

III

RISULTATI SPERIMENTALI

STUDI E RICERCHE SPERIMENTALI SU CONDOTTE FORZATE DI GRANDE DIAMETRO IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO

L'impiego di tubazioni in cemento armato precompresso nel campo degli impianti idroelettrici è andato in questi ultimi anni sempre più diffondendosi: numerose sono state le applicazioni come condotte forzate libere e interrate, od anche come condotte in roccia. Mi sia lecito a questo proposito ricordare che in questo ultimo caso il tubo in precompresso, oltre ai suoi vantaggi intrinseci, consente grazie alla sua forte deformabilità di poter ottenere una collaborazione della roccia assai superiore a quanto normalmente ottenuto con le condotte in cemento armato normale.

Il calcolo delle tubazioni in precompresso, può essere eseguito applicando la teoria delle lastre cilindriche come indicato dal prof. Turazza [1] o, in via approssimata, considerato che lo spessore è piccolo rispetto al diametro, con le formule di Mariotte e di Hoffmann per i tubi sottili [2].

Nessuna distribuzione di sforzi può verificarsi diversa da quella prevista dalla teoria e pertanto gli schemi di calcolo si adeguano perfettamente da un punto di vista concettuale al modo di lavorare della struttura. Peraltro ogni fenomeno, anche secondario, che sia capace di produrre a breve o a lunga scadenza delle alterazioni, viene a rodere un margine di sicurezza che è ben definito e privo di riserve.

Compito dello studio sperimentale è appunto quello di definire quantitativamente questi fenomeni secondari, e di controllare il comportamento statico globale dell'opera in presenza di tutti i fattori che influiscono su di esso.

Numerose e sistematiche ricerche sperimentali sono state compiute finora, soprattutto negli Stati Uniti [3] [4].

È anzi in seguito ad esse che l'American Water Works Association (A.W.W.A.) ha emanato le note proposte di «Norme di fabbricazione ed accettazione dei tubi in cemento armato precompresso» [5].

Poichè tuttavia le esperienze e le norme citate riguardano le tubazioni con cilindro interno in lamiera metallica sembra di qualche interesse esporre in questa Sede gli studi compiuti in Italia presso il Reparto prove tubi dell'Istituto Sperimentale Modelli e Strutture di Bergamo (1) su tubi in cemento armato precompresso senza lamiera le cui caratteristiche e costruttive d'impiego si scostano notevolmente da quelle americane.

Premessa una breve indagine sulle caratteristiche dei materiali impiegati, sono state eseguite esperienze per valutare la riuscita della precompressione, il conseguente comportamento statico dei tubi a vuoto, a carico d'esercizio, a carichi crescenti fino a rottura.

Inoltre è stato dedicato un gruppo di prove alla messa a punto dei giunti di tenuta e dilatazione.

Le esperienze sono state eseguite per incarico della Direzione Costruzioni Idrauliche della S.A.D.E. e dell'E.S.E. su condotte delle Imprese Nervi e Bartoli di Roma, Droghetti e Masotti di Ferrara, Opus-Vianini di Roma destinate rispettivamente agli impianti di Villa Rinaldi, di S. Foca e di Ancipa. Le condotte avevano diametri interni di m 2,65 e 2,30 ed erano previste per pressioni d'esercizio da 1,5 fino a 6,5 atmosfere (2).

(1) L'A. vivamente ringrazia il prof. G. Oberti, direttore dell'Istituto, per i suggerimenti ed i consigli di cui gli è stato largo durante l'esecuzione delle prove e la stesura della presente nota.

(2) Altre esperienze sono attualmente in corso su tubi «Nervi», SACAIM e Vannini per condotte in cui sono previste pressioni d'esercizio fino a 25 atm. A prove ultimate, ottenuta la necessaria autorizzazione da parte delle Società e degli Enti interessati, si spera di poter riprendere l'argomento in una più vasta monografia ove potranno essere riportati per esteso anche i risultati delle prove di cui qui si fa cenno.

Ricerche preliminari sui materiali

a) IL FILO D'ACCIAIO

Le esperienze da noi eseguite sui fili d'acciaio ad alta resistenza non avevano finalità di ricerca scientifica ma semplicemente quelle di controllare le caratteristiche dichiarate dai costruttori, determinare come ordine di grandezza *fluage* e *relaxation* e consentire così una scelta razionale tra gli acciai esistenti sul mercato.

Poichè l'argomento è stato ripreso in questo stesso Convegno dal prof. Levi con la sua ben nota competenza mi limiterò da parte mia a segnalare che le numerose esperienze da noi eseguite su fili Cogne, Falck e Renardet (aventi $3,4 < D < 5 \text{ mm}$) hanno dato per le deformazioni lente risultati sostanzialmente concordanti con quelli ottenuti da altri sperimentatori, segnalatamente dai proff. Magnel e Campus del Comitato Belga per lo studio delle deformazioni lente dei metalli [6].

Ad esempio le cadute di tensione a deformazione costante a 90 giorni erano comprese tra 2,5 e 4 kg/mm^2 per una tensione iniziale di 90 kg/mm^2 e tra 4 e 7,8 kg/mm^2 per una tensione iniziale di 110 kg/mm^2 .

È da segnalare inoltre che circa il 40 % di tale caduta di tensione si verifica entro i primi 10 minuti dalla messa in carico cioè allorchè non è ancora terminata l'operazione di cerchiatura del tubo. È quindi forse opportuno premunirsi contro questa caduta, come pure contro quella dovuta alle deformazioni lente del calcestruzzo, innalzando più di quanto ora non si faccia la tensione preliminare.

Come ha notato il prof. Levi ciò conduce ad un aumento del numero delle rotture improvvise.

È necessario pertanto controllare che l'aumento delle rotture che si verificano all'atto della messa in tensione del filo non incida sulla regolarità del lavoro di cantiere. Peraltro per quelle che si verificano in tempi successivi al rivestimento del tubo non vi è quasi mai ragione di preoccuparsi in quanto l'esperienza (vedi c) ha mostrato come i loro effetti siano molto localizzati.

b) LA CAMICIA INTERNA DI CALCESTRUZZO

Le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo costituente la camicia interna sono state determinate mediante esperienze eseguite direttamente su interi tronchi.

È sembrato infatti che dati i metodi di confezione della camicia stessa non fosse possibile riprodurre esattamente le caratteristiche su ordinari provini.

Così il modulo elastico della camicia è stato ricavato valutando le deformazioni medie del tubo a diversi carichi per mezzo di una attrezzatura flessimetrica ed estensimetrica.

È interessante notare che i diversi procedimenti costruttivi esaminati, che ottengono tutti l'espulsione dell'acqua in eccesso, conducono a calcestruzzi che presentano a 60 giorni moduli elastici intorno ai 500.000 kg/cm^2 con punte fino ai 600.000 kg/cm^2 , cioè valori notevolmente più elevati di quanto viene normalmente considerato.

Poichè i valori massimi delle sollecitazioni di precompressione non superavano i 150 kg/cm^2 non si è ritenuto necessario effettuare la determinazione sperimentale del carico di rottura a compressione.

Il carico di rottura a trazione è stato dedotto dalle prove di carico ad oltranza come la sollecitazione all'intradosso esistente in corrispondenza della pressione che ha determinato la rottura del tubo.

Si sono così ottenuti valori compresi tutti tra i 30 e i 45 kg/cm^2 . Si noti che questi valori, che sono precisamente quelli che effettivamente interessano per la valutazione del grado di sicurezza del tubo, risultano minori di quelli che si sarebbero ottenuti con prove a trazione monoassiale in quanto è contemporaneamente presente una sollecitazione di compressione a 90° dovuta alla pressione interna.

Quanto alle deformazioni lente (ritiro e *fluage*) non sono state eseguite misure dirette sul solo calcestruzzo.

Si può peraltro arrivare ad una valutazione approssimata sottraendo dalle misure eseguite sul complesso calcestruzzo-acciaio la parte che le prove precedenti hanno mostrato doversi attribuire alle deformazioni dell'acciaio: nel caso di tronchi gettati 28 giorni prima della cerchiatura e sotto-

posti ad una precompressione di 125 kg/cmq si è ottenuto per la somma degli effetti di ritiro e di *fluage* del calcestruzzo un valore tendente asintoticamente a pochi decimillesimi.

Le osservazioni sono state limitate al periodo di circa 1 anno dalla cerchiatura, il solo che presenti un interesse pratico.

c) IL RIVESTIMENTO DI MALTA CEMENTIZIA

Le esperienze effettuate miravano a definire quantitativamente l'azione di trattenimento esercitata dal rivestimento in caso di rottura accidentale di un filo. Le prove sono state eseguite tagliando il filo d'acciaio in punti a distanze progressivamente minori da un tratto scoperto che fungeva da base di misura e la cui lunghezza, $L = 100 \text{ mm}$, misurata ogni volta a mezzo di uno speciale deformometro, andava diminuendo con l'avvicinarsi dei tagli per il diminuire della superficie di trattenimento.

Si è così, ad esempio, osservato che gli effetti del taglio di un filo di $\varnothing 5 \text{ mm}$ e sottoposto ad una tensione di 80 kg/mm non si propagano al di là di 1 mt. : all'incirca da questa distanza la tensione conserva il suo valore primitivo.

Queste prove danno ovviamente risultati diversi in funzione innanzitutto del diametro e della tensione del filo; un'altra variabile, causa quest'ultima di notevoli dispersioni nei risultati, è rappresentata dalla consistenza della malta.

È possibile peraltro affermare che, grazie all'effetto di aderenza rivestimento-acciaio, l'efficienza del tubo non subisce praticamente diminuzione per effetto di eventuali rotture dell'avvolgimento.

Esperienze sul comportamento statico dei tubi

Sono stati eseguiti due gruppi di esperienze: il primo gruppo, per determinare lo scarto tra lo stato di coazione teorico e quello realmente imposto in dipendenza dei vari procedimenti tecnologici di costruzione del tubo e di precompressione; il secondo gruppo, per controllare le modifiche che detto stato di coazione subisce per effetto del carico idraulico.

In merito allo stato di coazione dovuto alla precompressione detta tangenziale rileviamo che esso corrisponde nel suo complesso abbastanza fedelmente a quello prevedibile in sede di progettazione.

Fa eccezione la variabilità della pretensione di cerchiatura da una testata all'altra del tubo che secondo la teoria si verifica, nei metodi che impiegano la bobinatura, per effetto della solidarietà tra i singoli anelli in quanto il diametro su cui viene avvolto il filo risulta progressivamente variabile per effetto dell'avvolgimento stesso, così che al termine della cerchiatura gli anelli prima avvolti vengono ad agire su un diametro minore e pertanto si verifica in essi una caduta di tensione.

Il suo valore massimo è dato dall'espressione:

Sperimentando si nota che l'andamento è generalmente diverso da quello definito dal calcolo, $[r]$, ed è variabile da caso a caso in dipendenza soprattutto della irregolare ovalizzazione del tronco e degli effetti termici.

Si sono osservati casi in cui lo scarto di tensione teorico è stato raddoppiato ed anche altri in cui è stato annullato.

Quanto alle cadute di tensione che si verificano subito dopo la cerchiatura si sono trovati ovviamente valori assai variabili, in dipendenza del grado di maturazione del calcestruzzo all'atto della cerchiatura.

Su questo fenomeno, che per taluni procedimenti è fondamentale, data l'importanza quantitativa del fenomeno, e sugli accorgimenti che si possono adottare per ridurne la portata rimando alla relazione del prof. Santarelli.

Le cadute lente più propriamente dette presentano invece un andamento e valori sostanzialmente identici per i vari procedimenti e precisamente di tipo esponenziale tendente asintoticamente ad un valore compreso tra il 7 e il 10 % su 125 kg/cm di compressione iniziale.

Questo risultato è stato ottenuto su tubi vuoti; esso è pertanto da ritenersi pessimistico se riferito alla condotta in quanto allorché un tubo viene messo in carico il rigonfiamento igroscopico viene a compensare buona parte della deformazione di ritiro.

Non ha invece importanza pratica la cessazione, da taluno messa in rilievo, del *fluage* nel calcestruzzo conseguente alla messa in carico in quanto nel tempo che ordinariamente trascorre dalla costruzione del tubo alla sua entrata in esercizio è già avvenuta la maggior parte del fenomeno.

È stato anche controllato sperimentalmente lo stato di coazione dovuto alla precompressione assiale effettuata in alcuni casi di condotte pressochè orizzontali per ridurre le deformazioni dovute alla temperatura e alla dilatazione longitudinale per effetto Poisson.

La precompressione assiale è normalmente eseguita a tubo già in opera: essa interessa contemporaneamente due o più tubi che vengono accostati, sigillati tra loro, e indi precompressi mediante gruppi di cavi ancorati alle testate di estremità.

Effettuando un controllo mediante estensimetri disposti assialmente a 120° sia all'interno che all'esterno del tubo si nota che le sollecitazioni maggiori e più uniformi si hanno in corrispondenza della generatrice superiore che è quella che meno risente della aderenza sull'appoggio.

Detta aderenza è peraltro molto irregolare cosicchè sulla metà inferiore della tubazione si hanno sollecitazioni di valore molto diverso e talora addirittura di valore nullo.

Valutato così lo stato di coazione imposto è stato studiato sperimentalmente il comportamento del tubo sotto carico idraulico.

I tronchi da sperimentare vennero disposti orizzontalmente e appoggiati su selle o muretti riproducenti le condizioni in opera. La messa a carico veniva effettuata riempiendo d'acqua in pressione l'intercapedine esistente tra l'intradosso del tubo in prova e un controtubo interno in lamiera metallica convenientemente rinforzata. La tenuta era assicurata da speciali guarnizioni ad U in gomma entro cui erano alloggiati tubi di para pure messi in carico da una pompa ausiliaria. Tutto il complesso era ammassato alla fondazione così da riportare su di essa la spinta di galleggiamento sul controtubo.

Una attrezzatura di misura flessimetrica ed estensimetrica ha permesso di rilevare le deformate dei tubi ed i valori delle sollecitazioni alla pressione d'esercizio ed alle pressioni superiori.

Fino nei pressi della pressione di rottura l'accordo con i dati teorici si è dimostrato soddisfacente.

Non sono state osservate anomalie e i tubi permanevano in regime perfettamente elastico e lineare.

Il collasso si è manifestato, in tutte le prove eseguite, con una fessura rettilinea interessante improvvisamente tutta una generatrice a-45° sull'orizzonte, cioè in corrispondenza della sezione in cui per l'annullarsi del momento flettente è presente solo una sollecitazione di trazione praticamente uniforme.

Mantenendo il carico costante si verificano pressochè immediatamente la fessurazione lungo la generatrice simmetrica ed in seguito altre fessure in chiave e in altri punti del tubo.

Le esperienze hanno altresì confermato le note capacità di autoriparazione del tubo anche nel caso di fessure multiple: infatti anche in questo caso, vuotato il tubo a fessurazioni avvenute, poi di nuovo riempitolo e messo in carico le perdite non hanno ripreso a manifestarsi se non alla pressione cui corrispondeva una sollecitazione nulla nel calcestruzzo, pressione che nei nostri casi superava notevolmente quella prevista per l'esercizio.

I giunti di tenuta e di dilatazione

Un campo di indagine prettamente sperimentale era costituito dalla messa a punto di tipi di giunto che assicurassero una perfetta tenuta anche in presenza di spostamenti delle testate causati dalla temperatura, dalla contrazione longitudinale e da eventuali piccoli cedimenti anelastici delle fondazioni.

L'attrezzatura di prova consentiva di regolare in modo indipendente la pressione dell'acqua e gli spostamenti dei due tronchi.

Sono stati così studiati per i tubi Nervi e Droghetti e Masotti diversi tipi di giunti in duritect costruiti secondo le indicazioni date dalla Società SAPIM o direttamente dal personale del nostro Istituto: alcuni di questi giunti hanno dato ottimi risultati assicurando la perfetta tenuta per pressioni anche due volte superiori alla pressione d'esercizio e in presenza di spostamenti assiali fino a 4 mm.

Conclusioni

Trarre una conclusione dalla serie di esperienze esposte non è agevole: esse sono, per così dire, molto disperse ed ognuna richiederebbe una sua conclusione specifica.

Prese nel loro complesso, esse dimostrano peraltro come anche nei casi di strutture di estrema semplicità concettuale quale è quella dei tubi, e il ragionamento si estende a tutte le strutture, l'esperienza riveli l'influenza di una molteplicità di fattori, soprattutto tecnologici, non valutabili a priori e la cui importanza tecnica ed economica è indubbiamente rilevante.

È forse pertanto soprattutto l'esperienza, sistematicamente condotta ed intelligentemente interpretata, che potrà offrire a questi tipi di strutture possibilità di miglioramenti e di progressi.

ENZO LAULETTA

BIBLIOGRAFIA

- G. TURAZZA: *Contributo al calcolo dei tubi in cemento armato precompresso*. « Giorn. Genio Civile », luglio 1952.
KENNISON HUGH: *Design of Prestressed Concrete Cylinder Pipe*. « Journal of A.W.W.A. », novembre 1950.
ROSS C. W.: *Tests of prestressed concrete Pipe Containing a steel Cylinder*. « Journal of A. C. I. », settembre 1945.
SEEMAN E.: *Tests of prestressed concrete Cylinder Pipe*. « Journal of A. W. W. A. », novembre 1950.
SEEMAN E.: *Tentative standard - specification for reinforced concrete water-pipe steel cylinder type, prestressed*.
« Journal of A. W. W. A. », dicembre 1949.
I. R. S. I. A.: *Travaux du Comité pour l'étude du fluage des métaux*. Bruxelles, luglio 1953.

DETERMINAZIONI SPERIMENTALI DELLA CADUTA DI TENSIONE SU TRAVI IN CONGLOMERATO PRECOMPRESSO

In due precedenti note apparse sul *Giornale del Genio Civile* (fasc. 10^o, ottobre 1953) si è riferito sui risultati di numerose esperienze su due gruppi di travi in c.a. precompresso con sistema Freyssinet eseguite allo scopo di determinare la curva caduta di tensione-tempo. Il primo gruppo è di ventisette travi (figg. 1, 2, 3), prefabbricate a pie' d'opera, di m 18 di luce e m 3 d'interasse; il secondo gruppo è costituito da un minor numero di travi (dodici) ma molto più importanti (m 30 di luce, interasse 5,70) costruite in opera ed atte a sopportare un sovraccarico utile di 300 kg/m^2 (figg. 4, 5, 6). Mentre per il primo gruppo, attese le modalità di costruzione, risultò



Fig. 1. — Interno di uno dei padiglioni.

agevole la misura delle deformazioni in tutti i punti della sezione trasversale (escluso il solo lembo inferiore) per il secondo si rinunziò, per non rallentare il ritmo costruttivo dell'impresa assuntrice, a basi estensimetriche in corrispondenza della suola superiore della trave (fig. 6) e quindi i valori delle deformazioni si ricavarono costà ritenendo rispettato il principio della conservazione delle sezioni piane; all'atto del tracciamento del diagramma giocarono però scarti che, benchè piccoli in valore assoluto e tali da non inficiare apprezzabilmente il suddetto principio, erano

tuttavia percentualmente importanti specie all'estremo superiore dove il tiro il valore delle sollecitazioni è pressochè nullo; nei giorni successivi al tiro al crescere delle deformazioni, gli scarti sono percentualmente trascurabili di modo che il procedimento seguito diventa sufficientemente approssimato. Una seconda causa di errore consiste nell'aver ritenuto uniforme la distribuzione delle sollecitazioni nella suola in senso trasversale. Principalmente a queste due cause, tra le altre elencate in calce alla citata Nota, sembrò doversi attribuire la differenza di andamento del diagramma $\Delta N/l$ ricavato per i due gruppi di travi (figg. 7 e 8), in quanto che essa è sensibile proprio in prossimità dell'asse delle ordinate corrispondente ai primi giorni dopo la messa in tensione.

Le esperienze oggetto della presente Nota hanno avuto lo scopo di indagare su quanto esposto: sfruttando la circostanza che tre travi facenti parte del secondo gruppo sono state realizzate con due anni di ritardo per l'impedimento di un ricovero antiaereo in corso di demolizione, si sono proseguite le esperienze precedenti determinando direttamente con ulteriori basi estensimetriche le formazioni della suola superiore della trave.

Questa terza serie di misure, del tutto analoga alle precedenti, ha permesso così di stabilire attraverso l'effettivo valore della deformazione l'attendibilità delle ipotesi innanzi formulate e la loro influenza sul risultato finale; al lume dei nuovi risultati, si sono inoltre rivisti i valori delle deformazioni assegnate alle travi già esaminate: modificando in conseguenza i valori ottenuti per le cadute di tensione queste risultano sensibilmente diminuite al tiro.

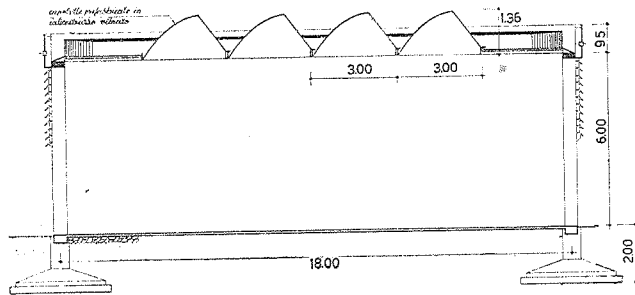


FIG. 2. — Sezione trasversale.

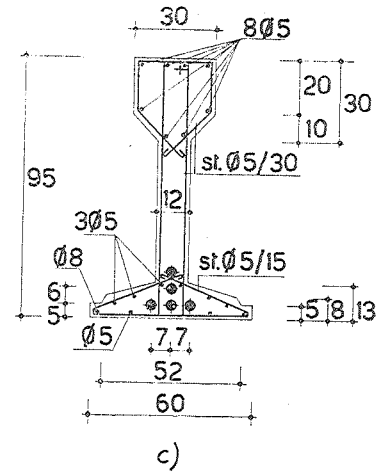


FIG. 3. — Sezione in mezzzeria.

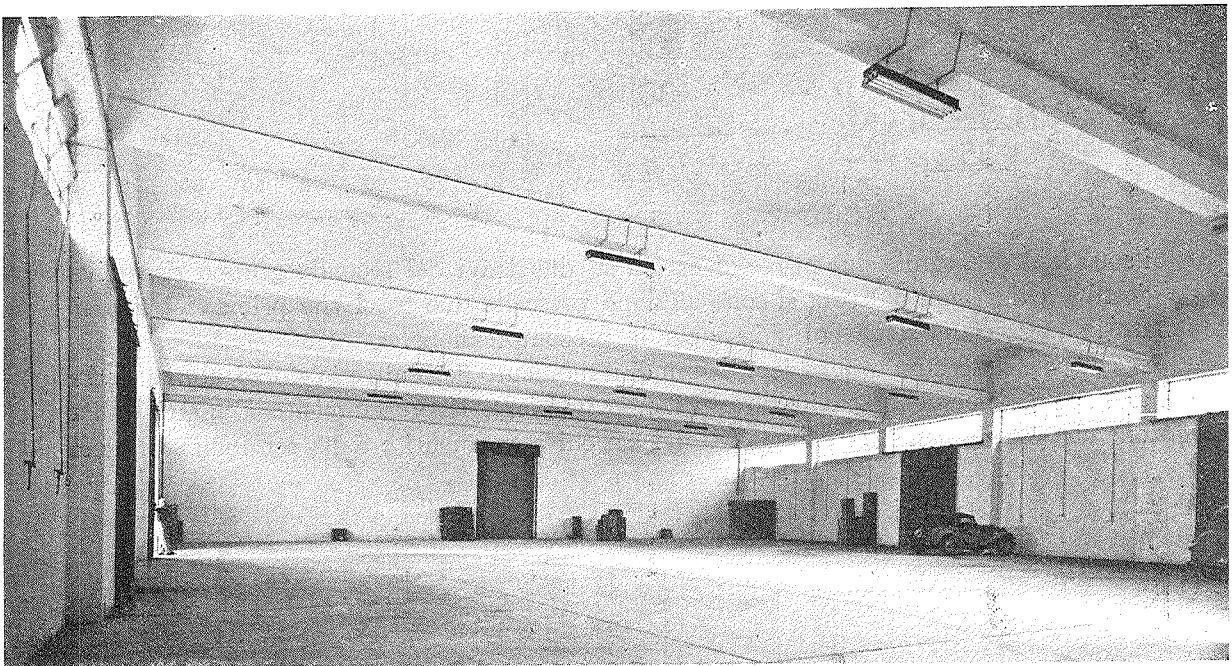


FIG. 4. — Interno del capannone.

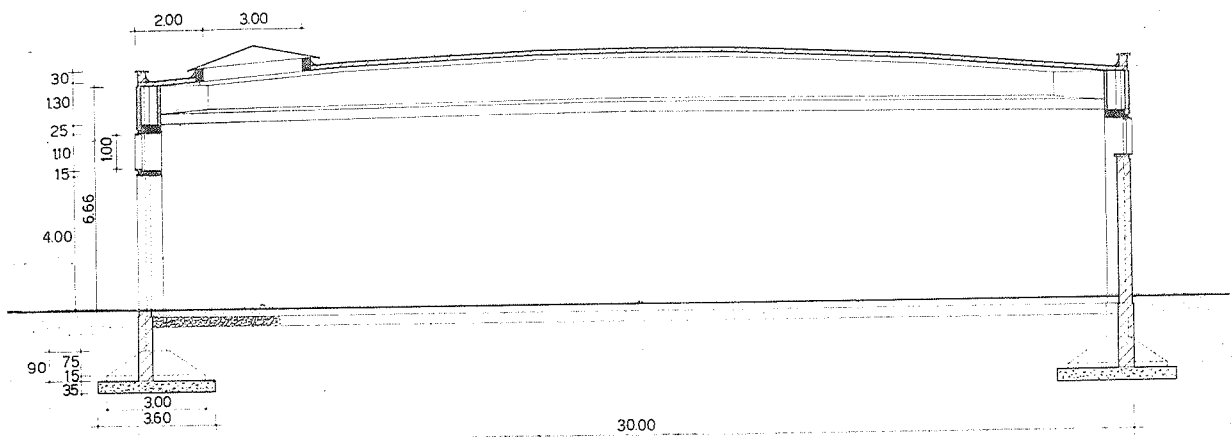


FIG. 5. — Sezione trasversale.

Nel diagramma della figura 9 si è compendiato in diagramma il risultato finale tracciando la linea a tratto pieno che si differenzia da quella già ricavata (fig. 8) a tratto e punto: al tiro la caduta di tensione si è ridotta dal 15 al 9,6 % (valore a cui va aggiunto il 7,8 % per attrito). Per il resto l'errore è risultato inferiore all'approssimazione del metodo adottato.

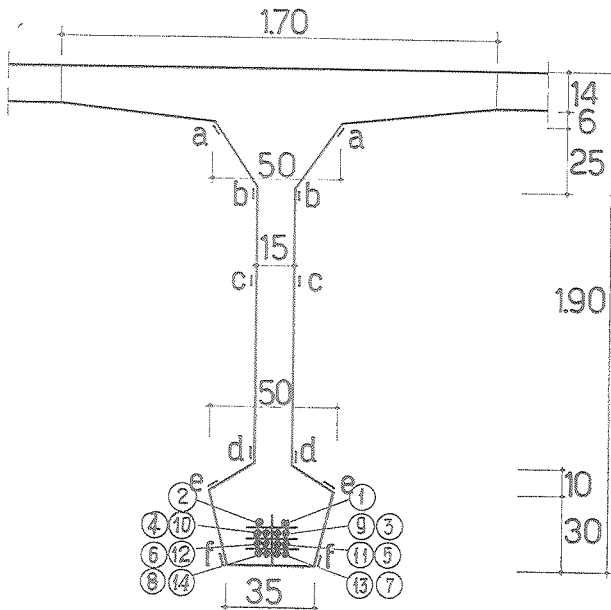


Fig. 6. — Sezione trasversale in mezzeria.

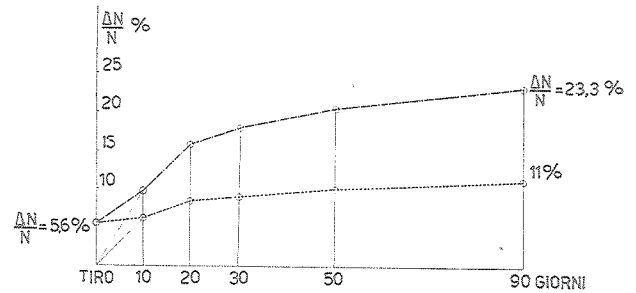


Fig. 7. — Cadute percentuali di tensione nel tempo.

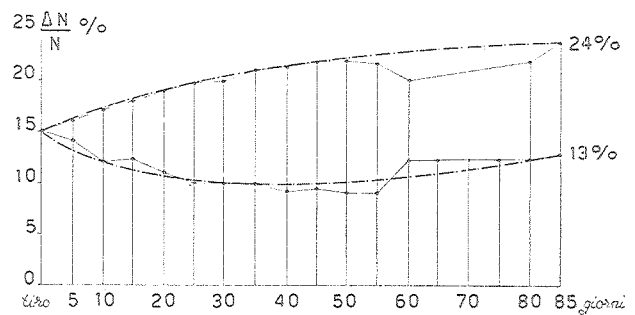


Fig. 8. — Diagramma cadute di tensione/tempo.

Si sono inoltre eseguite due prove di carico su due travi del secondo gruppo rispettivamente a 50 giorni e a due anni dal tiro; si sono all'uopo prescelte due travi che prima del tiro si erano lesionate in mezzeria: lesione poi chiusa per la precompressione.

Per esse si è determinato il carico, e quindi il momento flettente e lo sforzo normale corrispondente alla riapparizione della cavillatura al lembo inferiore. Il procedimento è affetto dall'approssimazione che risiede nelle determinazioni dei carichi permanenti e dalla sensibilità di rivelazione

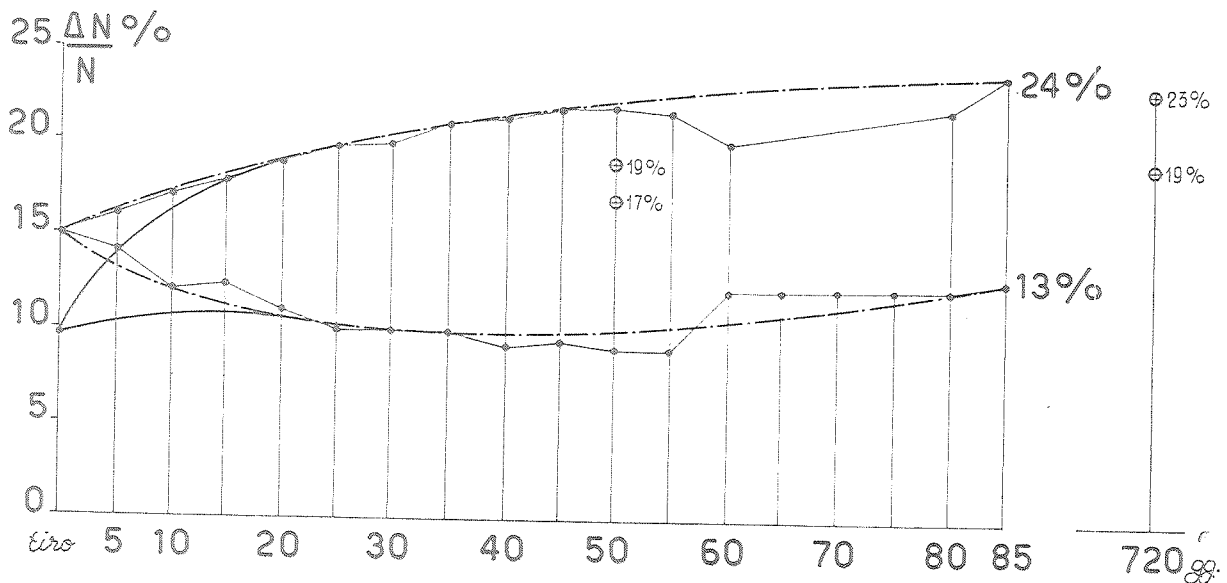


Fig. 9. — Diagramma cadute di tensione/tempo di fig. 8 corretto.

della lesione. Valutati i limiti, superiore ed inferiore, dell'approssimazione connessa alla prova la caduta di tensione, al lume dei risultati, è compresa tra il 19 ed il 23 % a due anni e tra il 17 ed il 19 % dopo 50 giorni (sempre oltre l'attrito valutato nella misura del 7,8 %). I punti corrispondenti del piano $\Delta N/t$ sono riportati in figura 9 ed appaiono in buona armonia con il complesso dei risultati estensimetrici.

COMPORTAMENTO DI TRAVI IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO ALLA FLESSIONE STATICA E ALLA FLESSIONE OSCILLANTE

Le prove di cui tratta la Nota, eseguite nello Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Roma, hanno dato origine ad alcuni risultati di carattere generale che ritengo di indubbio interesse.

I miei Assistenti, Antonio Benini e Domenico Gentiloni Silverj hanno operato in stretta collaborazione, come è frequente ed opportuno nella complessa ricerca scientifica moderna. Ho affidato al primo la redazione delle prove statiche ed al secondo quella delle prove dinamiche.

A. GIANNELLI

Sono state eseguite presso l'Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Roma alcune prove su una trave costituita da due nervature prefabbricate di cemento armato precompresso (fig. 1), collegate superiormente da una soletta di conglomerato gettata in opera (1).

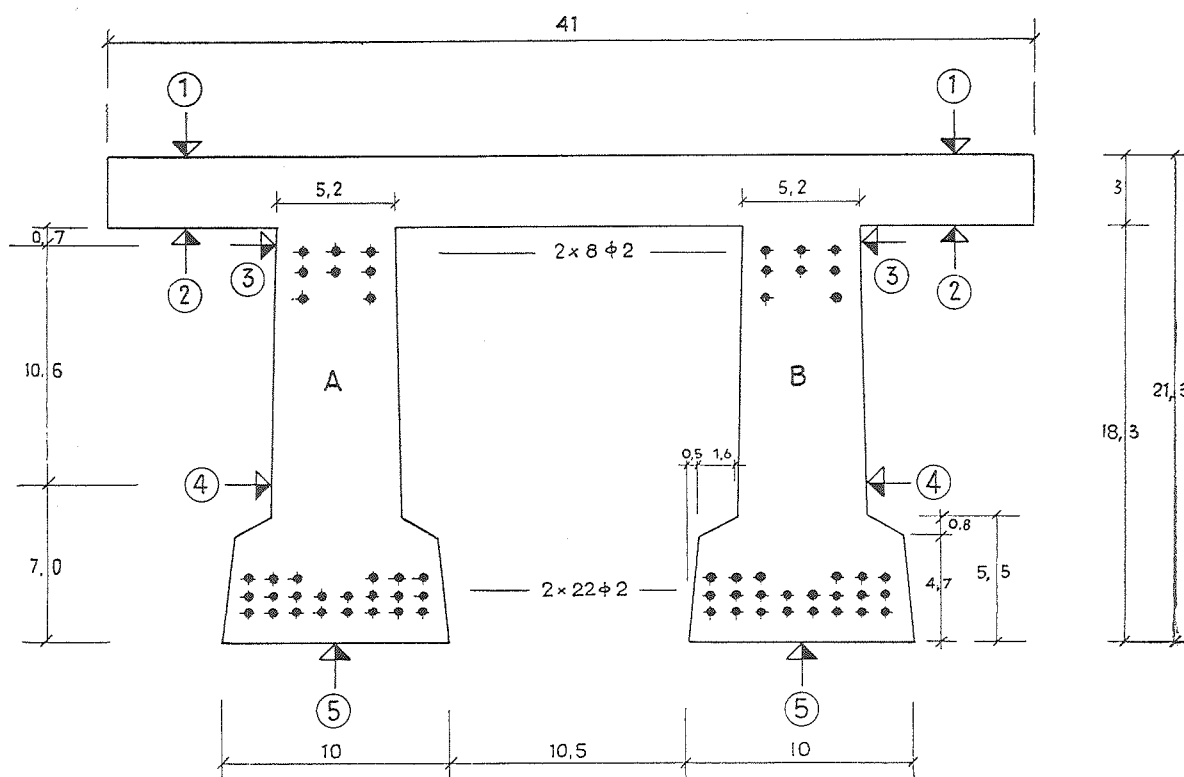


FIG. 1. — Sezione della trave sperimentata e posizione degli estensimetri.

La precompressione di tali nervature è ottenuta mediante fili di acciaio ad alto limite elastico senza ancoraggi terminali.

All'epoca delle prove la precompressione (secondo le indicazioni della Ditta costruttrice) doveva essere rappresentata da un diagramma trapezio con tensioni di $+ 20$ e $+ 110 \text{ kg/cm}^2$ nel calcestruzzo, rispettivamente al lembo superiore ed inferiore.

La trave composta sperimentata, di lunghezza totale $m\ 5$, era semplicemente appoggiata su una luce di $m\ 4$ e presentava quindi due sbalzi di $m\ 0,50$ (figg. 2 e 3).

(1) Le nervature sono state gentilmente fornite dalla Ditta S.C.A.C. ed erano del tipo T.A.S. 18.

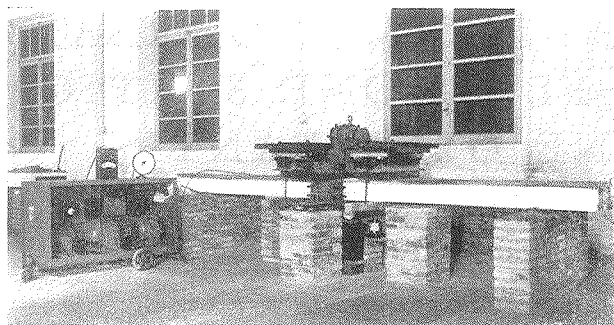


FIG. 2. — Installazione per le prove di flessione oscillante. Si notano: la vibrodina e le masse concentrate sulla trave; a fianco, il gruppo convertitore con l'hertzimetro ed il wattmetro.

Scopo della ricerca era di saggiare il comportamento di travi in c.a.p. a fili aderenti a flessione oscillante; si sono ripetute per alcuni milioni di cicli sollecitazioni spinte oltre il momento di esercizio, provocando l'oscillazione della trave mediante una vibrodina.

Successivamente la struttura è stata portata a rottura.

Il complesso delle esperienze ha dato luogo anche ad alcune osservazioni e considerazioni che si ritiene abbiano interesse autonomo e generale.

I. Prove sui materiali

Provini di calcestruzzo, ricavati mediante mola al carborundum dall'anima della *nervatura* nella zona non armata, hanno dato i seguenti risultati:

Prova di elasticità su un provino prismatico $cm\ 5 \times 5 \times 15$:

$\sigma\ (kg/cm^2)$	$E\ (kg/cm^2)$	$\epsilon\ \text{residuo}\ (‰)$
da 0 a 50	258.000	≈ 0
da 0 a 100	244.000	≈ 0
da 0 a 150	233.000	0,017

Prova di rottura su provini cubici spigolo $cm\ 5$:

in media	$\sigma_R = 393\ kg/cm^2$
peso di volume	$\gamma = 2250\ kg/m^3$
peso della nervatura.....	$\phi = 28,5\ kg/m$

La *soletta* avente sezione di $cm\ 3 \times 41$ è stata gettata in sito impiegando cemento A. R. in proporzione di $350\ kg/m^3$, rapporto acqua/cemento = 0,43.

Un provino prismatico di $cm\ 10 \times 10 \times 20$ formato con il conglomerato della soletta, ha dato i seguenti risultati a 80 giorni di stagionatura:

Prova di elasticità:

$\sigma\ (kg/cm^2)$	$E\ (kg/cm^2)$	$\epsilon\ \text{residuo}\ (‰)$
da 0 a 100	231.000	—
da 0 a 150	201.000	0,017

Resistenza a rottura	$\sigma_R = 397\ kg/cm^2$
Peso di volume	$\gamma = 2.260\ kg/m^3$

Campioni dell'acciaio ad alto limite elastico, di diametro $2\ mm$, impiegato nelle armature pretese superiore ed inferiore della nervatura hanno dato i seguenti carichi di rottura:

arm. superiore (media 3 provini)	$\sigma_R = 205\ kg/mm^2$
arm. inferiore (media 3 provini)	$\sigma_R = 212\ kg/mm^2$

II. Prove statiche iniziali

La trave è stata sollecitata (fig. 3) da due carichi praticamente concentrati, simmetricamente disposti, alla distanza di $cm\ 50$ dalla mezzzeria, in modo da avere il tronco centrale a momento flettente costante.

Si è proceduto alla misura delle frecce in mezzzeria mediante flessimetro (tabella I) e si è rilevato il diagramma delle deformazioni unitarie locali e nella medesima sezione mediante dieci

estensimetri Huggenberger disposti sulla soletta e su entrambe le nervature (fig. 1). Tutti gli estensimetri erano montati su calcestruzzo poichè anche al lembo inferiore le tensioni di trazione rimanevano molto al disotto di quelle della precompressione.

Nelle tabelle dei risultati, oltre alle grandezze dei carichi, sono riportati i valori dei momenti flettenti massimi M .

Dalla tabella I si rileva il *comportamento elastico* della struttura (residuo circa 2 %). I valori della rigidezza $EI = \frac{39}{284} \frac{Ml^2}{\delta}$ dedotti dalla esperienza indicano, come prevedibile, una lieve riduzione di E al crescere delle sollecitazioni, dovendosi ritenere $I = \text{costante}$ (sezione interamente reagente).

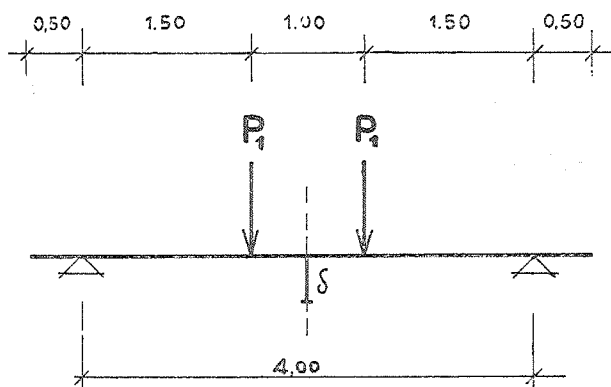


Fig. 3. — Posizione dei carichi concentrati.

TABELLA I

Prove statiche iniziali: rigidezze

P_1 kg	M kgm	δ mm	EJ tm ²
0	0	0	—
105	158	0,55	467
310	465	1,71	442
596	894	3,42	424
0	0	0,07	—

I valori $10^5 \cdot \epsilon$ rilevati dagli estensimetri sulle due facce A e B della trave, sono raccolti nella tabella II; i valori medi danno nella figura 4 i diagrammi delle ϵ sull'altezza della sezione per i diversi valori di M . Un valore anomalo si ha solamente per l'estensimetro 2 A al primo carico.

I diagrammi rendono evidenti la *conservazione delle sezioni piane* e la *permanenza dell'asse neutro* per sezione non parzializzata.

È sempre interessante istituire un confronto fra i risultati sperimentali e le deduzioni del calcolo classico del c. a.

Si ammette che la sezione sia interamente reagente e che i coefficienti di omogeneizzazione riferiti al conglomerato della nervatura siano:

per la soletta (rapporto tra i valori misurati sui prismi):

$$\frac{E_s}{E} = \frac{230.000}{260.000} = 0,88$$

TABELLA II

Prove statiche iniziali: deformazioni unitarie

P_1	M	$10^5 \cdot \epsilon$														
		A					B					media				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0	0	—	—	—	+	+	—	—	—	+	+	—	—	—	+	+
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
105	158	3,0	1,2	2,3	0,8	3,2	3,6	2,7	2,2	0,9	3,3	3,3	2,0	2,3	0,9	3,3
310	465	10,8	7,2	7,5	2,7	10,7	11,3	9,2	6,8	2,9	11,2	11,6	8,2	7,2	2,8	10,9
596	894	22,6	15,1	14,9	6,1	21,9	23,2	19,0	13,7	6,4	23,5	22,9	17,0	14,3	6,3	22,7
0	0	2,9	—	1,7	—	0,3	1,6	3,2	1,2	—0,8	2,6	2,4	—	1,4	—	1,4

per le armature (acciai ad elevato limite elastico):

$$\frac{E_t}{E} = \frac{1.900.000}{260.000} \simeq 7.$$

Con queste ipotesi si ottiene:

distanza dell'asse baricentrico dal lembo superiore $y_G = 9,9 \text{ cm}$

momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico $I = 18.500 \text{ cm}^4$

rigidezza (per $E = 260.000$, dai provini) $EI = 480 \text{ t} \cdot \text{m}^2$

Si notano due elementi di discordanza con la esperienza: l'asse di rotazione sperimentale (asse neutro della sola flessione imposta) è più basso, intorno a $\text{cm } 11,2$ dal lembo superiore.

I valori sperimentali di EI sono alquanto inferiori.

L'esperienza dimostrerebbe quindi una non completa partecipazione della soletta gettata in un secondo tempo.

Un nuovo calcolo condotto applicando un coefficiente di riduzione di 0,75 all'area della soletta ha portato:

$$y_G = 10,6 \text{ cm} \quad I = 16.900 \text{ cm}^4 \quad EI = 440 \text{ t} \cdot \text{m}^2.$$

Valori $W_i = \frac{I}{y_i} (\text{cm}^3)$ per le cinque posizioni degli strumenti:

$$\begin{aligned} W_1 &= 1.610 & W_2 &= 2.260 & W_3 &= 2.490 \\ W_4 &= 4.420 & W_5 &= 1.560. \end{aligned}$$

Nella tabella III le $\sigma_t = \frac{M}{W} \cdot n$ sono le tensioni teoriche, essendo $n = 0,88$ (strumenti 1, 2), $n = 1$ (strumenti 3, 4, 5).

Le $\sigma_s = E \varepsilon_m$ sono le tensioni sperimentali, essendo ε_m i valori medi della tabella II e assumendo per E i valori ricavati dai provini.

Si ritiene molto soddisfacente la concordanza rivelata dalla tabella III: essa è ottima per il gradino intermedio di carico mentre i lievi scarti ai gradini inferiore e superiore sono coerenti con le corrispondenti presumibili variazioni del modulo di elasticità.

TABELLA III

Confronto fra tensioni teoriche e sperimentali

M	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
	$-\sigma_s$	$-\sigma_t$	$-\sigma_s$	$-\sigma_t$	$-\sigma_s$	$-\sigma_t$	$+\sigma_s$	$+\sigma_t$	$+\sigma_s$	$+\sigma_t$
158	7,6	8,6	—	6,1	6,0	6,3	2,3	3,6	8,6	10,1
465	26,6	25,3	18,9	18,0	18,7	18,7	7,3	10,5	28,4	29,8
894	52,6	48,6	39,1	34,6	37,2	35,9	16,4	20,2	59,0	57,3

Solo per lo strumento 4 i valori sperimentali sono scarsi e ciò era già chiaramente visibile nel diagramma della figura 4; se in detto diagramma si uniscono i valori indicati dagli strumenti (3) e (5), l'asse di rotazione si sposta intorno al valore calcolato $y_G = 10,6 \text{ cm}$.

Considerando infine che il valore ottenuto per la rigidezza EI si inserisce ottimamente tra i valori sperimentali della tabella I, si può concludere che le ipotesi poste a base del secondo calcolo interpretano fedelmente l'esperienza.

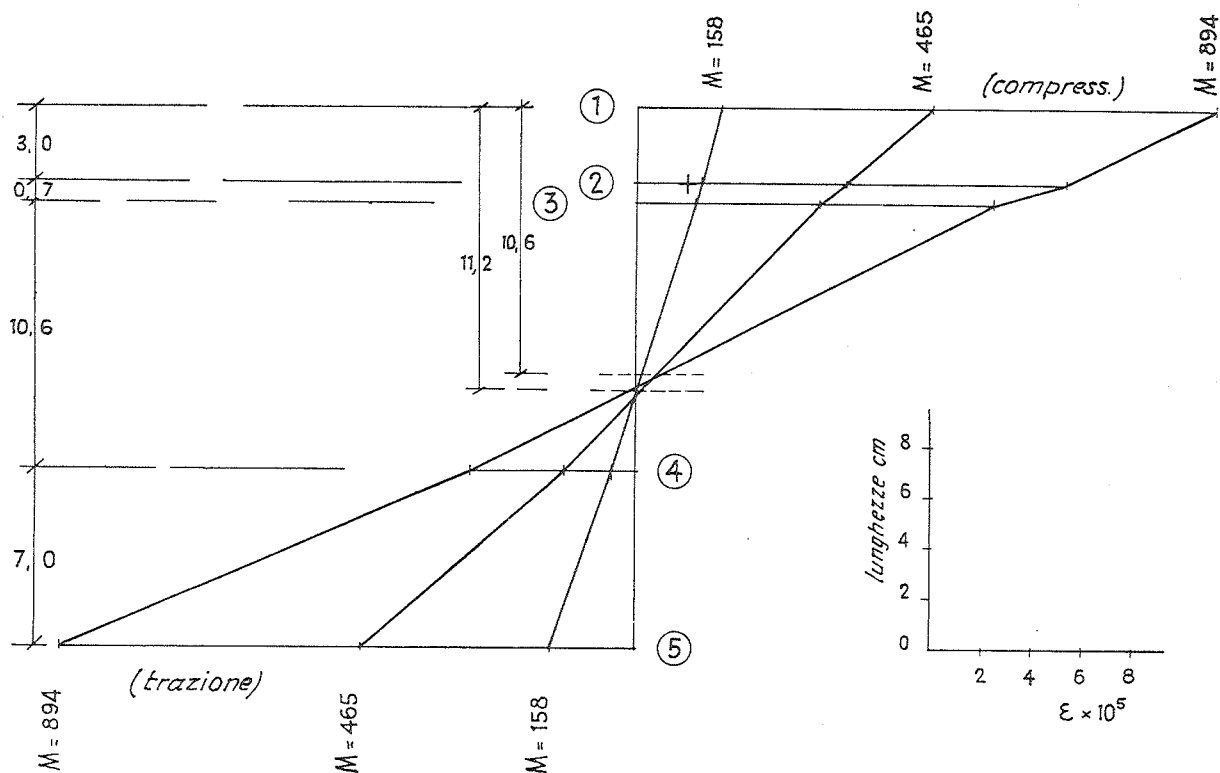


FIG. 4. — Prove statiche iniziali: diagrammi delle deformazioni unitarie.

Con il valore di W_5 trovato, e con il valore presunto della precompressione si ottengono i seguenti momenti caratteristici:

momento utile (che annulla la precompressione al lembo inferiore):

$$M_u = 1.560 \times 110 = 172.000 \text{ kgcm}$$

momento di fessurazione (per una resistenza a trazione di 25 kg/cm^2):

$$M_f = 1.560 \times 135 = 210.000 \text{ kgcm} .$$

III. Prove di flessione oscillante

I. PREMESSE.

Le oscillazioni erano impresse da una Vibrodina Losenhausen tipo 415/75 direttamente portata dalla trave in mezzeria (fig. 5).

Come è noto, tale macchina è costituita essenzialmente da due volani ruotanti in senso opposto e recanti masse eccentriche simmetricamente calettate, di modo che le componenti verticali della forza centrifuga si sommano e costituiscono la forza eccitatrice, mentre le componenti orizzontali si eliminano. Il motore è a corrente continua con velocità finemente regolabile.

La forza eccitatrice è oscillante con legge sinusoidale e la sua ampiezza è variabile — a parità di masse eccentriche — con il quadrato della frequenza f ; $F = K f^2 \sin 2\pi f t$, dove K dipende dall'entità ed eccentricità delle masse.

Gli oscillogrammi degli spostamenti sono stati registrati mediante un vibrografo Rabut e due «tasti-sonda» Askania montati su supporto fisso (fig. 6). Contemporaneamente venivano effettuate misure di frequenza (con un frequenzimetro collegato all'asse di rotazione della vibrodina) e della potenza assorbita dal motore (con un wattmetro di precisione).

L'intera installazione è visibile nelle figure 2 e 5.

Nelle varie prove ci si è proposto di far oscillare il momento flettente M della sezione più sollecitata (mezzeria) entro prefissati valori minimi M' , massimi M'' .



FIG. 5. — Vibrodina applicata alla trave. Registratori Askania e Rabut.

funzione anche del tempo t , l'oscillazione armonica forzata a regime sotto l'azione della forza F primadetta, può essere rappresentata notoriamente dalla:

$$y(x, t) = \delta z(x) \sin(2\pi ft - \varphi)$$

Si indica in essa: con δ lo spostamento massimo (ovvero ampiezza di oscillazione) della mezzeria, con $z(x)$ la forma della linea elastica (funzione adimensionale della sola posizione del punto,

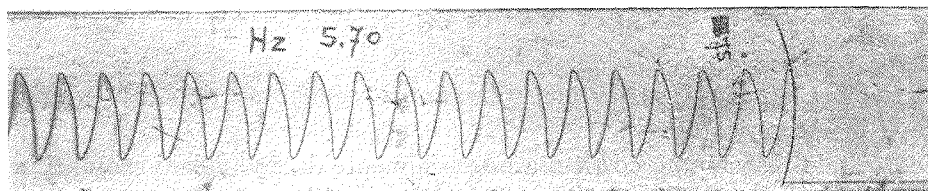


FIG. 6. — Esempio di oscillogramma armonico.

cui la deformata è affine in ogni istante), con φ lo sfasamento nel tempo tra forza eccitatrice e spostamento in dipendenza dello smorzamento della struttura.

In tal caso le forze esterne d'inerzia sono date da espressioni del tipo $\frac{1}{g} d\dot{p} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ per quanto riguarda i pesi elementari distribuiti $d\dot{p}$, e

$$\frac{1}{g} P \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

per quanto riguarda i pesi concentrati P .

Per evitare tensioni di trazione nella soletta superiore non precompressa e non armata, i valori di M' dovevano essere non negativi; era poi conveniente mantenere M' prossimo a zero, mentre ad M'' venivano dati valori gradualmente crescenti nelle successive serie di cicli.

Occorreva pertanto che l'oscillazione avvenisse intorno ad un momento M_o base o di riferimento, ottenuto con l'applicazione statica di pesi: peso proprio $p = 85 \text{ kg/m}$ della trave, peso P in mezzeria comprendente anche la vibrodina e i suoi attacchi, due pesi P_r disposti nelle sezioni a 50 cm dalla mezzeria (fig. 8). Chiamando M_D il momento flettente dinamico e ammettendo che esso vari simmetricamente, si ricava:

$$M_o = \frac{1}{2} (M' + M'')$$

$$M' \quad , \quad M'' = M_o \pm M_D$$

$$M_D = M'' - M_o = M_o - M'$$

Il momento flettente M_D calcolato come di consueto in funzione delle forze esterne, dipende in generale dalle forze d'inerzia delle masse oscillanti e dalla forza eccitatrice; il calcolo può essere condotto come segue.

Indicando con $y(x, t)$ l'equazione della deformata elastica dinamica della trave, in

Se la frequenza f della forza eccitatrice — che è quella di oscillazione della struttura — coincide con la frequenza propria f_0 della struttura medesima (condizione di risonanza), risulta $\varphi = \frac{\pi}{2}$ e quindi:

$$y(x, t) = \delta z(x) \cos 2\pi f t$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -4\pi^2 f^2 \delta z(x) \cos 2\pi f t.$$

In risonanza la grandezza della forza eccitatrice è molto piccola rispetto alle forze di inerzia ed è « in quadratura » con esse, come risulta dalle precedenti espressioni.

È quindi praticamente esatto calcolare il valore massimo M_D nell'istante $\cos 2\pi f t = 1$ in cui, essendo massime la elongazione e l'accelerazione, le forze d'inerzia sono massime mentre la F è nulla. S'intende che la F è necessaria per conservare il moto a regime rifornendo il sistema oscillante dell'energia dissipata per effetto dello smorzamento.

Per ottenere valori rilevanti di M_D , le esperienze sono state eseguite o in risonanza o molto vicino a tale condizione; nell'oscillogramma della fig. 7 si nota la forte diminuzione dell'ampiezza per scostamenti relativamente lievi dalla frequenza di risonanza. La forza eccitatrice, quindi, risultava nulla o del tutto trascurabile.

La forma $z(x)$ dipende naturalmente dalla distribuzione delle forze d'inerzia agenti: non occorre risolvere il problema in modo esatto poichè non è difficile assegnare un'espressione bene approssimata.

Nel nostro caso si è assunto (fig. 8)

$$z(x) = \sin \pi \frac{x}{l}$$

per il tronco fra gli appoggi e

$$z(x) = \pi \frac{x}{l}$$

per gli sbalzi che, data la loro piccola importanza, sono stati supposti rigidi e raccordati al tronco fra gli appoggi.

Nell'istante di massima elongazione, si ha quindi:

$$M_D = \frac{1}{g} 4\pi^2 f^2 \delta \left(P \frac{l}{4} + P_1 a \sin \pi \frac{a}{l} + \frac{1}{\pi^2} p l^2 + \frac{\pi}{3} p b^2 \frac{b}{l} \right) = a f^2 \delta$$

nella quale si riconoscono facilmente i termini dovuti ai pesi P , P_1 , p mentre il quarto termine fornisce il contributo degli sbalzi le cui forze di inerzia generano due momenti eguali sugli appoggi.

Se δ_1 è lo spostamento del punto d'applicazione di P_1 , per la sinusoide assunta si ottiene:

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \sin \pi \frac{a}{l} = 0,924;$$

per la parabola cubica dovuta a un solo carico concentrato in mezzeria si avrebbe $\frac{\delta_1}{\delta} = 0,915$.

Durante le prove si misurarono valori di $\frac{\delta_1}{\delta}$ variabili da 0,91 a 0,92 al crescere del rapporto P_1/P .

Il limitato campo di variazione di $\frac{\delta_1}{\delta}$ e l'ottima concordanza con la esperienza giustificano la espressione assunta per $z(x)$.

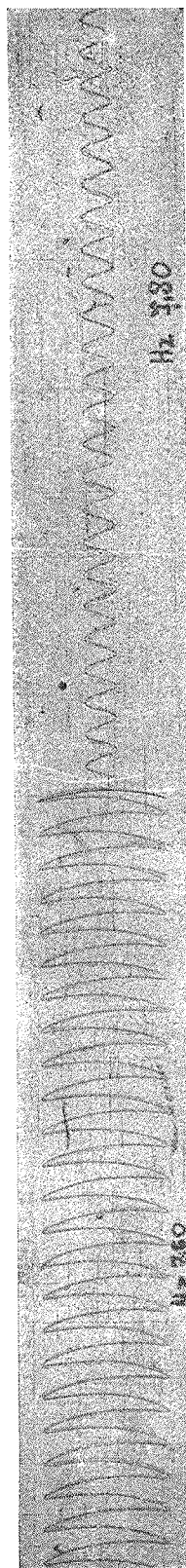


Fig. 7. — Variazione dell'ampiezza di oscillazione in prossimità della frequenza di risonanza.

Per riassumere, i valori prestabiliti di M' , M'' impongono la realizzazione di un momento base M_0 e di un momento dinamico M_D .

La distribuzione di pesi richiesta da M_0 determina insieme, nella espressione di M_D il coefficiente α e la f , frequenza di risonanza della trave così caricata. Regolando poi opportunamente le masse eccentriche della vibrodina, si modifica l'ampiezza di oscillazione δ fino a raggiungere il valore M_D voluto.

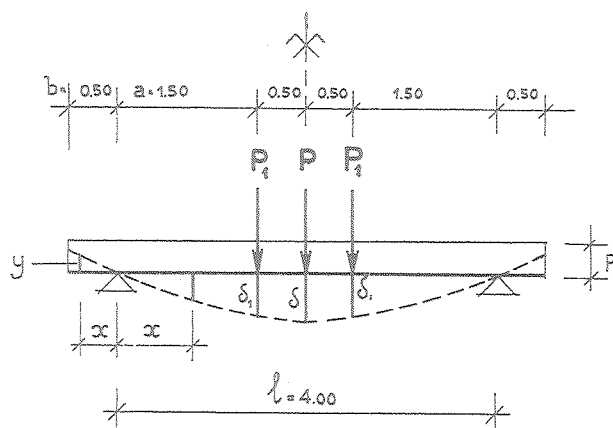


FIG. 8. — Prove di flessione oscillante: distribuzione delle masse e deformata dinamica.

2. RISULTATI.

L'intera prova risultò composta di tre serie di cicli caratterizzate da valori crescenti di M'' .

I dati di ciascuna serie sono raccolti nella tabella IV. Nel primo milione di cicli M'' fu appena inferiore al momento di fessurazione presunto ($M_f = 2100 \text{ kgm}$).

Seguirono due serie di mezzo milione e un milione di cicli, nelle quali fu superato M_f , delle quali la seconda fu spinta sino a $M'' = 1,33 M_f$.

Sono riportate le tensioni corrispondenti ad M' e M'' assumendo ora come positive le ten-

sioni di compressione: quelle al lembo inferiore (punto 5) sono calcolate sottraendo dai valori M la precompressione presunta di 110 kg/cm^2 , e cioè nell'ipotesi di sezione interamente reagente, anche nelle serie B e C in cui la resistenza a trazione del conglomerato era certamente superata.

I risultati numerici più significativi dell'intera prova sono raccolti nelle tabelle V_A, V_B, V_C; in pratica ogni serie venne ad essere frazionata in gruppi.

Nel corso di ogni gruppo le caratteristiche dinamiche del sistema, frequenza propria e corrispondente spostamento, andavano gradualmente modificandosi.

I valori di f e δ delle tabelle V furono rilevati all'inizio di ogni gruppo ed alle progressive indicate. A ogni rilevamento corrisponde un valore del momento dinamico: poichè, entro ogni serie, tali valori non sono molto discosti, nella tabella IV è stata riportata la media ponderale ottenuta assumendo come peso il numero dei cicli effettuato tra ogni rilevamento e quello precedente.

Si nota che lo scarto percentuale fu sempre modesto.

TABELLA IV

Prove di flessione oscillante: quadro riassuntivo

Serie	Numero dei cicli	P kg	P ₁ kg	M ₀ kgm	α kg	M _D kgm	M'	M'' kgm	Punto 1		Punto 5	
									σ'_1	σ''_1	σ'_5	σ''_5
									kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²
A	940.000	520	215	1.000	3.850	± 1.000 5.5 %	0	2.000	0	+ 124	+ 110	— 18
B	460.000	520	524	1.470	5.580	± 980 1.5 %	490	2.450	+ 30	+ 152	+ 79	— 57
C	1.000.000	520	524	1.470	5.580	± 1.320 5.5 %	150	2.790	+ 9	+ 173	+ 100	— 69

I richiami di cui all'ultima colonna delle tabelle V si riferiscono alle osservazioni seguenti:

(1) Si rileva sotto i carichi laterali P_1 la freccia $\delta_1 = 2,88 \text{ mm}$; quindi risulta $\delta_1/\delta = 0,91$.
(2) Nell'intorno della progressiva 350.000 si nota una più rapida diminuzione di f da 8,90 a 8,65 Hz.

(3) All'inizio della serie B appare un caratteristico fenomeno di instabilità nella conservazione del regime di risonanza. Dopo aver raggiunto come di consueto mediante la graduale

regolazione del numero di giri della vibrodina, la frequenza di risonanza (riconoscibile dalla massima ampiezza di oscillazione e dalla massima potenza assorbita) si verificava spontaneamente una brusca caduta di quei due valori con variazione di frequenza non apprezzabile. Opportuni ritocchi ai reostati di regolazione della velocità della vibrodina consentivano di reagire a tale tendenza, riportando e mantenendo l'ampiezza δ al valore massimo voluto.

(4) Il fenomeno di instabilità di cui sopra si accentua fortemente.

(5) Durante una sosta della prova si rilevano per la prima volta delle *lesioncine*, limitate alla suola inferiore, nell'intorno della sezione di mezzzeria; tali lesioncine rese visibili dalla rottura del velo di calce dato allo scopo, restano dell'ordine del *decimo* di *mm* in condizione di riposo della trave.

Successivamente la fessurazione si diffonde, sempre contenuta nella suola e dell'ordine di grandezza prima detto.

(6) Rapida diminuzione di f da 5,80 a 5,60 *Hz*.

(7) Da un nuovo rilevamento risulta

$$\frac{\delta_z}{\delta} = 0,92 .$$

(8) Dato l'ulteriore accentuarsi della instabilità di cui in (3), non è più possibile fare oscillare stabilmente la trave alla frequenza di $\delta_{\max}$, la quale era di 5,45 *Hz*.

Nell'intervallo tra un gruppo e l'altro venivano effettuate misure statiche di elasticità, che furono anche ripetute dopo tre giorni e dopo 4 mesi dall'ultimazione delle prove di fatica: si misurava la freccia variando il carico concentrato in mezzzeria. Nella tabella VI sono riportati i risultati; il calcolo di δ_{st} in *mm/t* è fatto mediando i valori (praticamente uguali) allo scarico ed al carico.

I corrispondenti valori della rigidezza *EI* sono anche diagrammati in funzione del numero progressivo di cicli nella figura 9: sulla medesima verticale il valore inferiore è ricavato immediatamente alla fine del gruppo e il valore superiore subito all'inizio del gruppo successivo dopo la sosta.

3. DEDUZIONI.

a) Le tensioni raggiunte nella serie *A* (tabella IV) indicano che la sezione era sempre interamente reagente e pertanto essa si manteneva nello stadio che comunemente è detto elastico e praticamente lineare. Di fatto solo nelle serie *B* e *C* apparvero evidenti sia la fessurazione, sia

TABELLA V A

Serie A (cicli n. 940.000)

Gruppo	Progressive dei cicli	Numero dei cicli	f	δ	M_D	Osserv.
			<i>Hz</i>	<i>mm</i>	<i>kgm</i>	
I	0	0	9,35	3,10	—	(1)
	50.000	50.000	9,20	3,20	1.040	
	138.000	88.000	8,90	3,20	980	
	200.000	62.000	8,80	3,17	950	
II	200.000	0	9,15	3,35	—	(2)
	350.000	150.000	8,90	3,46	1.060	
	384.000	34.000	8,65	3,60	1.040	
III	384.000	0	9,00	—	—	
	742.000	358.000	8,65	3,50	1.010	
	940.000	198.000	8,45	3,60	990	

TABELLA V B

Serie B (cicli n. 460.000)

Gruppo	Progressive dei cicli	Numero dei cicli	f	δ	M_D	Osserv.
			<i>Hz</i>	<i>mm</i>	<i>kgm</i>	
IV	940.000	0	6,65	4,02	—	(3)
	1.004.000	64.000	6,50	4,10	960	
	1.220.000	216.000	6,45	4,20	970	
	1.400.000	180.000	6,45	4,30	990	

TABELLA V C

Serie C (cicli n. 1.000.000)

Gruppo	Progressive dei cicli	Numero dei cicli	f	δ	M_D	Osserv.
			<i>Hz</i>	<i>mm</i>	<i>kgm</i>	
V	1.400.000	0	—	—	—	(4)
	1.512.000	112.000	6,00	6,95	1.400	(5)
	1.677.000	165.000	5,85	7,25	1.390	
	1.823.000	146.000	5,80	7,30	1.370	
	1.894.000	71.000	5,60	7,45	1.310	(6)
VI	1.894.000	0	5,85	—	—	(7)
	1.919.000	25.000	5,85	7,15	1.360	
	2.089.000	170.000	5,65	7,30	1.300	
VII	2.089.000	0	5,85	7,20	—	(8)
	2.127.000	38.000	5,70	7,50	1.360	
	2.248.000	121.000	5,60	7,50	1.310	
	2.268.000	20.000	(5,55)	(7,00)	1.200	
VIII	2.268.000	0	5,80	7,20	—	
	2.278.000	10.000	5,70	7,20	1.300	
	2.400.000	122.000	5,55	7,30	1.260	

Prove statiche intermedie

Serie	Progressive dei cicli	Freccie mm				δ_{st} mm/t	EI t m ²	Osservazioni
P_1		per ΔP (kg) = ΔM (kgm) =						
M_0		— 100	— 200	+ 100	+ 200			
A 215 1.000	0	— 0,27	— 0,56	+ 0,29	+ 0,58	2,85	468	inizio
	200.000	—	—	+ 0,29	+ 0,58	2,90	460	fine Gruppo I
	id.	— 0,28	— 0,57	+ 0,28	+ 0,57	2,85	468	inizio Gruppo II
	384.000	— 0,30	— 0,59	+ 0,29	+ 0,59	2,95	452	fine Gruppo II
	940.000	— 0,32	— 0,64	+ 0,31	+ 0,61	3,12	427	fine Gruppo III
B 524 1.470	id.	— 0,29	— 0,59	+ 0,30	+ 0,59	2,95	452	inizio Gruppo IV
	1.400.000	— 0,34	— 0,67	+ 0,31	+ 0,64	3,27	408	fine Gruppo IV
C 524 1.470	id.	— 0,30	— 0,62	+ 0,30	+ 0,62	3,10	430	inizio Gruppo V
	2.089.000	— 0,34	— 0,70	+ 0,34	+ 0,70	3,50	381	fine Gruppo VI
	id.	— 0,32	— 0,67	+ 0,32	+ 0,67	3,35	398	inizio Gruppo VII
	2.400.000	— 0,35	— 0,72	—	—	3,60	371	fine
	id.	— 0,31	— 0,64	—	—	3,20	417	dopo 3 giorni
750 1.800	id.	— 0,29	— 0,59	—	—	2,95	452	dopo 4 mesi

il fenomeno di instabilità dinamica che vedremo caratteristico della non-linearità; inoltre le prove statiche finali confermarono il comportamento elastico entro le sollecitazioni di cui alla serie A.

In tale stadio una prova statica ripetuta per alcuni cicli, avverrebbe — una volta eliminate le prime piccole deformazioni residue — secondo un modulo di elasticità medio (modulo secante) stabilizzato a valore costante.

La prova dinamica, e cioè la rapida ripetizione del ciclo per un altissimo numero di volte, ha rivelato invece al riguardo un *doppio fenomeno*:

(1) la rigidezza (ovvero il modulo elastico medio, dovendosi ritenere $I = \cos t$ nella serie A) subisce una graduale diminuzione entro ogni gruppo ininterrotto di cicli e nell'intera serie;

(2) durante le soste tra un gruppo e l'altro la rigidezza aumenta con tendenza a riprendere i valori iniziali.

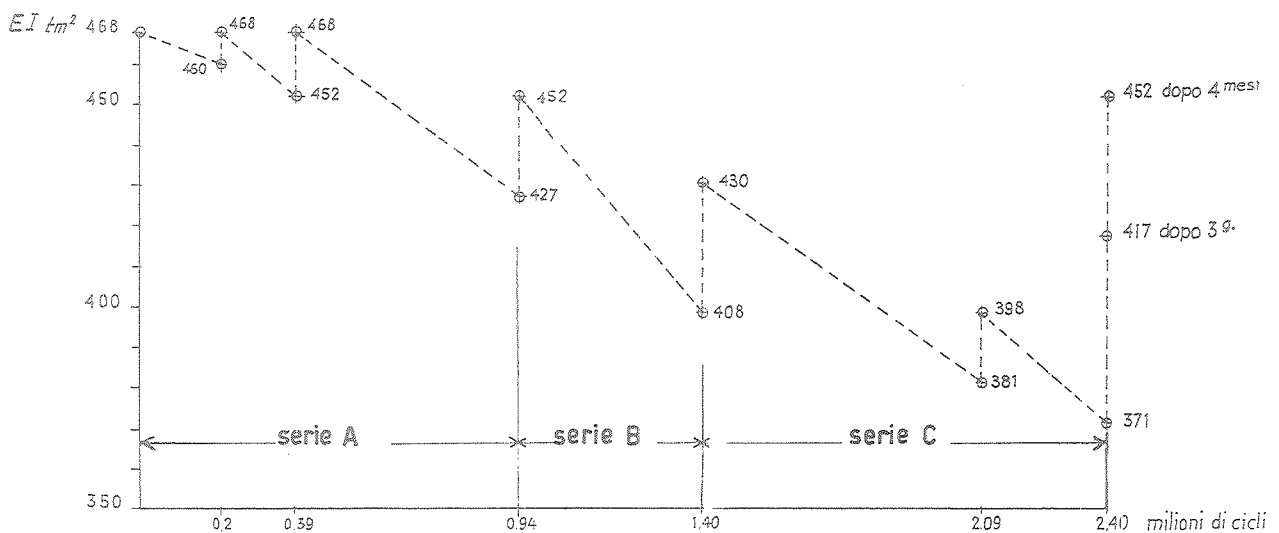


FIG. 9. — Variazione della rigidezza durante le prove dinamiche, rilevata nelle prove statiche intermedie.

Tale comportamento è stato rivelato da due ordini di misure.

Nella tabella V_A sono evidenti sia una progressiva riduzione sia sensibili riprese della frequenza f . Per l'intera serie la f scende da 9,35 a 8,45 Hz con una riduzione del 10 %; le riprese nei due intervalli sono dell'ordine del 4 %.

Poichè è noto che nelle comuni strutture elastiche l'influenza dello smorzamento sulla grandezza delle frequenze caratteristiche è del tutto trascurabile, la frequenza f di massima ampiezza si confonde con quella propria ed ambedue sono rappresentate dalla relazione $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m \delta'}$.

In essa: m è la massa ridotta che si desume assimilando la struttura ad un sistema oscillante ad un solo grado di libertà, e δ' è lo spostamento di detta massa sotto l'azione della forza unitaria.

Riduzione di f significa pertanto aumento di δ' e cioè diminuzione della rigidezza EI .

Nelle prove statiche intermedie d'altro lato si è direttamente misurato lo spostamento δ_{st} sotto carico unitario rilevandone il graduale aumento e quindi la riduzione di EI ; il δ_{st} passa da 2,85 a 3,12 mm/t nell'intera serie A .

L'accordo tra i due ordini di misure, che pur appartengono a manifestazioni diverse (dinamica e statica) della elasticità, confermac hiaramente la presenza e la entità del doppio fenomeno enunciato.

b) Nella tabella V_A si nota anche un graduale aumento della massima ampiezza di oscillazione δ che nell'intera serie passa da 3,10 a 3,60 mm. Nel sistema a un grado di libertà sopra definito è $\delta = 2\pi K \frac{f}{s}$ dove K è il coefficiente della forza eccitatrice, rimasto costante (V. III, 1), ed s misura lo smorzamento in un sistema di tipo viscoso, essendo la forza smorzante data dal prodotto di s per la velocità. Per interpretare l'aumento di δ , nonostante la contemporanea riduzione di f , occorre ammettere che nella prova dinamica si verifichi e prevalga una graduale attenuazione dello smorzamento. Nel nostro caso si desume per s una diminuzione di circa il 25 per cento nella serie A .

c) Nelle serie B e C l'aumento dei carichi P_i (tabella IV) e quindi l'aumento delle masse oscillanti, ha naturalmente abbassato la frequenza propria della struttura (vedi tabella V_B).

Le tensioni di trazione raggiunte al lembo inferiore (tabella IV) sotto l'azione del massimo momento M'' , superando ampiamente la presumibile resistenza a trazione, indicano che in dette serie le sollecitazioni portavano la struttura entro il secondo stadio in cui (a causa della parzializzazione della sezione) viene a mancare la linearità e quindi EI non è costante durante l'intera oscillazione.

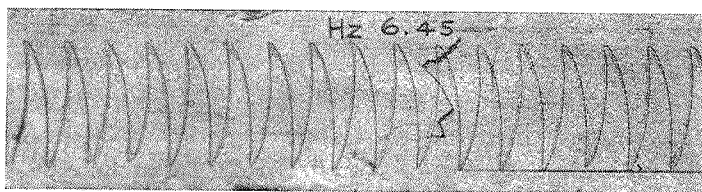


FIG. 10. — Esempio di oscillogramma nella Serie B .

Il calcolo del momento dinamico M_D si può ancora condurre con buona approssimazione secondo le formule prima date nell'ipotesi di oscillazione armonica, in funzione della frequenza f e dell'ampiezza δ misurate.

Si osservi in proposito la figura 10 che riproduce un oscillogramma rilevato nella serie B ; alla non linearità devono essere attribuite le lievi irregolarità della sinusoide intorno alla massima ampiezza; nel complesso tuttavia appare ben giustificata l'approssimazione fatta per il calcolo di M_D .

Un'indicazione immediata di essere usciti dal campo lineare si ebbe, sin dall'inizio della serie B , con l'apparire del fenomeno di instabilità descritto nelle note (3) e (4) alla tabella V .

Quando la rigidezza EI varia ciclicamente durante il moto in funzione dello spostamento, nella curva di risonanza « frequenza-ampiezza » la caratteristica cuspidale intorno alla frequenza di risonanza si presenta inclinata (fig. 11); se, come nel nostro caso, la rigidezza istantanea diminuisce col crescere dello spostamento, la punta di risonanza si sposta verso le frequenze minori.

Esiste quindi un campo di frequenze entro il quale viene a mancare la corrispondenza biunivoca fra frequenza e ampiezza, sicchè per ogni valore di frequenza la curva presenta tre punti cioè tre possibili ampiezze di oscillazione. La instabilità pratica rilevata consiste nella brusca

caduta dell'ampiezza dal valore massimo al minimo senza apprezzabile variazione di frequenza; il fenomeno è accentuato dalla piccola entità dello smorzamento.

La conferma di quanto sopra si ebbe rilevando più volte l'intera curva di risonanza negli intervalli fra i vari gruppi delle serie *B* e *C* (v. per es. la fig. 11) (1).

L'avvenuta parzializzazione della sezione fu materialmente avvertita solo più tardi nella serie *C* (v. nota 5, tabella V); l'osservazione delle lesioni fu possibile, come è evidente, durante una sosta quando la struttura si trovava sotto l'azione del solo momento M_0 e quindi nel primo stadio.

Le fessure erano in tale stadio estremamente ridotte ma tuttavia visibili.

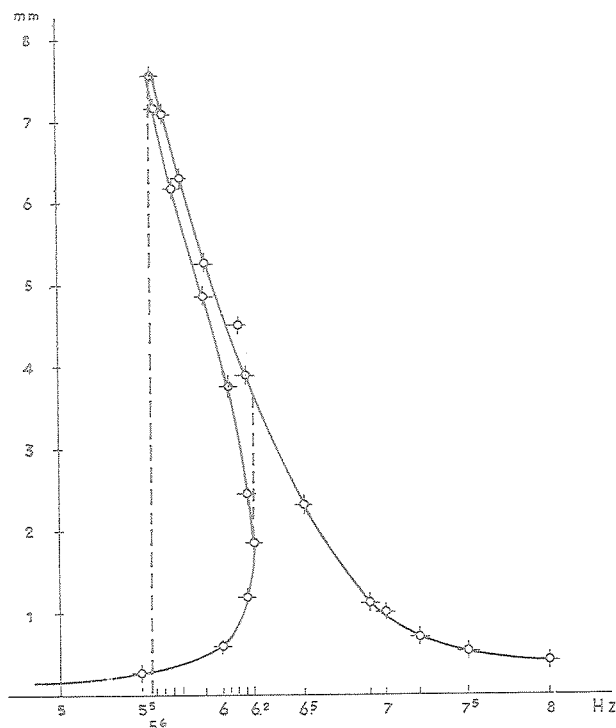


Fig. 11. — Curva di risonanza in campo non-lineare.

diversa grandezza della forza eccitatrice; l'andamento, analogo a quello della serie *A*, mostra tuttavia (v. tabella V_C) una più accentuata tendenza a riprendere negli intervalli i valori iniziali.

Si richiama l'attenzione sulle notevoli ampiezze di oscillazione raggiunte (escursione totale massima di mm 15, v. gruppo VII).

f) Tutti i valori delle rigidezze EI ottenuti dalle prove statiche e raccolti nella tabella VI sono ricavati mediante variazioni di momento flettente intorno a M_0 diversi ma sempre contenuti nel primo stadio caratterizzato da andamento rettilineo (2).

Pertanto tali valori sono tutti tra loro confrontabili, di guisa che l'andamento complessivo può correttamente essere rappresentato in funzione del numero dei cicli e delle soste come in figura 9. Le riduzioni e le caratteristiche riprese già notate nella serie *A* proseguono anche nelle serie *B* e *C*. Occorre sottolineare la quasi totale *ripresa finale della rigidezza EI* che, essendo discesa durante le prove dinamiche da 468 a 371 tm^2 era risalita dopo 4 mesi al valore 452 riscontrato in una prova analoga condotta prima delle prove statiche finali.

g) In sintesi il doppio fenomeno relativo alla rigidezza illustrato nei punti precedenti (riduzione durante i cicli, aumento durante le soste) rispecchia una variazione delle caratteristiche elastiche in dipendenza della prova dinamica, variazione che non permane al cessare della prova.

Si noti che non si tratta della variazione di deformazione in funzione del tempo (sia durante il carico che dopo lo scarico) come si ha nei corpi elasto-viscosi; si tratta invece di una *variazione di deformabilità* denunciata sempre da applicazione rapida di cicli di carico, statici o dinamici.

(1) Uno studio su dette curve — che non ha interesse diretto per questa relazione — formerà oggetto di una diversa nota.

(2) V. a conferma, fig. 14 prove statiche finali.

Un'immagine del comportamento riscontrato può essere fornita da un corpo ideale costituito da uno scheletro stabile di molecole unite da legami forti e da altra materia, a legami deboli, che riempia i vani.

La prova dinamica provocherebbe l'allentamento dei legami deboli (come per la fusione di una cera all'aumentare della temperatura), la sosta porterebbe a una ricostituzione di detti legami (come se la cera solidificasse nuovamente). Nei due stadi tuttavia si potrebbe mantenere un comportamento pressochè elastico regolato da coefficienti diversi (rigidezza del complesso, rigidezza del solo scheletro).

L'immagine è suggerita dal comportamento delle resine che si usano nelle ricerche di fotoelasticità spaziale per fissazione (termoelasticità).

h) Le variazioni del coefficiente di smorzamento s , illustrate in b) possono rientrare ancora in detta immagine, pensando che l'allentamento dei legami deboli implichi anche una *diminuzione di attrito interno*.

IV. Prove statiche finali

1. RISULTATI.

Sono state eseguite al termine delle prove dinamiche per mettere in luce eventuali influenze di tali prove sul comportamento della trave entro il *campo elastico*.

In un secondo tempo la prova è stata spinta fino alla *rottura*, in quanto questa fase presenta sempre notevole interesse sperimentale.

Si mantenne la disposizione dei carichi adottata per le prove iniziali (fig. 3); flessimetri vennero disposti in mezzzeria ed in corrispondenza ai carichi concentrati; su ognuna delle due facce furono applicati quattro estensimetri su calcestruzzo ed uno su ferro (fig. 12).

Comparatori centesimali applicati alle testate delle travi nelle suole inferiori, con l'asta mobile appoggiata alle estremità affioranti dei fili dell'armatura pretesa, non accusarono scorrimenti fino alla rottura (fig. 13).

La tabella VII riunisce i risultati forniti dai flessimetri: δ essendo la freccia in mezzzeria, δ_{1m} la freccia a *cm* 50 dalla mezzzeria ottenuta mediando i valori praticamente uguali letti ai due flessimetri simmetrici.

Accanto alla rigidezza $EI = \frac{39}{384} \frac{M l^3}{\delta}$ si è desunto dalla freccia δ_{1m} un secondo valore della medesima rigidezza $(EI)_1 = \frac{3}{32} \frac{M l^3}{\delta_{1m}}$. Tali due valori sono, ai singoli gradini, praticamente coincidenti.

Nella tabella VIII sono raccolti i valori delle deformazioni unitarie ε dedotti dalle letture ai singoli estensimetri.

Nelle dette due tabelle sono riportati successivamente i quattro cicli di carico che furono eseguiti a partire dallo zero iniziale. L'ultima escursione, giunta fino a rottura, non figura collegata ai cicli precedenti in quanto fu eseguita il giorno successivo. Nei diagrammi che seguono, tuttavia, l'ultimo ciclo è riportato di seguito ai precedenti e presenta pertanto come valori iniziali quelli residui del quarto ciclo, in base alla legittima presunzione che tale sarebbe stato il comportamento effettivo in una prova non interrotta.

I richiami di cui all'ultima colonna della tabella VIII si riferiscono alle *osservazioni* seguenti:

(1) per il *momento di prova* $M = 1760$ si sono viste chiaramente riaperte le vecchie lesioni avvenute durante le prove dinamiche. L'estensimetro 5 faccia A risulta situato accanto ad una lesione.

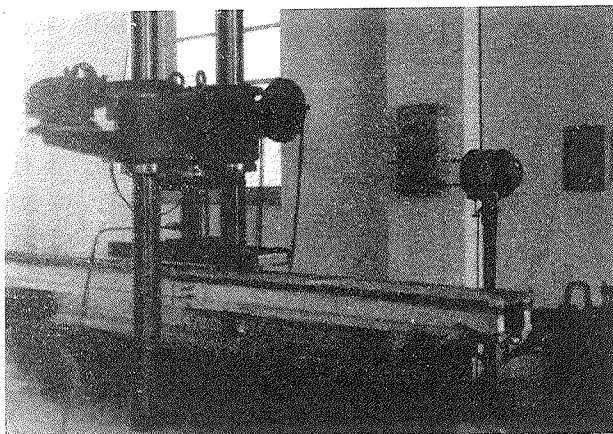


FIG. 12. — Installazione per le prove statiche finali.

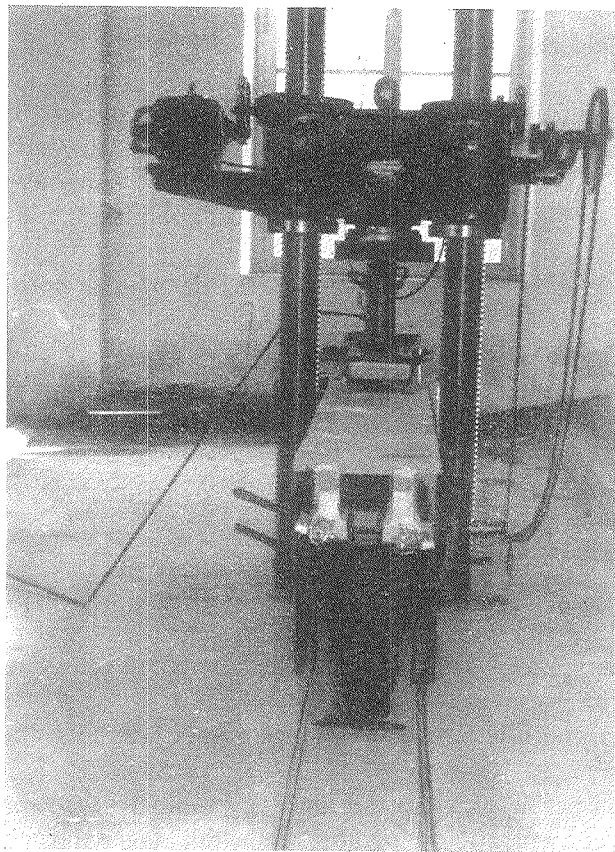


Fig. 13. — Comparatori per il rilievo dello scorrimento dei fili, applicati alle estremità delle nervature.

Per $M = 2420$ appaiono nuove lesioni; le vecchie lesioni si estendono dalla suola inferiore all'anima delle nervature; tutte le lesioni hanno andamento verticale e sono comprese nella zona di momento massimo.

(2) le nuove lesioni appaiono richiuse.

(3) le nuove lesioni sono penetrate fino a circa $2/3$ dell'altezza dell'anima. Quando si rimuove l'estensimetro 5 faccia B si nota che era situato a cavallo di una lesione.

(4) le vecchie lesioni sono le più riaperte; appaiono lesioni inclinate nelle zone laterali, soggette a flessione e taglio.

(5) fino a questo carico nessuno scorrimento dei fili è rilevato dai comparatori.

(6) rottura del conglomerato compresso nella zona di applicazione di uno dei carichi concentrati. Il carico era trasmesso mediante un tacco di legno e la massima pressione verticale locale fu di 43 kg/cm^2 . Fortissime lesioni inclinate a circa 45° , più aperte nella parte centrale, non armata, dell'anima.

Nella nervatura B si notano scorrimenti dell'armatura pretesa.

Dalla tabella VII è tratto il diagramma di δ in funzione di M (fig. 14).

Dalla tabella VIII sono tratti per ogni estensimetro i diagrammi $\varepsilon-M$ (figg. 15 e 16: per gli estensimetri su ferro si è adottata una scala metà). Le figure 17 e 18 rappresentano poi lo andamento delle deformazioni unitarie ε sulla altezza della sezione per ogni valore di M ; sono stati separati i diagrammi per M fino a 2420 e quelli da $M = 2420$ alla rottura, disegnando questi ultimi in scala dieci volte minore.

2. DEDUZIONI.

a) È di primario interesse conoscere il valore $\bar{M}$ del momento che, allo stato attuale, annulla la tensione di precompressione al lembo inferiore.

Poichè la trave fu fessurata durante le prove di flessione oscillante e quindi manca la resistenza a trazione, il valore $\bar{M}$ separa due stadi di diverso comportamento. Per $M > \bar{M}$ la sezione è parzializzata, e viene meno la proporzionalità: nei diagrammi delle deformazioni i

TABELLA VII

Prove statiche finali: rigidezze

P	$\bar{M}$	δ	EI	$\delta_{1/4}$	$(EI)_1$
kg	kgm	mm	lm ²	mm	lm ²
0	0	0	—	0	—
450	675	2,47	444	2,26	448
740	1.110	4,30	419	3,94	423
1.035	1.550	5,91	426	5,46	426
740	1.110	5,16	—	4,75	—
450	675	2,86	—	2,63	—
0	0	0,06	—	0,02	—
1.035	1.550	5,92	426	5,43	428
0	0	0,14	—	0,07	—
450	675	2,68	—	2,44	—
1.035	1.550	6,01	419	5,57	418
1.610	2.420	12,08	326	11,07	328
1.035	1.550	8,13	—	7,55	—
450	675	4,31	—	3,97	—
0	0	0,42	—	0,36	—
1.610	2.420	12,05	326	11,12	326
2.195	3.290	21,63	247	19,24	257
2.750	4.125	36,63	183	—	—
1.610	2.420	24,88	—	22,26	—
895	1.340	8,28	—	7,19	—
0	0	2,08	—	1,44	—
0	0	0	—	0	—
1.610	2.420	13,62	289	12,50	290
2.195	3.290	25,40	210	23,00	215
2.825	4.240	38,61	178	34,97	181
3.140	4.710	53,55	143	48,79	145
3.460	5.190	rottura			

Prove statiche finali: deformazioni unitarie

P	M	10 ³ × ε										Osservazioni
kg	kgm	A					B					
		1	3	4	5	6	1	3	4	5	6	
		—	—	+	+	+	—	—	+	+	+	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
450	675	12,6	8,6	2,6	13,0	12,7	5,6	5,6	2,4	12,8	15,9	
740	1.110	23,8	13,7	6,6	24,0	25,5	13,3	10,0	6,9	24,2	27,8	
1.035	1.550	33,3	18,2	11,3	34,3	37,3	20,0	15,8	12,2	35,4	40,5	
740	1.110	30,9	17,7	10,4	30,5	34,1	17,7	14,9	10,4	30,7	35,0	
450	675	16,2	10,6	4,4	15,8	16,4	7,6	8,9	3,3	15,2	16,8	
0	0	2,5	2,7	0,7	0,8	0,5	1,7	0,2	0,7	0,2	2,3	
1.035	1.550	33,7	17,8	12,4	34,1	38,2	20,2	16,4	14,4	35,8	41,9	
0	0	1,5	2,9	1,1	1,0	1,8	5,1	0,2	0,7	0,6	2,7	
450	675	14,3	6,9	4,0	14,1	13,7	10,3	7,6	4,7	14,1	18,2	
1.035	1.550	34,1	18,0	11,8	34,7	38,2	24,0	16,7	14,4	35,8	41,9	
1.610	2.420	66,5	24,4	25,1	49,0	91,9	46,5	23,5	40,8	75,2	105,6	(1)
1.035	1.550	48,4	23,1	19,1	46,5	55,5	32,8	21,8	24,9	54,3	56,4	
450	675	25,5	14,0	8,0	23,6	25,0	16,8	12,7	9,1	23,6	26,8	
0	0	4,0	2,4	0,7	1,9	0,0	6,5	0,2	1,5	1,1	3,6	(2)
1.610	2.420	66,1	24,0	23,5	49,7	91,0	46,7	23,5	41,7	76,4	104,2	
2.195	3.290	99,6	24,8	30,8	53,1	182,5	73,5	25,1	70,4	152,6	202,9	(3)
2.750	4.125	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(4)
1.610	2.420	105,2	12,9	—	—	208,9	75,1	18,0	79,5	—	237,5	
895	1.340	37,1	12,0	—	—	48,7	27,1	16,4	22,0	—	55,1	
0	0	8,2	—	—	—	8,6	9,0	0	7,6	—	13,7	
0	0	0	0	0	—	0	0	0	0	—	0	
1.610	2.420	69,5	21,3	24,8	—	112,8	45,5	23,3	53,1	—	120,1	
2.195	3.290	109,6	18,0	25,1	—	232,5	75,1	20,9	88,3	—	250,7	
2.825	4.240	147,1	+ 31,5	25,1	—	367,2	104,6	37,7	136,5	—	399,5	
3.140	4.710	184,0	+ 36,6	26,6	—	486,4	125,0	29,8	198,2	—	544,6	(5)
3.460	5.190	rottura										(6)

due stadi sono separati da un punto angoloso (*ginocchio*) che sperimentalmente risulterà più o meno evidente.

Dalla semplice ispezione della figura 14 risulta che il ginocchio deve situarsi poco al disopra del valore di prova $M = 1550$; inoltre per il valore di prova $M = 1760$ le vecchie lesioni furono viste già riaperte (vedi osservazione n. 1).

Poichè al momento di prova si deve aggiungere il momento iniziale dovuto al peso proprio della trave (che in mezzzeria è uguale a 160 kgm) si può desumere dall'esperienza con piccola incertezza (3-4 %) il valore $\bar{M} = 1640 + 160 = 1800$ kgm.

Ancor più significativo si presenta il *diagramma allo scarico*: il ciclo di isteresi ha una forma particolare in quanto tende nettamente a richiudersi sulla deformazione residua intorno al valore $\bar{M}$ anzichè per $M = 0$, presentando una caratteristica strozzatura. La forma del ciclo conferma che nel c.a.p. il primo stadio, oltre ad essere assai più ampio che nel c. a. ordinario, è anche reversibile.

Una conseguenza delle due distinte e ripetibili inclinazioni medie (primo e secondo stadio) fu già avvertita nelle prove di flessione oscillante in risonanza in quanto dava origine a oscillazioni di tipo non armonico.

È molto interessante osservare che i diagrammi delle deformazioni unitarie del ferro teso (figure 15, 16; estens. 6) e del conglomerato compresso al lembo superiore (figure 15, 16; estens. 1)

su entrambe le nervature ripetono in modo assolutamente simile la forma caratteristica del ciclo e confermano il valore di $\bar{M}$.

Con tale valore $\bar{M} = 1800$ e con il modulo di resistenza W_5 relativo al lembo inferiore, calcolato per le prove statiche iniziali, si ottiene

$$\bar{\sigma} = 115 \text{ kg/cm}^2.$$

Poichè le prove statiche iniziali furono sicuramente contenute entro il 1° stadio, non esiste un valore sperimentale precedente alle prove dinamiche con cui confrontare tale tensione $\bar{\sigma}$, che è il valore della *precompressione attuale* al lembo inferiore, dedotto dalla esperienza.

Si constata però l'ottima concordanza con quello dichiarato dalla Ditta costruttrice.

Il valore di $\bar{\sigma}$ può essere determinato anche dai diagrammi ε, M ; in questo modo si utilizzano le misure estensimetriche locali e non occorre impegnare il valore di I , come nella deduzione $\sigma = \frac{M}{W}$ mentre invece si impegna il valore di E nella deduzione $\sigma = E \varepsilon$.

Trattandosi di una decompressione dalla tensione di circa 100 kg/cm^2 a zero si adotta il valore $E_c = 244.000$ trovato per i provini.

Per il momento di prova $M = 1640$ già identificato, dai diagrammi degli estensimetri 5 su calcestruzzo, mediando tra le due facce, si ottiene $\varepsilon = 37,2 \times 10^{-5}$ da cui $\sigma = 91 \text{ kg/cm}^2$.

Analogamente dai diagrammi degli estensimetri 6 su ferro, mediando tra le due facce ed estrapolando al lembo inferiore della sezione, si ottiene $\varepsilon = 49,6 \times 10^{-5}$ da cui $\sigma = 121 \text{ kg/cm}^2$.

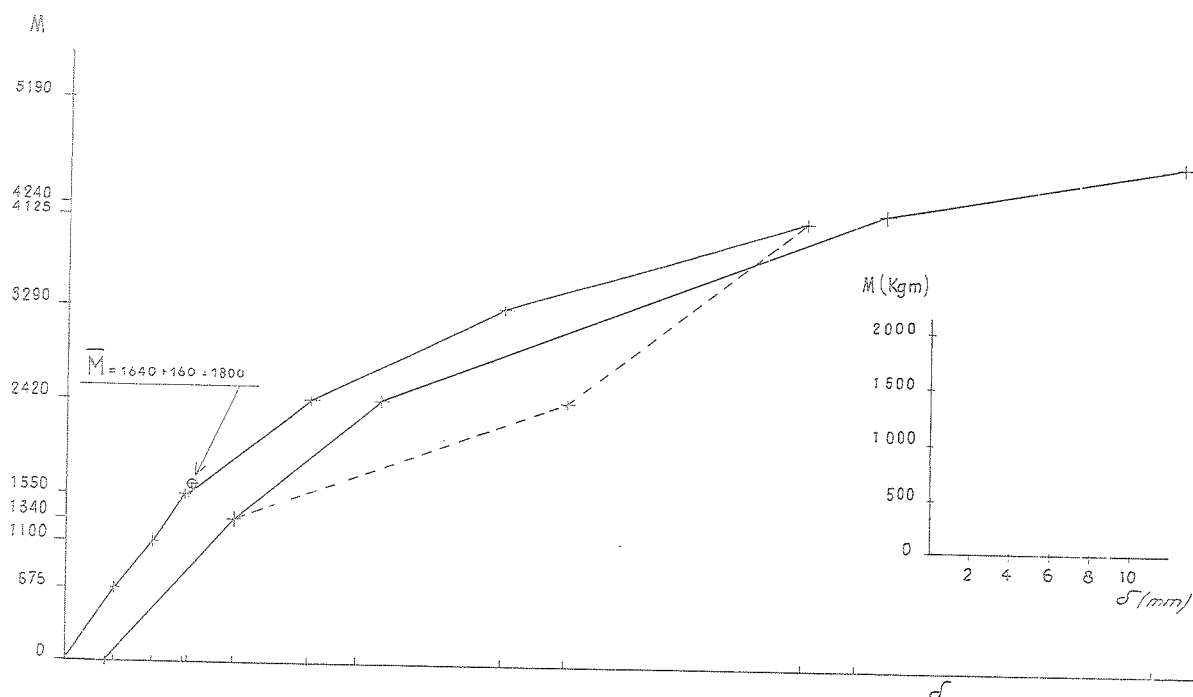


FIG. 14. — Prove statiche finali: flessimetro centrale, diagramma $M-\delta$ momento di fessurazione $M = 1800 \text{ kgm}$.

Aggiungendo a tali valori una tensione di 10 kg/cm^2 dovuta al peso proprio, si ottengono due valori di σ situati a cavallo della tensione di 115 kg/cm^2 ottenuta in base alle misure di freccia. Come prevedibile le deformazioni locali in una trave già cementata e già lesionata sono soggette a maggiori incertezze e divergenze rispetto alla distribuzione teorica.

b) Sui diagrammi ε, M delle figure 15 e 16, si possono ancora fare alcune osservazioni riguardo agli strumenti 3, 4, 5. Le deformazioni alla altezza dello strumento 3 (in compressione), superato il valore $\bar{M}$, sono fortemente influenzate dallo spostamento verso l'alto dell'asse neutro della flessione, per cui esse diminuiscono e (vedi tabella VIII) cambiano anche di segno.

Gli estensimetri 4, 5, superato $\bar{M}$, vengono a trovarsi su calcestruzzo teso: gli allungamenti da essi registrati non consentono, di norma, il passaggio alla valutazione delle tensioni; i dia-

grammi possono essere diversi a seconda della posizione degli strumenti rispetto alle lesioni. Nel nostro caso è tipica la differenza tra la faccia *A* e la faccia *B* per entrambi gli strumenti. Sulla faccia *B* essi registrano allungamenti sempre fortemente crescenti: nel secondo stadio ($M > \bar{M}$) viene meno la proporzionalità e il diagramma è analogo a quello dello strumento 6 su ferro.

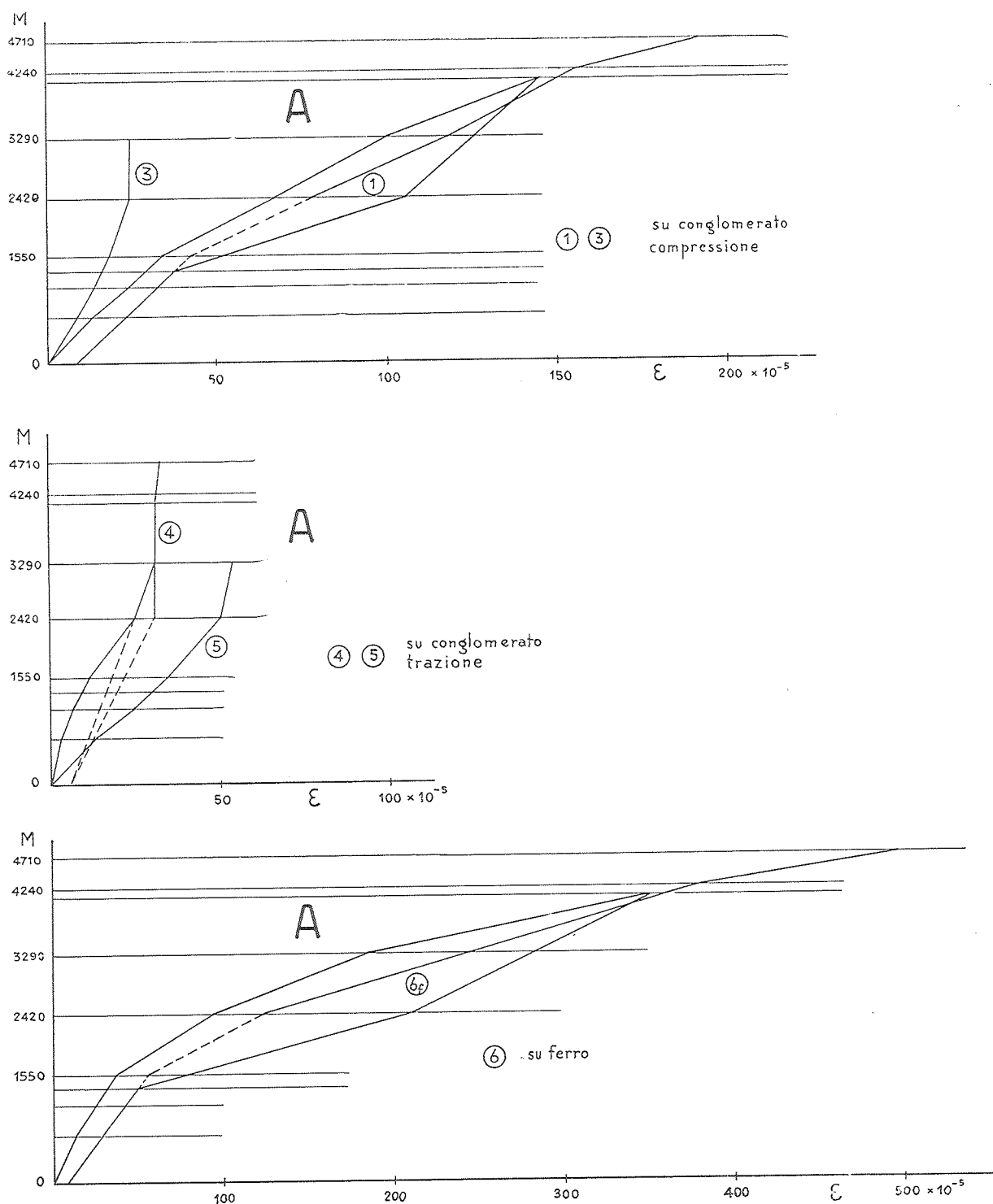


FIG. 15. — Prove statiche finali: diagrammi $M - \epsilon$, nervatura *A*.

Di fatto si era notata una lesione attraversante la base dello strumento 5: è evidente che gli allungamenti misurati comprendono l'apertura della lesione e riflettono piuttosto le ϵ del ferro.

Sulla faccia *A* invece si nota un arresto delle deformazioni unitarie. Di fatto una lesione fu avvertita (vedi osserv. 1) prima di $M = 3290$ proprio accanto allo strumento 5. Gli strumenti si trovavano dunque su un concio di conglomerato rimasto isolato tra le lesioni. Si può osservare quindi che la misura limite raggiunta al momento dell'arresto della deformazione può

indicare l'allungamento di rottura del conglomerato. In seguito i diagrammi indicano che lo allungamento raggiunto si mantiene al crescere di M ; il fatto s'interpreta (vedi ad es. teoria di Brice) ammettendo che in luogo dell'aderenza tra ferro e conglomerato intervenga un'azione del tipo attrito così che al crescere degli allungamenti del ferro aumentino gli scorrimenti relativi trasmettendosi sempre al conglomerato una tensione effettiva circa costante.

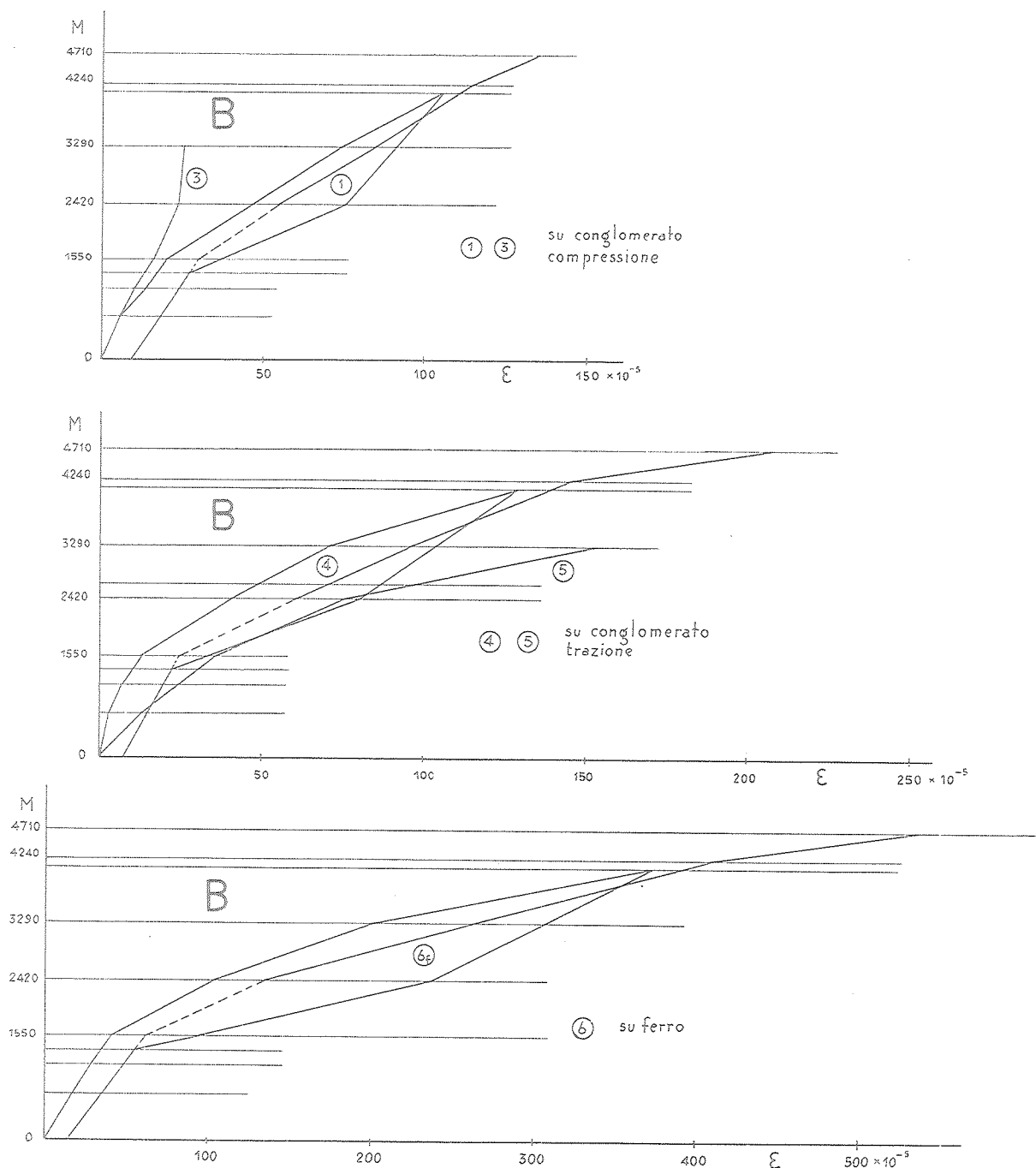


Fig. 16. — Prove statiche finali: diagrammi $M - \epsilon$, nervatura B.

c) Passando ora all'esame delle figure 17 e 18 è interessante mettere in evidenza due singolarità dei diagrammi che si riscontrano per valori di M fino a 1550 e quindi sicuramente nel primo stadio: l'asse neutro della flessione si sposta verso l'alto a differenza di quanto teoricamente prevedibile e di quanto rilevato nelle prove statiche iniziali (vedi fig. 4); le ϵ_i registrate dallo strumento 6 su ferro risultano sempre superiori alle corrispondenti ϵ_c .

In altre parole due fenomeni che sono tipici del secondo stadio (dove chiaramente si accennano, vedi i diagrammi per $M = 2420$) si sviluppano con continuità sin dai primi valori di M .

Tale anomalia potrebbe attribuirsi alla fessurazione avvenuta nelle prove di flessione oscillante, mentre è noto che la forza di pfecompressione dovrebbe aver ricostituito la sezione reagente originaria.

Riteniamo che uno studio più approfondito su tale argomento debba essere appoggiato su altre esperienze ed esuli in ogni caso dalla presente nota.

d) Nel *ciclo di rottura* (vedi tabella VIII e figure 17, 18) il rilievo estensimetrico è stato spinto fino al valore di $M = 4710 + 160 = 4870 \text{ kgm}$, pari ai 91/100 del momento di rottura.

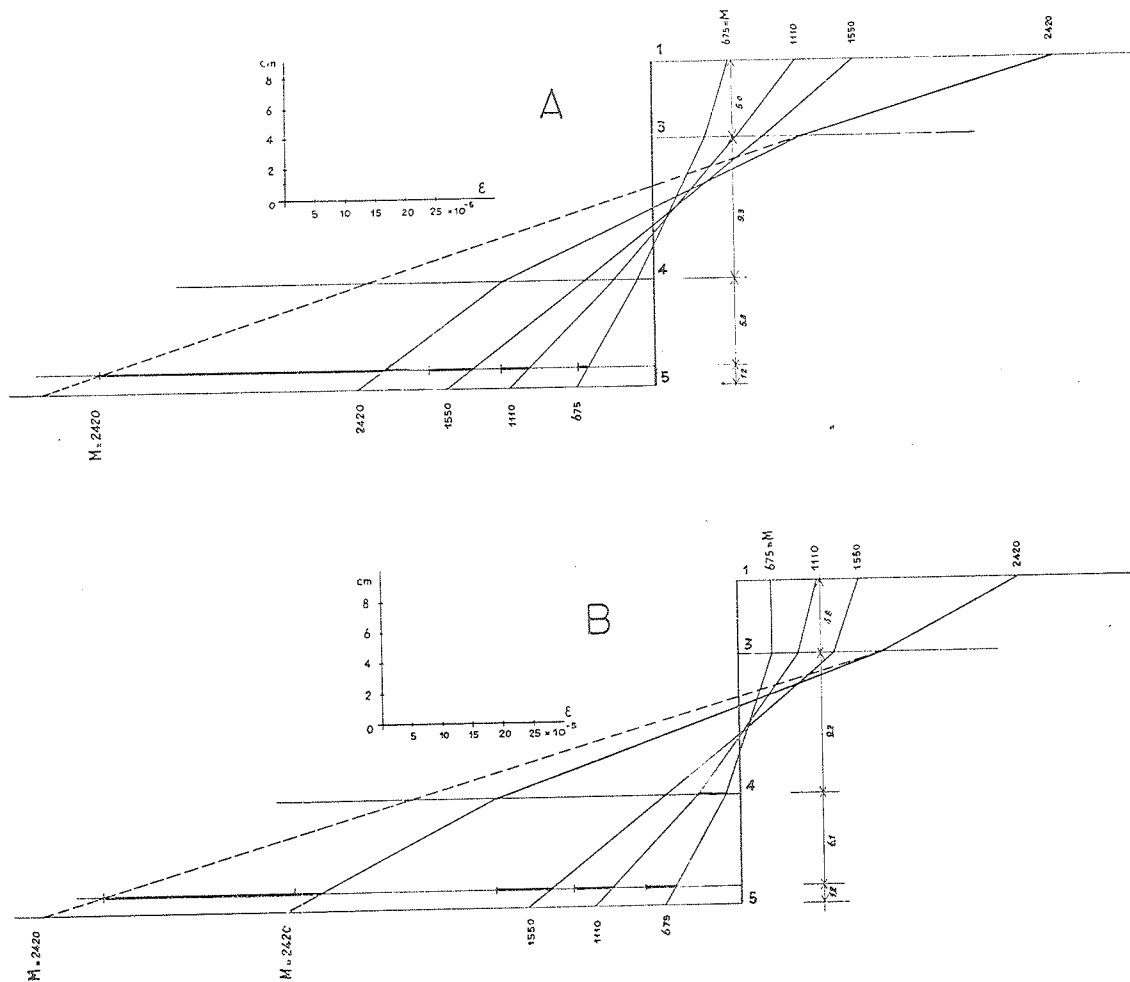


Fig. 17. — Diagrammi delle deformazioni unitarie da $M = 675$ a $M = 2420$.

A tale livello, dalla ispezione dei due diagrammi si traggono le seguenti osservazioni:

asse di rotazione a cm 4,9 al lembo superiore, mediamente;

asse neutro, tenuto conto della precompressione, a cm 5,2, mediamente;

diagramma sostanzialmente lineare, per quanto determinato da tre soli punti;

massimo accorciamento registrato nel conglomerato compresso pari a 184×10^{-5} . Non è facile risalire al corrispondente valore della tensione, per le incertezze sul valore del modulo, se però si estrapola il diagramma del detto strumento 1-A (vedi fig. 15) fino al momento di rottura si ottiene il valore $\epsilon_r = 240 \times 10^{-5}$. Essendo nota la tensione di rottura (400 kg/cm^2) si avrebbe un modulo medio di 167.000 kg/cm^2 da zero alla rottura;

allo stesso valore del momento di prova il massimo allungamento registrato nel ferro (nella nervatura B) era pari a 545×10^{-5} . Ciò implica una tensione di 103 kg/mm^2 che, sommata alla pretensione presente nel ferro (vedi paragrafo sul calcolo a rottura) e alla tensione di circa $0,8 \text{ kg/mm}^2$ dovuta al peso proprio, fornisce il valore di 198. Gli strumenti annunciano, quindi, prossima la rottura anche nel ferro ed in ogni caso raggiunta la zona dei forti allungamenti

il che giustifica l'ampiezza delle lesioni riscontrate ed i criteri che saranno adottati per il calcolo a rottura.

La rottura si ebbe per $M_r = 160 + 5190 = 5350$. Tale valore è pari a *tre volte* il momento $\bar{M}$ che annulla la precompressione al lembo inferiore.

3. CONFRONTO CON LE PROVE STATICHE INIZIALI.

Nella tabella IX sono messi a raffronto i valori iniziali e finali della freccia e quindi della rigidezza dell'intera trave. (Per le prove finali δ sono ricavati interpolando linearmente fra quelli sperimentali). La concordanza è ottima.

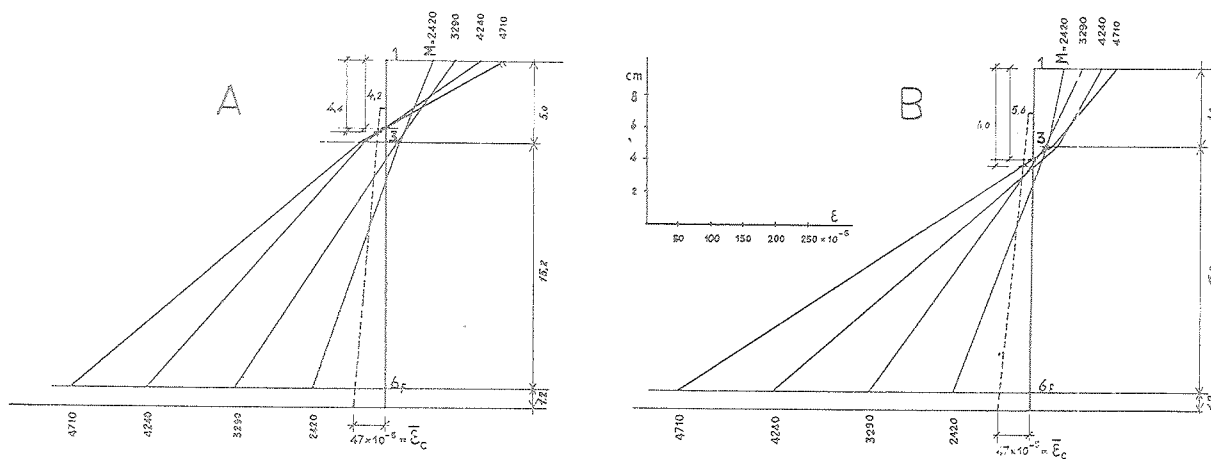


FIG. 18. — Diagrammi delle deformazioni unitarie da $M = 2420$ a $M = 4710$; è riportato il diagramma della precompressione.

Il comportamento *globale* della struttura è rimasto immutato dopo le prove dinamiche. Questo confronto, per quanto necessariamente esteso solo fino ad $\bar{M} = 0,6 \bar{M}$, conferma ulteriormente che la precompressione è ancora efficiente.

Nella tabella X si confrontano i valori dello allungamento unitario ϵ al lembo inferiore.

TABELLA IX

Confronto: frecce e rigidezze

(kgm)	M	158	465	894
Prove iniziali (mm) δ	0,55	1,71	3,42	
Prove finali (mm) δ	0,58	1,70	3,39	
Prove iniziali (lm^2) EI ...	467	442	424	
Prove finali (lm^2) EI ...	444	444	428	

TABELLA X

Confronto: allungamenti al lembo inferiore

M (kgm)	158	465	894
ϵ iniziale ($\times 10^5$)	3,3	10,9	22,7
ϵ_c finale ($\times 10^5$)	3,0	8,9	18,5
ϵ_f finale ($\times 10^5$)	3,6	10,7	23,1

Per le prove finali sono riportati gli allungamenti ϵ_c misurati su calcestruzzo e quelli, indicati con ϵ_f , ottenuti estrapolando al lembo le letture fatte sul ferro. Queste grandezze sono alquanto diverse. I valori finali ϵ_f concordano in misura più che notevole con quelli iniziali; gli ϵ_c rimangono invece alquanto inferiori. Il confronto numerico mette quindi nuovamente in luce una anomalia già prima osservata qualitativamente, a comportamento *locale* delle deformazioni.

4. CALCOLO A ROTTURA.

Essendo noti il momento di rottura $M_r = 5350 \text{ kgm}$ e le resistenze dei materiali ($\sigma_{rc} = 400 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{rt} = 210 \text{ kg/mm}^2$) il calcolo a rottura mette a raffronto tali dati. Ne può conseguire un giudizio sulla validità dei diversi metodi di calcolo.

Il diagramma dell'attuale precompressione (figura 19), viene ricostruito in base a:

1° il valore sperimentale $\sigma = 115 \text{ kg/cm}^2$ della precompressione al lembo inferiore della nervatura.

2° la posizione del punto di applicazione C_o della forza esterna equivalente N_o , sito a $\text{cm } 5,90$ dal lembo inferiore.

Il punto C_o è stato cioè assunto coincidente con il baricentro delle armature poichè la pre-tensione meccanica iniziale fu applicata dalla ditta in misura uniforme su tutti i ferri e poichè si accetta inoltre la consueta ipotesi che il predetto centro di pressione non si sposti in modo apprezzabile in seguito alle perdite di tensione nei ferri per deformazioni elastiche e lente.

Dalle due equazioni di equilibrio delle tensioni sulla sezione di una nervatura si ottiene quindi:

$$N_o = 9620 \text{ kg} \quad \bar{\sigma}_s = 23,4 \text{ kg/cm}^2$$

essendo $\bar{\sigma}_s$ la precompressione al lembo superiore.

Si deduce ancora la pretensione equivalente:

$$\sigma_{oi} = \frac{N_o}{\sum A_f} = 102 \text{ kg/mm}^2.$$

La pretensione attuale nel ferro più vicino al lembo inferiore risulta (vedi fig. 19) $\sigma_i = 102 - n \times 1,1 = 94,3 \text{ kg/mm}^2$.

Si sono presi in considerazione *tre metodi* tra i molti possibili:

a) *Calcolo elastico convenzionale* secondo la teoria classica esteso alle sezioni miste di c.a.p. La nervatura precompressa, presa da sola, è soggetta ad N_o applicato in C_o , mentre l'intera sezione è poi soggetta al momento di rottura M_r . Estendendo il diagramma di precompressione alla soletta, si sostituisce ad N_o la precompressione mista N_m applicata in C_m . Si calcola l'intera sezione soggetta a sollecitazione composta di pressione (N_m) e flessione (M_r), salvo sottrarre alle tensioni ottenute nella soletta quelle fittizie. Si somma poi alla tensione ottenuta nel ferro la pretensione equivalente σ_{oi} .

b) *Calcolo basato sull'equilibrio delle tensioni interne e della sollecitazione esterna all'atto della rottura*, supponendo che ferro e conglomerato giungano contemporaneamente a rottura e assumendo diagramma lineare delle σ : *formula EMPA*. Tale metodo vale sia per sezioni di cemento armato ordinario che per sezioni di cemento armato precompresso, dovendo essere in ogni caso soddisfatte le medesime due equazioni di equilibrio: momento risultante delle tensioni = momento esterno = M_r ; risultante delle tensioni = sforzo normale esterno = O .

Semmai nel caso di sezioni miste è più arbitraria l'ipotesi di andamento lineare delle σ fino a che l'asse di rotazione non superi la zona precompressa; ma eventualmente la piccola porzione di nervatura non ancora lesionata al momento della rottura è trascurabile rispetto alla soletta.

c) *Calcolo basato, come il precedente, sull'equilibrio all'atto della rottura, assumendo però diagramma $\sigma_c = \text{costante}$: ipotesi di plasticità completa*. Valgono le stesse osservazioni e riserve di cui in b).

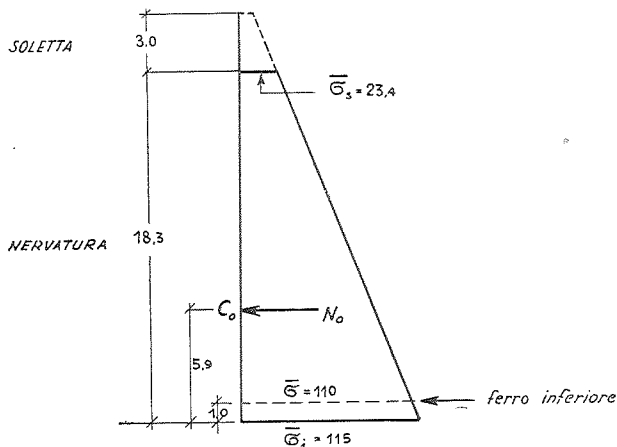


FIG. 19. — Diagramma della precompressione attuale.

Tali calcoli si possono impiegare a modo di *progetto* per prevedere il momento di rottura della trave, supposte note le tensioni di rottura dei materiali.

In tal caso:

metodo a) dato $\sigma_c = 400 \text{ kg/cm}^2$ si ottiene:

$$M_r = 5142 \text{ kgm}$$

$$y_1 = 4,3 \text{ cm}$$

$$\sigma_l = 222 \text{ kg/mm}^2$$

metodo b) dati $\sigma_c = 400 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_l = 210 \text{ kg/mm}^2$ si ottiene:

$$M_r = 5262 \text{ kgm}$$

$$y_1 = 3,7 \text{ cm}$$

metodo c) dati $\sigma_c = 400 \text{ kg/mm}^2$ $\sigma_l = 210 \text{ kg/mm}^2$ si ottiene:

$$M_r = 5376 \text{ kgm}$$

$$y_1 = 1,9 \text{ cm}$$

Si osserva che i tre metodi danno valori di M_r molto vicini tra loro, mentre sono forti gli scarti sulla posizione dell'asse neutro; dal confronto con i risultati della prova (v. anche figura 18) risulta che il momento di rottura sperimentale ($= 5350$) è più vicino al valore dedotto in c), ma la posizione dell'asse neutro sembrerebbe essere piuttosto in accordo con le previsioni a) e b), in quanto per $M = 0,91 M_r$ fu ancora rilevato un asse neutro a $\text{cm } 5,2$ dal lembo superiore. Non si hanno in verità elementi precisi per individuare la posizione dell'asse neutro al momento della rottura.

Gli stessi metodi di calcolo potrebbero impiegarsi a modo di *verifica* per dedurre dal momento di rottura sperimentale i valori delle tensioni e la posizione dell'asse neutro. Per $M_r = 5350 \text{ kgm}$:

metodo a)

si ottiene:

$$\sigma_c = 428 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_l = 229 \text{ kg/mm}^2$$

$$y_1 = 4,3 \text{ cm}$$

metodo b₁) dato $\sigma_l = 210 \text{ kg/mm}^2$,

si ottiene:

$$\sigma_c = 516 \text{ kg/cm}^2$$

$$y_1 = 2,9 \text{ cm}$$

metodo b₂) dato $\sigma_c = 400 \text{ kg/cm}^2$

si ottiene:

$$\sigma_l = 214 \text{ kg/mm}^2$$

$$y_1 = 3,8 \text{ cm}$$

metodo c₁) dato $\sigma_l = 210 \text{ kg/mm}^2$

si ottiene:

$$\sigma_c = 370 \text{ kg/cm}^2$$

$$y_1 = 2,0 \text{ cm}$$

metodo c₂) dato $\sigma_c = 400 \text{ kg/cm}^2$

si ottiene:

$$\sigma_l = 209 \text{ kg/mm}^2$$

$$y_1 = 1,9 \text{ cm}$$

Si rileva che il calcolo elastico a partire dal momento di rottura sperimentale fornisce, come prevedibile, tensioni alquanto alte; l'errore è di circa il 7 % sul σ_c , di circa il 9 % sul σ_f . La posizione dell'asse neutro è, evidentemente, indipendente dal valore di M_r .

Il calcolo basato sulla formula EMPA non sembra presentare sempre interesse pratico ai fini della verifica; difatti, se oltre al valore noto di M_r si ipotizza $\max \sigma_c = \sigma_{rc} = 400 \text{ kg/cm}^2$ si ottiene un valore di σ_f che scarta poco (2 %) dal valore di rottura e che quindi proverebbe la validità del metodo di calcolo. Se però si ipotizza $\max \sigma_c = \sigma_{rc} = 210 \text{ kg/mm}^2$ si ottiene un valore di σ_c che scarta fortemente dal valore di rottura e corrispondentemente un valore di y_1 molto diverso da quello ottenuto nella prima ipotesi. La soluzione presenta dunque una caratteristica e dannosa sensibilità rispetto alle variazioni di σ_f .

Questo inconveniente è molto attenuato per il terzo metodo (plasticità completa) sebbene confrontando $c)$ con $c_1)$ si vede che una diminuzione dello 0,5 % su M_r implica una diminuzione del 7 % su σ_c ; tale metodo sembra nel complesso il più idoneo, salvo la riserva già espressa nei riguardi dell'asse neutro troppo alto.

V. Conclusioni

Dalle prove statiche iniziali:

- comportamento elastico lineare della struttura, misurato fino a $M = 0,6 M_u$;
- non completa collaborazione della soletta gettata in opera (un coefficiente di riduzione pari allo 0,75 porta a buona concordanza con l'esperienza);
- momento utile previsto $M_u = 1720 \text{ kgm}$, momento di fessurazione previsto $M_f = 2100 \text{ kgm}$ (in base ai risultati precedenti e alla precompressione presunta).

Dalle prove dinamiche di flessione oscillante:

- comportamento armonico nel 1° milione di cicli per $M < M_f$;
- comportamento non armonico nei rimanenti 1,5 milioni di cicli spinti fino $M = 1,33 M_f = 1,62 M_u$ con fessurazione (instabilità alla frequenza di risonanza e forma della curva di risonanza);
- diminuzione continua della rigidezza durante ogni gruppo di cicli e aumento nelle soste (fenomeno denunciato da misure dinamiche di frequenza propria e da misure statiche di freccia, indipendente e sovrapposto alla graduale parzializzazione);
- analoghe diminuzioni e riprese dello smorzamento;
- interpretazione di questi ultimi fenomeni con riferimento ad un materiale ideale a struttura variabile.

Dalle prove statiche finali:

- ripresa praticamente completa della rigidezza iniziale a quattro mesi dalle prove dinamiche;
- anomalia nella distribuzione delle deformazioni unitarie, con apparente parzializzazione anche nel primo stadio;
- momento utile sperimentale pari a 1,05 volte quello previsto, efficienza invariata della precompressione;
- caratteristica forma dei cicli allo scarico;
- momento di rottura pari a 3 volte il momento utile.

Dal calcolo a rottura:

- equivalenza di tre noti metodi nella previsione del momento di rottura;
- risultati molto diversi nella deduzione della tensione di rottura del conglomerato.

VARIAZIONE NEL TEMPO DELLO STATO DI COAZIONE IN TRAVI PRECOMPRESSE

MISURATA CON PROVE DI FLESSIONE

I. Impostazione della ricerca

In un precedente lavoro sull'argomento (1) si è osservato che le prove di flessione su elementi precompressi si dimostrano poco adatte alla misura precisa dello stato di coazione racchiuso nella trave, per l'intervento di fattori perturbatori nelle sezioni fessurate. Si è altresì rilevata la maggior coerenza delle valutazioni basate sulla ripresa dei cavi e sull'analisi delle prove sui materiali.

Le misure dedotte dalle prove di flessione forniscono tuttavia la possibilità di seguire nel tempo l'andamento dello stato di coazione impresso, attraverso al confronto dei successivi diagrammi estensimetrici. Questo esame comparativo consente l'utilizzazione del diagramma momenti-deformazioni, sul quale saranno confrontati, in occasione di ciascuna prova: la pendenza della curva nella fase di sezione totalmente reagente; la posizione del « ginocchio », cioè della variazione di pendenza che segnala l'apertura della fessura al lembo teso, sul quale è piazzato l'estensimetro.

Le informazioni che si potranno ricavare dal confronto di questi dati saranno:

la valutazione del modulo elastico E (dalla pendenza della curva); la variazione della precompressione, determinata dalle successive posizioni del ginocchio, le quali consentono di valutare il momento utile residuo.

Per momento utile intendiamo il momento esterno che annulla la compressione al lembo inferiore della trave (somma algebrica delle tensioni unitarie di coazione e di peso proprio), determinando l'apertura della fessura, segnalata appunto dal ginocchio del diagramma. Distingueremo in seguito un « momento utile sperimentale », desunto dalle prove, ed un « momento utile teorico », stabilito in base ai calcoli di progetto (senza tener conto delle cadute).

Per l'esposizione dei risultati del nostro studio, adotteremo la convenzione di operare confronti tra i momenti utili sperimentali. Come momento iniziale di riferimento assumeremo il valore sperimentale ottenuto nella prima prova di flessione, naturalmente dopo la preliminare fessurazione della trave, per l'eliminazione del fattore di incertezza costituito dalla resistenza a trazione del conglomerato.

Dedurremo così un valore percentuale di variazione del momento utile nel tempo, riferito al dato ottenuto nella prima prova di carico. Accanto a questo, è stato calcolato un secondo coefficiente percentuale, in cui la differenza tra i successivi momenti utili sperimentali è invece riferita al momento utile teorico.

In definitiva, se indichiamo con:

m'_s = momento utile sperimentale alla prima prova;

m_s = momento utile sperimentale ad una prova generica;

m_t = momento utile teorico;

i nostri due coefficienti percentuali di variazione del momento utile saranno rispettivamente:

$$V_s = \frac{m'_s - m_s}{m'_s} \% \text{ (riferito al dato sperimentale);}$$

$$V_t = \frac{m'_s - m_s}{m_t} \% \text{ (riferito al dato teorico).}$$

Il secondo valore è stato introdotto per consentire un confronto tra le variazioni di momento utile di travi di uguali caratteristiche, essendo riferito al dato teorico che come vedremo è sensibilmente analogo per le travi delle varie serie considerate.

(1) U. ROSSETTI e G. MACCHI: *Comportamento nel tempo di travi precomprese e cavo scorrevole - Studio della fessurazione*. « Il Cemento », Milano, 1954.

Il paragone tra i due coefficienti può consentire inoltre di apprezzare la maggiore o minore differenza tra il momento teorico ed i successivi momenti sperimentali di fessurazione, e quindi di valutare indirettamente l'entità della caduta di precompressione. È infatti chiaro che tanto meno i due valori percentuali sono discosti tra loro, tanto minore è la caduta di precompressione nella trave.

Ricordiamo tuttavia che al confronto tra i due coefficienti e soprattutto tra i momenti sperimentali ed il momento teorico, non può essere attribuito un significato assoluto, data l'incertezza sui valori dei momenti sperimentali, già segnalata in precedenti studi.

I coefficienti percentuali che noi stabiliremo devono pertanto essere considerati come convenzionali e significativi solo nelle loro variazioni.

II. Risultati sperimentali

Riferiremo ora i risultati delle prove su otto travi, a partire dalle travi di più recente costruzione fino a quelle di età superiore a cinque anni.

Distingueremo le travi in tre gruppi:

- 1) travi a cavo 2^a serie (n. 2, denominate TC_6 e TC_7)
- 2) Travi a cavo 1^a serie (n. 4, denominate TC_1 , TC_2 , TC_4 , TC_5)
- 3) Travi a fili aderenti (n. 2, denominate A_1 — A_2)

I dati caratteristici nelle travi sono riuniti in tabella, nella quale compaiono, accanto all'anno di costruzione, i momenti utili; teorico, e sperimentale della prima prova di fessurazione, valutati in mezzeria.

1. TRAVE TC_6 — Le prove di carico si sono così susseguite:

a due mesi: prima e seconda prova, destinate la prima a fessurare la trave eliminando la resistenza a trazione del conglomerato, la seconda a determinare il momento utile sperimentale iniziale.

a tredici mesi: terza e quarta prova.

L'età in mesi è misurata a partire dalla data di precompressione, eseguita a dieci dal getto.

TABELLA I

*Momento utile teorico e momento utile sperimentale
alla prima fessurazione*

Trave	Anno di costruzione	Momenti di mezzeria	
		teorico kg/cm	sperimentale kg/cm
a) aderenti			
A_1	1949	443.000	365.000
A_2	1949	443.000	362.000
b) 1 ^a serie			
TC_1	1950	1.390.000	910.000
TC_2	1950	1.495.000	1.015.000
TC_3	1950	—	—
TC_4	1952	1.510.000	820.000
TC_5	1952	1.530.000	1.110.000
c) 2 ^a serie			
TC_6	1953	152.000	120.000
TC_7	1953	150.000	L 105.000 (1)
		150.000	S 79.500

(1) L = sezione di giunto libero; S = sezione di giunto saldato.

Nella figura 1 sono rappresentati i diagrammi momenti-deformazioni corrispondenti alle quattro successive prove. La curva 1^a raffigura l'andamento della prova nella trave nuova, il ginocchio è assai alto, corrispondente ad una resistenza a trazione apparente del conglomerato di oltre 60 kg/cm².

Gli altri tre diagrammi (tutti relativi ad una stessa sezione prossima alla mezzeria) permettono di seguire le variazioni del momento utile nelle successive prove.

Le curve 3^a e 4^a consentono due ordini di osservazioni; si nota anzitutto che la loro pendenza nel tratto iniziale, è superiore a quella delle curve 1^a e 2^a. Ciò dipende soprattutto dall'aumento del modulo elastico, intervenuto negli undici mesi di intervallo tra le prove.

Osserviamo inoltre che la curva 3^a si sviluppa completamente al di sopra della curva 2^a e che la curva 4^a, sia pur meno sensibilmente, si mantiene anch'essa al di sopra della curva 2^a.

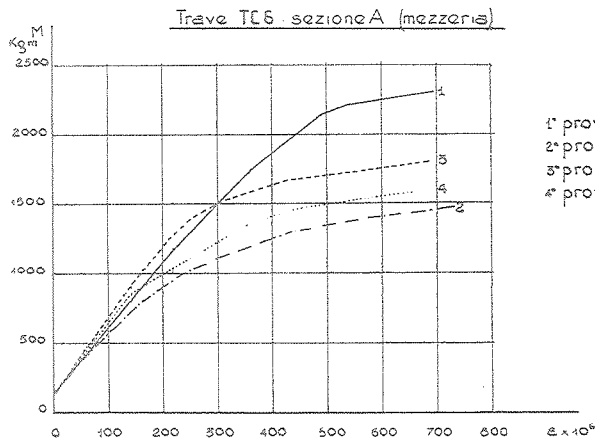


Fig. 1.

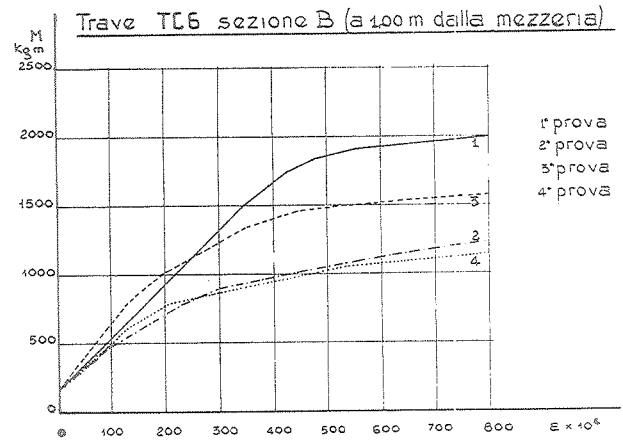


Fig. 2.

Un fenomeno in parte analogo si ritrova nell'esame dei diagrammi di figura 2, i quali si riferiscono ad un estensimetro situato a circa un metro dalla mezzeria: in tale zona la precompressione dà luogo ad una tensione unitaria (al lembo teso) inferiore che in mezzeria, poichè il cavo ha andamento parabolico. Perciò le curve di figura 2 presentano il ginocchio per valori del momento esterno inferiori che in figura 1.

La curva 3 della figura 2 ripete l'andamento della sua corrispondente in mezzeria: pendenza maggiore nel primo tratto e ginocchio a momento più elevato, rispetto alla curva 2^a.

La 4^a curva invece presenta praticamente la stessa pendenza iniziale della curva 2, che poi interseca per passarle al di sotto, con un ginocchio per un momento esterno minore.

Passando ad un esame quantitativo dei risultati, troviamo nella tabella II i coefficienti di variazione percentuale del momento utile.

Nella terza prova si nota un cospicuo aumento di momento utile (26 % e + 13,5 % rispettivamente in mezzeria e ad un metro dalla mezzeria), in contrasto con le previsioni.

Ciò dipende probabilmente da un fenomeno di «incollamento», verificatosi nell'intervallo tra una prova e l'altra. Possiamo infatti immaginare che, soppresso il carico dopo la fessurazione, le due facce della fessura, riportate a combaciare sotto l'effetto della precompressione, si saldino più o meno perfettamente, ricostituendo in parte la continuità della sezione stessa.

TABELLA II

Variazione nel tempo del momento utile nella trave TC 6

Prova n.	Età mesi	Variazioni percentuali di momento utile			
		rispetto al teorico		rispetto allo sperimentale	
		A	B	A	B
3	13	+ 20,5	+ 19,5	+ 26,0	+ 13,5
4	13	+ 6,65	— 2,45	+ 0,85	— 3,2

A = sezione di mezzeria; B = sezione ad un metro dalla mezzeria.

L'effetto di incollamento è difficilmente valutabile poichè esso influisce sia sulla pendenza della curva, sia sulla posizione del ginocchio. Per illustrare il fenomeno, dobbiamo ricordare le osservazioni del nostro lavoro già citato per spiegare le difficoltà di interpretare i diagrammi estensimetrici. La pendenza della curva $M-\varepsilon$ dipende necessariamente, oltre che dal modulo elastico, dal momento resistente della sezione, il quale può modificarsi localmente nella sezione fessurata per l'imperfetto combaciare delle facce. (Solo la variazione del momento resistente spiega, ad esempio, la diversità di pendenza iniziale tra 1ª e 2ª prova, non potendo essere intervenute variazioni di modulo E) Inoltre questo fatto determina una diversa distribuzione delle tensioni unitarie nella sezione considerata, ed una concentrazione della deformazione, si da invalidare, localmente, l'applicabilità della relazione:

$$I/R = M/EJ.$$

L'incollamento, provocando la parziale ricostituzione della sezione lesionata, determina sia un cambiamento di pendenza non imputabile a variazione di modulo elastico (ma dovuto ad un vero e proprio mutamento di estensione della sezione reagente), sia lo spostamento del ginocchio del diagramma, dovuto appunto al cambiamento di momento resistente.

L'incollamento, che ha dato luogo ad un così sensibile incremento di momento utile nella terza prova, pare essere proporzionale alla precompressione unitaria locale. Infatti verso la mezzeria, dove la compressione al lembo inferiore è di circa 105 kg/cm^2 , il fenomeno è più marcato (che

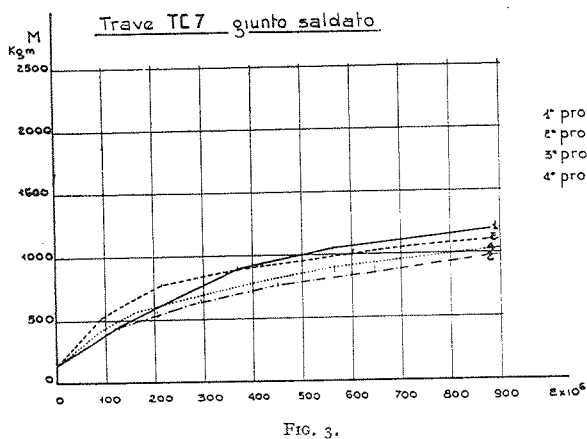


FIG. 3.

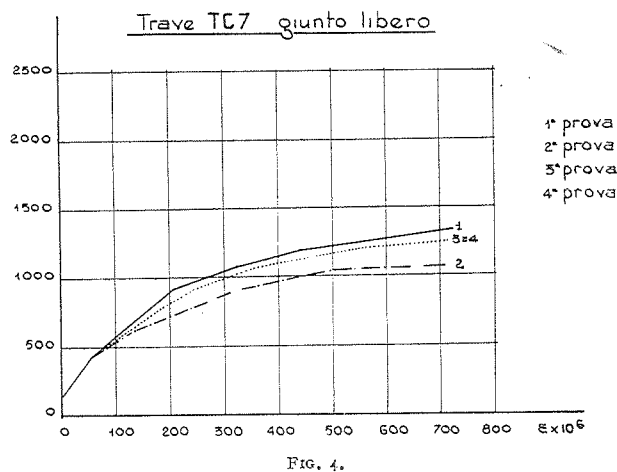


FIG. 4.

nella sezione B distante un metro, dove la stessa compressione è di circa 82 kg/cm^2 , per effetto del rialzamento del cavo.

La quarta prova, eseguita dopo avere soppresso l'incollamento, avrebbe dovuto segnalare una moderata diminuzione di momento utile, in armonia con l'andamento asintotico dei fenomeni di caduta di precompressione.

Nella sezione B questo si è verificato (caduta del 3,2 % rispetto al 1º dato sperimentale): nella sezione A di mezzeria, dove più netto si è manifestato l'incollamento, si è ancora riscontrato un lieve aumento del momento utile (la curva 4ª corre al disopra della curva 2ª): la singolarità è probabilmente dovuta al perdurare di un lieve effetto di incollamento.

TRAVE TC 7.

Questa trave è costruita in tre conci e presenta due tipi di giunto: saldato con malta ricca (spessore 1 cm) e libero, mediante interposizione di un lamierino tra le facce dei conci di calcestruzzo.

Le date delle prove di carico sono le stesse della trave TC 6.

La figura 3 rappresenta le curve rilevate in corrispondenza del giunto saldato (posizione a 30 cm dalla mezzeria).

Notiamo anche ora, sia pure in modo meno netto che nella trave precedente, l'effetto di incollamento e l'incremento di pendenza della 3ª curva.

La 4^a curva presenta nuovamente andamento tutto al disopra di quello della 2^a curva, segnalando quindi un apparente aumento di momento utile, perdurante anche dopo la nuova fessurazione.

La stessa singolarità e di entità ancora maggiore, si verifica nella sezione di giunto libero figura 4.

In tale sezione notiamo anzitutto la differenza tra le curve 1^a e 2^a, dovuta qui non più alla resistenza a trazione del calcestruzzo, ma all'aderenza tra conci e lamierino di giunto. Questa aderenza tra i due materiali non si ricostituisce più, dopo essere stata soppressa con la fessurazione; (il contatto calcestruzzo su calcestruzzo determina al contrario il fenomeno dell'incollamento).

Ciò è confermato chiaramente dall'andamento delle curve 3^a e 4^a, che si sovrappongono quasi perfettamente. Rimane invece, assai marcato, l'aumento di momento utile, che risulta del 9 % dopo la quarta prova.

La singolarità di tale incremento di momento utile permane anche se si considera l'aumento di modulo elastico: esso infatti può influire sulla pendenza della curva, ma non sulla posizione del ginocchio.

I valori relativi alla trave TC 7 sono riuniti nella tabella III.

TABELLA III

Prova n.	Età mesi	Variazioni percentuali di momento utile			
		rispetto al teorico		rispetto allo sperimentale	
		S	L	S	L
3	13	+ 11,0	+ 7,5	+ 16,5	+ 9,1
4	13	+ 3,0	+ 7,5	+ 4,5	+ 4,1

S = giunto saldato; L = giunto libero.

2. TRAVI A CAVO DELLA PRIMA SERIE

I risultati, che si riferiscono ad un periodo di tempo più lungo, sono riuniti nella tabella IV. Nel complesso osserviamo:

a) l'effetto di incollamento è piuttosto variabile (da un massimo del 14,4 % nella TC₅ ad un minimo del 2,5% nella TC₅);

b) la variazione di pendenza nelle curve estensimetriche (che non sono attualmente riportate) si manifesta in modo coerente in tutte le travi ed assume un valore più sensibile nella TC₅, cui corrisponde un forte incollamento;

c) in tutte le travi, tranne che nella TC₅, la soppressione dell'incollamento ha consentito di misurare lievi diminuzioni di momento utile, in armonia con le previsioni.

TABELLA IV

Trave n.	Età mesi	Variazioni percentuali di momento utile	
		rispetto al teorico	rispetto sperimentale
		$\frac{a}{b}$ %	$\frac{a}{b}$ %
TC ₁	7	— 1,4	— 2,2
	42	+ 3,6	+ 5,5
	42	— 2,4	— 3,8
TC ₂	4	— 1,3	— 2,0
	40	+ 1,7	+ 2,5
	40	— 3,0	— 4,6
TC ₄	3	— 1,4	— 2,6
	25	+ 2,6	+ 5,0
	25	— 4,9	— 7,7
TC ₅	3	— 1,3	— 1,7
	23	+ 10,5	+ 14,4
	23	+ 1,5	+ 2,0

Nota. — Travi TC₁ e TC₂ a cavo iniettato. Travi TC₄ e TC₅ a cavo non iniettato.

Osserviamo ancora come appaia che l'effetto di incollamento richieda un periodo di tempo piuttosto lungo per manifestarsi: esso è stato notato nelle prove successive di almeno un anno, rispetto alla precedente fessurazione; nelle prove effettuate dopo 3-7 mesi, e quindi a breve distanza dalla prima fessurazione, esso non è stato rilevato: si sono infatti avute diminuzioni di momento utile e curve estensimetriche al disotto della curva di riferimento.

3. TRAVI A FILI ADERENTI.

L'indagine sperimentale su queste travi si estende per un periodo di cinque anni ed i risultati sono riuniti nella tabella V.

TABELLA V

Trave n.	Età mesi	Variazioni percentuali di momento utile	
		rispetto al teorico %	rispetto sperimentale %
A_1	6	— 4,0	— 4,9
	18	— 3,6	— 4,4
	24	— 4,5	— 5,5
	60	— 3,4	— 4,1
	60	— 4,7	— 5,8
A_2	6	— 3,8	— 4,7
	18	— 2,7	— 3,3
	24	— 4,1	— 5,0
	60	— 3,2	— 3,9
	60	— 5,0	— 6,2

Il comportamento delle travi è regolare ed è interessante osservare la successione dei valori sperimentali che confermano talune ipotesi sull'incollamento.

In queste prove l'incollamento non si è manifestato in modo molto sensibile, poichè ha dato luogo soltanto a regressi di caduta del momento utile rispetto al dato precedente: ad esempio (per la A_1) la diminuzione percentuale passa da — 4,9 % a — 4,4 % nel periodo tra —6 e 18 mesi d'età. Tra 18 e 24 mesi l'incollamento è minimo perchè breve è l'intervallo di tempo, e la caduta riprende a crescere (—5,5%).

Le due prove a 60 mesi segnalano: la prima l'apparente regresso di caduta (si torna a —4,1 %) per effetto dell'incollamento; dopo l'eliminazione di questo la seconda segnala l'ulteriore diminuzione del momento utile (—5,8 %).

III. Prove di rottura

Accenniamo brevemente alle indagini parallele effettuate attraverso prove di rottura.

La prova di rottura è stata eseguita, per ora, sulle travi TC_3 e TC_4 : successivamente sarà eseguita su tutte le altre.

La prova sulla TC_3 è avvenuta tre mesi dopo la precompressione, la prova sulla TC_4 venticinque mesi dopo (cioè al termine della misura di caduta su cui abbiamo riferito).

Nei confronti della prova di rottura le due travi identiche tra di loro nella forma e sensibilmente analoghe nelle caratteristiche dei materiali e nello stato di coazione, presentano tuttavia una diversità sostanziale: la TC_3 ha i cavi iniettati, la TC_4 ha i cavi non iniettati.

La non iniezione dei cavi, che non manifesta sensibile influenza sulle variazioni nel tempo dello stato di coazione, determina invece sulle prove di rottura, una notevole diversità di comportamento.

Riservandoci di ritornare più ampiamente su questo argomento, comunichiamo i risultati ottenuti nelle due prove effettuate.

Trave TC_3 : momento di rottura sperimentale: 39.200 *kgm*.

Trave TC_4 : momento di rottura sperimentale: 23.340 *kgm*.

La trave con cavo non iniettato ha avuto dunque un momento di rottura inferiore del 67 % rispetto al momento di rottura della trave con cavo iniettato.

IV. Conclusioni

Dai risultati esposti si possono trarre le seguenti considerazioni:

a) La variazione nel tempo dello stato di coazione può essere seguita, sia pure con le riserve già espresse, attraverso all'esame comparativo dei diagrammi momento-deformazioni ricavati da estensimetri su fessura nelle successive prove di carico. La serie dei diagrammi di ciascuna sezione rappresenta un interessante documento sul comportamento della sezione stessa e quindi della trave.

b) I valori della variazione da noi esposti sono risultati assai moderati: dopo la rapida diminuzione di momento utile immediatamente successiva alla precompressione, si nota una progressiva stabilizzazione del fenomeno ed in definitiva una sensibile conservazione dello stato di coazione residuo.

c) È stato posto in luce l'effetto di « incollamento » delle sezioni fessurate, il quale ha determinato aumenti del valore del momento utile in misura diversa e talora cospicua. Tale effetto è talvolta perdurato anche dopo una nuova fessurazione della trave. In questo aumento del momento utile segnalato dalla curva estensimetrica interviene tuttavia anche l'incremento di modulo elastico del calcestruzzo, che si sovrappone all'incollamento.

d) Il comportamento nel tempo di travi a cavo iniettato e non, è risultato praticamente analogo. Dai confronti operati sulle curve estensimetriche delle successive prove di carico non è emersa alcuna singolarità nelle travi a cavo non iniettato (e cioè non protetto dall'ossidazione, nè reso solidale alla struttura in tutta la sua lunghezza ma solo per il tramite degli ancoraggi terminali).

e) Le prove di rottura hanno invece messo in evidenza una notevole diversità di comportamento tra le travi a cavo iniettato e non iniettato: una informazione più estesa su questo argomento si potrà trarre quando saranno completate le prove di rottura su tutte le travi di cui abbiamo riferito.

UGO ROSSETTI

COMPORTAMENTO NEL TEMPO DI TRAVI IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO

Premesse

Le travi sperimentate (1) sono del tipo a fili aderenti, costruite in Stabilimento (2) con lavorazione in serie.

Nel 1943 vennero prelevate sette travi identiche, con sezione della figura 1-a, dello stesso getto eseguito con kg/mc 600 di cemento tipo 680.

L'armatura era costituita da tondini di mm 2 lisci, non sottoposti ad alcun trattamento di irruvidimento per aumentare l'aderenza. Le travi avevano delle tacche nel bordo superiore come indicato in figura.

Le caratteristiche geometriche della sezione generica schematizzata come in figura 1-c sono:

Distanza del baricentro della armatura dal lembo inferiore della sezione $y_a = 5,88$ cm; area totale dell'armatura $\omega_f = 30 \times 2 = 0,94$ cm².

Per $n = 8$ risulta l'area omogeneizzata totale della sezione:

$$\omega = 127,7 \text{ cm}^2$$

e le distanze del baricentro della sezione dai lembi superiore ed inferiore (fig. 1-c)

$$y' = 10,15 \text{ cm} \quad ; \quad y = 7,85 \text{ cm}.$$

Il momento di inerzia è $J = 3879 \text{ cm}^4$ ed il raggio di inerzia $\rho^2 = 30,38 \text{ cm}^2$.

L'eccentricità dell'armatura rispetto al baricentro della sezione è:

$$e_a = 5,88 - 7,85 = -1,97 \text{ cm}.$$

Indicando con N la risultante di precompressione sulla intera sezione omogeneizzata, ossia la forza esterna eliminata all'atto della precompressione (che indicheremo N_i , se è la forza iniziale

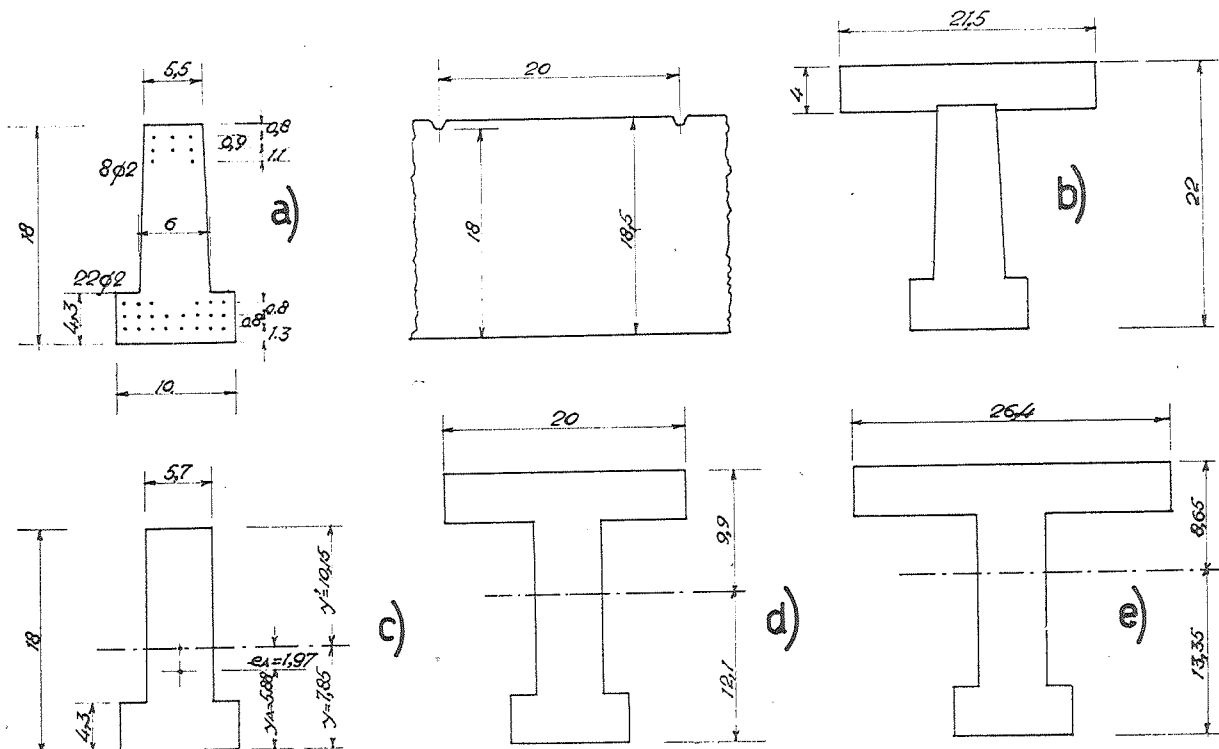


FIG. 1.

(1) Di alcune prove eseguite nel 1946 è già stato dato notizia al Convegno dal c. a. a Torino nel 1947.

(2) Lo stabilimento della S.C.A.C. a Monterotondo.

applicata effettivamente all'armatura ed N_0 la corrispondente residua dopo prodottesi le deformazioni lente) si hanno le tensioni marginali di precompressione:

$$\sigma'_c = \frac{N}{127,7} \left(1 - \frac{1,97}{30,38} 10,15 \right) = 0,00255 N$$

$$\sigma_c = \frac{N}{127,7} \left(1 - \frac{1,97}{30,38} 7,85 \right) = 0,0118 N.$$

Poichè le armature erano state tirate a 130 kg/mm^2 risulta:

$$N_i = 0,94 \times 13000 = 12300 \text{ kg}$$

e quindi precompressioni iniziali (fig. 2-a)

$$\sigma'_{ci} = 0,00255 \times 12300 = 31 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ci} = 0,0118 \times 12300 = 146 \text{ kg/cm}^2.$$

I moduli resistenti della sezione sono:

$$w' = \frac{38,79}{10,15} = 382 \text{ cm}^3 \quad ; \quad w = -\frac{38,79}{7,85} = -493 \text{ cm}^3.$$

Nel novembre del 1945, ossia dopo oltre due anni dalla costruzione delle travi, quattro di esse vennero completate con il getto di una soletta in conglomerato di dimensioni $4 \times 21,5 \text{ cm}$ nella

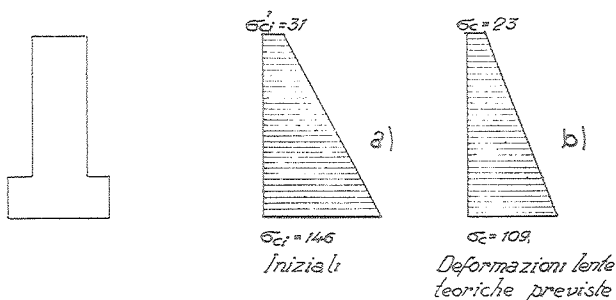


FIG. 2.

parte superiore, soletta che doveva riprodurre parzialmente l'effetto statico della soletta dei solai che viene gettata dopo la posa in opera delle travi. Nessun collegamento metallico si aveva fra soletta ed anima delle travi; e l'anima della trave penetrava nella soletta per $\text{mm } 5$ nei tratti fra le tacche.

È da notare che il getto delle solettine è stato eseguito con le travi capovolte e sostenute in modo da annullare l'effetto del peso proprio.

Poichè all'epoca del getto delle solette il modulo del conglomerato delle travi risultò $E_c = 250.000 \text{ kg/cm}^2$ e quello delle solette $E_c = 230.000 \text{ kg/cm}^2$, nel calcolo delle caratteristiche geometriche della sezione mista la larghezza della soletta venne ridotta nel rapporto dei moduli.

Nel 1953, quando venne eseguito il secondo ciclo di prove si ottennero moduli a compressione dei conglomerati: per le travi $E_c = 260.000 \text{ kg/cm}^2$ e per la soletta $E_c = 320.000 \text{ kg/cm}^2$. Omogeneizzata la sezione e tenuto conto di questi nuovi rapporti risulta (fig. 1-e) una larghezza di soletta $b = 21,5 \times 320/260 = 26,4 \text{ cm}$ cui corrisponde:

$$w = 234 \text{ cm}^3 \quad ; \quad y = 13,35 \text{ cm} \quad ; \quad y' = 8,65 \text{ cm} \quad ; \quad J = 12,470 \text{ cm}^4$$

$$w' = \frac{21,5}{26,4} \frac{12,470}{8,65} = 1170 \text{ cm}^3 \quad ; \quad w = -\frac{12,470}{13,35} = -930 \text{ cm}^3.$$

Appoggiate le travi sulla luce di $m \ 4$, essendo il loro peso proprio $p = 21,4 \times 2,5 = 54 \text{ kg/m}$ si aveva in mezzeria un momento: $M = 108 \text{ kg/m}$ a cui corrispondono tensioni:

$$\sigma'_c = \frac{10,800}{1230} = 8,8 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \sigma_c = -\frac{10,800}{930} = -11,6 \text{ kg/cm}^2.$$

Le prove vennero eseguite mediante l'applicazione, con un sistema di leve, di quattro carichi concentrati P come indicato in figura 3 di uguale grandezza a cui corrispondono tensioni nelle due fasi (1945-1953):

$$(1945) \quad \sigma'_c = \frac{240}{1230} P = 0,195 P$$

$$\sigma_c = -\frac{240}{935} P = -0,257 P$$

$$(1953) \quad \sigma'_c = \frac{240}{1170} P = 0,205 P$$

$$\sigma_c = -\frac{240}{930} P = -0,258 P$$

e nella trave senza soletta:

$$\sigma'_c = \frac{240}{382} P = 0,63 P \quad ; \quad \sigma_c = -\frac{240}{493} P = -0,48 P.$$

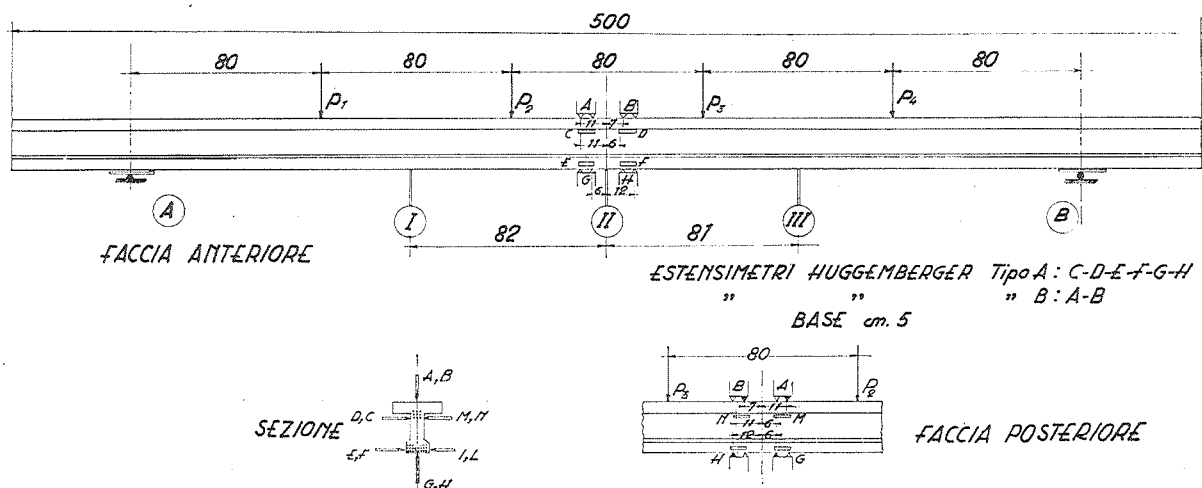


FIG. 3.

La freccia corrispondente ai quattro carichi concentrati per modulo E_c e momento di inerzia I , è:

$$f = \frac{400^3}{15,87} \frac{I}{E_c} P = 4.032.760 \frac{I}{E_c} P$$

e per $I = 11.284$ (trave con soletta 1945)

$$f = 358 \frac{P}{E_c}$$

per $I: 12470 \text{ kg/cm}^2$ (trave con soletta 1953)

$$f = 324 \frac{P}{E_c}$$

e per $I = 3.879 \text{ cm}^2$ (trave senza soletta)

$$f = 1040 \frac{P}{E_c}.$$

Descrizione delle prove

ESPERIENZE DEL 1946

Nel gennaio 1946 si iniziarono delle prove di carico su due travi con soletta e su una senza soletta mediante l'attrezzatura della figura 3. Poichè erano trascorsi due anni ed otto mesi dal getto delle travi, potevano ritenersi praticamente scontate le deformazioni lente.

Nella I trave ad una oscillazione fra i carichi 626-871 corrisponde un modulo $E_c = 230.000 \text{ kg/cm}^2$ e nella seconda $E_c = 210.000 \text{ kg/cm}^2$ mentre dai cubetti si è ottenuto a compressione mediamente $E_c = 250.000 \text{ kg/cm}^2$ (oscillazioni intorno a 60 kg/cm^2).

In ambedue le travi le prime lesioni sono apparse alla lente sotto il carico complessivo di $kg\ 1800$ e la rottura si è prodotta per il carico di $kg\ 3270$ per netto cedimento del conglomerato.

Risulta il momento di fessurazione:

$$M_f = 108 + 2,4 \frac{1800}{4} = 1186\ kg\ m$$

e quello di rottura:

$$M_r = 108 + 2,4 \frac{3270}{4} = 2066\ kg\ m.$$

Lungo alcune sezioni centrali delle travi vennero applicati degli estensimetri (fig. 4), ottenendo diagrammi di deformazione quasi lineari nel periodo antecedente alle lesioni. L'asse neutro è risultato leggermente più basso di quello teorico.

Nella trave senza soletta le lesioni sono apparse al carico di $kg\ 1600$, e la rottura si è prodotta al carico di $kg\ 2100$.

Per una oscillazione fra $kg\ 626-871$ si trova una variazione della freccia di $mm\ 2,3$ a cui corrisponde il modulo:

$$E_c = 1040 \frac{245}{4 \times 0,23} = 275.000\ kg/cm^2$$

sensibilmente superiore a quello ottenuto dalla trave con soletta.

Per queste travi non venne eseguita alcuna determinazione del carico di decompressione.

COMPORTAMENTO NEL TEMPO DELLE TRAVI SOTTO CARICO

Nell'aprile del 1946 i restanti tre travetti, di cui due con solettina, vennero posti sotto carico con attrezzatura a carattere permanente costituita da due pilastri in muratura di appoggio sulla luce di $m\ 4$. Il carico era ottenuto con quattro bidoni pieni di sabbia sospesi alla trave con staffe metalliche e costituenti quattro carichi concentrati nella stessa posizione di quelli della attrezzatura con leve.

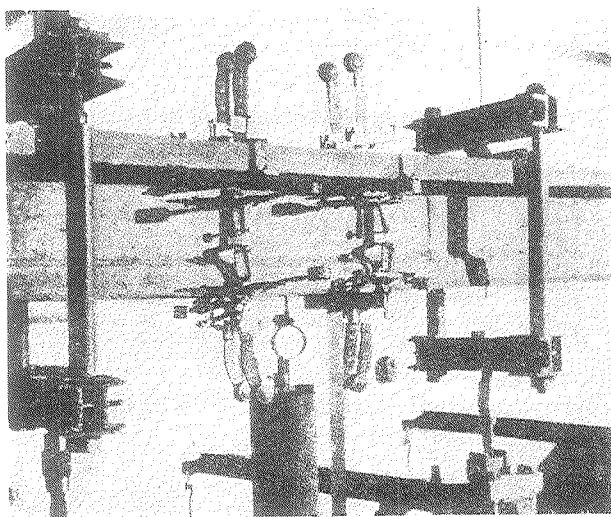


FIG. 4.

Le inflessioni delle travi venivano misurate periodicamente mediante un'asta con micrometro che trovava i punti fissi su pilastri disposti lungo l'asse della trave.

Le due travi con soletta vennero sottoposte rapidamente al carico complessivo di $kg\ 1040$ che dopo 22 giorni venne incrementato a $kg\ 1600$ con sforzi ai lembi superiore ed inferiore, tenuto conto del peso proprio:

$$\sigma'_c = 8,8 + 0,195 \frac{1600}{4} = 8,66\ kg/cm^2$$

$$\sigma_c = -11,6 - 0,257 \frac{1600}{4} = -114,6\ kg/cm^2.$$

Poichè era prevista una caduta di tensione per deformazioni lente del 25 %, la precompressione residua al lembo inferiore risultava (fig. 2-b).

$$\sigma_c = 0,75 \times 146 = 109\ kg/cm^2$$

e quindi si aveva una trazione teorica:

$$\sigma_c = -114,6 + 109 = -5,6\ kg/cm^2.$$

Le deformazioni nel tempo (freccie in mezz'ora depurate dei cedimenti degli appoggi) risultano dai grafici delle figure 5, 6, 7 ove le ascisse rappresentano il tempo in scala logaritmica.

Nella figura 5 sono segnate le frecce per un primo periodo di 400 giorni. Le deformazioni lente della trave IV sono inferiori a quelle della trave V nonostante le frecce istantanee per il primo carico di $kg\ 1040$ siano all'incirca uguali. Si può ritenere che dopo 150 giorni dall'inizio del carico i forti cedimenti fossero cessati dopodichè l'andamento delle curve risulta decisamente asintotico, come appare più evidente dalla figura 6 ove il fenomeno è esteso in altra scala a tutto il periodo di osservazione fino allo scarico.

Nella figura 7 sono riportate le deformazioni per la trave senza soletta sotto il carico di $kg\ 800$ a cui corrispondono tensioni marginali:

$$\sigma'_c = 0,63 \frac{800}{4} = 126 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = 0,48 \frac{800}{4} = 96 \text{ kg/cm}^2$$

e considerato il peso proprio, tensioni totali:

$$\sigma'_c = 143 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_c = -109 \text{ kg/cm}^2$$

e quindi sforzi al bordo inferiore prossimi al carico teorico di decompressione.

L'incremento dei cedimenti di questa trave nell'ultimo periodo è maggiore che per le travi con soletta probabilmente a causa della maggiore compressione al lembo superiore.

Osservando i diagrammi delle deformazioni e della temperatura appare in tutte le travi una decisa dipendenza fra di essi nel senso che ad un aumento di temperatura corrispondono maggiori

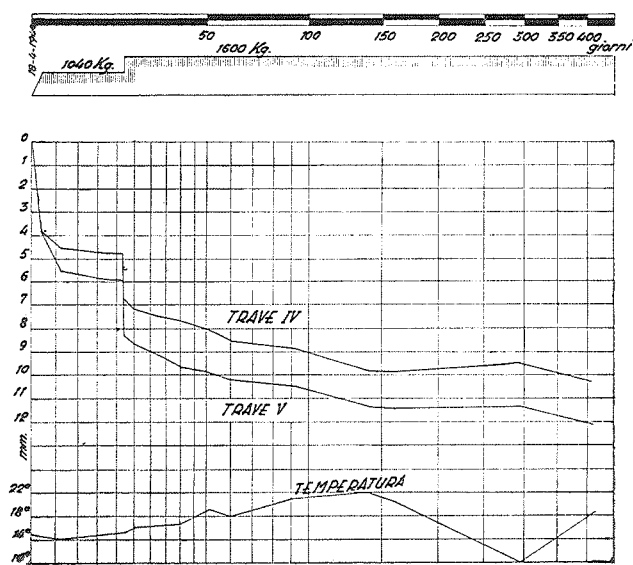


FIG. 5.

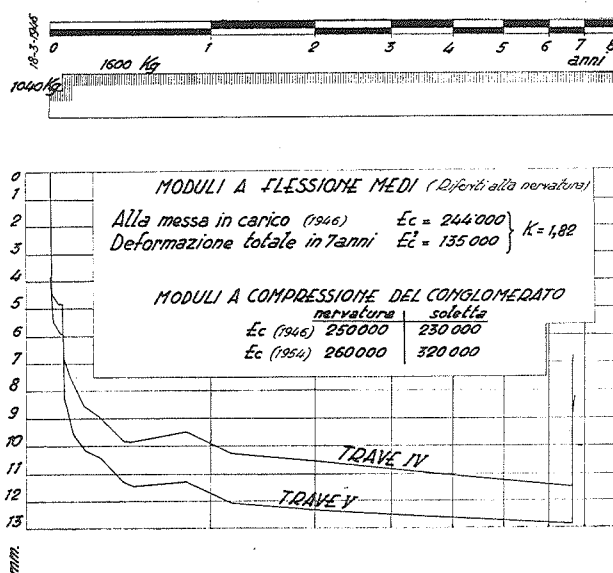


FIG. 6.

incrementi di deformazione ossia una maggiore sensibilità dell'acciaio alle variazioni termiche. Analogamente si è riscontrata una dipendenza per le variazioni igrometriche.

In tutte le travi, allo scarico, si è avuta una notevole freccia residua.

Per le travi con soletta la freccia istantanea al carico di $kg\ 1040$ è mediamente di $cm\ 0,38$ a cui corrisponde il modulo:

$$E_c = 358 \frac{1040}{4 \times 0,38} = 244.000 \text{ kg/cm}^2.$$

Dopo 160 giorni, al carico di $kg\ 1600$ le frecce sono $mm\ 9,85$ e $11,4$ a cui corrispondono moduli totali:

$$E_c = 145.000 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad E_c = 125.000 \text{ kg/cm}^2$$

ed a 2376 giorni ($f = 11,5 - 12,9 \text{ mm}$)

$$E_c = 124.000 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad E_c = 110.000 \text{ kg/cm}^2.$$

Nell'interpretazione dei risultati non può essere trascurato il ritiro della soletta che collegata alle travi in un secondo tempo, quando il ritiro del conglomerato delle travi era esaurito, induce un ulteriore stato di tensioni. Il ritiro della soletta equivalente infatti ad una forza di precompressione applicata nel baricentro della soletta che, per quanto di determinazione incerta, si è cercato di valutare.

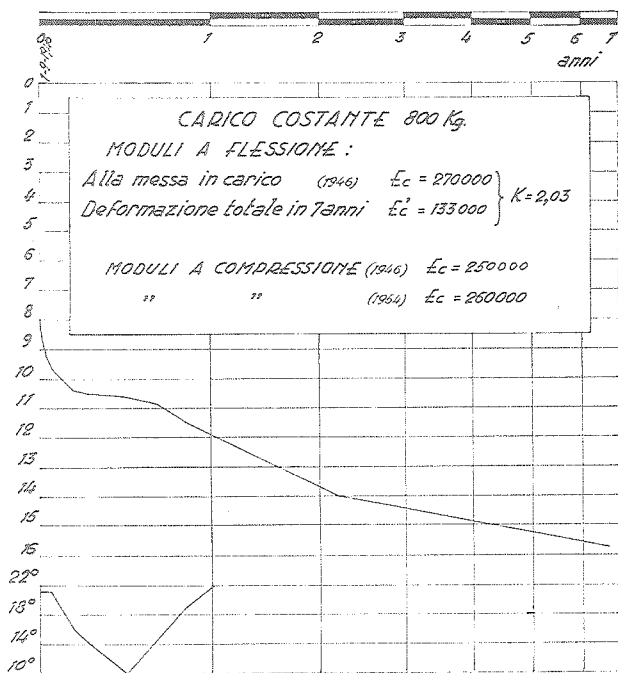


Fig. 7.

Con tale criterio le frecce totali si ridurrebbero pertanto al $f=11,5-1,5=10\text{ mm}$ ed $f=12,9-1,5=11,4\text{ mm}$ e quindi i moduli avrebbero i valori:

$$E_c' = 143.000\text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad E_c' = 126.000\text{ kg/cm}^2.$$

I coefficienti di plasticità a flessione risultano pertanto:

$$K = \frac{10}{5,7} = 1,75 \quad K = \frac{11,4}{6,02} = 1,90.$$

Non va però trascurato il fatto che anche una eventuale deformazione lenta dell'acciaio influisce su detti valori.

Le frecce istantanee di ritorno sono risultate rispettivamente: $f = 4,19\text{ mm}$. ed $f = 4,41\text{ mm}$.

Per la trave senza soletta il modulo istantaneo ($f = 7,7\text{ mm}$) risulta:

$$E_c = 1040 \frac{800}{4 \times 0,77} = 270.000\text{ kg/cm}^2$$

e quello per deformazioni totali ($f = 15,63$):

$$E_c' = 1040 \frac{800}{4 \times 1,56} = 133.000\text{ kg/cm}^2$$

ed il coefficiente di plasticità:

$$K = \frac{15,63}{7,7} = 2,03.$$

Il ritorno istantaneo è stato di $\text{mm } 7,10$ ossia all'incirca lo stesso valore assoluto del cedimento elastico iniziale.

PROVE DEL 1953-54

Dal mese di ottobre 1953 al mese di maggio 1954 vennero eseguite delle esperienze sulle travi IV, V e VI già tenute sotto carico per sette anni. Le travi avevano circa dieci anni di vita.

Le prove sono state condotte con il criterio di ricalcare quelle del 1946 eseguite sulle travi gemelle I, II e III. Per una oscillazione del carico fra *kg* 627 ed 871 si hanno variazioni di freccia di *mm* 0,8 che per la sezione omogeneizzata, con i moduli trovati all'epoca delle prove, fornisce un modulo a flessione per il conglomerato della nervatura:

$$E_c = 324 \frac{246}{4 \times 0,08} = 248.000 \text{ kg/cm}^2$$

inferiore al valore di 260.000 trovato sui cubetti.

Le lesioni sono apparse nella trave IV al carico di *kg* 1900 e nella V al carico di *kg* 2100.

Nelle figure 8 e 9 sono riportati cicli di carico fino a pervenire alla rottura.

I momenti di fessurazione per le due travi sono:

$$M_f = 108 + 2,4 \frac{1900}{4} = 1258 \text{ kg/m}$$

$$M_f = 108 + 2,4 \frac{2100}{4} = 1368 \text{ kg/m.}$$

Dopo l'apparizione delle lesioni in una estesa zona centrale delle travi, si è andati a ricercare il carico di decompressione applicando degli estensimetri sul conglomerato a cavallo delle lesioni in prossimità del lembo inferiore delle travi e sottoponendo le travi a cicli di carico.

Nella figura 10 sono riportati i grafici di alcuni estensimetri; quelli di tutti gli altri numerosi estensimetri hanno le stesse caratteristiche.

Osservando i grafici non si vede un netto ginocchio come potrebbe aspettarsi, bensì un graduale passaggio da uno stadio all'altro. La variazione di inclinazione è più o meno rapida per i vari estensimetri e ciò è da attribuirsi agli scorrimenti fra armatura e conglomerato che si producono non appena è raggiunto il carico di decompressione ed all'influenza delle lesioni vicine.

È da ritenersi quindi, e comunque con criterio cautelativo in relazione allo scopo della ricerca, che la decompressione sia denunciata dal cessare della proporzionalità, fra carico e deformazione.

Si può dedurre da tutti i grafici, con una discreta concordanza, un carico di decompressione variabile fra *kg* 1300 e 1400 ed in quanto segue considereremo il più basso di questi valori.

Eseguita questa ricerca vennero tolti tutti gli apparecchi di misura e proseguito il carico fino a rottura ottenendo forti deformazioni finali delle travi, visibili nella figura 11 con frecce dell'ordine di *cm* 5. La trave IV ha ceduto al carico di *kg* 4058 e la V al carico di *kg* 4300 a cui corrispondono momenti di rottura, tenuto conto del peso proprio:

$$M_r = 108 + 2,4 \frac{4058}{4} = 2548 \text{ kg m}$$

$$M_r = 108 + 2,4 \frac{4300}{4} = 2688 \text{ kg m.}$$

La rottura si è prodotta in ambedue le travi per cedimento del conglomerato della soletta come nelle prove del 1946 e la rottura è stata preceduta dall'apparizione di una lesione orizzontale nell'anima della trave, subito sotto la soletta, che è visibile ancora nella fotografia presa dopo la rottura (fig. 12). Nessun distacco è stato invece notato lungo la superficie di contatto fra soletta e nervatura.

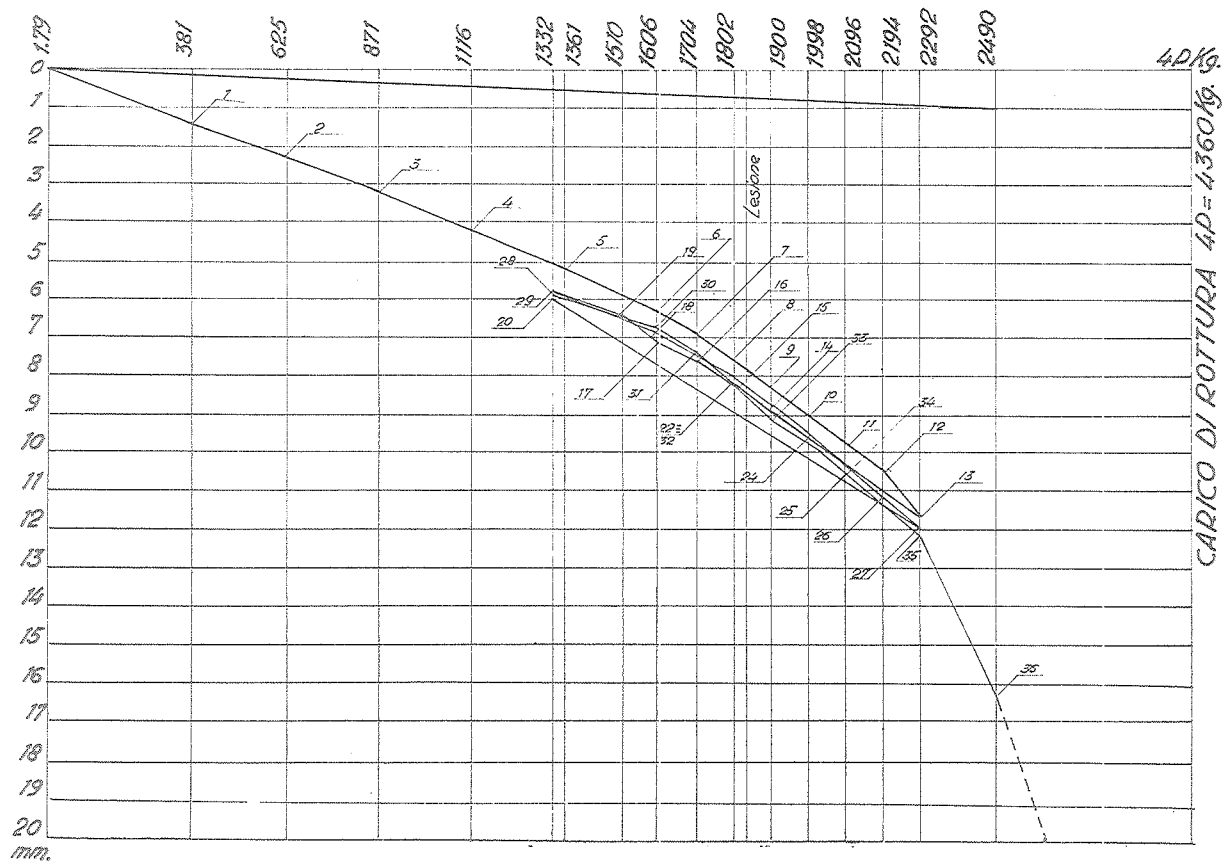


FIG. 8.

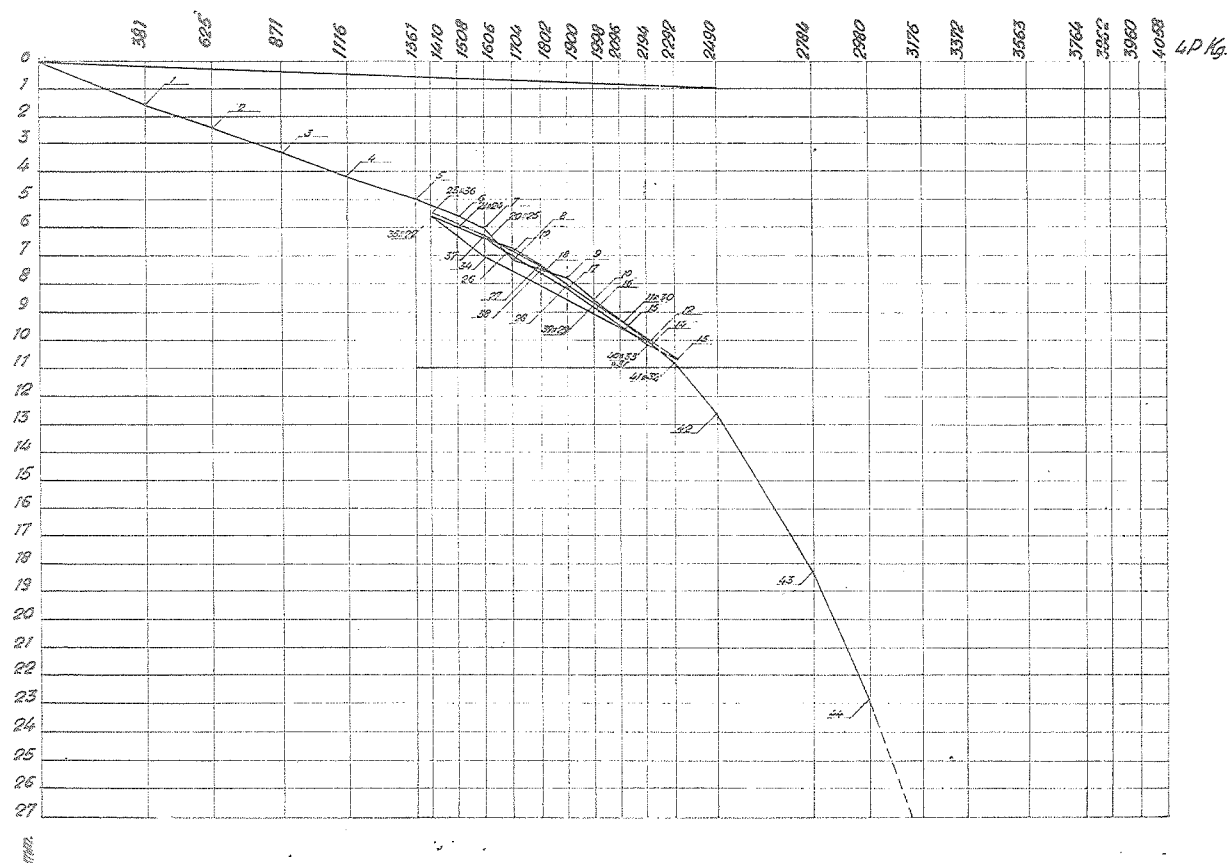


FIG. 9.

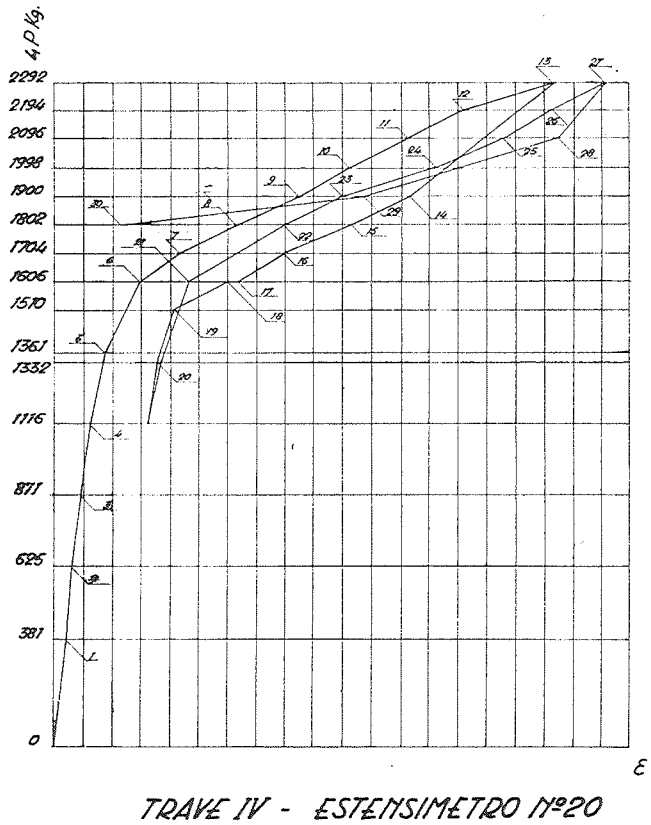
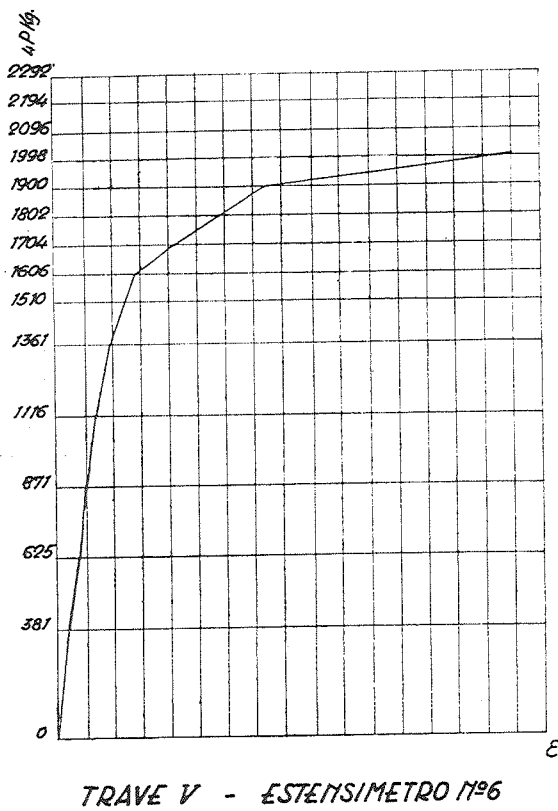
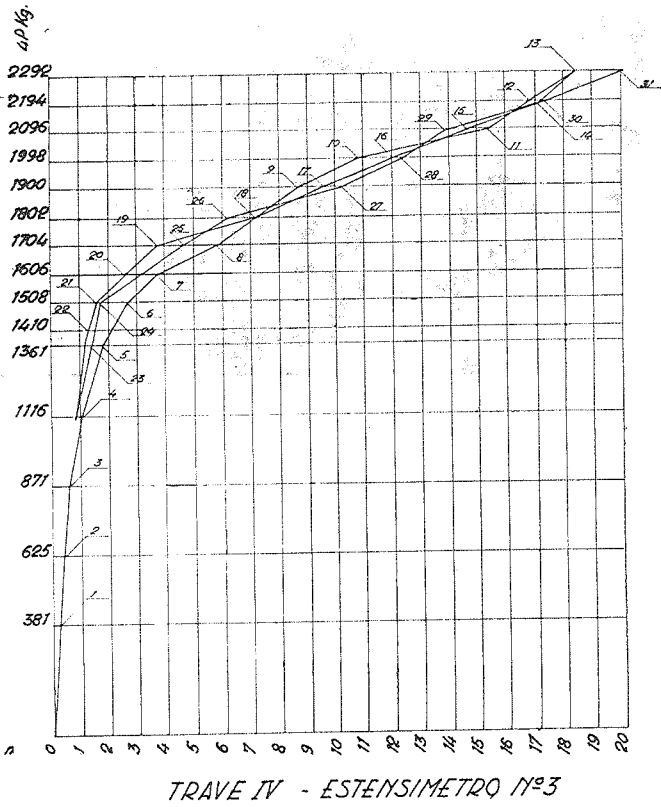
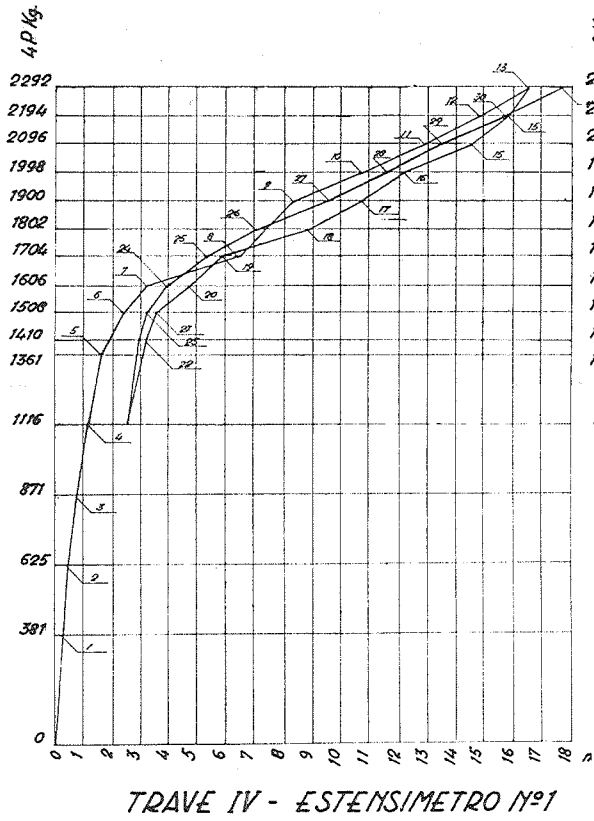


FIG. 10.

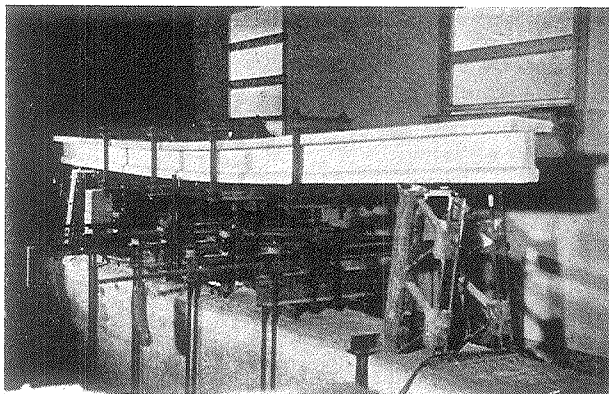


FIG. 11.

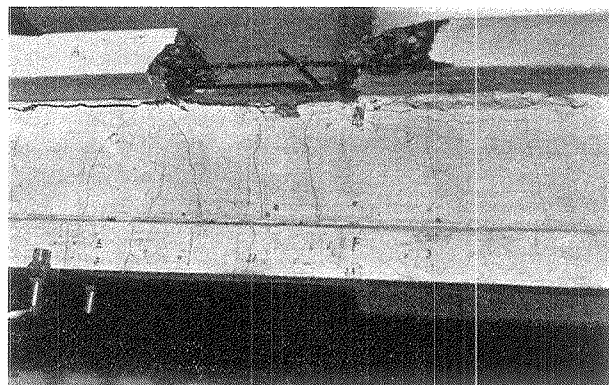


FIG. 12.

Le lesioni verticali sul gambo delle travi, in prossimità della rottura si sono estese fino all'attacco della soletta mentre non è stato notato alcun segno su questa. Dopo prodottasi la rottura tutte le lesioni fuori della zona centrale si sono perfettamente richiuse scomparendo completamente.

Analoghe prove sono state eseguite sulla trave senza soletta. Per una oscillazione del carico fra $kg\ 871$ e 625 la variazione di freccia è di $mm\ 2,1$ e quindi:

$$E_c = 1040 \frac{245}{4 \times 0.21} = 300.000\ kg/cm^2.$$

Le lesioni sono apparse al carico di $kg\ 1165$ per un momento:

$$M_l = 64 + 2,4 \frac{1165}{4} = 764\ kg\ m.$$

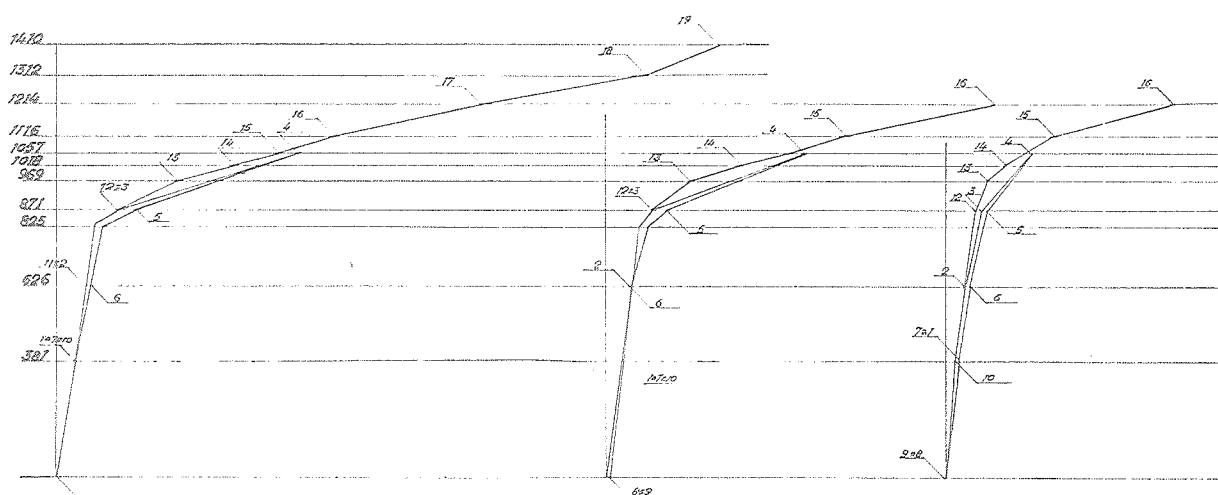


FIG. 13.

Nella figura 13 si vedono le deformazioni denunciate da alcuni estensimetri posti a cavallo delle lesioni da cui appare il carico di decompressione in $kg\ 870$.

La rottura si è prodotta per cedimento del conglomerato sotto il carico di $kg\ 2000$ a cui corrisponde il momento:

$$M_r = 64 + 2,4 \frac{2000}{4} = 1264\ kg\ m.$$

Esame e confronto dei risultati

Sono risultate le seguenti caratteristiche dei materiali:

	1946	1954
	<i>kg/cm²</i>	<i>kg/cm²</i>
Modulo elastico a compressione del conglomerato della trave (70)	250.000	260.000
Idem per la soletta	230.000	320.000
Carico di rottura a compressione del conglomerato della trave	400	420
Idem per la soletta	397	500
	<i>kg/mm²</i>	<i>kg/mm²</i>
Limite a 0,2 per l'acciaio	190	175
Carico di rottura a trazione	210	197

Mentre per il conglomerato delle travi, già stagionato per oltre due anni nel 1946 si è avuto una minima variazione del modulo e della resistenza, per quello della soletta, che all'epoca delle prime prove aveva pochi mesi di stagionatura, si riscontra un forte aumento sia del modulo, sia della resistenza.

DEFORMABILITÀ DELLE TRAVI

Il comportamento elastico delle travi nelle due serie di prove del 1946 e 1954 è stato molto simile risultando solo attenuate le deformazioni per l'aumento dei moduli.

Omogeneizzate le sezioni risulta il rapporto della rigidità:

$$\frac{EI_{54}}{EI_{46}} = \frac{260.000 \times 12.470}{250.000 \times 12.284} = 1,15.$$

Per il carico di *kg* 1312 si ha un rapporto delle frecce:

$$\frac{f_{46}}{f_{54}} = \frac{5}{4,5} = 1,11$$

e quindi una discreta concordanza fra il comportamento elastico delle travi e le caratteristiche dei conglomerati.

FESSURAZIONE E ROTTURA

Le travi con soletta I e II provate nel 1946 e le IV e V provate nel 1954 hanno dato momenti medi di fessurazione:

$$M_{f_{46}} = 1186 \text{ kg/m} \quad ; \quad M_{f_{54}} = 1313 \text{ kg/m}$$

e momenti di rottura:

$$M_{r_{46}} = 2066 \text{ kg/m} \quad ; \quad M_{r_{54}} = 2618 \text{ kg/m}.$$

Si è avuto pertanto un aumento del carico di fessurazione:

$$p_f = \frac{1313 - 1186}{1186} = 10,5 \%$$

e del carico di rottura:

$$p_r = \frac{2618 - 2066}{2066} = 26,5 \%$$

Per le travi senza soletta, momenti di fessurazione:

$$M_{l,46} = 1034 \text{ kg/m} \quad ; \quad M_{l,54} = 765 \text{ kg/m}$$

e momenti di rottura:

$$M_{r,46} = 1334 \text{ kg/m} \quad ; \quad M_{r,54} = 1264 \text{ kg/m}.$$

Pertanto per le travi senza soletta il momento di fessurazione è diminuito sensibilmente e quello di rottura in misura minore.

RICERCA DELLA CADUTA DI TENSIONE

Nel progetto delle travi era stata prevista una caduta di tensione complessiva per deformazioni lente del 25 % a cui corrisponde una precompressione al lembo inferiore della sezione:

$$\sigma_c = 109 \text{ kg/cm}^2.$$

Dalla lettura degli estensimetri posti a cavallo delle lesioni nelle travi con soletta si può assumere, in via del tutto cautelativa, un carico di decompressione di $\text{kg } 1300$ a cui corrisponde al lembo inferiore della trave una trazione: $\sigma_c = -95,6 \text{ kg/cm}^2$.

La forza di precompressione che precomprime il bordo inferiore della sezione a $\sigma_c = 95,6 \text{ kg/cm}^2$ è:

$$N_o = 95,6 \left(\frac{127,7}{1 + \frac{1,97}{30,38}} \right) 7,85 = 8100 \text{ kg}$$

e poichè quella applicata era $N_i = 12.300 \text{ kg}$ la caduta di tensione a dieci anni è:

$$\Delta N = 12.300 - 8100 = 4200 \text{ kg}$$

e percentualmente:

$$\eta = \frac{4200}{12.300} = 34 \%$$

Poichè le lesioni sono apparse per il carico medio di $\text{kg } 2000$ a cui corrisponde: $\sigma_c = -140 \text{ kg/cm}^2$ la resistenza a trazione del conglomerato risulta:

$$\sigma_c = 140 - 95 = 45 \text{ kg/cm}^2$$

ossia dell'ordine del 10 % di quella a compressione.

A questo punto può essere invocato il fatto, già posto in evidenza, che la trave era ormai stagionata quando venne gettata la soletta. Si è visto che l'effetto del ritiro della soletta equivale ad una forza di precompressione $T = 650 \text{ kg}$ con un raggio di curvatura $r = 64.200 \text{ cm}$ e quindi il fenomeno provoca una ulteriore trazione al lembo inferiore della trave:

$$\sigma_c = \frac{650}{134} = \frac{120.000}{64.200} 8 = -10 \text{ kg/cm}^2.$$

Pertanto ove venga tenuto conto di detto fenomeno, che è particolare delle sezioni miste, la precompressione residua sarebbe $\sigma_c = 95 + 10 = 105 \text{ kg/cm}^2$ a cui corrisponde $N_o = 8,9 T$ e quindi la percentuale di caduta è:

$$\eta = \frac{12,3 - 8,9}{12,3} = 28 \%$$

Per la trave senza soletta il carico di decompressione è di $\text{kg } 825$ che provoca al lembo inferiore della sezione, tenuto conto del peso proprio una trazione: $\sigma_c = -114 \text{ kg/cm}^2$.

Poichè la forza di precompressione che dà luogo a $\sigma_c = 114 \text{ kg/cm}^2$ è $N = 9,6 T$, la caduta di tensione risulta:

$$\eta = \frac{12,3 - 9,6}{12,3} = 22\%.$$

Le prime lesioni sono apparse al carico di $kg \ 1165$ cui corrisponde:

$$\sigma_c = -13 - 0,493 \frac{1165}{4} = -157 \text{ kg/cm}^2$$

cosicchè la resistenza a trazione del conglomerato risulta:

$$\sigma_c = 43 \text{ kg/cm}^2.$$

CONSIDERAZIONI SULLA ROTTURA

La rottura delle travi con soletta è avvenuta per cedimento del conglomerato per momenti $M_r = 255.200 \ ; \ 269.200 \text{ kgm}$.

Considerando come resistente la sola armatura inferiore costituita da $22 \ \varnothing \ 2 = 0,69 \text{ cm}^2$, essa, riferita alla sezione rettangolare circoscritta, corrisponde ad una percentuale:

$$\mu = \frac{0,69}{21,5 \times 20} = 0,16\%.$$

La distanza del baricentro dell'armatura inferiore dal lembo compresso della sezione risulta $22 - 2 = 20 \text{ cm}$. La formula EMPA per $\sigma_{cr} = 500 \text{ kg/cm}^2$ fornisce un braccio delle forze interne:

$$t = 20 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{0,69 \times 20.000}{500 \times 21,5 \times 20} \right) = 20 \times 0,097 = 19,14 \text{ cm}$$

mentre con l'ipotesi di diagramma di compressione uniforme si ottiene:

$$t = 20 \times 0,968 = 19,36 \text{ cm}.$$

Poichè si è avuta una resistenza media dei fili di 200 kg/mm^2 il momento di rottura è:

$$M_r = 0,69 \times 20.000 \times 19,36 = 266.000 \text{ kg cm}$$

e quindi dell'ordine di grandezza di quello misurato.

È pertanto evidente che la rottura del conglomerato è avvenuta a seguito dei forti allungamenti della armatura, anche essa prossima alla rottura. Va rilevato che nel calcolo del momento resistente dell'armatura sono stati trascurati i fili posti nella parte alta della trave poichè pur risultando alcuni nella zona tesa offrono un lieve contributo.

Applicando le formule in fase plastica del conglomerato ai risultati ottenuti nel 1946 nonostante in prossimità della rottura le tensioni nell'armatura fossero notevolmente inferiori allo stesso limite elastico, la rottura fu ancora dovuta alla scarsa percentuale di armatura.

Eseguendo la verifica in fase elastica della sezione mista con il momento effettivo di rottura di trovano sforzi nella soletta di 390 kg/cm^2 e quindi sufficientemente concordanti con la resistenza del conglomerato nel 1946.

Per la trave senza soletta, si trova, sempre nell'ipotesi di diagramma uniforme di compressione, un braccio delle forze interne:

$$t = 16 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{0,69 \times 20.000}{420 \times 5,5 \times 16} \right) = 13 \text{ cm}$$

e quindi:

$$M_r = 0,69 \times 20.000 \times 13 = 179.000 \text{ kg/cm}$$

mentre la rottura è avvenuta per $M_r = 133.400$; 126.400 kg/cm .

Applicando la formula del regolamento francese a questo caso si ha:

$$M_r = 0,22 \times 5,5 \times 16^2 \times 420 = 130.000 \text{ kg cm}$$

valore molto prossimo al reale.

Conclusioni

Dai risultati delle esperienze descritte si sarebbe indotti a trarre delle conclusioni a carattere generale sul comportamento delle travi precomprese a fili aderenti senonchè l'esiguo numero di travi provate consiglia di estendere con prudenza gli apprezzamenti che seguono.

Si è già posto in rilievo il fatto che le travi sperimentate sono state fra le prime ad essere costruite in serie e che il conglomerato non presentava quelle caratteristiche che si richiedono per le strutture precomprese, in particolare il modulo è risultato basso. Ciò risulta oltre che dalle prove sui cubetti prelevati dalle travi, anche dalla pesantezza dei diagrammi nei cicli di carico e scarico principalmente per le travi senza soletta.

La deformabilità nel tempo delle travi, mantenute sotto carico permanente, è risultata sensibile con frecce definitive circa doppie di quelle rapide. Questo fenomeno del lento incremento delle deformazioni non va naturalmente attribuito al fatto della precompressione in quanto notoriamente tutte le strutture in cemento armato di esili dimensioni, e tanto più se in conglomerato di basso modulo elastico, hanno forti deformazioni susseguenti, constatate ogni qualvolta si osservi la struttura nel tempo con strumenti ad elevata sensibilità.

Le travi sono state poste sotto carico oltre due anni dopo il getto e la condizione era sfavorevole agli effetti delle cadute di tensione in quanto nel primo periodo la compressione è stata la massima, non alleviata dall'azione dei carichi esterni.

Le prove sui materiali hanno mostrato che nei sette anni durante i quali le travi sono state tenute sotto carico le caratteristiche del conglomerato di queste non hanno subito variazioni apprezzabili mentre resistenza e modulo del conglomerato della soletta sono aumentati. Per la armatura si è notata una diminuzione sia del limite elastico, sia del carico di rottura, ma per quanto tutti i fili provati nel 1954 abbiano dato resistenza lievemente inferiore a quelli provati nel 1946 non si ravvisano gli estremi per fare alcun apprezzamento al riguardo anche perchè le prove nelle due epoche vennero eseguite con macchine diverse.

Confrontando i risultati delle due serie di prove si trova che per le travi con soletta il carico di fessurazione in otto anni è aumentato del 10,5 % e quello di rottura del 26,5 %. Questo aumento se pur mostra un buon comportamento nel tempo delle strutture provate non va inteso come una prerogativa del sistema, ma in funzione della migliorata resistenza del conglomerato, in particolare di quello della soletta. Si può dire che nelle seconde prove l'aumento di resistenza del conglomerato ha consentito il pieno sfruttamento della resistenza dell'armatura.

Per le travi senza soletta si trova invece una diminuzione del carico di fessurazione mentre il carico di rottura resta all'incirca lo stesso. Trattasi però del confronto fra due sole prove.

Maggior credito si può dare alla ricerca del carico di decompressione e quindi alla determinazione della caduta di tensione. Il metodo seguito di ricercare il carico di decompressione con estensimetri applicati al conglomerato, se pure impreciso poichè risente di fenomeni secondari fra cui gli scorrimenti del conglomerato sulle armature per stadi successivi alle lesioni, dà comunque con buona approssimazione l'ordine di grandezza del fenomeno.

Si è visto che per le travi con soletta si individua una caduta di tensione media del 28 % riferita alla tensione iniziale, ove la caduta di tensione venga depurata dell'effetto del ritiro della soletta che è un fenomeno particolare delle sezioni miste. La caduta di tensione nella trave senza soletta risulta del 22 %.

A tali cadute di tensione corrispondono resistenze apparenti a trazione del conglomerato, riferite al carico di fessurazione apparente, dell'ordine del 10 % della resistenza a compressione. Poichè questo valore è attendibile si ha una conferma della valutazione del carico di decompressione.

La rottura si è prodotta dopo che le travi avevano raggiunto elevate frecce, superiori a $1/100$ della luce e per quanto le armature non abbiano ceduto esse sono la causa della rottura nelle prove del 1954 in quanto sollecitate al massimo della loro resistenza hanno subito elevati allungamenti. È risultato confermato che in tali condizioni i metodi di calcolo in fase plastica riferiti al solo conglomerato non forniscono risultati attendibili.

Per le travi senza soletta, essendo a rottura ancora lontani dal limite elastico dell'armatura il cedimento è stato determinato dalla resistenza del conglomerato e le formule forniscono risultati concordanti con l'esperienza.

Per le travi con soletta provate nel 1946 la rottura è ancora da attribuirsi alla deformazione dell'armatura nonostante ancora lontana dal carico di rottura.

In fine si rileva che nelle prove è risultata una ottima aderenza fra trave e soletta ed anche fra tondini di acciaio e conglomerato non essendosi prodotto alcuno scorrimento alle estremità delle travi, come è stato controllato con micrometri ed anche durante la fessurazione essendosi avuta una distribuzione uniforme e diffusa delle lesioni.

Nonostante le estremità dei fili uscenti dalle sezioni terminali delle travi fossero fortemente ossidati, non si è notata alcuna traccia di corrosione nei tratti interni al conglomerato.

Nelle prove del 1954 su travi già tenute sotto carico per sette anni non si nota alcun segno di stanchezza nei numerosi cicli di carico. Le lesioni, nonostante si raggiunsero condizioni prossime alla rottura, si richiudevano completamente ogni qualvolta si procedeva allo scarico. Molte lesioni si sono richiuse anche dopo la rottura delle travi mostrando una vitalità delle travi veramente notevole.

Pur ricordando ancora la premessa di questa conclusione si ravvisano nei risultati delle prove elementi rassicuranti per il comportamento nel tempo delle strutture precomprese.

CARLO CESTELLI GUIDI

CALCESTRUZZI DI RAPIDO INDURIMENTO

Di pari passo con il progressivo estendersi, in molti campi dell'edilizia, della prefabbricazione, sia in cemento armato semplice che precompresso, si sono venuti intensificando, in questi ultimi anni, gli studi sui calcestruzzi di rapido indurimento che permettono sia di utilizzare in modo più razionale la costosa dotazione di forme, sia di eliminare lunghi periodi di maturazione, che implicano l'immobilizzo di capitali e grandi estensioni di magazzini.

Questa necessità si è fatta sempre più impellente specialmente in questo dopo guerra ed ha indubbiamente risentito del progredire della precompressione che, specialmente per il sistema a fili aderenti, richiede un indurimento molto rapido del calcestruzzo.

Ho ritenuto pertanto che potesse presentare qualche interesse per i colleghi, qui convenuti sotto l'insegna del nuovo sistema costruttivo, riassumere i principi generali che influiscono sulla rapidità di indurimento dei calcestruzzi confezionati con cemento Portland ed accennare alle più importanti sperimentazioni finora effettuate ed agli indirizzi pratici che se ne possono trarre.

La trattazione non ha la pretesa di essere esauriente nè tanto meno completa, ma ha lo scopo principale di mettere il punto su alcuni concetti basilari e di richiamare su di essi l'attenzione del progettista e del costruttore, per la miglior utilizzazione di quel meraviglioso materiale costruttivo che è il calcestruzzo cementizio.

Principi della idratazione e sue conseguenze pratiche

Come è noto il cemento Portland è costituito da vari costituenti cristallini, dei quali i principali sono abbastanza ben definiti sia chimicamente che mineralogicamente. Agli effetti della idratazione e cioè della reazione fra cemento e acqua, essi sono il *silicato tricalcico*, il *silicato bicalcico* e l'*alluminato tricalcico*.

La loro velocità di idratazione e le conseguenti resistenze meccaniche, sono illustrate nei grafici delle figure 1, 2, 3 e 4. Nel primo di essi sono riportate in ordinata le quantità di acqua fissata (cioè acqua totale meno acqua evaporabile a 100°) ed in ascissa i giorni di maturazione. Si vede chiaramente quanto sia maggiore le quantità di acqua fissata dagli alluminati e dagli allumino-ferriti rispetto ai silicati. Il grafico di figura 2 riporta invece le resistenze raggiunte dai singoli costituenti agli stessi periodi di maturazione. Chiara è la supremazia del silicato tricalcico, mentre il silicato bicalcico mostra un indurimento lento e gli alluminati, si arrestano su limiti modesti. Dall'insieme dei due diagrammi si deduce che i silicati hanno bisogno, rispetto agli alluminati, di poca acqua per fornire elevate resistenze. Questa considerazione viene confermata dal grafico di figura 3 che riporta le resistenze dei silicati in funzione dell'acqua fissata. Questo grafico deve essere confrontato con il grafico di figura 4 che si riferisce agli alluminati ed agli allumino-ferriti.

Questi dati ci orientano con sufficiente chiarezza sulle qualità specifiche dei costituenti del cemento Portland dal punto di vista della loro efficacia durante l'idratazione. Questo vale però soltanto per i costituenti presi singolarmente, mentre è possibile una loro interazione quando essi siano in miscela, come avviene nel cemento. Particolarmente interessante, da questo punto di vista, è l'influenza dell'alluminato tricalcico sul silicato tricalcico, ben visibile nel grafico della figura 5 che si riferisce a esperienze di Haegermann.

Dal punto di vista essenzialmente chimico e strutturistico, l'accelerazione dell'indurimento dovrebbe informarsi quindi al criterio generale di un *elevato contenuto in silicato tricalcico attivato da una ben studiata dose di alluminato*.

Si tratta, ben inteso, di un criterio generale basato su esperienze eseguite su composti puri, criterio però che in pratica ha trovato ottima conferma, come risulta dal grafico della figura 6, nel quale sono riportate le resistenze medie di due clinker a uguale contenuto in silicato tricalcico e nettamente diverso tenore in alluminato tricalcico. Naturalmente questi contenuti percentuali sono calcolati in base all'analisi chimica e risentono perciò della relativa esattezza del calcolo: comunque come valori di confronto essi sono perfettamente validi.

Oltre la composizione chimica, altri fattori influiscono naturalmente sulla rapidità di indurimento e fra di essi mi soffermerò sui più importanti e più facilmente controllabili.

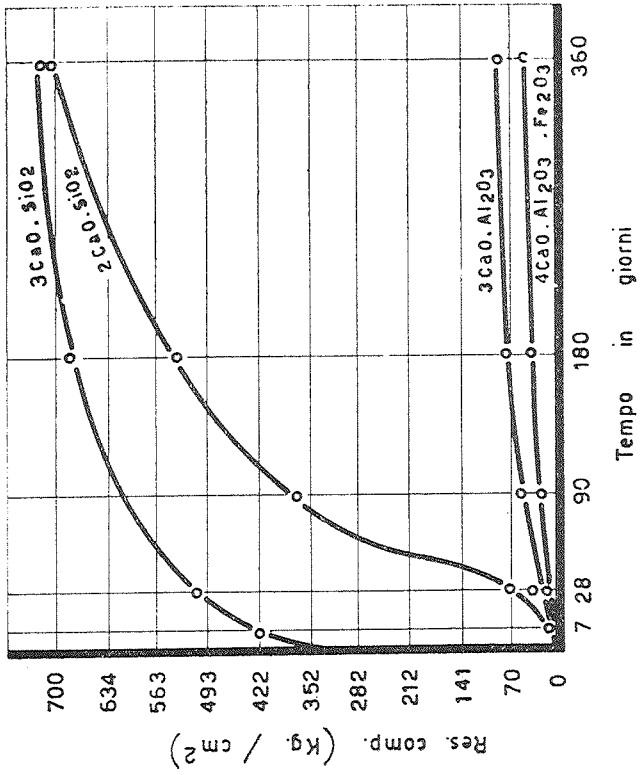


Fig. 3.

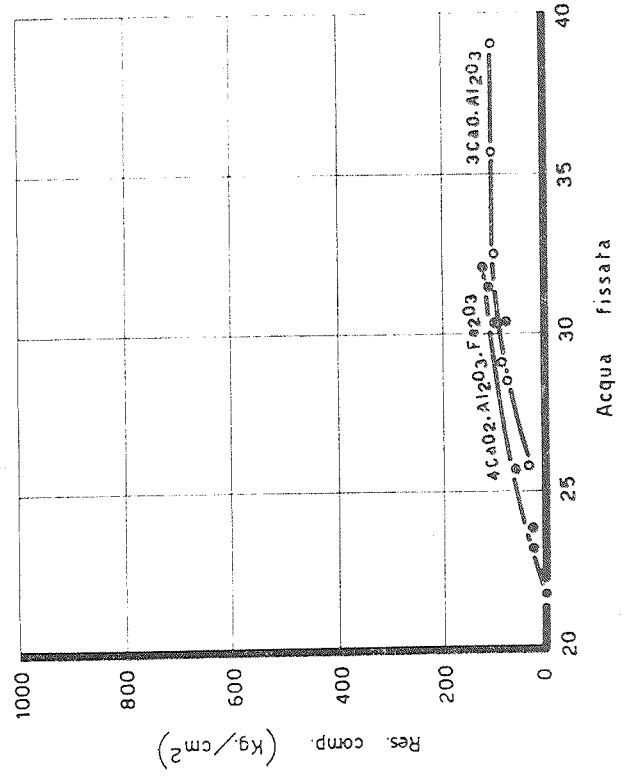


Fig. 4.

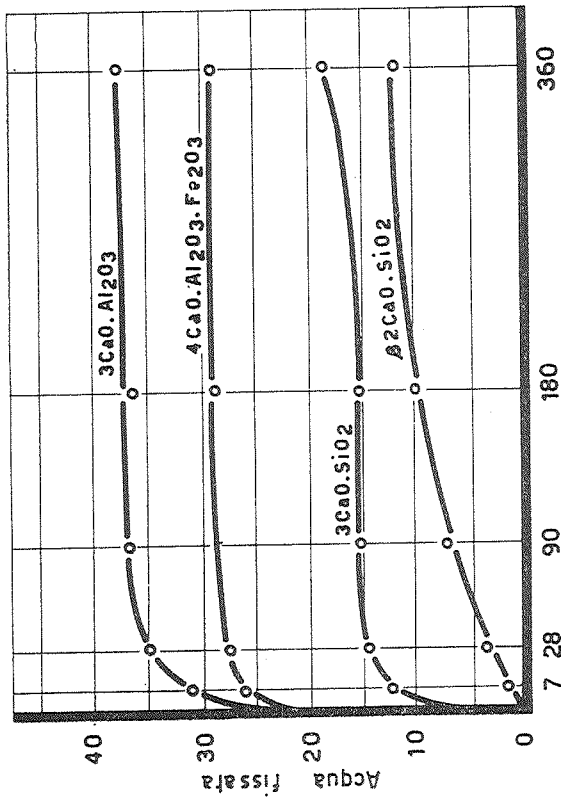


Fig. 1.

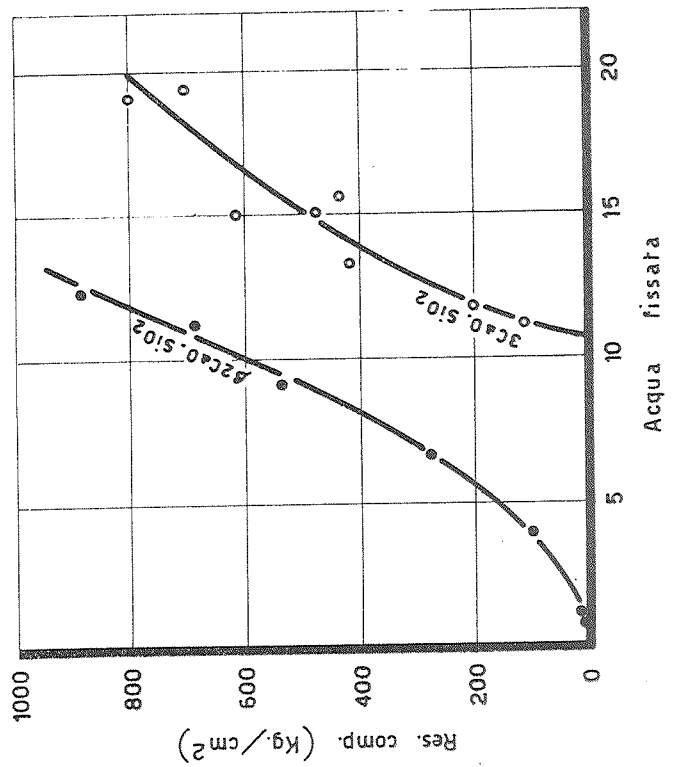


Fig. 2.

Finezza di macinazione

Per primo esaminerò un fattore che è legato anch'esso alla tecnica di fabbricazione: e cioè la *finenza di macinazione*.

È intuitivo, che siccome l'indurimento della pasta cementizia è la conseguenza di una reazione fra un solido pochissimo solubile (cemento) e un liquido (l'acqua d'impasto), debba esistere una relazione fra grado di idratazione e quindi resistenza meccanica e superficie di contatto fra solido e liquido. Questa relazione avrà evidentemente maggior validità per i periodi iniziali nei quali si può ammettere che la reazione interessa un strato superficiale infinitesimo.

Ho avuto modo anni fa di effettuare una verifica di questa relazione su cinque cementi preparati con lo stesso clinker e macinato con durata crescente in molino sperimentale, in modo da ottenere una gamma continua di finezze che, espresse in superficie specifica, determinata con il metodo per separazione ad aria, sono risultate rispettivamente: *cmq/gr* 1241, 1808, 2034, 2214, 2324 (1).

Su ciascun cemento sono state effettuate le prove di resistenza su malta normale da 1 a 360 giorni. Riportando le resistenze a compressione così ottenute, in funzione dei relativi valori delle superfici specifiche, ne risultano le curve della figura 7, delle quali ognuna si riferisce ad un periodo di maturazione. Evidente la perfetta linearità della relazione fra resistenze e superficie specifica per la maturazione di un giorno, linearità che si altera con il progredire del periodo di prova. Naturalmente le curve convergono verso un unico punto, avente per ascissa un valore elevatissimo della superficie specifica.

Influenza del grado di idratazione e del rapporto a/c

Le caratteristiche di cui ho parlato fanno parte delle proprietà peculiari del cemento, sulle quali può influire il produttore nel ciclo tecnologico di lavorazione.

Vogliamo adesso esaminare altri fattori che possono influire sulla velocità di indurimento e che rientrano nelle operazioni di cantiere.

Fra questi il più importante è il quantitativo di acqua usata nell'impasto. Recenti studi americani hanno potuto assodare che le resistenze meccaniche dei cementi sono legate linearmente con il rapporto esistente, all'atto della prova, fra l'acqua fissata dai componenti del cemento (W_n) e l'acqua contenuta all'atto dell'impasto (W_o):

$$Rc = M \times \frac{W_n}{W_o} + B .$$

Il grafico della figura 8 dimostra la perfetta validità di questa equazione per quattro cementi sperimentati in malta plastica dopo periodi crescenti di maturazione da 7 a 450 giorni (i coefficienti M e B hanno assunto rispettivamente i valori di 2404 e - 253).

Questa interessantissima sperimentazione ci insegna che le più alte resistenze si hanno quando viene fissato il 60 % dell'acqua originale e che esse decrescono rapidamente con il ridursi della percentuale di acqua combinata. Quando quest'ultima si riduce ad esempio al 40 %, le resistenze si dimezzano. Se si tiene presente che per un cemento di composizione media il valore massimo di W_n è circa di 0,26 (completa idratazione), si vede quanto basso si deve tenere il valore di W_o se si vogliono avere alte resistenze iniziali.

Il grafico della figura 9, che riporta esperienze eseguite su un cemento di rapido indurimento, mette chiaramente in evidenza quanto sia giusto questo punto di vista. Si vede infatti quale influenza abbia il rapporto acqua-cemento sulle resistenze a 24 ore, e come si possa trarre vantaggio, a secondo del valore di questo rapporto, dal tipo di curva granulometrica. Ben nota regola, per ottenere le massime resistenze iniziali, è di lavorare con impasti molto asciutti, assestando con razionale vibrazione, o con impasti di plasticità normali, espellendo prima dell'inizio di presa la massima quantità di acqua eccedente per centrifugazione o con l'applicazione del vuoto. Naturalmente occorre poi maturare i manufatti in atmosfera al più alto grado di umidità, per impedire l'evaporazione dell'acqua di impasto che, calcolata in questi casi allo stretto necessario, deve essere mantenuta totalmente nel calcestruzzo.

(1) Se riportiamo questi valori a quelli ottenibili con il più moderno metodo permabilimetrico Blaine, ormai di uso comune, si ottengono all'incirca i seguenti dati: *cmq/gr* 2500, 2600, 4075, 4450 e 4650.

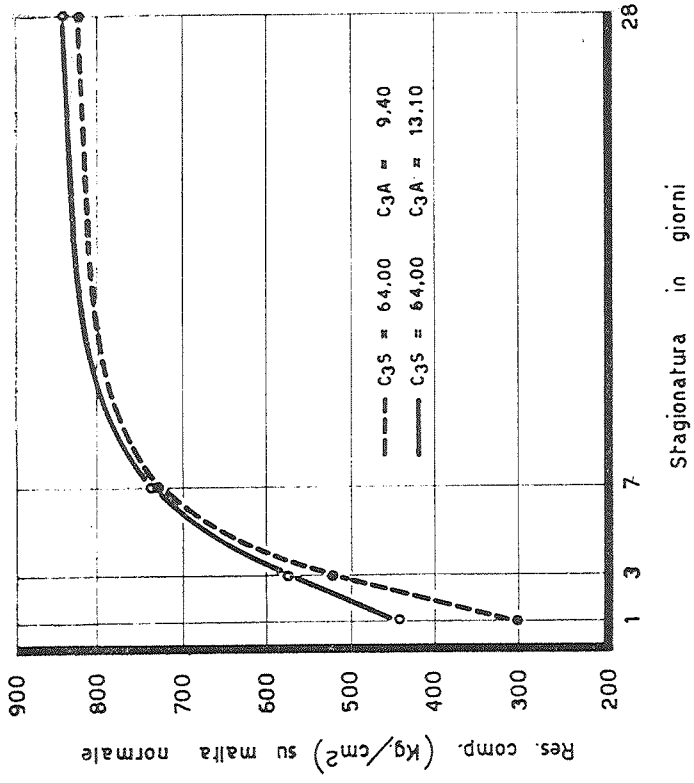


Fig. 6.

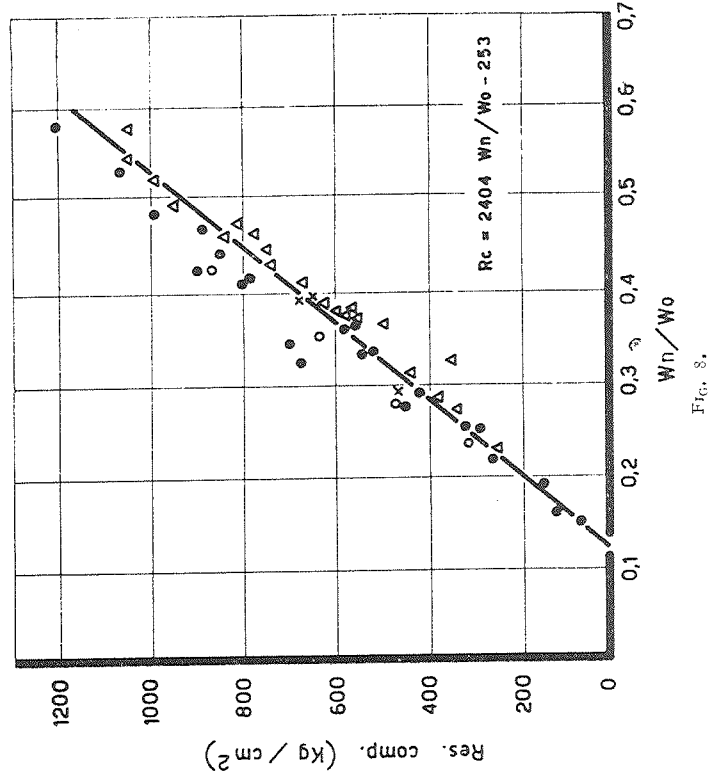


Fig. 8.

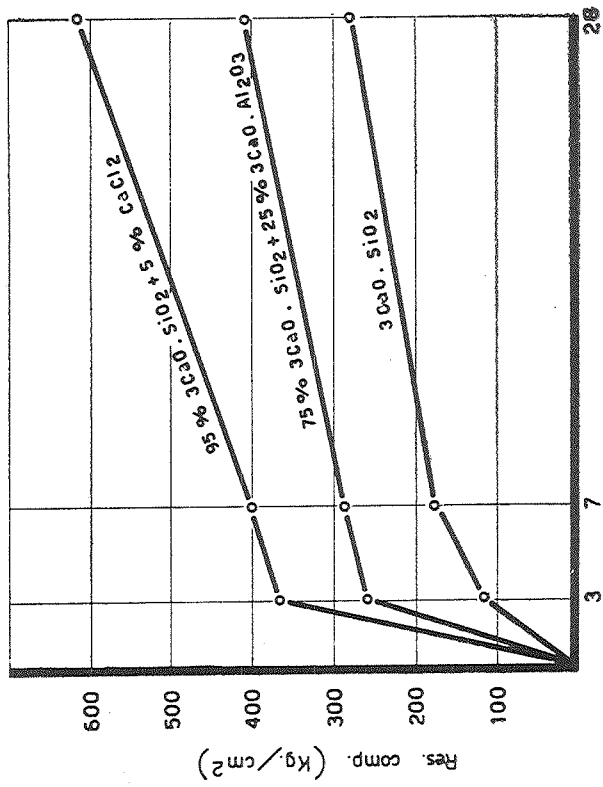


Fig. 5.

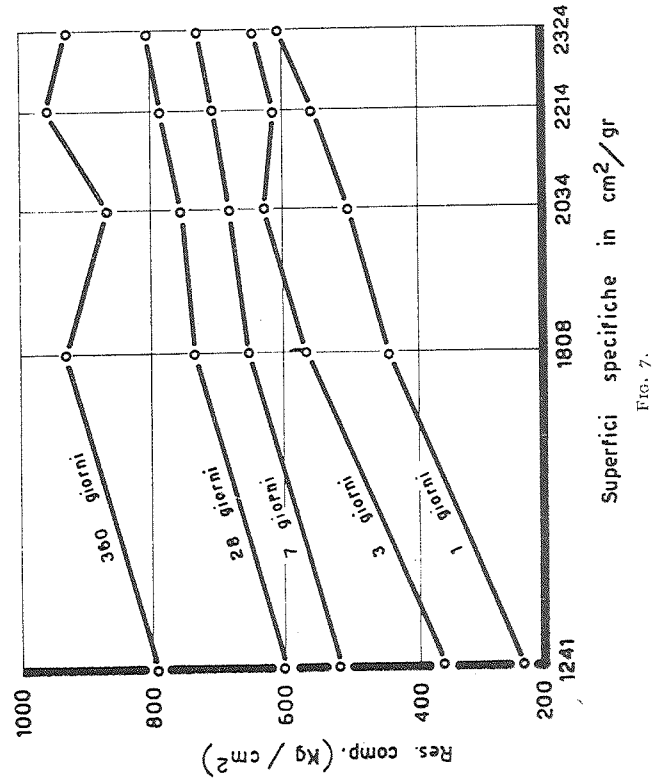


Fig. 7.

Accelerazione termica

E veniamo adesso a parlare di altri sistemi che possono efficacemente influire sull'accelerazione della idratazione e quindi dell'indurimento. Voglio accennare cioè alla maturazione forzata a caldo ed alle azioni di acceleranti chimici.

La temperatura esercita una sensibile azione sulla velocità di idratazione dei due silicati, come appare dai grafici 10 e 11 ricavati da un interessante studio di Brocard e che illustrano il decorso della idratazione del silicato tricalcico e del silicato bicalcico a temperature crescenti.

Per il silicato tricalcico si assume come indice inverso del grado di idratazione il tempo necessario per raggiungere la sovrasaturazione in calce nella soluzione di contatto. Questo valore di sovrasaturazione è legato con la velocità di idratazione, o meglio di idrolisi, del principale costituente del

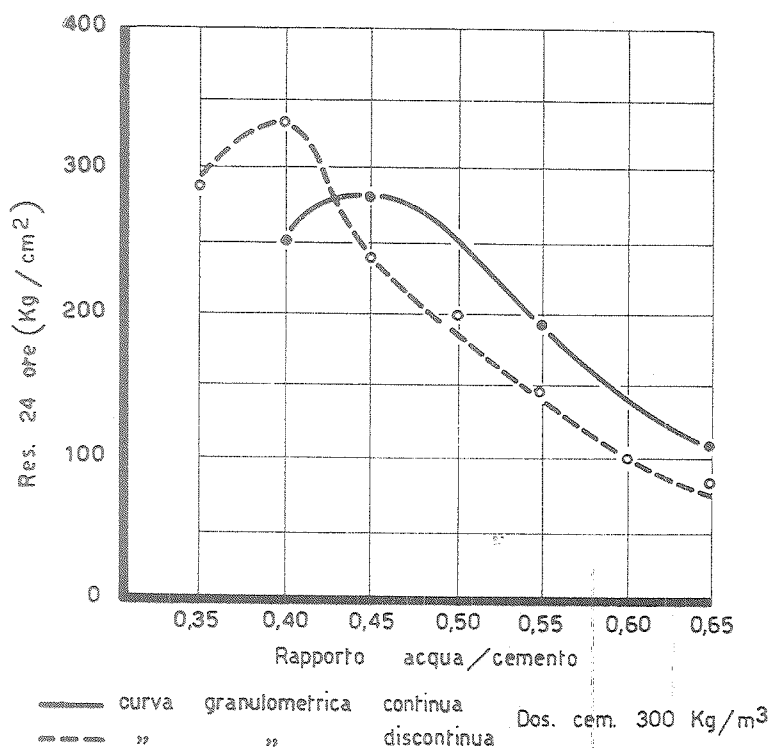


Fig. 9.

cemento. Il grafico dimostra chiaramente come il raggiungimento di questo equilibrio si accelera per effetto della temperatura e come questa accelerazione è massima nel campo delle temperature intorno ai 40°.

Per il silicato bicalcico la grandezza chimica più significativa, che si può assumere come indice di idratazione, è invece la quantità di silice che scompare dalla soluzione per formazione di silicato idrato insolubile. Il grafico 11 riporta appunto il variare della silice insolubile in funzione della temperatura. Si rileva che esiste una relazione lineare fra silice insolubile e temperatura: *l'idratazione del silicato bicalcico risente cioè, in misura costante, dell'innalzamento di temperatura per tutto l'intervallo sperimentato.*

L'azione della temperatura sugli alluminati è molto più delicata. Per i costituenti del cemento alluminoso è addirittura deleteria: a temperature superiori ai 40° circa si trova che infatti una brusca variazione nella composizione del cemento idrato con aumento notevole di volume e conseguente deterioramento dell'impasto. Per i cementi Portland non si ha nessun effetto del genere: si nota invece una accelerazione nella idratazione dell'alluminato tricalcico e nel passaggio alle forme idrate stabili. Si ha pertanto un effetto vantaggioso che raggiunge la massima intensità a temperature relativamente basse (30-40°).

Questo comportamento dei costituenti del cemento fa pertanto prevedere quale sia l'efficacia dell'innalzamento della temperatura sulla velocità di indurimento del cemento Portland. Fa però anche considerare che, secondo la composizione del cemento, diversi possono essere gli effetti di que-

sto trattamento, o almeno gli effetti di ogni singola temperatura. Unica regola generale da rispettare scrupolosamente è quella di mantenere l'ambiente di maturazione sempre con una umidità relativa del 100 %, per impedire l'evaporizzazione dell'acqua del provino, che, a temperature elevate, può essere notevole, anche per uno squilibrio minimo di umidità. Questo inconveniente è provocato generalmente da un subitaneo innalzamento della temperatura propria del manufatto, ciò che può essere evitato con un controllo automatico della temperatura ambiente-calcestruzzo.

L'esperienza finora acquisita su queste operazioni di maturazione forzata ha fornito alcuni elementi per la scelta delle modalità più razionali che mi piace elencare.

1. *Ciclo di maturazione più razionale.* Non è consigliabile immettere i manufatti direttamente nell'ambiente di maturazione forzata, ma conviene mantenerli per un certo periodo iniziale a temperatura ambiente. Il diagramma della figura 12 mette chiaramente in evidenza l'influenza di questo periodo di ma-

turazione iniziale sulla resistenza ottenuta con il susseguente trattamento a vapore. Si può concludere che in generale è consigliabile lasciare il calcestruzzo a temperatura ambiente per il periodo della presa e sottoporlo poi al trattamento di accelerazione.

2. *Temperature e durate più idonee.* Queste possono variare naturalmente a secondo della composizione del cemento. In generale si rileva che temperature e durate si compensano a vicenda: infatti se si effettua una vasta sperimentazione, facendo variare sia la temperatura che la durata in larghi limiti, si ottengono resistenze i cui valori presentano una stretta relazione con il prodotto *temperatura × durata*. Un esempio di questa relazione ci viene dato dal grafico della figura 13, nel quale sono riportati i risultati di una vasta serie di esperienze effettuate su uno stesso cemento da un laboratorio americano, in un campo di temperature relativamente basse, e cioè da 4,5° a 46°.

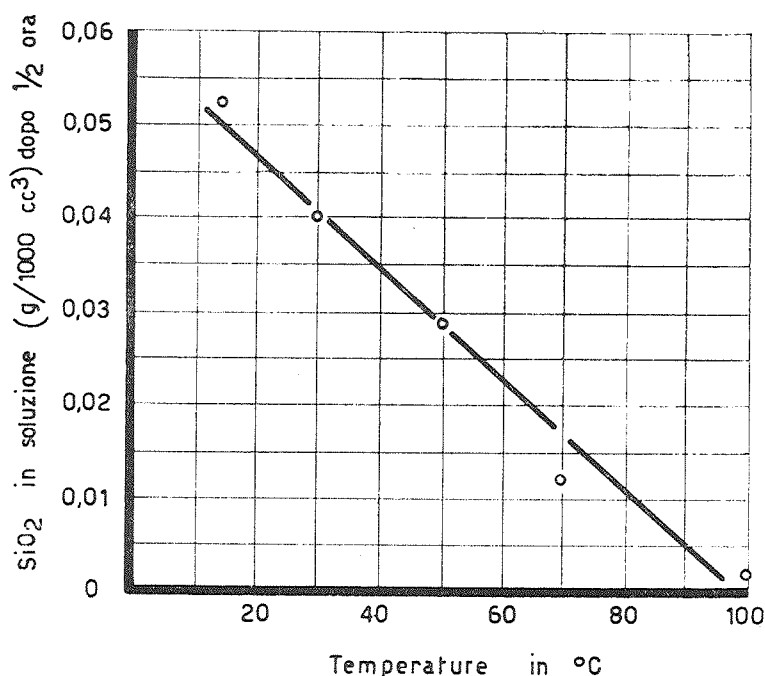


Fig. 11.

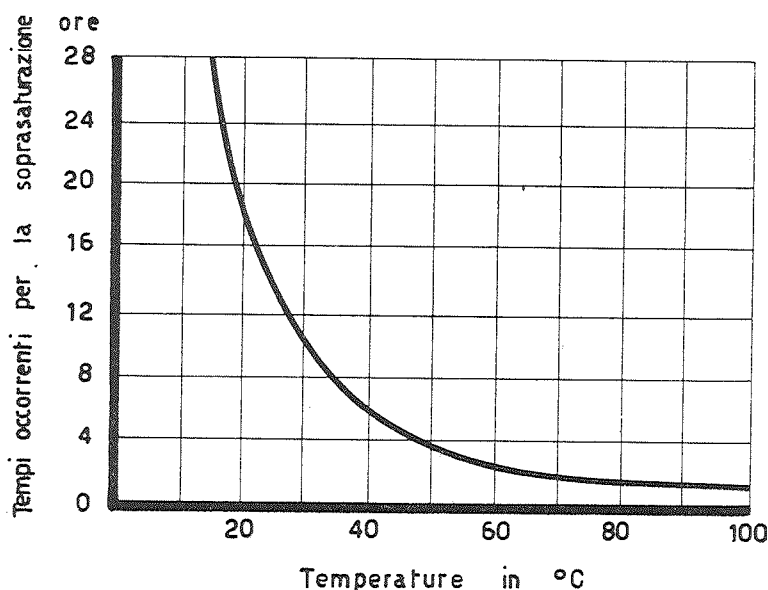


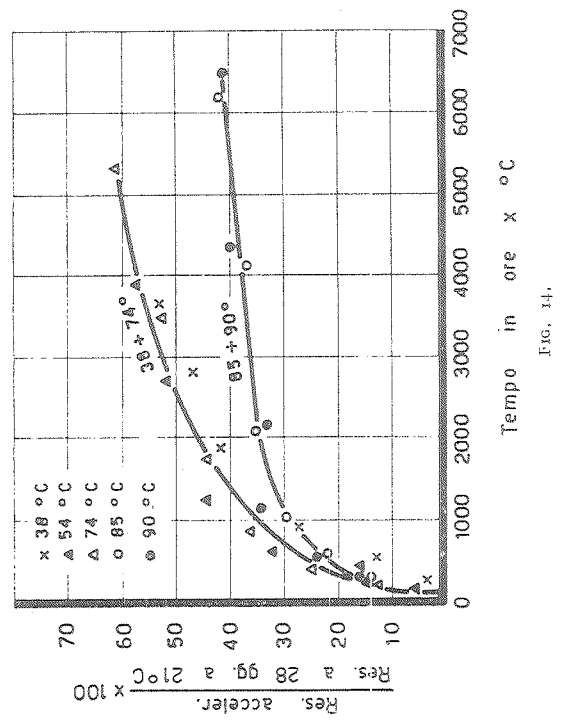
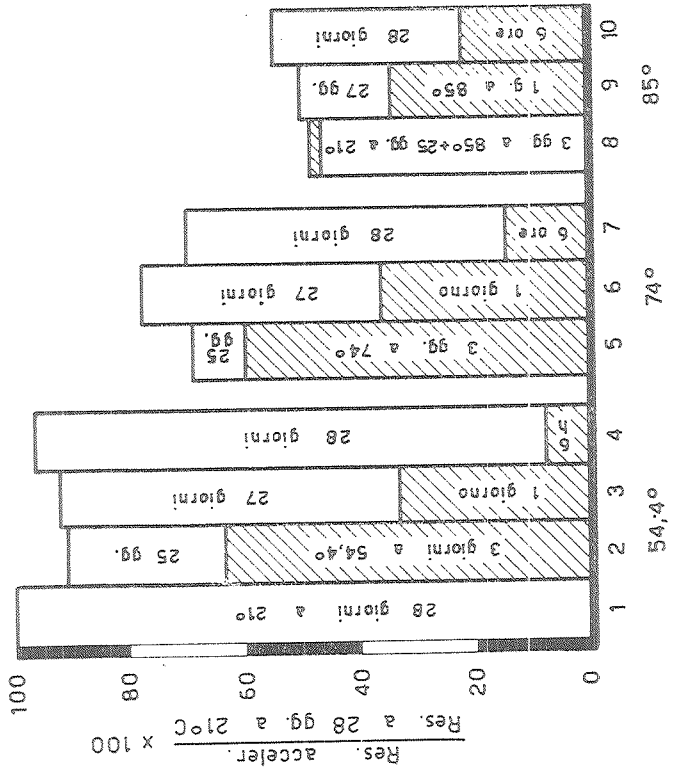
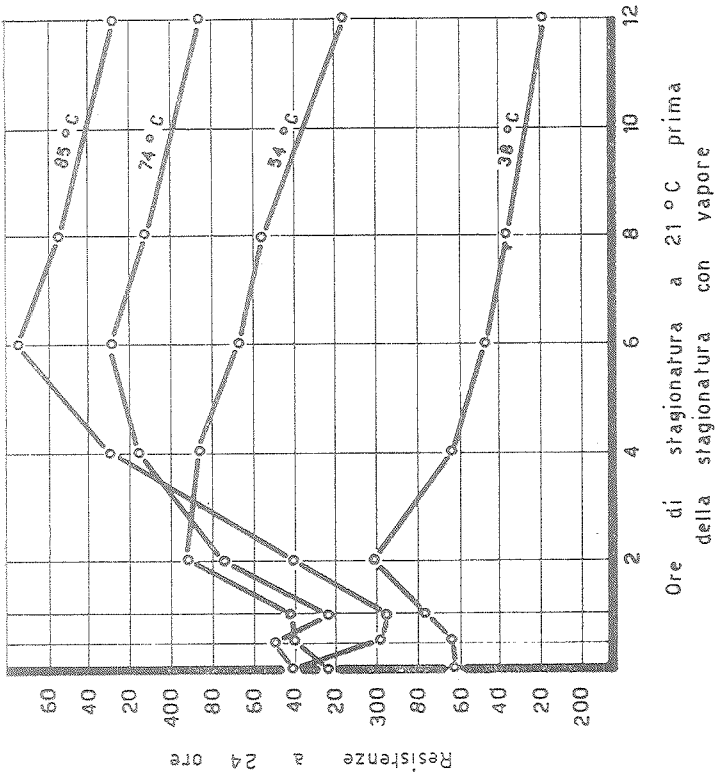
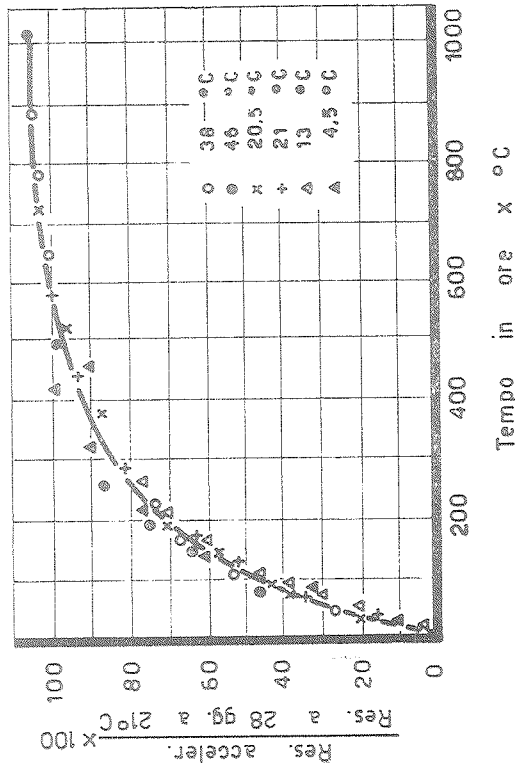
Fig. 10.

I valori di resistenza sono espressi in percento del valore ottenuto a 28 giorni per maturazione normale (21°C).

Si vede chiaramente come questi valori di resistenza siano una funzione esponenziale del fattore di maturazione (*temperatura × tempo di maturazione*).

Il grafico della figura 14 riporta un'altra serie di esperienze, per le quali si è lavorato in un campo più elevato di temperatura, che è quello che ci interessa particolarmente.

Si rileva in queste esperienze un fenomeno molto interessante: le resistenze dei provini maturati a temperature oltre gli 80°, quando questi siano mantenuti a quelle temperature per lunga durata, si abbassano sensibilmente e i loro punti rappresentativi si dispongono su una



curva che diverge nettamente dall'altra, valida per le temperature inferiori. Il punto di divergenza coincide all'incirca con l'ascissa 500 del fattore di maturazione. Ciò significa che per le due temperature più elevate *non è assolutamente conveniente superare i tempi di maturazione di 4÷6 ore*.

Questa constatazione è confermata da un'altra serie di esperienze ricavate dalla stessa fonte ed effettuate alle temperature di 54°, 74° e 85° (fig. 15). In esse i risultati delle prove accelerate sono confrontati con le resistenze ottenute su provini conservati successivamente alla temperatura di 21° fino a 28 giorni. Si rileva chiaramente che le resistenze finali risentono dannosamente del trattamento preliminare a temperature troppo elevate. Questo trattamento è invece efficace se si vogliono ottenere resistenze molto elevate a breve durata (per esempio 6 ore).

La temperatura di 54° è invece poco efficace per queste brevi maturazioni si tenga però presente che si è sperimentato su un cemento normale.

L'influenza delle alte temperature — positiva sulle brevi maturazioni e negativa sui valori finali — trova una conferma da una altra serie di esperienze che sono illustrate nel grafico della figura 16.

Una sperimentazione che può presentare interesse per le alte resistenze conseguibili dopo brevissimo tempo dall'impasto ho attualmente in corso sul cemento a rapido indurimento, marca « Ultracem », allo scopo di studiare la possibilità, non solo di procedere alla sformatura dopo brevissimo periodo dall'inizio dall'impasto, ma addirittura di sottoporre il manufatto ad elevate sollecitazioni di carico, dopo gli stessi periodi. Si è lavorato su provini cubici *cm* 10 × 10, confezionati con calcestruzzo a granulometria discontinua ($D=20$) e rapporto acqua: cemento di 0,40, con assesta-

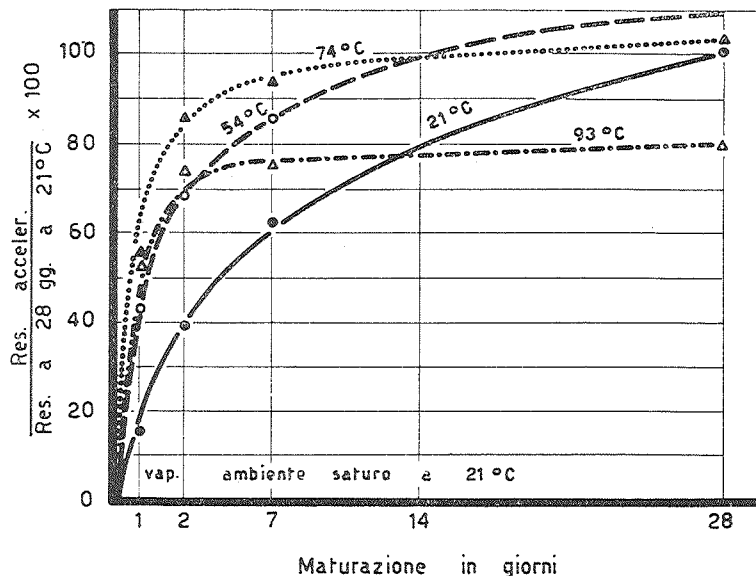


FIG. 16.

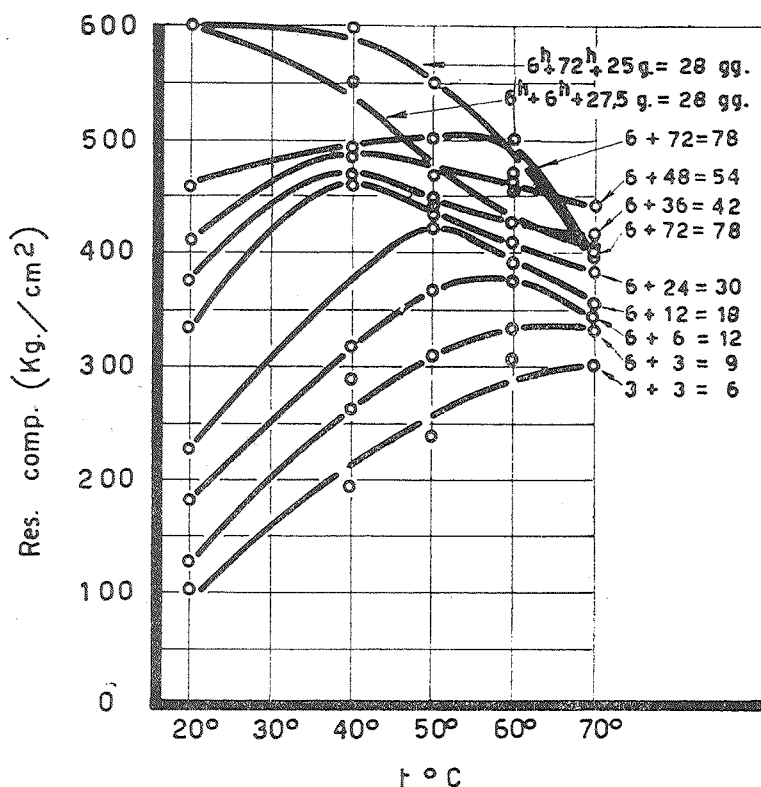


FIG. 17.

mento su tavola vibrante. Per la maturazione forzata si è usato un termostato a vapore saturo, con temperatura del vapore regolata con sensibile automatismo, collegato con il riscaldatore elettrico, immerso nel bagno d'acqua. Veniva controllata anche la temperatura nell'interno di un provino, per assicurarsi dell'equilibrio fra ambiente e calcestruzzo.

Sono state sperimentate quattro temperature: 40°, 50°, 60° e 70°, previa maturazione di 6 ore a 20°. Si è seguito l'effetto del riscaldamento dalle 3 ore alle 72 ore per verificare anche le resistenze alle lunghe durate.

I risultati di questa serie di prove sono riuniti nel grafico della figura 17, nel quale in ordinate sono riportate le resistenze meccaniche ed in ascisse le temperature di trattamento. Ciascuna curva si

riferisce ad una durata globale di maturazione e cioè al periodo preventivo a 20° più quello di trattamento a vapore.

La curva inferiore rappresenta il limite delle possibilità di maturazione accelerata e cioè: 3 ore a 20° più 3 ore a vapore. Si noti il fortissimo incremento regolare di resistenze che dai 104 kg/cm² della maturazione a 20° passano a 305 kg/cm² per trattamento a 70°. Lo stesso dicasi per la curva di 9 ore

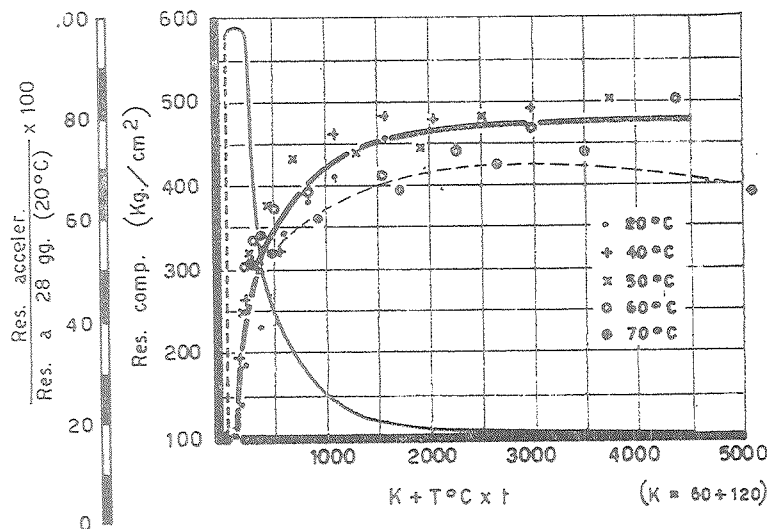


FIG. 18.

posizione e la qualità intrinseche del cemento. Infatti per cementi normali queste temperature limiti si ritrovano, a quanto risulta dalla letteratura, oltre gli 80°, mentre per il cemento a rapido indurimento da noi sperimentato si è ritrovato questo limite a 70° e si è constatata d'altra parte l'ottima efficacia di temperature relativamente basse: *il campo delle temperature efficaci si è pertanto spostato, nel nostro caso, verso valori più bassi.*

Le due curve più alte dello stesso grafico si riferiscono alle resistenze dei calcestruzzi sottoposti dopo il trattamento a vapore di 6 ore e 72 ore, a maturazione normale fino a 28 giorni. Si rileva come solo i calcestruzzi trattati a 40° raggiungono quasi le stesse resistenze dei provini maturati a 20° per 28 giorni. I trattamenti a temperatura superiori provocano una diminuzione nella efficacia del successivo periodo di maturazione normale. In realtà le maturazioni forzate sono utili solo per realizzare altissime resistenze a brevissima scadenza, come è dimostrato dai 300 kg/cm² ottenuti con maturazione di 3 ore a 20° e 3 ore a 70° del calcestruzzo di Ultracem. In contrapposto a queste altissime resistenze iniziali si ha però una stasi nel successivo indurimento con maturazioni normali. Una oculata scelta della temperatura può però conciliare la prima esigenza con il secondo svantaggio.

Il grafico della figura 18 riporta le resistenze in funzione del fattore di maturazione. Nel nostro caso, avendo introdotto nel sistema di maturazione un periodo preventivo a temperatura ambiente, il fattore è formato da due addendi e precisamente da K che chiameremo costante di

(uguale durata di trattamento a vapore più 6 ore di maturazione preventiva): si rileva un aumento regolare di resistenze da 136 a 347 kg/cm².

Con l'aumento della durata di trattamento si nota un graduale spostamento dei massimi, che, per le durate complessive di 12 e 18 ore, si spostano sui 60÷50°, mentre per durate superiori tendono a portarsi sui 40°. Questo comportamento conferma quanto trovato da altri sperimentatori sull'effetto delle alte temperature: *effetto efficace per brevi durate e controproducente per più lunghe maturazioni.*

Evidentemente influiscono molto su questo comportamento la com-

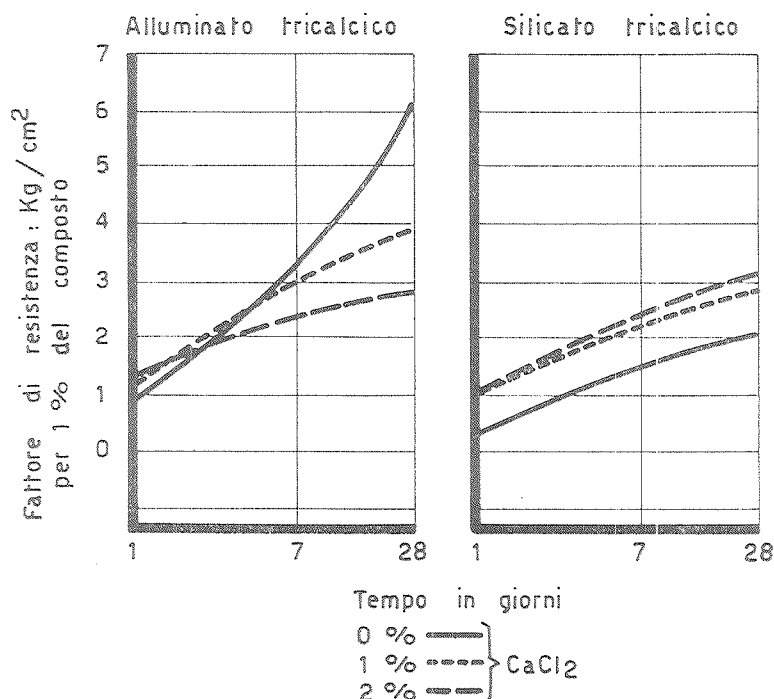


FIG. 19.

prematurazione (durata di prematurazione per 20°) e da $T^{\circ} C \times t$ (temperatura del vapore per durata di trattamento).

Anche oer queste nostre esperienze si rileva che i punti rappresentativi, di ciascuna prova si dispongono intorno ad una curva, che, oltre l'ascissa 2000, tende all'asintoto. *I punti rappresentativi delle prove a 70° tendono a distaccarsi dagli altri quando si supera l'ascissa 600, ciò che conferma quanto trovato da altri sperimentatori.*

La curva delle derivate $\frac{dR}{dF}$ mostra che i massimi incrementi per effetto della maturazione forzata si ottengono per fattori di maturazione inferiore a 250: oltre questo limite i valori delle derivate decrescono rapidamente, dimostrando la minor efficacia degli alti fattori di maturazione.

Nello stesso diagramma è riportata anche la scala delle resistenze percentuali, rapportate alla resistenza ottenuta a 28 giorni su calcestruzzi maturati a 20°. Si rileva che nelle maturazioni forzate si raggiunge al massimo l'80% del valore delle resistenze a 28 giorni.

Accelerazione chimica

Esaminati i principali problemi che si presentano per l'accelerazione a vapore, passiamo adesso a trattare dell'azione di acceleranti chimici e particolarmente di quello più noto e più usato: il cloruro di calcio.

Contrariamente a quanto generalmente si ritiene, questo sale ha una specifica azione accelerante molto più sensibile sulla idratazione dei silicati e particolarmente del silicato tricalcico che sugli alluminati. Esperienze dell'Università di Stato dell'Ohio del 1931, hanno dimostrato che « con soluzioni di cloruro di calcio all'8 % l'idratazione del silicato tricalcico è terminata dopo 4 giorni circa contro 30 giorni in acqua pura ».

Analoghi effetti avrebbe trovato Haegermann nel 1932 (fig. 5).

Da uno studio di Rapp del 1934 vengono confermate queste conclusioni con risultati tratti da una vasta serie di prove effettuate su un gran numero di cementi di diversa costituzione. Si è potuto da queste esperienze risalire al contributo di resistenze a compressione per ciascun 1 % dei singoli costituenti (fig. 19). Significativo è il risultato ottenuto per l'alluminato tricalcico e per il silicato tricalcico.

Sugli alluminoferriti sembra che l'effetto sia negativo: *ciò collima con nostre esperienze su cementi a basso rapporto $Al_2O_3 : Fe_3O_2$.*

Chiarito con questo fugace accenno l'azione specifica del cloruro di calcio sui singoli costituenti del cemento, desidero adesso riferire su alcune esperienze che stiamo effettuando sullo stesso cemento a rapido indurimento, già sperimentato nella serie testè illustrata delle prove di maturazione a vapore, e ciò allo scopo di avere un confronto diretto fra i due metodi di accelerazione: il termico ed il chimico.

Le esperienze sono state effettuate sullo stesso tipo di calcestruzzo e con uguali dosaggi. Si sono sperimentate le seguenti dosi di cloruro di calcio: 0,5 %, 1 %, 1,5 %, 2 %, 2,5 % e 3 %, fino cioè alla quantità che permette di ottenere un inizio di presa sufficientemente lento che permetta di lavorare e mettere in forma regolarmente l'impasto.

Il cloruro di calcio commerciale (varietà in pagliette) aveva il solito titolo di 75 %.

I provini venivano sformati dopo 6 ore e tenuti sotto sabbia umida a circa 20° di temperatura per i periodi successivi.

Il grafico della figura 20 riunisce le curve di resistenza per ogni maturazione in funzione del per cento di accelerante. Si rileva come per le maturazioni di 6 ore l'aumento di resistenza è regolare fino al 3 % di aggiunte, mentre per le maturazioni successive si ha un massimo con il 2 % di aggiunta. Le dosi del 2,5 e 3 % provocano in queste condizioni una diminuzione di resistenze. *Qualcosa di analogo quindi di quanto si è constatato con la maturazione a vapore, per quel che riguarda l'effetto delle alte temperature.*

È appunto per questa analogia che abbiamo voluto verificare se anche con l'accelerante chimico si riscontra un effetto compensativo del tempo con la percentuale di aggiunta. Il grafico della figura 21 dimostra l'esistenza di questa relazione: le resistenze meccaniche appaiono infatti essere una funzione esponenziale del tempo (in ore) per la dose di accelerante più una costante che, nel nostro caso, risulta di tre. La curva è stata calcolata dai punti riportati sul diagramma esclusi quelli relativi al

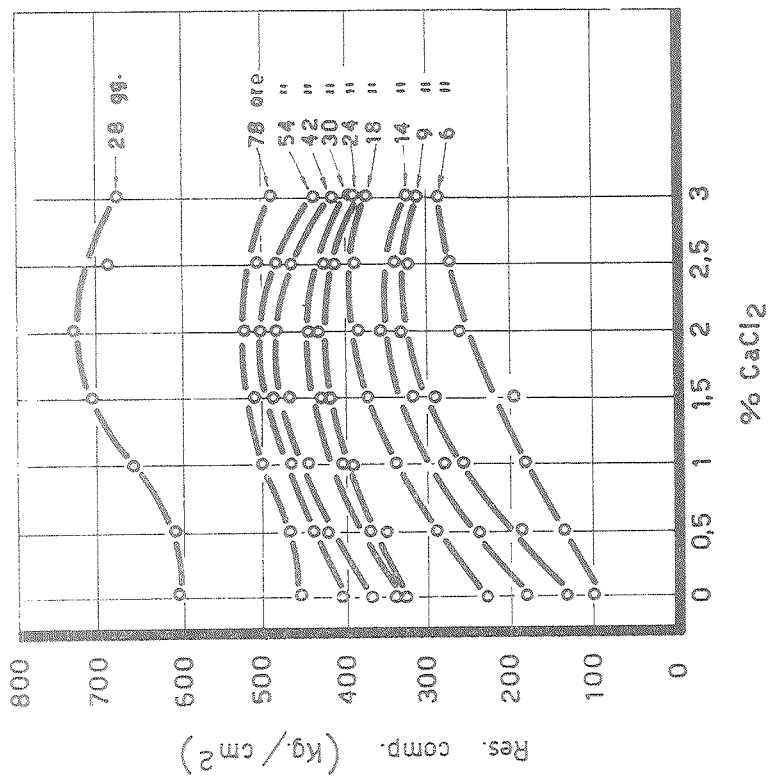


FIG. 20.

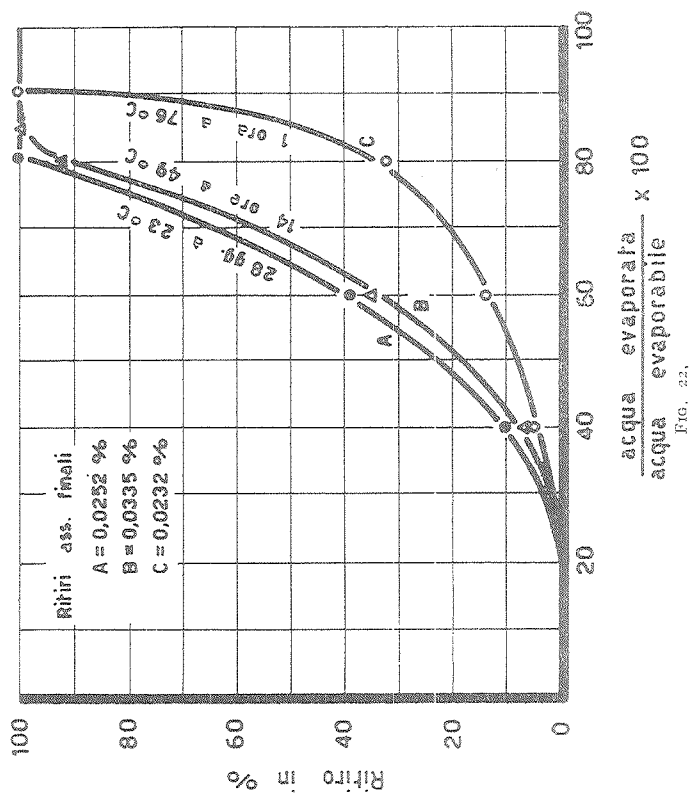


FIG. 22.

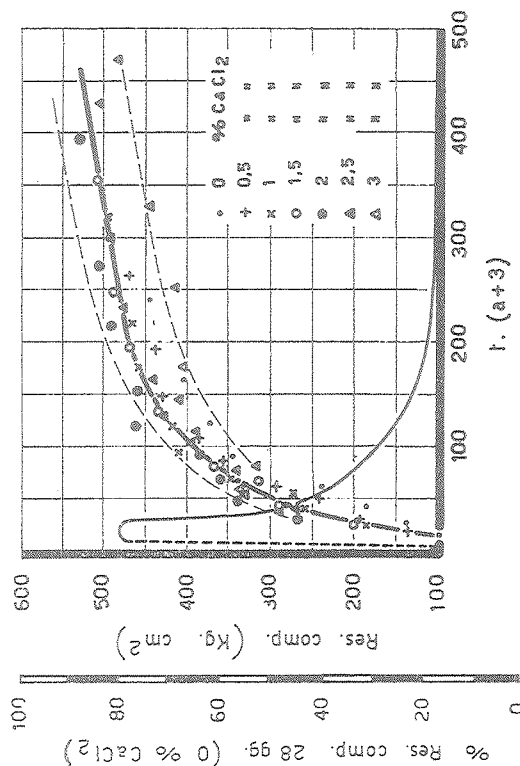


FIG. 21.

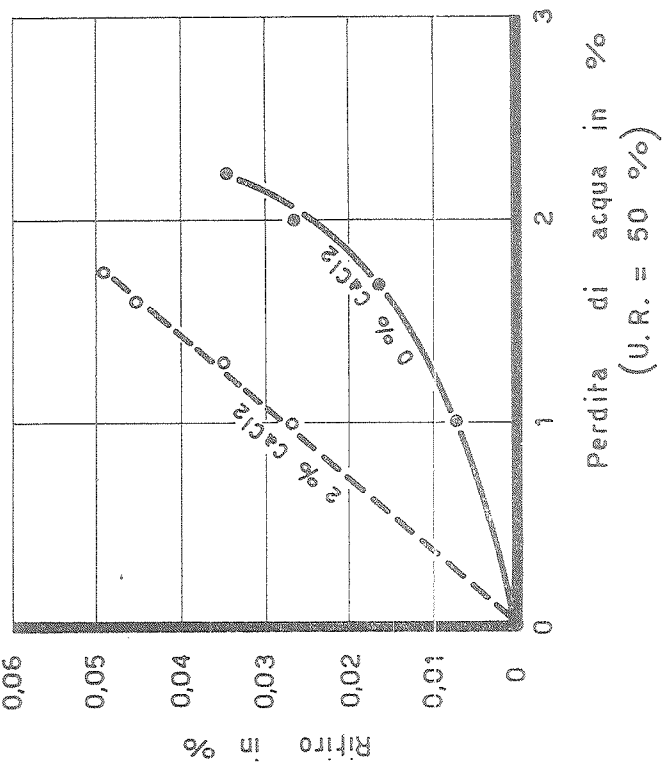


FIG. 23.

3 % di cloruro di calcio per le più lunghe maturazioni: si rileva infatti *che per queste maturazioni e con quella dose le resistenze seguono un andamento anomalo, dovuto evidentemente all'eccesso irrazionale di accelerante.*

Praticamente si rileva che esiste una compensazione fra durata di maturazione e percento di aggiunte, mentre per i trattamenti a vapore questo comportamento si aveva fra durata e temperature di trattamento.

La curva derivata ci insegna che, analogamente al sistema per trattamento a vapore, la maggior efficacia dell'accelerazione si ha con i bassi fattori di maturazione che pertanto risultano, sia tecnicamente che economicamente, i più convenienti per una produzione industriale.

A questo punto sento spontanea una domanda da parte dei cortesi ascoltatori: *quali conclusioni si possono trarre finora da questa prova di confronto fra accelerazione termica e accelerazione chimica?*

Abbiamo già detto che l'andamento delle curve *resistenza : fattore di maturazione* è analogo. Si rileva soltanto che con aggiunta di cloruro di calcio la curva delle resistenze accelerate raggiunge valori più elevati rispetto alle resistenze normali a 28 giorni.

In generale si constata che l'incremento nel tempo è superiore per il cemento trattato con cloruro di calcio mentre alle brevissime maturazioni si ha un leggero vantaggio dal trattamento termico *3 ore di maturazione a 70° più 3 ore a 20° = 306 kg/cmq; contro 292 kg/cmq per le 6 ore del cemento trattato con il 3 % di cloruro di calcio.*

Resta adesso da esaminare un altro elemento che ha la sua importanza: il coefficiente di ritiro. Non abbiamo ancora esperienze personali esaurienti al riguardo e pertanto dobbiamo fare riferimento alla letteratura e particolarmente a recenti esperienze di Kalousek per la maturazione a vapore ed a studi di Shideler per l'aggiunta di cloruro di calcio. Ambedue questi autori mettono in relazione il ritiro alla perdita di acqua per evaporazione, perdita che in realtà è responsabile del ritiro.

Orbene, se esaminiamo come varia il ritiro in funzione dell'acqua perduta, vediamo che la maturazione a vapore tende a ridurre l'influenza sul ritiro dovuto all'evaporazione dell'acqua. Nel grafico della figura 22 si vede infatti che a parità di acqua perduta, il ritiro è massimo per calcestruzzi maturati a 23°, di poco inferiore per quelli maturati dopo 49°, mentre netta è la diminuzione per il manufatto tenuto per un'ora a 76°.

Se esaminiamo invece il grafico della figura 23, ricavato dalle esperienze di Shideler, si riscontra il contrario per i calcestruzzi accelerati con cloruro di calcio: *a pari quantità di acqua perduta corrisponde un maggior ritiro rispetto a calcestruzzi non accelerati.*

Questo effetto specifico del cloruro di calcio sulla variazione di volume dei calcestruzzi non è ancora però ben chiarito: risulta infatti che quando si fa maturare il calcestruzzo a umidità molto bassa l'aggiunta di cloruro di calcio riduce il ritiro. Questo comportamento va messo in relazione con l'igroscopicità spinta di questo prodotto e con l'influenza che questa proprietà esercita sulla tensione di vapore propria del calcestruzzo rispetto all'ambiente. Per quanto riguarda il vero e proprio chimismo dell'azione del cloruro di calcio sul cemento, esso è ben lungi dall'essere chiarito: quello che finora si è potuto assodare è che il cloruro di calcio, se è usato in dose razionale (un massimo in genere del 2 %) ha un effetto che non viene ridotto nel tempo e che nessuna azione deleteria si verifica sulla conservazione delle armature. Quest'ultimo particolare è stato esaminato con cura sia da sperimentatori europei che americani e si è giunti alla constatazione che la presenza di cloruro di calcio nel cemento armato *non provoca di per sé corrosione nei ferri.*

Spero con questa, sia pur rapida esposizione, di avere toccato, con sufficiente chiarezza, i punti salienti di un importante problema che può presentarsi al tecnico di cantiere: *come ottenere calcestruzzi di rapido indurimento lavorando con cemento del tipo Portland;* e di avere messo in evidenza quel che si può ottenere da questi cementi, sia sfruttando le loro caratteristiche costitutive, sia agendo con ausili, da applicarsi in sede di cantiere.

Un punto importante sul quale ritengo opportuno ancora insistere è che i risultati che si possono ottenere dai trattamenti di cantiere risentono, in sensibile misura, della costituzione del cemento usato e pertanto questi trattamenti debbono essere di volta in volta studiati in relazione alle caratteristiche intrinseche del legante, se si vuole ottenere il massimo rendimento tecnico ed economico.

Ho cercato di illustrare questo metodo di studio con un esempio pratico, dal quale si sono potute trarre conclusioni di un certo interesse generale. Si tratta, ben inteso, di una serie di esperienze ancora in corso ed i cui risultati conclusivi mi riprometto di fare conoscere in altra occasione.

BIBLIOGRAFIA

- BERGSTRÖM: Magaz. Concr. Res., n. 14, dicembre 1953.
BOGUE E LERCH: Ind. & Eng. Chem., agosto 1934.
BRORCARD: Ann. Trav. Publ., febbraio, 1948.
CLEMMER E BURGRAFF: Proc. A.S.T.M., vol. 23, 1923, p. 296-314.
HAEGERMANN: Prot. Ver. Deut. Publ. Portl. Zem. Fabrik, 1932.
KALOUSES: Proc. A.C.I., novembre 1953.
NURSE: Magaz. Concr. Res., n. 2, giugno 1949.
POWERS e BROWNYARD: Proc. A.C.I.; 1947.
PRICE: Proc. A.C.I.; febbraio 1951.
RAPP: Proc. 14° Meet. Hgw. Res Board., dicembre 1934.
SAUL: Magaz. Concr. Res., n. 6, marzo 1951.
SHIDELER: Proc. A.C.I., dicembre 1949.
SHIDELER: Proc. A.C.I., marzo 1952.
SLOANE e MC CAUGHEY: The Eng. Exp. Stat. Univ. Ohio, Bull. n. 61, 1931.

