

# Yield Lines Method for the analysis of FRC slab on elastic foundation

## Metodo delle Yield Lines per l'analisi delle piastre in FRC su suolo elastico

S. Coccia<sup>1</sup>, F. Di Carlo<sup>1</sup>, A. Meda<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Department of Civil Engineering and Computer Science Engineering, University of Rome "Tor Vergata", Rome, Italy*

**ABSTRACT:** One of the main applications of fiber reinforced concrete consists in its use in slabs realization, being the fibers particularly suitable for limiting the shrinkage effects and to increase their bearing capacity and fatigue resistance. Unlike other structural elements, fibers can entirely replace the traditional reinforcement of slabs. The evaluation of the ultimate bearing capacity can be performed by applying the Yield Lines Method, being known the collapse mechanism shown by the crack pattern. For the case of slabs on ground, the reactions of the foundation depend instead on the displacement field. This method, proposed by Bauman and Weisgerber for slabs on elastic foundations, is extended in this paper to the case of fiber reinforced concrete slabs. The method reliability is eventually confirmed by the comparison of the analytical results with those obtained using a nonlinear finite element modelling. / Una delle principali applicazioni del calcestruzzo fibrorinforzato consiste nel suo impiego nella realizzazione di pavimentazioni, essendo le fibre particolarmente idonee sia per limitare gli effetti del ritiro che per incrementarne capacità portante e resistenza a fatica. A differenza di altri elementi strutturali, nelle pavimentazioni le fibre possono sostituire totalmente il rinforzo tradizionale. La valutazione della capacità portante ultima delle piastre può essere effettuata applicando il metodo delle Yield Lines, noto il meccanismo di collasso, indicato dal quadro fessurativo. Diverso è invece il caso delle pavimentazioni su suolo elastico, in cui le reazioni esercitate dal suolo dipendono dal campo di spostamenti. Tale metodo, proposto da Bauman e Weisgerber per le piastre su suolo elastico, viene esteso, nel presente lavoro, al caso di pavimentazioni in calcestruzzo fibrorinforzato. L'attendibilità del metodo è infine confermata dal confronto tra i risultati analitici ottenuti con quelli ricavati tramite una modellazione non lineare agli elementi finiti.

**KEYWORDS:** fibre-reinforced concrete; Yield-Line Method; slabs; elastic foundation / calcestruzzo fibro-rinforzato; metodo delle Yield-Lines; piastre; suolo elastico

### 1 INTRODUZIONE

Una delle principali applicazioni dei calcestruzzi fibrorinforzati sono le pavimentazioni. In queste strutture il rinforzo fibroso può essere utilizzato in sostituzione della tradizionale armatura, normalmente costituita da una rete metallica, così come avviene nei rivestimenti delle gallerie (Di Carlo et al., 2016)

Recentemente sono state redatte dal CNR linee guida per la progettazione delle pavimentazioni (CNR DT 211/2014). In questo documento viene esplicitamente introdotto il calcestruzzo fibrorinforzato come materiale utilizzabile in queste applicazioni.

Il calcolo della capacità portante di pavimentazioni in calcestruzzo fibrorinforzato deve considerare il comportamento non lineare del materiale. Infatti l'effetto del rinforzo fibroso si sviluppa dopo la fessurazione della matrice cementizia. È importante sottolineare che, nella pratica progettuale, la capacità portante di una piastra di pavimentazione potreb-

be anche essere connessa ad un limite di funzionalità (SLE) piuttosto che ad un limite di portanza (SLU).

Un metodo di calcolo in grado di considerare adeguatamente l'efficacia del rinforzo fibroso è senz'altro quello basato su metodi ad elementi finiti che considerino la meccanica della frattura non lineare (Meda & Plizzari 2004; Meda et al. 2004; Sorrelli et al. 2006; Belletti et al. 2008).

Un approccio più semplificato è quello basato sul metodo delle linee di rottura (Yield Lines), in cui la rottura avviene per flessione. In ogni caso, la verifica a taglio può essere eseguita come suggerito in Coccia et al. (2015). Il metodo delle Yield Lines, originariamente proposto da Johansen (1962) per le piastre in calcestruzzo armato, è stato introdotto da Baumann & Weisgerber (1983) per le pavimentazioni, sempre in calcestruzzo armato.

In questo articolo viene discussa la possibilità di utilizzare il metodo delle linee di rottura per le pavimentazioni in calcestruzzo fibrorinforzato. I risul-

tati sono confrontati con i risultati di analisi numeriche basate sulla meccanica della frattura non lineare.

## 2 PAVIMENTAZIONI

### 2.1 Tipologie di giunto

La pavimentazione è una piastra di calcestruzzo che deve essere libera di manifestare le proprie dilatazioni senza interagire con gli elementi verticali presenti nell'edificio. Il corretto funzionamento delle pavimentazioni richiede quindi la presenza dei giunti. La disposizione dei giunti, in generale, è determinata dal tipo di supporto della pavimentazione, dalla conformazione delle superfici, da esigenze funzionali, dalla presenza di interruzioni ed irregolarità (pozzetti, griglie, basamenti), dallo spessore della piastra, dal ritiro del calcestruzzo e dalla sua armatura. All'interno della medesima pavimentazione possono esserci giunti di dilatazione, di contrazione, di costruzione o di isolamento, come mostrato in Figura 1.

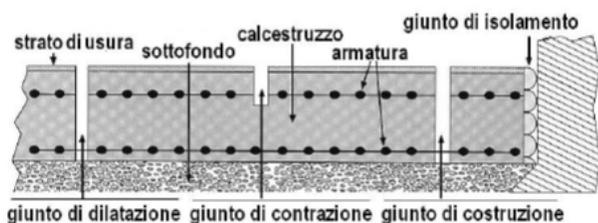


Figure 1. Types of joints in slabs / Tipologie di giunti nelle pavimentazioni.

Il quadro fessurativo dipende fortemente dalle condizioni di vincolo presenti lungo i bordi della piastra. Generalmente possono essere individuate tre tipologie di comportamento, a seconda che i bordi siano liberi, semplicemente appoggiati, oppure che l'elemento sia privo di giunti o che i giunti siano lontani tra di loro. Il primo caso è tipico di piastre caratterizzate dalla presenza di giunti di dilatazione, realizzati segnando la pavimentazione dopo l'esecuzione del getto: un carico concentrato agente nel baricentro della piastra produce il quadro fessurativo mostrato in Figura 2a, caratterizzato da due fessure principali che si sviluppano lungo le linee mediane. Nel secondo caso, caratteristico di piastre in cui i giunti di dilatazione sono attraversati da barrotti, un carico puntuale agente nel baricentro produce fessure diagonali (Figura 2b).

Per quanto riguarda l'ultima tipologia, la piastra tende a comportarsi in maniera assial-simmetrica vicino al carico e molte fessure si sviluppano radialmente dal suo punto di applicazione, (Figura 2c).

Quest'ultimo quadro fessurativo può verificarsi sia nella piastra con bordi liberi che in quella con bordi semplicemente appoggiati

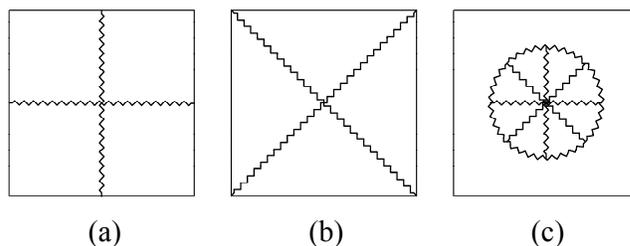


Figure 2. Typical slabs crack patterns / Quadri fessurativi tipici delle pavimentazioni.

## 3 MODELLAZIONE ANALITICA

Il modello analitico per la valutazione della capacità ultima delle piastre in FRC, riportato in questo lavoro e già proposto da uno degli autori (Meda, 2003), ha come base di partenza il lavoro di Baumann e Weisgerber (1983). Gli autori analizzano piastre in cemento armato introducendo il contributo del terreno di fondazione nel metodo delle Yield Lines (Johansen, 1962). Si ipotizza un comportamento rigido-plastico per le sezioni della piastra ed elastico per il terreno. All'aumentare dell'intensità del carico esterno, si formano nella piastra delle linee di plasticizzazione, che rendono una volta labile la struttura. Noto il meccanismo di collasso, è possibile valutare il carico ultimo della struttura applicando il Principio dei Lavori Virtuali. Baumann e Weisgerber (1983) introducono nel lavoro dei carichi esterni il termine relativo al terreno e ipotizzano che la distribuzione delle reazioni, valutata in accordo all'ipotesi di sottofondo alla Winkler, debba essere calcolata per uno spostamento  $\Delta$  uguale a quello elastico corrispondente al collasso ultimo della piastra senza terreno. Tale ipotesi è illustrata nel diagramma carico-spostamento riportato in Figura 3, dove la linea tratteggiata si riferisce al caso di piastra senza terreno, mentre quella continua è relativa alla piastra con il terreno. Lo spostamento elastico  $\Delta$  della piastra senza terreno si calcola come rapporto tra il carico massimo  $P_u^0$ , valutato con il metodo delle yield lines, e la rigidezza elastica della piastra  $K_s$ .

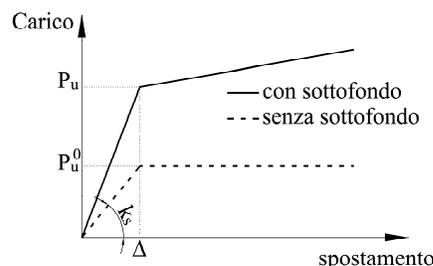


Figure 3. Scheme of the behavior of a slab with and without subgrade / Schema del comportamento di una piastra con e senza sottofondo.

In questo lavoro, la procedura descritta sarà applicata alla valutazione del carico ultimo di piastre in calcestruzzo fibrorinforzato (FRC).

Il carico di collasso della piastra è calcolato come il valore minimo dei carichi ultimi associati ai diversi cinematismi ammissibili, relativi alle tipologie di quadro fessurativo descritte al paragrafo 2. In particolare, per la piastra con bordi liberi devono essere considerati i meccanismi che prevedono fessure mediane ed a raggiera, mentre per la piastra con bordi appoggiati i meccanismi con fessure diagonali ed a raggiera.

### 3.1 Piastra con bordi liberi

Il meccanismo di collasso di una piastra quadrata, appoggiata su un suolo alla Winkler, con bordi liberi e soggetta ad un carico concentrato agente nel baricentro, può essere identificato sulla base del modello di fessure mediane, localizzate all'intradosso, mostrato in Figura 4. Al fine di avere due fessure lungo le linee mediane, gli assi di rotazione devono intersecarsi in corrispondenza delle estremità delle linee di plasticizzazione.

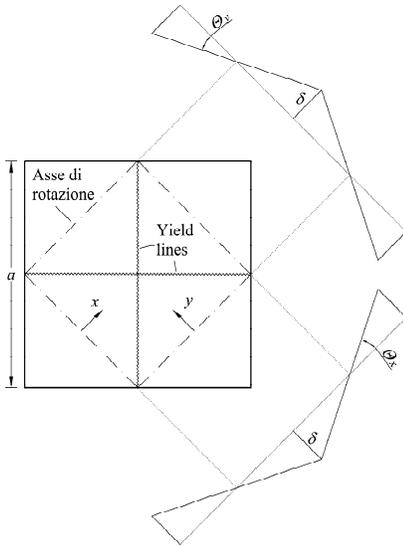


Figura 4. Collapse mechanism of a free edges slab on Winkler foundation subjected to a pointed load in the centre of gravity / Meccanismo di collasso di una piastra su suolo alla Winkler con i lati liberi e con carico concentrato applicato nel baricentro.

Nel calcolo del lavoro interno, considerando che le fessure si aprono all'intradosso della piastra, si considerano i soli momenti positivi  $m_L$  nelle due direzioni  $x$  e  $y$ :

$$L_i = 4 \left( m_L \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} a \theta_x \right) + 4 \left( m_L \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} a \theta_y \right) = 8 m_L \delta \quad (1)$$

dove  $a$  è la dimensione in pianta della piastra,  $\delta$  è l'abbassamento verticale della sezione di mezzera della piastra dove è applicato il carico e  $\theta_x$  e  $\theta_y$  sono le rotazioni, pari a:

$$\theta_x = \theta_y = \frac{4\delta}{\sqrt{2}a} \quad (2)$$

Il lavoro esterno compiuto dal carico concentrato  $P$  applicato nel baricentro della piastra, risulta essere pari a:

$$L_p = P \delta \quad (3)$$

mentre il lavoro esterno compiuto dalla reazione del terreno per lo spostamento verticale vale:

$$L_T = 4 \int_0^{a\sqrt{2}/2} k \left( \frac{\delta \cdot x}{a\sqrt{2}/4} \right)^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} \frac{a\sqrt{2}/4 - x}{a\sqrt{2}/4} dx = \frac{k \cdot \delta^2 \cdot a^2}{12} \quad (4)$$

con  $k$  costante di sottofondo.

In accordo all'ipotesi di Baumann e Weisgerber (1983) di valutare le reazioni del terreno quando lo spostamento  $\delta$  è pari a  $\Delta$  (Fig. 3) pari a:

$$\Delta = \frac{P_u^0}{K_s} = \frac{8m_L}{K_s} \quad (5)$$

dove:

$$K_s = \frac{86 \cdot D}{(a \cdot \sqrt{2}/2)^2} = \frac{86}{(a \cdot \sqrt{2}/2)^2} \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6)$$

$E$  è il modulo di elasticità della piastra,  $\nu$  il coefficiente di Poisson e  $t$  lo spessore, e uguagliando il lavoro interno a quello esterno, si ottiene il carico ultimo della piastra con bordi liberi e terreno di sottofondo:

$$P_u = 8 \cdot m_L \left( 1 + \frac{1}{12} \frac{k}{K_s/a^2} \right) \quad (7)$$

Ipotizzando un comportamento bidirezionale del terreno di fondazione, il carico ultimo diventa:

$$P_u = 8 \cdot m_L \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{k}{K_s/a^2} \right) \quad (8)$$

### 3.2 Piastra con bordi appoggiati

Nelle zone in cui la piastra è collegata alla pavimentazione circostante attraverso i barrotti (perni equidistanti) che si trovano nei giunti di dilatazione, i bordi possono essere considerati semplicemente appoggiati. In questo caso il quadro fessurativo è mostrato in Figura 5, con i relativi assi di rotazione.

Per questo cinematismo, sia il lavoro interno che quello del carico esterno possono essere calcolati con le equazioni (1) e (3), mentre il lavoro del terreno è pari a:

$$L_T = 4 \int_0^{a/2} k \left( \frac{\delta \cdot x}{a/2} \right)^2 a \frac{a/2 - x}{a/2} dx = \frac{k \cdot \delta^2 \cdot a^2}{6} \quad (9)$$

Dall'uguaglianza del lavoro esterno con quello interno:

$$L_i = L_p - L_T \quad (10)$$

è possibile ricavare il carico di collasso:

$$P_u = 8 \cdot m_L \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{k}{K_s/a^2} \right) \quad (11)$$

La rigidezza della piastra si calcola con la seguente formula:

$$K_s = \frac{86 \cdot D}{a^2} = \frac{86}{a^2} \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (12)$$

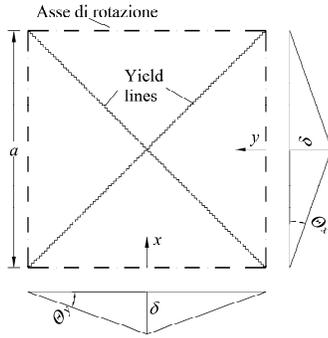


Figura 5. Collapse mechanism of a simply-supported slab on Winkler foundation subjected to a pointed load in the centre of gravity / Meccanismo di collasso di una piastra su suolo alla Winkler con i lati semplicemente appoggiati e con carico concentrato applicato nel baricentro.

### 3.3 Piastra di grandi dimensioni

Nel caso di piastre di grandi dimensioni, il meccanismo di collasso è del tipo a raggiera (Figura 6), con fessure radiali che si sviluppano sulla faccia inferiore della piastra ed una singola fessura circolare che si forma sulla faccia superiore.

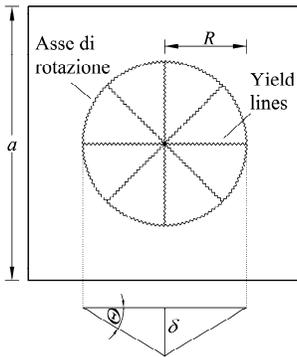


Figura 6. Collapse mechanism of a large slab on Winkler foundation subjected to a pointed load in the centre of gravity / Meccanismo di collasso di una piastra di grosse dimensioni su suolo alla Winkler soggetta ad un carico concentrato applicato nel baricentro.

Anche per questo cinematismo il lavoro esterno si calcola con l'equazione (3). Il lavoro interno si calcola invece come segue:

$$L_i = \int_0^{2\pi} 2 \cdot m \cdot \theta \cdot R \cdot d\alpha = 4 \cdot \pi \cdot m_L \cdot \delta \quad (13)$$

Il lavoro esterno dovuto alla reazione del sottofondo è pari a:

$$L_T = \int_0^{2\pi} \int_0^R k \left( \frac{\delta \cdot x}{R} \right)^2 (R-x) dx d\alpha = \frac{k \cdot \delta^2 \cdot \pi^2 \cdot R^2}{6} \quad (14)$$

Dall'uguaglianza del lavoro esterno con quello interno si ottiene:

$$P_u = 4 \cdot \pi \cdot m_L \left( 1 + \frac{\pi}{6} \frac{k}{K_s/R^2} \right) \quad (15)$$

La rigidezza della piastra si calcola:

$$K_s = \frac{8 \cdot \pi \cdot D}{R^2} = \frac{8 \cdot \pi}{R^2} \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (16)$$

La fessurazione circolare si forma nella zona in cui si ha il valore massimo del momento negativo. Bauman e Weisgerber (1983) individuano la posizione del massimo momento negativo ad una distanza  $R$  dal baricentro pari a:

$$R = 2L_c = 4 \sqrt{\frac{D}{k}} = 4 \sqrt{\frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2) \cdot k}} \quad (17)$$

Nelle analisi svolte il valore del raggio  $R$  è limitato dalla semi-larghezza della piastra, pari ad  $a/2$ .

## 4 MODELLAZIONE NUMERICA

La capacità ultima delle piastre in FRC su suolo elastico è stata indagata tramite analisi numeriche non lineari, mediante il software agli elementi finiti TNO Diana (2005), al fine di effettuare un confronto con i risultati ottenuti secondo l'approccio analitico descritto nel paragrafo 3.

### 4.1 Mesh, condizioni di vincolo e di carico

La geometria del modello numerico è mostrata in Figura 7. L'elemento è stato modellato con elementi solidi di tipo brick a otto nodi (HX24L), utilizzando una discretizzazione in mesh parallelepipedica di lati 10 x 10 x 5 cm.

Il sottofondo elastico su cui poggia la piastra è stato modellato definendo un piano sottostante, rappresentativo dello strato indeformabile, collegato alla superficie inferiore della piastra in FRC tramite elementi di interfaccia di tipo plane quadrilateral a 4 + 4 nodi (Q24IF), con comportamento bilatero e costante di sottofondo  $k = 0.06 \text{ N/mm}^3$ , tipica di terreni sabbiosi mediamente addensati o argillosi compatti, come mostrato in Figura 7.

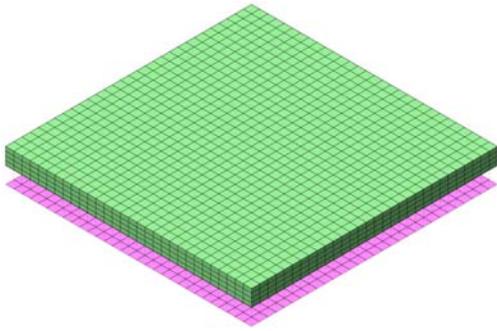


Figure 7. Geometry of the numerical model / Geometria del modello numerico.

Con riferimento al sistema  $x$ - $y$ - $z$  mostrato in Figura 8, sono state impedito le tre traslazioni lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di tutti i punti del piano inferiore dell'elemento di interfaccia. Sono stati inoltre definiti due carrelli in direzione  $y$  ed un carrello in direzione  $x$  sull'estradosso della piastra, al fine di evitare traslazioni e rotazioni dell'elemento.

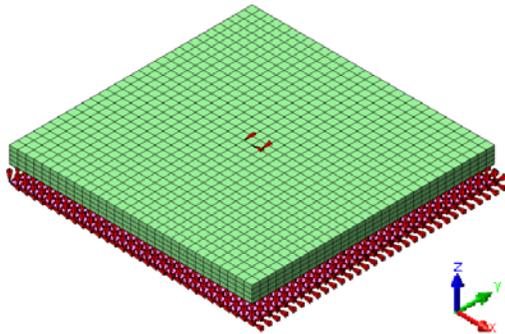


Figure 8. Boundary condition on the interface element / Condizione di vincolo dell'elemento di interfaccia.

Esclusivamente per il caso di piastra con bordi appoggiati è stato impedito anche lo spostamento in direzione  $z$  di tutti i punti perimetrali del piano medio (Figura 9).

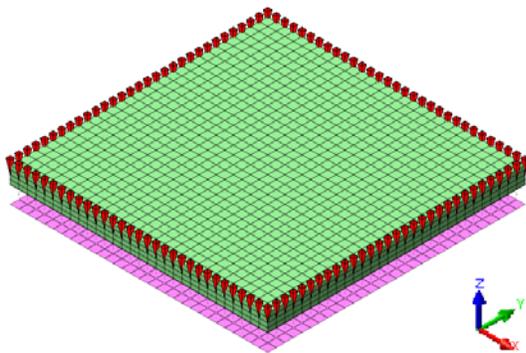


Figure 9. Boundary condition of the simply-supported slab / Condizione di vincolo della piastra appoggiata.

L'analisi è stata condotta in controllo di spostamento, applicando uno spostamento crescente verso

il basso nei quattro punti centrali della piastra, come mostrato in Figura 10.

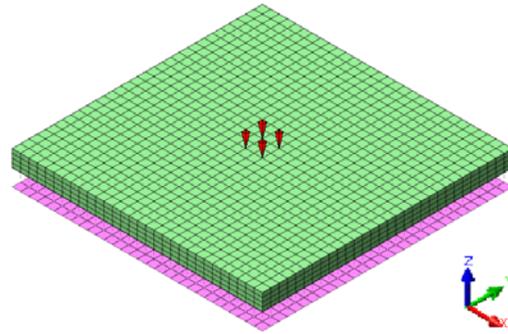


Figure 10. Load condition / Condizione di carico.

#### 4.2 Legame costitutivo del calcestruzzo fibrorinforzato

Il calcestruzzo fibrorinforzato è stato modellato utilizzando un legame costitutivo di tipo "Total strain rotating crack model". Per il ramo in compressione è stata implementata una legge parabola-rettangolo, caratterizzata da un modulo di Young pari a 32000 MPa e da una resistenza di picco pari a 14.11 MPa. In accordo a EN 14651 è stata fissata una resistenza a trazione caratteristica residua  $f_{R3k}$  pari a 2.0 MPa. Utilizzando il legame rigido plastico ed i coefficienti sul materiale proposti dal Model Code 2010, si ottiene un valore della resistenza di progetto a trazione post-fessurazione pari a:

$$f_{Ftud} = \frac{f_{Ftu}}{\gamma_F} = \frac{f_{R3k}/3}{1.5} = 0.44 \text{ MPa} \quad (18)$$

## 5 ANALISI PARAMETRICA

Al fine di validare l'approccio analitico proposto al paragrafo 3, è stata effettuata un'analisi parametrica, considerando campi di piastra quadrati di lato 3 m, 4 m e 5 m, aventi spessore pari a 0.2 m e condizioni al contorno di bordi liberi e appoggiati.

I risultati sono espressi in termini di carico ultimo e di quadro fessurativo ultimo. La condizione di rottura consiste nel raggiungimento di un quadro fessurativo nella piastra corrispondente all'attivazione di un cinematisma. A titolo di esempio, in Figura 11 è riportata la curva carico-spostamento della piastra avente lato 3 m e bordi liberi: in questo caso il meccanismo di rottura è di tipo mediano (Figura 12) e lo stato di rottura è individuato nello step di carico in cui viene attinto sul perimetro della piastra il valore massimo di resistenza a trazione del materiale, corrispondente all'inizio del tratto di plasticizzazione.

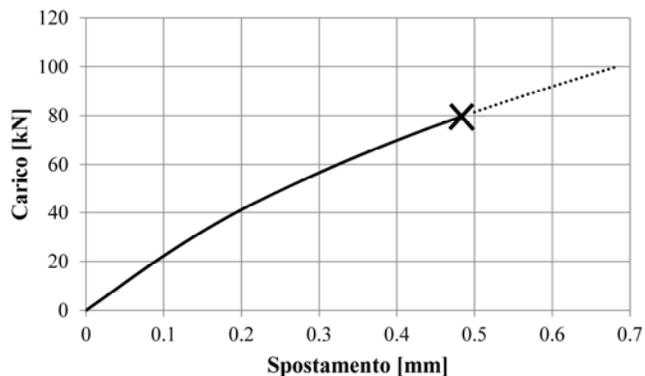


Figure 11. Load-displacement diagram (Free edges slab  $L=3$  m) / Esempio di curva carico-spostamento (Piastra con bordi liberi  $L=3$  m).

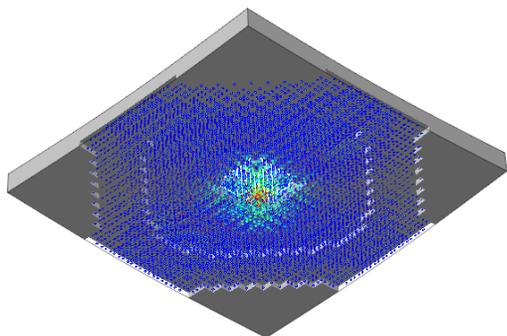


Figure 12. Load-displacement diagram (Free edges slab  $L=3$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi liberi  $L=3$  m).

Nella tabella 1 sono riassunti i valori del carico ultimo ricavati con l'approccio analitico e con quello numerico, insieme con l'indicazione della corrispondente tipologia di quadro fessurativo a rottura, per le diverse geometrie di piastra indagate. I quadri fessurativi di tipo mediano (Fig. 2a), diagonale (Fig. 2b) e a raggiera (Fig. 2c) sono indicati rispettivamente con le lettere *A*, *B* e *C*. Il calcolo del momento ultimo della piastra per via analitica è stato effettuato integrando i legami costitutivi del calcestruzzo fibrorinforzato descritti al paragrafo 4.2.

Si può osservare un buon accordo tra i risultati analitici e numerici, sia in termini di carico ultimo che di quadro fessurativo. Si sottolinea come, per il caso di piastra con bordi liberi, l'instaurarsi di un cinesismo con fessure mediane dipende in modo sensibile dalla porzione di piastra soggetta a spostamenti verso l'alto. Prove sperimentali (Meda & Plizzari, 2003) hanno infatti mostrato che solamente una piccola parte di piastra in prossimità degli spigoli tende a sollevarsi ed a perdere contatto con il sottofondo.

Si riportano infine, nelle Figure 13-17, i quadri fessurativi ottenuti con la modellazione numerica allo step corrispondente al carico ultimo.

Table 1. Parametric analysis results / Risultati dell'analisi parametrica.

Boundary Condition	Length [m]	Analytical		Numerical	
		$P_u$ [kN]	Crack Pattern	$P_u$ [kN]	Crack Pattern
Free	3	87	<i>A</i>	79	<i>A</i>
	4	129	<i>A</i>	144	<i>C</i>
	5	142	<i>C</i>	145	<i>C</i>
Simply-Supported	3	95	<i>B</i>	116	<i>B</i>
	4	142	<i>C</i>	143	<i>C</i>
	5	142	<i>C</i>	145	<i>C</i>

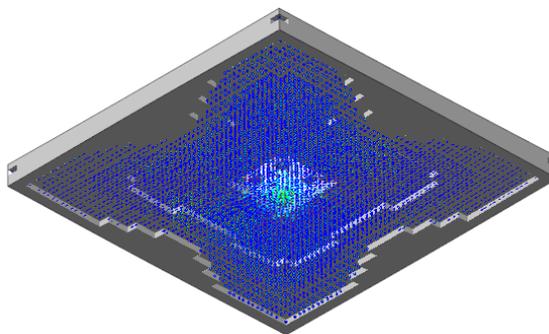


Figure 13. Load-displacement diagram (Simply-supported slab  $L=3$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi appoggiati  $L=3$  m).

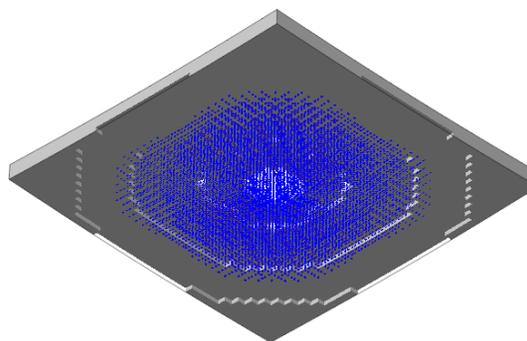


Figure 14. Load-displacement diagram (Free edges slab  $L=4$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi liberi  $L=4$  m).

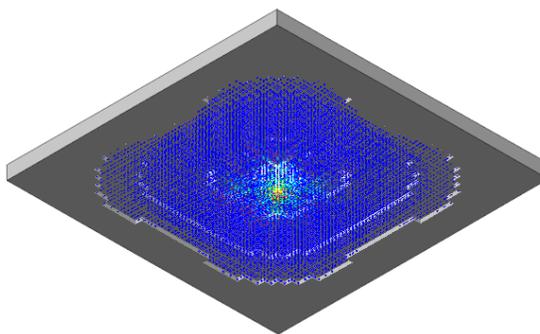


Figure 15. Load-displacement diagram (Simply-supported slab  $L=4$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi appoggiati  $L=4$  m).

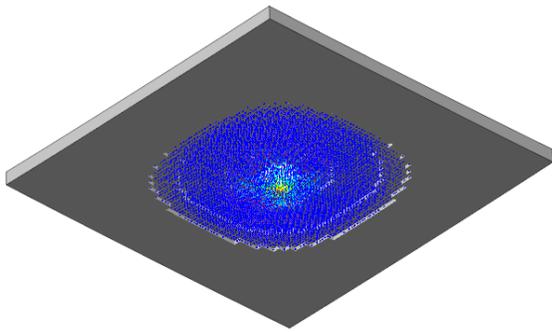


Figure 16. Load-displacement diagram (Free edges slab  $L=5$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi liberi  $L=5$  m). Bordi liberi 5 m

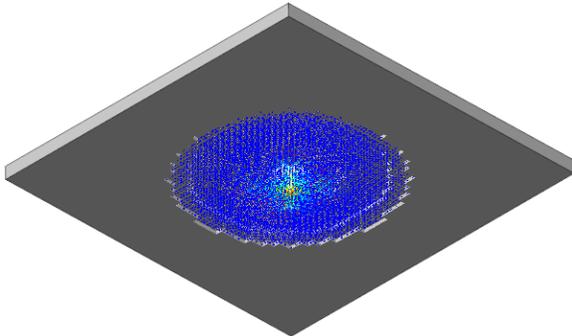


Figure 17. Load-displacement diagram (Simply-supported slab  $L=5$  m) / Curva carico spostamento (Piastra con bordi appoggiati  $L=5$  m).

## 6 CONCLUSIONI

The Yield-Lines Method can be used for evaluating the bearing capacity of fiber reinforced concrete slabs characterized by simple load conditions (e.g. pointed loads).

In order to properly evaluate the bearing capacity, it is important to consider different possible collapse mechanisms, because of their dependence on the boundary conditions.

In any case, the method is appropriate for the modelling of fiber reinforced concrete slabs, when plastic rigid tensile constitutive laws are used.

Approaches based on nonlinear finite element modelling are required for more complex situations.

Il metodo delle linee di rottura può essere applicato per valutare la capacità portante di pavimentazioni in calcestruzzo fibrorinforzato quando si hanno situazioni di carico semplici (ad esempio carichi concentrati).

Per valutare correttamente la capacità portante, occorre considerare più possibili cinematismi di collasso, in quanto questi sono influenzati dalle condizioni al contorno.

In ogni caso il metodo risulta adeguato per la modellazione di piastre in calcestruzzo fibrorinforzato, utilizzando legami a trazione di tipo rigido plastico.

Situazioni più complesse necessitano comunque approcci basati sul calcolo non lineare ad elementi finiti.

## REFERENCES

- Baumann, R.A., Weisgerber, F.E. 1983. Yield-Line analysis of slabs-on-grade. *ASCE Journal of Structural Engineering* 109(7):1553-1568.
- Belletti, B., Cerioni, R., Meda, A., Plizzari, G. 2008. Design aspects on steel fiber-reinforced concrete pavements. *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering* 20(9):599-607.
- CNR-DT 211/2014. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo delle Pavimentazioni di Calcestruzzo.
- Coccia, S., Meda, A., Rinaldi, Z. 2015. On shear verification according to fib Model Code 2010 in FRC elements without traditional reinforcement. *Structural Concrete* 16(4):518-523.
- Di Carlo, F., Meda, A., Rinaldi, Z. 2016. Design procedure of precast fiber reinforced concrete segments for tunnel lining construction. *Structural Concrete*, DOI: 10.1002/suco.201500194.
- EN 14651. 2005. Test method for metallic fibered concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). CEN, Brussels
- fib Model Code for Concrete Structures 2010. 2013. Ernst & Sohn.
- Johansen, K.W. 1962. Yield line theory. William Clowes and Sons Ltd, London.
- Meda, A. 2003. On the extension of the Yield-Line Method to the design of SFRC slabs on grade. *Studies and Researches* 24, Graduate School in Concrete Structures, Politecnico di Milano, Italy.
- Meda, A., Plizzari, G.A. 2004. New design approach for steel fiber-reinforced concrete slabs-on-ground based on fracture mechanics. *ACI Structural Journal* 101(3), 298-303.
- Meda, A., Plizzari, G.A., Riva, P. 2004. Fracture behavior of SFRC slabs on grade. *Materials and Structures* 37(6): 405-411.
- Sorelli, L.G., Meda, A., Plizzari, G.A. 2006. Steel fiber concrete slabs on ground: a structural matter. *ACI Structural Journal* 103(4), 551-558.