

Effect of secondary cracks on the behaviour of an r.c. tie in service

Effetto delle fessure secondarie sul comportamento di un tirante in c.a.

M. Taliano

Department of Structural, Geotechnical and Building Engineering, Politecnico di Torino, Turin, Italy

ABSTRACT: The cracking behaviour of an r.c. tie subjected to a monotonic loading, in the stabilized cracking stage, can be described with a model based on the bond stress-slip relationship, τ -s, proposed by *fib* Model Code 2010 that also considers the effect of the so-called Goto cracks or secondary cracks. This leads to a reduced trend of the bond stresses around the crack. It is shown, in particular, that the average bond stress along the transmission length, on which the crack width calculation method proposed by *fib* Model Code 2010 is based, depends, other than on the concrete strength, also on the reinforcement ratio and the bar diameter. On this evidence the calculation method proposed by *fib* Model Code 2010 is improved. Finally, the theoretical results of crack spacing and crack width obtained with the improved method are compared to the experimental data available in the literature. / Il comportamento di un tirante di calcestruzzo armato soggetto ad una forza assiale di tipo monotono nella fase di servizio può essere descritto con un modello basato sulla relazione tensione-scorrimento, τ -s, proposto dal *fib* Model Code 2010, nonché sull'effetto delle cosiddette fessure secondarie evidenziate da Goto. Ciò porta a considerare un andamento ridotto delle tensioni tangenziali di aderenza acciaio-calcestruzzo nell'intorno della fessura. In particolare, l'analisi teorica mostra che la tensione tangenziale media lungo la lunghezza di trasmissione, sulla quale viene basato il metodo di calcolo dell'apertura della fessura proposto dal *fib* Model Code 2010, dipende non solo dalla resistenza a compressione del calcestruzzo, ma anche dalla percentuale geometrica di armatura e dal diametro dell'armatura. Su tale evidenza viene migliorato il metodo di calcolo proposto dal *fib* Model Code 2010. Infine, i risultati teorici di spaziatura e apertura della fessura così ottenuti sono confrontati con dati sperimentali disponibili in letteratura.

KEYWORDS: cracking, r.c. tie, average bond stress, crack spacing, crack width / fessurazione, tirante in c.a., tensione media di aderenza, spaziatura delle fessure, ampiezza della fessura

1 INTRODUZIONE

La verifica a fessurazione è richiesta nel progetto delle strutture di calcestruzzo armato al fine di ottenere un'adeguata attitudine al servizio e una buona durabilità. Tuttavia, lo studio di questo fenomeno, dovuto a forze attive e reattive o deformazioni impresse, può essere molto complesso a causa dell'elevato numero di parametri coinvolti. Le difficoltà nascono già in fase di sperimentazione nella misura dell'apertura della fessura in quanto i diversi metodi presentano inevitabili incertezze. Tutto ciò comporta un'elevata dispersione dei dati sperimentali e consente di spiegare le numerose formule che sono state proposte in letteratura per interpretare teoricamente il fenomeno.

Nelle norme europee (*fib* Model Code 2010, Eurocodice 2) il controllo della fessurazione può essere effettuato tramite il calcolo diretto dell'ampiezza della fessura, le cui formule si basano sull'analisi del

comportamento di un tirante di calcestruzzo armato. Sono introdotte due assunzioni fondamentali, ossia: le tensioni tangenziali di aderenza acciaio - calcestruzzo sono uniformemente distribuite con valori dipendenti dalla resistenza a compressione del calcestruzzo (*fib* Model Code 2010), ma invarianti rispetto alla forza assiale di trazione; nella fase di fessurazione stabilizzata, per la quale si ammette il raggiungimento di un quadro fessurativo non più modificabile, si fa riferimento alla massima ampiezza della fessura associata alla massima spaziatura tra le fessure, pari a due volte la lunghezza di trasmissione. In letteratura l'assunzione di tensioni medie di aderenza indipendenti dal livello di forza assiale è stato messo in discussione in passato (König 1991).

Un nuovo metodo generale per lo studio del comportamento di un tirante di calcestruzzo armato in regime fessurato è stato proposto recentemente (Debernardi & Taliano 2016). Questo metodo si basa sulla soluzione dell'equazione differenziale del secondo ordine con cui regolare, per un concio infinitesimale di tirante, il legame tra la tensione di aderenza acciaio

- calcestruzzo e il relativo scorrimento nel rispetto delle condizioni di equilibrio e le leggi costitutive elastiche dei materiali. L'originalità del metodo consiste nel tener conto della minore aderenza che si verifica, attorno ad una fessura principale, a causa delle fessure secondarie interne (Goto 1971). Peraltro nella fase di fessurazione stabilizzata e nell'ipotesi di spaziatura massima delle fessure, l'introduzione dell'effetto delle fessure secondarie risulta inevitabile al fine di rispettare le condizioni di equilibrio delle forze e compatibilità degli spostamenti. Inoltre, in tali condizioni è possibile mostrare come la tensione media di aderenza possa essere messa in relazione alla resistenza a compressione del calcestruzzo, nonché alla percentuale di armatura e al diametro della barra, ma indipendente dal livello di forza assiale applicata. In tal modo non si rende necessario introdurre un termine correttivo dipendente dal copriferro nella formula della spaziatura della fessura, come proposto dalle norme europee (*fib* Model Code 2010, Eurocodice 2), la cui influenza è stata mostrata recentemente da una ricerca sperimentale su travi in c.a. (Pérez et al. 2013). Infine, i risultati teorici della spaziatura e dell'ampiezza delle fessure sono confrontate coi dati sperimentali disponibili in letteratura.

2 METODO GENERALE PER L'ANALISI DI UN TIRANTE IN C.A. IN REGIME FESSURATO

Un metodo generale per lo studio del comportamento di un tirante di calcestruzzo armato in regime fessurato è stato proposto recentemente (Debernardi & Taliano 2016) basato sulla soluzione della seguente equazione differenziale del secondo ordine:

$$\ddot{s}_s(x) = \frac{4 \cdot \tau_{bs}}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (1)$$

in cui la tensione di aderenza, τ_{bs} , che nasce all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo, viene correlata agli scorrimenti tra acciaio e calcestruzzo attraverso la legge costitutiva di aderenza proposta dal *fib* Model Code 2010, limitata al solo ramo crescente:

$$\tau_{bs} = \tau_{max} \cdot \left(\frac{s_s}{s_1} \right)^\alpha \quad \text{per } 0 \leq s_s \leq s_1 \quad (2)$$

dove τ_{max} è la resistenza per aderenza dipendente dalla resistenza a compressione del calcestruzzo; s_1 è lo scorrimento corrispondente al raggiungimento della resistenza per aderenza; α è un coefficiente numerico che può variare da 0 a 1, dando la possibilità di modellare diverse forme della legge tensione di aderenza-scorrimento (ossia da comportamento rigido-plastico per $\alpha = 0$ a comportamento lineare per $\alpha = 1$). Da un confronto sulle ampiezze delle fessure ottenute con l'Eurocodice 2 (Debernardi & Taliano 2013) gli Autori hanno mostrato che un valore accettabile dell'esponente α è uguale a 0,25.

Va rimarcato che nell'equazione 2 risulta essere di interesse soltanto la prima parte, con ramo ascendente, della legge costitutiva dell'aderenza in quanto i massimi valori di scorrimento lungo il tirante, pari alla metà dell'ampiezza della fessura, non saranno maggiori di 0.2 mm se si limita in condizioni di esercizio l'ampiezza della fessura al valore limite di 0.4 mm.

Il metodo generale può essere applicato per studiare entrambe le fasi di formazione delle fessure e di fessurazione stabilizzata.

L'analisi della fase di formazione delle fessure, dove per assunzione si formano soltanto fessure principali senza la presenza di fessure secondarie, consente di valutare la lunghezza di trasmissione, L_s , e controllare l'ampiezza della singola fessura. Per questa fase Balázs (1993) ha già ottenuto la soluzione in forma chiusa dell'equazione 1, ottenendo le seguenti formule per il calcolo della lunghezza di trasmissione, L_s , e l'ampiezza della fessura, w :

$$L_s = \left[\frac{(s_1^\alpha \cdot \phi_s)^{1/(1-\alpha)}}{1 + \alpha_e \cdot \rho_s} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{K} \right]^{1+\alpha} \quad (3)$$

$$w = 2 \cdot \left[\frac{(1 + \alpha) \cdot s_1^\alpha \cdot \phi_s}{8 \cdot \tau_{max} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s)} \cdot \sigma_{s2}^2 \right]^{1+\alpha} \quad (4)$$

con

$$K = \tau_{max} \cdot \frac{4 \cdot (1 - \alpha)}{1 + \alpha} \cdot \left[\frac{2 \cdot (1 - \alpha)^2 \cdot (1 - \alpha_e \cdot \rho_s) \cdot \tau_{max}}{(1 + \alpha) \cdot E_s} \right]^{1-\alpha} \quad (5)$$

essendo σ_{s2} la tensione dell'acciaio nella sezione fessurata in presenza della forza di fessurazione, F_{cr} .

Relativamente alla fase di fessurazione stabilizzata, tuttavia, occorre innovarne lo studio. Anzitutto, l'ambito di applicazione si limita ai casi con spaziatura delle fessure uguale al valore massimo possibile, ossia pari a due volte la lunghezza di trasmissione, al fine di ottenere la massima ampiezza, e con valore costante della resistenza a trazione del calcestruzzo, f_{ct} , lungo l'elemento strutturale. Al crescere della forza assiale si può osservare, dal punto di vista cinematico, un aumento degli scorrimenti lungo la lunghezza di trasmissione. Corrispondentemente, dal punto di vista statico, si verifica una variazione delle tensioni su calcestruzzo e acciaio, ad eccezione per la sezione a scorrimento nullo dove la tensione del calcestruzzo rimane invariata, pari alla sua resistenza a trazione. Per quanto riguarda la condizione di equilibrio delle forze, sul concio di calcestruzzo compreso tra la fessura e la sezione a scorrimento nullo, avendo soppresso l'acciaio e introdotto le tensioni tangenziali trasmesse dall'acciaio sul calcestruzzo, risulta:

$$A_c \cdot f_{ct} = n_s \cdot \pi \cdot \phi_s \cdot \int_0^{L_s} \tau_{bs} \cdot dx = n_s \cdot \pi \cdot \phi_s \cdot \tau_{bs,m} \cdot L_s \quad (6)$$

dove $\tau_{bs,m}$ è la tensione tangenziale media lungo la

lunghezza di trasmissione, L_s .

Poiché il primo membro dell'equazione 6 deve restare costante, la risultante delle tensioni di aderenza posta a secondo membro non può aumentare, come pure la tensione media di aderenza, $\tau_{bs,m}$, posta a terzo membro. Tuttavia, in accordo alla legge di aderenza del *fib* Model Code 2010, all'incremento degli scorrimenti dovrebbe anche corrispondere un aumento della risultante delle tensioni di aderenza. Questa incongruenza può essere rimossa agendo sul primo o sul secondo membro dell'equazione 6. Aumentare la resistenza a trazione del calcestruzzo, all'aumentare della forza assiale, è ovviamente impraticabile, come pure ridurre la lunghezza di integrazione, L_s , in quanto la condizione geometrica di quadro fessurativo stabilizzato sarebbe violata. L'idea di base per superare la presente incongruenza consiste nel considerare una nuova distribuzione delle tensioni di aderenza lungo la lunghezza di trasmissione, a cui far corrispondere un valore costante della tensione media di aderenza al crescere della forza assiale: a partire dalla sezione a scorrimento nullo e andando verso la fessura (Fig. 1), si considera dapprima una distribuzione non lineare delle tensioni di aderenza con valori conformi agli scorrimenti secondo l'equazione 2, successivamente un andamento lineare delle tensioni di aderenza fino ad annullarsi in corrispondenza della fessura.

La lunghezza, l_{sc} , misurata a partire da una fessura principale, relativa alla zona dove si riscontrano tensioni di aderenza ridotte, può essere determinata tramite procedimento iterativo in modo che l'integrale a secondo membro dell'equazione 6 rimanga invariato. Tale procedimento iterativo è descritto nel dettaglio in Debernardi & Taliano (2016). Dal punto di vista fisico, la lunghezza ad aderenza ridotta, l_{sc} , come denominata da Leonhardt (1988), ovvero la lunghezza di fessurazione secondaria, come indicata da Beeby (2005), rappresenta l'estensione della zona, posta in prossimità delle fessure principali, dove si risente dell'effetto delle fessure interne secondarie. La dimensione di questa lunghezza si incrementa progressivamente al crescere della forza assiale (Figura 1c) denotando una progressiva perdita di aderenza tra acciaio e calcestruzzo a seguito della formazione delle fessure interne secondarie nella forma osservata da Goto.

Infine, sempre nell'ipotesi di massima spaziatura delle fessure e resistenza costante a trazione del calcestruzzo, si può ottenere la formula in forma chiusa per il calcolo della tensione media di aderenza, $\tau_{bs,m}$, rimarcando ulteriormente che la risultante delle tensioni di aderenza rimane costante e uguale alla forza assiale di fessurazione, durante entrambe le fasi di formazione della fessura e di fessurazione stabilizzata. Pertanto dalle equazioni 3 e 6 si ottiene:

$$\tau_{bs,m} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{K^{1-\alpha}}{s_1^\alpha} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \cdot \left(f_{ct}^2 \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s^2} \right)^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (7)$$

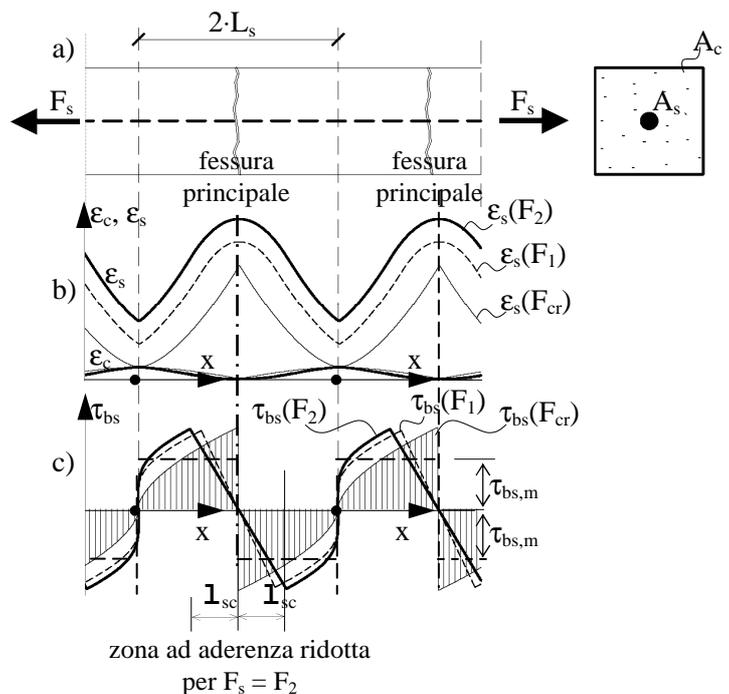


Figure 1. Stabilized cracking stage: a) r.c. tie subjected to an increasing force F_s ($F_1 > F_2 > F_{cr}$ where F_{cr} is the tensile force at the beginning of the stabilized cracking stage, that means the cracking force); b) distribution of longitudinal strains on concrete and steel; c) distributions of bond stresses according to the general model for various values of F_s ; length of reduced bond, l_{sc} , when $F_s = F_2$; distributions of the average bond stress, which does not vary when F_s increases / Fase di fessurazione stabilizzata: a) tirante in c.a. soggetto ad una forza crescente F_s ($F_1 > F_2 > F_{cr}$ essendo F_{cr} la forza di trazione agente all'inizio della fase di fessurazione stabilizzata, ossia la forza assiale di fessurazione); b) distribuzione delle deformazioni longitudinali su calcestruzzo e acciaio; c) distribuzioni delle tensioni di aderenza conformi al modello generale, per diversi valori di F_s ; estensione della zona ad aderenza ridotta, l_{sc} , per $F_s = F_2$; distribuzione della tensione media di aderenza, costante al crescere di F_s .

In particolare, se si adotta $\alpha = 0,25$, risulta:

$$\tau_{bs,m} = \frac{K^{0.6}}{4 \cdot s_1^{0.20}} \cdot \left(f_{ct}^2 \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s^2} \right)^{0.20} \quad (8)$$

Dalle equazioni 7 e 8 appare che la tensione media di aderenza, $\tau_{bs,m}$, non dipende solo dalla resistenza a trazione del calcestruzzo, come assunto dal *fib* Model Code 2010 (e.g. per carichi di breve durata $\tau_{bs,m} = 1,8 \cdot f_{ct}$, essendo f_{ct} il valor medio della resistenza a trazione del calcestruzzo), ma anche da altri parametri geometrici che governano il fenomeno, vale a dire la percentuale geometrica di armatura, ρ_s , e il diametro delle barre, ϕ_s . Inoltre, la tensione media di aderenza cresce all'aumentare della resistenza del calcestruzzo e del diametro delle barre, mentre decresce all'aumentare della percentuale geometrica di armatura. Ciò viene evidenziato nelle Figure 2 e 3 dove la tensione media di aderenza normalizzata alla resistenza a trazione del calcestruzzo, $\tau_{bs,m}/f_{ct}$, otte-

nuta con l'equazione 8 adottando $f_{ck} = 30$ MPa, è confrontata col valore previsto dal *fib* Model Code 2010, in funzione del diametro delle barre e la percentuale geometrica di armatura, rispettivamente.

E' bene osservare che durante le fasi di formazione della fessura e fessurazione stabilizzata, a parità di diametro delle barre e percentuale geometrica di armatura, la tensione media di aderenza ottenuta col metodo generale è invariante rispetto al livello di forza assiale applicata. Pertanto, le Figure 2 e 3 vanno intese come diagrammi generali per la stima della tensione media di aderenza per calcestruzzi con $f_{ck} = 30$ MPa. Inoltre, per calcestruzzi di resistenza medio-bassa ($30 \leq f_{ck} \leq 50$ MPa) la resistenza del calcestruzzo non gioca un ruolo importante, dando luogo a differenze minori dell'1%. Ciò è legato alle formule usate per il calcolo della resistenza a trazione del calcestruzzo che danno luogo a variazioni marcate solo se si passa da calcestruzzi di media resistenza a quelli ad alta resistenza. A questo scopo, in sostituzione dell'equazione 8 si può fare utile riferimento alla Tabella 1 che fornisce alcuni valori della tensione media di aderenza normalizzata alla resistenza a trazione del calcestruzzo, $\tau_{bs,m} / f_{ct}$, per diversi valori del diametro delle barre (10, 25, 40 mm), della percentuale geometrica di armatura (1,5% and 5,0%) e della resistenza a compressione del calcestruzzo (30-50, 70 and 90 MPa). Per valori intermedi si può adottare un'interpolazione lineare.

Table 1. General method ($\alpha = 0,25$): values of the average bond stress-to-mean tensile strength ratio, $\tau_{bs,m}/f_{ct}$ / Modello generale ($\alpha = 0,25$): valori della tensione media di aderenza normalizzata alla resistenza a trazione del calcestruzzo, $\tau_{bs,m}/f_{ct}$.

f_{ck} (MPa)	ϕ_s (mm)	ρ_s (%) = 1,5%	2,0%	3,0%	5,0%
30-50	10	$\tau_{bs,m}/f_{ct} = 1,34$	1,20	1,03	0,86
	25	1,61	1,44	1,24	1,03
	40	1,77	1,58	1,36	1,13
70	10	1,42	1,27	1,09	0,90
	25	1,70	1,31	1,31	1,08
	40	1,87	1,43	1,43	1,19
90	10	1,48	1,33	1,14	0,94
	25	1,78	1,59	1,37	1,13
	40	1,95	1,75	1,50	1,24

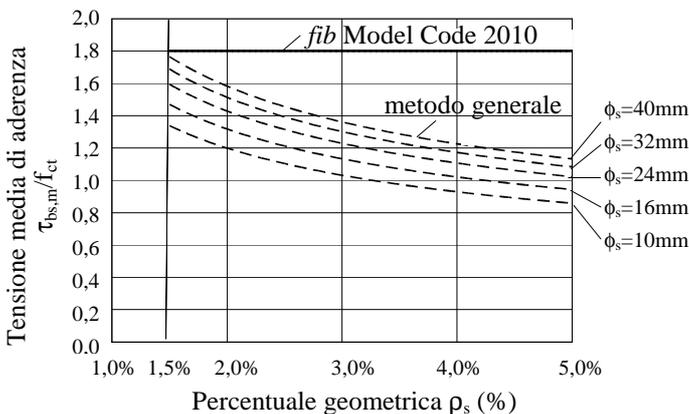


Figure 2. Average bond stress-to-mean tensile strength ratio as a function of the reinforcement ratio for different values of the

bar diameter ($f_{ck} = 30$ MPa), obtained with the general method (dotted curves) and *fib* Model Code 2010 (black thick curve) / Tensione media di aderenza normalizzata alla resistenza a trazione del calcestruzzo in funzione della percentuale geometrica di armatura per diversi valori del diametro delle barre ($f_{ck} = 30$ MPa), ottenuta mediante il metodo generale (linee tratteggiate) e il *fib* Model Code 2010 (linea continua).

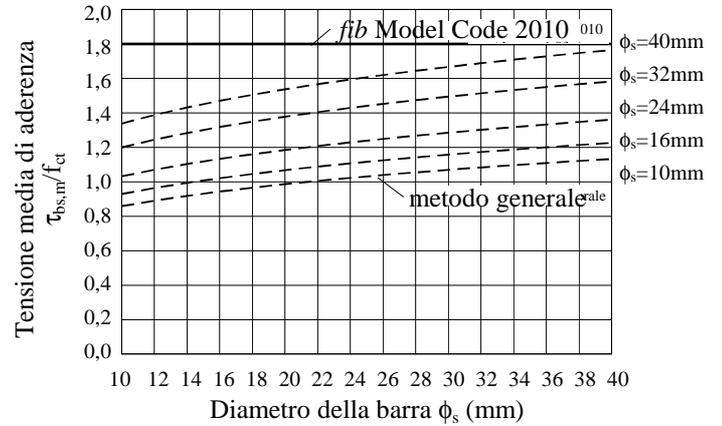


Figure 3. Average bond stress-to-mean tensile strength ratio as a function of the bar diameter for different values of the reinforcement ratio ($f_{ck} = 30$ MPa), obtained with the general method (dotted curves) and *fib* Model Code 2010 (black thick curve) / Tensione media di aderenza normalizzata alla resistenza a trazione del calcestruzzo in funzione del diametro delle barre per diversi valori della percentuale geometrica di armatura ($f_{ck} = 30$ MPa), ottenuta mediante il metodo generale (linee tratteggiate) e il *fib* Model Code 2010 (linea continua).

3 FORMULE MIGLIORATE PER IL CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLA FESSURA

Secondo *fib* Model Code 2010 ed Eurocodice 2 la spaziatura massima finale delle fessure è espressa in funzione del diametro della barra e della percentuale geometrica di armatura, nonché del copriferro:

$$s_{r,max}^{MC2010} = 2 \cdot \left(c + \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_{bs,m}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s} \right) = 2 \cdot c + \frac{1}{3,6} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s} \quad (9)$$

$$s_{r,max}^{EC2} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi_{s,eq}}{\rho_{s,tot}} = 3,4 \cdot c + 0,34 \cdot \frac{\phi_{s,eq}}{\rho_{s,tot}} \quad (10)$$

dalle quali si perviene alla formula per il calcolo dell'ampiezza massima delle fessure:

$$w_{max} = (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \cdot s_{r,max} = \frac{\sigma_{s2} - k_t \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,tot})}{E_s} \cdot s_{r,max} \quad (11)$$

essendo $\tau_{bs,m} = 1,8 \cdot f_{ct}$ per fessurazione stabilizzata; $k_1 = 0,8$ per barre nervate; $k_2 = 1,0$ per trazione pura; $k_3 = 3,4$; $k_4 = 0,425$; $k_t = 0,6$ per carichi di breve durata.

A queste formule possono essere apportati i miglioramenti qui di seguito sviluppati.

La massima spaziatura, $s_{r,max}$, può essere espressa in accordo col *fib* Model Code 2010, ma senza intro-

durre il termine aggiuntivo legato al copriferro:

$$s_{r,max} = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_{bs,m}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s} \right) \quad (12)$$

dove la tensione media di aderenza, $\tau_{bs,m}$, è determinata mediante l'equazione 8 oppure per interpolazione lineare dai valori della Tabella 1, ossia considerando l'effetto delle fessure secondarie sul comportamento del tirante di calcestruzzo armato nella fase di fessurazione stabilizzata.

La deformazione media relativa, $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$, può essere espressa in accordo con *fib* Model Code 2010 ed Eurocodice 2, dove per carichi di breve durata si adotta $k_t = 0,45$ (Debernardi & Taliano 2016), ossia:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s2} - 0,45 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s)}{E_s} \quad (13)$$

Pertanto, in accordo con le formule di *fib* Model Code 2010 ed Eurocodice 2 l'ampiezza massima della fessura ottenuta col metodo di calcolo migliorato risulta:

$$w_{max} = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_{bs,m}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s} \right) \cdot \frac{\sigma_{s2} - 0,45 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s)}{E_s} \quad (14)$$

4 CONFRONTO TRA DATI TEORICI E SPERIMENTALI

Nel seguito sono presi in esame i risultati sperimentali relativi ad alcune campagne sperimentali su tiranti di calcestruzzo armato nella fase di fessurazione stabilizzata. Per ciascuna prova viene altresì applicato il metodo di calcolo migliorato per determinare sia la spaziatura massima teorica che l'ampiezza massima teorica della fessura. E' bene notare che i valori teorici si riferiscono alla condizione di massima spaziatura della fessura, pari a due volte la lunghezza di trasmissione. Il confronto tra i risultati teorici e sperimentali, illustrato dalle Figure 4 e 5, mostra che il metodo di calcolo migliorato fornisce valori teorici di spaziatura massima e di ampiezza massima della fessura sempre maggiori di quelli sperimentali, ad eccezione di due dati sperimentali di ampiezza della fessura ottenuti da Farra e tre dati sperimentali di spaziatura della fessura di Rizkalla. Ciò si ottiene senza la necessità di introdurre un termine aggiuntivo nella formula della spaziatura delle fessure, legato al copriferro, ma considerando l'effetto delle fessure secondarie sul comportamento in regime fessurato.

4.1 Prove di Farra

Farra (1995) ha effettuato 135 prove di breve durata su tiranti di calcestruzzo armato di lunghezza iniziale 1000 mm e sezione trasversale quadrata di lato 100 mm, armati con una sola barra posta in posizione baricentrica di diverso diametro (10, 14 e 20 mm oppure $\rho = 0,8\%$, $1,5\%$ e $3,1\%$, rispettivamente), realizzati con calcestruzzi di resistenza molto diversa tra loro da 29,9 a 87,1 MPa. Al fine di tener conto della dispersione dei risultati, ogni prova è stata ripetuta tre volte con parametri identici. Da ogni prova sono stati ricavate l'ampiezza media delle fessure, $w_{m,exp}$, e la spaziatura media, $s_{rm,exp}$. In particolare, $w_{m,exp}$ è stato determinato a partire dall'allungamento totale del tirante, ΔL , ridotto di un termine legato all'effetto di tension-stiffening, ΔL_{ts} , e dal numero totale di fessure, i , osservate nella fase di fessurazione stabilizzata:

$$w_{m,exp} = \frac{\Delta L - \Delta L_{ts}}{i} \quad (15)$$

Nota $w_{m,exp}$, $s_{rm,exp}$ è stata calcolata dall'espressione:

$$s_{rm,exp} = \frac{w_{m,exp}}{\varepsilon} \quad (16)$$

essendo $\varepsilon = \Delta L/L$ la deformazione media del tirante.

4.2 Prove di Hartl

Ulteriori 52 elementi di calcestruzzo armato di lunghezza 500 mm e sezione quadrata di lato 80 mm sono stati sottoposti a prova in condizioni di trazione pura da Hartl (1977). Sono stati presi in esame diversi valori della resistenza a compressione del calcestruzzo (27, 39 e 49 MPa) e del diametro delle barre (8, 12, 18 e 24 mm). Sono stati considerati due livelli di tensione nell'acciaio, ossia 300 e 420 MPa. Sono forniti i valori massimi di ampiezza delle fessure registrati nel corso delle prove.

4.3 Prove di Rizkalla

Il comportamento in regime fessurato di 34 elementi di calcestruzzo armato soggetti a trazione pura è stato studiato da Rizkalla et al. (1983), in presenza di armature trasversale. Gli elementi avevano lunghezza 762 mm, sezione rettangolare con dimensione massima costante (205 mm), ma spessore variabile (127, 178 e 254 mm). La resistenza a compressione del calcestruzzo, variabile da 44 a 61 MPa rispettivamente, è stata determinata da provini cilindrici di tipo standardizzato 150x300 mm. Quattro barre di diametro variabile da 10 a 19 mm sono state posizionate lungo ciascuno dei due lati maggiori della sezione. Sono state prese in considerazione tre valori di percentuale di armatura, ossia 1,47%, 2,07% e 2,94%. Il numero delle fessure e la loro ampiezza sono

stati determinati a intervalli regolari tramite micrometro-microscopio mobile. Qui sono considerati i valori medi della spaziatura e dell'ampiezza delle fessure.

4.4 Prove di Eligehausen

La campagna sperimentale effettuata da Eligehausen (1976) ha analizzato il comportamento 14 tiranti di calcestruzzo armato di lunghezza di 2.20 m e sezione rettangolare (50x100mm, 100x200mm), realizzati con calcestruzzi di bassa resistenza (24, 27 e 31 MPa), armati con una barra di diverso diametro (6, 8 e 10 mm) posizionato al centro della sezione.

5 CONCLUSIONI

The cracking behaviour of a r.c. tie subjected to a monotonic loading can be studied through a general model based on the equilibrium of forces, the congruence of strains, the compatibility of deformations, the linear elastic constitutive laws for concrete and steel and the bond law proposed by fib Model Code 2010. This leads to consider both the crack formation stage and the stabilized cracking stage. In the first stage the model can be formulated in a closed form as shown by Balázs. For the second stage, under the assumption that the crack spacing is maximum, it is necessary to consider the effect of the secondary cracks in order to satisfy both the conditions of equilibrium of forces and compatibility of defor-

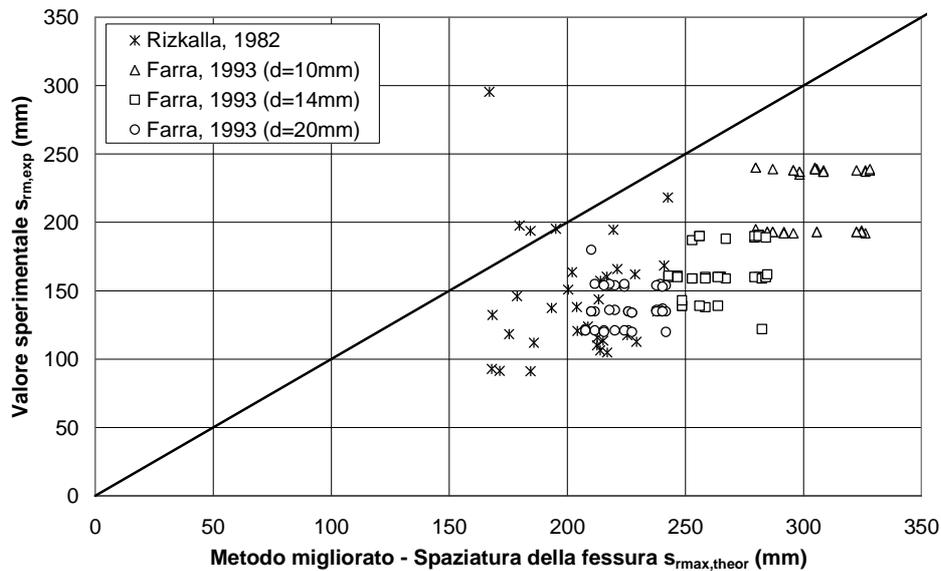


Figure 4. Comparison between experimental results of crack spacing in the stabilized cracking stage and theoretical values obtained with the improved method. Note: the Rizkalla's experimental data of crack spacing refer to the maximum observed values, while Farra's data represent the mean values of crack spacing / Confronto tra i risultati sperimentali di spaziatura delle fessure nella fase di fessurazione stabilizzata e i valori teorici ottenuti col metodo di calcolo migliorato. Nota: i dati sperimentali di Rizkalla si riferiscono al massimo valore di spaziatura osservato, mentre quelli di Farra rappresentano i valori medi.

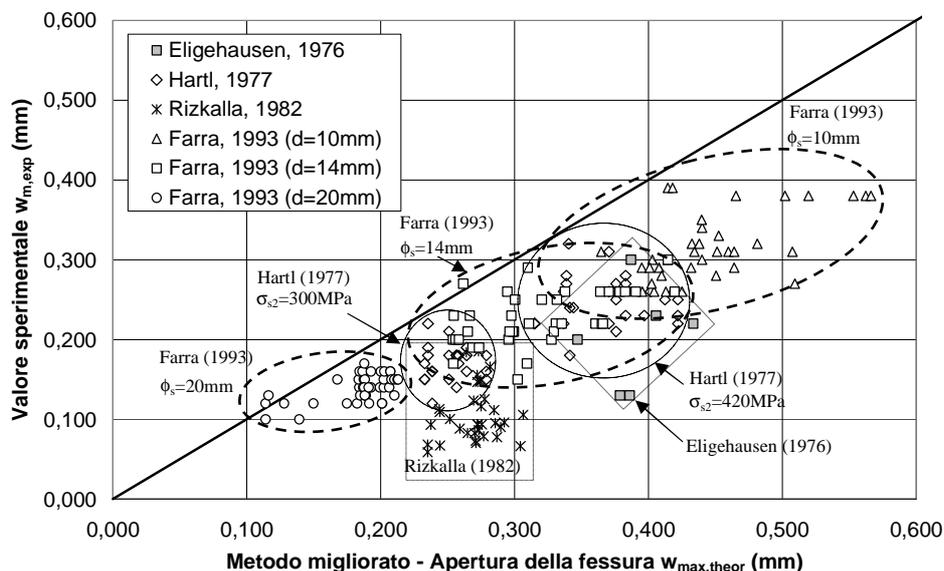


Figure 5. Comparison between experimental results of crack width in the stabilized cracking stage and theoretical values obtained with the improved method / Confronto tra i risultati sperimentali di apertura delle fessure nella fase di fessurazione stabilizzata e i valori teorici ottenuti col metodo di calcolo migliorato.

mations.

During the crack formation stage as well as, because of the secondary cracks, the stabilized cracking stage, the average bond stress along the transmission length, $\tau_{bs,m}$, remains constant. This allows the average bond stress to be determined through a formula in closed form as a function not only of the concrete tensile strength, as assumed by *fib* Model Code 2010, but also of other geometrical parameters, that means the reinforcement ratio, ρ_s , and the bar diameter, ϕ_s . In particular, for low and medium concrete strengths ($30 \leq f_{ck} \leq 50$ MPa) the tensile strength does not play an important role on the average bond stress-to-mean tensile strength of concrete ratio with variations smaller than 1%.

During the stabilized cracking stage, the assessment of the average bond stress allows the simplified calculation methods of crack spacing and crack width proposed by *fib* Model Code 2010 and Eurocode 2 to be improved, avoiding results that are not relevant with the assumptions.

From the comparison with the experimental data available in the literature it can be pointed out that the theoretical values of maximum crack spacing and maximum crack width are generally greater. This can be obtained without the need of introducing an additional term, connected to the concrete cover, in the formula of crack spacing, as done by European standards (*fib* Model Code 2010, Eurocode 2), but considering the effect of secondary cracks on the cracking behaviour of an r.c. tie in the stabilized cracking stage.

Il comportamento in regime fessurato di un tirante di calcestruzzo armato soggetto a forza assiale di tipo monotono può essere analizzato mediante un modello generale basato sull'equilibrio delle forze, la congruenza delle deformazioni, la compatibilità degli spostamenti, le leggi costitutive elastiche per calcestruzzo e acciaio e la legge costitutiva dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo proposta dal *fib* Model Code 2010. Ciò conduce a considerare sia la fase di formazione delle fessure che quella di fessurazione stabilizzata. Nella prima fase il modello viene formulato come mostrato in letteratura da Balázs. Nella seconda fase, sotto le ipotesi di spaziatura massima delle fessure e resistenza a trazione del calcestruzzo costante lungo il tirante, occorre considerare l'effetto delle fessure interne secondarie al fine di rispettare entrambe le condizioni di equilibrio delle forze e di compatibilità degli spostamenti.

Durante entrambe le fasi di formazione delle fessure e di fessurazione stabilizzata la tensione media di aderenza lungo la lunghezza di trasmissione, $\tau_{bs,m}$, rimane costante a causa della presenza delle fessure secondarie. Ciò consente di valutare la tensione media di aderenza mediante una formula in forma chiusa in funzione non solo della resistenza a trazione del calcestruzzo, come assunto dal *fib* Model Code 2010, ma anche di altri parametrici geometrici, quali

la percentuale di armature, ρ_s , e il diametro delle barre, ϕ_s . In particolare, per calcestruzzi di classe medio/bassa la resistenza a trazione del calcestruzzo non gioca un ruolo importante sul rapporto tra la tensione media di aderenza e la resistenza a trazione ($30 \leq f_{ck} \leq 50$ MPa) dando luogo a variazioni minori dell'1%.

Nella fase di fessurazione stabilizzata la valutazione della tensione media di aderenza consente di migliorare il metodo di calcolo semplificato della spaziatura massima e dell'ampiezza massima della fessura proposto da *fib* Model Code 2010 ed Eurocode 2, evitando formulazioni non congruenti con le assunzioni fatte.

Dal confronto dei risultati teorici coi dati sperimentali disponibili in letteratura emerge che i valori teorici della spaziatura massima e dell'ampiezza massima delle fessure sono generalmente maggiori di quelli sperimentali. Ciò si ottiene senza la necessità di introdurre un termine aggiuntivo nella formula della spaziatura massima delle fessure, legato al copri ferro, come fatto dalle norme europee (*fib* Model Code 2010, Eurocode 2), ma considerando l'effetto delle fessure secondarie sul comportamento del tirante in c.a. nella fase di fessurazione stabilizzata.

REFERENCES

- Balázs, G. L. 1993. Cracking Analysis Based on Slip and Bond Stresses. *ACI Materials Journal*, 90(4): 340-348.
- Beeby, A. W. & Scott, R. H. 2005. Cracking and deformation of axially reinforced members subjected to pure tension. *Magazine of Concrete Research*, 57(10): 611–621.
- CEN. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. In European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2004, 225 pp.
- Debernardi, P.G. & Taliano, M. 2016. An improvement of the Eurocode 2 and *fib* Model Code 2010 methods for the calculation of crack width in r.c. structures. *Structural Concrete*, in printing.
- Eligehausen, R., Mallee, R. & Rehm, G. 1976. Rissverhalten von Stahlbetonkörpern bei Zugbeanspruchung.
- Farra, B. 1995. Influence de la résistance du béton et de son adhérence avec l'armature sur la fissuration. PhD thesis (1359), École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland (in French).
- fib* International Federation for Structural Concrete. *fib* Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst & Sohn, Berlin, 2013, 434 pp. DOI: 10.1002/9783433604090.
- Goto, Y. 1971. Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars. *ACI Journal*, 68(4): 244-251.
- Hartl, G. 1977. Die Arbeitslinie eingebetteter Stähle bei Erst- und Kurzzeitbelastung. Dissertation.
- König, G. & Tue, N. 1991. Calculating the mean bond and steel stress in reinforced and prestressed concrete members. *Darmstadt Concrete*, 6.
- Leonhardt, F. 1988. Cracks and Crack Control in Concrete Structures. *PCI Journal*: 33: 124-145.
- Pérez Caldentey A., Corres Peiretti, H., Peset Iribarren, J. & Giraldo Soto, A. 2013. Cracking of RC members revisited. Influence of cover, $\phi/\rho_{s,ef}$ and stirrup spacing. An experi-

mental and theoretical study. *Structural Concrete*, 14 (1): 69–78.

Rizkalla, S.H., EL Shahawi, M. & Kwok, C.K. 1982 . Cracking behavior of reinforced concrete members. Proceedings, Annual Conference, Canadian Society for Civil Engineering, Edmonton, Canada, pp. 566-581.