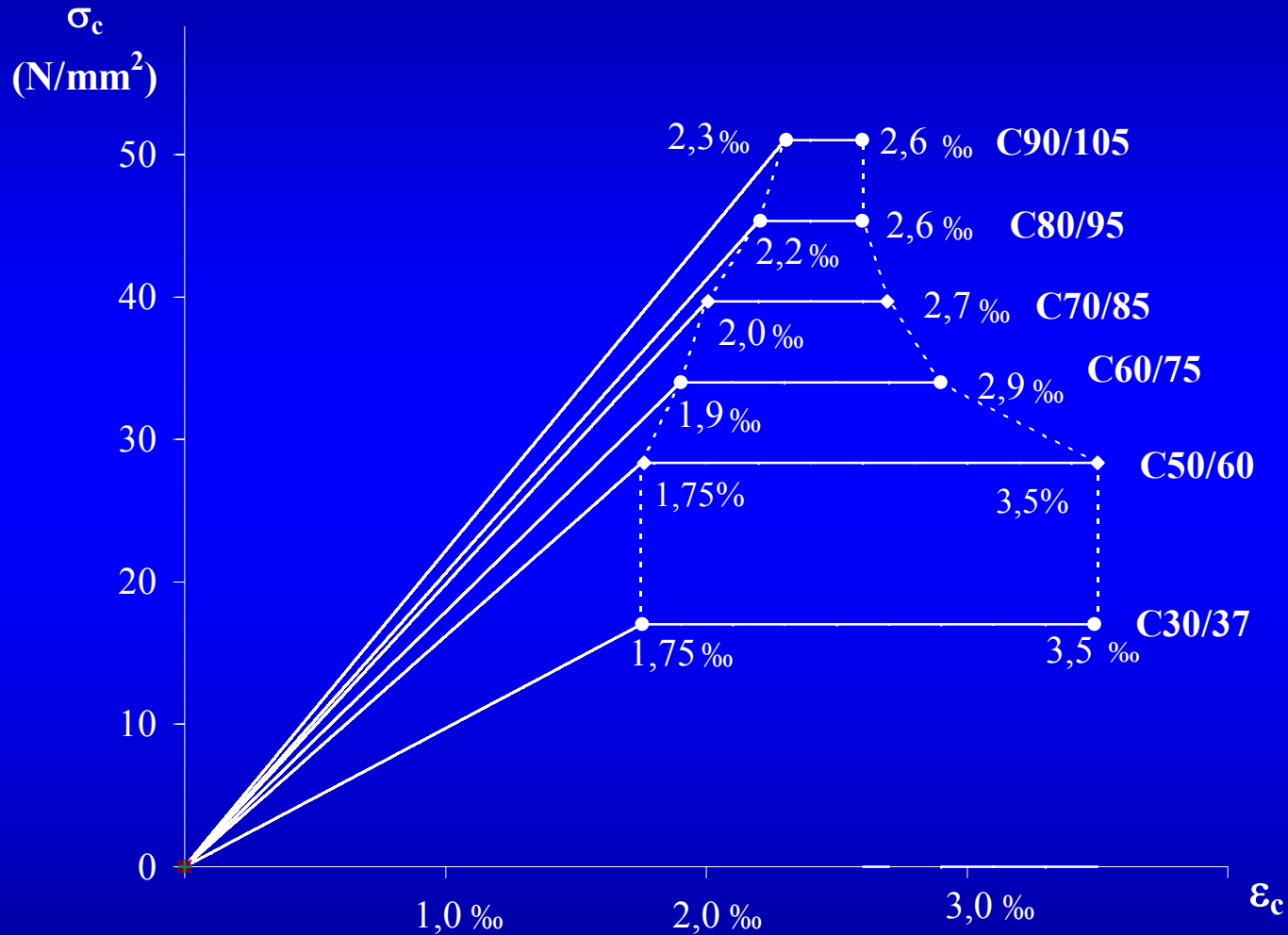


# Diagramma $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$ di progetto: parabola (esponenziale) - rettangolo

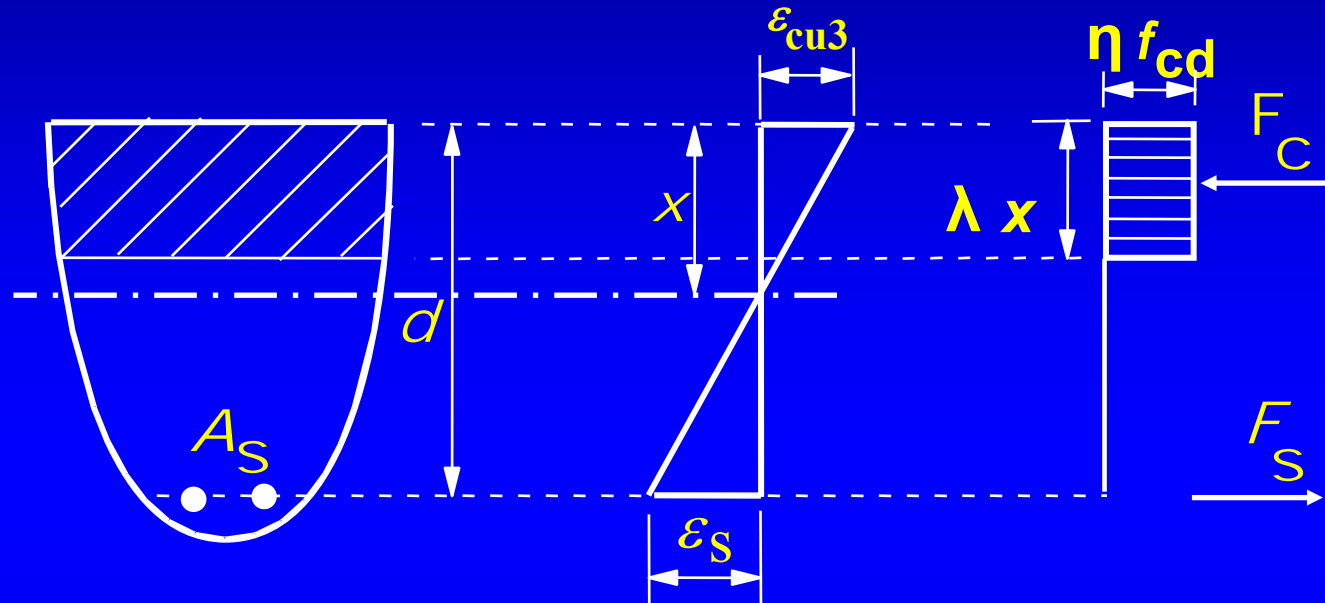




# Diagramma $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ di progetto: bilineare



# Distribuzione rettangolare delle tensioni

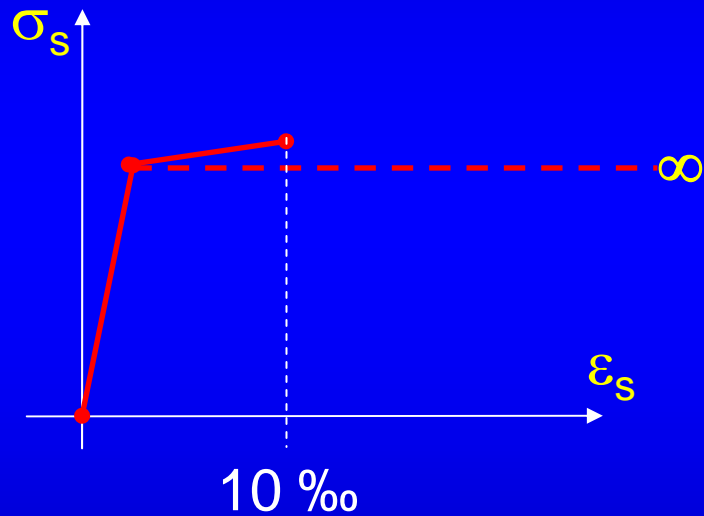


$$\eta \leq 1$$
$$\lambda < 1$$

# Acciaio per cemento armato ordinario

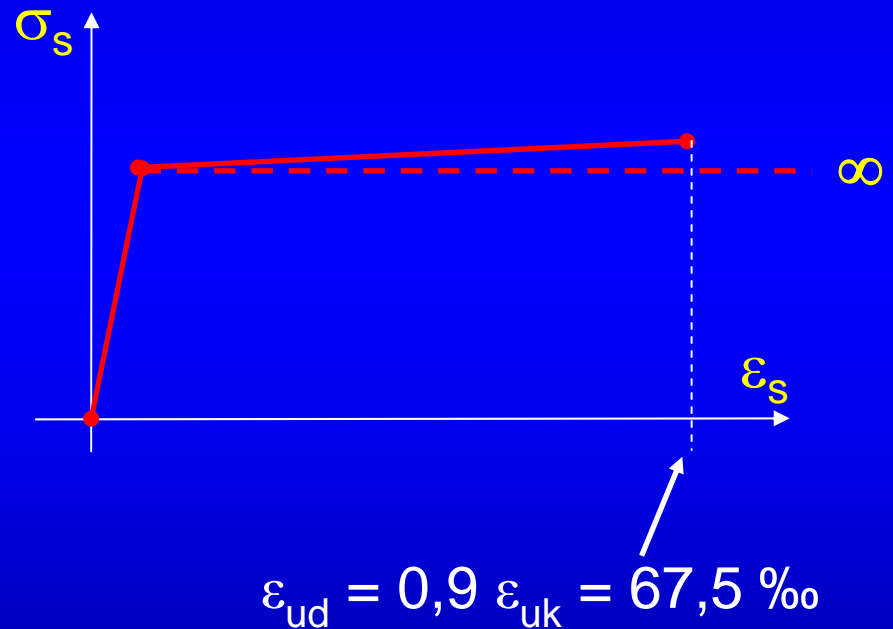
ENV:

alta duttilità  $\epsilon_{uk} \geq 50 \text{ ‰}$



EN:

B450C  $\epsilon_{uk} \geq 75 \text{ ‰}$

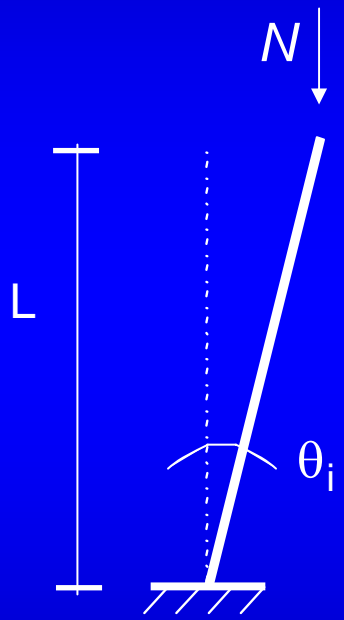


# Analisi strutturale (Sez. 5-EC2, da 5.1 a 5.7)

## Imperfezioni geometriche

Valori riferiti alla Classe 1 (esecuzione normale) di ENV 13670 "Execution"

Inclinazione:



$$\theta_i = \theta_o \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

$$\theta_o = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{L}} \quad 0,66 \leq \alpha_h \leq 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (\text{es. } m = 5 \Rightarrow \alpha_m = 0,77)$$

- $\theta_i$  per S.L.U.
- in particolare con effetti del secondo ordine

## Analisi strutturale

Nell'evoluzione della risposta della struttura alle azioni compaiono:

- fessure
  - plasticizzazione dell'acciaio
  - plasticizzazione del calcestruzzo
- } deformazioni rotazionali anelastiche

Nelle strutture isostatiche → aumento inflessione

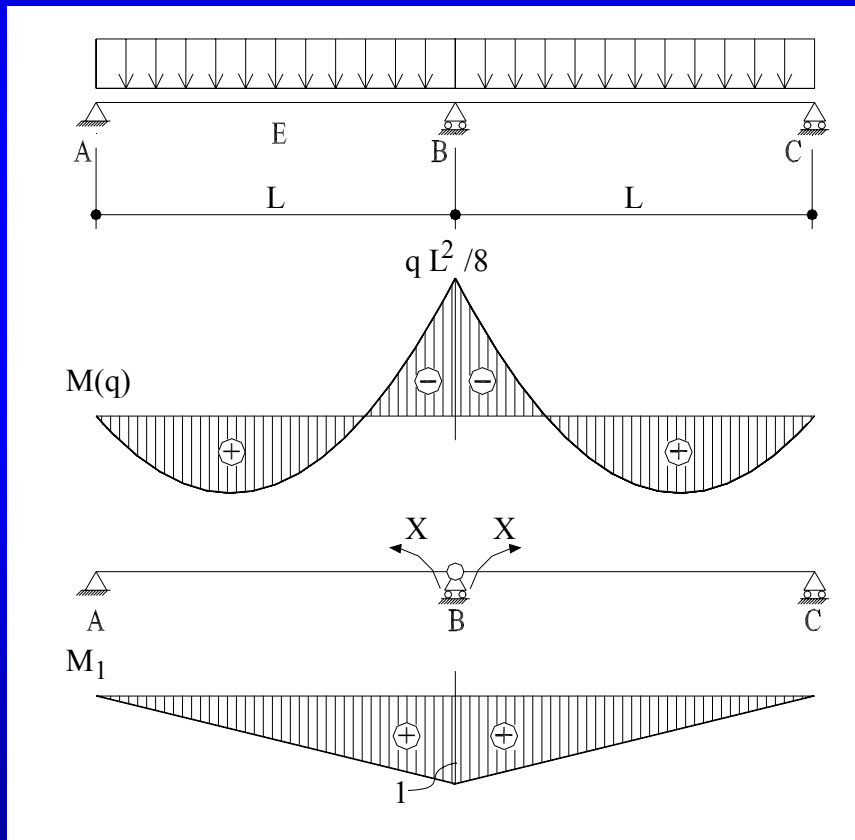
Nelle strutture iperstatiche

→ reazioni vincolari, sollecitazioni M,V  
(risposta non lineare)

→ deformazioni elastiche complementari  
(compatibilità)



- Le rotazioni anelastiche prendono il posto di deformazioni elastiche: localmente  $M$  diminuisce
- L'effetto locale di rotazioni anelastiche ha segno opposto a quello della causa che le ha determinate



Trave continua.  
Fessurazione all'appoggio centrale

In EC2 **quattro metodi** prendono in conto questi fenomeni in modo diverso

- Analisi lineare elastica (ALE)
- Analisi lineare elastica con ridistribuzione limitata (LR)
- Analisi plastica (P)
- Analisi non lineare (ANL)



## ALE (analisi lineare elastica)

Vale per S.L.E. e S.L.U.

In presenza di carichi

- elasticità, sezioni interamente reagenti fino a S.L.U.
- vantaggio: principio sovrapposizione effetti
- sarebbe necessaria una limitazione di  $x/d$  (che EC2 non impone); altrimenti → incertezza di modello, rischio rottura fragile

### ENV

$$x/d = 0,45 \quad (f_{ck} \leq 35 \text{ N/mm}^2)$$

$$x/d = 0,35 \quad (35 < f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2)$$

Come:

### DIN 1045:2001

$$x/d = 0,45 \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2)$$

$$x/d = 0,35 \quad (50 < f_{ck} \leq 100 \text{ N/mm}^2)$$

In presenza di deformazioni impresse (effetti termici, cedimenti vincolari):

- analisi S.L.U. con sezioni fessurate e senza tension-stiffening
- analisi S.L.E. con graduale evoluzione della fessurazione





## LR (analisi lineare elastica con redistribuzione limitata)

Metodo progettuale per S.L.U.

Dove compare una cerniera plastica,  $M$  viene ridotto rinviando la sollecitazione verso altre parti :

- si può di ridurre localmente l'armatura tesa,  $A_s$ , in funzione della redistribuzione  $\delta$
- i valori di redistribuzione  $\delta$  (max 30%) dipendono da:
  - classe dell'acciaio (in Italia, classe C)
  - $f_{ck}$  e  $\varepsilon_{cu}$
  - $x/d$
- se la redistribuzione  $\delta$  è troppo spinta, anche se ammissibile per lo S.L.U.,  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$  possono risultare eccessive allo S.L.E.



## P (analisi plastica)

Applicazione della teoria della plasticità. Vale solo per S.L.U.

➤ Metodo Statico (*lower bound method*):

- struttura resa isostatica
- rispetto delle condizioni di equilibrio e di plasticità
- $Q_{u,vero} \geq Q_{lim}$  (calcolato)

➤ Metodo Cinematico (*upper bound method*)

- struttura trasformata in un meccanismo
- posizione arbitraria delle cerniere con possibilità di affinamento
- $Q_{u,vero} \leq Q_{lim}$  (calcolato)



## P (analisi plastica)

In EC2:

- Applicazioni del metodo statico
  - schema puntoni-tiranti
  - metodo strisce per le piastre
  - metodo  $\theta$  variabile per le travi
- Applicazioni del metodo cinematico
  - travi e piastre (linee di rottura)
  - richiesti: acciai di classe B o C
  - duttilità diffusa senza verifica capacità rotazione se
$$x/d \leq 0,25 \text{ per } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$
$$x/d \leq 0,15 \text{ per } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$$
altrimenti si richiede la verifica di  $\theta_{pl}$



## ANL (analisi non lineare)

- Tiene conto di tutti i fenomeni
- Costituisce un procedimento evolutivo al passo
- Rispetta le condizioni di equilibrio e di compatibilità
- Richiede modellazione  $\sigma$ - $\varepsilon$  acciaio e calcestruzzo, nonché valori  $\theta_{pl}$
- Richiede l'uso di elaboratore

EC2 non fornisce regole specifiche



## Confronto fra i metodi di analisi

- Travi duttili, progetto base ALE senza ridondanze di  $A_s$ :  
portanza ANL = portanza ALE
- Travi duttili, progetto base ALE con ridondanze di  $A_s$ :  
portanza ANL > portanza ALE
- Travi duttili progettate con LR:  
ANL conferma SLU, ma evidenzia eventuali insufficienze a SLE
- Portanza  $P_{\text{cinematico}} > \text{Portanza ANL}$



## S.L.U. per flessione semplice e composta (Sez. 6.1-EC2)

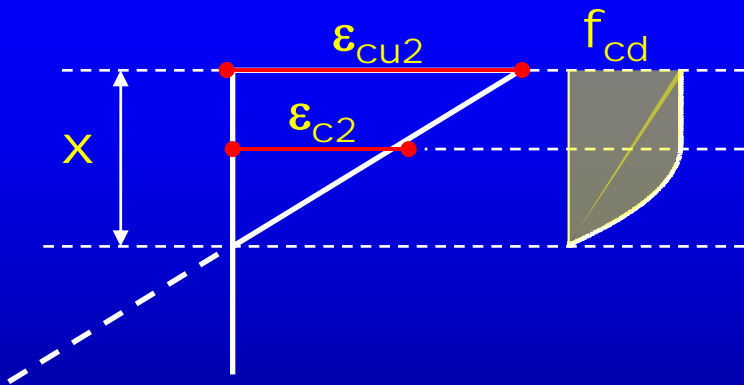
- 1 pagina EC2 → 30 pagine Guida

- metodi noti, novità su materiali:

- calcestruzzo       $50 \leftrightarrow 90 \text{ N/mm}^2$

- acciaio               $\varepsilon_{ud} \rightarrow 67,5 \text{ ‰}$

- S.L.U.:       $\sigma_c (\varepsilon_c)$     funzione esponenziale:



$$f_{cd} = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$f_{ck}$ (N/mm <sup>2</sup> )	n
≤50	2,0
60	1,6
70	1,45
80	1,4
90	1,4

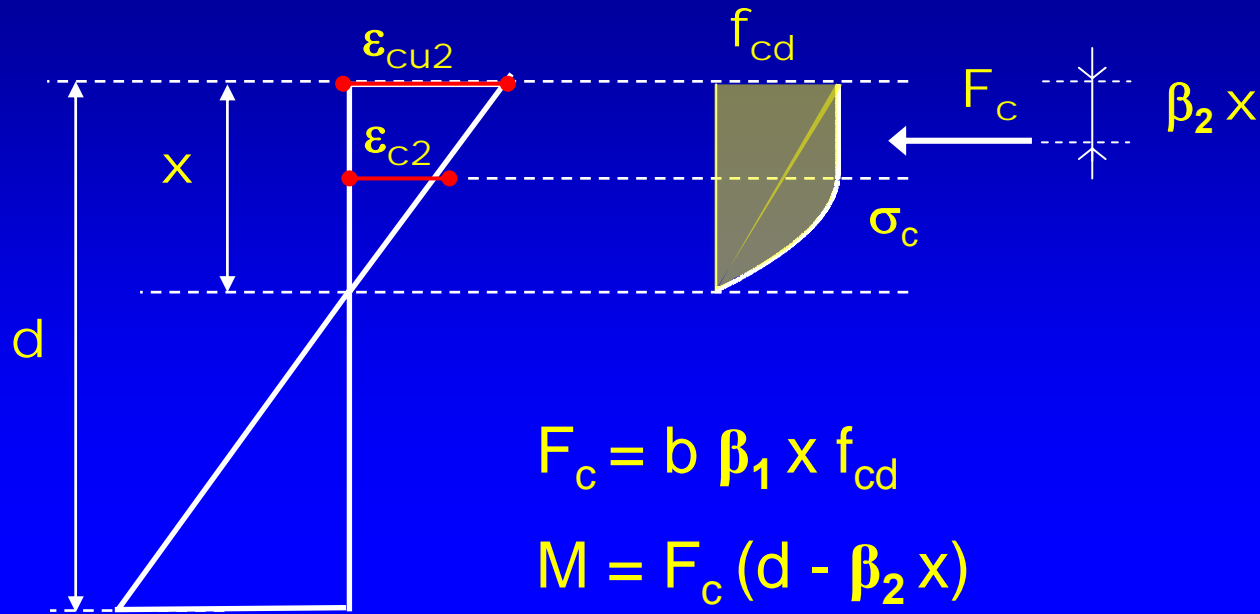


Tabelle di  $\beta_1$   $\beta_2$  per ogni  $f_{ck}$ , anche per  $x > h$

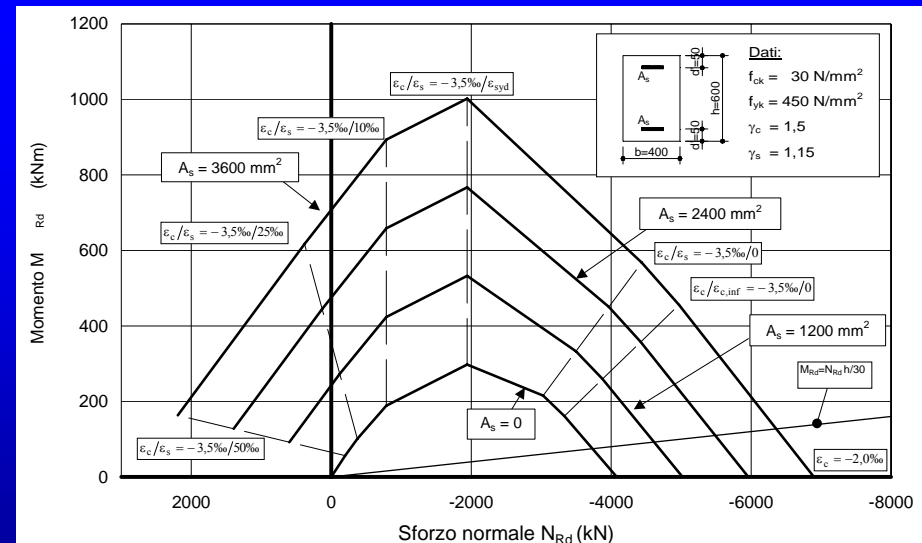
## Problemi svolti:

- Dati: geometria, meccanica della sezione e retta deformazione, determinare  $N_{Rd}$  e  $M_{Rd}$
- Dati: geometria, meccanica della sezione e  $N_{Ed}$ , determinare  $M_{Rd}$
- Dati: geometria,  $N_{Ed}$  e  $M_{Ed}$ , determinare  $A_s$  e  $A'_s$

## Applicazioni a sezioni rettangolari e a T

Trattazione in termini dimensionali non trattandosi di un manuale

Esempio: diagramma di interazione  $N_{Rd} - M_{Rd}$

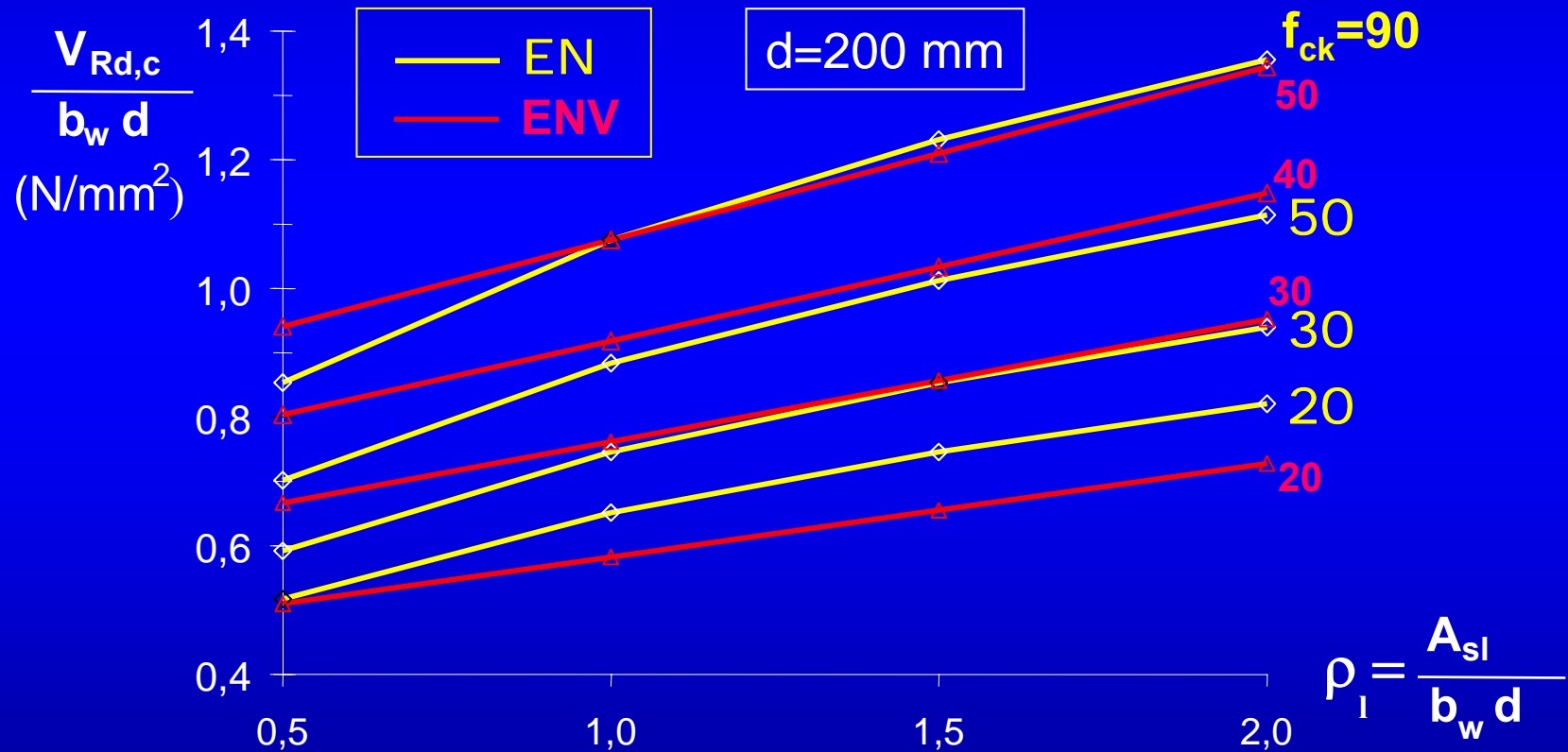




## S.L.U. per taglio (Sez. 6.2-EC2)

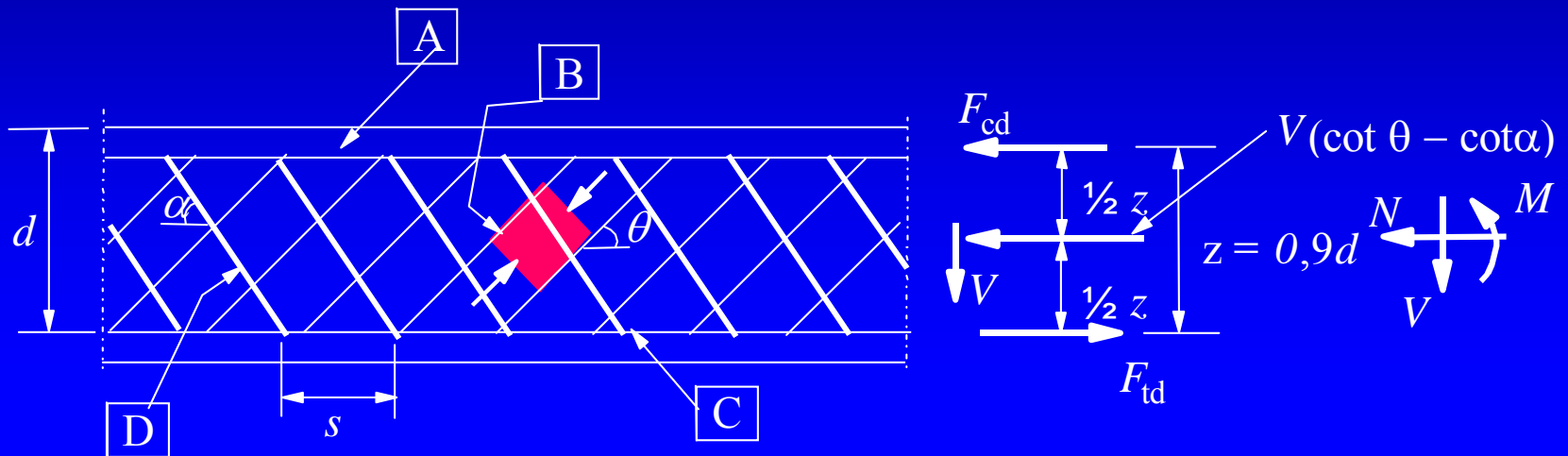
### Elementi privi di armature trasversali

Sono le nervature dei solai e le piastre. Non le travi perché queste devono avere almeno l'armatura minima (Sez. 9-EC2).



## Travi con armature trasversali

Un solo metodo di verifica:  $\theta$  variabile (in ENV anche metodo "standard").



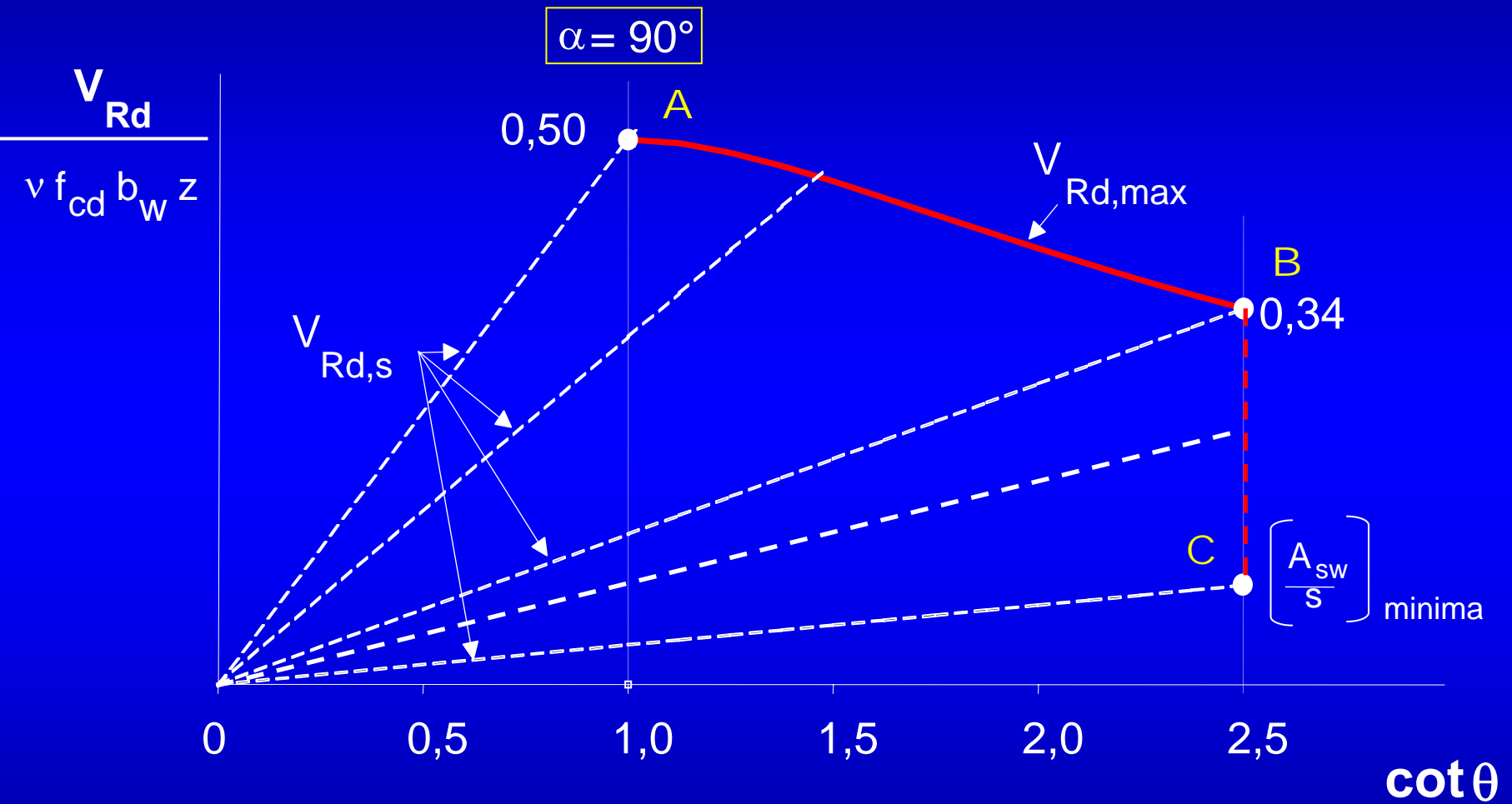
Campo di  $\theta$  più ristretto rispetto a ENV :  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  (anziché  $0,4 - 2,5$ )  
 $(45^\circ \leq \theta \leq 21,8^\circ$  anziché  $68,2^\circ - 21,8^\circ)$

Formule derivanti dall'applicazione del metodo statico della plasticità.

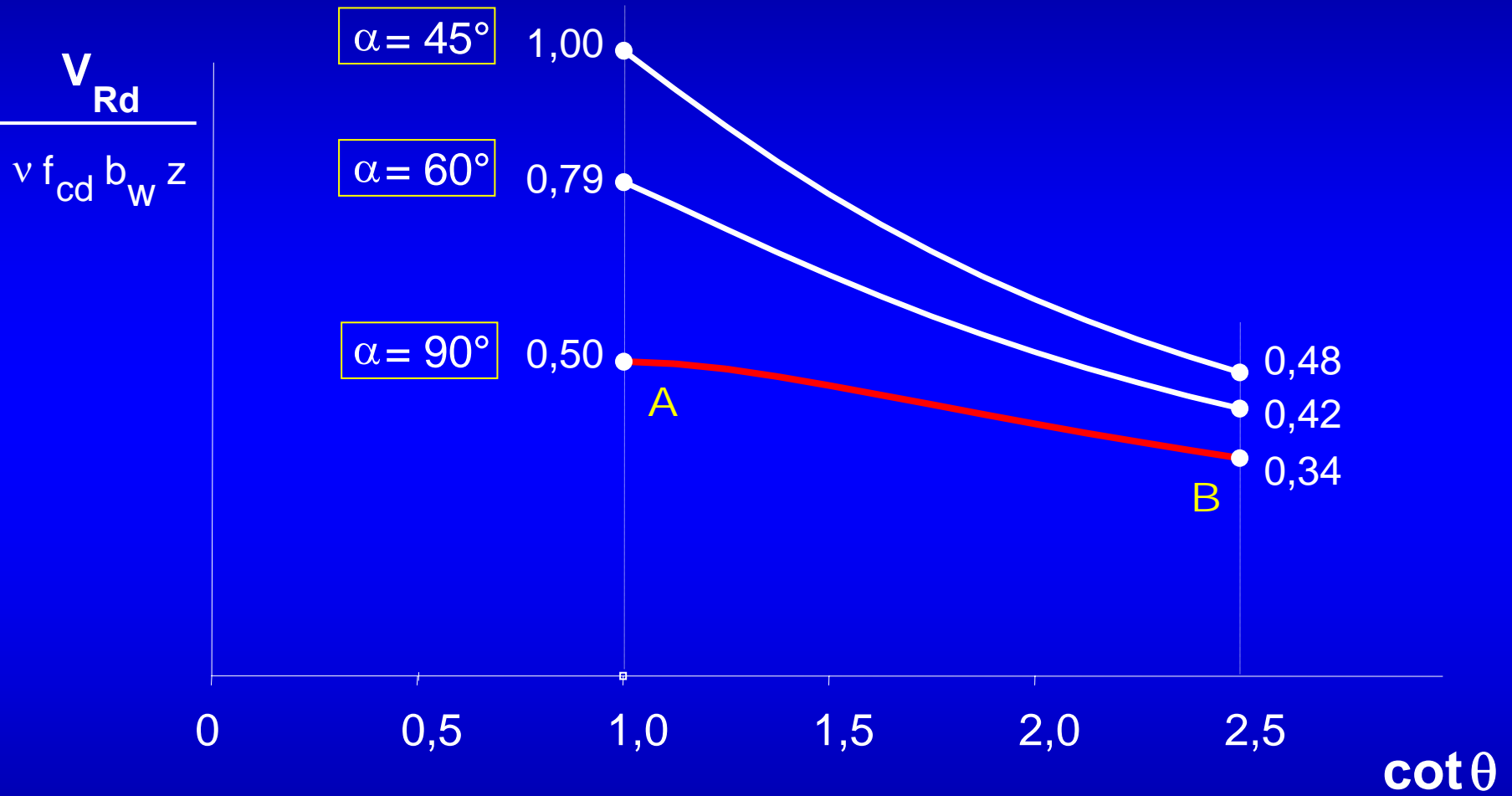
Pur essendo un metodo *lower bound*, è necessario adottare  $\sigma_c = v f_{cd}$  (con  $v < 1$ , funzione di  $f_{ck}$ )

Effetto del taglio: correnti superiore e inferiore tesi, anima compressa, in funzione di  $\alpha$  e di  $\theta$

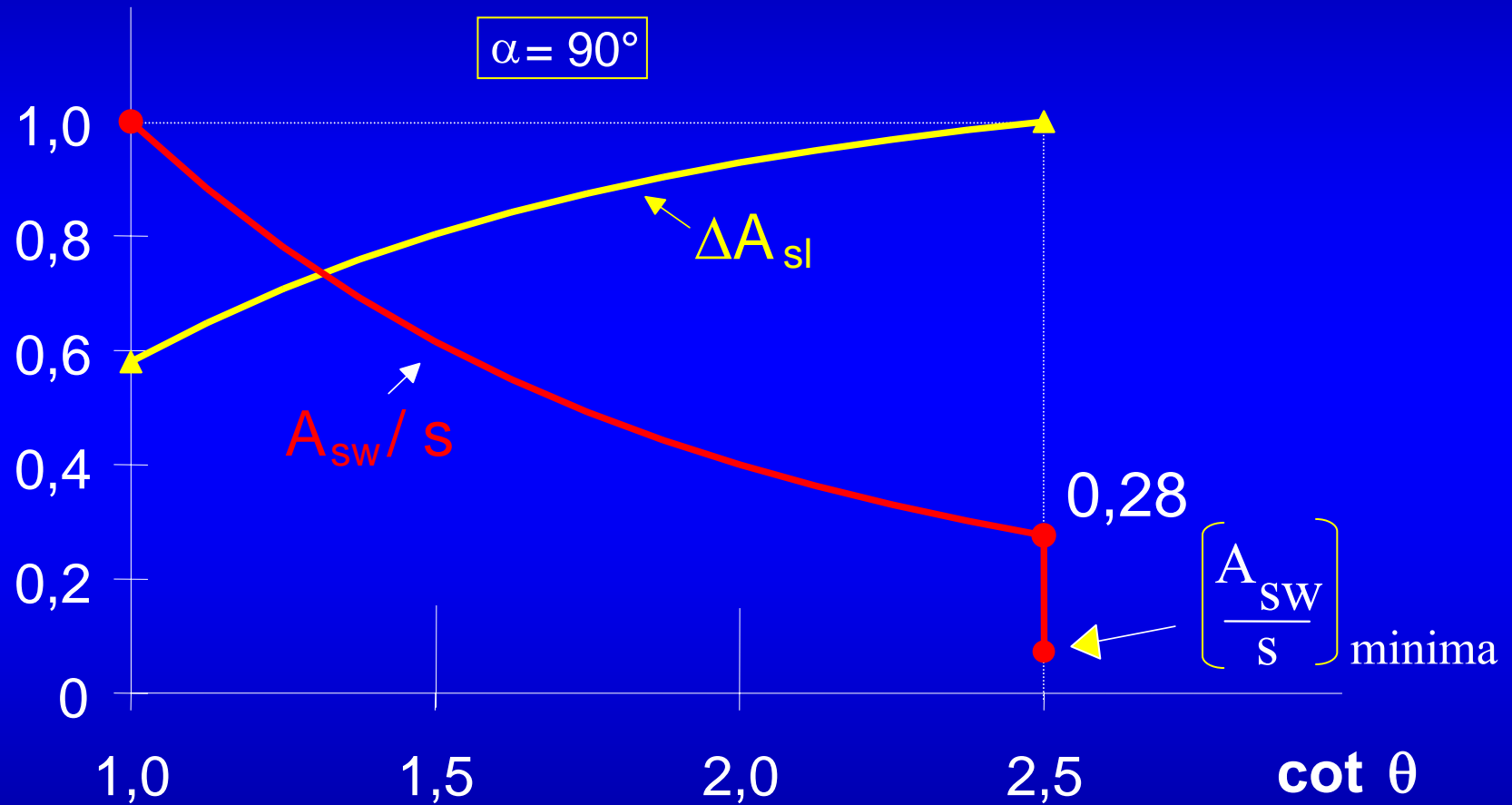
# Taglio resistente delle bielle compresse e delle armature



# Taglio resistente delle bielle compresse

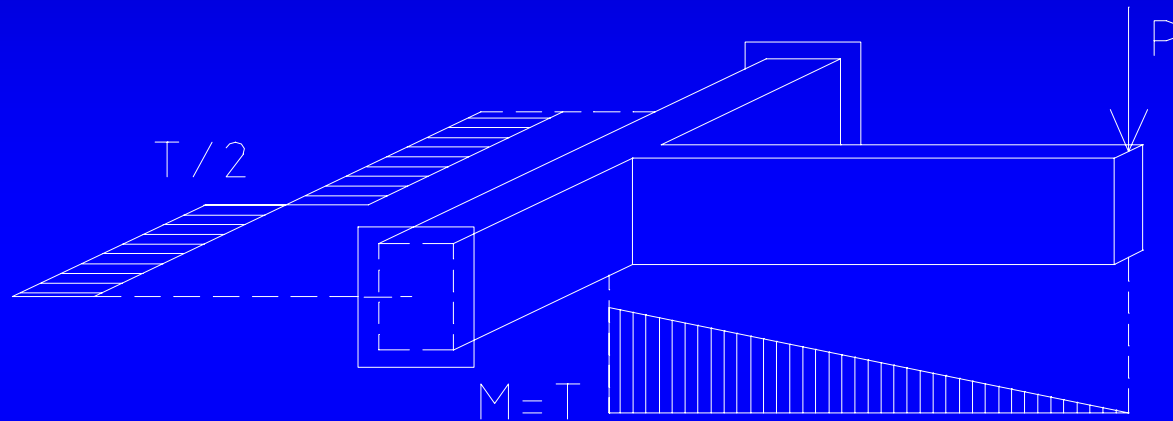


# Armature necessarie

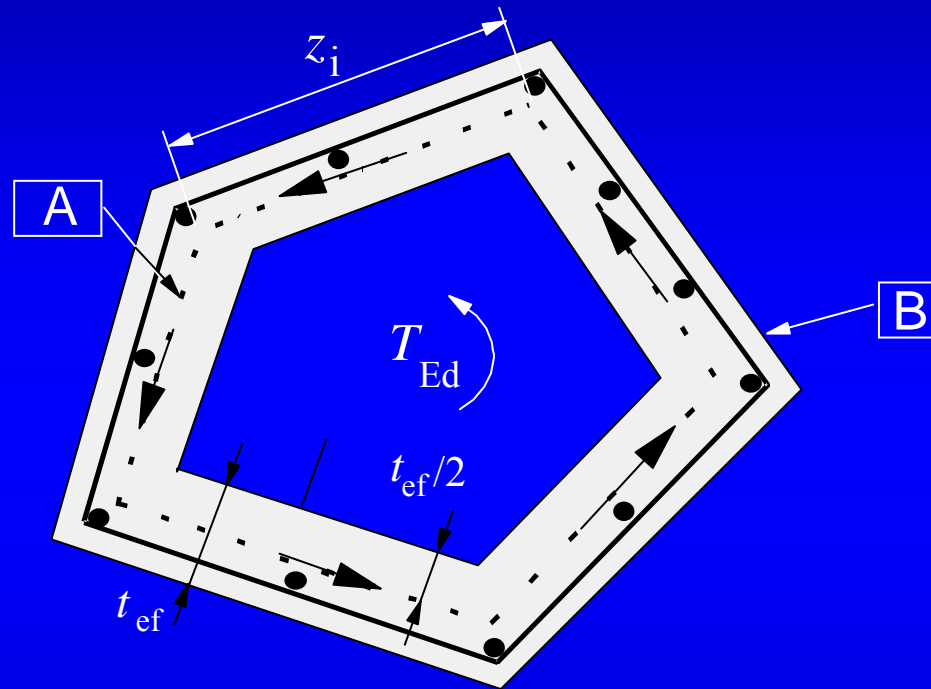


## S.L.U. per torsione (Sez. 6.3-EC2)

- torsione di compatibilità → armature minime (Sez.9-EC2)
- torsione di equilibrio → verifica statica



Per **torsione di equilibrio**: sezione resistente tubolare ideale con flusso di  $\tau$  calcolato alla Bredt



**A** - linea media

**B** - perimetro esterno della sezione effettiva

Ogni tratto  $z_i$  della sezione tubolare si comporta come una sezione rettangolare soggetta a taglio. Risultano:

- bielle compresse di inclinazione  $\theta$  variabile:
  - inclinazione  $\theta$  come per il taglio
  - $\sigma_c \leq v f_{cd}$  con  $v < 1$  come per il taglio
  
- armature trasversali tese: staffe  $\alpha = 90^\circ$
  
- armature longitudinali tese (analogia correnti trave a taglio)

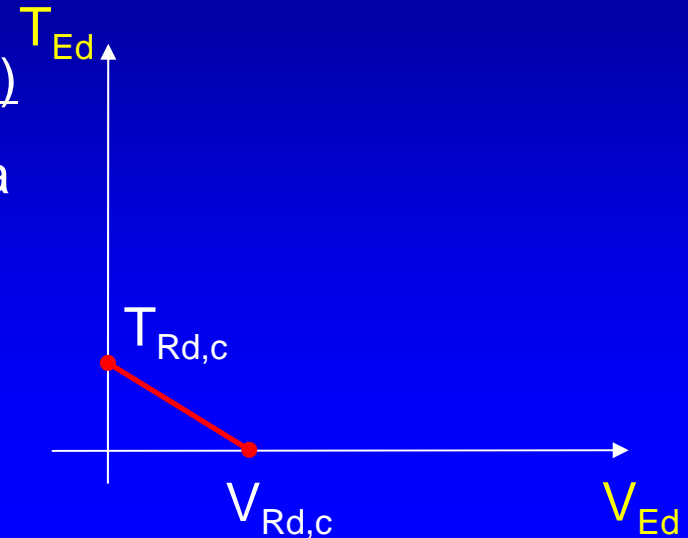




## Combinazioni taglio-torsione

### ❖ sollecitazioni limitate (assenza fessure)

⇒ diagramma di interazione lineare fra  $V_{Rd,c}$  e  $T_{Rd,c}$ ,  
sollecitazioni resistenti per sezioni non armate. Si dispone solo l'armatura minima.



### ❖ sollecitazioni importanti

⇒ diagramma di interazione lineare fra  $V_{Rd,max}$  e  $T_{Rd,max}$ ,  
sollecitazioni resistenti corrispondenti alla resistenza delle bielle compresse. Si dispone l'armatura necessaria.

