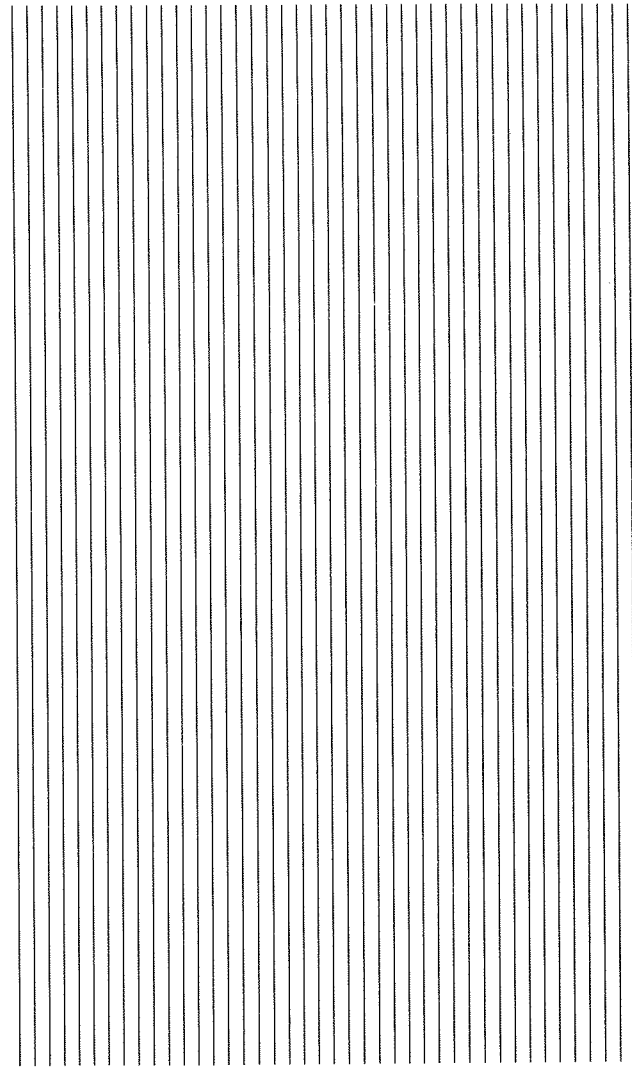




giornate  
**aicap'91**

SPOLETO 16-18 maggio



L'EVOLUZIONE DELLE  
COSTRUZIONI DI C.A. E C.A.P.

- aspetti teorici  
- aspetti progettuali

aicap - associazione italiana cemento armato e precompresso  
roma - 1991



giornate  
**aicap'91**  
SPOLETO 16-18 maggio

L'EVOLUZIONE DELLE  
COSTRUZIONI DI C.A. E C.A.P.  
- aspetti teorici  
- aspetti progettuali

**aicap** - associazione italiana cemento armato e precompresso  
roma - 1991

---

Volume stampato con il contributo della **calcestruzzi spa**

---

A.I.C.A.P. - 1991 - RIPRODUZIONE VIETATA

## **L'EVOLUZIONE DELLE COSTRUZIONI DI C.A. E C.A.P.**

### **- aspetti teorici**

Presidente di sessione: prof. ing. Giuseppe GRANDORI

Relatore generale: prof. ing. Andrea CHIARUGI

### **- aspetti progettuali**

Presidente di sessione: dott. ing. Giovanni ANGOTTI

Relatore generale: prof. ing. Antonio MIGLIACCI

---

Le relazioni generali e le relazioni su invito verranno raccolte in un Volume che sarà distribuito agli iscritti alle Giornate A.I.C.A.P. '91.

Le memorie vengono presentate in ordine alfabetico degli Autori; per le memorie a più nomi è stato considerato il primo Autore.

*L'A.I.C.A.P. non si assume la responsabilità di quanto pubblicato negli Atti delle "Giornate"*

---

# INDICE

---

## ASPETTI TEORICI

- INDAGINE TEORICA SUL COMPORTAMENTO DI MENSOLE IN C.A. COMPRESSE SOGGETTE A FLESSIONE CICLICA MONOASSIALE  
A. BALDI - P. MALANGONE.....Pag. 5
- CARICO DI PRIMA FESSURAZIONE DEL CONGLOMERATO INFLESSO  
L. BORTOLOTTI, B. DE NICOLO, Z. ODONI.....Pag. 21
- SICUREZZA A FESSURAZIONE DI SEZIONI INFLESSE IN CONGLOMERATO ARMATO  
L. BORTOLOTTI, B. DE NICOLO, Z. ODONI.....Pag. 33
- INFLUENZA DELLA DUTTILITA' DEGLI ACCIAI SULLA CAPACITA' DI ROTAZIONE PLASTICA DELLE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO  
C. BOSCO, P.G. DEBERNARDI.....Pag. 45
- INFLUENZA DELLE PROPRIETA' DELL'ACCIAIO SULLA CAPACITA' DI ROTAZIONE DI SOLETTE IN C.A.  
G.M. CALVI, E. CANTU', G. MAGENES.....Pag. 63
- ANALISI NON LINEARE DI PANNELLI IN CALCESTRUZZO ARMATO  
V. COLOTTI.....Pag. 81
- LA VALUTAZIONE TEORICA DELLE ROTAZIONI PLASTICHE NELLE TRAVI IN CEMENTO ARMATO: INFLUENZA DEL LEGAME COSTITUTIVO DELL'ACCIAIO E DELLO SCHEMA DI CARICO  
E. COSENZA, C. GRECO, G. MANFREDI.....Pag. 99
- ANALISI TEORICO-SPERIMENTALE SULL'ADERENZA ACCIAIO-CALCESTRUZZO IN CONDIZIONI DI COLLASSO  
E. COSENZA, C. GRECO, M. PECCE.....Pag. 117
- INSTABILITA' DI COLONNE SNELLE PER AZIONI DI BREVE E LUNGA DURATA  
A. DALL'ASTA, L. DEZI.....Pag. 131

|   |  |     |
|---|--|-----|
| - | L'USO DEL MODELLO SMEARED CRACKING NELLE ANALISI A STATO LIMITE DI STRUTTURE BIDIMENSIONALI IN C.A.<br>A.DEL GROSSO, S. LAGOMARSINO, R. MASSABO'.....Pag.  | 149 |
| - | PROGETTAZIONE OTTIMALE DELL'ARMATURA TRASVERSALE IN TRAVI DI C.A. E C.A.P. IN PARETE SOTTILE<br>M. DI PRISCO, P.G. GAMBAROVA.....Pag.  | 167 |
| - | OTTIMIZZAZIONE DELLA TENACITA' DI COMPOSITI CEMENTIZI CARBO-FIBROSI<br>A. DI TOMMASO, G. MANTEGAZZA, A. PENNA.....Pag.   | 185 |
| - | STUDIO DEL COMPORTAMENTO ALL'INTERFACCIA DI CALCESTRUZZI DIFFERENZIATI. RISULTATI SPERIMENTALI E PROPOSTE DI INTERPRETAZIONE TEORICA<br>C.E. MAJORANA, R. PACCAGNELLA,<br>U. VESCOVI, G. ZAVARISE.....Pag. | 197 |
| - | LA VALUTAZIONE SEMPLIFICATA DELLA ROTAZIONE PLASTICA E DELLA DUTTILITA' RICHIESTA NELLE TRAVI CONTINUE IN CEMENTO ARMATO PROGETTATE CON IL CALCOLO NON LINEARE<br>S.M. MAZZOLANI, M. PECCE.....Pag.        | 211 |
| - | UN PROCEDIMENTO PER IL CALCOLO DELLE STRUTTURE IPERSTATICHE DI C.A. E DI C.A.P. SOGGETTE A VARIAZIONE DELLE CONDIZIONI DI VINCOLO. RIFERIMENTI TEORICI. ESEMPI<br>R. POLUZZI.....Pag.                      | 225 |
| - | UN MODELLO ANALITICO PER LA RESISTENZA A TAGLIO DELLE TRAVI IN C.A.<br>G. RUSSO, G. PULERI, G. ZINGONE.....Pag.  | 237 |
| - | IRRIGIDIMENTO A TRAZIONE DELLE BARRE D'ARMATURA<br>G. RUSSO, F. ROMANO, G. ZINGONE.....Pag.  | 249 |

---

#### ASPETTI PROGETTUALI

|   |   |     |
|---|---|-----|
| - | USO DEI SISTEMI ESPERTI FONDATI SU REGOLE NELLA PROGETTAZIONE STRUTTURALE - UN'APPLICAZIONE AI PONTI IN C.A. E C.A.P.<br>A. CAUVIN, G. STAGNITTO.....Pag.                             | 263 |
| - | INDAGINE SPERIMENTALE ED ANALITICA SUL COMPORTAMENTO DINAMICO DI UNA STRUTTURA DI TIPO INDUSTRIALE PREFABBRICATA CON ELEMENTI DI C.A. E C.A.P.<br>P.P. DIOTALLEVI - M. MERLI.....Pag. | 277 |

|  |      |     |
|--|------|-----|
| - ACCIAI AD ALTA RESISTENZA PER IL CEMENTO ARMATO<br>D. GALEOTA - M.M. GIAMMATTEO .....  | Pag. | 291 |
| - CARATTERISTICHE MECCANICHE DI CALCESTRUZZI AD ALTA RESISTENZA<br>D. GALEOTA, M.M. GIAMMATTEO, R. MARINO .....  | Pag. | 301 |
| - PRECOMPRESSIONE "LOCALIZZATA" E RICOMPRES-<br>SIONE ECCENTRICA DEL LEMBO TESO<br>C. MARIONI.....   | Pag. | 313 |
| - EVOLUZIONE DELLE CARATTERISTICHE DEI CEMENTI E<br>RIFLESSI SU QUELLE DEI CALCESTRUZZI<br>F. MASSAZZA, G. COPPETTI.....   | Pag. | 327 |
| - INTELAIATURA PREFABBRICATA PER TUBAZIONI DI<br>IMPIANTO CHIMICO<br>M.MENEGOTTO.....  | Pag. | 345 |
| - IL NUOVO COMPLESSO INDUSTRIALE DELLA TEXAS<br>INSTRUMENTS AD AVEZZANO<br>A. MERCURIO, C. POCCI, G. VIA.....  | Pag. | 359 |
| - SUL NUOVO METODO COSTRUTTIVO A FORO CIECO<br>PER LE GALLERIE METROPOLITANE DI MILANO - FILO-<br>SOFIA DI PROGETTO E ANALISI STRUTTURALI<br>A. MIGLIACCI, D. CAMPAGNA, A. QUADRIO<br>CURZIO, B. PREVEDELLO, D. RIPAMONTI..... | Pag. | 373 |
| - COMPORTAMENTO SISMICO DI TELAI PIANI IN C.A.<br>TIPO "STRONG COLUMN - WEAK GIRDER"<br>M.G. MULAS, C. GALLI.....  | Pag. | 391 |
| - PIASTRE DI CONGLOMERATO CEMENTIZIO RINFOR-<br>ZATO CON FIBRE "MORBIDE" SOTTOPOSTE AD AZIONI<br>IMPULSIVE: PROBLEMI DI MODELLAZIONE E<br>VERIFICHE SPERIMENTALI<br>E.F. RADOGNA, E. CARTAPATI, A.L. MATERAZZI .....           | Pag. | 409 |
| - DUTTILITA' DELLE PARETI SISMICHE IN C.A.<br>N. SCIBILIA, F. COSTA, G. CRISCENTI .....  | Pag. | 427 |
| - LA STRUTTURAZIONE INTEGRATA NEL PROGETTO AR-<br>CHITETTONICO E IMPIANTISTICO: IL CENTRO SERVIZI<br>DI MESTRE DELLA CASSA DI RISPARMIO DI VENEZIA<br>C. SOLA, E. SOLA, E. BERNASCONI.....                                     | Pag. | 437 |
| - COMPORTAMENTO SISMICO DI STRUTTURE INTE-<br>LAIATE IN CEMENTO ARMATO IRRIGIDITE DA CON-<br>TROVENTI METALLICI CON DISPOSITIVO DISSIPATIVO<br>A. VULCANO.....   | Pag. | 451 |





## **L'EVOLUZIONE DELLE COSTRUZIONI DI C.A. E C.A.P.**

### **- aspetti teorici**

Presidente di sessione: prof. ing. Giuseppe GRANDORI

Relatore generale: prof. ing. Andrea CHIARUGI



INDAGINE TEORICA SUL COMPORTAMENTO DI MENSOLE IN C.A.  
COMPRESSE SOGGETTE A FLESSIONE CICLICA MONOASSIALE

Antonio BALDI - Pasquale MALANGONE  
Istituto di Ingegneria Civile dell'Università di Salerno



**INDAGINE TEORICA SUL COMPORTAMENTO DI MENSOLE IN C.A. COMPRESSE  
SOGGETTE A FLESSIONE CICLICA MONOASSIALE**

A. Baldi - P. Malangone  
Istituto di Ingegneria Civile - Università di Salerno

**SOMMARIO**

In questo lavoro si affronta lo studio del comportamento di mensole in c.a. sollecitate a flessione ciclica monoassiale per effetto di una forza applicata in punta, nonché a sforzo normale costante.

Viene ricercata, inizialmente, la funzione momento-curvatura ciclica-sforzo assiale per un concio elementare in c.a. avente sezione rettangolare con armatura simmetrica. Il comportamento del calcestruzzo è caratterizzato attraverso il legame di Kent e Park modificato secondo Okamoto [4,30], mentre per l'acciaio è assunto il legame di Ramberg-Osgood elaborato da Kent [24]. La funzione di risposta viene calcolata attraverso un procedimento al passo, risolvendo le due equazioni di equilibrio e l'equazione di congruenza connessa all'ipotesi di complanarità della sezione: si ottengono così curve d'interazione momento-curvatura ciclica per assegnati valori dello sforzo assiale. I risultati relativi ad alcune sezioni vengono poi confrontati con successo con i corrispondenti diagrammi teorico-sperimentali disponibili in bibliografia [3,22].

Lo studio dell'elemento strutturale a mensola viene successivamente condotto operandone la suddivisione in conci, assegnando un valore alla curvatura all'incastro, calcolando il momento ivi associato, e quindi la forza di estremità corrispondente. Noto il diagramma del momento, viene valutata la curvatura nei singoli conci e calcolato lo spostamento all'estremità della mensola. Si ottengono così curve d'interazione forza-spostamento-sforzo assiale per l'intero elemento soggetto a flessione retta ciclica. Lo studio si conclude con alcune considerazioni sull'andamento della funzione investigata, al variare di alcuni parametri caratteristici dell'elemento strutturale (lunghezza, qualità dell'acciaio, sforzo assiale).

**SUMMARY**

The aim of this paper is the theoretical evaluation of the behaviour of R/C cantilever beams subjected to a constant axial load and cyclic uniaxial bending reversals. The relation between moment, curvature and axial load for a symmetrically doubly reinforced rectangular section has been investigated in the first place. The theoretical stress-strain curves for steel and concrete under cyclic loading are represented, respectively, with the Ramberg-Osgood relationship determined by Kent [24], and with Kent and Park curve modified by Okamoto [4,30]. The moment-curvatures relations were then used to determine the theoretical load-deflection curves for a simple cantilever beam subjected to uniaxial cyclic loading reversals. It was found convenient, for this, to divide the member up into a number of longitudinal elements of short length and to assume the moment at the center of each element to be constant over the length of the element. Finally, some comments referring to obtained results conclude this work.

## 1. INTRODUZIONE

Come è noto, gli effetti di vari terremoti ed i resoconti di numerosi programmi sperimentali hanno ampiamente evidenziato che le azioni cicliche di forte intensità possono produrre rilevanti variazioni dello stato tensionale, della rigidità e della capacità portante degli elementi strutturali in cemento armato.

Le azioni sismiche costringono infatti i due materiali accoppiati a subire cicli di carico e scarico durante i quali, in un intervallo temporale di pochi secondi, le tensioni e le deformazioni assumono valori ben oltre il campo elastico. In particolare è dimostrato che una volta superata la soglia di fessurazione, il comportamento di una sezione, in c.a. ripetutamente inflessa si differenzia nettamente da quello corrispondente all'applicazione di una sollecitazione monotona. Il collasso avviene tuttavia per ragioni diverse da quelle che regolano il fenomeno di fatica classico, e si verifica in genere per un numero di cicli alquanto limitato.

I risultati sperimentali attualmente disponibili hanno evidenziato che, a partire da una risposta pressochè elastica per un numero ridotto di cicli, intervengono successivamente un degrado della resistenza e la riduzione dell'area del ciclo di isteresi al crescere dell'impegno duttile richiesto in ciascun ciclo. Il collasso può intervenire anche dopo pochissimi cicli, se viene richiesta alla sezione una duttilità superiore al 50% di quella manifestata per carichi monotoni.

Se dunque si ipotizza il raggiungimento sotto sisma, per almeno qualche decina di cicli, di condizioni di funzionamento al limite del fattore di duttilità richiesto, ne consegue la necessità di valutare con attenzione la residua capacità di resistere offerta dalla struttura esposta al cimento.

L'evidenza sperimentale ha dimostrato inoltre, sul campo ed in laboratorio, che la risposta strutturale sotto sollecitazioni cicliche è influenzata da numerosi parametri, tra cui:

- il comportamento dei singoli materiali sotto carichi ciclici;
- la presenza di elevati valori di sforzo normale (e di taglio);
- le percentuali di armatura ed il grado di confinamento del calcestruzzo;
- la forma della sezione;
- il deterioramento del legame di aderenza acciaio-calcestruzzo;
- la storia di carico ed il gradiente di deformazione applicati.

Le numerose indagini sperimentali fin qui condotte sono state principalmente rivolte allo studio di elementi strutturali semplici (prevalentemente soggetti a flessione e/o sforzo assiale) ovvero di nodi trave-pilastro.

Esse hanno evidenziato in maniera convincente il diverso ruolo ricoperto dai parametri di cui sopra, ed hanno costituito la base indispensabile per la formulazione di adeguati approcci teorici,

Sotto il profilo teorico è stata d'altra parte affrontato, in primo luogo, il problema della modellazione dei legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio sotto sollecitazioni cicliche. Muovendo dalle numerose proposte disponibili in bibliografia, è possibile ormai definire regole del comportamento ciclico in grado di cogliere correttamente, seppure con differenti complicazioni formali, l'effettivo comportamento sotto carico dei due materiali (ivi compresi naturalmente fenomeni peculiari come l'effetto Baushinger e l'incrudimento per l'acciaio; il coppia d'isteresi e il deterioramento per il calcestruzzo).

Numerosi studi hanno poi riguardato le funzioni di risposta momento-curvatura-sforzo normale per le singole sezioni soggette a flessione

ciclica. Tali funzioni possono essere peraltro convenientemente adottate anche per il concio elementare di lunghezza finita, in quanto l'esperienza ha dimostrato che l'aderenza acciaio-calcestruzzo nelle zone integre non incide in maniera rilevante, nel campo delle forti deformazioni, sulla deformabilità dell'elemento stesso.

Meno frequenti sono invece gli studi teorici della funzione carico-spostamento ciclico per elementi strutturali anche semplici, a motivo forse dei non trascurabili oneri computazionali connessi con la memorizzazione passo passo degli assetti deformativi e tensionali delle singole sezioni interessate, e con i numerosi effetti (instabilità delle barre di armatura, spalling del calcestruzzo, degrado del legame di aderenza, tension stiffening, effetti del 2° ordine, etc.) che condizionano la risposta strutturale sotto sollecitazioni cicliche.

Con questo lavoro si è inteso fornire un contributo in argomento, mettendo a punto un modello numerico che sembra in grado di cogliere, seppure con alcune non trascurabili limitazioni e semplificazioni, gli aspetti sostanziali della risposta a flessione ciclica di elementi a mensola caricati assialmente.

## 2. CURVE D'INTERAZIONE MOMENTO-CURVATURA CICLICA PER LA SINGOLA SEZIONE SOGGETTA A SFORZO ASSIALE COSTANTE

Si consideri un concio elementare di trave interessato da una distribuzione costante delle caratteristiche di sollecitazione. Analizzando la risposta della sua sezione trasversale, è possibile seguire il comportamento di tale elemento sino a rottura per una assegnata storia di carico [22].

Il problema qui illustrato si riferisce in particolare ad una sezione rettangolare a doppia armatura simmetrica, soggetta a flessione ciclica monoassiale in presenza di sforzo normale  $N$  costante.

Può essere naturalmente conveniente riferirsi a grandezze caratteristiche adimensionali, quali il momento  $\mu = M/\sigma_0 \cdot B \cdot H$ , la curvatura  $\theta_a = H/R$ , lo sforzo normale  $\nu = N/\sigma_0 \cdot B \cdot H$ , essendo  $B, H$  le dimensioni effettive della sezione e  $\sigma_0$  il valore della tensione di rottura del calcestruzzo per carichi monotoni.

La sezione viene suddivisa in strisce (parallele all'asse neutro) a tensione e deformazione costante, e vengono assegnati i legami tensione-deformazione ciclica per i due materiali accoppiati. La funzione di risposta momento-curvatura ciclica-sforzo normale può essere allora ottenuta attraverso la risoluzione delle due equazioni di equilibrio (scritte per sezione parzializzata) e dell'equazione di compatibilità, valendo ancora -almeno da un punto di vista globale- l'ipotesi di Navier.

Il calcolo procede per via incrementale a partire da un valore di curvatura assegnato e, sebbene formalmente analogo a quello utilizzato per sollecitazione monotona, presenta tuttavia oneri computazionali ben più rilevanti. Dopo aver individuato il ramo del diagramma cui la precedente storia di carico ha condotto, è infatti necessario memorizzare i valori dello stato tensionale e deformativo di ciascuna striscia in corrispondenza della generica curvatura imposta, allo scopo di calcolarne i nuovi assetti nella fase successiva di ricarico (o scarico).

Il programma di calcolo qui messo a punto sviluppa in particolare il procedimento incrementale suggerito in [25], opera su grandezze adimensionali, e comporta tempi di elaborazione alquanto contenuti anche se reso operante su personal computers.



Per descrivere il comportamento dell'acciaio, nel programma è stato adottato il legame tipo Ramberg-Osgood proposto da Kent e Park [24] (fig.1)

$$\epsilon_s - \epsilon_{si} = \frac{f_s}{E_s} \cdot \left( 1 + \left| \frac{f_s}{f_{ch}} \right|^{r-1} \right) \quad (1)$$

in cui

$$f_{ch} = f_{ys} \cdot \left[ \frac{0.744}{\ln(1+1000 \cdot \epsilon_{ip})} - \frac{0.071}{1 - \exp(1000 \cdot \epsilon_{ip})} + 0.241 \right] \quad (2)$$

essendo per cicli dispari di carico ( $n=1,3,5,\dots$ )

$$r = \frac{4.49}{\ln(1+n)} - \frac{6.03}{\exp(n)-1} + 0.297 \quad (3)$$

e per cicli pari di carico ( $n=2,4,6,\dots$ )

$$r = \frac{2.20}{\ln(1+n)} - \frac{0.469}{\exp(n)-1} + 3.04 \quad (4)$$

La deformazione  $\epsilon_{ip}$  che compare nella (1) rappresenta la differenza tra le ascisse dei punti di intersezione delle curve di scarico e carico, relative ad uno stesso ciclo, con l'asse delle  $\epsilon$ .

L'effetto Baushinger si manifesta nel ricarico tensionale di opposto segno, mentre lo scarico dalla soglia di snervamento avviene sempre in modo lineare secondo il modulo elastico  $E_s$ . Se lo scarico non si completa fino al cambiamento di segno della tensione  $f_s$ , il legame riprende a seguire l'effetto Baushinger.

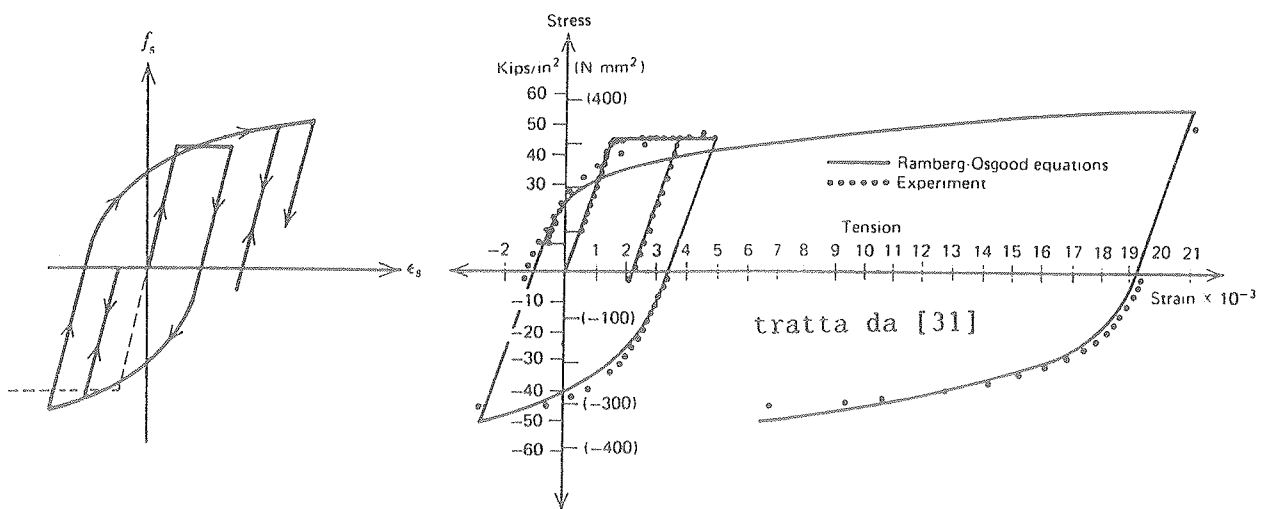


Fig. 1 - Legge di risposta dell'acciaio ad azioni cicliche

La (1) descrive con buona approssimazione il comportamento di acciai con un pronunciato limite di snervamento, e presenta il vantaggio di richiedere un numero limitato di parametri da memorizzare.

Per descrivere il comportamento meccanico del calcestruzzo si è assunta d'altra parte la curva involuppo di Okamoto [4,30] (fig.2), che rappresenta in effetti una modifica della ben nota curva di Kent e Park. L'equazione di tale curva è, per il ramo ascendente

$$\sigma/\sigma_0 = A \cdot (\epsilon/\epsilon_0) - B \cdot (\epsilon/\epsilon_0)^2 \quad (5)$$

con  $A=2.4-0.001 \cdot \sigma_0$ ;  $B=1.4-0.001 \cdot \sigma_0$ ;  $c_0=(1.34+0.0016 \cdot \sigma_0)/1000$ ;

mentre per il ramo discendente si ha un'equazione coincidente con quella di Kent e Park [31].

Per la generica curva di scarico si suppone che essa sia costituita da due segmenti di retta, di cui il primo è verticale fino al punto F cui corrisponde il 25% della tensione iniziale di scarico, mentre il secondo ha una pendenza pari a  $E_c/4$ . Se il ricarico inizia prima che la tensione si azzeri, esso seguirà uno dei tratti IJ. Altrimenti si svilupperà lungo il percorso GHE fino alla curva involuppo, raggiunta in E con un segmento HE parallelo a FG.

Il modello trascura, come si vede, la resistenza a trazione del calcestruzzo e, per una deformazione ciclica ripetuta di ampiezza costante, non produce degradazione della tensione massima portata.

Si tratta tuttavia di una legge ben nota e accettata in bibliografia [4], che ha il pregio di non introdurre particolari complicazioni in fase computazionale.

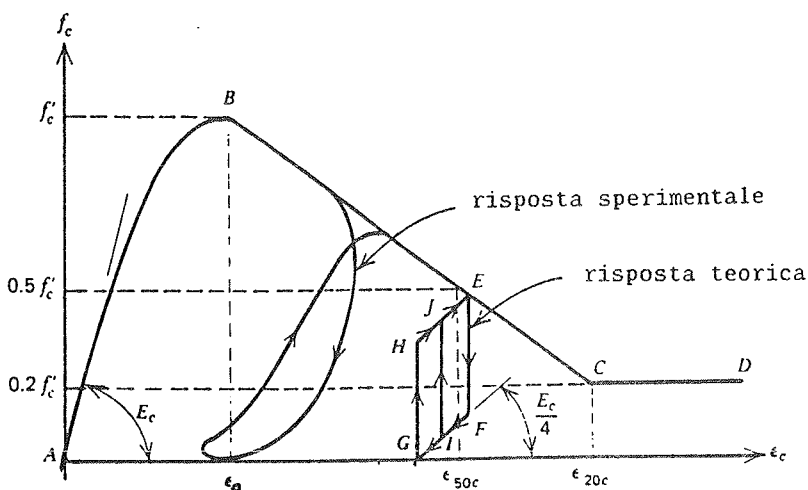


Fig. 2 - Legge di risposta del cls ad azioni cicliche

Sulla base dei legami costitutivi di cui innanzi, in questo studio sono state effettuate innanzitutto alcune analisi numeriche di confronto riferite, come si è detto, a risultati ben noti ed accettati in bibliografia.

In fig.3.a sono riportati i risultati teorici e sperimentali ottenuti da Aoyama [3] per una assegnata sezione rettangolare, che costituiscono ormai un riferimento classico in argomento [25,31,34].

In fig.3.b sono invece consegnate le corrispondenti curve d'interazione ottenute con il procedimento utilizzato in questo lavoro. Come si vede, il confronto risulta particolarmente soddisfacente.

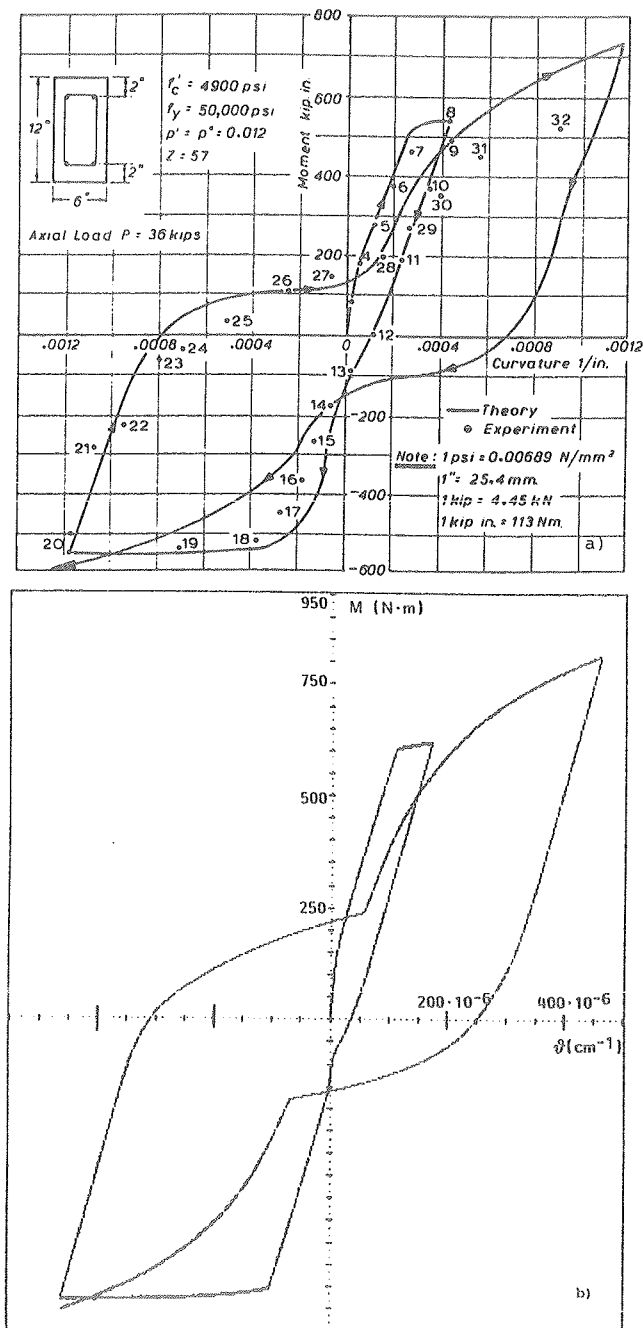


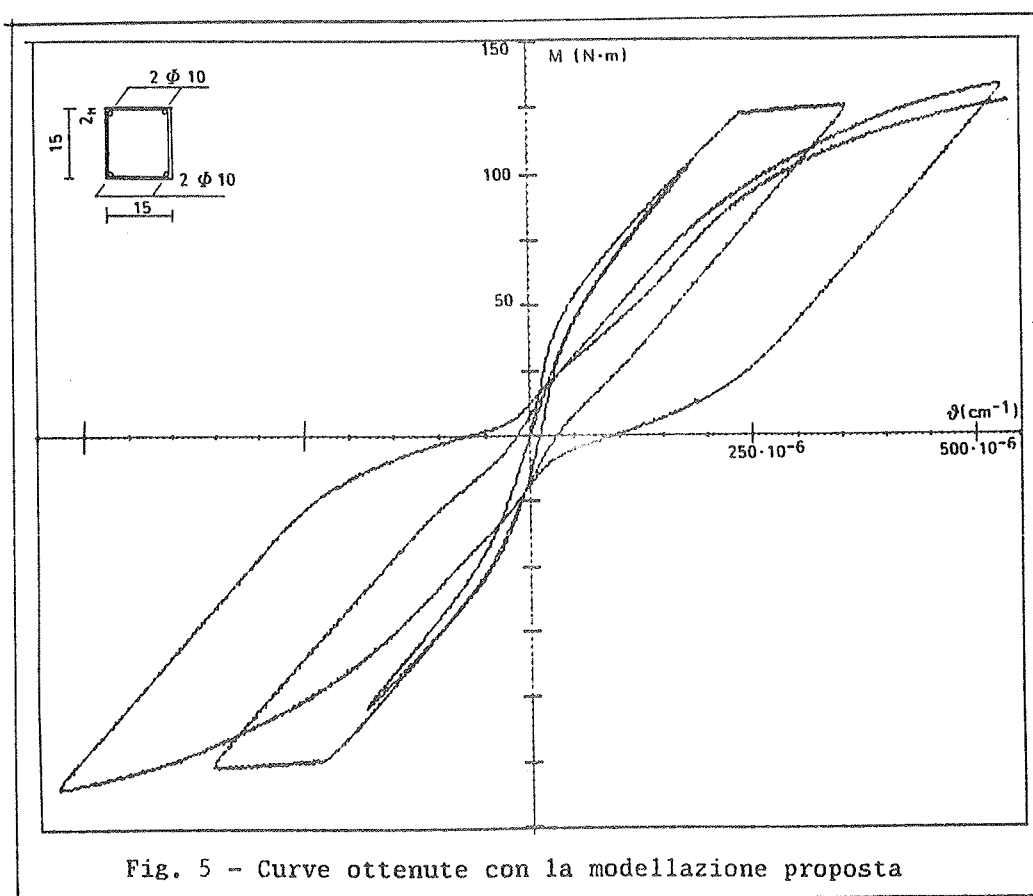
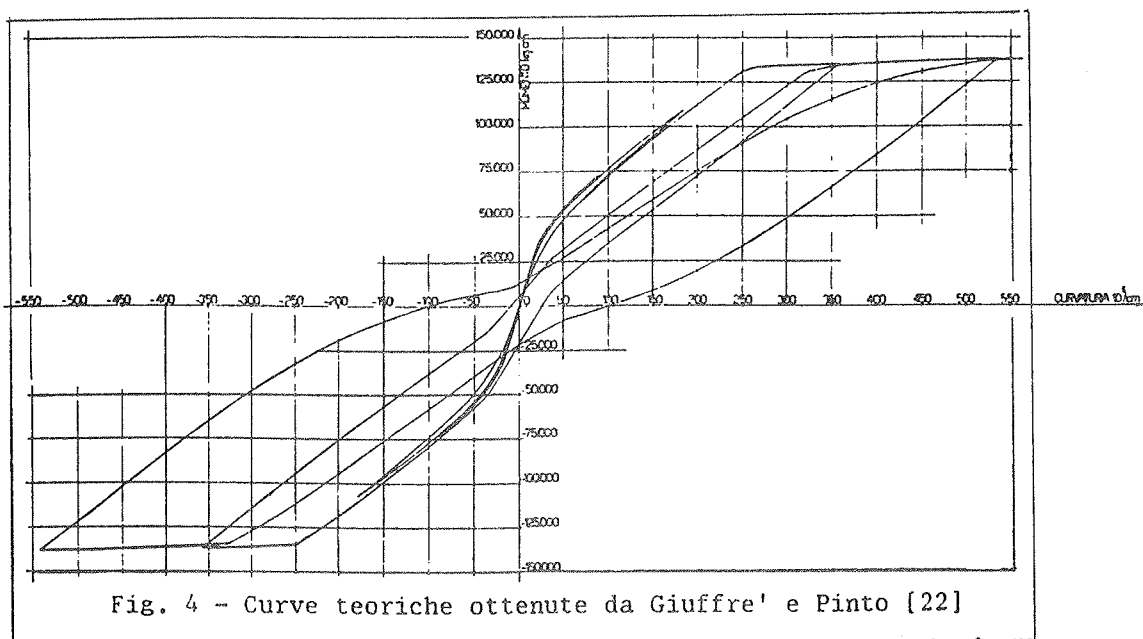
Fig. 3 - (a) risultati di Aoyama [3]  
(b) modellazione proposta.

### 3. CURVE D'INTERAZIONE FORZA-SPOSTAMENTO CICLICO PER L'ELEMENTO A MENSOLA

Lo studio è stato riferito al caso di una mensola in c.a. avente sezione rettangolare con armatura simmetrica. Si ipotizzano inoltre la presenza di uno sforzo assiale costante, i cui effetti del 2° ordine vengono tuttavia trascurati, e di un'armatura di confinamento uniforme lungo l'altezza. La risposta della struttura ad un'inflexione ciclica può es-

Nelle figg. 4,5 sono invece poste a confronto le curve teoriche momento-curvatura ciclica ottenute da Giuffrè e Pinto [22] con i corrispondenti andamenti ora simulati, con riferimento ad una stessa sezione sollecitata ancora assialmente. Anche in questo caso il confronto può ritenersi soddisfacente. Le modeste differenze tra i valori dei momenti portati si giustificano, peraltro, osservando che i legami utilizzati per il calcestruzzo nei due casi comportano valori delle tensioni solo approssimativamente coincidenti.

Tanto premesso, nelle figg. 6,7 sono infine riportati gli andamenti dei diagrammi momento-curvatura ciclica per una sezione rettangolare in c.a. a doppia armatura, la cui risposta a sollecitazione monotona è riportata in [21]. La curvatura ciclica ora imposta ha assunto valori successivi pari rispettivamente a 1, 2, ..., 5 volte la curvatura corrispondente allo snervamento dell'acciaio teso. Tutti i diagrammi si riferiscono al caso di calcestruzzo con  $R_{ck}$  pari a 27 MPa. I grafici di figg. 6,7 sono stati ottenuti rispettivamente per acciaio con tensione di snervamento pari a 380 MPa e 440 MPa. I singoli diagrammi (a,b,c) di ciascuna figura si riferiscono infine al caso di sforzo normale adimensionalizzato  $\nu$  pari rispettivamente a zero; 0.05; 0.10.



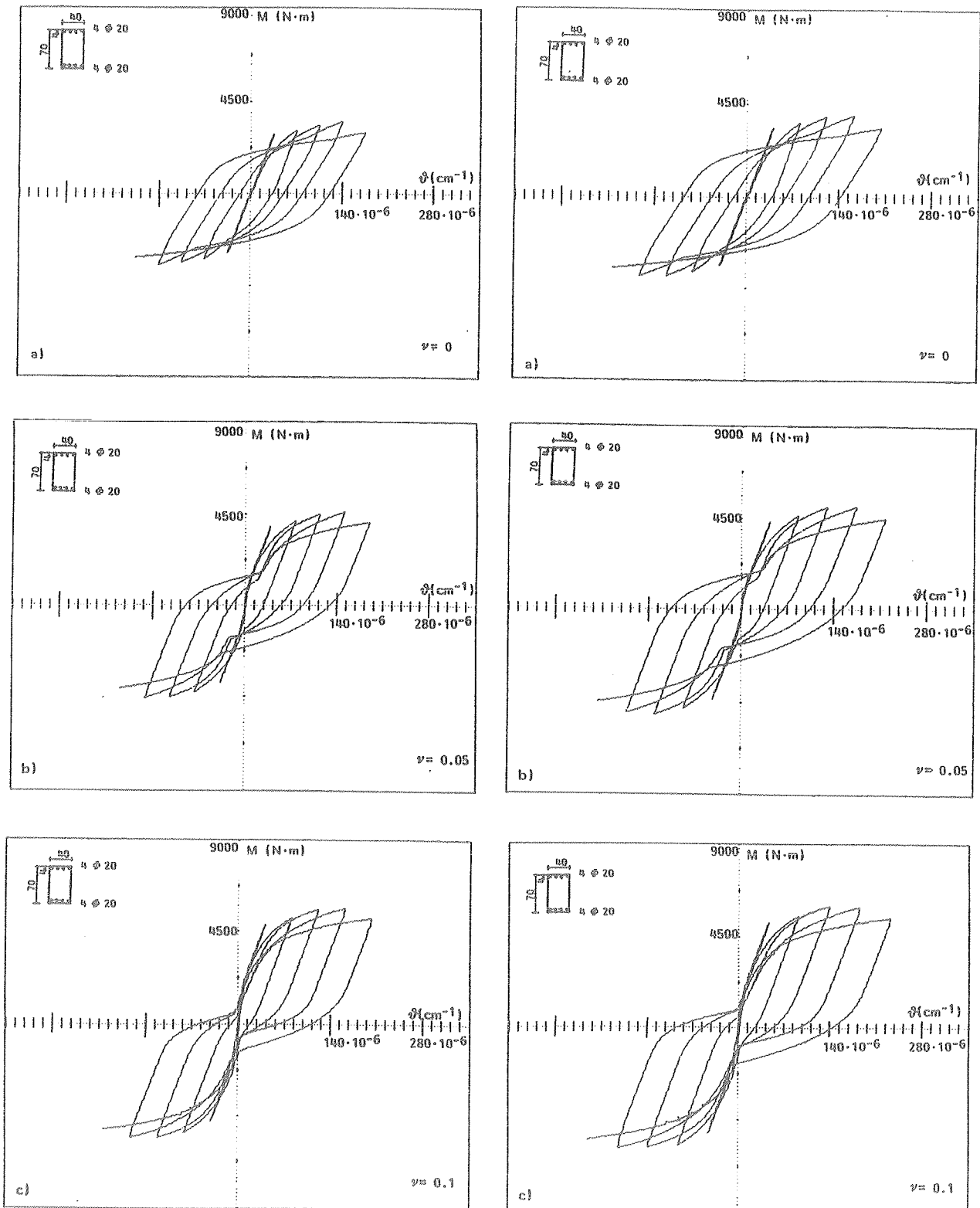


Fig. 6 - Momento-Curvatura ciclica  
 $f_{ys}=380$  MPa;  $R_{ck} = 27$  Mpa

Fig. 7 - Momento-Curvatura ciclica  
 $f_{ys}=440$  MPa;  $R_{ck} = 27$  Mpa

sere determinata imponendo, in una sezione prossima all'incastro, una curvatura iniziale di valore prefissato. A tale curvatura resta collegato uno specifico valore del momento interno, cui corrisponde una forza -in punta alla mensola- di entità nota. E' possibile pertanto determinare, in ciascuna sezione della mensola, la curvatura associata al momento localmente agente e quindi valutare, per doppia integrazione, lo spostamento di estremità.

La procedura ora richiamata è stata operativamente applicata mediante suddivisione della mensola in un numero opportuno di conci [25]. Assegnando una curvatura iniziale al primo concio verso l'incastro, e determinato il diagramma dei momenti corrispondenti lungo la mensola, il calcolo della curvatura negli altri conci viene fatta ricercando la radice dell'equazione  $f(\theta, \nu) = M_{est} - M_{int}(\theta, \nu)$ . Noti i valori di curvatura in tutti i conci, è allora possibile determinare lo spostamento di estremità corrispondente al valore della forza prima calcolata.

I passi successivi consistono nell'incrementare (o decrementare) la curvatura del primo concio, e nel ripetere le operazioni di cui sopra. E' necessario naturalmente memorizzare ad ogni passo l'assetto tensionale e deformativo del singolo concio, in modo da poterne aggiornare successivamente i valori.

In accordo con alcune indicazioni bibliografiche [9], la procedura opera in modo da apportare una variazione ciclica dello spostamento di estremità della mensola. In particolare, calcolato il valore  $\delta_y$  dello spostamento che determina nel primo ciclo lo snervamento all'incastro dell'acciaio teso, la legge di carico utilizzata per i cicli successivi prevede valori di  $\delta$  pari a 1.5, 2, 2.5 volte  $\delta_y$ .

La procedura descritta è stata utilizzata per lo studio della risposta di due strutture a mensola, rispettivamente di luce 3.00 e 6.00 metri. I dati geometrici e meccanici delle sezioni resistenti coincidono con quelli delle sezioni strutturali esaminate al punto precedente.

Con riferimento alla mensola di luce 3.00 metri, nelle figg. 8 e 9 sono riportati i diagrammi forza-spostamento ciclico in presenza di acciaio di armatura con una tensione di snervamento  $f_{ys}$  rispettivamente pari a 380 MPa e 440 MPa, e di un carico assiale adimensionalizzato  $\nu$  di valore pari a zero (a); 0.05 (b); 0.10 (c).

Con riferimento alla mensola di luce 6.00 metri, nelle figg. 10 e 11 sono riportati i diagrammi forza-spostamento ciclico ancora, rispettivamente, per le due qualità di acciaio di cui innanzi, e per gli stessi livelli di carico prima richiamati.

#### 4. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Questo studio, partendo dalle leggi costitutive dei materiali sotto carichi ciclici, ha consentito in primo luogo la caratterizzazione delle curve d'interazione momento-curvatura ciclica per sezioni rettangolari pressoinflesse. Al riguardo sono stati istituiti confronti iniziali tra alcuni risultati disponibili in bibliografia [3,22], e quelli qui ottenuti per situazioni corrispondenti, il cui esito può essere senz'altro ritenuto soddisfacente.

La procedura messa a punto è stata successivamente utilizzata per costruire curve d'interazione momento-curvatura ciclica per una assegnata sezione (la cui risposta a sollecitazione monotona è riportata in [21]), al

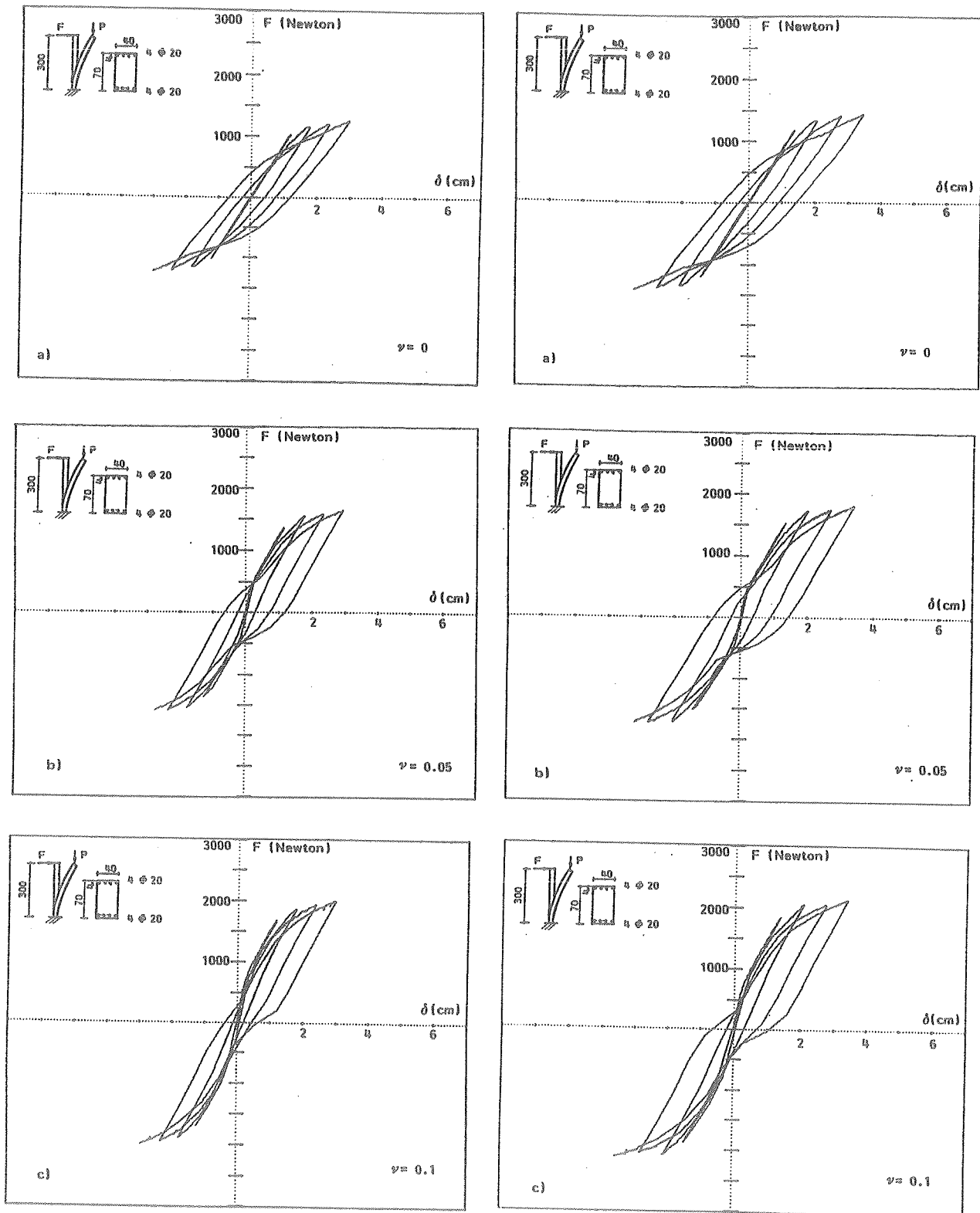


Fig. 8 - Forza-Spostamento ciclico  
 L=3.00 m; Rck=27 MPa  
 fys=380 MPa

Fig. 9 - Forza-Spostamento ciclico  
 L=3.00 m; Rck=27 MPa  
 fys=440 MPa

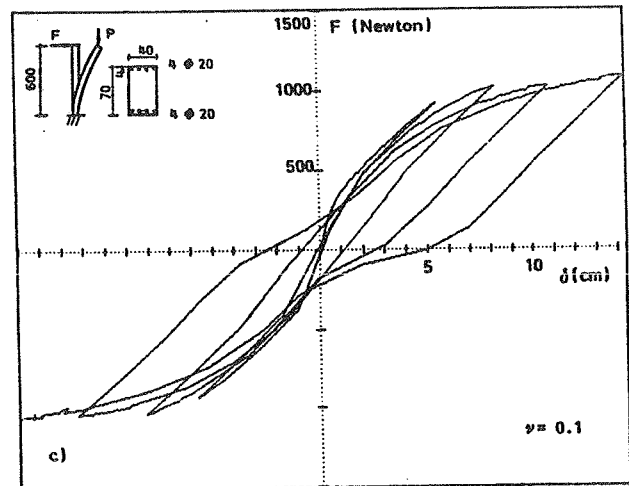
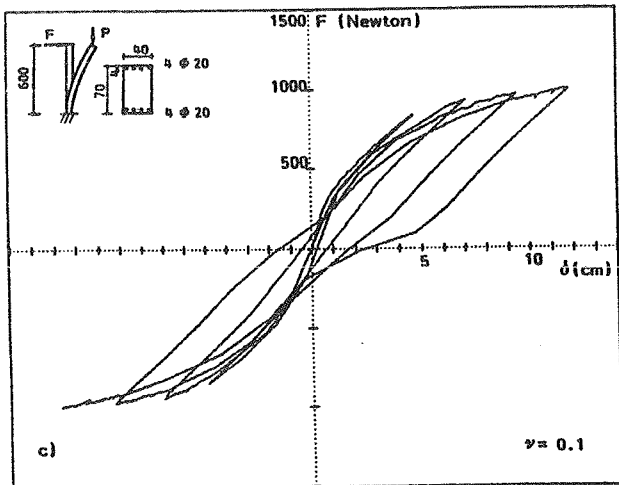
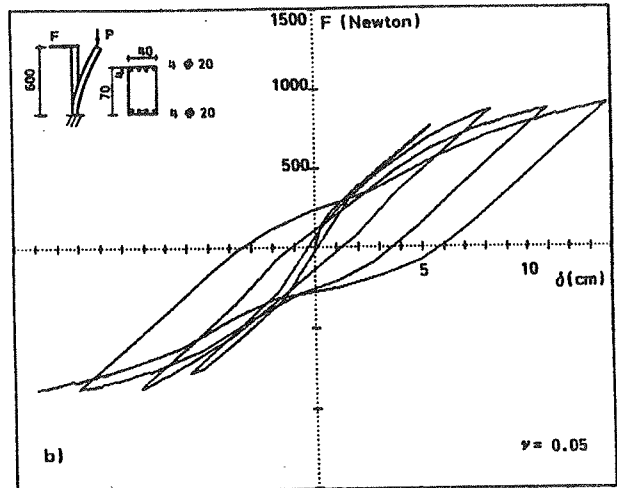
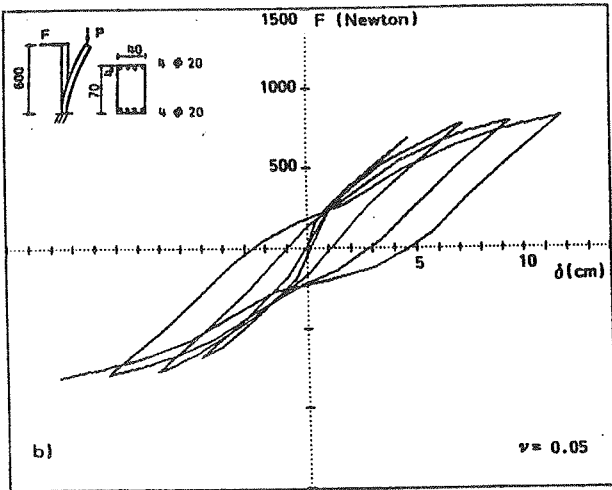
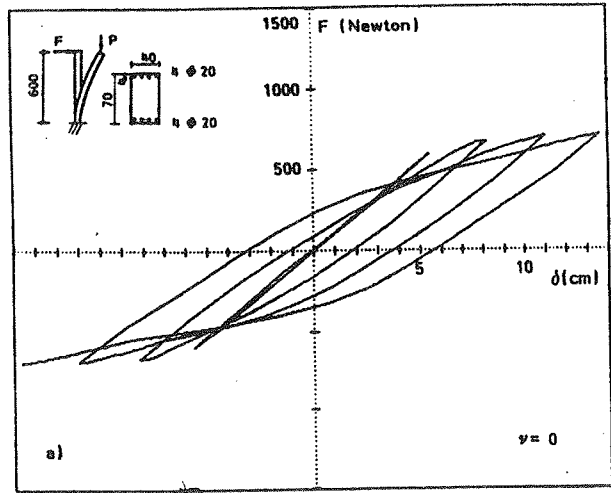
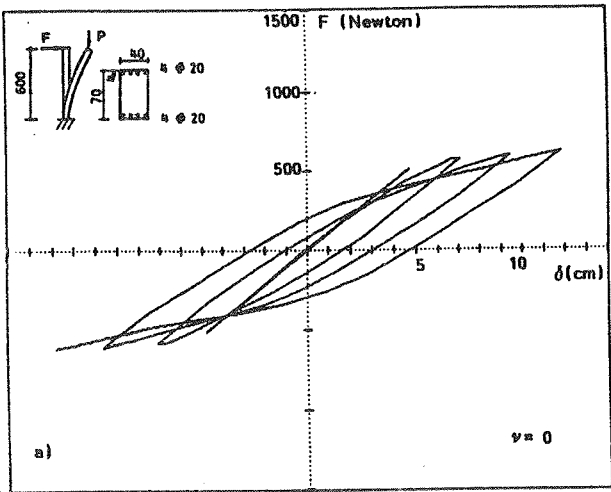


Fig. 10 - Forza-Spostamento ciclico  
 $L=6.00$  m;  $R_{ck}=27$  MPa  
 $f_{ys}=380$  MPa

Fig. 11 - Forza-Spostamento ciclico  
 $L=6.00$  m;  $R_{ck}=27$  MPa  
 $f_{ys}=440$  MPa



fine di indagare sull'influenza assunta dal livello di sforzo assiale e dalla tensione di snervamento dell'acciaio.

I risultati ottenuti per la sezione mostrano come la presenza dello sforzo assiale impegna in maggior misura il conglomerato, con una forma delle curve di scarico nei cicli di maggiore ampiezza che riproducono qualitativamente l'andamento del diagramma del conglomerato stesso. Le risposte si infragiliscono, ed interviene una marcata strizione nella forma del ciclo con conseguente riduzione delle capacità dissipative. Al crescere della tensione di snervamento, aumentano d'altra parte sia la duttilità della risposta che l'area racchiusa dal ciclo d'isteresi. Resta infine confermato che la curva inviluppo del legame momento-curvatura ciclica corrisponde con buona approssimazione alla curva di risposta sotto carichi monotòni.

Con riferimento all'elemento strutturale a mensola oggetto dell'indagine conclusiva, si sono osservati parimenti un infragilimento della curva di risposta ed una progressiva riduzione dell'area del ciclo d'isteresi al crescere del valore dello sforzo assiale.

Si è pure notato che la tensione di snervamento dell'acciaio influenza in maniera diretta la risposta strutturale, i cui valori di picco -sia in termini di resistenza che di deformabilità- aumentano al crescere di  $f_{ys}$ . Resta confermato anche in questo caso che la curva inviluppo del legame forza-spostamento per carichi ciclici approssima da vicino la curva di risposta della struttura per carichi monotòni.

Lo studio della risposta ciclica andrebbe peraltro ulteriormente approfondito attraverso l'analisi e la presa in conto di alcuni fenomeni qui trascurati, quali soprattutto il degrado del materiale calcestruzzo in termini di tensione portata, il degrado della sezione di calcestruzzo per effetto dello spalling, il deterioramento del legame di aderenza acciaio-calcestruzzo, l'instabilità delle barre d'armatura.

Si ritiene tuttavia, sulla base dei risultati acquisiti, che le assunzioni effettuate ed il modello numerico qui definito possano costituire un riferimento utile, e sostanzialmente attendibile, per successivi sviluppi di modellazione e di indagine.

Salerno, dicembre 1990.

## BIBLIOGRAFIA

- [1 ] AKTAN A.E., and ERSOY U.: Analytical study of R/C material hysteresis; Symposium AICAP-CEB, CEB bull.n.132, Rome, 1979.
- [2 ] ANICIC D.: Seismic resistance of reinforced concrete high rise buildings structural elements; IABSE Colloquium, vol.no.30, Bergamo, 1978.
- [3 ] AOYAMA H.: Moment-Curvature characteristics of reinforced concrete members subjected to axial load and reversal of bending; International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Miami, 1964.
- [4 ] AOYAMA H., and NOGUCHI H.: Mechanical properties of concrete under cycles idealizing seismic actions; Symposium AICAP-CEB, CEB bull.n.131, Rome, 1979.
- [5 ] BAGGIO C., GIUFFRE' A., NUTI C.: Comportamento sismico di pilastri in calcestruzzo leggero strutturale; Atti Giornate AICAP, Napoli, 1989.
- [6 ] BALLIO G., CALADO L., IORI I., MIRABELLA ROBERTI G.: Sul comportamento di sezioni miste in acciaio calcestruzzo sottoposte a carichi ciclici: indagine sperimentale e modellazione numerica; Atti Giornate AICAP, Stresa, 1987.
- [7 ] BANON H., and VENEZIANO D.: Seismic safety of reinforced concrete members and structures; Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.no.10, 1982.
- [8 ] BENEDETTI A., CECCOLI C.: Richiami sulla duttilità delle strutture e questioni applicative; in Costruzioni di conglomerato cementizio armato in zona sismica (Coord. R.Alessi), Facoltà di Ingegneria, Università di Bologna, 1983.
- [9 ] BERTERO V.: Seismic behaviour concrete linear elements (beams, columns) and their connections; Symposium AICAP-CEB, CEB bull.n.131, Rome, 1979.
- [10] BERTERO V., and POPOV E. P.: Seismic behaviour of ductile moment-resisting reinforced concrete frames; in Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones, ACI publication SP-53, 1976.
- [11] BERTERO V., and POPOV E. P.: Repaired R/C members under cyclic loading; Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.no.4, 1975.
- [12] BICANIC N., and ZIENKIEWICZ O.C.: Constitutive model for concrete under dynamic loading; Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.no.11, 1983.
- [13] CAPECCHI D., VESTRONI F.: Comportamento ciclico e risposta sismica di un modello con degradazione per elementi di cemento armato; Atti del 2° Convegno Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia, Rapallo, 1984.
- [14] CAPECCHI D., CIAMPI V., and VESTRONI F.: Numerical studies of the behaviour of a reinforced concrete beam elemento under repeated loadings; Symposium AICAP-CEB, CEB bull.n.132, Rome, 1979.
- [15] CECCOLI C., MERLI M., and BIANCHI S.: Concrete Columns submitted to cyclic biaxial bending; IABSE Symposium, vol. no. 46, Venezia, 1983.
- [16] CECCOLI C., BENEDETTI A., BIANCHI S.: Contributo all'analisi teorica del comportamento a fatica oligociclica di conci di trave in c.a. doppiamente armati pressoinflessi; Atti del 13° Convegno CTE, Verona, 1982.
- [17] COLOTTI V., VULCANO A.: Comportamento di pareti strutturali in calcestruzzo armato soggette ad azioni cicliche di notevole intensità; Atti Giornate AICAP, Stresa, 1987.
- [18] D'ASDIA P.: Influenza della legge di degradazione nella modellazione dei legami costitutivi isteretici; Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Volume dedicato a G.Ceradini, Roma, 1988.

- [19] ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES: Matériaux et structures sous chargement cyclique; Palaiseau, 28-29 septembre 1978.
- [20] FILIPPOU F.C. and ISSA A.: Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals; report no. UCB/EERC-88/12, University of California, Berkeley, 1988.
- [21] GIUFFRE' A.: La duttilità strutturale; in Ingegneria Sismica (a cura di M. Mele), vol.1°, CISM, Udine, 1976.
- [22] GIUFFRE' A., PINTO P.E.: Il comportamento del cemento armato per sollecitazioni cicliche di forte intensità; Giornale del Genio Civile, fascicolo 5°, Roma, 1970.
- [23] IORI I., MILANO R.: Sul comportamento di sezioni in c.a. soggette ad azioni cicliche; Studi e Ricerche, vol.7, Politecnico di Milano, 1985.
- [24] KENT D.C., and PARK R.: Cyclic load behaviour of reinforced steel; Strain (Journal of the British Society for Strain Measurement), vol.no.3, 1973.
- [25] KENT D.C., PARK R., and SAMPSON A.: Reinforced concrete members with cyclic loading, Journal of the structural division; ASCE, July, 1972.
- [26] LOW S., and MOEHLE J.P.: Experimental study of reinforced concrete columns subjected to multi-axial cyclic loading; report no. UCB/EERC-87/14, University of California, Berkeley, 1987.
- [27] MANCINI G., NAPOLI P.: Indagine sperimentale sul comportamento di nodi trave-pilastro in c.a. (integri e riparati) soggetti ad azioni cicliche; Istituto di Scienza delle Costruzioni, rapp.n.594, Politecnico di Torino, 1983.
- [28] MANDER J.B., PRIESTLEY J.N., and PARK R.: Theoretical stress-strain model for confined concrete; Journal of Structural Engineering, ASCE, August, 1988.
- [29] NUTI C., PINTO P.E.: Studio sperimentale comparato sul comportamento ciclico del calcestruzzo con inerte leggero; Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Studi e Ricerche 2/87, Università di Roma "La Sapienza", 1987.
- [30] OKAMOTO S.: Earthquake resistance of prestressed concrete structures; Annual report of BRI, Japan, 1971.
- [31] PARK R., and PAULAY T.: Reinforced Concrete Structures; John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [32] PARK R., and THOMPSON K.J.: Cyclic load tests on prestressed and reinforced concrete beam-column joints; report no. 76-8, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand, 1976.
- [33] POZZATI P.: Resistenza ai sismi violenti; in Fondamenti di Ingegneria Sismica, Associazione degli Ingegneri della Provincia di Bologna, 1983.
- [34] RADOGNA E.F.: Comportamento non lineare dei materiali sotto azioni cicliche; Corso AICAP-AIDIS-ASSIRCO, Roma, 1982.
- [35] TATTONI S.: Risposta in regime non lineare di elementi in calcestruzzo armato ad azioni di tipo impulsivo; Studi e Ricerche vol.5, Politecnico di Milano, 1983.
- [36] TATTONI S.: Dinamica non lineare di telai in c.a. con nodi riparati mediante placcaggio; Studi e Ricerche vol.8, Politecnico di Milano, 1986.
- [37] UNESCO UNPD Project: Dynamic Behaviour of Structures and Structural Components; Final Report, Skopje, 1983.
- [38] ZERBE H., and DURRANI A.J.: Seismic response of connections in two-bay R/C frame subassemblies; Journal of Structural Engineering, ASCE, 1989.
- [39] ZERIS C.A., and MAHIN S.: Analysis of reinforced concrete beam-columns under uniaxial excitation; Journal of Structural Engineering, ASCE, 1988.

**CARICO DI PRIMA FESSURAZIONE DEL CONGLOMERATO INFLESSO**

**Lionello BORTOLOTTI - Barbara DE NICOLO - Zaira ODONI**  
**Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università di Cagliari**



## **CARICO DI PRIMA FESSURAZIONE DEL CONGLOMERATO INFLESSO**

**Lionello BORTOLOTTI**

Professore Associato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

**Barbara DE NICOLO**

Ricercatore Confermato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

**Zaira ODONI**

Professore Associato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

### **SOMMARIO**

Una opportuna relazione costitutiva in trazione diretta viene impiegata per mostrare che la fessurazione interviene per una deformazione di post-picco e che i valori teorici del modulo di rottura concordano con quelli sperimentali. Apprezzabili differenze possono introdursi con approssimazioni lineari della detta curva costitutiva.

### **SUMMARY**

A suitable constitutive relationship in direct tension is used to show that cracking occurs when a post-peak strain is reached, and that the theoretical values of the rupture modulus agree with the experimental value. Appreciable differences can be introduced using linear approximations in the constitutive curve.

### **1. PREMESSA**

La conoscenza di una attendibile formulazione analitica per il ramo discendente della curva costitutiva del conglomerato nello stato di trazione monoassiale è fondamentale per la determinazione del carico di fessurazione di membrature in conglomerato armato e dei carichi di rottura di elementi strutturali

in cui lo stato ultimo è dominato prevalentemente dalla resistenza a trazione.

In particolare lo studio del comportamento di una trave inflessa in semplice conglomerato, nella fase dominata dallo strain-softening da trazione, permette di spiegare il divario che si riscontra tra il valore della resistenza a trazione per flessione (modulo di rottura) e quello per trazione diretta.

## 2. SIGNIFICATO DELLA RICERCA

Con il presente studio si intende fornire una espressione del momento di fessurazione per una trave inflessa a sezione rettangolare passando attraverso l'esame degli stati di deformazione del conglomerato teso in regime di softening. Ciò al fine di spiegare le differenze che si riscontrano nella prova di rottura per flessione tra il modulo di rottura e la resistenza a trazione diretta. Opportuni confronti sperimentali saranno eseguiti per suffragare la validità dei risultati teorici ottenuti.

Si mostrerà inoltre che l'impiego di certe approssimazioni nella forma delle relazioni costitutive del conglomerato può portare a risultati sensibilmente discosti dalla realtà sperimentale.

## 3. RELAZIONI COSTITUTIVE E IPOTESI DI BASE

Come relazioni costitutive per il conglomerato negli stati monoassiali di sforzo si impiegheranno le seguenti.

Stato di compressione

$$\sigma_c = f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (1)$$

che è la nota formulazione parabolica per il ramo ascendente della curva sforzi-deformazioni.

Stato di trazione

Per il ramo ascendente ancora la formulazione parabolica

$$\sigma_t = f_t \left[ 2 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon'_t} - \left( \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon'_t} \right)^2 \right] \quad (2)$$

e per il ramo discendente l'espressione iperbolica [3] (Fig. 1)

$$\sigma_t = f_t \frac{\varepsilon'_t}{\varepsilon_t} = 2 \frac{f_t}{k} \frac{\bar{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t} = 2 \frac{f_c}{k^2} \frac{\bar{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t} \quad (3)$$

(derivata da un criterio alla Coulomb modificato [1], [2]) proposta in precedenti articoli [3], [1], e impiegata anche di recente nello studio della prima fessurazione di tiranti in c.a. [4].

Il significato dei simboli è il seguente:

|  |   |
|--|---|
| $f_c$  | resistenza cubica a compressione                          |
| $f_t$  | resistenza a trazione                                     |
| $k = f_c / f_t$                              |   |
| $\varepsilon'_c = 2 f_c / E_c$               | deformazione in corrispondenza del valore di picco $f_c$  |
| $\varepsilon'_t = 2 f_t / E_t$               | deformazione in corrispondenza del valore di picco $f_t$  |
| $\bar{\varepsilon}_t = k / 2 \varepsilon'_t$ | deformazione ultima a trazione                            |
| $E_c, E_t$                                   | moduli tangenti all'origine in compressione e in trazione |

In [4] è mostrato come le equazioni 2 e 3 si adattano molto bene ai recenti risultati sperimentali di Yankelevsky e Reinhardt [5].

I valori di  $k$ ,  $E_c$  e  $E_t$  possono essere valutati in funzione della resistenza cubica utilizzando le seguenti relazioni sperimentali [1], [2], [3], [4] e [6].

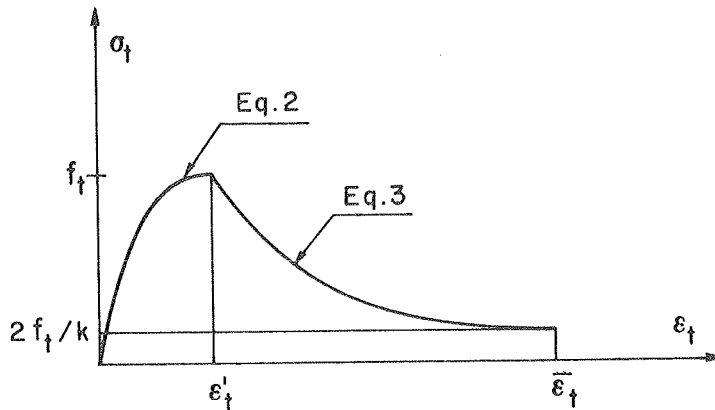


Fig. 1 - Curva sforzi-deformazioni per lo stato di trazione monoassiale

$$k = 6.4 + 0.1223 f_c \quad (f_c \text{ in } \text{N/mm}^2) \quad (4)$$

$$E_c = \frac{10^6 f_c}{650 + 15.29 f_c} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (5)$$

$$E_t = \frac{10^7 f_t}{750 + 81.55 f_t} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (6)$$

Il rapporto tra i moduli in compressione e trazione, risulta, attraverso le 5, 6 e 4 (Fig. 2),



$$e_c = E_c/E_t = \frac{4800 + 173.28f_c}{6500 + 152.9f_c} \quad (f_c \text{ in } N/mm^2) \quad (7)$$

Oltre alle relazioni costitutive riportate si ammetterà la consueta ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

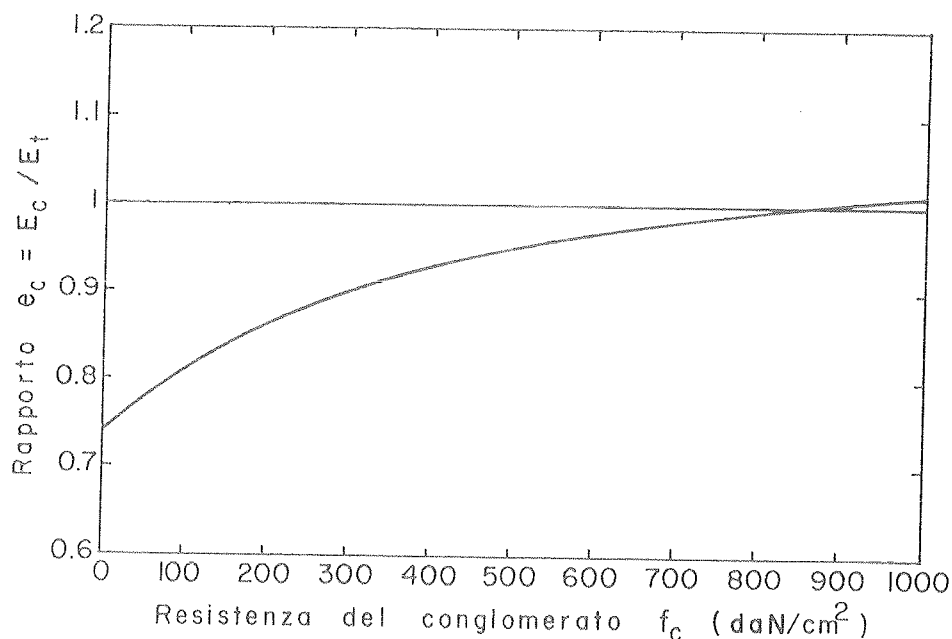


Fig. 2 - Rapporto  $e_c$  in funzione della resistenza del conglomerato  $f_c$ .

#### 4. STATO LIMITE DI FESSURAZIONE

Per le sezioni in semplice conglomerato si esamineranno gli stati di deformazione compresi nell'intervallo indicato in fig. 3. Come limite di fessurazione si considererà tra essi quello che determina il valore massimo del momento interno.

Attraverso le equazioni di equilibrio si determinano la posizione dell'asse neutro ed il valore del momento interno  $M$ , gli sforzi essendo espressi con le equazioni da 1 a 3. Vengono considerate tre diverse approssimazioni:

- risultanti degli sforzi provenienti da un'approssimazione lineare dei relativi diagrammi (linee tratteggiate in fig. 3) e valore di  $e_c$  uguale a uno;
- diagrammi lineari come sopra e valore di  $e_c$  variabile in funzione di  $f_c$  secondo la 7;
- d) diagrammi di sforzo curvilinei secondo le equazioni 1, 2 e 3 e valore di  $e_c$  variabile o uguale a uno, rispettivamente.

Le equazioni di equilibrio corrispondenti a questi tre casi sono di seguito riportate

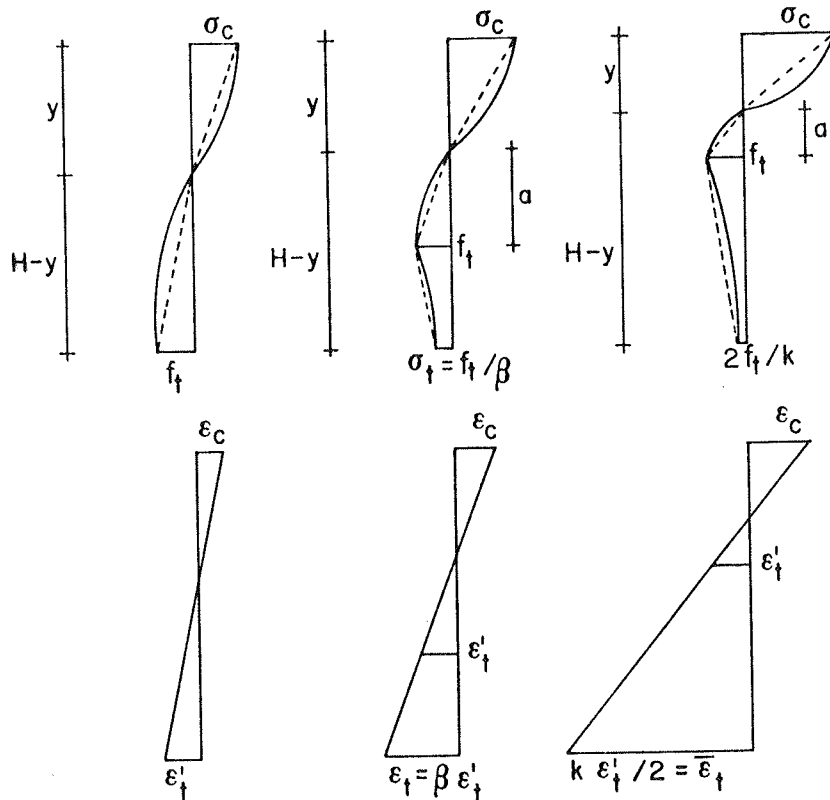


Fig. 3 - Intervallo degli stati di sforzo e di deformazione considerati nella sezione ( $\beta = \varepsilon_t/\varepsilon'_t$ ).

Casi a) e b)

$$\left[ k(\beta^2 + \beta - 1) - 2k e_c \beta^3 - e_c^2 \beta^4 \right] \xi^3 + \left[ 2k e_c \beta^3 - 3k(\beta^2 + \beta - 1) \right] \xi^2 + 3k(\beta^2 - \beta - 1)\xi - k(\beta^2 + \beta - 1) = 0 \quad (8)$$

$$\mu = \frac{6M}{bH^2 f_t} = 2\xi^2 \left[ 2\beta e_c \frac{\xi}{1-\xi} - \frac{1}{k} (\beta e_c \frac{\xi}{1-\xi})^2 \right] + \frac{\beta^3 + 3\beta^2 - \beta - 1}{\beta^3} (1 - \xi)^2 \quad (9)$$

dove  $\xi = y/H$  e  $\beta = \varepsilon_t/\varepsilon'_t = f_t/\sigma_t$ .

Casi c) e d)

$$\left[ 2k - 3k\beta^2 e_c - e_c^2 \beta^3 + 3k \ln \beta \right] \xi^3 + 3 \left[ k\beta^2 e_c - 2k - 3k \ln \beta \right] \xi^2 + 3 \left[ 2k + 3k \ln \beta \right] \xi - \left[ 2k + 3k \ln \beta \right] = 0 \quad (10)$$

$$\mu = \frac{6M}{bH^2 f_t} = 4\beta e_c \frac{\xi^3}{1-\xi} - \frac{3}{2} \frac{\beta^2 e_c^2}{k} \frac{\xi^4}{(1-\xi)^2} + \frac{12\beta - 7}{2\beta^2} (1-\xi)^2 \quad (11)$$

La figura 4 mostra, nei quattro casi considerati, l'andamento di  $\mu$  in funzione di  $\sigma/f = 1/\beta$  per diverse classi di conglomerato.

In figura 4a il valore massimo di  $\mu$  è quasi costante con  $f$  e vale circa 1.44. La figura 4b mostra invece una variazione di  $\mu_{\max}$  con  $f_c$ , (che è all'incirca lineare) tra i valori 1.4 e 1.44 per  $f$  variabile fra 200 e 1000 daN/cm<sup>2</sup>. La fig. 4c evidenzia ancora una variazione di  $\mu_{\max}$  con  $f$  (all'incirca lineare) tra i valori 1.3 e 1.35 per  $f$  variabile nello stesso intervallo. Nel caso d)  $\mu_{\max}$  è praticamente costante con  $f$  e vale circa 1.34. Ovviamente  $\mu_{\max}$  rappresenta il rapporto  $f_r/f$  tra modulo di rottura e resistenza a trazione diretta.

In fig. 5 sono riportati, in funzione di  $f'_c$ , i valori sperimentali di  $f_r$  [7] e del rapporto  $f_r/f$  [6] tra i detti valori di  $f_r$  e quelli di  $f$ , questi ultimi ottenuti attraverso la (4), avendo assunto  $f = f' / 0.8$ . Sulla stessa figura sono riportate le curve di  $f_r$ , una sperimentale [6] e quelle derivanti dai risultati teorici qui ottenuti e di seguito espresse. Sono inoltre rappresentate le rette, corrispondenti a tali curve del rapporto  $f_r/f$  che, come si vede, risultano molto ravvicinate. Le differenze tra i diversi risultati si colgono con le precedenti curve.

caso a)

$$f_r = 1.44 f_t = \frac{1.44 f'_c}{5.12 + 0.000844 f'_c} \quad (\text{psi}) \quad (12)$$

$$f_r = 1.44 f_t = \frac{1.44 f_c}{6.4 + 0.1223 f_c} \quad (\text{N/mm}^2)$$

caso b)

$$f_r = (1.39 + 4.395 \cdot 10^{-6} f'_c) f_t \quad (\text{psi}) \quad (13)$$

$$f_r = (1.39 + 5.1 \cdot 10^{-4} f_c) f_t \quad (\text{N/mm}^2)$$

caso c)

$$f_r = (1.287 + 5.55 \cdot 10^{-6} f'_c) f_t \quad (\text{psi}) \quad (14)$$

$$f_r = (1.287 + 6.42 \cdot 10^{-4} f_c) f_t \quad (\text{N/mm}^2)$$

caso d)

$$f_r = 1.34 f_t = \frac{1.34 f'_c}{5.12 + 0.000844 f'_c} \quad (\text{psi}) \quad (15)$$

$$f_r = 1.34 f_t = \frac{1.34 f_c}{6.4 + 0.1223 f_c} \quad (\text{N/mm}^2)$$

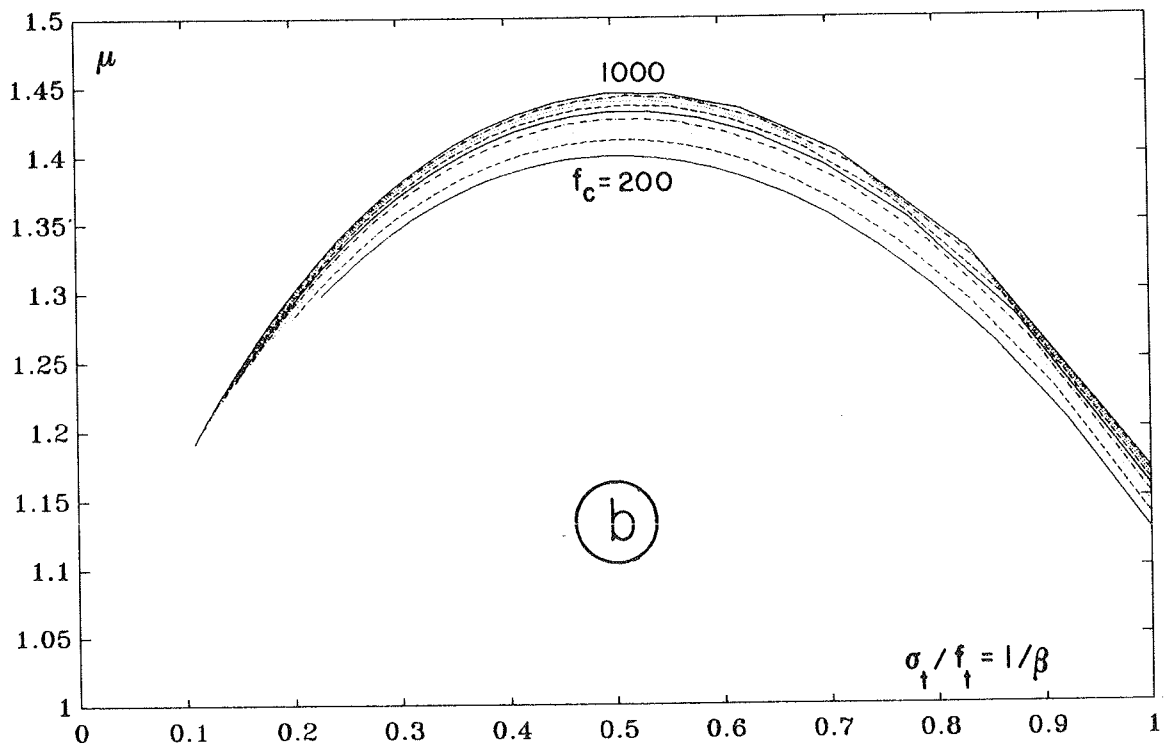
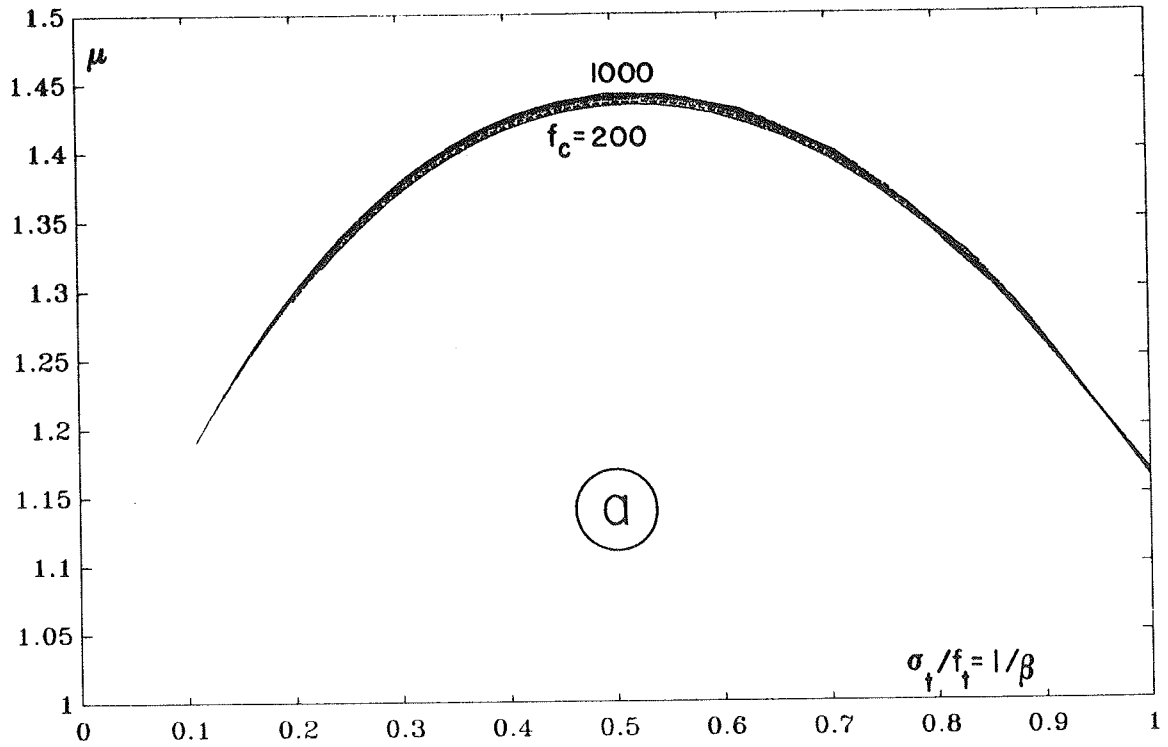


Fig. 4 - Curve di  $\mu = 6M/bH^2 f_t$  in funzione del rapporto  $\sigma_t / f_t = 1/\beta$  per valori di resistenza del conglomerato da 200 a 1000 daN/cm<sup>2</sup>.

a) b) approssimazione lineare delle relazioni costitutive;  $e_c = 1$ ,  $e_c$  variabile, rispettivamente.

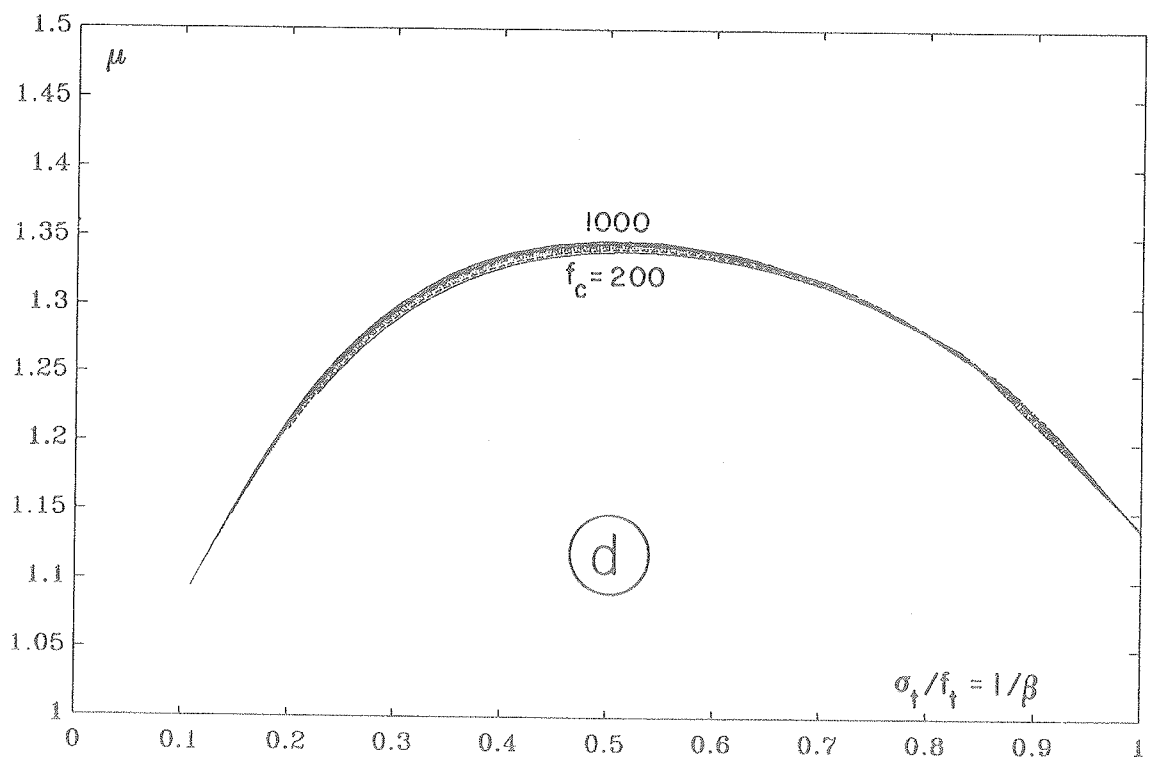
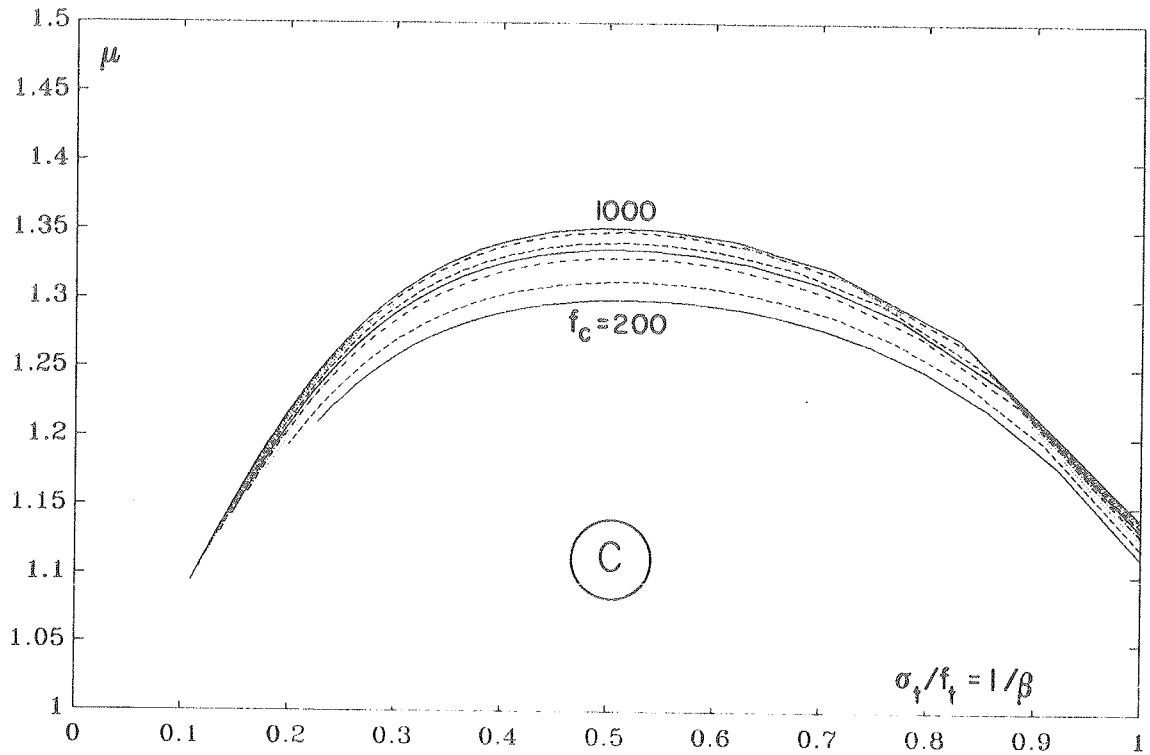


Fig. 4 - Curve di  $\mu = 6M/bH^2ft$  in funzione del rapporto  $\sigma_t/f_t = 1/\beta$  per valori di resistenza del conglomerato da 200 a 1000  $\text{daN/cm}^2$ .

c) d) relazioni costitutive esatte;  $e_c$  variabile e uguale a 1, rispettivamente.

Come si vede l'assunzione dei diagrammi degli sforzi esatti all'interno della sezione conduce ad una migliore concordanza tra i risultati teorici e quelli sperimentali, rispetto al caso di una approssimazione lineare. Invece, il considerare il rapporto tra i moduli tangenti uguale ad uno o quello effettivo, secondo l'equazione 7, non introduce sensibili differenze (Fig. 5) nei risultati teorici rispettivi.

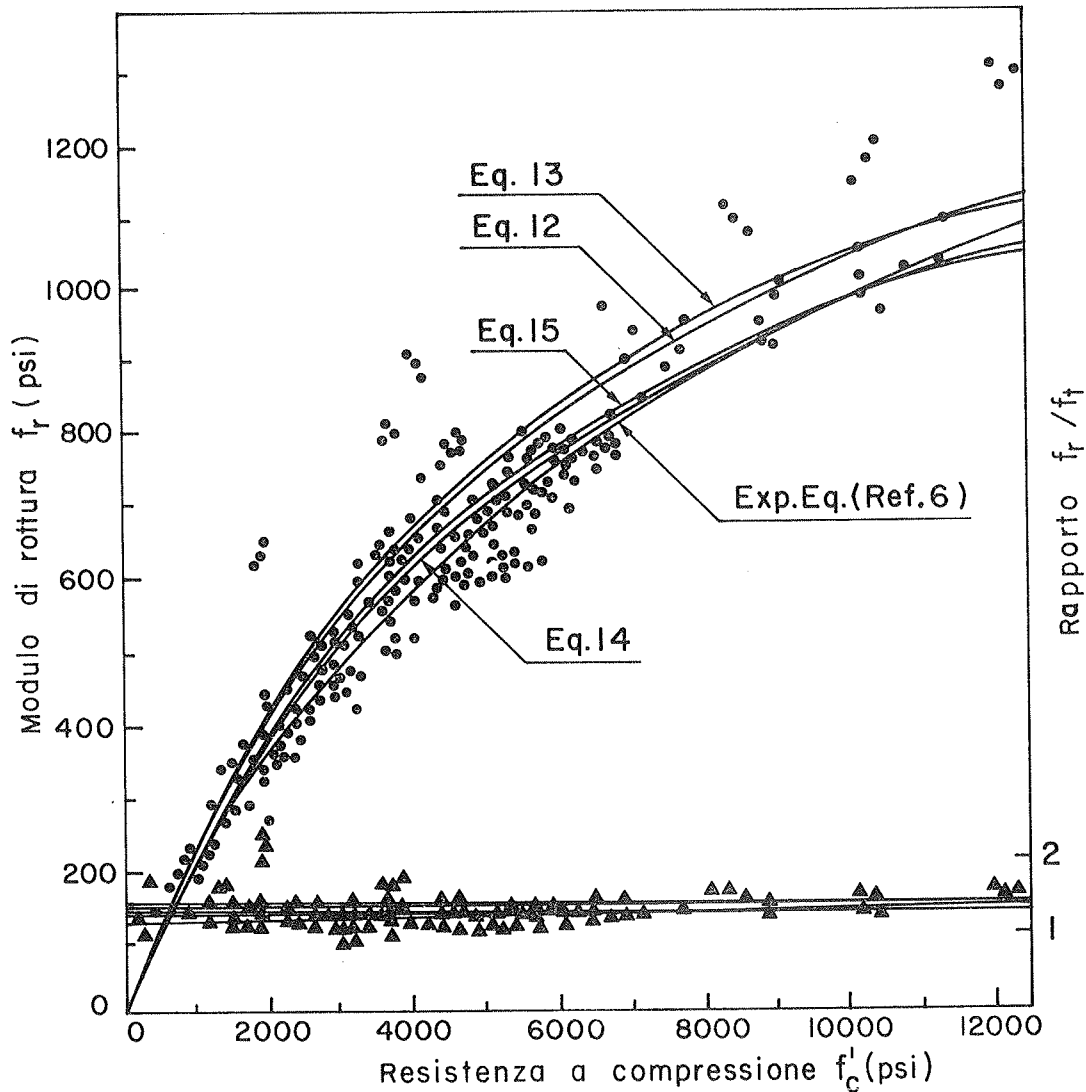


Fig. 5 - Punti sperimentali del modulo di rottura  $f_r$  (°) [7] e del rapporto  $f_r/f_t$  (▲) [6]. Curve di  $f_r$ , sperimentale [6] e teoriche (secondo le equazioni da 12 a 15), e corrispondenti rette  $f_r/f_t$ .

## 5. CONCLUSIONI

Mediante l'impiego di un' attendibile relazione costitutiva per il ramo discendente della curva sforzi-deformazioni per il conglomerato nello stato di trazione monoassiale (insieme alla nota formulazione parabolica per il ramo

ascendente degli stati di trazione e compressione) è stato espresso il momento di fessurazione di una sezione inflessa in semplice conglomerato. La trattazione mette in evidenza che la fessurazione interviene per uno stato di deformazione di trazione intermedio tra quelli corrispondenti ai valori di picco e ultimo contemplati dalla relazione costitutiva e che i valori teorici del modulo di rottura ottenuti risultano in accordo con quelli sperimentali.

Si è mostrato inoltre che l'uso di approssimazioni lineari delle curve costitutive del conglomerato può portare a sensibili differenze tra i valori teorici del modulo di rottura e quelli sperimentali forniti dalla letteratura. Invece l'impiego di un rapporto unitario tra i moduli tangenti all'origine non introduce apprezzabili differenze nei risultati teorici rispetto al caso in cui il rapporto viene considerato variabile con la resistenza del conglomerato. I risultati ottenuti, ancora una volta, evidenziano la validità del criterio alla Coulomb modificato (da cui discende la relazione costitutiva iperbolica utilizzata) che è alla base del comportamento a rottura del conglomerato.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] BORTOLOTTI, L., "Double-Punch Test for Tensile and Compressive Strengths in Concrete", *ACI Materials Journal*, v. 85, n. 1, Jan.-Feb. 1988, pp. 26-32.
- [2] BORTOLOTTI, L., "Punching Shear Strength in Concrete Slabs", *ACI Structural Journal*, v. 87, n. 2, Mar.-Apr. 1990, pp. 208-219.
- [3] BORTOLOTTI, L., "Analisi Plastica e Relazioni Costitutive per il Conglomerato negli Stati di Tensione Monoassiali", *Atti VIII Congresso Nazionale AIMETA*, v.1, 29 sett.-3 ott. 1986, Politecnico di Torino, Facoltà di Ingegneria, pp. 27-31.
- [4] BORTOLOTTI, L., "First Cracking Load of Concrete Subjected to Direct Tension", *ACI Materials Journal* (in press).
- [5] YANKELEVSKY, DAVID Z. and REINHARDT, HANS W., "Response of Plain Concrete to Cyclic Tension", *ACI Materials Journal, Proceedings*, v. 84, N. 5, Sept-Oct 1987, pp. 365-373.
- [6] BORTOLOTTI, L., "Interdependence of Concrete Strength Parameters", *ACI Materials Journal*, v. 87, N. 1, Jan-Feb. 1990, pp. 25-26.
- [7] SHAH, S.P., and AHMAD, SHUAIB H., "Structural Properties of High Strength Concrete and its Implications for Precast Prestressed Concrete", *Journal, Prestressed Concrete Institute*, v. 30, N. 6, Nov.-Dec. 1985, pp. 92-119.

**SICUREZZA A FESSURAZIONE DI SEZIONI INFLESSE IN CONGLOMERATO  
ARMATO**

**Lionello BORTOLOTTI - Barbara DE NICOLO - Zaira ODONI**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università di Cagliari





## SICUREZZA A FESSURAZIONE DI SEZIONI INFLESSE IN CONGLOMERATO ARMATO

**Lionello BORTOLOTTI**

Professore Associato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

**Barbara DE NICOLO**

Ricercatore Confermato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

**Zaira ODONI**

Professore Associato  
Dipartimento Ingegneria Strutturale  
CAGLIARI

### SOMMARIO

Utilizzando la deformazione ultima in trazione diretta conformemente ad una opportuna legge costitutiva, viene fornito il momento di fessurazione per travi armate. Si considerano aspetti di sicurezza con riferimento agli usuali metodi di progetto e si forniscono formule per valutare a priori il fattore di sicurezza.

### SUMMARY

Using the ultimate strain in direct tension according to a suitable constitutive law, the first cracking moment in reinforced beams is derived. Safety aspects are considered with reference to the usual design methods, and design formulas evaluating the safety factor a-priori are provided.

### 1. PREMESSA

Con le premesse di cui al precedente articolo [1], il presente considera lo stato limite flessionale di fessurazione nel caso di sezioni in conglomerato armato. Verrà fornita l'espressione del momento di cracking, conseguente all'adozione delle relazioni costitutive precedentemente riportate [1], insieme alla valutazione della sicurezza alla fessurazione, con riferimento ai metodi di

progetto contemplati nella normativa. In particolare, per quanto attiene il metodo delle tensioni ammissibili, si esaminerà l'influenza su di essa del coefficiente di omogeneizzazione oltre che dei parametri intervenenti nel problema.

Un ulteriore obiettivo sarà quello di fornire formule semplici per calcolare a priori il coefficiente di sicurezza alla fessurazione; queste dovranno in sostanza consentire di operare preliminarmente una scelta dei valori dei parametri di progetto per conseguire una sicurezza alla fessurazione decisa a priori.

## 2. STATO LIMITE DI FESSURAZIONE

Si consideri una sezione rettangolare a doppia armatura (Fig. 1) e si assuma come stato limite di fessurazione quello corrispondente al raggiungimento della deformazione ultima in trazione  $\bar{\epsilon}_t$  al lembo estremo.

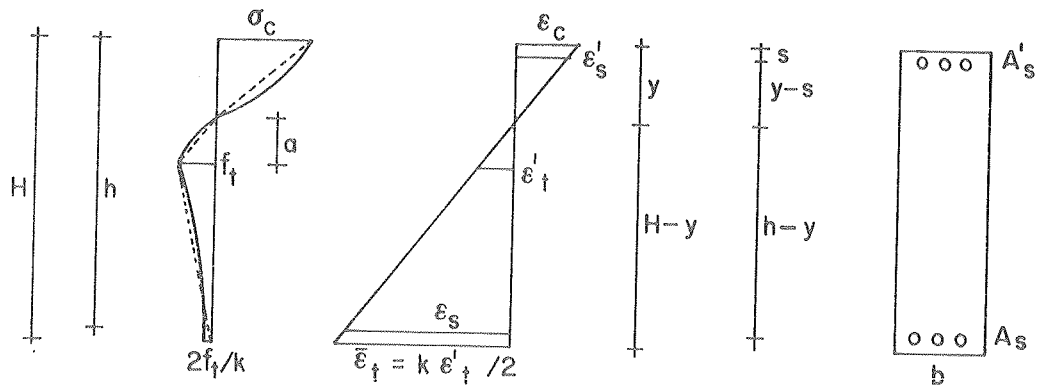


Fig. 1 - Stato limite di fessurazione assunto per la sezione.

Con le approssimazioni lineari indicate in fig. 1, le condizioni di equilibrio forniscono le seguenti equazioni per la posizione dell'asse neutro e per il momento di fessurazione.

$$\left[ \frac{1}{k} - \frac{5}{4} \right] \xi^3 + \left[ \frac{H}{h} \left( 1 - \frac{3}{k} \right) - 2e\rho(1+\alpha) \right] \xi^2 + \left\{ \frac{3}{k} \left( \frac{H}{h} \right)^2 + 2e\rho \left[ 1 + \frac{H}{h} + \alpha \left( \frac{H}{h} + \frac{s}{h} \right) \right] \right\} \xi - \left[ \frac{1}{k} \left( \frac{H}{h} \right)^3 + 2e\rho \left[ \frac{H}{h} + \alpha s \frac{H}{h^2} \right] \right] = 0 \quad (1)$$

$$M_{cr} = \frac{b\sigma_c}{3} y^2 + \frac{k+2}{6k} b f_t (H-y)^2 + \sigma_s \rho b h (h-y) + \sigma'_s \alpha \rho b h (y-s) \quad (2)$$

dove

$$\xi = y/h ; \quad \rho = A_s / bh$$

$$\alpha = A'_s / A_s \quad (\text{rapporto armatura a compressa-tesa}) \quad (3)$$

$$e = E_s / E_t \quad (E_s = 206.000 \text{ N/mm}^2, \text{ modulo acciaio})$$

### 3. SICUREZZA ALLA FESSURAZIONE

Si esaminerà ora come varia il rapporto tra i momenti di fessurazione e di progetto al variare dell'altezza e della percentuale di armatura (ottenute con l'applicazione del metodo delle tensioni ammissibili) in funzione dei parametri di progetto  $f_c$ ,  $\sigma_{s,am}$ ,  $\alpha$ ,  $n$ . A tal fine è stato predisposto un programma di calcolo automatico<sup>c</sup> che ha elaborato i dati per i seguenti campi di variabilità dei parametri

$$\begin{aligned} 0 &\leq \alpha \leq 1 \\ 200 &\leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \\ 1600 &\leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\ n &= 10 ; \quad n = 15 \end{aligned}$$

Il momento di fessurazione (così come quello di progetto) risulta essere funzione lineare di  $h^2$  e quindi, ovviamente, il rapporto  $\mu = M_{cr} / M$  costante con  $h$ . La fig. 2 mostra, come esempio, l'andamento di  $M_{cr}$  in funzione di  $h^2$  per i valori

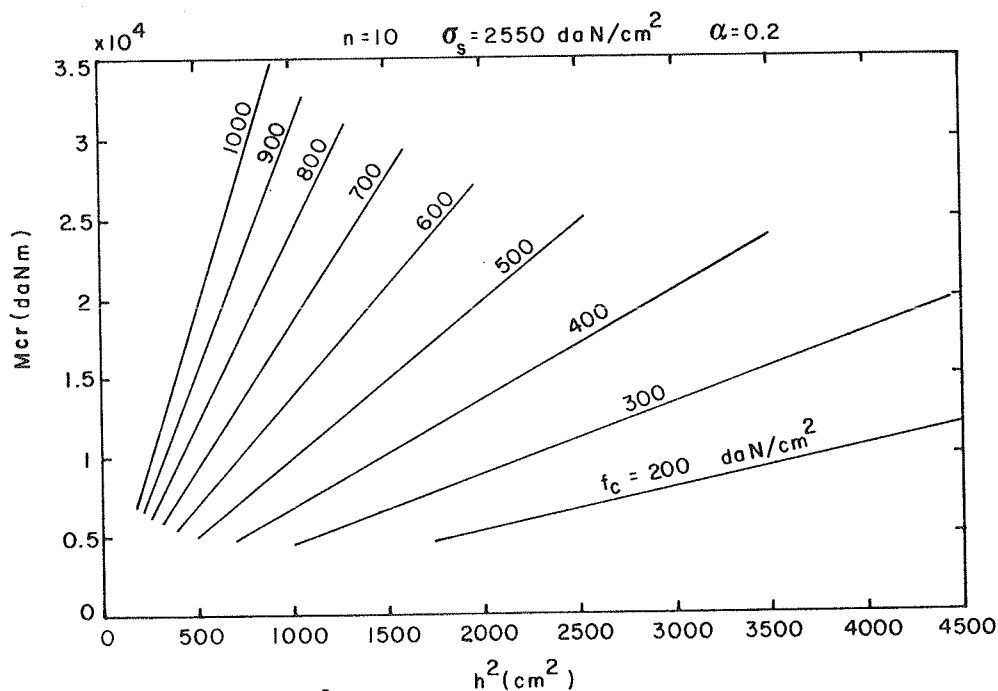


Fig. 2 - Diagrammi  $M_{cr} - h^2$

dei parametri indicati. I risultati ottenuti hanno mostrato che i valori dei coefficienti di sicurezza  $\mu$  sono superiori nel caso di  $n=10$ . Le figure 3, 4 e 5 mostrano, come esempio, la variazione di  $\mu$  con  $\alpha$ ,  $f_c$  e  $\sigma_{s,am}$ . Come si osserva,  $\mu$  varia quasi linearmente con i diversi parametri indicati. Quindi, utilizzando tali linearità, sono state ricavate delle espressioni generali che consentono di determinare, preliminarmente, il valore del coefficiente di sicurezza alla fessurazione  $\mu$  in funzione dei parametri di progetto impiegabili. Di seguito sono riportate tali espressioni sia per gli interi campi di variazione dei parametri che per campi parziali, per i quali si ottiene una approssimazione migliore.

$$\begin{aligned}
 n=15 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.00 - 0.0312 \alpha + 0.00304 f_c - 0.0000594 \sigma_{s,am} - 0.000734 f_c \alpha - \\
 - 0.793 \cdot 10^{-6} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 n=15 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 600 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2000 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.168 - 0.14 \alpha + 0.00367 f_c - 0.000169 \sigma_{s,am} - 0.000399 f_c \alpha - \\
 - 1.135 \cdot 10^{-6} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 n=15 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 600 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2000 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.47 - 0.14 \alpha + 0.00320 f_c - 0.000325 \sigma_{s,am} - 0.000399 f_c \alpha - \\
 - 8.35 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (6)$$

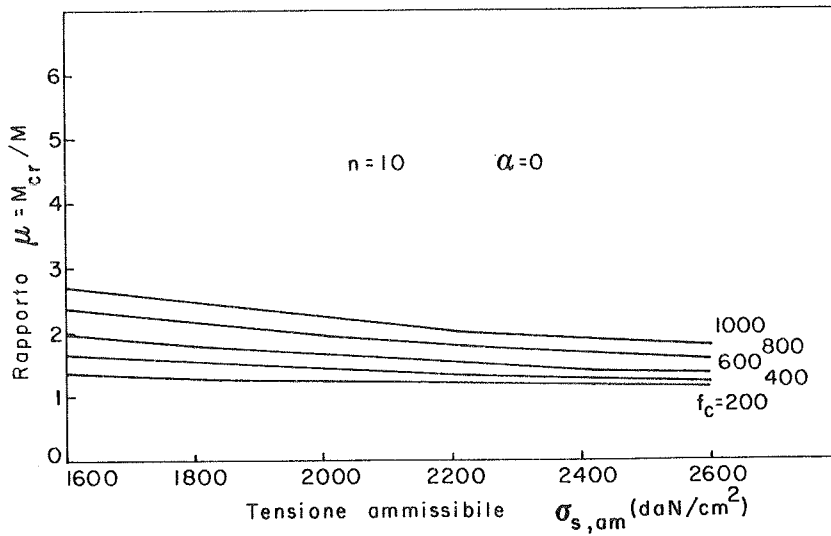
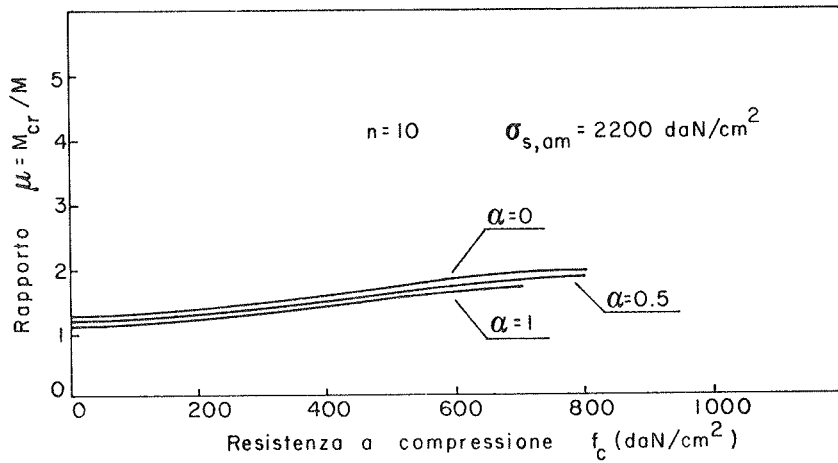
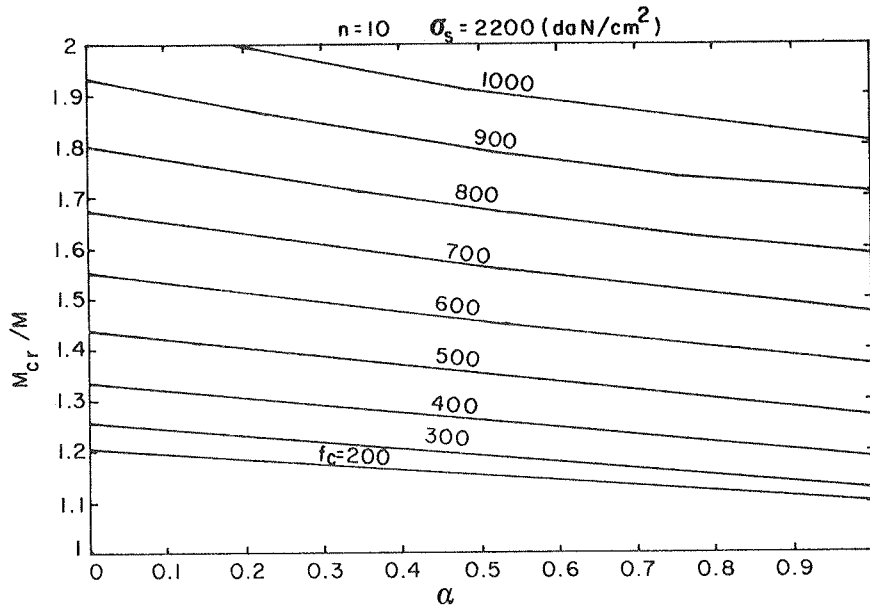
$$\begin{aligned}
 n=15 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 600 \text{ daN/cm}^2 \quad 2000 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 0.935 - 0.067 \alpha + 0.00300 f_c - 0.0000445 \sigma_{s,am} - 0.00049 f_c \alpha - \\
 - 8.07 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 n=15 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 600 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 2000 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.227 - 0.403 \alpha + 0.00245 f_c - 0.000232 \sigma_{s,am} - \\
 - 4.92 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 n=10 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 0.965 - 0.0474 \alpha + 0.00302 f_c - 0.00002 \sigma_{s,am} - 0.000357 f_c \alpha - \\
 - 8.56 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 n=10 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 500 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2000 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.1 - 0.124 \alpha + 0.00448 f_c - 1.83 \cdot 10^{-6} f_c \sigma_{s,am}^{-6} - \\
 - 0.000031 \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 n=10 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 200 \leq f_c \leq 600 \text{ daN/cm}^2 \quad 2000 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.0187 - 0.1146 \alpha + 0.00265 f_c + 1.70 \cdot 10^{-5} \sigma_{s,am}^{-5} - \\
 - 8.49 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (11)$$



Figg. 3-4-5. Alcune curve di  $\mu$  in funzione di  $\alpha$ ,  $f_c$ ,  $\sigma_{s,am}$ .

$$\begin{aligned}
 n=10 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 500 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 1600 \leq \sigma_{s,am} \leq 2000 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.311 - 0.21 \alpha + 0.00331 f_c - 0.000240 \sigma_{s,am} - \\
 - 0.943 \cdot 10^{-6} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 n=10 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad 600 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2 \quad 2000 \leq \sigma_{s,am} \leq 2600 \text{ daN/cm}^2 \\
 \mu = 1.093 - 2 \alpha + 0.00263 f_c - 0.0001 \sigma_{s,am} - \\
 - 6.54 \cdot 10^{-7} f_c \sigma_{s,am}
 \end{aligned} \quad (13)$$

Nel caso di impiego del metodo semiprobabilistico agli stati limite (e considerando un rapporto tra momento ultimo e momento di esercizio pari a 1.5) i valori di  $\mu$  risultano sostanzialmente equivalenti a quelli ottenuti con il metodo delle tensioni ammissibili con  $n = 15$ , per cui non si è ritenuto opportuno eseguire ulteriori approfondimenti. Si consideri ora il caso di una sezione assegnata in cui si fa variare la percentuale di armatura  $\rho$  e i parametri  $\alpha$  e  $f_c$ . Si è calcolato, ancora con l'elaboratore elettronico, il momento di fessurazione  $M_{cr}$  e i valori del rapporto  $\mu' = M_{cr} / bH^2 f_t$ . I campi di variabilità dei parametri sono i seguenti

$$\begin{aligned}
 0 \leq \alpha \leq 1 \\
 0 \leq \rho \leq 1.5 (\%) \\
 200 \leq f_c \leq 1000 \text{ (daN/cm}^2\text{)} \\
 30 \leq H \leq 100 \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$

Le figure da 6 a 9 illustrano, come esempio, la variazione di  $\mu'$  in funzione dei diversi parametri. Anche in questo caso utilizzando le linearità riscontrate per campi, sono state formulate delle espressioni di  $\mu'$  valide per gli intervalli dei parametri di seguito indicati.

$$\begin{aligned}
 \mu' = 1.0853 + 1.7763 \rho + 0.001607 f_c \rho + 0.00521 \rho H - \\
 - 0.0334 \alpha + 0.2464 \rho \alpha
 \end{aligned} \quad (14)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 600 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2, \quad 70 \leq H \leq 100 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 \mu' = 1.11 + 2.026 \rho - 0.0000435 f_c - 1 \cdot 10^{-5} H - 0.03746 \alpha + \\
 + 0.0006392 \rho f_c + 0.0097 \rho H + 0.2703 \rho \alpha
 \end{aligned} \quad (15)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 300 \leq f_c \leq 600 \text{ daN/cm}^2, \quad 40 \leq H \leq 100 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 \mu' = 1.0848 + 1.3851 \rho - 1.63 \cdot 10^{-6} f_c + 7 \cdot 10^{-6} H - 0.0264 \alpha + \\
 + 0.001440 \rho f_c + 0.00122 \rho H + 0.166 \rho \alpha
 \end{aligned} \quad (16)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 600 \leq f_c \leq 1000 \text{ daN/cm}^2, \quad 40 \leq H \leq 70 \text{ cm}$$

$$\mu' = 1.1096 + 1.8812 \rho - 4.350 \cdot 10^{-5} f_c - 0.03377 \alpha + 0.00062 \rho f_c + 0.01185 \rho H + 0.2294 \rho \alpha \quad (17)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 300 \leq f_c \leq 600 \text{ daN/cm}^2, \quad 40 \leq H \leq 70 \text{ cm}$$

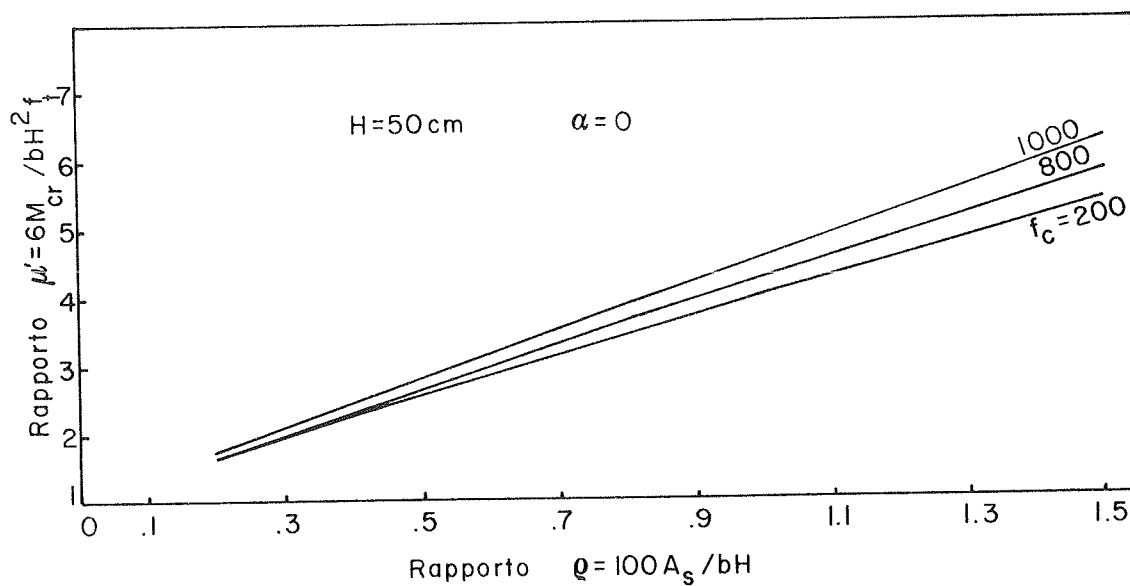
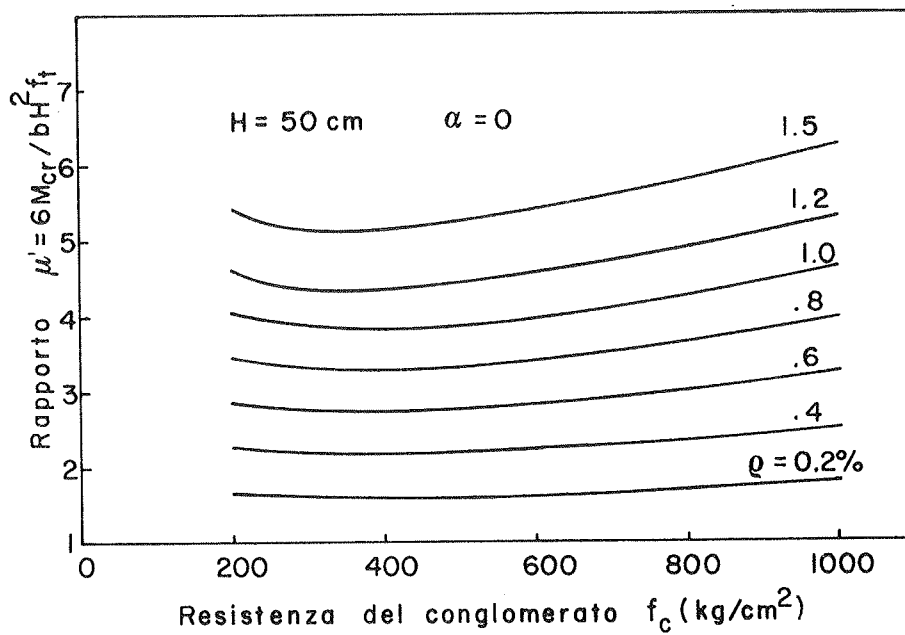
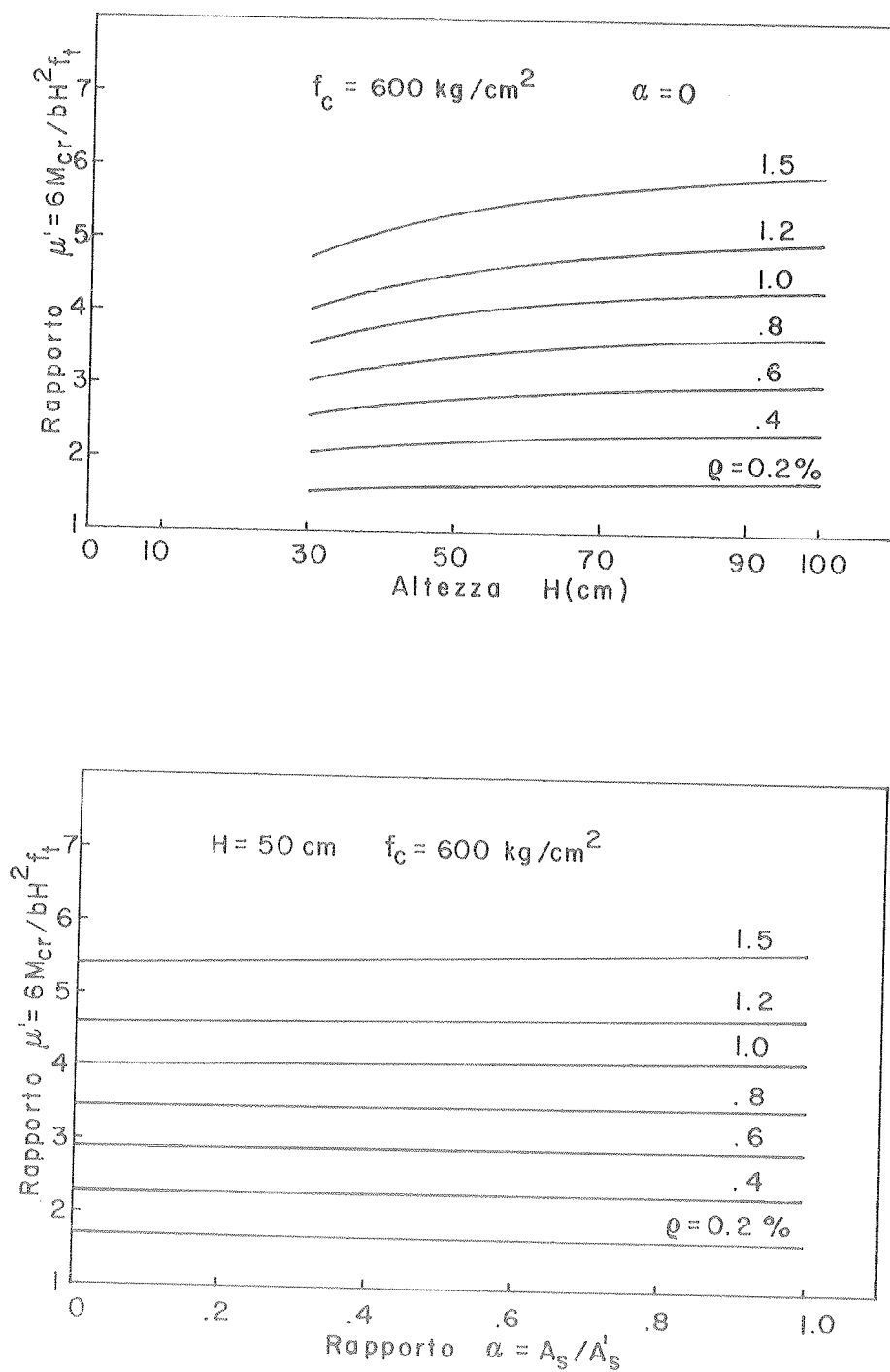


Fig. 6-7 - Alcune curve di  $\mu'$  in funzione di  $f_c$ ,  $\rho$ .



Dai valori di  $\mu'$  così calcolati si passa poi facilmente alla determinazione del coefficiente di sicurezza alla fessurazione  $\gamma = M / M_{cr}$  attraverso il calcolo dei momenti ammissibili per le sezioni assegnate. Le figure<sup>cr am</sup> 10 e 11 mostrano, in due



Figg. 8-9 - Alcune curve di  $\mu'$  in funzione di  $H$ ,  $\alpha$ .

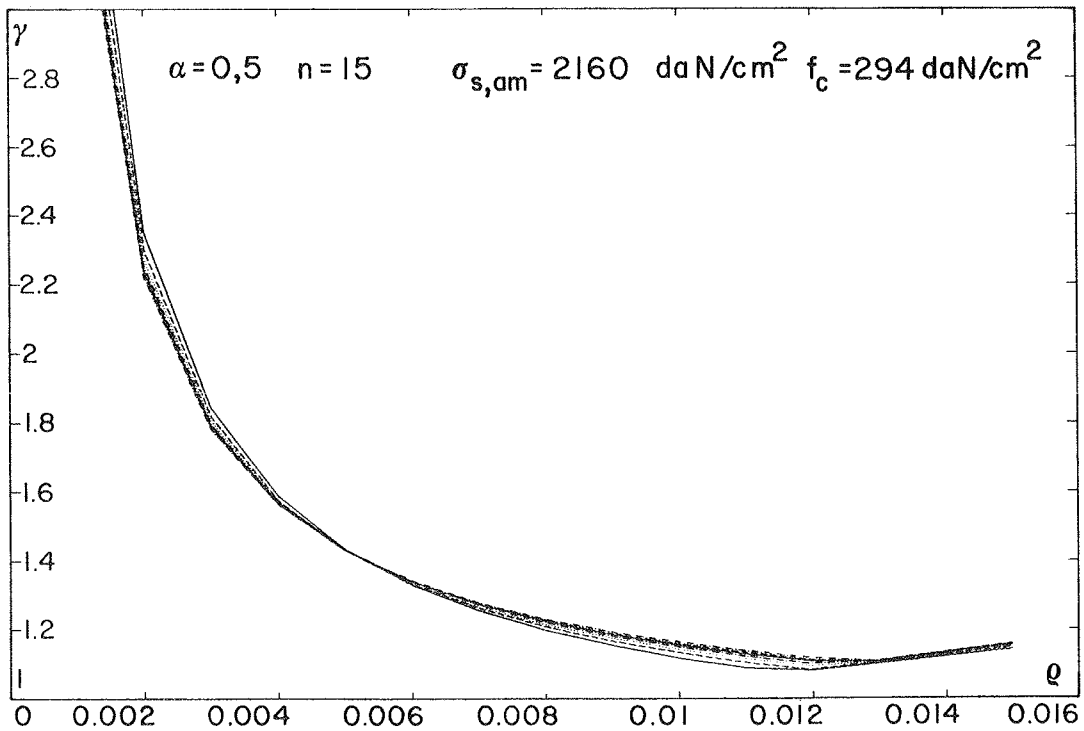
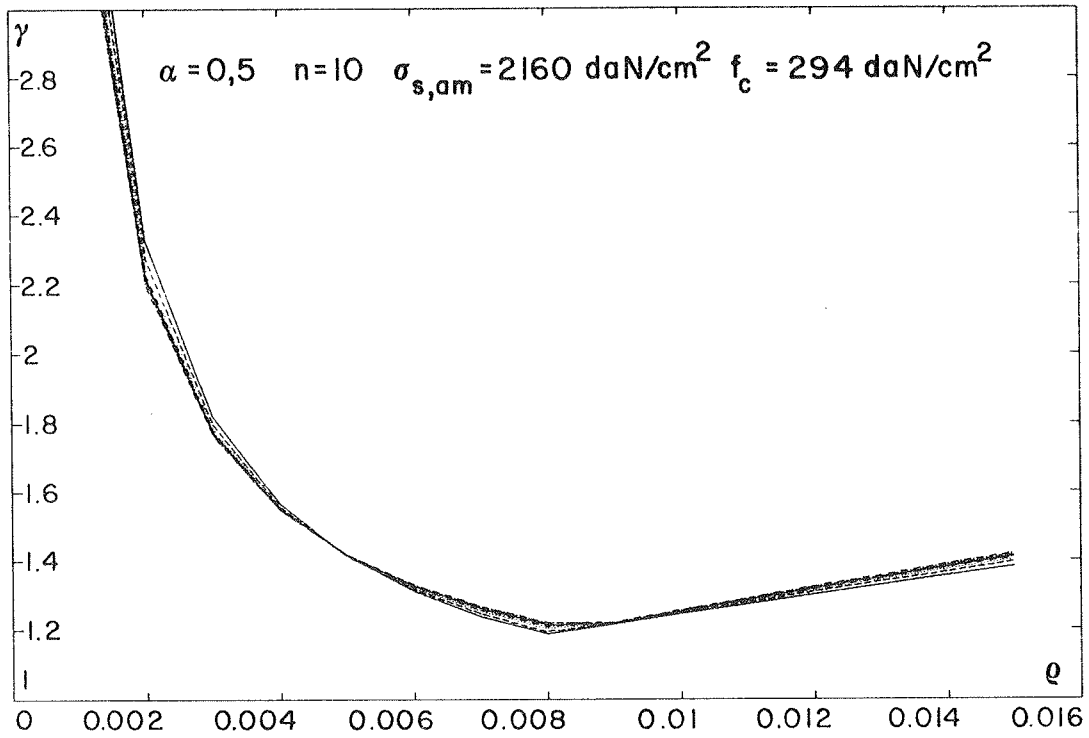


Fig. 10-11 - Alcune curve di  $\gamma$  in funzione di  $\rho$  al variare di H tra 30 e 100 cm.

casi esemplificativi, la variazione di  $\gamma$  in funzione di  $\rho$  al variare di  $H$ ; anche in questo caso si osserva, dal confronto, che i coefficienti di sicurezza (per i valori usuali di  $\rho$ ) sono più elevati per  $n=10$ . La conformazione dei diagrammi, in assenza di estesi tratti lineari (a differenza di quanto avviene invece per i diagrammi di  $\mu$ ) non permette di formulare facilmente e in maniera diretta espressioni per  $\gamma$  del tipo di quelle fornite in precedenza.

#### 4. CONCLUSIONI

Attraverso l'esame dello stato limite di fessurazione individuato dalla deformazione ultima del conglomerato, conformemente alla relazione costitutiva in trazione monoassiale assunta, sono state fornite semplici espressioni del coefficiente di sicurezza alla fessurazione per una sezione rettangolare in conglomerato armato inflesso in funzione dei parametri di progetto. Esse permettono di operare la scelta più opportuna dei valori dei parametri in gioco per conseguire un coefficiente di sicurezza alla fessurazione deciso a priori. Vengono inoltre fornite, per il caso della verifica, ulteriori espressioni che permettono di calcolare rapidamente il coefficiente di sicurezza (e quindi il momento di fessurazione) in funzione dei valori dei parametri geometrici e meccanici della sezione.

In generale si è osservato che il margine di sicurezza è più elevato (per i valori usuali della percentuale di armatura), se si impiega il coefficiente di omogeneizzazione pari a dieci.

Con questo articolo si è inteso dare un contributo al problema della fessurazione del conglomerato armato, anche per auspicare l'assunzione di una posizione progettuale che esiga l'assenza di fessurazione in esercizio anche in ragione degli attuali problemi connessi alla durabilità delle strutture in conglomerato.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] BORTOLOTTI L., DE NICOLO B., ODONI Z., "Carico di prima fessurazione di conglomerato inflesso", *Giornate AICAP, Spoleto, maggio 1991*.

**INFLUENZA DELLA DUTTILITA' DEGLI ACCIAI SULLA CAPACITA' DI  
ROTAZIONE PLASTICA DELLE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO**

**Crescentino BOSCO - Pier Giorgio DEBERNARDI**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino



INFLUENZA DELLA DUTTILITA' DEGLI ACCIAI SULLA CAPACITA' DI ROTAZIONE  
PLASTICA DELLE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO.

Crescentino BOSCO, Pier Giorgio DEBERNARDI

Dipartimento di Ingegneria Strutturale - Politecnico di Torino  
TORINO

SOMMARIO

L'indagine sperimentale e' stata effettuata su acciai, classificati secondo le recenti normative europee, di tipo A e B. Le loro caratteristiche di duttilita': allungamento al carico massimo e rapporto tra tensione di rottura e snervamento, sono state determinate statisticamente. L'influenza di tali grandezze sulla duttilita' strutturale, in particolare sulla capacita' di rotazione plastica, e' stata ottenuta su travi in c.a. con diversa percentuale di armatura, mediante prove eseguite in controllo di spostamento, fino a rottura.

SUMMARY

The experimental investigation has been carried out on steel bars classified as type A and type B, according to the most recent European Codes. Their characteristics of ductility (elongation at maximum load and ultimate to yielding stress ratio), have been statistically determined. The influence of these parameters on the structural ductility, in particular on the plastic rotational capacity, has been evaluated on the basis of experimental displacement controlled tests until failure, on r.c. beams with different percentage of steel.

1. PREMESSA.

Il tema della duttilita' degli acciai per cemento armato e' oggi, in campo internazionale, uno dei piu' dibattuti. Da un lato vi sono i produttori che, pur essendo in grado di fornire acciai con resistenze elevate, incontrano delle difficolta' ad ottenere materiali con buone caratteristiche di duttilita'; dall'altro vi sono gli specialisti che difficilmente sono disponibili ad accettare delle armature che non consentano un adeguato comportamento duttile delle strutture. Il problema e' stato sollevato recentemente in Germania ove si sono

trovati in commercio degli acciai, particolarmente reti elettrosaldate, aventi caratteristiche di duttilita' limitate. Per quanto riguarda la misura della duttilita' degli acciai, si e' sostituito ai tradizionali parametri (allungamento a rottura su base di 5 diametri,  $A_5$ , o su 10 diametri,  $A_{10}$  e prova di piegamento [1]), due nuove grandezze, peraltro gia' da tempo adottate in normative estere e riprese dall'Eurocodice 2 [2] e dal Model Code 1990 [3]:

- l'allungamento uniforme  $\epsilon_u$  che rappresenta la deformazione totale che si ha per il carico massimo.
- il rapporto  $f_t/f_y$ , per ogni saggio di prova, tra la resistenza a trazione e la tensione di snervamento.

L'Eurocodice 2, fissa i valori caratteristici  $\epsilon_{uk}$  e  $(f_t/f_y)_k$ , con frattile 5%, per due classi di acciaio:

- tipo A, ad alta duttilita', con  $(f_t/f_y)_k \geq 1.08$  e allungamento uniforme per il carico massimo  $\epsilon_{uk} \geq 25\%$ .
- tipo B, a normale duttilita', avente  $(f_t/f_y)_k \geq 1.05$  ed  $\epsilon_{uk} \geq 2.5\%$ .

Se si volesse fare un confronto con gli acciai tradizionali usati in Italia, apparirebbe piu' opportuno modificare la definizione degli acciai tipo A e B in normale duttilita' e bassa duttilita'.

Nel Model Code 1990 [3] e' prevista altresì una classe S, da usarsi quando e' richiesta una elevata duttilita' strutturale (ad esempio in zona sismica), con  $(f_t/f_y)_k \geq 1.15$  ed  $\epsilon_{uk} \geq 6\%$ .

A differenza dell'allungamento a rottura  $A_5$ , l'allungamento uniforme  $\epsilon_u$  comprende la deformazione elastica del materiale, ma non e' influenzato dalla strizione: e' pertanto logico attendersi, a parita' di materiale, dei valori di  $\epsilon_u$  minori di  $A_5$ . Si osserva a questo proposito che i risultati sperimentali che si ottengono sono alquanto dispersi e sono influenzati dal metodo di misura. Il rapporto  $(f_t/f_y)_k$  ha invece lo scopo di garantire un prefissato incremento di resistenza al di la' della tensione di snervamento o della tensione di scostamento dalla proporzionalita' allo 0.2%. Entrambi questi parametri hanno una notevole influenza sulla risposta strutturale.

Per fare un esempio consideriamo una trave appoggiata soggetta ad un carico uniforme e assumiamo la freccia in mezzzeria come grandezza di riferimento della duttilita'. Poniamo in un primo tempo a confronto due travi realizzate con acciai aventi le stesse caratteristiche  $f_y$  e  $f_t$  ma con differente allungamento uniforme. E' evidente che l'allungamento medio del corrente teso, nel campo plastico, sara' maggiore nel caso di acciai aventi  $\epsilon_u$  elevati: cio' comporta maggiori curvature ed un maggiore rapporto tra la freccia a carico massimo e quella che si ha per il carico che produce lo snervamento delle armature (uguale nei due casi).

Consideriamo ora le stesse due travi precedenti, realizzate impiegando acciai aventi lo stesso allungamento uniforme  $\epsilon_u$  e la stessa resistenza  $f_t$  ma con differente rapporto  $f_t/f_y$ . In questo caso si osservera' per il carico massimo (che sara' lo stesso), una zona plasticizzata tanto meno estesa quanto piu' piccolo e' il rapporto  $f_t/f_y$  e di conseguenza sia le deformazioni che la freccia risulteranno minori. Come caso limite per un acciaio perfettamente plastico ( $f_t/f_y = 1$ ) si ottiene una rottura di tipo fragile, in quanto la zona plasticizzata si limita alla sezione soggetta al momento massimo.

Un'altra caratteristica dell'armatura che ha notevole influenza sulla duttilita' strutturale e' l'aderenza col calcestruzzo. Nel comportamento in esercizio una elevata aderenza consente un migliore comportamento strutturale, con particolare riguardo all'apertura delle

fessure. Allo stato limite ultimo invece, una buona aderenza sovente riduce la duttilita' strutturale poiche' riduce la deformabilita' del corrente teso. Questa capacita' di consentire ampie deformazioni plastiche e quindi di dissipare energia, fa spesso preferire, in zona sismica, l'impiego di armature lisce nella costruzione degli elementi maggiormente sollecitati [4]. L'aderenza e' definita, nell'Eurocodice 2 mediante un fattore  $f_{rk}$  che equivale all'indice di aderenza del D.M. 27.7.1985, [1].

Nel campo delle strutture iperstatiche, il problema della duttilita' strutturale e' fondamentale per il calcolo delle sollecitazioni; l'analisi non lineare e' infatti basata sulla capacita' di rotazione plastica. La possibilita' di redistribuzione delle sollecitazioni dipende tuttavia da molti fattori, tra cui il rapporto tra la luce e l'altezza della trave [5] e le caratteristiche di duttilita' degli acciai. Dal punto di vista sperimentale si puo' osservare che, in generale, per acciai aventi rapporti  $f_t/f_y$  elevati, occorrono rotazioni plastiche piu' grandi per raggiungere il completo sfruttamento delle resistenze. E' stato d'altra parte dimostrato [6] che gli acciai tipo A non presentano sostanziali vantaggi di redistribuzione rispetto a quelli di tipo B, nonostante la diversa duttilita'. E' pertanto necessario tenere distinto il concetto di duttilita' strutturale, che e' la capacita' di sopportare delle deformazioni una volta superato il campo elastico [7], dal concetto di capacita' di redistribuzione delle sollecitazioni che puo' manifestarsi anche con acciai poco duttili.

L'influenza della duttilita' degli acciai si estende tuttavia a molti altri aspetti: ad esempio, nel comportamento a taglio, la possibilita' di formazione di un traliccio resistente con bielle compresse di inclinazione piu' o meno grande, dipende anche dalla deformazione in campo plastico delle staffe.

In effetti tutti i modelli per le verifiche a s.l.u. della strutture in c.a., richiedono un minimo di duttilita' dell'acciaio.

Nel seguito verranno illustrati dapprima i risultati relativi alle prove di duttilita' su acciai di tipo A e B e successivamente si riferira' del comportamento di travi isostatiche nelle quali si sono impiegati i due tipi di acciai citati, in particolare per quanto riguarda la capacita' di rotazione plastica.

## 2. MISURA DELLA DUTTILITA' DI BARRE PER CEMENTO ARMATO.

Come e' gia' stato detto, le caratteristiche di duttilita' dell'armatura possono essere espresse mediante il rapporto  $(f_t/f_y)_k$  e la deformazione totale  $\epsilon_{tk}$  per il carico massimo. A questo proposito si sono sottoposti a prova due tipi di acciaio, entrambi reperiti tra quelli in commercio in Italia:

- acciai laminati a freddo, forniti in rotolo e raddrizzati a macchina, con diametro di 12 mm ed aventi resistenza nominale  $f_{0.2k} = 500 \text{ N/mm}^2$  e  $f_{tk} = 550 \text{ N/mm}^2$ . Essi possono essere classificati, secondo le normative europee [2], [3], come acciai tipo B;
- acciaio tipo FeB44k di diametro 12 mm, le cui caratteristiche rispettano quelle previste per l'acciaio tipo A.



Le prove sono state eseguite in controllo di deformazione su saggi aventi lunghezza netta tra le ganasce di afferraggio di 285 mm. Si e' imposto alla corsa del pistone della macchina di prova (tipo MTS da 100 kN) una velocita' di 0.01 mm/s nel campo elastico e di 0.25 mm/s nel campo plastico.

Le misure dell'allungamento uniforme sono state effettuate in tre modi diversi:

a) mediante un estensimetro potenziometrico (di lunghezza 100 mm per gli acciai tipo B e di 200 mm per gli acciai tipo A), collocato nella zona mediana del provino ed in grado di seguire la sua deformazione fino a rottura. I segnali elettrici del carico e della deformazione sono stati acquisiti automaticamente, con frequenza di circa 2 letture al secondo. Questo procedimento garantisce la necessaria precisione (non raggiungibile con osservazione diretta su grafico) nella valutazione del carico massimo in una zona in cui l'andamento del diagramma carico-allungamenti e' pressoché costante. L'esatta individuazione del punto in cui si si raggiunge il carico massimo e' molto importante per la corretta misura della deformazione  $\epsilon_u$ . E' necessario aggiungere che non in tutti i saggi (soprattutto per gli acciai tipo B) la rottura si e' verificata all'interno della base estensimetrica descritta in precedenza.

b) mediante la misura della deformazione residua, dopo rottura del provino, in una zona lontana dalla strizione e dagli afferraggi. A tale scopo il saggio e' stato preventivamente marcato mediante una tacchettatrice meccanica ad intervalli di 10 mm. La misura e' stata effettuata su una base di 100 mm mediante calibro a lettura digitale.

L'allungamento uniforme per il carico massimo e' valutato con l'espressione

$$\epsilon_u = \delta s/s + f_t/E \quad (1)$$

ove  $\delta s$  rappresenta l'incremento di lunghezza della base  $s=100$  mm e il secondo termine tiene conto della deformazione elastica valutata con un modulo  $E = 200000$  N/mm<sup>2</sup>.

c) mediante la misura degli allungamenti dopo rottura, rispettivamente su una base di 5 diametri ( $A_5$ ) e di 10 diametri ( $A_{10}$ ) a cui si somma la deformazione elastica, secondo la relazione:

$$\epsilon_u = 2A_{10} - A_5 + f_t/E \quad (2)$$

Come e' facile dimostrare tale risultato non e' influenzato dall'accostamento degli spezzoni del provino e dalla deformazione legata alla strizione, per una distanza dalla zona di rottura superiore a circa due volte il diametro.

I risultati ottenuti sottoponendo a prova 50 saggi per l'acciaio tipo B e 30 saggi per l'acciaio tipo A, sono riportati nella Tabella 1, nella quale  $\epsilon_u(a)$ ,  $\epsilon_u(b)$ ,  $\epsilon_u(c)$  sono le deformazioni uniformi valutate rispettivamente coi metodi (a), (b), (c), descritti sopra.

I valori caratteristici delle singole grandezze sono stati ottenuti assumendo un coefficiente  $k$  pari a 1,97 per gli acciai B e 2,08 per gli acciai A [8]. E' da osservare che le deformazioni rilevate per il carico massimo mediante l'estensimetro potenziometrico (metodo a), sono fortemente influenzate dalla posizione ove successivamente si verifica la rottura. Se essa avviene all'interno della base di misura, le deformazioni risultano mediamente piu'

elevate, anche del 40%, rispetto ai casi per i quali la rottura si verifica all'esterno.

Tabella 1. Caratteristiche meccaniche (N/mm<sup>2</sup>) e di duttilita' degli acciai.

| Gran-<br>dezza   | Acciaio tipo A  |        |                   | Acciaio tipo B  |        |                   |
|------------------|-----------------|--------|-------------------|-----------------|--------|-------------------|
|                  | Valore<br>medio | s.q.m. | valore<br>caratt. | Valore<br>medio | s.q.m. | Valore<br>caratt. |
| $f_y$            | 587.3           | 24.14  | 539.7             | 595.6           | 6.22   | 583.3             |
| $f_t$            | 672.2           | 19.94  | 632.9             | 641.0           | 4.12   | 632.8             |
| $f_t/f_y$        | 1.150           | 0.0211 | 1.108             | 1.076           | 0.0076 | 1.061             |
| $A_5$            | 17.85%          | 1.58%  | 14.74%            | 15.10%          | 1.08%  | 12.97%            |
| $A_{10}$         | 12.58%          | 1.27%  | 10.08%            | 10.03%          | 0.91%  | 8.24%             |
| $\epsilon_u$ (a) | 7.00%           | 0.98%  | 5.06%             | 4,18%           | 0.76%  | 2.68%             |
| $\epsilon_u$ (b) | 6.29%           | 0.81%  | 4.69%             | 4.47%           | 0.85%  | 2.80%             |
| $\epsilon_u$ (c) | 7.66%           | 1.21%  | 5.27%             | 5.28%           | 1.09%  | 3.13%             |

### 3. MISURA DELLA CAPACITA' DI ROTAZIONE DI TRAVI IN CEMENTO ARMATO.

Lo scopo delle prove e' quello di rilevare la capacita' di rotazione plastica di travi armate con gli acciai tipo A e B precedentemente descritti. E' opportuno osservare che nella bibliografia, molto estesa, [9]+[15], la definizione di rotazione plastica non e' univoca ed e' sovente posta in relazione al metodo di calcolo adottato nell'analisi delle strutture iperstatiche.

Nel seguito si fara' riferimento alla definizione che si puo' evincere dal Model Code 1990 e dall'Eurocodice 2 che traggono la loro origine dai lavori di Macchi [16], [17], Baker [18], ed altri [19], [20]. Ricavata la curvatura media sulla base della deformazione del corrente teso  $\epsilon_{sm}$  e del corrente compresso  $\epsilon_{cm}$ , con la relazione:

$$1/r_m = (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})/d \quad (3)$$

la rotazione plastica si ottiene mediante integrazione lungo la zona plasticizzata  $l_p$  (ove cioe' l'armatura ha superato la tensione di snervamento), della differenza tra la curvatura media generica  $1/r_m$  e la curvatura media che si ha per la tensione di snervamento  $1/r_{my}$ , ovvero:

$$\theta_p = \int_{l_p} \left( \frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{my}} \right) dz \quad (4)$$

In via di semplificazione, tenendo conto che la zona plasticizzata interessa una parte limitata di trave, si puo' altresì valutare la rotazione plastica mediante la variazione di freccia  $\delta f$  che si ha in

mezzeria della trave di luce  $L$ , tra il carico di snervamento e quello di rottura, secondo la relazione:

$$\theta_p = 4 \delta f / L \quad (5)$$

La sperimentazione di cui si riferisce riguarda la prima parte di una indagine piu' ampia, attualmente in corso, che ha lo scopo di valutare l'influenza di alcuni parametri sulla capacita' di rotazione plastica e precisamente: il tipo di acciaio, la percentuale di armatura, la forma del diagramma di momento, l'effetto scala. Altri parametri, seppure molto importanti, quali ad esempio il grado di confinamento del calcestruzzo compresso e l'influenza del taglio, non sono stati presi in conto.

I risultati finora disponibili riguardano 16 travi semplicemente appoggiate agli estremi, di luce 6 metri e caricate simmetricamente, rispettivamente con un carico concentrato o con tre carichi concentrati. In Fig. 1 a) sono riportati i due schemi di prova unitamente

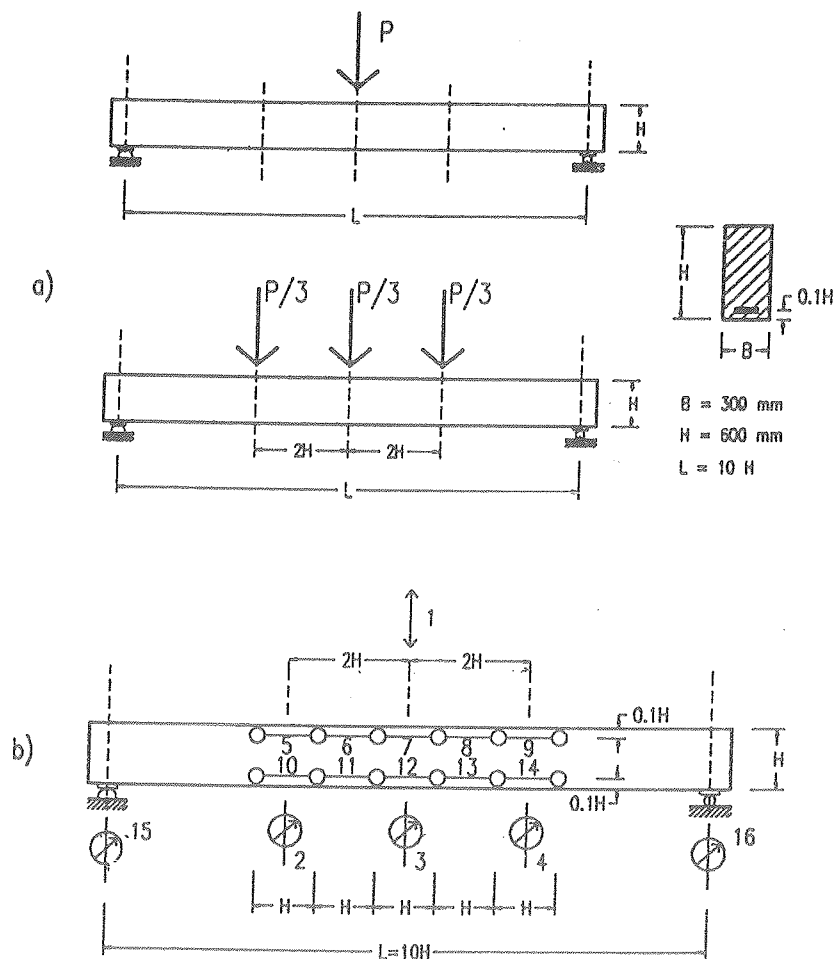


Figura 1. (a) Schemi di prova e condizioni di carico.

(b) Disposizione degli strumenti di misura. 1: corsa del martinetto; 2:4: trasduttori potenziometrici in campata; 5:14: estensimetri potenziometrici; 15:16: trasduttori potenziometrici agli appoggi.

alla geometria della sezione trasversale delle travi, di dimensioni di 300x600 mm. L'armatura longitudinale inferiore e' descritta nella Tabella 2 mentre quella superiore e' costituita da 2  $\phi$  12 mm. L'armatura d'anima e' costituita da staffe  $\phi$  6 mm, disposte verticalmente ogni 150 mm. I provini sono stati conservati e maturati in laboratorio ad una temperatura media di 20° C. La resistenza a compressione  $R_{cm}$  del calcestruzzo, determinata su 10 saggi cubici di spigolo 16x16x16cm, e' risultata pari a 30.9 N/mm<sup>2</sup>; il valore caratteristico  $R_{ck}$  e' risultato pari a 28 N/mm<sup>2</sup>; si puo' quindi assumere una resistenza cilindrica  $f_{ck} = 23$  N/mm<sup>2</sup>.

In Tabella 2 sono riportate le principali caratteristiche delle travi e il valore del rapporto  $x/d$  tra l'altezza della zona compressa, calcolata allo stato limite ultimo (con  $|\epsilon_c| \leq 3.5/1000$  e  $|\epsilon_s| \leq 10/1000$ ) e l'altezza utile della sezione.

Le prove sono state condotte in controllo di corsa del martinetto, imponendo una velocita' di 0.03 mm/s, fino allo snervamento dell'acciaio e di 0.06 mm/s nel campo plastico, fino alla rottura della trave. I carichi sono stati applicati mediante attrezzatura servoidraulica MTS, impiegando un attuatore con capacita' massima di 250 kN per le travi T8 e T9 e della capacita' massima di 1000 kN per le travi T10 e T11. La misura della deformazione e' stata effettuata mediante 10 estensimetri potenziometrici di base 600 mm (pari all'altezza della sezione trasversale della trave), aventi sensibilita' di 0.01 mm. La loro posizione e' illustrata nella Fig. 1 b). Gli spostamenti verticali sono stati rilevati in tre sezioni di campata e sugli appoggi, mediante trasduttori potenziometrici aventi sensibilita' di 0,01 mm.

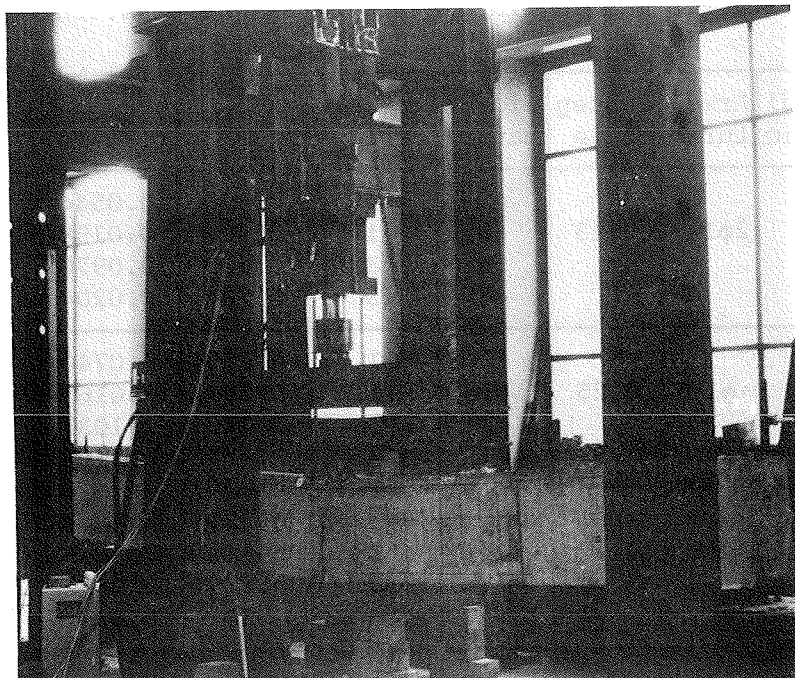


Figura 2. Vista del banco di prova.

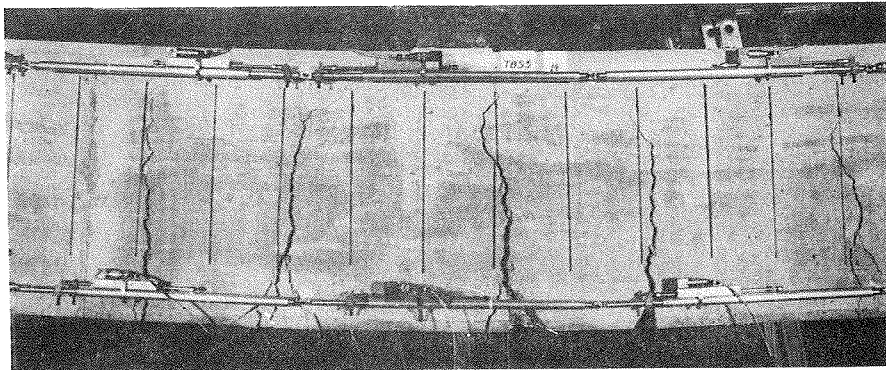
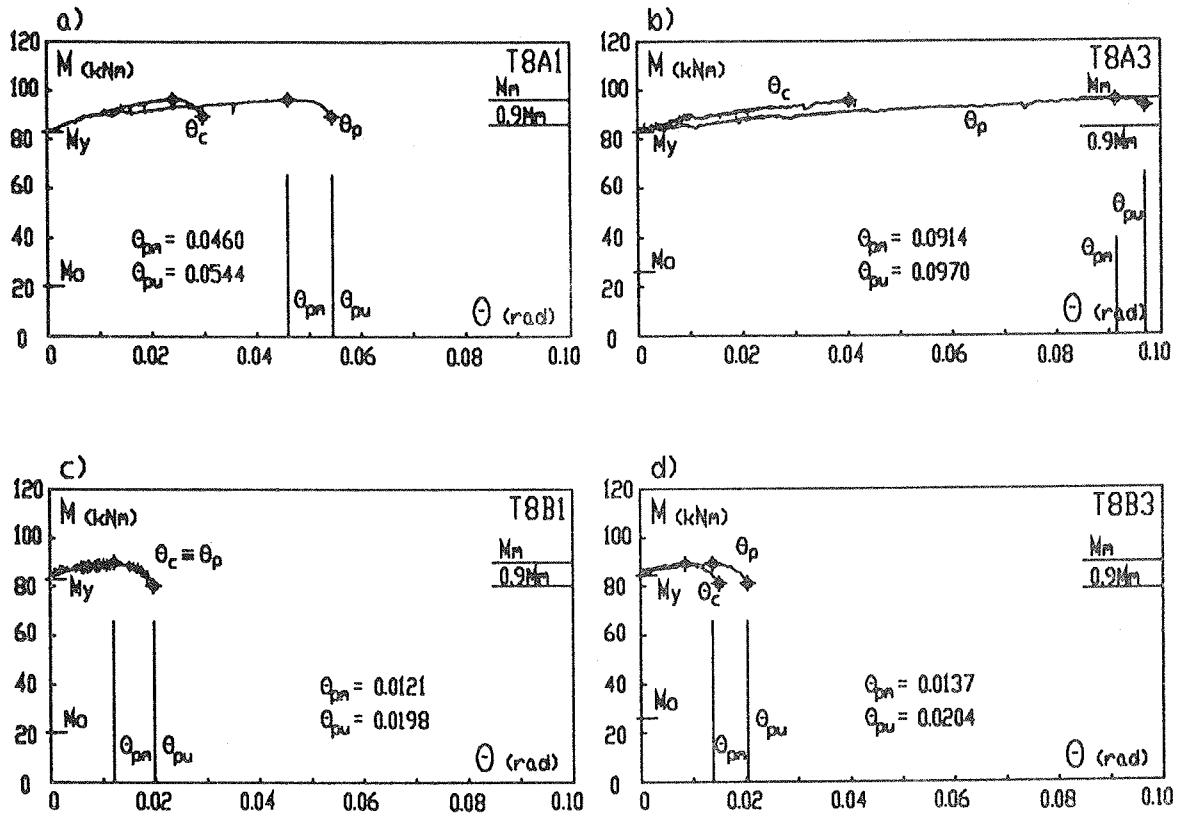
Le rilevazioni dei valori del carico, delle deformazioni e degli spostamenti sono state effettuate ad intervalli di 10 secondi ed i dati sono stati acquisiti automaticamente. Per potere meglio seguire l'evoluzione della prova si sono contemporaneamente tracciati, in modo analogico, i diagrammi carico-freccia (base n. 3 in Fig. 1 b) e carico-deformazione della base centrale inferiore (base n. 12 in Fig. 1 b). Le prove sono proseguite fino a rottura dei saggi. Una vista del banco di prova e' riportata in Fig. 2.

I risultati piu' significativi, per quanto riguarda la rotazione plastica  $\Theta_p$  sono riportati nelle Fig. 3÷6 (a,b,c,d), in funzione del momento totale in mezzzeria della trave, tenendo conto quindi del peso proprio e del peso delle attrezzature di prova. In tali diagrammi la rotazione plastica e' stata calcolata come integrazione delle curvature medie secondo l'espressione (4). Si e' assunto come valore ultimo  $\Theta_{pu}$  quello corrispondente ad un momento pari al 90% del momento massimo, rilevato nella fase di softening che precede la rottura; quando quest'ultimo valore non e' stato raggiunto, si e' riportato quello di rottura. La curva indicata con  $\Theta_c$  rappresenta la rotazione plastica che si ha nel concio centrale della trave, di lunghezza pari all'altezza. Per i casi nei quali non e' chiaramente individuabile il momento in cui si snervano le armature, si e' assunto come valore di  $1/r_{my}$  quello corrispondente ad uno scostamento dello 0,1% dalla retta interpolatrice della curva momento-curvatura media in fase fessurata.

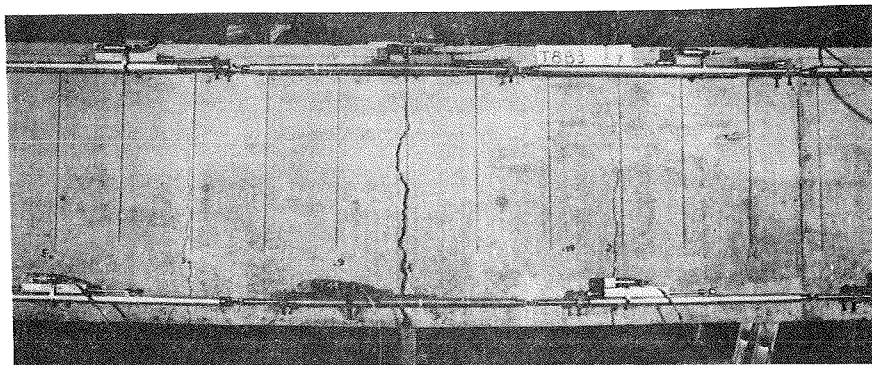
Nella Tabella 2 sono riportate le rotazioni plastiche totali  $\Theta_{pu}$ , che si hanno per un momento pari al 90% del momento massimo in fase di rottura, valutate mediante integrazione delle curvature secondo la formula (4) e mediante la freccia in mezzzeria secondo la formula (5).

Tabella 2. Caratteristiche delle travi e rotazione plastica.

| Trave | Tipo di acciaio | Armatura     | Percentuale | Giorni matur. | n° di carichi | x/d   | $\Theta_{pu}$ form. (4) | $\Theta_{pu}$ form. (5) |
|-------|-----------------|--------------|-------------|---------------|---------------|-------|-------------------------|-------------------------|
| T8A1  | A               | 2 $\phi$ 12  | 0.13        | 49            | 1             | 0.100 | 0.0544                  | 0.055                   |
| T8B1  | B               |              |             | 40            | 1             | 0.104 | 0.0198                  | 0.021                   |
| T8A3  | A               |              |             | 56            | 3             | 0.100 | 0.0970                  | 0.093                   |
| T8B3  | B               |              |             | 46            | 3             | 0.104 | 0.0204                  | 0.021                   |
| T9A1  | A               | 4 $\phi$ 12  | 0.25        | 49            | 1             | 0.140 | 0.0740                  | 0.071                   |
| T9B1  | B               |              |             | 45            | 1             | 0.147 | 0.0165                  | 0.015                   |
| T9A3  | A               |              |             | 44            | 3             | 0.140 | 0.1033                  | 0.099                   |
| T9B3  | B               |              |             | 44            | 3             | 0.147 | 0.0196                  | 0.019                   |
| T10A1 | A               | 9 $\phi$ 12  | 0.57        | 55            | 1             | 0.229 | 0.0841                  | 0.083                   |
| T10B1 | B               |              |             | 48            | 1             | 0.242 | 0.0549                  | 0.057                   |
| T10A3 | A               |              |             | 61            | 3             | 0.229 | 0.0822                  | 0.082                   |
| T10B3 | B               |              |             | 57            | 3             | 0.242 | 0.0481                  | 0.054                   |
| T11A1 | A               | 18 $\phi$ 12 | 1.13        | 52            | 1             | 0.484 | 0.0344                  | 0.027                   |
| T11B1 | B               |              |             | 46            | 1             | 0.527 | —                       | —                       |
| T11A3 | A               |              |             | 54            | 3             | 0.484 | 0.0242                  | 0.025                   |
| T11B3 | B               |              |             | 52            | 3             | 0.527 | 0.0273                  | 0.028                   |

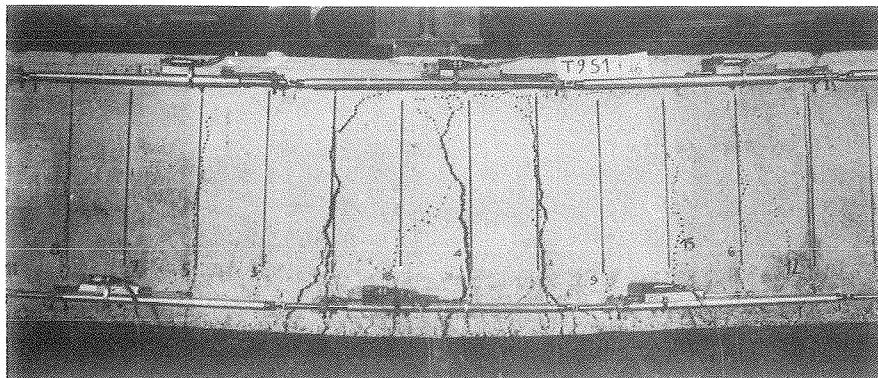
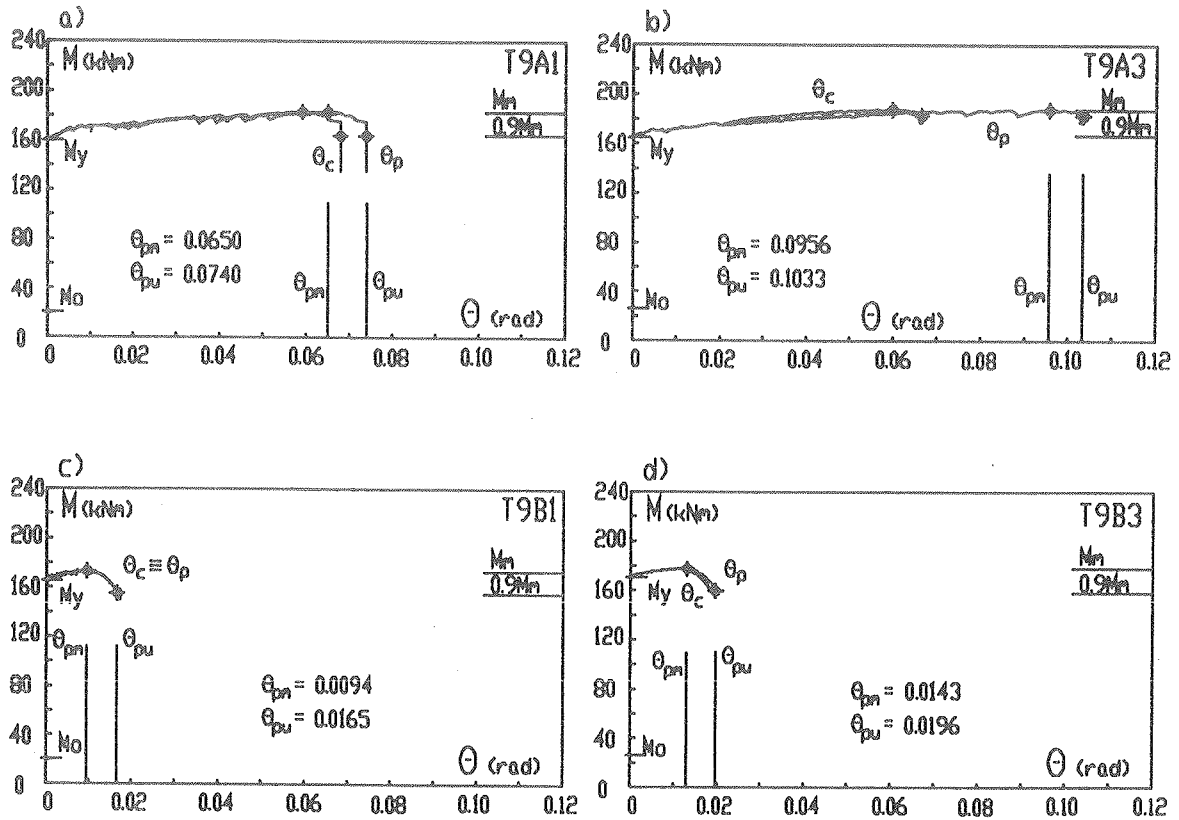


T8A3

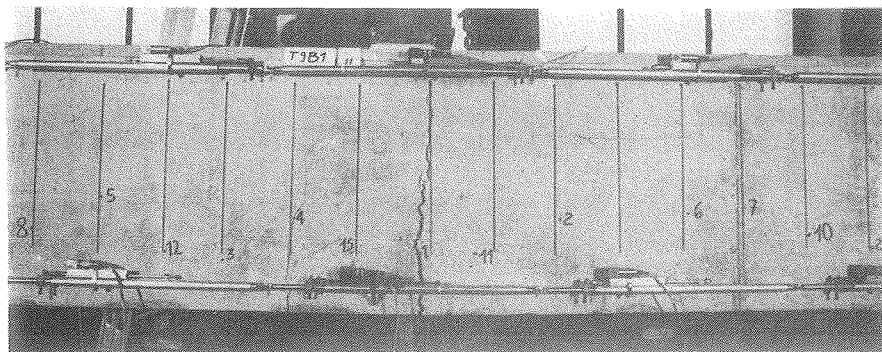


T8B3

Figura 3. Rotazione plastica delle travi della serie 8 e quadro fessurativo in prossimità della rottura delle travi T8A3 e T8B3.

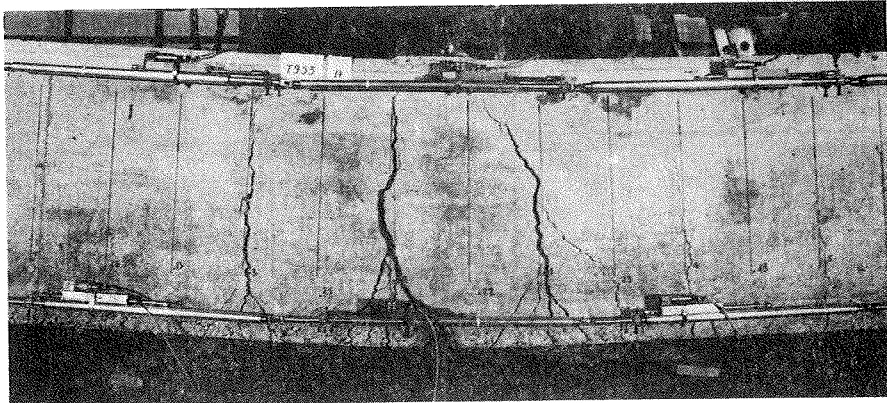


T9A1

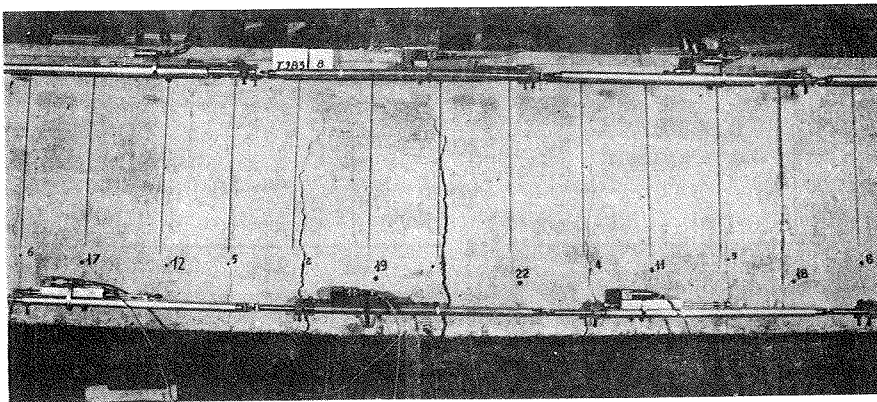


T9B1

Figura 4. Rotazione plastica delle travi della serie 9 e quadro fessurativo in prossimità della rottura delle travi T9A1 e T9B1.



T9A3



T9B3

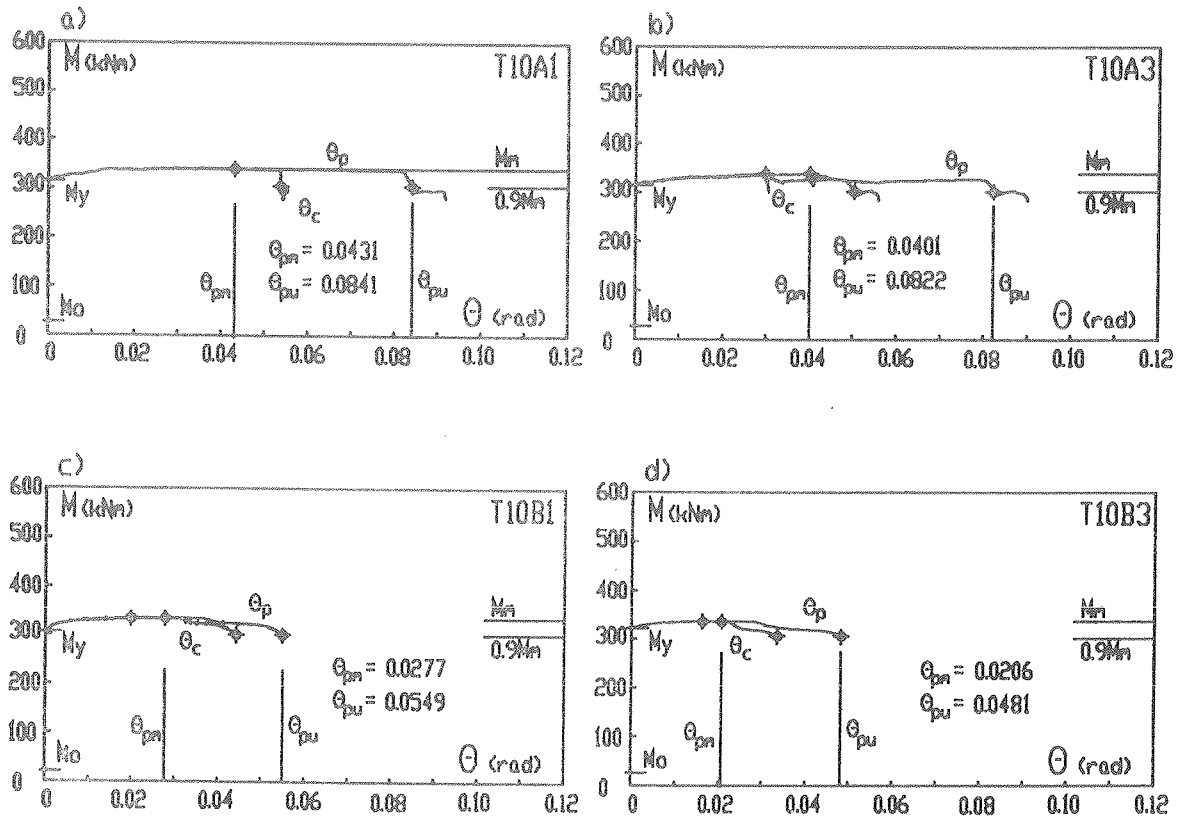
Figura 4 bis. Quadro fessurativo in prossimita' della rottura delle travi T9A3 e T9B3.

I valori della rotazione plastica  $\theta_{pu}$  sono pure riportati nel diagramma di Fig. 7 in funzione di  $x/d$ , ove  $x$  e' l'altezza della zona compressa, calcolata allo stato limite ultimo, con riferimento ai valori di calcolo dei materiali e  $d$  e' l'altezza utile della sezione.

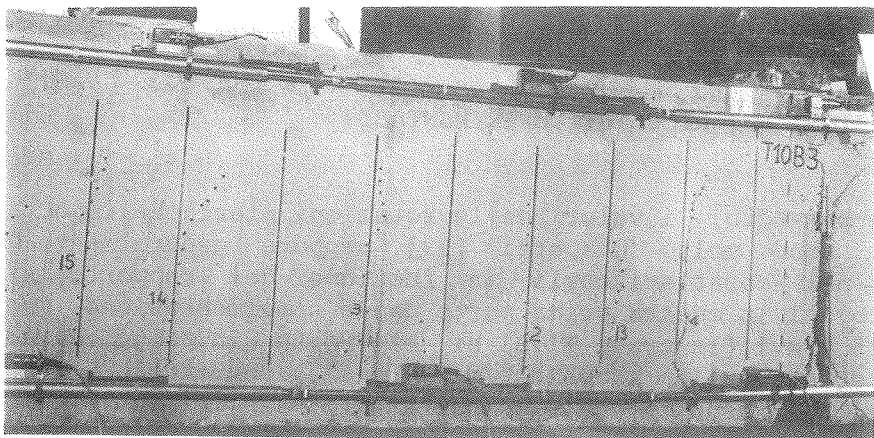
#### 4. CONSIDERAZIONI SUI RISULTATI SPERIMENTALI

Come e' ben noto, i valori delle rotazioni plastiche riportati in letteratura, sono molto dispersi [19] seppure generalmente vi sia concordanza nel caratterizzarli in funzione del rapporto  $x/d$ . I risultati trovati in questa prima parte della sperimentazione, seppure limitati a 15 travi (la trave T11B1 si e' rotta in seguito ad una operazione errata alla macchina di prova), permettono tuttavia di delineare alcuni aspetti del comportamento. In Fig. 7 si sono qualitativamente indicate le curve rappresentative delle rotazioni plastiche trovate per gli acciai di tipo A e di tipo B, secondo le due



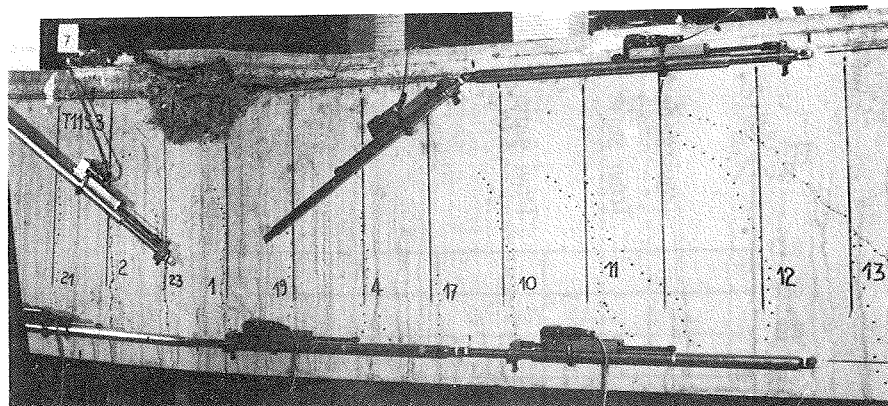
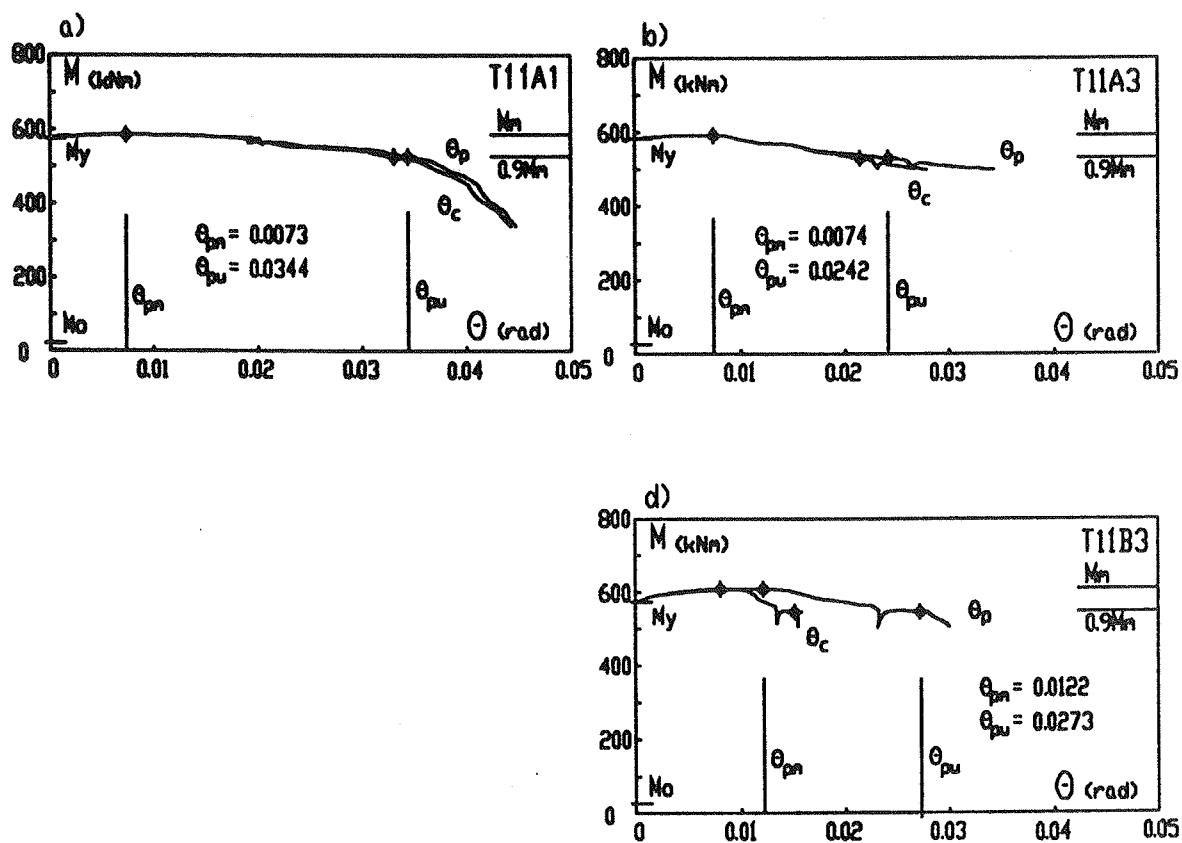


T10A3

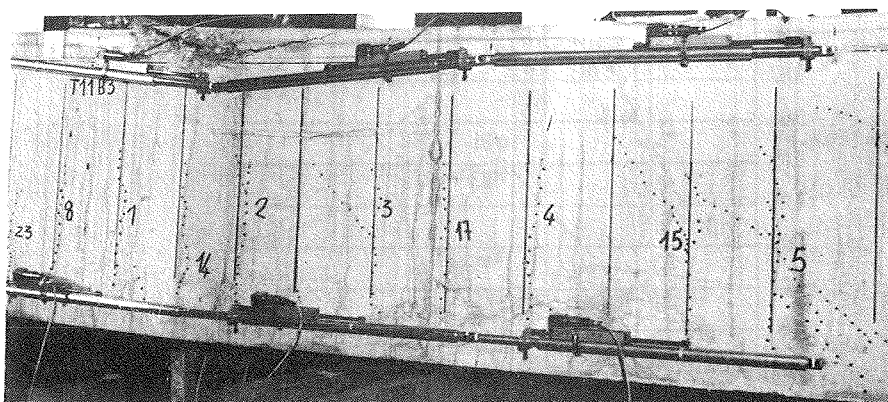


T10B3

Figura 5. Rotazione plastica delle travi della serie 10 e quadro fessurativo in prossimità della rottura delle travi T10A3 e T10B3.



T11A3



T11B3

Figura 6. Rotazione plastica delle travi della serie 11 e quadro fessurativo in prossimita' della rottura delle travi T11A3 e T11B3.

schematizzazioni di prova (1 e 3 carichi). La forma di tali diagrammi e' piu' affine a quella riportata nel Model Code 90 [3] che a quella dell'Eurocodice 2 [2] e a quella del D.M.27.7.85 [1] che peraltro si riferisce agli acciai tradizionali. Nel primo tratto di curva, a pendenza positiva, si ha la rottura dell'armatura tesa, mentre nel secondo ramo a pendenza negativa la rottura avviene per schiacciamento del calcestruzzo.

Nel caso di acciai tipo A il primo tratto, che si riferisce a travi debolmente armate, e' differenziato per le due condizioni di carico considerate. Questo e' da attribuirsi alla forma del diagramma di momento che nel caso di tre carichi da' luogo ad un campo plasticizzato esteso, per effetto dell'elevato rapporto  $f_u/f_y$ . Nel caso degli acciai tipo B, al contrario, il rapporto  $f_u/f_y$  e' piccolo per cui la zona plasticizzata e' limitata per entrambe le condizioni di carico; la rotazione plastica e' di conseguenza piu' ridotta e praticamente indipendente dalla forma del diagramma di momento.

Per travi molto armate, cioe' per elevati valori di  $x/d$ , la rottura non dipende piu' dal tipo di acciaio, ma solo dalle caratteristiche del calcestruzzo (e verosimilmente dal grado di confinamento che qui non e' stato considerato); le rotazioni plastiche tendono quindi ad essere uguali per i due tipi di acciaio. Queste considerazioni sono confermate dai diagrammi delle Fig. 3÷6, che rappresentano oltre alla rotazione totale  $\Theta_p$ , anche la rotazione  $\Theta_c$  nel concio centrale e dalle fotografie delle varie travi che evidenziano la distribuzione delle fessure per un carico prossimo a quello di rottura.

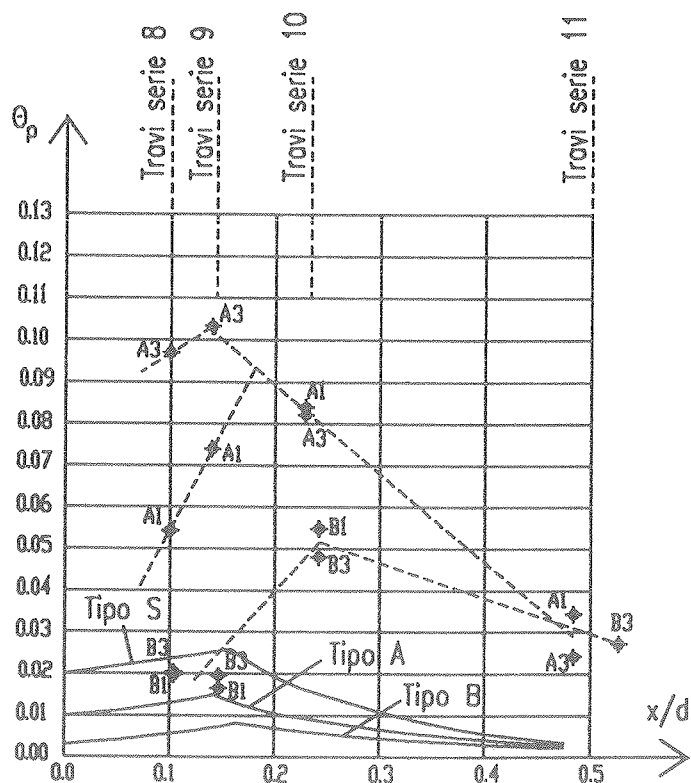


Figura 7. Rotazione plastica totale. Confronto tra le curve del Model Code 90 ed i risultati sperimentali.

La buona corrispondenza tra le rotazioni calcolate mediante integrazione delle curvatures e quelle ottenute mediante la freccia in mezzzeria, conferma sia la validita' delle relazioni (4) e (5) che l'affidabilita' delle misure sperimentali.

## 5. CONCLUSIONI.

a) Una prima osservazione riguarda gli aspetti pratici: anche in Italia, come in Germania, si trovano in commercio degli acciai che possono essere classificati di tipo A e B, che peraltro soddisfano le indicazioni dell'attuale normativa italiana [1].

b) Per quanto riguarda la duttilita' degli acciai, si riscontra una elevata dispersione dei valori di allungamento al carico massimo. La misura di tale grandezza, mediante estensimetro, ha presentato difficoltà nella determinazione del punto in cui si ha lo sforzo massimo; si e' notato inoltre che il suo valore risente della posizione in cui si verifica la rottura (all'interno o all'esterno della base di misura). Rispetto agli acciai tradizionali, il valore del rapporto  $(f_t/f_y)_k$ , richiesto dalle normative europee, appare particolarmente basso.

c) L'indagine sulle travi, seppure limitata a 16 elementi di grosse dimensioni, ha confermato l'esistenza di un diagramma di rotazione plastica in funzione di  $x/d$ , caratterizzato da due rami di pendenza opposta. Infine si osserva che le prove effettuate su travi aventi bassa percentuale d'armatura di tipo B, hanno dato luogo a limitate rotazioni plastiche per entrambe le condizioni di carico descritte.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Decreto Ministeriale 27 luglio 1985, "Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche".
- [2] Eurocode No. 2. "Design of Concrete Structures". December 1989.
- [3] CEB - Bulletin d'information N. 195 e N. 196. CEB-FIP Model Code 1990, Lausanne, Mars 1990.
- [4] Eurocode No. 8. "Strutture in zone sismiche".
- [5] E. COSENZA, C. GRECO, M. PECCE, "Rotazioni plastiche e duttilita' richieste nelle travi continue in c.a.", L'Industria Italiana del Cemento, Gennaio 1990.
- [6] E. COSENZA, C. GRECO, M. PECCE, "Alcune osservazioni sulla ridistribuzione delle sollecitazioni e sulla valutazione delle rotazioni anelastiche nelle travi continue in c.a.", L'industria Italiana del Cemento, Febbraio 1989.
- [7] P. POZZATI, "Teoria e tecnica delle strutture", Vol. III, UTET, Torino, 1987.
- [8] UNSIDER, Norma UNI 6407. Prodotti laminati di acciaio per armature per cemento armato non precompresso.
- [9] M. Z. COHN, "Rotation compatibility in the Limit Design of Reinforced Concrete Continuous Beams", Proceedings, International

- Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Miami, Nov. 1964, ACI SP12, pag. 359-381.
- [10] L. CORRADI, O. DE DONATO, G. MAIER, "Inelastic analysis of reinforced concrete beams", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, Sept. 1974.
  - [11] G. MACCHI, "Calcul des structures hyperstatiques par la méthode des rotations imposées", Recommandations Internationales du CEB, Tome III - Structures Hyperstatiques, AITEC, Roma 1972.
  - [12] A. H. MATTOCK, "Rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams", Proceedings, International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Miami, ACI SP12, Nov. 1964.
  - [13] W. G. CORLEY, "Rotational capacity of reinforced concrete beams", Journal of Structural Division, ASCE, Oct. 1966.
  - [14] N. F. SOMES, Technical report. "Moment rotation characteristics of prestressed concrete members", Cement and Concrete Association, Sept. 1966
  - [15] A. L. L. BAKER, A. M. N. AMARAKONE, "Inelastic hyperstatic frames analysis", Proceedings, International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Miami, ACI SP12, Nov. 1964.
  - [16] G. MACCHI, "Limit-states design of statically indeterminate structures composed of linear members", Costruzioni in cemento armato, Studi e rendiconti, Vol. 6, 1969.
  - [17] G. MACCHI, "Ductility condition for simplified design without check of compatibility", Report to CEB Commission XI, Innsbruck, 1974.
  - [18] A. L. L. BAKER, "Calcul des structure hyperstatiques par la méthode simplifiée bi-lineaire de la charge ultime", Recommandations Internationales du CEB, Tome III - Structures Hyperstatiques, AITEC, Roma 1972
  - [19] E. SIVIERO, "Rotation capacity of monodimensional members in structural concrete", Bulletin d'information CEB No. 105, Feb. 1974, pag. 206-222.
  - [20] R. ELIGHAUSEN, P. LANGER, "Rotation capacity of plastic hinges and allowable degree of moment redistribution", CEB Bulletin d'information n. 175
  - [21] F. LEVI, "Eurocode 2. Supporting Document on non linear analysis of beams and frames", Ed. Levrotto & Bella, Nov. 1990, Torino.

**INFLUENZA DELLE PROPRIETA' DELL'ACCIAIO SULLA CAPACITA' DI  
ROTAZIONE DI SOLETTE IN C.A.**

**Gian Michele CALVI - Ester CANTU' - Guido MAGENES**  
Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Università di Pavia



INFLUENZA DELLE PROPRIETA' DELL'ACCIAIO SULLA CAPACITA'  
DI ROTAZIONE DI SOLETTE IN C.A.

Gian Michele CALVI  
Ricercatore

Ester CANTU'  
Ricercatore

Guido MAGENES  
Dottorando

Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Universita' di Pavia

#### SOMMARIO

Vengono presentati i risultati di una estesa campagna di prove su solette armate con reti elettrosaldate al fine di valutare la capacita' di rotazione plastica delle zone critiche. Le variabili adottate nella sperimentazione sono: la capacita' di allungamento dell'acciaio, la percentuale di armatura, il tipo di carico (concentrato o distribuito) e il tipo di acciaio (liscio o ad aderenza migliorata).

#### SUMMARY

The results of a broad experimental program on the available plastic rotation in the critical regions of slabs are presented. All the slabs were reinforced with welded wire meshes, the variables adopted being as follows: steel elongation capacity, reinforcement percentage, load condition (concentrated or distributed) and type of steel (smooth or deformed bars).

#### 1. PREMESSA

La determinazione della capacita' di rotazione di elementi inflessi in C.A. ha costituito negli anni '60 e '70 argomento e motivo per estesi programmi di indagini sperimentali [2][3].

Tali indagini hanno condotto alla proposta della nota curva che correla i valori della rotazione plastica disponibile alla posizione dell'asse neutro (CEB Model Code 78, [1]) utilizzando quindi un solo



parametro, molto sintetico, funzione sia della geometria della sezione sia di alcune proprietà meccaniche dei materiali.

La possibilità di trascurare l'influenza della capacità di allungamento dell'acciaio derivava dalla generale elevata duttilità degli acciai prodotti all'epoca delle prove.

Recentemente alcuni autori sulla base delle caratteristiche degli acciai oggi prodotti e di numerose analisi numeriche hanno proposto di differenziare le curve  $\sigma_p - x/d$  [4] in funzione della duttilità dell'acciaio [4].

Tali proposte sono state formalizzate nel Model Code 90 del CEB [7], che definisce tre curve (per acciai di tipo S, A e B, con allungamento uniforme caratteristico non inferiore a 8, 5 e 2.5 % rispettivamente) e tiene conto della diminuzione della rotazione plastica disponibile quando la percentuale d'armatura risulti troppo bassa.

Nella determinazione della rotazione plastica disponibile non rientrano comunque le caratteristiche di aderenza tra acciaio e calcestruzzo, che possono avere un ruolo molto importante nel fenomeno, come pure le condizioni di confinamento del calcestruzzo e la presenza di staffe.

Le indagini sperimentali qui descritte sono relative ad elementi di solaio armati con reti elettrosaldate costituite da tre tipi di acciaio diversi per capacità di allungamento (tipo A e B) e superficie delle barre (lisce o nervate) e si propongono di fornire dati sperimentali relativi agli acciai di produzione corrente, offrendo nello stesso tempo materia di discussione relativa all'influenza dell'aderenza sulla capacità di rotazione, anche nel caso in cui sia rappresentata essenzialmente da un vincolo meccanico (barre trasversali saldate in una rete di barre lisce).

Per una più estesa presentazione dei risultati sperimentali si rimanda al rapporto interno [8].

## 2. PROGRAMMA SPERIMENTALE

Come è già stato osservato, scopo principale delle prove effettuate è la determinazione dell'influenza del tipo di armatura (nel caso specifico del tipo di rete) sulla capacità di rotazione di elementi semplicemente inflessi.

Con le parole "tipo di armatura" ci si riferisce sia alla capacità di allungamento, sia alle caratteristiche di aderenza, sia alla percentuale meccanica di armatura.

Ne consegue l'opportunità di mantenere costanti la geometria degli elementi di solaio e le caratteristiche del calcestruzzo.

Sono invece state definite due condizioni di carico - concentrato in mezzera (C), e distribuito in quattro carichi concentrati secondo la figura 1 (D) - corrispondenti a gradienti di momento flettente diversi, teoricamente molto influenti sulla capacità di rotazione per la variazione di lunghezza della cerniera plastica.

### 2.1 Geometria degli elementi di solaio

Le caratteristiche dei solai sono indicate in Tabella 1 e nelle figure 1 e 2.

TAB. 1 - Caratteristiche dei solai

| Tripletta<br>di<br>solai | Tipo di acciaio |               | Arm. Inferiore |               | Arm. Superiore |               | Tipo<br>di<br>carico | Tipo<br>di<br>sez. | $\frac{x}{d}$ | $\rho$<br>(%) | $\omega$<br>(%) |
|--------------------------|-----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------------|--------------------|---------------|---------------|-----------------|
|                          | aderenza<br>(1) | classe<br>(2) | Long.<br>(3)   | Trasv.<br>(3) | Long.<br>(3)   | Trasv.<br>(3) |                      |                    |               |               |                 |
| 01                       | Ne              | B             | 10/100         | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | a                  | .154          | .638          | 13.71           |
| 02                       | Ne              | A             | 10/100         | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | a                  | .151          | .638          | 13.41           |
| 03                       | Li              | B             | 10/100         | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | a                  | .144          | .638          | 12.75           |
| 04                       | Ne              | B             | 6/100          | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | b                  | .055          | .229          | 4.92            |
| 05                       | Ne              | A             | 6/100          | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | b                  | .054          | .229          | 4.81            |
| 06                       | Li              | B             | 6/100          | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | b                  | .051          | .229          | 4.57            |
| 07                       | Ne              | B             | 10/200         | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | c                  | .093          | .383          | 8.23            |
| 08                       | Li              | B             | 10/200         | 6/150         | 6/200          | 6/150         | C                    | c                  | .086          | .383          | 7.65            |
| 09                       | Ne              | B             | 6/100          | 6/150         | 6/200          | 6/150         | D                    | b                  | .055          | .229          | 4.92            |
| 10                       | Li              | B             | 6/100          | 6/150         | 6/200          | 6/150         | D                    | b                  | .051          | .229          | 4.57            |
| 11                       | Li              | B             | 6/100          | 6/100         | 6/200          | 6/150         | C                    | b                  | .051          | .229          | 4.57            |
| 12                       | Li              | B             | 6/100          | 6/200         | 6/200          | 6/150         | C                    | b                  | .051          | .229          | 4.57            |

- (1) Ne: rete costituita da fili a superficie nervata  
Li: rete costituita da fili a superficie liscia
- (2) classe A se  $\epsilon_{uk} \geq 2.5\%$   
classe B se  $\epsilon_{uk} \geq 5.0\%$   
essendo  $\epsilon_{uk}$  il valore caratteristico dell'allungamento unif. ultimo (AGT)
- (3) armatura longitudinale 10/100: barre  $\phi$  10 distanziate 100 mm  
armatura trasversale 6/150: barre  $\phi$  6 distanziate 150 mm
- (4) C: carico concentrato in mezzzeria (Fig. 1)  
D: 4 carichi concentrati (Fig. 2)
- (5) in fig. 3 sono rappresentate le tre sezioni tipo
- (6)  $x/d$  calcolata secondo il CEB Model Code 1978
- (7)  $\rho = A_s/bd$ , percentuale geometrica di armatura
- (8)  $\omega = A_s f_{yd}/(bd f_{cd})$  percentuale meccanica d'armatura

Tabella 2 - Caratteristiche del calcestruzzo

| Resistenza a compressione                                      |                        |
|--|------------------------|
| $R_{cm}$<br>media su 12 cubi<br>di lato 150 mm<br>c.d.v.=7.42% | 47.19 MPa              |
| $R_{ck}$<br>$f_{ck}$ (su cilindro)                             | 41.43 MPa<br>34.39 Mpa |
| Resistenza a trazione  |                        |
| $f_{ctm}$<br>media su 10 provini<br>c.d.v.=16.7%               | 3.15 MPa               |
| $f_{ctk,min}$  | 2.29 MPa               |
| <b>Modulo elastico tangente</b><br>media su 4 provini          | 29794 Mpa              |

Tabella 3 - Caratteristiche degli acciai

| Tipo di Acciaio  | $f_{ym}$<br>(MPa)                             | $f_{yk}$<br>(MPa) | $f_{tm}$<br>(MPa) | $f_{tk}$<br>(MPa) | $\frac{f_{tm}}{f_{ym}}$ | $\epsilon_{um}$<br>(%) | $\epsilon_{uk}$<br>(%) |
|--|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| <b>NeA</b><br>fili laminati a caldo<br>superficie nervata  | 578.8<br>(media su<br>18 provini)<br>cdv=2.6% | 554.1             | 718.2             | 676.9             | 1.24                    | 7.99                   | 5.71                   |
|  |   |                   | cdv=3.5%          |                   |                         | cdv=17.4%              |                        |
| <b>NeB</b><br>fili laminati a freddo<br>superficie nervata | 591.8<br>(media su<br>24 provini)<br>cdv=2.6% | 566.5             | 667.3             | 657.0             | 1.13                    | 3.45                   | 2.88                   |
|  |   |                   | cdv=0.9%          |                   |                         | cdv=10.0%              |                        |
| <b>LiB</b><br>fili laminati a freddo<br>superficie liscia  | 540.9<br>(media su<br>36 provini)<br>cdv=1.6% | 526.7             | 614.8             | 587.6             | 1.14                    | 4.36                   | 3.29                   |
|  |   |                   | cdv=2.7%          |                   |                         | cdv=14.9%              |                        |

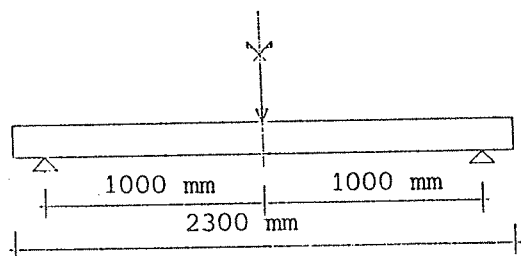


Fig. 1 - Condizione di carico C

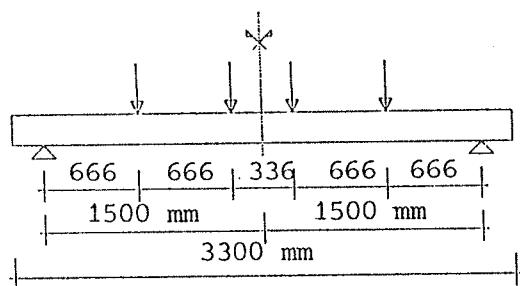


Fig. 2 - Condizione di carico D

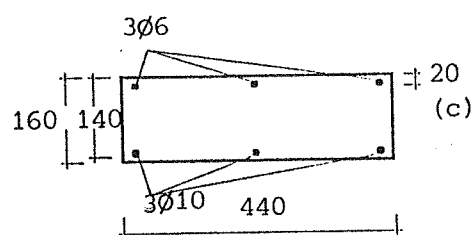
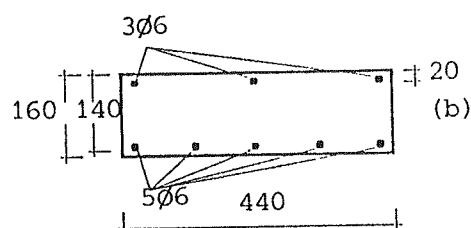
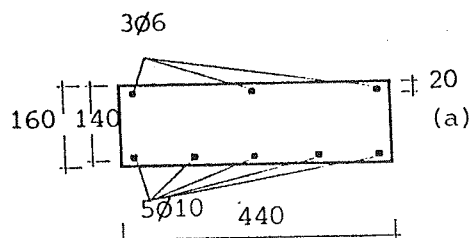
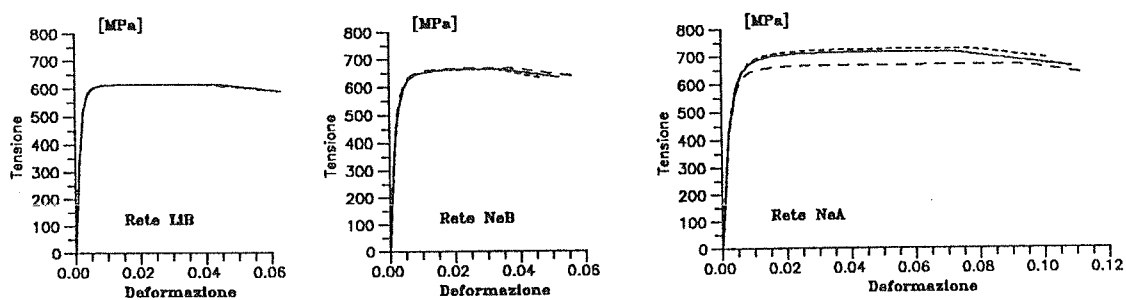


Fig. 3 - Sezioni: tipo (a), (b) e (c).



————— media su tutti i provini  
 - - - - - media sui provini  $\phi$  6  
 - · - · - media sui provini  $\phi$  10

Fig. 4 - Curve tensioni-deformazioni per i tre tipi di rete utilizzati, differenziate anche in funzione del diverso diametro.

La tabella 1 fornisce tutti i particolari relativi all'armatura (tipo di acciaio e conformazione della rete). In particolare le barre trasversali delle reti costituenti le armature superiore ed inferiore sono state ripiegate sui lati verticali.

Sono stati individuati 12 tipi di solaio e per ogni tipo e' stata confezionata una tripletta di elementi nominalmente identici. Alle due condizioni di carico sono state fatte corrispondere due diverse geometrie, in modo che rimanesse costante il momento massimo a parita' di carico verticale:

- condizione C: luce pari a 2000 mm, snellezza = 14,3;
- condizione D: luce pari a 3000 mm, snellezza = 21,4.

## 2.2 Caratteristiche dei materiali

Gli elementi di solaio sono stati confezionati con un unico calcestruzzo le cui caratteristiche sono riportate in Tabella 2.

I diagrammi tensioni-deformazioni degli acciai utilizzati sono rappresentati nella figura 4. Le principali caratteristiche sono riportate in Tabella 3.

## 2.3 Descrizione dell'attrezzatura e del procedimento di prova

I solai sono semplicemente appoggiati, e caricati tramite un attuatore servoidraulico MTS 244 a doppio effetto (capacita' massima 100 kN, massima corsa 250 mm). Le figure 5 e 6 mostrano la configurazione del sistema di prova relativo alle due condizioni di carico. La strumentazione e' costituita da:

- cella di carico e trasduttore di spostamento (LVDT) dell'attuatore
- due potenziometri lineari (200 mm di corsa) per la misurazione della freccia in mezzeria su entrambi i lati del solaio
- 10 inclinometri, posizionati lungo il solaio per la misurazione della rotazione di alcune sezioni significative
- 22 potenziometri lineari atti a misurare le deformazioni longitudinali al lembo teso ed al lembo compresso del solaio.

Gli inclinometri sono stati progettati espressamente per queste prove, e consistono in una lamina di acciaio armonico: una estremita' della lamina e' collegata rigidamente al solaio; l'altra sostiene un peso che inflette la lamina quando l'estremita' collegata al solaio ruota rispetto alla posizione verticale. Per piccoli angoli la deformazione nella lamina risulta essere linearmente proporzionale all'angolo di rotazione. Le letture degli estensimetri disposti sulla lamina sono quindi convertite in angoli tramite la curva di calibrazione degli strumenti. Si e' stimato che questo sistema consente una accuratezza di 0.001 radianti.

Le prove sono condotte in due fasi. Nella prima fase l'attuatore e' in controllo di forza; vengono compiuti tre cicli di carico e scarico, in cui il carico massimo corrisponde ad una tensione nominale nell'acciaio di 300 MPa. Durante il terzo ciclo vengono misurate le ampiezze delle fessure a tre livelli di tensione di esercizio. Nella seconda fase l'attuatore e' guidato in controllo di spostamento finche' non si raggiungono le condizioni ultime del provino. La prova viene ultimata quando si ottiene la rottura di una barra longitudinale al lembo teso (vedi ad esempio la figura 7).

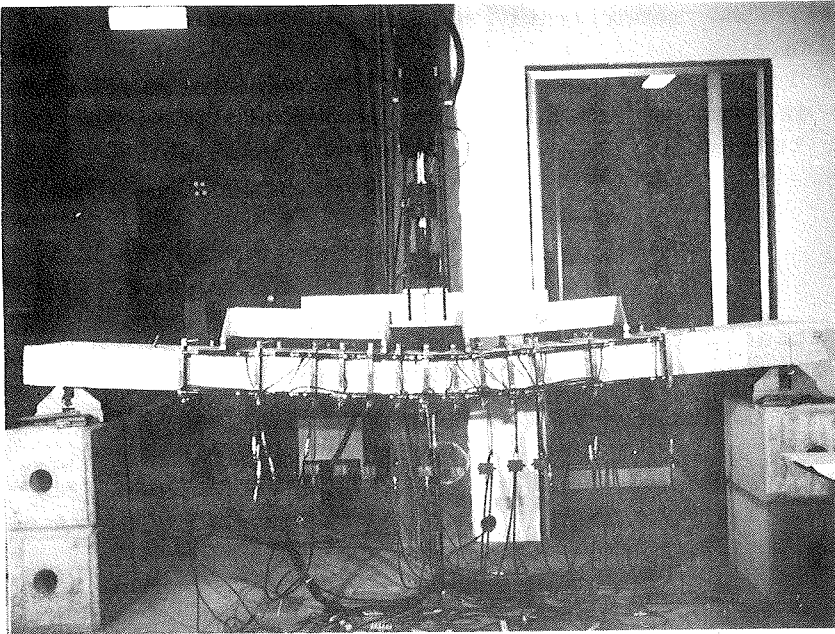


Fig. 5 - Elemento di solaio soggetto alla condizione di carico D

Fig. 6 - Strumentazione nell'intorno della sezione di mezzeria

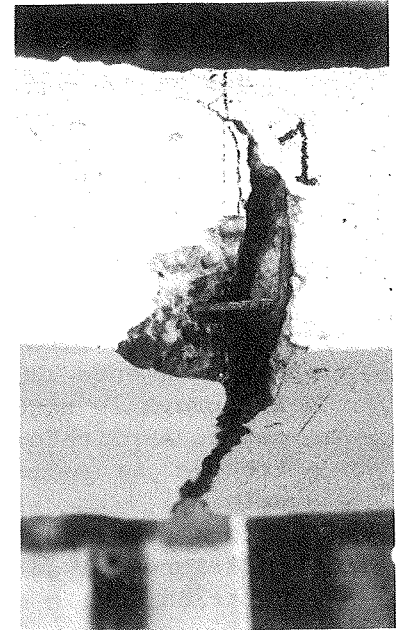
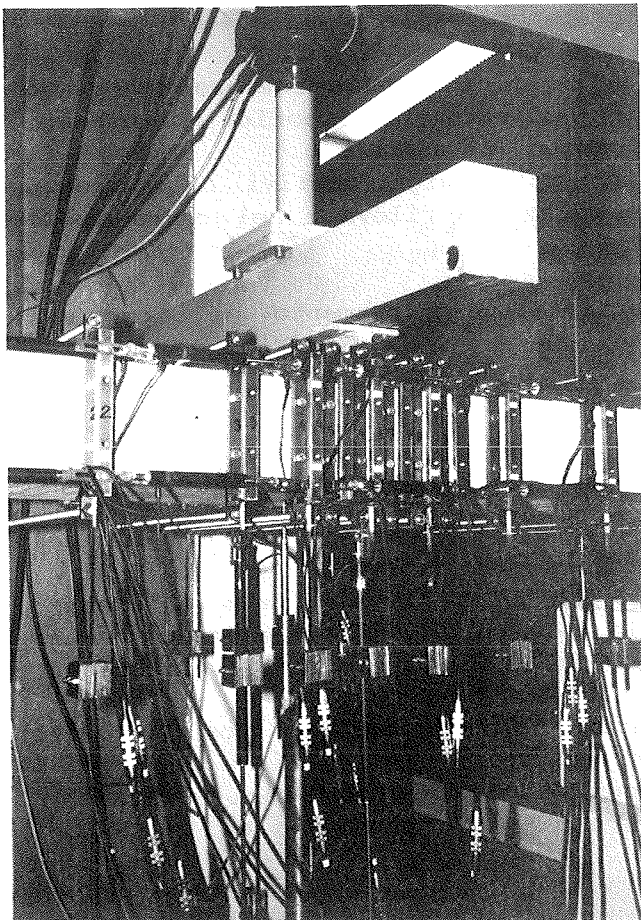
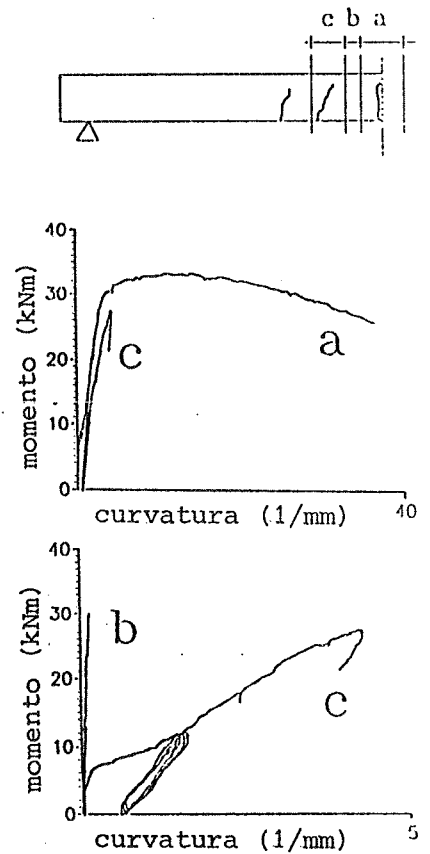


Fig. 7 - Particolare al termine della prova

Fig. 8 - Evidenziazione dell'effetto di tension stiffening



L'acquisizione dei dati e' fatta tramite un sistema Hewlett-Packard 3852A ed i dati sono memorizzati sul disco fisso di un personal computer HP Vectra.

Una volta completata la prova, viene asportato il copriferro di ogni provino nella zona di maggior fratturazione per controllare le condizioni dell'armatura tesa e la posizione della barra in cui e' avvenuta la rottura.

### 3. RISULTATI

Le rilevazioni effettuate tramite la strumentazione precedentemente descritta hanno consentito di determinare nel corso della prova le seguenti grandezze:

- carico applicato;
- freccia in mezzeria (in corrispondenza di entrambi i lati del solaio);
- deformazioni medie sulle basi di misura ai lembi superiore ed inferiore del solaio;
- rotazioni delle sezioni strumentate con inclinometri.

Le misure rilevate sono state trattate al fine di ottenere i diagrammi e le tabelle riportate nel seguito. In particolare i valori delle rotazioni sono stati ottenuti sia per mezzo delle misure di rotazione lette dagli inclinometri sia calcolando le rotazioni medie sulle basi di misura utilizzando le misure di spostamento effettuate per mezzo dei potenziometri lineari.

Una sintesi dei risultati e' contenuta nelle tabelle 4 e 5 e nelle figure 9, 10 e 11.

La tabella 4 fornisce i valori dell'ampiezza delle fessure osservate in corrispondenza di tre livelli di sollecitazione teorica nelle barre di armatura, corrispondenti a situazioni di esercizio.

La tabella 5 riporta i valori piu' significativi del momento flettente e della corrispondente rotazione rilevati nel corso delle prove, ed in particolare:

- momenti e rotazioni corrispondenti allo snervamento dell'armatura ( $M_y$  e  $\Theta_y$ );
- momento massimo e momento alla rottura dell'acciaio ( $M_{max}$  e  $M_r$ );
- rotazione corrispondente ad una degradazione di momento pari al 5 % ( $\Theta_u$ , per  $M = M_u = 0.95 M_{max}$ );
- rotazione plastica ( $\Theta_p = \Theta_u - \Theta_y$ ).

In figura 8 e' possibile rilevare l'effetto della presenza del calcestruzzo non fessurato tra fessura e fessura (tension stiffening) e come lo snervamento dell'acciaio abbia interessato una sola fessura: la curva C, corrispondente alla posizione della seconda fessura evidenzia una rigidezza flessionale media tipica di sezioni fessurate, ma con acciaio non snervato.

Le figure 9, 10 e 11 completano le informazioni fornite dalle tabelle.

In figura 9 sono rappresentati dodici diagrammi momento - rotazione scelti a rappresentare il comportamento delle dodici

Tabella 4 - Ampiezza delle fessure per diversi livelli di tensione nell'acciaio

| Solaio | Carico di la<br>fessurazione<br>[kN] | Ampiezza delle fessure (mm)<br>a diversi livelli di tensione<br>nell'acciaio |                       |                       |
|--------|--------------------------------------|--|-----------------------|-----------------------|
|        |                                      | 220 N/mm <sup>2</sup>  | 260 N/mm <sup>2</sup> | 300 N/mm <sup>2</sup> |
| 01-1   | 20.0                                 | 0.03   | 0.05                  | 0.08                  |
| 01-2   | 16.5                                 | 0.15   | 0.20                  | 0.20                  |
| 01-3   | 17.5                                 | 0.05   | 0.07                  | 0.10                  |
| 02-1   | 20.5                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.20                  |
| 02-2   | 14.0                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.18                  |
| 02-3   | 16.0                                 | 0.05   | 0.08                  | 0.12                  |
| 03-1   | 16.0                                 | 0.15   | 0.20                  | 0.20                  |
| 03-2   | 15.5                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.20                  |
| 03-3   | 16.8                                 | n.a.   | n.a.                  | n.a.                  |
| 04-1   | 13.8                                 | 0.07   | 0.10                  | 0.15                  |
| 04-2   | 13.8                                 | 0.20   | 0.22                  | 0.25                  |
| 04-3   | 14.8                                 | 0.20   | 0.22                  | 0.25                  |
| 05-1   | 13.5                                 | 0.05   | 0.08                  | 0.12                  |
| 05-2   | 15.9                                 | 0.07   | 0.10                  | 0.15                  |
| 05-3   | 13.8                                 | 0.08   | 0.12                  | 0.15                  |
| 06-1   | 12.3                                 | 0.12   | 0.20                  | 0.30                  |
| 06-2   | 13.5                                 | 0.15   | 0.25                  | 0.30                  |
| 06-3   | 13.7                                 | n.a.   | n.a.                  | n.a.                  |
| 07-1   | 13.2                                 | 0.10   | 0.12                  | 0.15                  |
| 07-2   | 13.4                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.18                  |
| 07-3   | 15.4                                 | 0.17   | 0.20                  | 0.25                  |
| 08-1   | 12.2                                 | 0.22   | 0.30                  | 0.38                  |
| 08-2   | 12.6                                 | 0.15   | 0.25                  | 0.40                  |
| 08-3   | 13.3                                 | 0.20   | 0.30                  | 0.45                  |
| 11-1   | 12.2                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.20                  |
| 11-2   | 11.9                                 | 0.15   | 0.20                  | 0.30                  |
| 11-3   | 12.0                                 | n.a.   | n.a.                  | n.a.                  |
| 12-1   | 10.2                                 | 0.10   | 0.18                  | 0.27                  |
| 12-2   | 13.0                                 | 0.50   | 0.65                  | 0.75                  |
| 12-3   | 12.8                                 | 0.30   | 0.35                  | 0.45                  |
| 09-1   | 13.0                                 | 0.10   | 0.15                  | 0.18                  |
| 09-2   | 14.0                                 | 0.10   | 0.13                  | 0.18                  |
| 09-3   | 13.3                                 | 0.09   | 0.12                  | 0.20                  |
| 10-1   | 12.8                                 | 0.30   | 0.43                  | 0.50                  |
| 10-2   | 11.0                                 | 0.30   | 0.40                  | 0.47                  |
| 10-3   | 12.5                                 | 0.15   | 0.25                  | 0.30                  |



Tabella 5 - Momenti flettenti e rotazioni

| Solaio | $M_y$ (1)<br>(kNm) | $M_{max}$ (2)<br>(kNm) | $M_u$ (3)<br>(kNm) | $M_r$ (4)<br>(kNm) | $\theta_y$ (rad) (5) |       | $\theta_u$ (rad) (6) |       | $\theta_p$ (rad) (7) |       |
|--------|--------------------|------------------------|--------------------|--------------------|----------------------|-------|----------------------|-------|----------------------|-------|
|        |                    |                        |                    |                    | (8)                  | (9)   | (8)                  | (9)   | (8)                  | (9)   |
|        |                    |                        |                    |                    | l=250                | l=450 | l=250                | l=450 | l=250                | l=450 |
| 01-1   | 29.0               | 32.6                   | 30.9               | 27.8               | .0090                | .0150 | .0380                | .0480 | .0290                | .0330 |
| 01-2   | 29.5               | 33.3                   | 31.6               | 25.5               | .0099                | .0137 | .0424                | .0449 | .0325                | .0312 |
| 01-3   | 29.7               | 33.5                   | 31.8               | 27.3               | .0098                | .0157 | .0460                | .0517 | .0362                | .0360 |
| 02-1   | 27.0               | 31.6                   | 30.0               | 26.7               | n.a.                 | n.a.  | .1510                | .1630 | n.a.                 | n.a.  |
| 02-2   | 29.0               | 30.3                   | 28.8               | 26.8               | .0044                | .0087 | .1070                | .1110 | .1026                | .1023 |
| 02-3   | 28.1               | 31.2                   | 29.6               | 28.7               | .0052                | .0120 | .1210                | .1440 | .1166                | .1320 |
| 03-1   | 30.2               | 32.6                   | 31.0               | 27.7               | .0120                | .0190 | .0750                | .0820 | .0630                | .0630 |
| 03-2   | 27.0               | 30.6                   | 29.0               | 26.7               | .0086                | .0158 | .0605                | .0714 | .0518                | .0556 |
| 03-3   | 28.0               | 31.6                   | 30.1               | 28.9               | .0071                | .0158 | .0738                | .0830 | .0667                | .0672 |
| 04-1   | 11.0               | 12.3                   | 11.7               | 7.5                | .0080                | .0130 | .0190                | .0250 | .0110                | .0120 |
| 04-2   | 10.3               | 11.6                   | 11.0               | 9.1                | .0037                | .0094 | .0151                | .0226 | .0113                | .0132 |
| 04-3   | 10.8               | 12.2                   | 11.6               | 9.7                | .0034                | .0108 | .0149                | .0241 | .0115                | .0133 |
| 05-1   | 10.9               | 13.5                   | 12.8               | 11.8               | .0020                | .0075 | .0460                | .0630 | .0440                | .0555 |
| 05-2   | 12.0               | 14.9                   | 14.2               | 12.7               | .0066                | .0103 | .0502                | .0622 | .0437                | .0513 |
| 05-3   | 12.1               | 14.4                   | 13.7               | 13.0               | .0048                | .0112 | .0516                | .0716 | .0468                | .0604 |
| 06-1   | 8.9                | 11.2                   | 10.6               | 8.1                | .0090                | .0120 | .0600                | .0690 | .0510                | .0570 |
| 06-2   | 9.9                | 11.2                   | 10.7               | 7.6                | .0086                | .0091 | .0454                | .0453 | .0368                | .0363 |
| 06-3   | 10.7               | 11.6                   | 11.0               | 9.0                | .0087                | .0155 | .0329                | .0465 | .0243                | .0309 |
| 07-1   | 17.4               | 19.6                   | 18.6               | 17.7               | .0065                | .0140 | .0400                | .0520 | .0355                | .0380 |
| 07-2   | 18.0               | 20.3                   | 19.3               | 17.6               | .0053                | .0111 | .0355                | .0440 | .0302                | .0329 |
| 07-3   | 18.7               | 21.1                   | 20.0               | 16.8               | .0072                | .0092 | .0322                | .0368 | .0250                | .0277 |
| 08-1   | 17.0               | 19.2                   | 18.2               | 15.0               | .0120                | .0160 | .0650                | .0710 | .0530                | .0550 |
| 08-2   | 16.3               | 18.4                   | 17.5               | 15.7               | .0083                | .0107 | .0735                | .0731 | .0652                | .0624 |
| 08-3   | 16.4               | 18.5                   | 17.6               | 15.4               | .0074                | .0110 | .0664                | .0702 | .0590                | .0592 |
| 11-1   | 10.3               | 11.1                   | 10.5               | 9.4                | .0070                | .0130 | .0560                | .0640 | .0490                | .0510 |
| 11-2   | 9.6                | 10.9                   | 10.3               | 9.9                | .0086                | .0092 | .0608                | .0715 | .0522                | .0620 |
| 11-3   | 9.6                | 10.9                   | 10.3               | 9.8                | .0118                | .0119 | .0792                | .0715 | .0614                | .0596 |
| 12-1   | 9.3                | 10.3                   | 9.8                | 9.1                | .0140                | .0170 | .0750                | .0810 | .0610                | .0640 |
| 12-2   | 9.8                | 11.1                   | 10.5               | 9.4                | .0116                | .0138 | .0663                | .0696 | .0547                | .0557 |
| 12-3   | 12.7               | 10.7                   | 10.1               | 9.9                | .0109                | .0104 | .0400                | .0428 | .0290                | .0324 |
| 09-1   | 9.4                | 10.6                   | 10.1               | 7.4                | .0064                | .0085 | .0177                | .0208 | .0113                | .0123 |
| 09-2   | 10.5               | 11.2                   | 10.7               | 8.0                | .0065                | .0085 | .0213                | .0257 | .0148                | .0172 |
| 09-3   | 10.2               | 11.3                   | 10.7               | 7.4                | .0054                | .0084 | .0177                | .0219 | .0123                | .0135 |
| 10-1   | 9.1                | 10.3                   | 9.8                | 8.7                | .0088                | .0151 | .0794                | .0909 | .0706                | .0758 |
| 10-2   | 9.0                | 10.2                   | 9.6                | 9.0                | .0106                | .0176 | .0808                | .0985 | .0702                | .0809 |
| 10-3   | 8.9                | 10.1                   | 9.6                | 7.7                | .0131                | .0132 | .0851                | .0852 | .0720                | .0720 |

(1) allo snervamento dell'acciaio

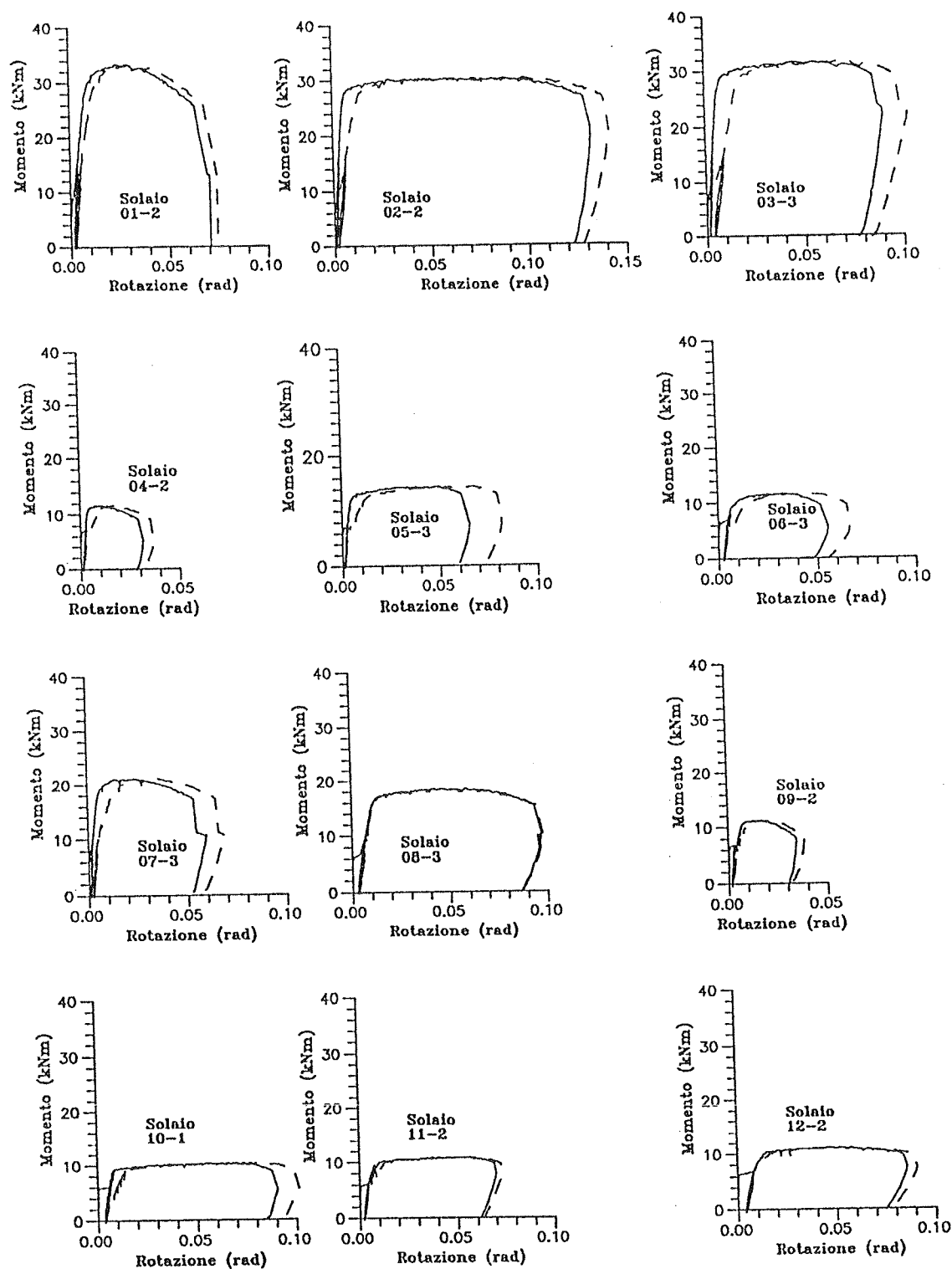
(2) massimo osservato nel corso della prova

(3)  $M_u = 0.95 M_{max}$ (4) valore raggiunto al termine della prova  
(rottura di una o più barre)(5) rotazione in mezzeria ( $M=M_y$ )(6) rotazione ultima in mezzeria ( $M=M_u$ )(7) rotazione plastica in mezzeria ( $\theta_p = \theta_u - \theta_y$ )

(8) valori della rotazione determinati su una base di 250 mm

(9) come (8) ma con base di 450 mm

N.B. per i solai 9 e 10 le basi sono  
di 226 mm e 452 mm rispettivamente



— rotazione rilevata sulla base di 250 mm  
 - - rotazione rilevata sulla base di 450 mm

Fig. 9 - Curve momenti-rotazioni nella sezione di mezzeria per 12 elementi scelti tra i 36 provati.

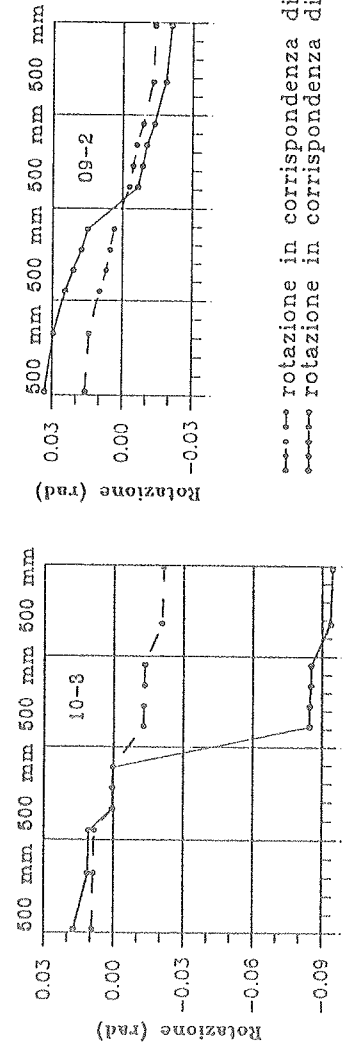
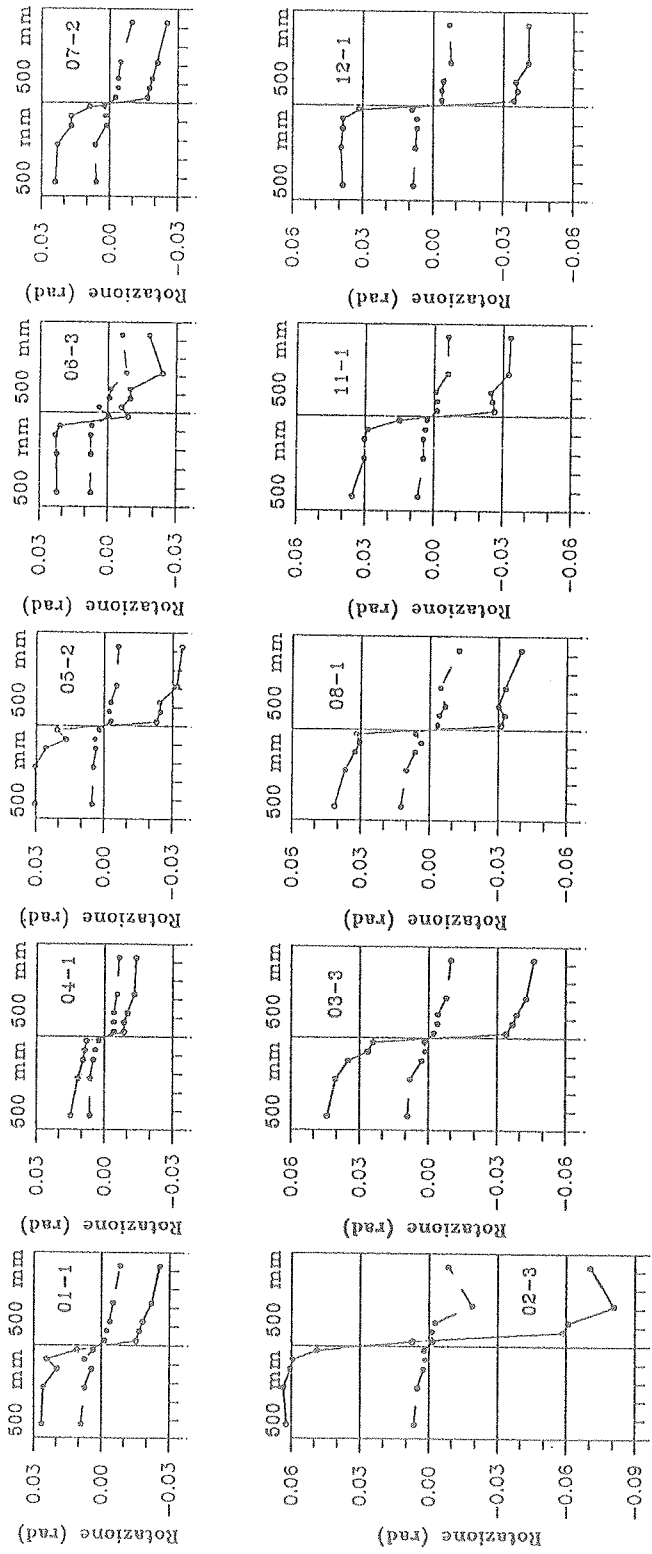


Fig. 10 - Rotazioni nel tronco di solaio centrato sulla mezzetria, rilevate con gli inclinometri.

- - - - - rotazione in corrispondenza di  $M = M_y$   
 - - - - - rotazione in corrispondenza di  $M = M_u = 0.95 \cdot M_{max}$

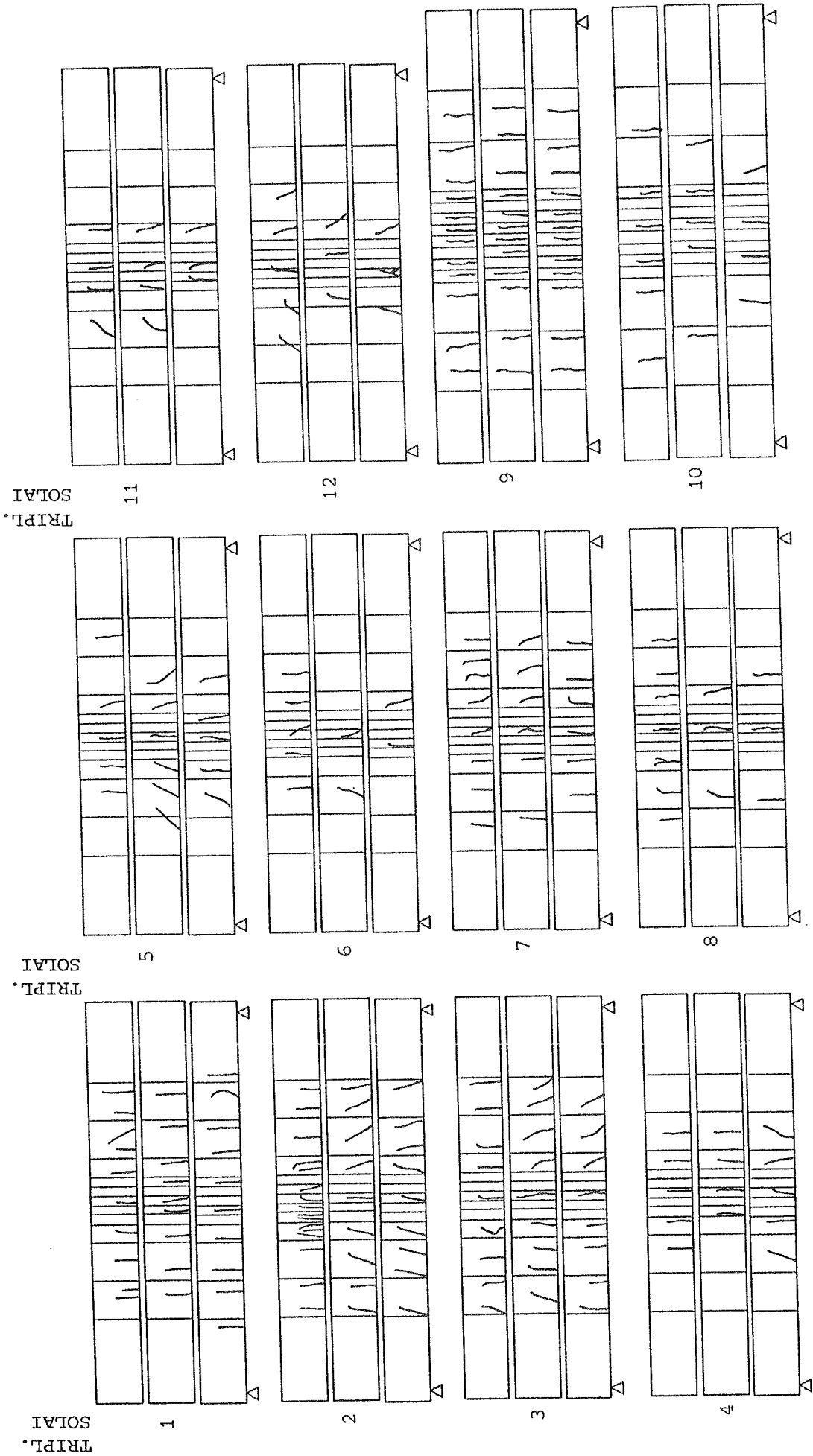


Fig. 11 - Quadri fessurativi per i 36 elementi provati

triplette di solai. Ogni diagramma e' rappresentato con riferimento a due basi di misura diverse, sempre centrate sulla sezione di mezzeria.

La figura 10 riporta i valori delle rotazioni misurati dagli inclinometri in un certo numero di sezioni nell'intorno della mezzeria per i dodici solai scelti ad esempio. Le rotazioni riportate sono relative a due diversi valori del momento flettente, rappresentativi del comportamento globale, ovvero  $M_y$  e  $M_u$ .

La figura 11 consente di confrontare i quadri fessurativi rilevati al termine delle prove su ciascuno dei trentasei solai.

#### 4. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Una prima considerazione e' relativa all'ampiezza delle fessure rilevate in condizioni di esercizio sia nel caso di acciai nervati sia nel caso di acciai lisci: dalla tabella 4 e' possibile rilevare l'attesa maggiore ampiezza delle fessure nel caso di barre lisce; tuttavia va rilevato che in generale le ampiezze non superano valori comunemente ritenuti accettabili per determinate condizioni di uso. Un controllo dell'ampiezza delle fessure nel caso di reti lisce potrebbe essere ottenuto variando la distanza tra le barre trasversali che garantiscono un'aderenza di tipo meccanico.

L'esame dei quadri fessurativi (fig. 11) consente di confermare tale effetto: ad esempio nei casi 9 e 10 (corrispondenti ai solai provati con carico distribuito) e' evidente la notevole aderenza delle barre nervate (le fessure hanno una distanza media dell'ordine di 50 mm) e il vincolo meccanico di aderenza offerto dalle barre trasversali nel caso di acciaio liscio (il passo delle fessure corrisponde alla distanza tra le barre trasversali o ad un suo multiplo).

Nella maggior parte dei casi con carico concentrato le fessure corrispondono alle barre trasversali; solo in due casi (entrambi armati con barre lisce) le fessure distano 300 mm anziche' 150 mm.

La figura 9 permette di confrontare le capacita' di rotazione ottenute con acciai di tipo A e B: le duttilita' in rotazione ottenibili da campioni armati con acciai di tipo A sono generalmente piu' che doppie rispetto a quelle ottenibili utilizzando acciai di tipo B (per questi ultimi la duttilita' ottenibile e' dell'ordine di 4, quindi del tutto insufficiente); ne consegue l'importanza della capacita' di allungamento dell'acciaio quando si utilizzino barre ad aderenza migliorata.

Nei casi armati con acciaio liscio la duttilita' in rotazione e' dell'ordine di 6-8: la maggiore capacita' di rotazione e' parzialmente imputabile alla minore aderenza che consente una maggiore distribuzione della plasticizzazione delle barre. In altre parole la maggiore ampiezza delle fessure cui si e' fatto cenno trova riscontro in maggiori lunghezze di barre interessate dallo snervamento.

In figura 10 si osservi come la rotazione plastica si concentri in prossimita' della mezzeria; la determinazione della lunghezza della cerniera plastica e' in questo caso possibile essenzialmente sulla base delle sole caratteristiche di aderenza, poiche' come e' stato illustrato in figura 8 solo nella fessura centrale l'acciaio si

snerva. Solo nel caso di carico distribuito ed armatura ad aderenza migliorata si ha interessamento delle fessure vicine.

La figura 12 infine compendia i risultati ottenuti in termini di rotazione plastica e li confronta con le curve proposte dal Model Code 90 del CEB [7]. Si osservi come le rotazioni plastiche ottenibili siano sistematicamente superiori ai valori richiesti nel MC 90, ma al contempo come non sia affatto uniforme il rapporto tra rotazione ottenibile e rotazione richiesta. La forma delle curve proposte dal CEB e' approssimativamente confermata, ma l'acciaio con capacita' di allungamento maggiore sembra essere molto piu' sensibile ad una diminuzione della percentuale di armatura e del diametro delle barre.

Dal punto di vista normativo pare opportuno sottolineare come sia in generale trascurata l'importanza dell'aderenza (proporzionale al diametro delle barre) nella valutazione della capacita' di rotazione delle zone critiche: con barre di piccolo diametro si uniscono gli svantaggi dovuti alle peggiori caratteristiche di allungamento dell'acciaio (fig. 4) a quelli di un'aderenza troppo elevata.

L'uso di barre lisce puo' essere raccomandato nel caso di reti elettrosaldate, purché la distanza tra le barre trasversali sia accuratamente valutata al fine di garantire l'assenza di fessure troppo aperte in condizioni di esercizio.

La definizione di diametri minimi e di minime percentuali di armatura (superiori a quelle comunemente accettate) sembra particolarmente importante nel caso di barre ad aderenza migliorata, quando si voglia garantire una certa capacita' di rotazione plastica.

## 5. RINGRAZIAMENTI

Il programma sperimentale presentato in questo lavoro e' stato finanziato dalla Federacciai. Gli autori esprimono la loro gratitudine al professor G. Macchi per il suo supporto ed i suoi suggerimenti.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB-FIP, Model Code for Concrete Structures, Bulletin d'Information CEB No. 124/125, 1978
- [2] MACCHI G., Ductility Condition for Simplified Design without Check of Compatibility, Bulletin d'Information CEB No. 105, 1976
- [3] SIVIERO E., Rotation Capacity of Monodimensional Members in Structural Concrete, ibidem
- [4] ELIGEHAUSEN R., LANGER P., Rotation Capacity of Plastic Hinges and Allowable Degree of Moment Redistribution, Bulletin d'Information CEB No. 175, 1987
- [5] COSENZA E., GRECO C., PECCE M., Rotazioni Plastiche ed Duttilita' Richieste nelle Travi Continue in C.A. L'Industria Italiana del Cemento, 1, 1990

- [6] COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES, Eurocode No. 2, Common Unified Rules for Concrete Structures, Final Draft, 1988
- [7] CEB-FIP, Model Code for Concrete Structures, First Draft, Bulletin d'Information CEB No. 195/196, 1990
- [8] CALVI G.M., CANTU' E., MACCHI G., MAGENES G., Experimental Investigation on the Rotation Capacity of Concrete Slab Elements Reinforced with Welded Wire Meshes - Part 1: Test Results, Rapporto N. 33, Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Universita' di Pavia, 1990

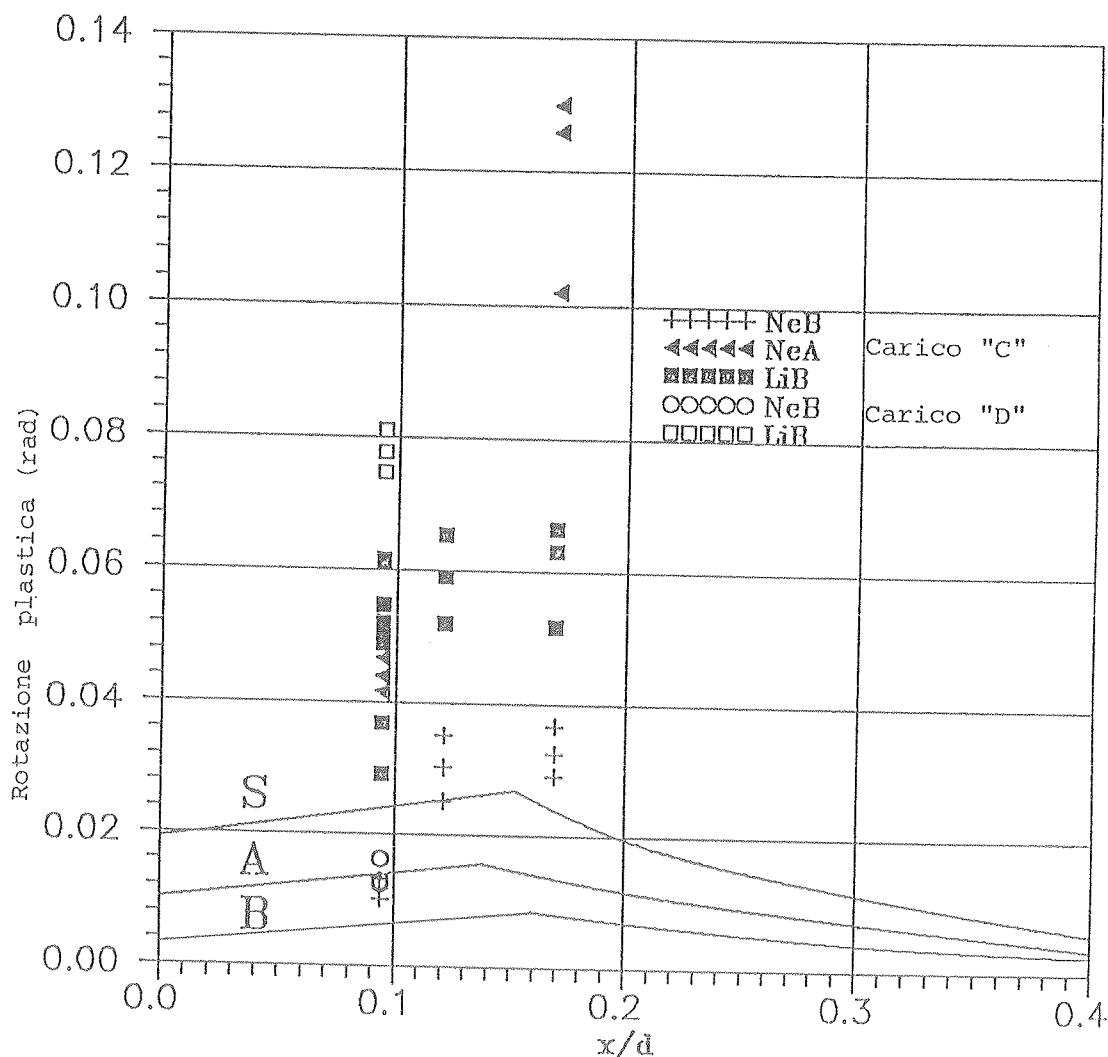


Fig. 12 - Rotazione plastica in funzione della posizione dell'asse neutro: confronto tra valori sperimentali e curve proposte nel CEB Model Code (draft marzo '90).

**ANALISI NON LINEARE DI PANNELLI IN CALCESTRUZZO ARMATO**

Vincenzo COLOTTI  
Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria - Arcavacata di Rende





## ANALISI NON LINEARE DI PANNELLI IN CALCESTRUZZO ARMATO

Vincenzo COLOTTI

Dipartimento di Strutture - Università della Calabria  
ARCAVACATA DI RENDE (COSENZA)

### SOMMARIO

Viene sviluppato un modello analitico per simulare il comportamento isteretico di pannelli in c.a. soggetti a sforzi in regime di membrana. La sua formulazione si basa sulla cosiddetta "Truss Model Theory" e consente di tener conto dei principali fenomeni fisici osservati sperimentalmente. Mediante un'indagine numerica, condotta con riferimento ad alcuni pannelli in c.a. per i quali sono disponibili i risultati sperimentali, viene mostrata l'affidabilità del modello proposto.

### SUMMARY

An analytical model is proposed to simulate the hysteretic behaviour of R.C. panels under membrane-type loading. The model is based on the Truss Model Theory and allows the taking into account of many experimentally-observed phenomena. By means of numerical tests, carried out for some R.C. panels for which the experimental results are available, the reliability of the model is shown.

### 1. INTRODUZIONE

La simulazione della risposta non lineare di strutture in c.a. sotto l'azione di carichi ciclici, richiede una descrizione sufficientemente accurata del comportamento inelastico dei singoli elementi strutturali. Sebbene adeguati modelli matematici siano stati proposti per la previsione analitica del comportamento di elementi monodimensionali [1-5], diverse incertezze permangono circa la formulazione di un modello affidabile ed efficiente da utilizzare nell'analisi di pannelli in c.a.. Infatti, come hanno indicato recenti ricerche sperimentali e teoriche condotte su strutture con elementi resistenti piani (pareti di

taglio) e soggette a carichi ciclici laterali [6-8], gli usuali modelli analitici disponibili in letteratura non sono in grado di simulare la risposta strutturale con sufficiente accuratezza, principalmente a causa dell'inadeguata idealizzazione del comportamento a taglio dei suddetti elementi piani.

La simulazione del comportamento isteretico di un semplice pannello in c.a. presenta notevoli difficoltà, a causa dei diversi fenomeni, spesso interagenti tra loro, che si verificano: sviluppo, propagazione e variazione di direzione della fessurazione, degradazione di rigidezza e di resistenza del calcestruzzo, incrudimento ed effetto Bauschinger nell'acciaio, effetti d'interazione tra calcestruzzo fessurato e barre metalliche ("shear transfer", "tension stiffening", "bond-slip"), effetti pluriassiali del calcestruzzo, ecc.. Inoltre, il comportamento inelastico di un siffatto elemento risulta influenzato da alcuni parametri che riguardano la geometria strutturale, la storia di carico, la disposizione ed il tipo di armatura.

Vari modelli analitici sono stati proposti per simulare la risposta di elementi bidimensionali in c.a. soggetti a carichi monotoni e/o ciclici [9-13], basati essenzialmente su due approcci di differente complessità: a) modelli microscopici e b) modelli macroscopici.

I modelli microscopici, derivati dall'uso della meccanica dei solidi, sono basati su una dettagliata interpretazione del comportamento locale. Sebbene il loro uso sia desiderabile, essi presentano però alcune difficoltà, dovute sia alla mancanza di modelli di base sufficientemente affidabili mediante i quali simulare adeguatamente il comportamento dei materiali e la loro interazione, sia alla complessità di conseguire la soluzione numerica. L'applicazione diretta di tali modelli per l'analisi di strutture più o meno complesse, è praticamente impossibile ed il loro uso è ristretto principalmente all'analisi di elementi strutturali e/o allo studio di dettagli locali.

I modelli macroscopici tentano di descrivere, invece, il comportamento globale per mezzo di idealizzazioni semplificate. Essi hanno alcune limitazioni, la principale è che usualmente i risultati sono validi solo per le condizioni sulle quali la derivazione del modello è basata. Per la loro relativa semplicità, comunque, essi sono adatti per un uso efficiente nell'analisi di strutture piuttosto complesse.

Nel presente lavoro, avendo come obiettivo lo sviluppo di un modello analitico relativamente semplice e sufficientemente affidabile per simulare la risposta carico-spostamento di pannelli in c.a., tale da poter essere realisticamente implementato in un programma di calcolo per l'analisi statica o dinamica non lineare di strutture complesse in c.a., si rinuncia ad una descrizione locale della risposta stessa mediante una discretizzazione agli elementi finiti. Si cerca, invece, di schematizzare il comportamento strutturale globale dell'intero pannello mediante l'assemblaggio di opportuni elementi monoassiali disposti secondo delle direzioni principali, in accordo con la teoria del "Truss Model". L'adozione di idonei legami costitutivi per gli elementi monoassiali che schematizzano il pannello, consente di tener conto dei principali fenomeni osservati sperimentalmente e descritti in precedenza. Il modello è in grado di descrivere le più importanti componenti di deformazione inelastiche (tagliante ed assiale), oltre che di simulare le principali modalità di rottura di pannelli in c.a.. Mediante un'indagine numerica, condotta con riferimento ad alcuni pannelli in c.a. sottoposti a prove sperimentali da Stevens et al. [14] e da Tomii ed Esaki [15], viene verificata l'affidabilità del modello proposto.

## 2. MODELLAZIONE

Come già detto in precedenza, la formulazione del modello è basata su una schematizzazione semplificata del comportamento strutturale, mediante la quale la risposta del pannello viene descritta riferendosi a grandezze statiche e cinematiche globalmente significative. Si rinuncia, pertanto, ad una descrizione locale della risposta in cambio di notevoli vantaggi dal punto di vista dell'economia dell'analisi.

Il modello schematizza il generico pannello come un insieme di elementi monoassiali disposti secondo la direzione delle armature e delle direzioni principali di deformazione del pannello e che simulano, rispettivamente, il comportamento medio dell'acciaio e del calcestruzzo. Per i suddetti elementi sono stati assunti legami costitutivi piuttosto raffinati, al fine di descrivere i principali fenomeni che interessano i materiali ed il loro legame d'unione: fessurazione, degradazione di rigidità e di resistenza del calcestruzzo, incrudimento ed effetto Bauschinger dell'acciaio, effetto di "tension stiffening", ecc..

Per simulare il complesso comportamento del calcestruzzo in regime biassiale, viene adottato un approccio di tipo monodimensionale, basato su relazioni  $\sigma$ - $\epsilon$  uniassiali equivalenti relative a ciascuna direzione principale di deformazione (o di tensione).

La formulazione del modello è basata sulle condizioni di equilibrio, di congruenza e sui legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio.

Vengono fatte le seguenti ipotesi:

- il calcestruzzo e l'acciaio sono perfettamente aderenti sul contorno del pannello (condizione di congruenza);
- le armature longitudinali e trasversali sono disposte uniformemente dentro il pannello;
- i carichi esterni sono uniformemente distribuiti lungo i bordi del pannello;
- il calcestruzzo per effetto dei carichi reagisce con un sistema di tensioni principali di trazione e di compressione, definito da un angolo d'inclinazione  $\alpha$  che può essere variabile durante la storia di carico;
- le direzioni principali di deformazione del pannello coincidono con quelle del calcestruzzo;
- l'acciaio reagisce con solo sforzo assiale nella direzione delle barre, mentre viene trascurato l'effetto di "dowel action";
- il pannello si deforma in modo che i bordi rettilinei e paralleli tra di loro nello stato indeformato restino tali anche dopo la deformazione;
- i legami costitutivi dei materiali sono espressi in termini di tensioni e deformazioni medie (approccio "smeared crack");
- le fessure sono sempre ortogonali alla direzione della deformazione principale di trazione e ruotano come ruota tale direzione, supponendo che quelle presenti si chiudano mentre si formano le nuove;
- le direzioni principali di tensione e di deformazione nel calcestruzzo sono assunte coincidenti.

Con riferimento alle ultime due ipotesi, è da rilevare che esse, pur non essendo completamente realistiche, non incidono sensibilmente sull'attendibilità dei risultati numerici che si conseguono, come hanno mostrato alcune analisi [11,14,16].

Si consideri un pannello in c.a. con armatura disposta secondo due

direzioni ortogonali  $x$  e  $y$  e soggetto sui bordi alle tensioni normali  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  e tensione tangenziale  $\tau_{xy}$  (fig.1a). Per l'equilibrio, tali tensioni devono essere assorbite dall'azione combinata del calcestruzzo e dell'acciaio. Indicate con  $\sigma_{sx}$  e  $\sigma_{sy}$  le tensioni medie nell'armatura nelle direzioni  $x$  e  $y$ , rispettivamente, e con  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  le tensioni principali medie nel calcestruzzo, le condizioni d'equilibrio del pannello si scrivono:

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha + \rho_x \sigma_{sx} \quad (1a)$$

$$\sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha + \rho_y \sigma_{sy} \quad (1b)$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha \quad (1c)$$

essendo  $\rho_x$  e  $\rho_y$  le percentuali geometriche di armatura nelle direzioni  $x$  e  $y$ , rispettivamente, ed  $\alpha$  l'angolo d'inclinazione tra il sistema di riferimento  $x$ - $y$  e gli assi principali 1-2 (v. fig.1c).

Lo stato di deformazione del pannello sia caratterizzato dalle componenti di deformazione normale  $\epsilon_x$  ed  $\epsilon_y$  e dallo scorrimento relativo  $\gamma_{xy}$  (fig.1b). Esse possono essere espresse attraverso le deformazioni principali  $\epsilon_1$  ed  $\epsilon_2$  mediante le seguenti relazioni di trasformazione:

$$\epsilon_x = \epsilon_1 \cos^2 \alpha + \epsilon_2 \sin^2 \alpha \quad (2a)$$

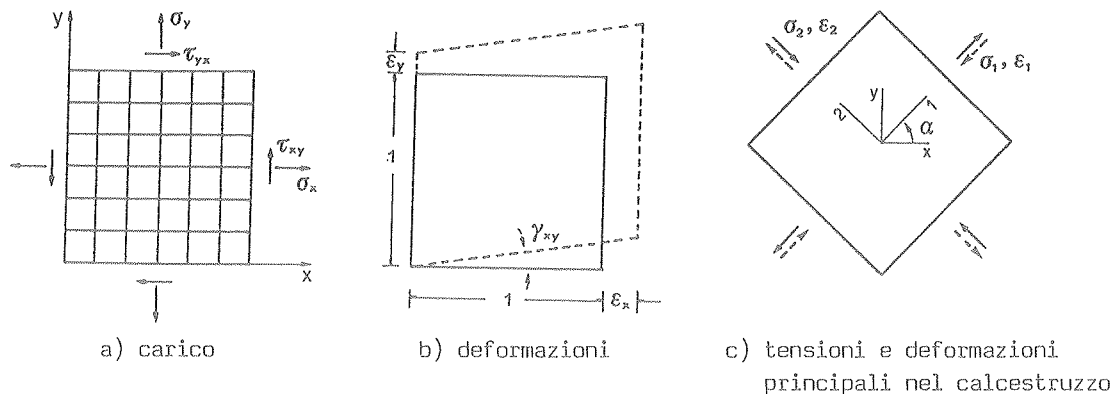
$$\epsilon_y = \epsilon_1 \sin^2 \alpha + \epsilon_2 \cos^2 \alpha \quad (2b)$$

$$\gamma_{xy} = 2(\epsilon_1 - \epsilon_2) \sin \alpha \cos \alpha \quad (2c)$$

ed avendosi, inoltre:

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \gamma_{xy} / (\epsilon_x - \epsilon_y) \quad (3)$$

Il comportamento dei materiali e l'effetto di "tension stiffening" dovuto al legame di aderenza, vengono descritti attraverso i legami costitutivi di seguito riportati.



Figg.1 - Condizioni di carico e di deformazione per un pannello in c.a.

## 2.1 Legame $\sigma$ - $\varepsilon$ dell'acciaio

Per simulare il comportamento ciclico dell'acciaio si e' fatto riferimento al modello proposto da Menegotto-Pinto [17] e rappresentato in fig. 2a. Tra i vari legami  $\sigma$ - $\varepsilon$  disponibili in letteratura, esso offre un buon compromesso tra efficienza numerica ed accuratezza di rappresentazione del comportamento inelastico del materiale. L'espressione proposta per tale legame e' la seguente:

$$\bar{\sigma} = b\bar{\varepsilon} + (1-b)\bar{\varepsilon}/(1+|\bar{\varepsilon}|^R)^{1/R} \quad (4)$$

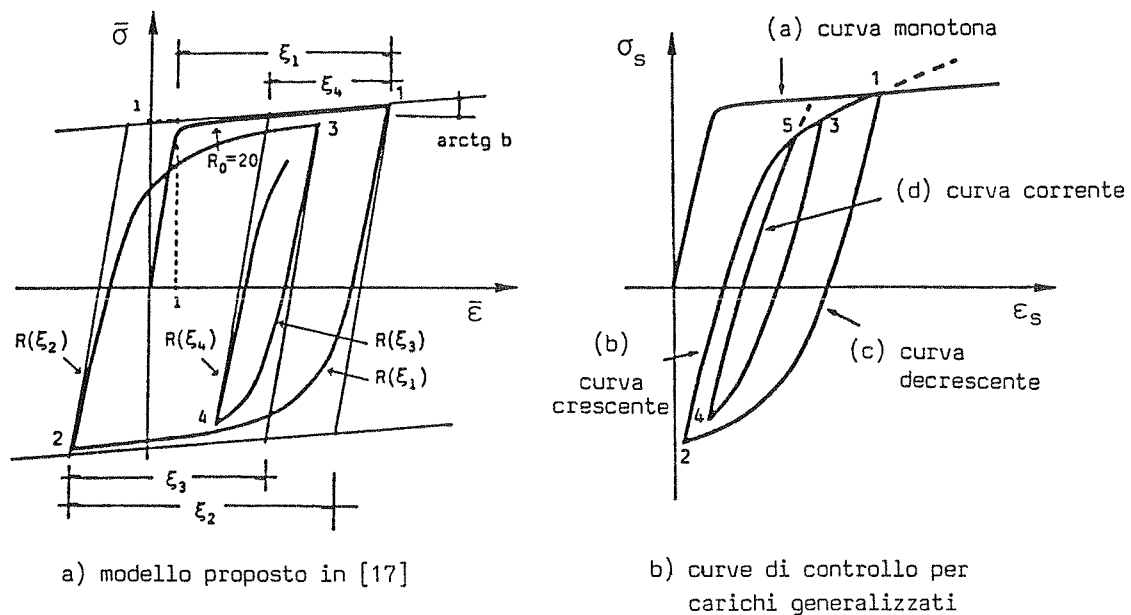
e rappresenta la curva di transizione fra due asintoti, le cui direzioni sono individuate dalla schematizzazione bilineare della curva di primo carico.

Nell'equazione (4)  $\bar{\sigma}$  e  $\bar{\varepsilon}$  valgono  $\bar{\sigma} = \sigma_s/\sigma_s^y$  e  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_s/\varepsilon_s^y$  per la curva di primo carico, mentre per le curve d'isteresi susseguenti alla prima inversione di carico sono date da  $\bar{\sigma} = (\sigma_s - \sigma_{si})/2\sigma_s^y$ ,  $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_s - \varepsilon_{si})/2\varepsilon_s^y$ . Nelle precedenti relazioni i vari simboli hanno il seguente significato:

- $\sigma_s^y$ ,  $\varepsilon_s^y$  sono le coordinate del punto d'intersezione degli asintoti relativi alla curva di primo carico, punto che puo' essere assimilato in prima approssimazione a quello di snervamento;
- $\sigma_{si}$ ,  $\varepsilon_{si}$  sono le coordinate del piu' recente punto d'inversione del carico;
- $b$  e' il rapporto d'incrudimento;
- $R$  e' un parametro che determina la forma della curva di transizione tra i due asintoti, ed e' funzione dell'escursione in campo plastico avvenuta durante il precedente ciclo di carico, tramite l'espressione:

$$R = 20 - 18.5 \xi / (0.15 + \xi) \quad (5)$$

in cui il parametro adimensionale  $\xi$  misura l'escursione in campo



Figg. 2 - Legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  assunto per l'acciaio

plastico tra due punti d'inversione consecutiva, secondo quanto indicato in fig. 2a.

Il modello così come proposto è in grado di simulare correttamente cicli di deformazione crescenti e simmetrici rispetto all'origine. Nel caso di storie di carico generalizzate, occorre invece introdurre una serie di regole aggiuntive per tener conto della precedente storia di carico, in particolare dei cicli di ricarico non percorsi completamente. Allo scopo di limitare il numero di informazioni da memorizzare per ricostruire tutte le precedenti curve di ricarico che siano rimaste incomplete, si fa riferimento ad una formulazione semplificata basata sulla memorizzazione dei parametri che definiscono un limitato numero di curve fondamentali (v. fig.2b):

- curva monotona iniziale;
- curva crescente con origine nel punto caratterizzato dalla deformazione minima;
- curva decrescente con origine nel punto caratterizzato dalla deformazione massima;
- curva corrente con origine nel più recente punto d'inversione del carico.

Per la descrizione delle regole che definiscono i cicli di carico, si rimanda ad un precedente lavoro [19].

## 2.2 Legame $\sigma$ - $\epsilon$ del calcestruzzo

Per la descrizione del legame costitutivo del calcestruzzo si è fatto riferimento al modello originariamente proposto da Bolong et al. [18] per cicli di carico ad ampiezza crescente e successivamente generalizzato in [19] per storie di carico generiche. Esso consente di tener conto in maniera sufficientemente accurata dei principali fenomeni legati al comportamento ciclico del materiale: degradazione di resistenza e di rigidità, dissipazione d'energia per isteresi, apertura e chiusura progressiva di fessure con insorgenza di tensioni di contatto.

Il modello, caratterizzato da una curva inviluppo di primo carico e da curve di scarico e ricarico, risulta definito dalle equazioni di seguito riportate:

a) curva inviluppo di primo carico:

$$\sigma = 2\sigma_0\epsilon/(\epsilon + \epsilon_0) \quad , \quad \epsilon \leq \epsilon_0 \quad (7)$$

$$\sigma = \sigma_0\{1 - [200(\epsilon - \epsilon_0)]^2\} \quad , \quad \epsilon_0 \leq \epsilon \leq \epsilon_k \quad (8)$$

$$\sigma = 0.3\sigma_0 \quad , \quad \epsilon_k \leq \epsilon \leq \epsilon_u \quad (9)$$

b) curve relative alla fase di scarico:

$$\sigma = \sigma_i(\epsilon - 0.2\epsilon_i)/(1.8\epsilon_i - \epsilon) \quad , \quad \epsilon_i \leq \epsilon_0 \quad (10)$$

$$\sigma = \sigma_i(2\epsilon - \epsilon_i)/(3\epsilon_i - 2\epsilon) \quad , \quad \epsilon_i > \epsilon_0 \quad (11)$$

c) curve relative alla fase di ricarico:

$$\sigma = \sigma_n[1 - 2\epsilon/(\epsilon + \epsilon_T)] \quad , \quad \epsilon_T \leq \epsilon \leq 0 \quad (12)$$

$$\sigma = \sigma_n(1 - \epsilon/\epsilon_0) + 2\sigma_0\epsilon/(\epsilon + \epsilon_0) \quad , \quad \epsilon_i \leq \epsilon_0 \quad \text{e} \quad 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_0 \quad (13a)$$

$$\sigma = \sigma_n(1 - \varepsilon/\varepsilon_i) + 4\sigma_i\varepsilon\varepsilon_0 / [(\varepsilon + \varepsilon_i)(\varepsilon_0 + \varepsilon_i)] \quad , \quad \varepsilon_i > \varepsilon_0 \quad \text{e} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_p \quad (13b)$$

$$\sigma = \sigma' + 2(\sigma_0 - \sigma')(\varepsilon - \varepsilon') / (\varepsilon_0 + \varepsilon - \varepsilon') \quad , \quad \varepsilon_i \leq \varepsilon_0 \quad \text{e} \quad \varepsilon' > 0 \quad (14)$$

ove  $\varepsilon_T$  e  $\sigma_n$  valgono:

$$\varepsilon_T = -|\varepsilon_t|_{\max} [0.1 + 0.9\varepsilon_0 / (\varepsilon_0 + |\varepsilon_t|_{\max})] \quad (15a)$$

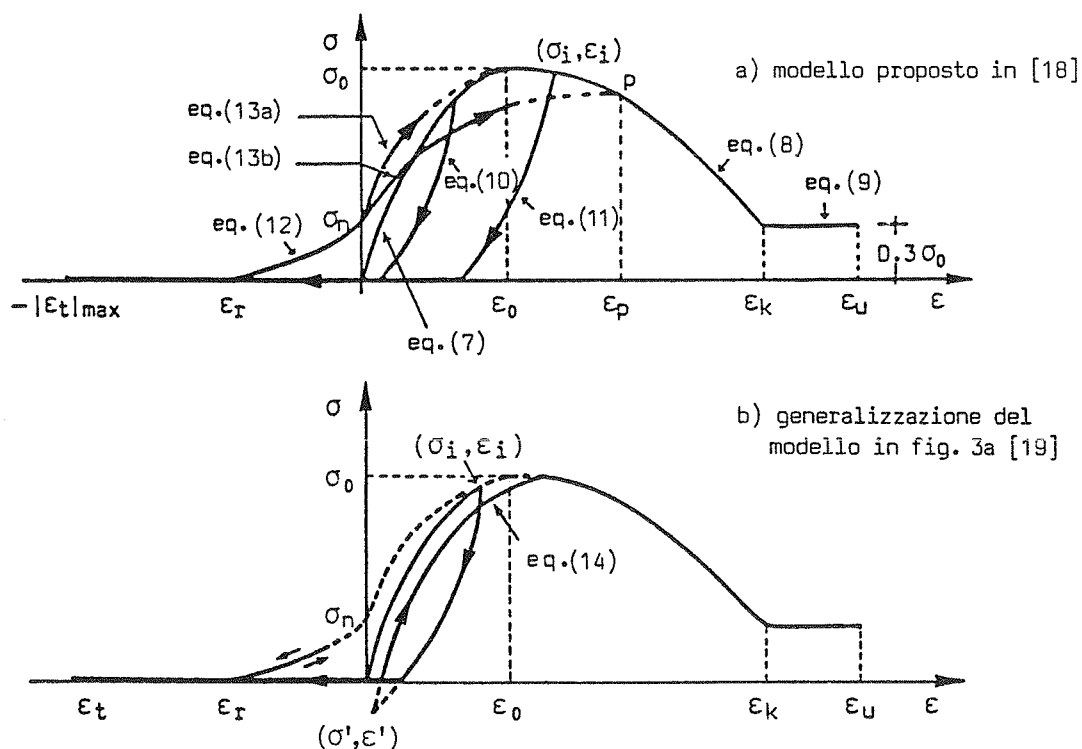
$$\sigma_n = 0.3\sigma_0 [2 + (|\varepsilon_T|/\varepsilon_0 - 4) / (|\varepsilon_T|/\varepsilon_0 + 2)] \quad (15b)$$

Il significato dei simboli che figurano nelle (7)-(15) e' deducibile dalle figg.3. Per una piu' dettagliata descrizione delle leggi di rappresentazione del comportamento del materiale, si rimanda al lavoro gia' citato [19].

E' opportuno sottolineare che il legame rappresentato dalle (7)-(15) e' stato determinato sulla base di prove sperimentali effettuate su travi in c.a., pertanto con il calcestruzzo sollecitato in regime essenzialmente monoassiale. Per tener conto, allora, degli effetti biassiali del calcestruzzo, basandosi su semplici relazioni uniassiali equivalenti riferite alle direzioni degli assi principali, si fa riferimento al legame di degradazione della resistenza proposto da Vecchio e Collins [11], espresso mediante la relazione:

$$\sigma_0 = f'_c / (0.8 - 0.34 \varepsilon_1 / \varepsilon_0) \leq 1 \quad (16)$$

essendo  $f'_c$  la resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo,  $\varepsilon_0$  la corrispondente deformazione ed  $\varepsilon_1$  la deformazione principale a trazione.



Figg.3 - Legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  assunto per il calcestruzzo compresso



### 2.3 Effetto di "tension stiffening"

Per il calcestruzzo teso non fessurato viene adottato un legame costitutivo di tipo lineare:

$$\sigma = E_c \varepsilon \quad , \quad \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon \leq 0 \quad (17)$$

essendo  $E_c$  il modulo di elasticità ed  $\varepsilon_{cr}$  la deformazione corrispondente all'inizio della fessurazione.

Per quanto riguarda la fase post-fessurata, invece, si fa riferimento ad una relazione  $\sigma$ - $\varepsilon$  dedotta tenendo conto dell'effetto di "tension stiffening".

Negli elementi bidimensionali come i pannelli aventi di solito armature disposte secondo due direzioni ortogonali, il problema della valutazione dell'effetto irrigidente del calcestruzzo teso risulta piuttosto complesso, poiché la direzione di fessurazione è generalmente non ortogonale alla direzione delle armature ed, inoltre, si può verificare anche una variazione della direzione di fessurazione per effetto della rotazione delle direzioni principali di deformazione dopo la fessurazione iniziale. Per semplificare il problema si cerca allora di ridurre l'aspetto del fenomeno da bidimensionale a monodimensionale, attraverso l'introduzione di un'opportuna armatura fittizia, ortogonale alla direzione delle fessure ed equivalente dal punto di vista geometrico e meccanico a quella effettiva.

Con riferimento al pannello di fig.1a, con armature disposte secondo le direzioni  $x$  ed  $y$  e fessurato lungo la direzione individuata dall'angolo  $\alpha$  misurato rispetto all'asse  $x$ , imponendo condizioni di equivalenza in termini di rigidezza e di resistenza tra l'effettiva distribuzione di armatura e l'armatura fittizia normale alla direzione delle fessure ed imponendo, inoltre, che la legge di variazione dell'effetto di "tension stiffening" sia analoga a quella adottata da Rizkalla e Hwang [20] per aste in c.a., si ottengono per il suddetto effetto le seguenti relazioni in termini di legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  del calcestruzzo teso fessurato [21]:

$$\sigma = \{ [(\bar{\rho}_e E_s A \varepsilon + B)^2 + 4AB\bar{\rho}_e(\sigma_{ye} - E_s \varepsilon)]^{1/2} - (\bar{\rho}_e E_s A \varepsilon + B) \} / (2A) \quad , \quad \bar{\varepsilon}_y \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cr} \quad (18a)$$

$$\sigma = \{ [ [\bar{\rho}_e E_s A (\bar{\varepsilon}_y + \Delta \varepsilon \rho_e / \bar{\rho}_e) + B]^2 + 4AB\bar{\rho}_e [\sigma_{ye} - E_s (\bar{\varepsilon}_y + \Delta \varepsilon \rho_e / \bar{\rho}_e)] \}^{1/2} + \\ - [\bar{\rho}_e A E_s (\bar{\varepsilon}_y + \Delta \varepsilon \rho_e / \bar{\rho}_e) + B] \} / (2A) \quad , \quad \Delta \varepsilon < 0 \quad \text{e} \quad \sigma \leq 0 \quad (18b)$$

I simboli che compaiono nelle (18) hanno il seguente significato:  
-  $\rho_e$  è la percentuale geometrica dell'armatura fittizia, valutabile attraverso l'espressione:

$$\rho_e = \sum_{i=1}^2 \rho_i \eta_i \sin^2(\phi_i - \alpha) [\sin^2(\phi_i - \alpha) + m \cos^2(\phi_i - \alpha)] \quad (19)$$

ove  $\rho_i$  = percentuale geometrica dell'armatura  $i$ -esima, disposta secondo l'angolo  $\phi_i$  misurato rispetto all'asse  $x$ ;  $m = \Delta \varepsilon_2 / \Delta \varepsilon_1$ , il rapporto tra gli incrementi di deformazione principale tra due stati successivi di carico;  $\eta_i = E'_{si} / E_s$ , con  $E'_{si}$  modulo di rigidezza incre-

- mentale dell'acciaio ed  $E_s$  modulo di elasticità ( $\eta_i = 1$  nel caso elastico;  $\eta_i = 0$  nel caso plastico senza incrudimento);
- $\bar{\rho}_e$  e' il valore di  $\rho_e$  basato sul modulo di elasticità iniziale ( $\eta_i=1$ );
  - $A = \sigma_{ye} - \sigma_{ce}$ , essendo  $\sigma_{ye}$  il valore della tensione di snervamento nell'armatura fittizia,  $\sigma_{ce}$  la tensione nella stessa armatura calcolata, però, per il carico di prima fessurazione;
  - $B = f'_t \sigma_{ce}$ , essendo  $f'_t$  la resistenza a trazione del calcestruzzo;
  - $\bar{\epsilon}_y$  la deformazione corrispondente alla tensione di primo snervamento dell'armatura fittizia.

I legami forniti dalle (18) sono riportati nella fig.4, ove sono indicate anche le modalità che regolano le fasi di scarico e successivo ricarico. Ulteriori dettagli sul calcolo della varie quantità prima descritte sono riportati in [21].

### 3. METODO D'ANALISI ED APPLICAZIONI NUMERICHE

Al fine di mostrare il tipo di risultati che possono essere ottenuti con il modello descritto nel paragrafo precedente, e' stato sviluppato un programma di calcolo mediante il quale sono stati condotti dei tests numerici con riguardo ad alcuni pannelli in c.a. per i quali sono disponibili i risultati sperimentali. Data la non linearità di comportamento del modello, si e' utilizzata una procedura numerica di tipo incrementale.

La risposta del modello e' governata dalle equazioni di equilibrio (1), di congruenza (2) e dai legami costitutivi (4), (7)-(14), (17)-(18). Ad ogni passo dell'analisi, se risultano note le deformazioni del pannello, il calcolo delle tensioni che causano tali deformazioni risulta immediato attraverso la soluzione diretta di tali equazioni. Nel caso in cui sono note alcune o tutte le componenti di carico applicate al pannello; invece, il calcolo delle corrispondenti deformazioni non e' perseguibile in maniera esplicita e la soluzione viene cercata per via iterativa adottando un processo alla Newton-Raphson.

Supponendo di conoscere le componenti di carico  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  (per es., nulle o costanti durante la storia di carico) e di assegnare la legge

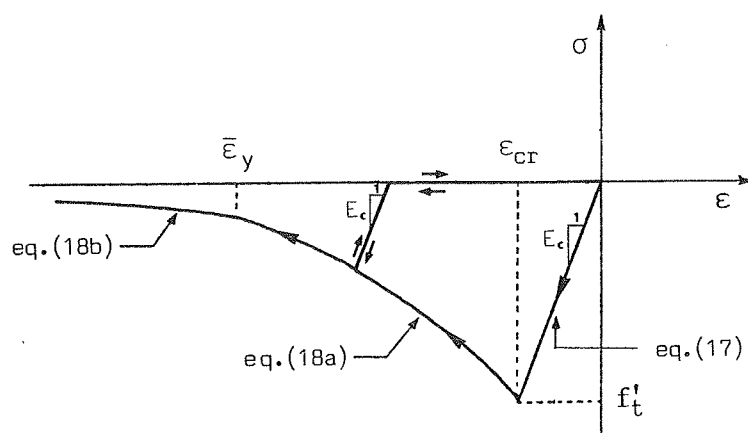


Fig. 4 - Effetto di "tension stiffening" in termini di legame  $\sigma - \epsilon$  del calcestruzzo teso

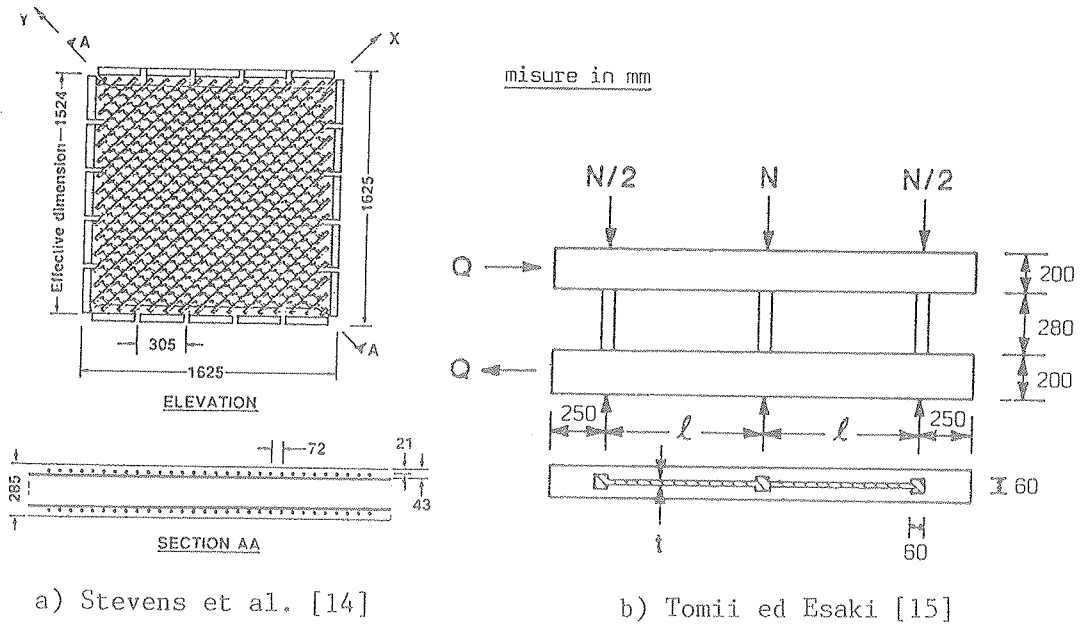
di variazione dello scorrimento relativo  $\gamma_{xy}$ , il problema diventa quello di valutare la tensione tangenziale corrispondente all'assegnato scorrimento. Per il singolo passo dell'analisi, pertanto, noto lo stato iniziale e l'incremento di scorrimento relativo  $\Delta\gamma_{xy}$ , lo stato finale viene determinato mediante il seguente processo iterativo:

- 1) si stimano i valori di  $\epsilon_1$  ed  $\alpha$  (per es., quelli di fine passo precedente);
- 2) si calcolano  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  dalle eqq.(2);
- 3) si calcolano  $\sigma_{sx}$ ,  $\sigma_{sy}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  dalle eqq.(4),(7)-(14),(17)-(18);
- 4) si controllano le condizioni di equilibrio (1). Se risultano soddisfatte, nell'ambito di una prefissata tolleranza, si passa al successivo punto 5), altrimenti attraverso un'idonea matrice d'iterazione si aggiornano i valori di  $\epsilon_1$  ed  $\alpha$  e si torna al punto 2);
- 5) si calcola la tensione tangenziale  $\tau_{xy}$  a fine passo dall'eq.(1c).

Ad ogni passo dell'analisi, la soluzione viene in genere ottenuta dopo poche iterazioni.

Sulla base della procedura prima descritta, e' stata svolta un'indagine numerica al fine di mettere in evidenza che il modello e' in grado di cogliere entrambi gli aspetti di carattere qualitativo e quantitativo della risposta di pannelli in c.a. soggetti a carichi ciclici in regime di membrana.

Una prima serie di prove numeriche e' stata condotta con riferimento a due dei tre pannelli in c.a. testati da Stevens et al. [14]. I due pannelli analizzati, indicati con SE8 e SE9, hanno le stesse dimensioni, 1625x1625x285 mm, e sono armati con barre metalliche disposte secondo la direzione delle diagonali (fig.5a). Nelle prove sperimentali, il carico esterno, di tipo ciclico, e' applicato ai pannelli per mezzo di martinetti agenti in direzione verticale ed orizzontale e tale da produrre in dette direzioni uno stato di tensione della stessa



Figg.5 - Geometria dei pannelli analizzati

intensita' ma di verso opposto. Tale situazione corrisponde all'applicazione delle tensioni principali ai pannelli i quali, rispetto alle direzioni delle armature, risultano assoggettati, pertanto, ad uno stato di puro taglio variabile ciclicamente.

Nella Tab.I sono riportate le principali caratteristiche meccaniche dei materiali, oltre alle percentuali geometriche di armatura.

Tab.I - Principali caratteristiche meccaniche e geometriche dei pannelli analizzati

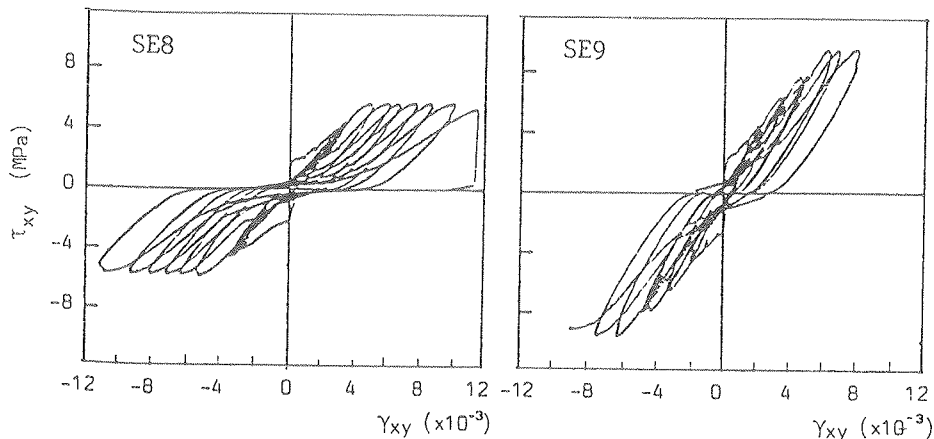
| PANNELLO     | $f'_c$<br>(MPa) | $\sigma'_{sx}$<br>(MPa) | $\sigma'_{sy}$<br>(MPa) | $\rho_x$ | $\rho_y$ |
|--------------|-----------------|-------------------------|-------------------------|----------|----------|
| SE8          | 37.0            | 492.0                   | 479.0                   | 3 %      | 1 %      |
| SE9          | 44.2            | 422.0                   | 422.0                   | 3 %      | 3 %      |
| D2-6/2-H     | 18.5            | 224.6                   | 224.6                   | .6 %     | 1.2 %    |
| D1.5-6/1.5-L | 20.6            | 224.6                   | 224.6                   | .6 %     | 1.6 %    |

Nelle figg.6 sono riportati i risultati analitici e quelli sperimentali per i due pannelli, in termini di legame  $\tau_{xy}-\gamma_{xy}$ . Come si puo' osservare, la correlazione tra le curve sperimentali e quelle analitiche risulta piuttosto buona nei riguardi dei principali aspetti della risposta, quali la resistenza, la rigidezza e l'energia dissipata, quest'ultima intesa come area racchiusa dai cicli d'isteresi. In particolare, risulta ben simulato l'effetto di "pinching" dei cicli isteretici, che rappresenta il fenomeno caratteristico del comportamento ciclico a taglio di elementi strutturali in c.a..

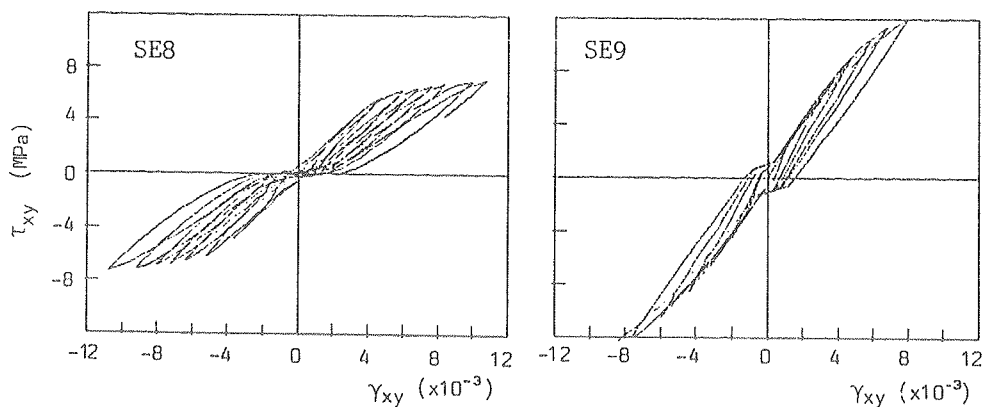
E' da osservare che i risultati relativi al modello proposto sono stati ottenuti trascurando l'effetto di "tension stiffening" del calcestruzzo. Tale assunzione risulta giustificata dal fatto che volendo valutare essenzialmente la risposta del modello per cicli di elevata ampiezza, l'entita' delle deformazioni attinte nei vari cicli e' tale da far ritenere trascurabile l'effetto di "tension stiffening".

Una seconda serie di prove numeriche e' stata effettuata con riferimento ad alcuni pannelli intelaiati ("Framed Wall Panels") sottoposti a prove sperimentali da Tomii ed Esaki [15]. In particolare, si sono analizzati due pannelli, indicati con D2-6/2-H e D1.5-6/1.5-L, le cui caratteristiche geometriche sono riportate in fig. 5b. I suddetti pannelli costituiscono l'elemento irrigidente di un telaio avente travi molto rigide e pilastri flessibili, per cui questi ultimi possono essere considerati come facenti parte degli stessi pannelli ed assemblati insieme alle travi rigide. In un tale telaio, le travi rigide contrastano la possibile espansione del pannello in direzione orizzontale e tale condizione viene simulata, nel modello analitico, imponendo al pannello stesso una deformazione nulla nella suddetta direzione.

I pannelli testati da Tomii ed Esaki, le cui caratteristiche meccaniche sono riportate anche esse in Tab.I, sono assoggettati ad un cari-



a) risultati sperimentali [14]



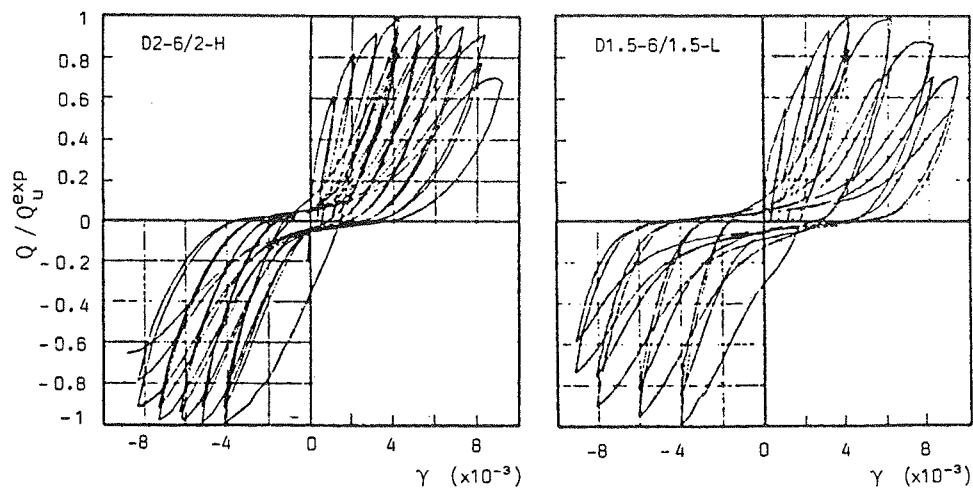
b) risultati numerici (modello proposto)

Figg.6 - Confronto fra risultati sperimentali e numerici per i pannelli testati da Stevens et al. [14]

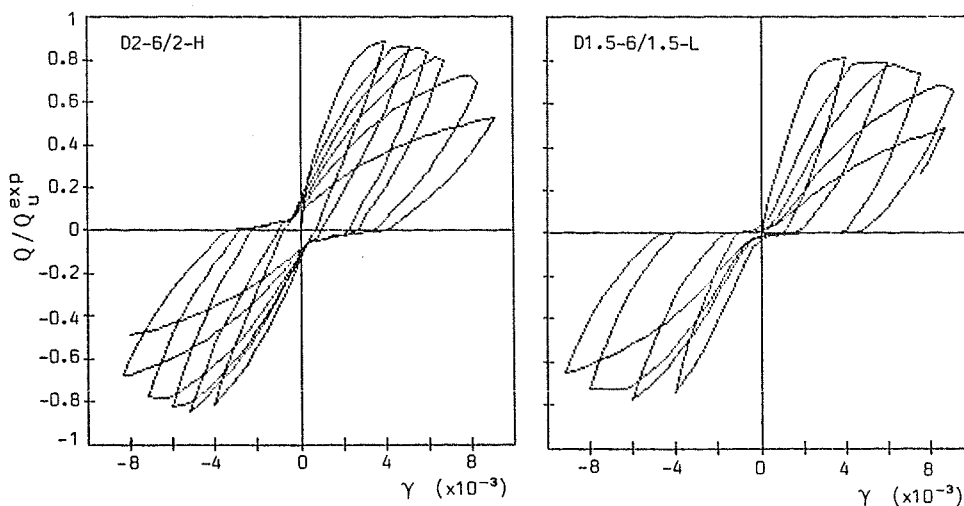
co verticale costante e ad una forza orizzontale variabile ciclicamente. Essi sono stati sottoposti ad un numero ridotto di cicli di carico, tali però da produrre durante ciascuno di essi elevate deformazioni. I carichi verticali, sebbene applicati direttamente sulle colonne, si possono ritenere distribuiti in modo uniforme attraverso le travi rigide sull'assemblaggio pannello-pilastri. Gli stati di tensione e di deformazione generati dai carichi applicati si possono ritenere, con buona approssimazione, anche essi uniformi all'interno del pannello.

I risultati analitici e quelli sperimentali, in termini di legame forza orizzontale-scorrimento relativo, sono riportati nelle figg.7. Il confronto fra le curve sperimentali ed analitiche, fatto per cicli di elevata ampiezza, con esclusione pertanto di quelle a basso carico, poiché si è assunto il pannello totalmente fessurato (effetto di "tension stiffening" nullo), mentre quello effettivo è inizialmente non fessurato, risulta abbastanza soddisfacente, sia dal punto di vista qualitativo che quantitativo.

Allo scopo, inoltre, di avere un'idea sul tipo di risposta che si ottiene per gli elementi monoassiali che schematizzano i pannelli, nelle figg. 8 sono riportati i legami tensione-scorrimento relativo per l'armatura verticale e per gli elementi di calcestruzzo disposti secondo una direzione principale di deformazione.

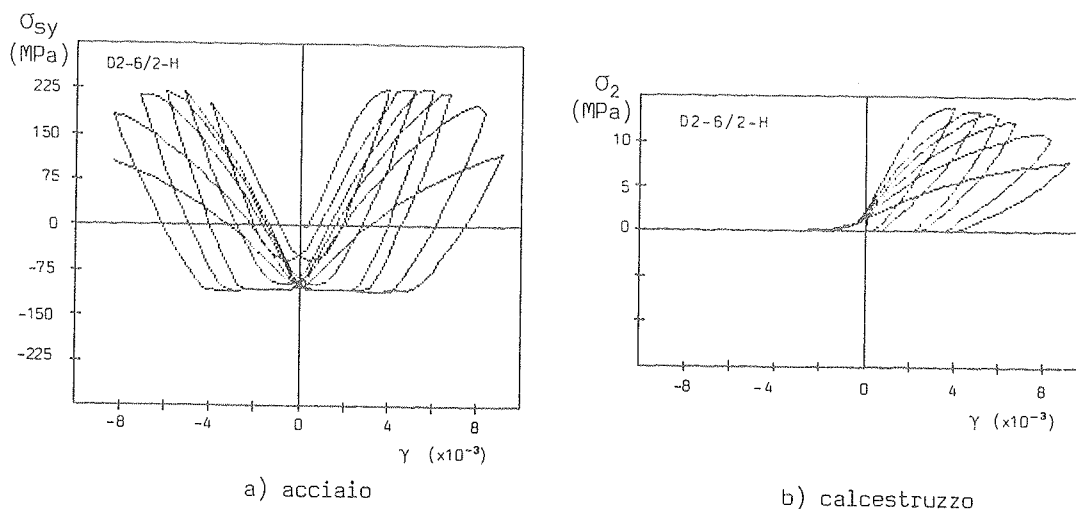


a) risultati sperimentali [15]



b) risultati numerici (modello proposto)

Figg.7 - Confronto fra risultati sperimentali e numerici per i pannelli testati da Tomii ed Esaki [15]



Figg.8 - Risultati numerici relativi all'acciaio ed al calcestruzzo ottenuti con il modello proposto per il pannello D2-6/2-H

#### 4. CONCLUSIONI

E' stato sviluppato un modello analitico per simulare il comportamento isteretico di pannelli in c.a. soggetti a sforzi in regime di membrana.

Il modello consente di schematizzare un generico pannello in c.a. mediante l'assemblaggio di opportuni elementi monoassiali disposti secondo la direzione delle armature e delle deformazioni principali del pannello stesso, in accordo con la teoria del "Truss Model". Per i suddetti elementi monoassiali, che simulano il comportamento medio dell'acciaio e del calcestruzzo, sono stati assunti legami costitutivi piuttosto raffinati, al fine di descrivere i principali fenomeni osservati sperimentalmente (fessurazione e degradazione del calcestruzzo, incrudimento ed effetto Bauschinger dell'acciaio, effetto di "tension stiffening" in regime biassiale, ecc.).

Per mostrare il tipo di risultati che possono essere ottenuti con il modello proposto, e' stato sviluppato un programma di calcolo mediante il quale sono stati condotti dei tests numerici con riferimento ad alcuni pannelli in c.a. per i quali erano disponibili i risultati sperimentali.

Dal confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali e' emerso complessivamente un buon comportamento del modello proposto; in particolare, oltre al fenomeno di degradazione meccanica in regime biassiale, e' risultato ben rappresentato l'effetto di "pinching" che caratterizza il comportamento ciclico a taglio di elementi strutturali in c.a..

Il modello, per la sua semplicità, può essere realisticamente utilizzato nell'ambito dell'analisi statica o dinamica non lineare di strutture piuttosto complesse in c.a. in cui siano presenti elementi bidimensionali sollecitati in regime di membrana (ad es., coperture a guscio, piattaforme marine, edifici multipiano con pareti strutturali di controvento, ecc.).

Per migliorare l'accuratezza dei risultati ottenibili mediante il suddetto modello, si richiede, comunque, una più estesa indagine numerica al fine di migliorare la taratura dei principali parametri che condizionano la risposta, in particolare quei parametri legati alla descrizione del comportamento del calcestruzzo per storie generalizzate di carico.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [ 1 ] Takeda, T., Sozen, M.A., Nielsen, N.N., "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes", J. of the Struct. Div., ASCE, No.ST12, Dec. 1970.
- [ 2 ] Otani, S., "Inelastic Analysis of R/C Frame Structures", J. of the Struct. Div., ASCE, No. ST7, July 1974.
- [ 3 ] Anderson, J.C., Townsend, W.H., "Models for RC Frames with Degrading Stiffness", J. of the Struct. Div., ASCE, No.ST12, Dec.1977.
- [ 4 ] Capecchi, D., Ciampi, V., Vestroni, F., "Un modello per elementi di trave di cemento armato soggetti a carichi ripetuti", Ist. di Scienza delle Costruzioni, Univ. dell'Aquila, Pub. N.32, Feb.1980.
- [ 5 ] Vulcano, A., "Influenza della degradazione di rigidità sul comportamento sismico di strutture intelaiate piane", Dip. di Strutture, Univ. della Calabria, Report N. 55, Giugno 1983.
- [ 6 ] Vallenias, J.M., Bertero, V.V., Popov, E.P., "Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Structural Walls", Report No. UCB/EERC-79/20, Univ. of California, Berkeley, 1979.
- [ 7 ] Bertero, V.V., Aktan, A.E., Charney, F.A., Sause, R., "U.S.-Japan Cooperative Earthquake Research Program: Earthquake Simulation Tests and Associated Studies of a 1/5 th-Scale Model of a 7-Story Reinforced Concrete Test Structure", Report No. UCB/EERC-84/05, Univ. of California, Berkeley, 1984.
- [ 8 ] Vulcano, A., Bertero, V.V., "Analytical Models for Predicting the Lateral Response of R C Shear Walls: Evaluation of their Reliability", Rep. No. UCB/EERC-87/19, Univ. of California, Berkeley, 1987.



- [ 9] Cervenka, V., Gerstle, K.H., "Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels: Experimental Verification and Application", IABSE Bull., Vol. 32-II, 1972.
- [10] Darwin, D, Pecknold, D.A., "Analysis of RC Shear Panels Under Cyclic Loading", J. of the Struct. Div., ASCE, No.ST2, Feb. 1976.
- [11] Vecchio, F.J, Collins, M.P., "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", ACI Journal, No.2, Mar.-Apr. 1986.
- [12] Mau, S.T., Hsu, T.T.C., "Shear Behavior of Reinforced Concrete Framed Wall Panels with Vertical Loads", ACI Structural Journal, No.3, May-June 1987.
- [13] Hoedajanto, D., "Simple Model for Shear Response of R.C. Panels", Procs. 9th WCEE, Vol.VI, Tokio-Kyoto, Japan, 1988.
- [14] Stevens, N.J., Uzumeri, S.M., Collins, M.P., "Reinforced Concrete Elements Subjected to Reversed Shear", Procs. 9th WCEE, Vol.VIII, Tokio-Kyoto, Japan, 1988.
- [15] Tomii, M., Esaki, F., "Design Method of Reinforced Concrete Framed Shear Walls to Sustain Vertical Loads After Shear Failure", Procs. 8th WCEE, Vol. 5, S.Francisco, U.S.A., 1984.
- [16] Crisfield, M.A., Wills,J., "Analysis of R/C Panels Using Different Concrete Models", J. of Eng. Mechanics, ASCE, No.3, Mar.1989.
- [17] Menegotto, M., Pinto, P.E., "Method of Analysis for Ciclically Loaded R. C. Plane Frames Including Changes in Geometry and Non-elastic Behavior of Elements Under Combined Normal Force and Bending Moment", Procs. IABSE , Lisbon, 1973.
- [18] Bolong, Z., Mingshun, W., Kunlian, Z., "A Study of Hysteretic Curve of Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading", Procs. 7th WCEE, Vol.6, Istanbul, Turkey, 1980.
- [19] Colotti, V., Vulcano, A., "Comportamento di pareti strutturali in calcestruzzo armato soggette ad azioni cicliche di notevole intensita'", Atti Giornate AICAP, Stresa, 1987.
- [20] Rizkalla, S.H., Hwang, L.S., "Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension", ACI Journal, Nov.-Dec. 1984.
- [21] Colotti, V., "Modellazione di pannelli in calcestruzzo armato soggetti a sforzo normale e taglio", Dip. di Strutture, Univ. della Calabria, Report N. 116, Dic. 1989.

**LA VALUTAZIONE TEORICA DELLE ROTAZIONI PLASTICHE NELLE TRAVI IN  
CEMENTO ARMATO: INFLUENZA DEL LEGAME COSTITUTIVO DELL'ACCIAIO  
E DELLO SCHEMA DI CARICO**

**Edoardo COSENZA**  
Istituto di Ingegneria Civile dell'Università di Salerno

**Carlo GRECO - Gaetano MANFREDI**  
Istituto di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Napoli



**LA VALUTAZIONE TEORICA DELLE ROTAZIONI PLASTICHE  
NELLE TRAVI IN CEMENTO ARMATO:  
INFLUENZA DEL LEGAME COSTITUTIVO DELL'ACCIAIO  
E DELLO SCHEMA DI CARICO**

**Edoardo COSENZA<sup>(\*)</sup>, Carlo GRECO<sup>(\*\*)</sup>, Gaetano MANFREDI<sup>(\*\*)</sup>**

<sup>(\*)</sup> Istituto di Ingegneria Civile, Università di Salerno

<sup>(\*\*)</sup> Istituto di Tecnica delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria, Università di Napoli

## **SOMMARIO**

Nel presente lavoro, dopo aver richiamato un procedimento analitico sviluppato in un presente studio per valutare il comportamento in condizioni ultime delle strutture in cemento armato inflesse, si indaga sull'influenza di alcuni parametri nel calcolo della rotazione plastica ammissibile. In particolare si analizza l'influenza della forma del legame costitutivo dell'acciaio, della condizione e diffusione del carico agente e del quantitativo di armatura. L'analisi critica dei risultati fornisce utili indicazioni sui casi in cui la previsione teorica delle rotazioni plastiche risulta affidabile.

## **SUMMARY**

In this paper the influence of some parameters on the evaluation of allowable plastic rotations in reinforced concrete structures is analyzed; at this scope an analytical procedure developed in a previous paper is used. The effect of constitutive law of steel, type and diffusion of load and amount of reinforcing steel is evidenced. The critical analysis of the results provides useful indications on the cases where the theoretical prevision of plastic rotations is reliable.

## **1. INTRODUZIONE**

La valutazione delle rotazioni plastiche che le travi in cemento armato possono sviluppare in condizioni ultime costituisce un aspetto fondamentale nei riguardi del calcolo strutturale non lineare per carichi monotoni. Infatti la conoscenza di tali rotazioni plastiche "ammissibili" consente di effettuare il calcolo dell'intera struttura utilizzando schemi semplificati, ad esempio concentrando le rotazioni plastiche nelle sezioni critiche, e di valutare le conseguenti rotazioni plastiche "richieste" per rispettare la compatibilità strutturale; la verifica si riconduce in definitiva al controllo che i valori delle rotazioni plastiche "richieste" siano inferiori di quelle "ammissibili".

Il calcolo teorico delle rotazioni plastiche ammissibili quindi è stato sempre stato considerato di rilevante interesse in relazione al comportamento delle strutture in cemento armato. Nella successiva evoluzione degli studi sull'argomento, esistono da un lato modellazioni [1,2,3] che riconducono il calcolo della rotazione plastica al prodotto della curvatura ultima, valutata nella usuale ipotesi di conservazione delle sezioni piane, per la lunghezza della cerniera plastica, valutata su base teorico-sperimentale, e dall'altro negli anni settanta [4,5] è stata sviluppata una procedura, utilizzata in numerosi codici modello come il M.C. CEB 78 [6], e ripresa nei più recenti M.C. CEB 90 [7] ed Eurocodice 2 [8], che suggerisce la valutazione diretta delle rotazioni plastiche attraverso curve basate sull'analisi statistica di numerose prove sperimentali.

L'attuale conoscenza dei diagrammi costitutivi di acciaio e calcestruzzo e soprattutto del legame costitutivo scorrimento-aderenza fra acciaio e calcestruzzo, unitamente allo sviluppo di procedure di calcolo impensabili nel passato per la complessità degli algoritmi e per i tempi di calcolo richiesti, ha consentito di recente [9,10,11] di sviluppare valutazioni numeriche delle rotazioni plastiche in ottimo accordo con i risultati sperimentali, e dunque di sufficiente affidabilità.

D'altra parte, i cambiamenti avutisi nel tempo delle tecnologie di produzione degli acciai da cemento armato hanno condotto alla introduzione sul mercato di acciai con allungamenti a rottura e rapporti tra tensione di rottura e tensione di snervamento completamente diversi da quelli utilizzati nel passato, talora con riduzione non trascurabile della duttilità; appare perciò necessario un esame del problema ed un suo approfondimento sia sotto l'aspetto teorico che sperimentale.

Nel presente lavoro si affronta l'argomento riprendendo e generalizzando un procedimento di calcolo delle rotazioni plastiche [9,10] basato sull'integrazione delle curvature, ove quest'ultime sono valutate rimuovendo l'ipotesi di perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo; si valuta cioè l'andamento delle deformazioni nell'acciaio e nel calcestruzzo considerando sezione per sezione, nelle zone comprese tra due successive fessure, lo scorrimento tra i materiali, ed il conseguente sviluppo dell'aderenza.

Mediante tale procedura, dopo aver brevemente effettuato un confronto dei risultati ottenuti teoricamente con dati sperimentali di ricerche condotte da altri autori, si analizza l'influenza sulle rotazioni plastiche di alcuni fattori ritenuti di maggior rilievo, quali la forma del legame costitutivo dell'acciaio, lo schema e la diffusione del carico applicato e la percentuale di armatura tesa. Osservazioni sulle curve delle rotazioni ammissibili fornite dal CEB e dall'Eurocodice 2 concludono lo studio.

## 2. RICHIAMI SUL MODELLO ANALITICO

Per la corretta valutazione della deformabilità delle strutture in cemento armato risulta necessario determinare con precisione la variazione di deformazione nell'acciaio che, fra due successive lesioni, si verifica mediante l'aderenza fra acciaio e calcestruzzo: si rende perciò necessario mettere in conto gli scorrimenti fra acciaio e calcestruzzo teso, il che comporta rimuovere l'ipotesi di perfetta aderenza che è alla base dei calcoli strutturali convenzionali.

In particolare, esaminando un concio fra due successive lesioni, nella generica ascissa  $x$  computata a partire dalla lesione di sinistra si ammette uno scorrimento  $s(x)$  ottenuto come differenza fra lo spostamento assiale, valutato all'altezza dell'armatura, di acciaio e calcestruzzo teso:

$$s(x) = u_s(x) - u_{ca}(x) \quad (1)$$

Alle usuali incognite che si assumono nelle verifiche delle sezioni in c.a. si aggiunge ora lo scorrimento fra il calcestruzzo e l'armatura tesa, il che rende il problema sensibilmente più complesso.

Con riferimento ad un modello monodimensionale è dunque necessario in primo luogo introdurre un'ipotesi di deformazione della sezione, in modo da ricavare le  $\varepsilon$  del calcestruzzo e dell'acciaio mediante la valutazione di due soli parametri incogniti utilizzando le due equazioni disponibili, ovvero l'equilibrio alla traslazione in direzione dell'asse della trave ed alla rotazione nel piano di inflessione.

Nel procedimento di calcolo proposto si accetta ancora l'ipotesi di linearità delle deformazioni del calcestruzzo compresso e dell'armatura tesa, mentre si assume, in accordo con la letteratura tecnica, che partecipi alla deformazione solo un blocco di calcestruzzo teso per un'altezza pari al copriferro più 8 volte il diametro della barra (Fig. 1). Si suppone inoltre che in tale zona il calcestruzzo abbia tensione costante, osservando che modellazioni diverse comportano differenze assolutamente trascurabili nei risultati.

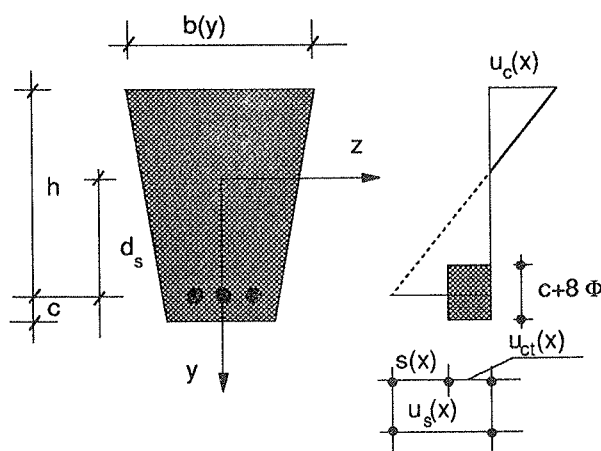


Fig. 1 - Modello deformativo considerato nell'analisi.

Nel modello restano completamente liberi gli scorrimenti fra acciaio e calcestruzzo, e quindi vi è l'ulteriore incognita  $s$ . Il bilancio equazioni-incognite è però pareggiato dall'equazione di equilibrio della barra tesa:

$$\frac{d\sigma_s}{dx} - \frac{4}{\Phi} \tau(x) = 0 \quad (2)$$

essendo  $\sigma_s$  la tensione nell'acciaio e  $\tau$  la tensione tangenziale di aderenza, con associata l'equazione che si trae immediatamente dalla (1):

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x) \quad (3)$$

Naturalmente per far comparire esplicitamente in tutte le equazioni le sole incognite di tipo deformazione è necessario introdurre i legami costitutivi di calcestruzzo teso e compresso, dell'acciaio e dell'aderenza.

In particolare nel seguito si assume per il calcestruzzo compresso il legame di Priestley [12], per il calcestruzzo teso il legame, limitato al solo ramo ascendente, fornito in [13] e per l'acciaio teso il legame sperimentale effettivo; nel confronto parametrico svolto nel paragrafo 5 il legame dell'acciaio è stato invece schematizzato attraverso una legge del tipo Ramberg e Osgood. Per quanto concerne il legame di aderenza si è assunto il legame descritto in [14,15]

La risoluzione numerica del problema, che si presenta del tipo differenziale non lineare, è stata effettuata utilizzando la tecnica dello "shooting" [15]; per maggiori dettagli si rimanda alla nota [11].

### 3. UN CONFRONTO SPERIMENTALE

Per verificare l'attendibilità del procedimento proposto si è effettuato un confronto con i risultati ottenuti da J.C. Maldague nell'ambito di una ricerca sperimentale coordinata dal CEB [16]. Si è scelto questo riferimento in quanto la sperimentazione condotta da quell'autore risulta molto accuratamente documentata; per tutti i dati utilizzati si rimanda alla pubblicazione originale.

Con riferimento ad una delle travi sperimentate da Maldague, le cui caratteristiche geometriche sono indicate nella figura 2, si sono calcolate, adottando il procedimento richiamato nel paragrafo precedente, le deformazioni nell'acciaio teso e nel calcestruzzo compresso e di conseguenza la posizione dell'asse neutro sezione per sezione; si è successivamente risaliti alla curvatura  $e$ , per integrazione, alle rotazioni ed agli spostamenti.

Nella figura 2 è riportato un confronto fra la rotazione relativa fra gli appoggi della trave, valutata teoricamente al crescere del carico  $F$  in mezzera, ed i valori sperimentali; i risultati appaiono del tutto soddisfacenti. Nella stessa figura sono altresì riportate le rotazioni che si ottengono con l'adozione del semplice modello di tension stiffening suggerito dal CEB [17], secondo cui la curvatura effettiva  $1/r$  può esprimersi combinando la curvatura  $1/r_1$  valutata nello stadio 1 non fessurato e la curvatura  $1/r_2$  valutata nello stadio 2 fessurato attraverso la seguente relazione:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 + \frac{1}{r_2} \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Nella (4)  $M_{cr}$  rappresenta il momento di prima fessurazione e  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono coefficienti numerici che tengono conto, in modo estremamente sintetico, della qualità dell'aderenza; nel caso di barre ad aderenza migliorata e carichi di breve durata si pone  $\beta_1 \beta_2 = 1$ .

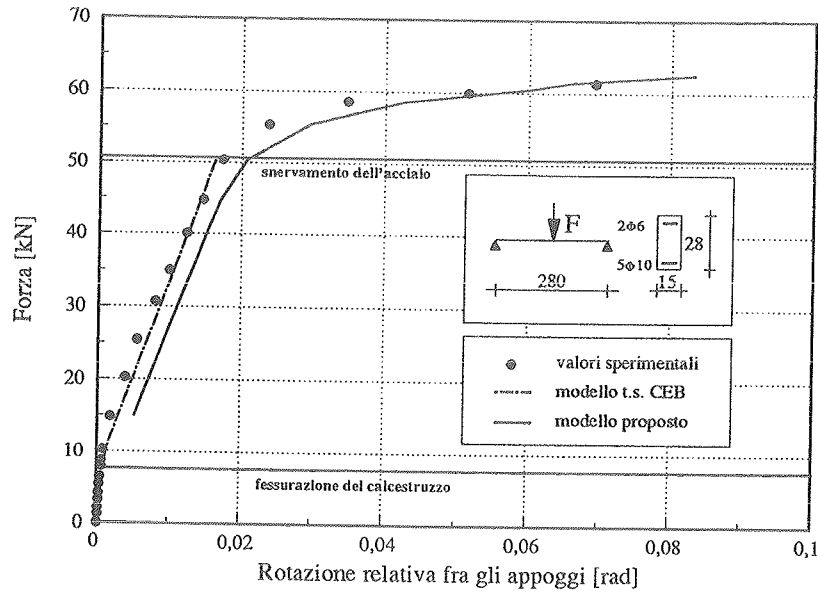


Fig. 2 - Confronto teorico-sperimentale per l'andamento forza-rotazione.

Si osservi come la (4) richieda la conoscenza del solo momento di prima fessurazione, oltre che delle rigidzze flessionali nello stadio 1 e 2, e fornisce risultati in ottimo accordo con quelli sperimentali, come peraltro già evidenziato per un'ampia casistica sperimentale in [18]. In altri termini per valutare il comportamento strutturale al di sotto dello snervamento dell'acciaio, ma includendo la fessurazione, è sufficiente una modellazione molto semplice del fenomeno.

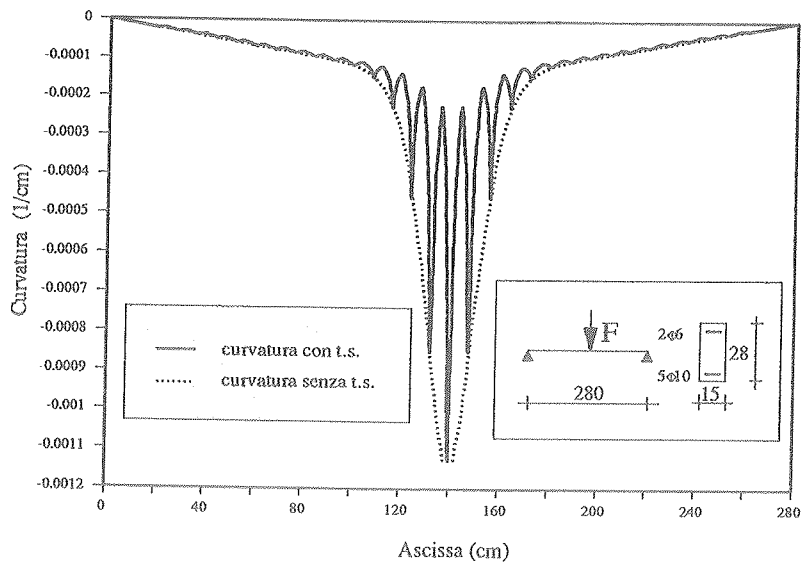


Fig. 3 - Andamento teorico delle curvature.

Ma è evidente che con lo snervamento dell'acciaio il modello del CEB perde la sua validità; le rotazioni inoltre risultano fortemente condizionate dalle variazioni di alcuni parametri, che acquistano di conseguenza nella fase ultima una grande importanza. Per introdurre con chiarezza questa problematica si è calcolata la curvatura lungo l'asse della trave in fase ultima (Fig. 3); il diagramma presenta le ben note cuspidi in corrispondenza delle sezioni ove si sono verificate le lesioni.

Nella stessa figura è anche rappresentato con linea punteggiata il diagramma delle curvature ottenuto nell'ipotesi di aderenza nulla fra acciaio e calcestruzzo e si rileva così che esso coincide con quello che dell'aderenza tien conto nelle sezioni di formazione delle lesioni, nelle quali la resistenza a trazione del calcestruzzo è realmente nulla.

Si osserva immediatamente come il trasferimento degli sforzi di trazione dall'acciaio teso al calcestruzzo teso, pur comportando variazioni di tensioni nell'acciaio molto modeste, fornisca nella zona centrale della trave diminuzioni di deformazioni, e quindi di curvatura, rilevanti. Ciò è ovviamente dovuto alla forma del diagramma tensione-deformazione dell'acciaio che per elevate deformazioni si presenta quasi piatto; a piccole variazioni di tensione corrispondono dunque grandi variazioni di deformazione. Conseguentemente il problema è fortemente sensibile alle variazioni di tale legame costitutivo.

Si deve ancora rilevare che nella parte centrale della trave è concentrata una significativa parte della rotazione plastica complessiva; a piccole variazioni dei carichi agenti in tale zona corrispondono, per quanto appena detto, grandi variazioni di curvatura.

Vi è da attendersi dunque che da un lato la forma del diagramma del momento e dall'altro il legame costitutivo dell'acciaio condizionino fortemente il problema nel caso in cui la crisi strutturale sia governata dall'acciaio; tale aspetto sarà approfondito nei paragrafi seguenti.

#### 4. LE VARIABILI DEL PROBLEMA

La valutazione analitica delle rotazioni plastiche in condizioni ultime è condizionata da molteplici incertezze; in linea di principio, oltre alle difficoltà di modellazione dello stato deformativo della sezione già discussa in precedenza, vi sono problemi di schematizzazione delle seguenti leggi e fenomeni fisici:

- legame costitutivo dell'acciaio teso;
- legame costitutivo del calcestruzzo teso e compresso;
- legame costitutivo di aderenza;
- distanza fra le lesioni;
- diffusione del carico applicato tanto nel caso di azioni concentrate quanto di azioni distribuite.

Data la complessità del problema e la molteplicità delle grandezze da modellare risulta conveniente sviluppare una discussione preliminare, in modo da individuare gli aspetti più significativi. A tal proposito si osservi che, per quanto detto nel paragrafo precedente, la valutazione delle rotazioni plastiche può pensarsi schematicamente distinta nelle seguenti fasi:

- a) Valutazione, in funzione del tipo di carico applicato e della sua diffusione, del diagramma del momento.
- b) Valutazione, a partire da tale diagramma del momento, delle curvature lungo l'asse della trave calcolate nella classica ipotesi di calcestruzzo non resistente a trazione; per svolgere tale fase è evidentemente necessario determinare il diagramma momento-curvatura per la sezione esaminata, conoscendo quindi i legami costitutivi di acciaio teso e calcestruzzo compresso.

Complessivamente le fasi a) e b) forniscono l'estremo superiore del diagramma effettivo delle curvature.

- c) Valutazione della distanza fra le lesioni, ovviamente in condizioni di fessurazione stabilizzata, e analisi dei conci di trave fra due successive lesioni con la tecnica illustrata nel paragrafo 2; in tale fase interviene nuovamente il legame costitutivo dell'acciaio, oltre al legame costitutivo del calcestruzzo teso ed il legame di aderenza. Tale procedura consente di introdurre nel diagramma delle curvature precedentemente definito l'effetto del tension stiffening, che viene ad elidere una parte che può essere anche consistente del diagramma precedentemente valutato.

Può dunque affermarsi che la condizione di carico e l'ipotesi di diffusione da un lato, e la forma del diagramma momento-curvatura dall'altro condizionano l'estremo superiore delle curvature; l'effetto del tension stiffening condiziona il passaggio da tale estremo superiore al valore effettivo. Tanto nella valutazione del diagramma momento-curvatura quanto del tension stiffening vi è da attendersi una rilevante importanza del legame costitutivo dell'acciaio, qualora la crisi avvenga in situazione di debole armatura.

Nell'analisi svolta nel paragrafo 5 quindi si sono perciò assunte come variabili del problema il tipo e diffusione del carico ed il legame costitutivo dell'acciaio, confermando per gli altri legami costitutivi e per la distanza fra le lesioni le modellazioni già assunte nel paragrafo precedente.

Per quanto concerne l'acciaio il legame costitutivo è stato esplicitato attraverso un'espressione del tipo Ramberg-Osgood; si ha pertanto la relazione deformazione-tensione schematizzata in Fig. 4.



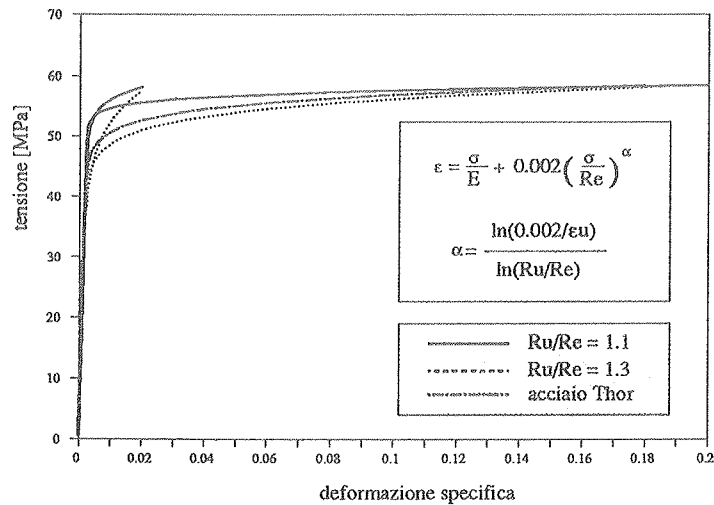


Fig. 4 - Legame tipo Ramberg-Osgood utilizzato nell'analisi teorica.

Nello studio si sono considerati due diversi tipi di acciaio, il primo marcatamente duttile ( $R_u/R_e=1.3$  e  $\epsilon_{s,u}=20\%$ ) ed il secondo di evidente fragilità ( $R_u/R_e=1.1$  e  $\epsilon_{s,u}=2\%$ ) in modo da coprire in pratica l'intera gamma degli acciai oggi in produzione. Particolare interesse riveste inoltre la valutazione della capacità di rotazione plastiche per le strutture armate con gli acciai del secondo tipo, valutazione che costituisce un argomento scientifico ancora aperto come evidenziato nell'ultima edizione del Model Code CEB [7].

Nella stessa figura 4 è riportato anche l'andamento della legge  $\sigma$ - $\epsilon$  dell'acciaio tipo Thor ( $\epsilon_{s,u}=18\%$ ) utilizzato da Mالدague nelle sue esperienze, legge che si colloca fra quelle limiti scelte per l'analisi parametrica svolta.

Per quanto riguarda invece il carico si sono assunti due casi di riferimento; nel primo si è considerata una unica forza concentrata nella mezzzeria della trave mentre nel secondo si sono considerate 4 forze uguali, disposte a cavallo della sezione di simmetria con passo 50 cm, in modo da avere una zona centrale soggetta a momento costante.

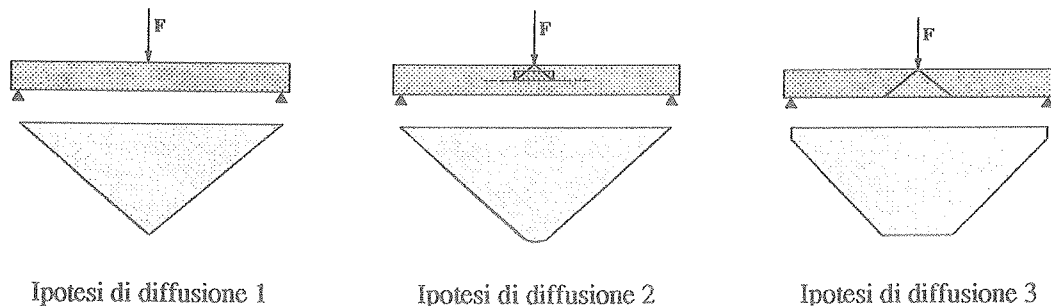


Fig. 5 - Modelli di diffusione del carico considerati nell'analisi.

A ciascuno di tale tipo di carico va associata una modellazione della diffusione del carico stesso; in particolare nel primo caso (cfr. Fig 5) può pensarsi alla assenza totale di diffusione (ipotesi di diffusione 1), alla diffusione della forza sull'asse baricentrico della trave (ipotesi di diffusione 2) ed infine alla diffusione causata dalla fessurazione a taglio con inclinazione di  $45^\circ$ , che comporta la traslazione del diagramma del momento (ipotesi di diffusione 3). Alla seconda condizione di carico si sono associate le sole due prime ipotesi di diffusione, non potendosi sicuramente ottenere lesioni da taglio.

Si è già evidenziato come siano da attendersi risultati molto diversi a seconda dei quantitativi di armatura, ovvero della posizione dell'asse neutro a rottura; per sezioni debolmente armate, cui corrisponde un ridotta profondità dell'asse neutro a rottura, vi è infatti da attendersi una notevole influenza delle caratteristiche dell'acciaio, mentre nelle sezioni fortemente armate, cui corrisponde un'elevata profondità dell'asse neutro a rottura, l'influenza è più modesta. A tal proposito sembra interessante osservare come nel Model Code CEB 90 le curve delle rotazioni plastiche ammissibili per i due tipi di acciai siano diverse anche

per elevate profondità dell'asse neutro, mentre nelle curve suggerite dall'Eurocodice 2 esse si sovrappongono; su tale differenza verranno effettuate delle riflessioni nel seguito. In dettaglio, si assume un caso limite di debole armatura con  $2\Phi 10$ , cui corrisponde un asse neutro adimensionalizzato a rottura di circa 0.11, ed un caso limite di forte armatura con  $6\Phi 14$ , cui corrisponde un asse neutro adimensionalizzato a rottura variabile fra 0.43 e 0.49 a seconda del tipo di acciaio utilizzato.

## 5 L'INFLUENZA DEI PARAMETRI

L'influenza delle variabili introdotte, come in tutti i problemi non lineari, dipende fortemente dalla loro combinazione. Per discutere efficacemente i risultati ottenuti in primo luogo si analizzano i diagrammi momento-curvatura delle sezioni che, come già detto, sicuramente condizionano notevolmente il problema, e si discute l'andamento delle curvature lungo l'asse.

In secondo luogo si analizzano gli effetti globali sulla trave, ovvero in termini di rotazioni ultime, rotazioni plastiche e duttilità rotazionale. Infine si discutono i risultati relativi all'influenza della forma del legame costitutivo dell'acciaio.

### 5.1 Le curvature

I diagrammi momento-curvatura sono presentati in Fig. 6 nel caso della debole armatura ed in Fig. 7 nel caso della forte armatura. In ciascun diagramma sono sovrapposti i casi di acciaio fragile ed acciaio duttile.

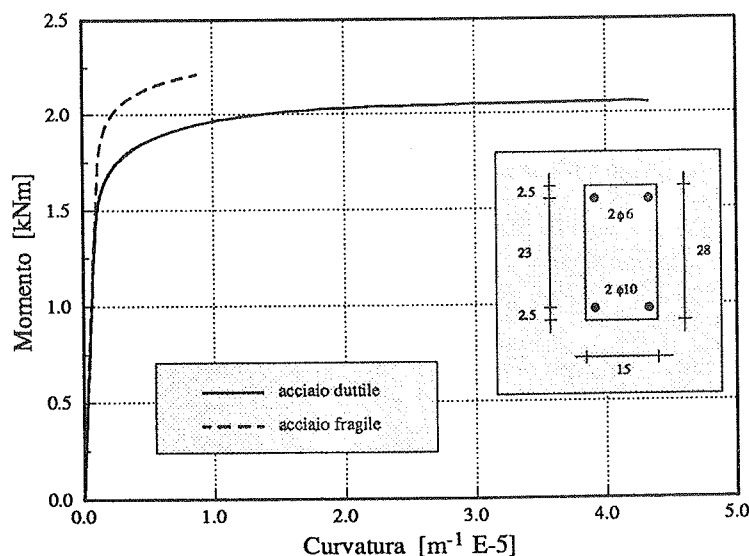


Fig. 6 - Diagrammi momento-curvatura nel caso di debole armatura.

Dal confronto fra le due figure si rileva immediatamente che, come ben noto, la presenza di forte armatura aumenta notevolmente il momento ultimo, ma altresì riduce drasticamente la curvatura corrispondente; si osserva ancora la modesta influenza della qualità dell'acciaio nel caso di forte armatura, e la notevole influenza nel caso di debole armatura.

Appare evidente che il caso sicuramente più sensibile alle variazioni dei parametri in gioco è quello con debole armatura ed acciaio duttile, per il quale il diagramma si presenta praticamente piatto e piccolissime variazioni del momento si traducono in enormi variazioni della curvatura; tale sensibilità si rifletterà ovviamente anche nel calcolo della rotazione ultima. Nel caso invece della sezione debolmente armata con acciaio fragile il diagramma presenta un tratto sensibilmente crescente, determinato dall'incrudimento dell'acciaio, mentre entrambi i casi di forte armatura mostrano un tratto marcatamente instabile, provocato dal "softening" del calcestruzzo compresso. Si nota in questi diagrammi, contrariamente a quello relativo alla debole armatura con acciaio duttile, una minore sensibilità alle piccole variazioni di momento, e quindi tanto la simulazione numerica quanto la sperimentazione fisica dovranno fornire risultati più stabili.

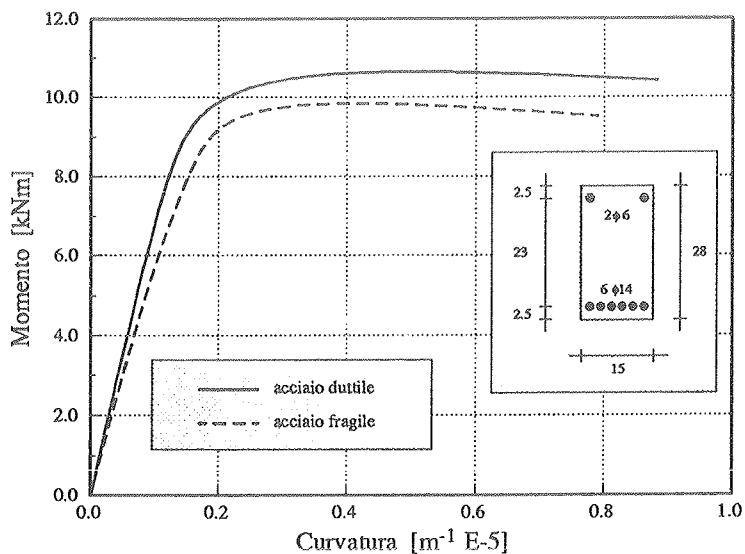


Fig. 7 - Diagrammi momento-curvatura nel caso di forte armatura.

E' interessante poi esaminare l'andamento delle curvature lungo l'asse della trave; con riferimento al caso di unica forza in mezzeria le figure 8, 9 e 10 illustrano i diagrammi tracciati nelle tre ipotesi di diffusione del carico prima indicate e per i due tipi di acciaio.

Innanzitutto si rilevi come le curvature massime relative all'acciaio duttile ed all'acciaio fragile siano circa nello stesso rapporto di 10 a 1 che si verifica per le deformazioni ultime (cfr. Figg. 6 e 7). Può ancora osservarsi che le curvature, nei casi di acciaio fragile, presentano una più spiccata concentrazione nella mezzeria della trave e che nelle due ipotesi nelle quali si ha diffusione del carico il diagramma nella zona centrale si presenta pressochè costante a causa del completo scorrimento fra acciaio e calcestruzzo.

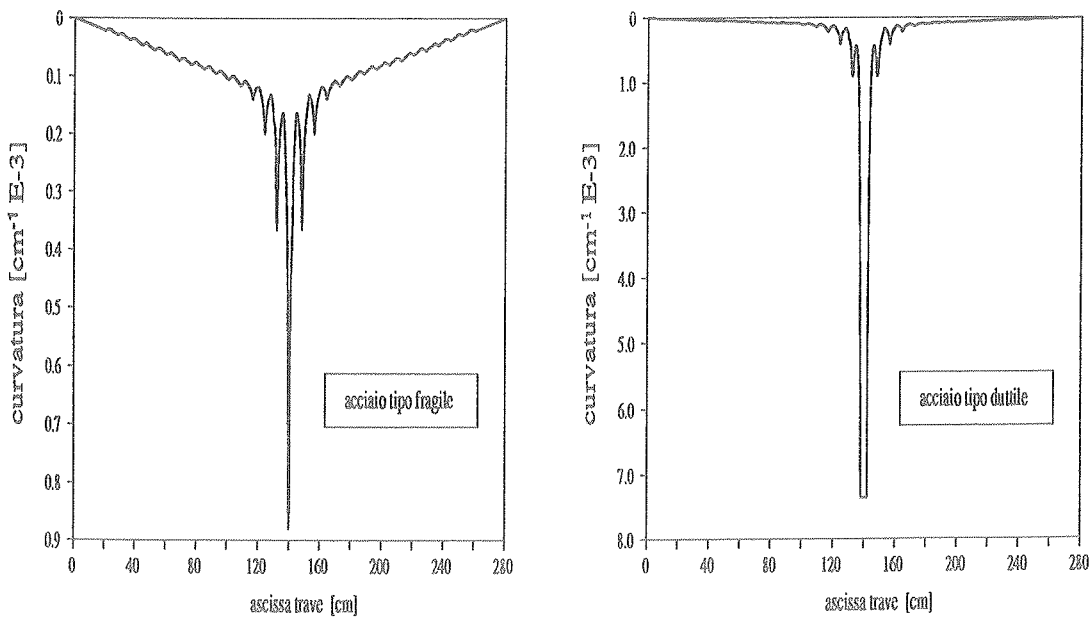


Fig. 8 - Diagramma delle curvature in condizioni ultime con debole armatura e forza concentrata. Ipotesi di diffusione del carico 1.

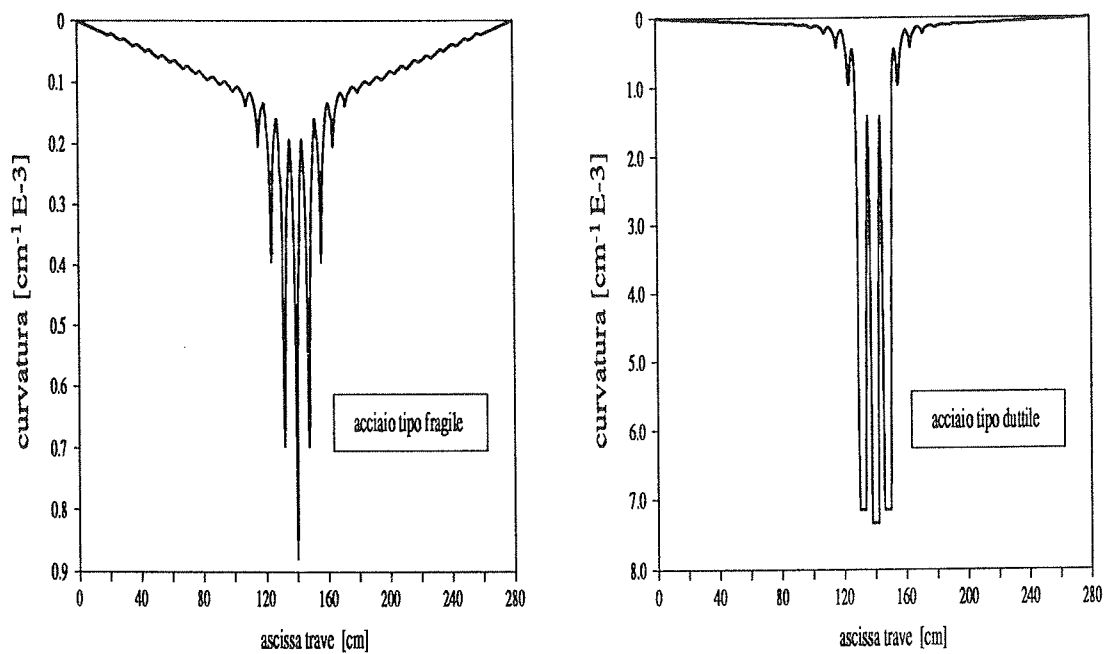


Fig. 9 - Diagramma delle curvature in condizioni ultime con debole armatura e forza concentrata. Ipotesi di diffusione del carico 2.

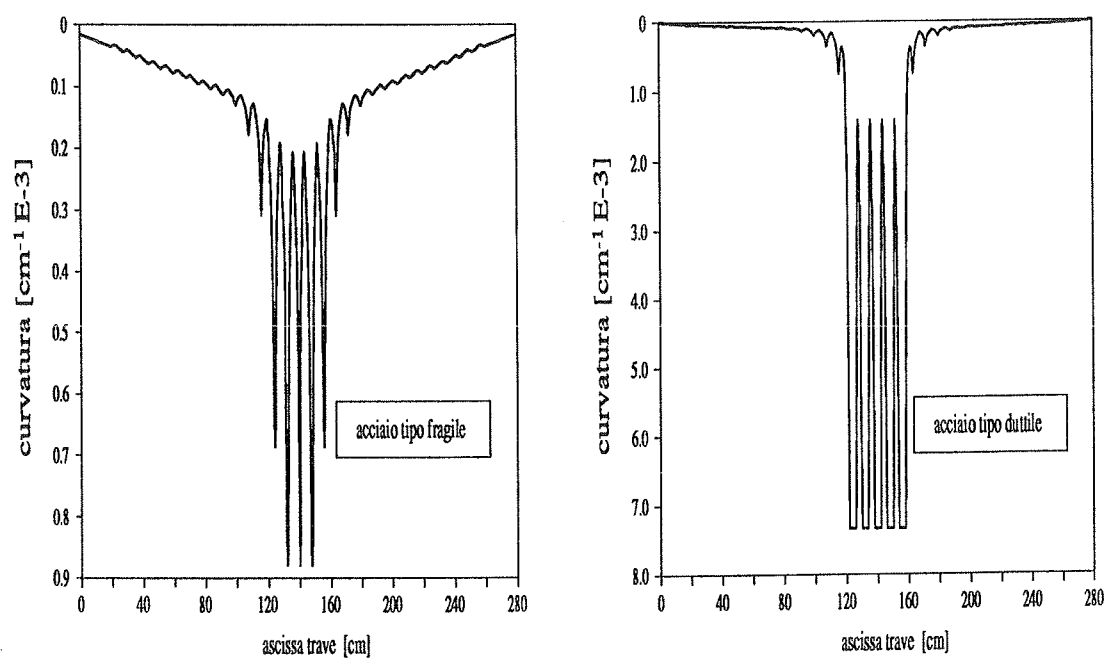


Fig. 10 - Diagramma delle curvature in condizioni ultime con debole armatura e forza concentrata. Ipotesi di diffusione del carico 3.

## 5.2 Rotazioni ultime, rotazioni plastiche e duttilità

Integrando le curvature, si ottengono i diagrammi carico-rotazione relativa fra gli appoggi presentati nelle figure 11 e 12. E' interessante osservare come, assegnata l'armatura e la condizione di carico, il carico massimo sia pressocchè indipendente dall'ipotesi di diffusione e dalla duttilità dell'acciaio; ciò conferma il noto risultato che lo stato deformativo a rottura influenza poco il carico ultimo, che quindi può ben essere valutato anche con legami costitutivi, di tipo convenzionale, semplificati.

Si rileva ancora che la fascia dei risultati in ciascuna figura è notevolmente ristretta, ovvero che le diverse ipotesi condizionano poco il comportamento qualitativo della trave; ciò è molto evidente soprattutto nel caso delle travi con carico maggiormente distribuito (cfr. Fig. 12). Il valore invece della rotazione ultima è fortemente variabile nel caso di travi sollecitate da forza concentrata, sebbene anche nel caso delle quattro forze con debole armatura, e specialmente con acciaio duttile, le curve sono pressocchè sovrapposte ma hanno valori ultimi delle rotazioni sensibilmente diversi. Ciò conferma con grande evidenza l'estrema difficoltà nel valutare numericamente, specie nei casi di debole armatura ed acciaio duttile, tale grandezza con sufficiente precisione.

Per ottenere un quadro completo delle rotazioni relative fra gli appoggi delle travi esaminate nell'analisi svolta, si sono redatte le tabelle 1, 2, 3 e 4, nelle quali è riportata una sintesi dei risultati ottenuti. In particolare sono rispettivamente presentate le rotazioni relative fra gli appoggi in condizioni ultime  $\theta_u$  (tabella 1), le rotazioni allo snervamento dell'acciaio  $\theta_s$ , convenzionalmente assunto pari alla tensione nell'armatura corrispondente allo 0.2% di tensione permanente allo scarico (tabella 2), la rotazione plastica  $\Delta\theta_u$ , ovvero la differenza di  $\theta_u$  e  $\theta_s$  (tabella 3), e la duttilità  $\mu_\theta$ , intesa come rapporto fra  $\theta_u$  e  $\theta_s$  (tabella 4).

Si può osservare che:

- 1) le rotazioni complessive sono estremamente condizionate dall'ipotesi di diffusione del carico concentrato nel caso di acciaio duttile e debole armatura (variazioni nel rapporto 1 a 3); sono molto poco influenzate dagli stessi fattori in tutti i casi di carico distribuito, mentre ne risentono ma non decisamente nei rimanenti casi.
- 2) Le rotazioni complessive sono poco influenzate dalla qualità dell'acciaio nel caso di forte armatura; tale effetto è evidentemente collegato alle modalità di crisi della sezione, che in questo caso sono imputabili al calcestruzzo compresso. La rotazione plastica  $\Delta\theta_u$  è invece variabile nell'ordine del 15-20% per i due tipi di acciai per la dipendenza di  $\theta_s$  dalla maggiore o minore loro duttilità. Diagrammando dunque le rotazioni ultime complessive si confermerebbe l'ipotesi dell'EC 2 secondo cui non vi sono differenze, per le sezioni fortemente armate, fra acciai fragili e duttili, mentre diagrammando la sola parte plastica si conferma la distinzione propria del CEB piuttosto che dell'EC2.
- 3) nel caso dell'acciaio fragile, tralasciando la prima ipotesi di diffusione che è sicuramente poco attendibile, nel passare dalle sezioni debolmente armate ( $\xi=0.11$ ) a quelle fortemente armate ( $\xi=0.43-0.49$ ) si ottengono rotazioni plastiche sostanzialmente costanti, concordemente alle indicazioni dell'EC2, ed in contrasto con la curva delle rotazioni ammissibili suggerita dal Model Code CEB 78, ed ancor oggi dalla normativa italiana. Nel caso dell'acciaio duttile le curve delle rotazioni plastiche sono invece decrescenti con l'aumentare della profondità dell'asse neutro a rottura. Va peraltro rilevato che le esperienze alla base delle curve del MC 78 e delle indicazioni italiane sono state effettuate su travi armate da acciai prodotti negli anni '60 e '70, caratterizzati da notevoli capacità duttili.
- 4) Le duttilità, nel caso di debole armatura, passano da valori dell'ordine di 1.5 per acciai fragili a 10 per acciai duttili; tali valori sono maggiori, ma non sostanzialmente, nel caso di forze distribuite. Nel caso di forte armatura i valori della duttilità sono poco influenzati dalle variabili, ed oscillano fra 1.3 ed 1.6 nel caso di forza concentrata e fra 1.4 ed 1.8 nel caso di forze distribuite.
- 5) Nel caso delle forze distribuite si ottengono valori maggiori tanto in termini di rotazioni ultime e rotazioni plastiche quanto di duttilità; ciò evidentemente a causa della forma del diagramma del momento che presenta un tratto piatto, cui corrispondono maggiori curvature.

Le osservazioni 1) e 2) permettono di ribadire che, come già notato in precedenza, il caso più sensibile alle variazioni dei parametri in gioco è sicuramente quello a debole armatura con forze concentrate; tale sensibilità si manifesta in realtà tanto nella previsione teorica, che diviene notevolmente incerta, quanto in quella sperimentale, come si può immediatamente rilevare dall'analisi dei risultati sperimentali alla base delle curve normative delle rotazioni ammissibili: dalla figura 13, tratta da [5] e che raccoglie tutti i risultati sperimentali analizzati all'epoca, è evidente una notevole dispersione per piccole profondità dell'asse neutro a rottura. Tale incertezza è anche motivata dal fatto che, per piccole profondità dell'asse neutro a rottura il calcestruzzo compresso è quasi tutto nello spessore del copriferro, ed il comportamento di tale calcestruzzo è di incerta modellazione.

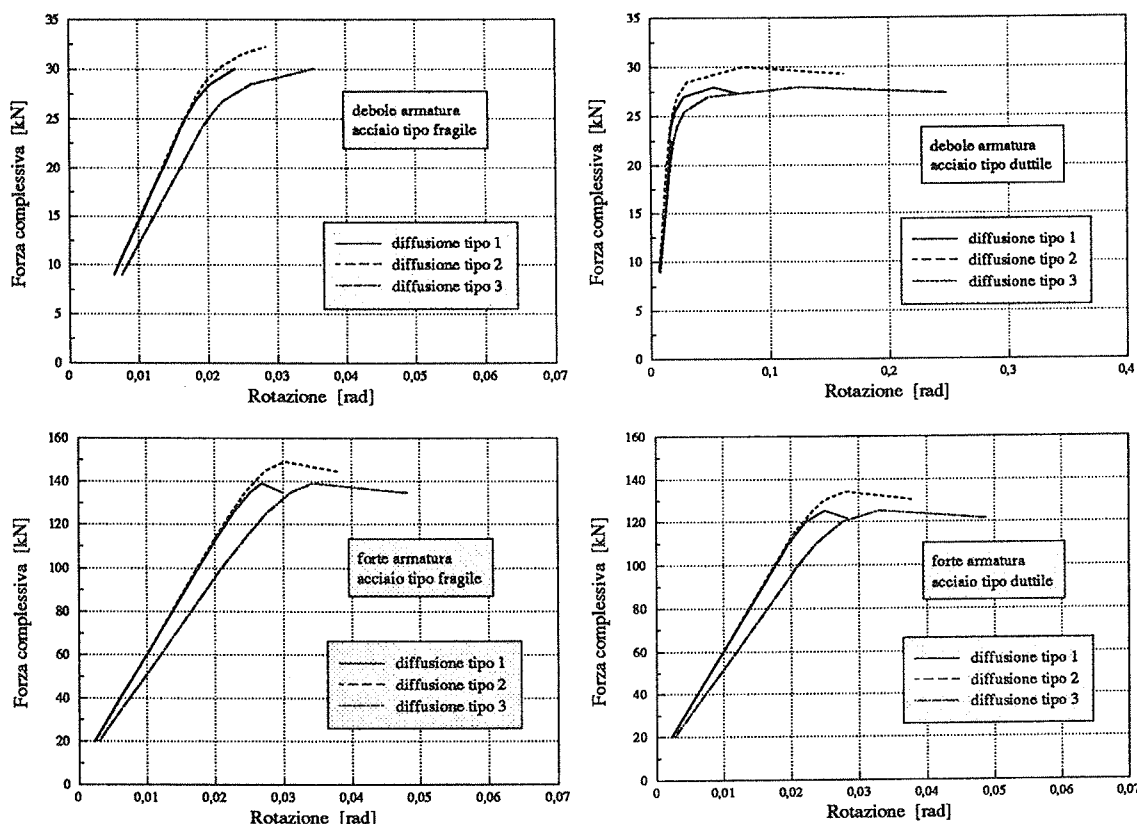


Fig. 11 - Diagramma carico-rotazione; forza concentrata.

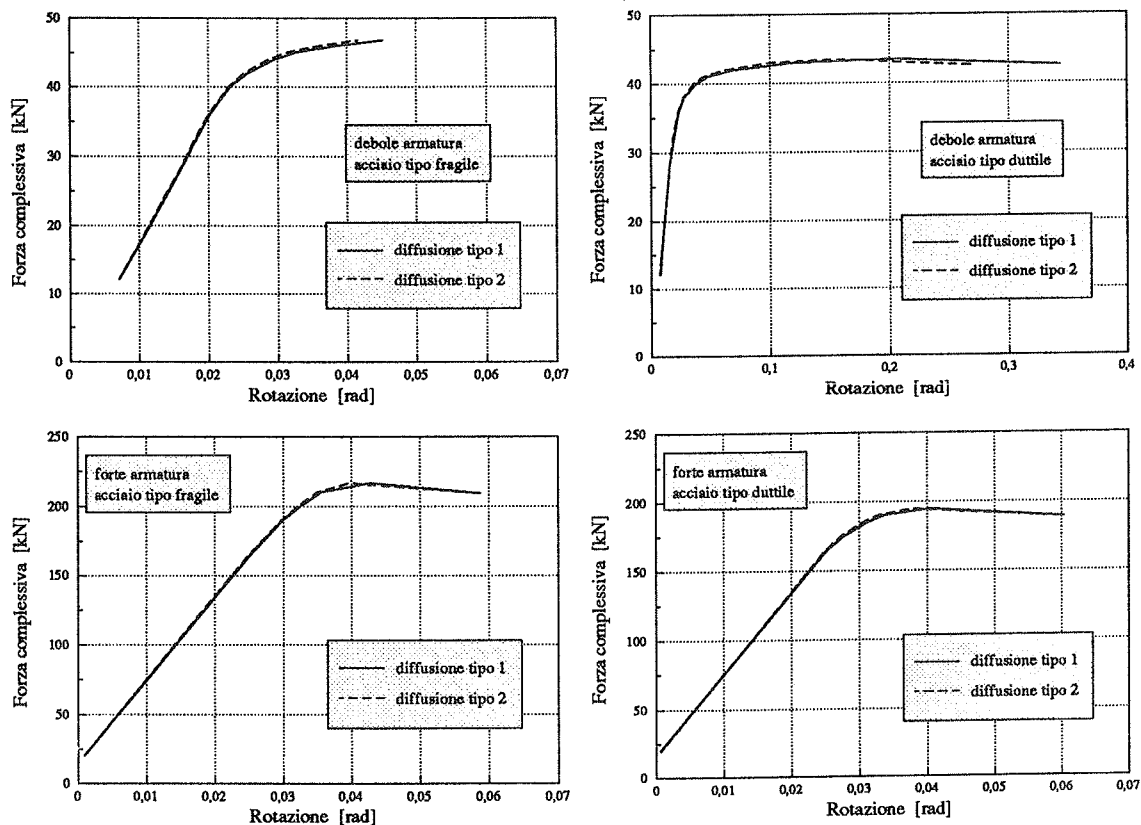


Fig. 12 - Diagramma carico-rotazione; forze distribuite.

|             |            | FORZA CONCENTRATA |         |         | FORZE DISTRIBUITE |         |
|-------------|------------|-------------------|---------|---------|-------------------|---------|
| DEBOLE ARM. |            | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\theta_u$ | .02405            | .02850  | .03545  | .04521            | .04154  |
| Ac. duttile | $\theta_u$ | .07364            | .1624   | .2480   | .3438             | .2695   |
| FORTE ARM.  |            | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\theta_u$ | .03006            | .03842  | .04815  | .05877            | .05854  |
| Ac. duttile | $\theta_u$ | .02837            | .03806  | .04837  | .06036            | .06017  |

|             |            | FORZA CONCENTRATA |         |         | FORZE DISTRIBUITE |         |
|-------------|------------|-------------------|---------|---------|-------------------|---------|
| DEBOLE ARM. |            | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\theta_y$ | .01837            | .01986  | .02244  | .02522            | .02480  |
| Ac. duttile | $\theta_y$ | .01579            | .01723  | .02285  | .02255            | .02194  |
| FORTE ARM.  |            | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\theta_y$ | .02677            | .02989  | .03407  | .04197            | .03922  |
| Ac. duttile | $\theta_y$ | .02338            | .02755  | .02994  | .03396            | .03300  |

|             |                  | FORZA CONCENTRATA |         |         | FORZE DISTRIBUITE |         |
|-------------|------------------|-------------------|---------|---------|-------------------|---------|
| DEBOLE ARM. |                  | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\Delta\theta_u$ | .00568            | .00864  | .01301  | .02000            | .01675  |
| Ac. duttile | $\Delta\theta_u$ | .05785            | .1473   | .2285   | .3213             | .2476   |
| FORTE ARM.  |                  | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\Delta\theta_u$ | .00329            | .00853  | .01408  | .01680            | .01932  |
| Ac. duttile | $\Delta\theta_u$ | .00499            | .01051  | .01880  | .02640            | .02117  |

|             |         | FORZA CONCENTRATA |         |         | FORZE DISTRIBUITE |         |
|-------------|---------|-------------------|---------|---------|-------------------|---------|
| DEBOLE ARM. |         | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\mu_0$ | 1.31              | 1.44    | 1.58    | 1.79              | 1.68    |
| Ac. duttile | $\mu_0$ | 4.66              | 9.43    | 12.7    | 15.3              | 12.3    |
| FORTE ARM.  |         | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| Ac. fragile | $\mu_0$ | 1.12              | 1.29    | 1.41    | 1.40              | 1.49    |
| Ac. duttile | $\mu_0$ | 1.21              | 1.38    | 1.63    | 1.78              | 1.82    |

Tab. 1, 2, 3, 4 - Rotazioni ultime; rotazioni allo snervamento; rotazioni plastiche; duttilità rotazionale.

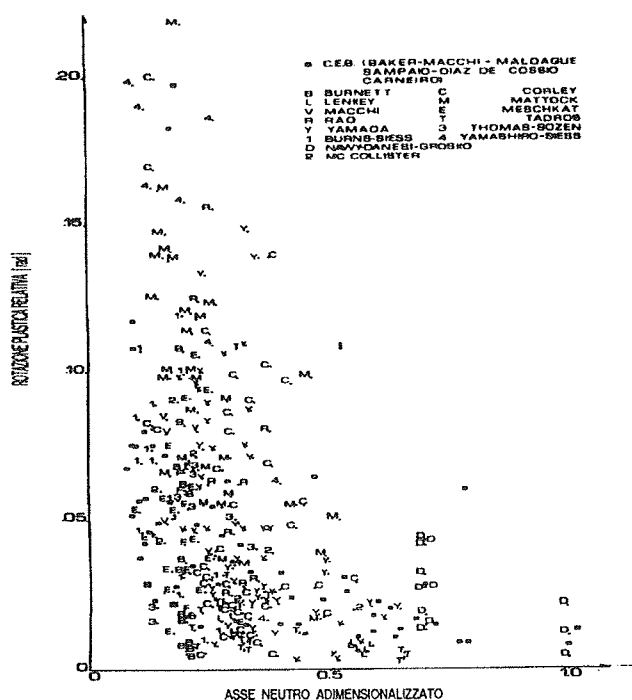


Fig. 13. Risultati sperimentali [5].

Molto più stabili sono invece i risultati nel caso di forte armatura, e ciò rende più affidabile la previsione, tanto teorica quanto sperimentale, delle rotazioni in tali situazioni.

### 5.3 L'influenza del legame costitutivo dell'acciaio

Si è già visto come il legame costitutivo dell'acciaio condizioni fortemente i risultati. Per approfondire tale aspetto nella tabella 5 sono mostrati i rapporti fra varie grandezze valutate facendo riferimento all'acciaio duttile (pedice *dut*) ed all'acciaio fragile (pedice *frag*).

| DEBOLE ARM                                   | FORZA CONCENTRATA |         |         | FORZE DISTRIBUITE |         |
|--|-------------------|---------|---------|-------------------|---------|
|  | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| $(1/r_{u,dut})/(1/r_{u,frag})$               | 8.36              | 8.36    | 8.36    | 8.36              | 8.36    |
| $\theta_{u,dut}/\theta_{u,frag}$             | 3.06              | 5.70    | 7.00    | 7.70              | 6.49    |
| $\mu_{\theta,dut}/\mu_{\theta,frag}$         | 3.56              | 6.55    | 8.04    | 8.55              | 7.32    |
| $\Delta\theta_{u,dut}/\Delta\theta_{u,frag}$ | 10.2              | 17.0    | 17.6    | 16.1              | 14.8    |
| FORTE ARM                                    | diff. 1           | diff. 2 | diff. 3 | diff. 1           | diff. 2 |
| $(1/r_{u,dut})/(1/r_{u,frag})$               | 1.23              | 1.23    | 1.23    | 1.23              | 1.23    |
| $\theta_{u,dut}/\theta_{u,frag}$             | 0.94              | 0.99    | 1.00    | 1.03              | 1.03    |
| $\mu_{\theta,dut}/\mu_{\theta,frag}$         | 1.08              | 1.07    | 1.16    | 1.27              | 1.22    |
| $\Delta\theta_{u,dut}/\Delta\theta_{u,frag}$ | 1.52              | 1.23    | 1.34    | 1.57              | 1.10    |

Tab. 5 - Confronto in relazione al comportamento della sezione e della trave considerando acciaio duttile ed acciaio fragile.



Il rapporto fra le deformazioni ultime dei due acciai presi in esame è, come già detto più volte, pari a 10; passando alla sezione l'interazione con il calcestruzzo compresso fa sì che il rapporto fra le curvature divenga 8.36 nel caso della sezione debolmente armata in cui la crisi è retta dall'acciaio, ed 1.23 nel caso di forte armatura con crisi causata dal calcestruzzo.

Se dalle sezione si passa alla trave e si considerano le rotazioni ultime compressive, nel caso di debole armatura il rapporto varia da 3 a 7 nel caso di forza concentrata e da 6.5 a 7.7 per forze distribuite; nel caso di forte armatura tale rapporto si mantiene sempre pressoché unitario. Si conferma quindi, ancora una volta, che la valutazione delle rotazioni ultime è profondamente influenzata dall'ipotesi di diffusione del carico e dal legame costitutivo dell'acciaio nel caso di sezioni debolmente armate.

Gli stessi rapporti per quanto concerne infine le rotazioni plastiche e le duttilità, facendo quindi entrare in gioco anche la rotazione allo snervamento, si presentano più alti; in particolare, per le sezioni debolmente armate la duttilità è maggiore di 10 che è il rapporto delle deformazioni ultime degli acciai.

Ulteriori informazioni sull'influenza della forma del legame costitutivo dell'acciaio possono ottenersi esaminando la tabella 6, ove sono riportati i rapporti fra le rotazioni ultime, nei casi di debole e forte armatura e per le diverse condizioni ed ipotesi di diffusione del carico, fissando uno dei due parametri che definiscono il legame costitutivo dell'acciaio e facendo variare l'altro; nel valutare il rapporto fra le rotazioni si è sempre intesa con il pedice *dut* il caso con il parametro deformativo ( $R_u/R_e$  o  $\epsilon_{s,u}$ ) più elevato.

È interessante osservare come nel caso di forte armatura i valori del rapporto siano sempre prossimi all'unità, ma che vi è comunque sempre un'influenza del legame costitutivo dell'acciaio non del tutto trascurabile. Il caso di debole armatura è naturalmente molto più condizionato dalla forma del legame costitutivo dell'acciaio, ma è soprattutto interessante notare come la variabilità di  $R_u/R_e$ , per una determinata  $\epsilon_{s,u}$ , sia notevole (circa il 50% per  $\epsilon_{s,u}=2\%$ ); si ricorda a tal proposito che nelle formule approssimate che fanno affidamento sul concetto di "cerniera plastica" e "lunghezza della cerniera plastica" tale effetto è del tutto ignorato.

| $\theta_{u,dut}/\theta_{u,frag}$                | FORZA CONCENTRATA |                 |                 | FORZE DISTRIBUITE |                 |
|---|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------|
|   | Ipotesi diff. 1   | Ipotesi diff. 2 | Ipotesi diff. 3 | Ipotesi diff. 1   | Ipotesi diff. 2 |
| <b>DEBOLE<br/>ARMATURA</b>                      |                   |                 |                 |                   |                 |
| $R_u/R_e=1.1$<br>$\epsilon_{s,u}=2\% \div 20\%$ | 2.53              | 4.83            | 6.07            | 8.14              | 7.06            |
| $R_u/R_e=1.3$<br>$\epsilon_{s,u}=2\% \div 20\%$ | 2.09              | 3.67            | 4.61            | 4.82              | 3.98            |
| $\epsilon_{s,u}=2\%$<br>$R_u/R_e=1.1 \div 1.3$  | 1.46              | 1.55            | 1.52            | 1.58              | 1.63            |
| $\epsilon_{s,u}=20\%$<br>$R_u/R_e=1.1 \div 1.3$ | 1.21              | 1.18            | 1.15            | 0.93              | 0.92            |
| <b>FORTE<br/>ARMATURA</b>                       |                   |                 |                 |                   |                 |
| $R_u/R_e=1.1$<br>$\epsilon_{s,u}=2\% \div 20\%$ | 0.92              | 0.87            | 0.81            | 0.92              | 0.92            |
| $R_u/R_e=1.3$<br>$\epsilon_{s,u}=2\% \div 20\%$ | 0.84              | 0.98            | 0.89            | 0.74              | 0.72            |
| $\epsilon_{s,u}=2\%$<br>$R_u/R_e=1.1 \div 1.3$  | 1.13              | 1.01            | 1.12            | 0.72              | 0.72            |
| $\epsilon_{s,u}=20\%$<br>$R_u/R_e=1.1 \div 1.3$ | 1.02              | 1.13            | 1.24            | 1.11              | 1.11            |

Tab. 6 - Influenza della forma del legame costitutivo dell'acciaio sulle rotazioni ultime.

## 6. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Rimandando per quanto concerne l'influenza puntuale dei parametri a quanto già osservato in precedenza, l'analisi numerica svolta consente di affermare che la valutazione più incerta della rotazione ultima si ha per piccole profondità dell'asse neutro a rottura (sezioni debolmente armate) ed acciaio di tipo duttile. Tale affermazione, ottenuta su base teorica, sembra in accordo con i risultati sperimentali raccolti in [5].

Nei casi di debole armatura ed acciaio fragile ed in tutti i casi di forte armatura la previsione teorica è molto più stabile; peraltro proprio tali casi sono i più interessanti da analizzare in quanto relativi alle rotazioni plastiche ammissibili minori.

### Bibliografia

- [1] CORLEY W.G. Rotational capacity of reinforced beams, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 92, 121-146, October, 1966.
- [2] MATTOCK A.H., Discussion of "Rotational capacity of reinforced beams", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 93, 519-522, April, 1967.
- [3] PRIESTLEY M.J.N., PARK R., Strength and ductility of concrete bridges under seismic loading, ACI Structural Journal, January- February, 61-75, 1987.
- [4] MACCHI G., Ductility conditions for simplified design without check of compatibility, CEB, Bulletin d'Information n. 105, 1976.
- [5] SIVIERO E., Rotation capacity of mono-dimensional members in structural concrete, CEB, Bulletin d'Information n. 105, 1976.
- [6] CEB-FIP, Model Code 1978, Bulletin d'Information n. 124/125 E, 1978.
- [7] CEB-FIP, Model Code 1990, First Draft, Bulletin d'Information n. 195, 1990.
- [8] Commission of the European Communities, EUROCODE n. 2, Common unified rules for concrete structures, Revised Final Draft, December, 1989.
- [9] LANGER P., Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau, Universität Stuttgart, 1987/1.
- [10] ELIGEHAUSEN R., LANGER P., The rotational capacity of plastic hinges in reinforced concrete beams and slabs, CEB, Bulletin d'Information n. 178/179, 93-102, March, 1987.
- [11] COSENZA E., GRECO C., MANFREDI G., La valutazione teorica di spostamenti e rotazioni negli elementi monodimensionali in cemento armato, Rendiconto dell'Accademia Nazionale dei Lincei, 1991.
- [12] MANDER J.B., PRIESTLEY M.J.N., PARK R., Theoretical stress-strain model for confined concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, August, 1988.
- [13] MADU R.M., Characterization of stress-strain curves for reinforced concrete under uniaxial tension, Magazine of Concrete Research, Vol. 27, n. 92, 1975.
- [14] ELIGEHAUSEN R., POPOV E.P., BERTERO V.V., Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitations" Report No. UCB/EERC 83-23, Univ. of California, Berkeley, California, 1983.
- [15] CIAMPI V., ELIGEHAUSEN R., POPOV E.P., BERTERO V.V., Analytical model for concrete anchorage of reinforcing bars under generalized excitation, Report No. UCB/EERC 82-23, Univ. of California, Berkeley, California, 1982.
- [16] MALDAGUE J.C., Détermination expérimentale des lois moments-courbures des poutres en béton armé, Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, No.209, maggio 1965.
- [17] CEB, Manual on cracking and deformation, Bulletin d'Information n. 158 E, 1985.
- [18] COSENZA E., GRECO C., Comparison and optimization of different methods of evaluation of displacements in cracked r.c. beams, Materials and Structures, RILEM, Vol.23, n.135, May 1990.



**ANALISI TEORICO-SPERIMENTALE SULL'ADERENZA ACCIAIO-  
CALCESTRUZZO IN CONDIZIONI DI COLLASSO**

**Edoardo COSENZA**  
Istituto di Ingegneria Civile dell'Università di Salerno

**Carlo GRECO - Marisa PECCE**  
Istituto di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Napoli



## ANALISI TEORICO-SPERIMENTALE SULL'ADERENZA ACCIAIO-CALCESTRUZZO IN CONDIZIONI DI COLLASSO

Edoardo COSENZA<sup>(\*)</sup>, Carlo GRECO<sup>(\*\*)</sup>, Marisa PECCE<sup>(\*\*)</sup>

<sup>(\*)</sup> Istituto di Ingegneria Civile, Università di Salerno

<sup>(\*\*)</sup> Istituto di Tecnica delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria, Università di Napoli

### SOMMARIO

Si espongono i risultati di una ricerca sperimentale condotta per analizzare il comportamento al collasso di una barra di acciaio posta all'interno di provini in calcestruzzo con lesioni preformate. In particolare mediante una procedura semplificata si valuta l'effetto irrigidente "medio" fra due lesioni e successivamente, con una procedura più sofisticata, l'andamento degli scorrimenti acciaio-calcestruzzo e delle tensioni di aderenza. Lo studio è concluso da un'analisi di affidabilità e da un sintetico confronto fra previsioni teoriche e risultati sperimentali.

### SUMMARY

The results of an experimental research are presented in order to analyze the behaviour of a steel bar embedded in concrete with preformed cracks, when failure occurs. In particular the "average" tension stiffening within the cracks is determined through a simple method, while the whole distribution of the steel-concrete slip and bond is identified through a more complex procedure. The work ends with the reliability analysis of the procedure and a short comparison between theoretical predictions and experimental results.

### 1. INTRODUZIONE

Nell'evoluzione dell'analisi strutturale un concreto passo in avanti è costituito dalla possibilità di affiancare alla "sperimentazione fisica" la cosiddetta "sperimentazione numerica", ovvero di comprovare sofisticati modelli numerici attraverso un numero limitato di sperimentazioni dirette, e di effettuare quindi analisi complesse attraverso il modello matematico.

Nell'ambito del cemento armato, l'implementazione di modelli matematici adeguati all'analisi di numerosi problemi strutturali richiede la rimozione dell'ipotesi di perfetta aderenza, e l'utilizzazione di algoritmi di calcolo che, attraverso procedure iterative non lineari, considerino lo scorrimento tra acciaio e calcestruzzo come conseguenza della trasmissione degli sforzi di aderenza.

La valutazione sperimentale diretta del legame costitutivo dell'aderenza, ovvero del legame tra tensioni tangenziali di aderenza e scorrimento acciaio-calcestruzzo, si presenta notevolmente complessa; nel presente studio si è pertanto sviluppata una tecnica sperimentale di particolare semplicità, basata su di una usuale prova di trazione del tondino di acciaio, annegato però in un elemento in calcestruzzo con fessure preformate, che permette di avere indicazioni sul legame di aderenza per elevati livelli di sollecitazione. Nelle prove si è utilizzato acciaio tipo 500, che rappresenterà probabilmente il futuro standard europeo, prodotto con procedimento Tempcore dalla Leali di Brescia.

La misura degli allungamenti locali dell'acciaio, dopo il collasso, consente di ottenere direttamente la deformazione media che effettivamente si è sviluppata, valutando anche l'effetto irrigidente medio del calcestruzzo teso fra due lesioni.

Se poi risulta anche noto l'andamento della curva tensione-deformazione dell'acciaio, è possibile valutare gli sforzi localmente trasferiti tra i due materiali, e dunque risalire alle tensioni di aderenza trasmesse; d'altra parte è immediato calcolare gli scorrimenti dalle deformazioni della barra, ed è quindi possibile ottenere informazioni puntuali sul legame costitutivo di aderenza, permettendone così la taratura indiretta.

Preliminarmente risulta comunque necessario analizzare le capacità deformative della barra nuda di acciaio, problema che si affronta nel paragrafo che segue.

## 2. LA CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE DELL'ACCIAIO

Poiché la valutazione analitica delle deformazioni plastiche in elementi debolmente armati è fortemente condizionata dall'accuratezza con cui viene modellato il comportamento dell'acciaio teso, è di fondamentale importanza la corretta valutazione delle deformazioni ultime che possono svilupparsi nella barra.

A tal proposito, come noto, la definizione della "deformazione ultima" può essere fornita in più modi [1]. Infatti in ogni caso l'ente fisico effettivamente misurato è la variazione di distanza fra due punti della barra inizialmente posizionati ad una distanza nota  $\Delta l$  (base di lettura) e la misura della deformazione in condizioni ultime è profondamente influenzata dalla presenza o meno in tale zona del fenomeno della strizione. Pertanto da un lato si definiscono le deformazioni  $\epsilon_{s,5\phi}$  e  $\epsilon_{s,10\phi}$  rispettivamente su base 5 e 10 diametri a cavallo della strizione, e dall'altro si definisce la deformazione uniforme  $\epsilon_{s,u}$ , su base generalmente 5 diametri, fuori dalla zona di strizione e sufficientemente fuori dalla zona di morsettatura della barra. Risulta inoltre comodo misurare anche la deformazione su di una base di lettura pari all'intera lunghezza del provino, che indicheremo nel seguito con  $\epsilon_{s,tot}$ .

Poiché all'aumentare della base di misura l'effetto della strizione si diluisce sempre più, mentre non è affatto presente fuori la zona stessa, deve ovviamente risultare:

$$\epsilon_{s,5\phi} > \epsilon_{s,10\phi} > \epsilon_{s,tot} > \epsilon_{s,u} \quad (1)$$

Per quanto concerne l'effettiva misurazione delle grandezze definite vi è da osservare che non è possibile conoscere a priori la zona del provino in cui avverrà la strizione; quindi non vi è dubbio che le deformazioni  $\epsilon_{s,5\phi}$  e  $\epsilon_{s,10\phi}$  vanno necessariamente rilevate sul provino stesso dopo la rottura; a tali misure, a rigore, va sommata la deformazione elastica che alla rottura del provino, a causa dello scarico elastico, si è annullata; tale deformazione è comunque spesso trascurabile. Per quanto riguarda invece  $\epsilon_{s,u}$  essa può essere misurata tanto sul provino dopo la rottura, quanto durante la prova stessa mediante l'inserimento di estensimetri; in tale ultimo caso si ha il vantaggio di ottenere l'intera storia delle deformazioni, ma il risultato può essere invalidato dalla formazione della strizione non sufficientemente lontano dagli estensimetri, o addirittura all'interno della loro base di lettura.

|        | $\epsilon_{s,5\phi}$ | $\epsilon_{s,10\phi}$ | $\epsilon_{s,tot}$ | $\epsilon_{s,u}$ |
|--------|----------------------|-----------------------|--------------------|------------------|
| Media  | 27.7%                | 21.2%                 | 14.2%              | 13.7%            |
| C.O.V. | 0.041                | 0.056                 | 0.061              | 0.097            |

Tabella 1. Media e Coefficiente di Variazione (C.O.V.) dei parametri deformativi introdotti, per l'acciaio utilizzato nella sperimentazione.

L'acciaio utilizzato con diametro di 14 mm, presenta valori medi delle tensioni di snervamento e di rottura rispettivamente di 540 e 625 MPa ed è caratterizzato dalle deformazioni a rottura riportate nella tabella 1. Si osservi che per la chiara caratterizzazione del comportamento ultimo dell'acciaio è interessante valutare anche i coefficienti di variazione (rapporto fra scarto e media) delle varie grandezze misurate; ovviamente al C.O.V. più basso compete una minore incertezza nella valutazione della grandezza esaminata, e quindi una maggiore affidabilità del parametro in oggetto. I C.O.V. dei parametri esaminati sono anche riportati nella stessa tabella.

È interessante osservare, in primo luogo, il rispetto delle disuguaglianze fornite dalla (1). In secondo luogo risulta con chiarezza dalla sperimentazione che i coefficienti di variazione sono tanto più bassi quanto più la strizione è importante ovvero la base di lettura ridotta, fino ad avere il massimo C.O.V. nel caso della deformazione uniforme. Ciò evidenzia un risultato di notevole importanza, ovvero che è maggiormente governato da fenomeni casuali la deformazione a rottura fuori della zona di strizione che non la strizione stessa. Questa osservazione è di sicuro interesse per le applicazioni agli elementi inflessi in cemento armato, qualora la rottura avvenga per crisi dell'acciaio. Infatti da un lato non vi è dubbio che nella zona di crisi si sviluppi per intero la strizione e dall'altro la casualità del fenomeno è piuttosto modesta; la notevole aliquota di allungamento a rottura che pertanto si manifesta rappresenta una riserva di deformazione plastica su cui è possibile fare affidamento.

Un'altra importante osservazione riguardo la caratterizzazione a rottura dell'acciaio è relativa alla presenza di un ramo "instabile" nel diagramma tensione-deformazione. A tal proposito si osservi che tale ramo è sostanzialmente connesso al fenomeno della strizione, che comporta la macroscopica riduzione della sezione trasversale con la conseguente progressiva riduzione del carico portato dalla barra e quindi, facendo riferimento alla sezione indeformata, la riduzione della tensione. Pertanto anche la forma del diagramma dipende dal posizionamento della base di lettura. Effettuando dunque misure su di una base fuori dalla zona di strizione si ottiene una curva comportamentale sempre crescente e non vi è alcuna differenza fra deformazione misurata al massimo carico e deformazione ultima; se invece la base di lettura comprende la zona di strizione allora il legame costitutivo presenterà un ramo discendente, e quindi una differenza fra deformazione al massimo carico e deformazione a rottura, tanto più pronunciata quanto più la base di lettura è piccola.

In presenza della strizione non sembra dunque corretto continuare a parlare di legame costitutivo in termini di deformazione; infatti il valore numerico di quest'ultima è legato alla base di lettura ed alla posizione rispetto alla zona di strizione. Più rigorosa sembra la definizione di un legame tensione-spostamento a partire dall'inizio della strizione, in analogia con quanto viene ad esempio fatto per il calcestruzzo teso [2] alla formazione di fessure macroscopiche.

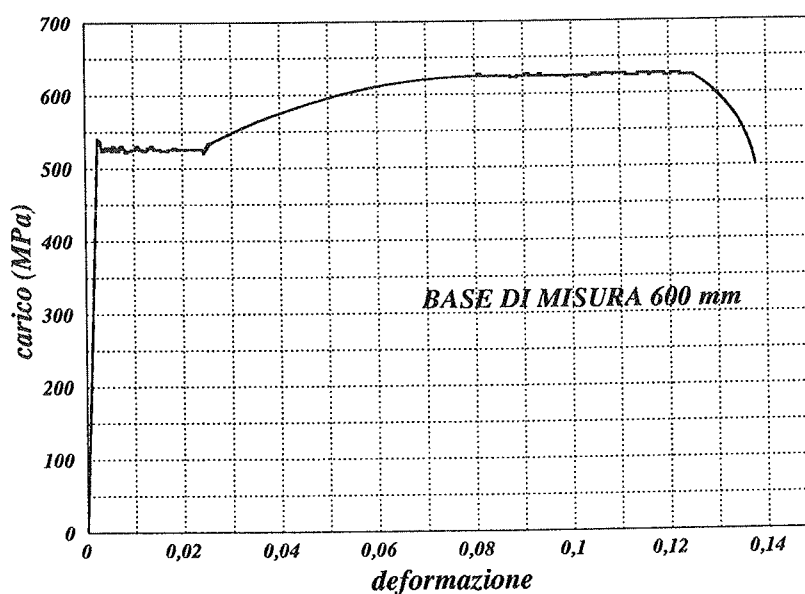


Fig. 1 - Andamento sperimentale tipico del legame tensione-deformazione nell'acciaio; base di lettura 600 mm.



Nel caso dell'acciaio esaminato la curva tipica tensione-deformazione è riportata in Fig. 1; la base di lettura nel valutare sperimentalmente tale diagramma è pari a 600 mm, e pertanto l'effetto della strizione risulta molto diluito ma è comunque visibile. La deformazione media valutata al massimo carico risulta pari a 13.2%; tale valore risulta di poco inferiore alla deformazione uniforme in quanto non tiene conto delle variazioni di deformazione nel tratto fra il massimo carico e la rottura.

In definitiva può affermarsi che una modellazione cautelativa del diagramma tensione deformazione dell'acciaio teso può essere effettuata considerando la sola parte ascendente del diagramma sperimentale, arrestando la curva al valore di deformazione  $\epsilon_{s,u}$ . Ciò è quanto viene consigliato da CEB [3] ed Eurocodice 2 [4], ed è sicuramente in vantaggio di sicurezza in quanto trascura completamente l'incremento di deformazione a rottura connesso con la strizione; vi è peraltro da rilevare che, purtroppo, la deformazione  $\epsilon_{s,u}$  sembra essere una quantità caratterizzata da un coefficiente di variazione non trascurabile e comunque non inferiore a quello relativo alle classiche grandezze  $\epsilon_{s,5\Phi}$  e  $\epsilon_{s,10\Phi}$ . Naturalmente un siffatto modello, trascurando completamente il fenomeno della strizione, fornisce, nell'analisi teorica di travi inflesse debolmente armate, una previsione delle rotazioni plastiche in condizioni di collasso ampiamente cautelativa.

### 3. LA SPERIMENTAZIONE CON IL CALCESTRUZZO COLLABORANTE

Le prove analizzate nel seguito sono state effettuate su barre in acciaio immerse in prismi di calcestruzzo di base 150 mm x 150 mm, e lunghezza 600 mm. La formazione di fessure nelle zone di crisi degli elementi in cemento armato inflessi è stata simulata preformando le lesioni attraverso l'inserimento di lamine d'acciaio trasversale a distanza nota; per evitare la rottura della barra in prossimità della zona di bloccaggio del provino, ai due estremi sono stati inseriti dei manicotti in acciaio resi solidali alla barra attraverso una resina ed opportunamente annegati nel getto ed inoltre alle estremità del getto è stata inserita un'armatura di frettage. Lo schema del provino è presentato nella Fig. 2, mentre la Fig. 3 mostra la cassaforma del provino prima del getto.

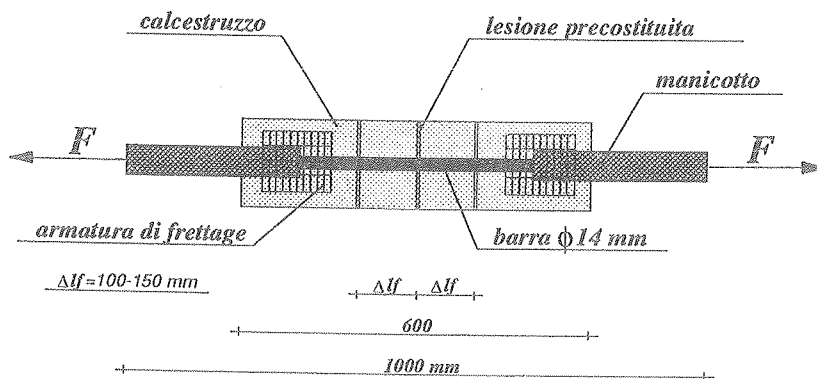


Fig. 2 - Schema dei provini utilizzati nell'analisi sperimentale.

L'acciaio utilizzato è quello descritto nel paragrafo precedente, mentre il calcestruzzo è caratterizzato da una resistenza cilindrica media di 31 MPa e da una resistenza a trazione, valutata con prova brasiliana, pari a 3.2 MPa.

Nell'analisi sperimentale si sono considerate due diverse distanze fra le lesioni preformate (100 e 150 mm), e nel caso delle lesioni più vicine la barra è stata posizionata tanto al centro del calcestruzzo quanto a 30 mm da una delle superfici, in modo da riprodurre un reale copriferro. Per ogni elemento sono state effettuate prove su tre campioni identici, e le misurazioni hanno riguardato il carico applicato, la progressiva ampiezza delle lesioni e le deformazioni della barra a rottura avvenuta.

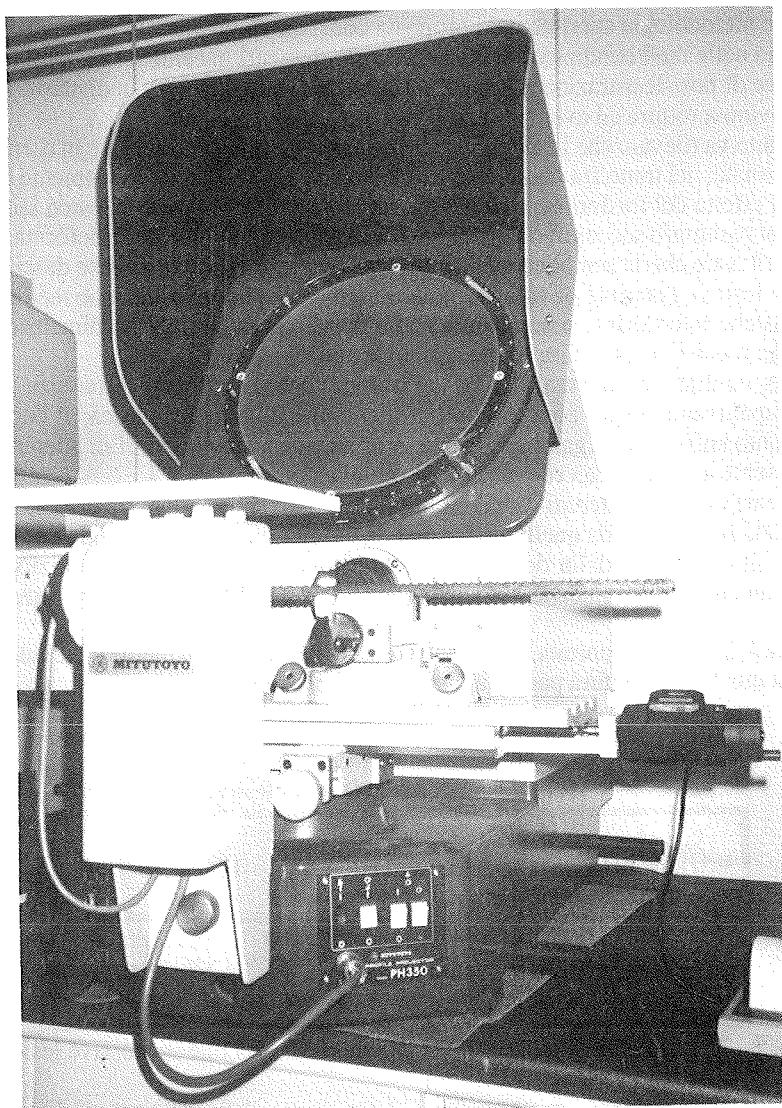
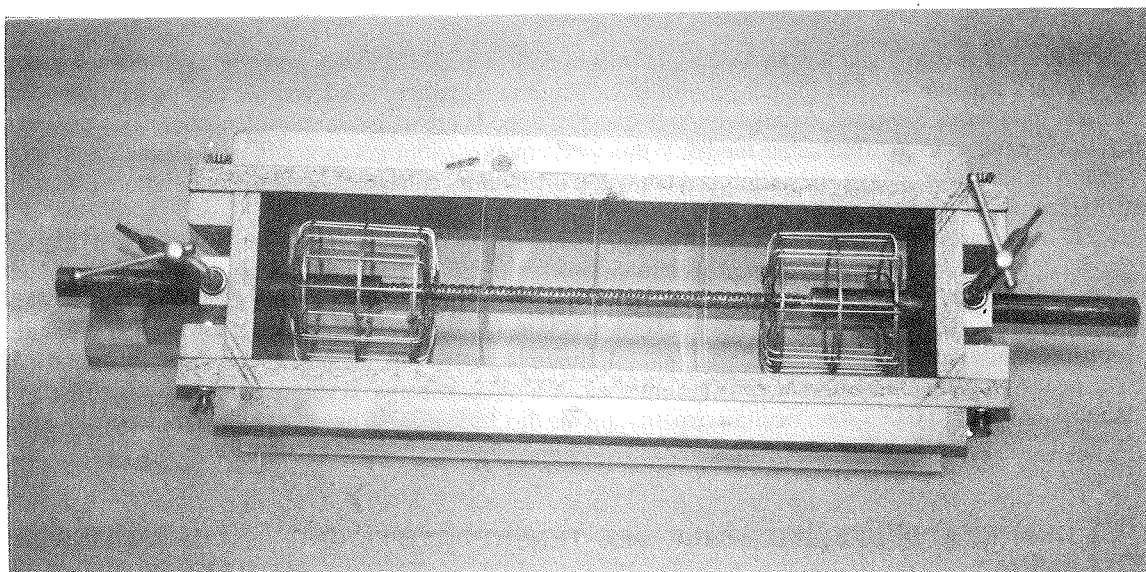


Fig. 3, 4 - Provino prima del getto del cls. e lettore ottico di profili utilizzato per le misure di precisione.

Con riferimento a tale ultimo aspetto, la misurazione è stata effettuata, come ad esempio suggerito anche dalle istruzioni RILEM [5] per provini in carpenteria metallica, posizionando con precisione delle tacchette sulla barra "vergine", e rimisurando la distanza dopo la prova. Nella sperimentazione descritta nel seguito le tacche sono state realizzate mediante una fresa con precisione del centesimo di millimetro, mentre la lettura finale del provino è stata effettuata tanto con un calibro centesimale quanto con il lettore ottico di profili (Fig. 4), in grado di garantire la precisione del millesimo di millimetro.

L'intera fase di misurazione è stata affiancata da una analisi degli errori, che per brevità non si riporta, e che ha dato esiti soddisfacenti; a tal proposito va osservato che gli errori nel posizionare le tacche e nel leggere le distanze fra le tacche stesse è tanto meno importante quanto più è grande la base di lettura. Nel valutare dunque grandezze globali come quelle descritte nel paragrafo precedente è sufficiente la lettura effettuata tramite calibro, mentre se si vogliono effettuare le analisi più dettagliate esposte nel paragrafo 5 risulta necessaria una lettura di maggiore accuratezza. A titolo di esempio il valore di  $\epsilon_{s,u}$  pari a 13.7% ed il relativo C.O.V. pari a 0.097 sono risultati rispettivamente di 13.9% e 0.096 nel caso della lettura con calibro, con una differenza del tutto trascurabile.

#### 4. LA DEFINIZIONE SPERIMENTALE DEL TENSION STIFFENING IN CONDIZIONE DI COLLASSO

La semplice metodologia sperimentale proposta consente di valutare le deformazioni anelastiche di una barra di acciaio nelle reali condizioni di impiego negli elementi in cemento armato, ossia inglobata nel calcestruzzo in fase di post-fessurazione. Risulta infatti sufficiente misurare la distanza fra le tacche dopo aver portato il provino a rottura ed aver rimosso il calcestruzzo circostante.

A tal proposito va rilevato che la strizione e la rottura si manifestano sempre in corrispondenza di una delle lesioni preformate; nel tratto fra due successive lesioni la deformazione ovviamente diminuisce, anche sensibilmente, per effetto del trasferimento delle trazioni al calcestruzzo teso (tension stiffening).

Rinviando al paragrafo successivo l'analisi dell'andamento puntuale delle deformazioni dell'acciaio, è qui interessante rilevare che la semplice misura delle  $\epsilon_s$ , ove si assuma come base di lettura  $\Delta l$  la distanza fra due successive lesioni, consente di valutare con immediatezza la deformazione media  $\epsilon_{s,m}$  su tale tratto e di formulare qualche interessante osservazione. Si osservi che la base  $\Delta l$  ha dimensioni sufficienti per poter effettuare con precisione la lettura anche con un semplice calibro.

L'esame dei risultati sperimentali ha messo in luce innanzitutto una differenza trascurabile fra le letture eseguite rispettivamente sui provini con barra centrata e barra eccentrica; il copriferro di 30 mm sembrerebbe pertanto sufficiente a garantire la stessa trasmissione degli sforzi di aderenza garantita dalla barra simmetricamente avvolta da un rilevante spessore di calcestruzzo.

Nell'analizzare i risultati ottenuti vanno inoltre differenziati i tratti di barra prossimi alle sezioni nelle quali si è manifestata la strizione da quelli più lontani da tali sezioni; in tale secondo caso l'acciaio non si è potuto deformare oltre il valore della deformazione uniforme, ed è quindi in condizioni vicine a quelle schematizzabili in via teorica assumendo nel legame costitutivo dell'acciaio una deformazione ultima pari a quella uniforme.

Nella tabella 2, di seguito riportata, sono consegnate le deformazioni medie  $\epsilon_{s,m}$  di tutti i casi esaminati, con riferimento ad una base di lettura pari alla distanza fra le lesioni.

|   | Distanza fra le lesioni $\Delta l=100$ mm | Distanza fra le lesioni $\Delta l=150$ mm |
|---|---|---|
| $\epsilon_{s,m}$ , ( $\epsilon_{s,m}/\epsilon_{s,u}$ );<br>strizione nella base di lettura            | 15.5%, (1.13)                             | 12.5%, (0.91)                             |
| $\epsilon_{s,m}$ , ( $\epsilon_{s,m}/\epsilon_{s,u}$ );<br>assenza di strizione nella base di lettura | 10.8%, (0.79)                             | 8.3%, (0.61)                              |

Tab. 2 - Deformazioni medie dell'acciaio nel tratto fra due successive lesioni.

E' interessante osservare che, ove si trascuri il fenomeno della strizione, il limite superiore della deformazione media risulta essere ovviamente la  $\epsilon_{s,u}$  che può teoricamente raggiungersi solo in assenza completa di aderenza.

Nei tronchi di provino compresi fra due lesioni, in corrispondenza delle quali non si è verificata la rottura della barra e quindi la strizione, le deformazioni nell'acciaio devono quindi necessariamente risultare inferiori ad  $\epsilon_{s,u}$ , il cui valore medio è pari, come già evidenziato in precedenza, al 13.7%.

Le deformazioni medie devono inoltre essere più contenute quando le lesioni sono più distanti, in quanto in tal caso si ha un maggior trasferimento di sforzi dall'armatura al calcestruzzo teso. In accordo con quanto ora rilevato, il rapporto  $\epsilon_{s,m}/\epsilon_{s,u}$  è risultato pari a 0.79 e 0.61 rispettivamente per distanze  $\Delta l$  di 100 mm e 150 mm.

E' ancora da segnalare che nei tronchi di calcestruzzo prossimi alla sezione ove si è verificata la strizione, la deformazione media nell'acciaio può superare la deformazione uniforme perché l'incremento di deformazione dovuto a questo fenomeno può essere maggiore del decremento che si ha per effetto del trasferimento delle trazioni al calcestruzzo; questo è il caso della distanza fra le lesioni pari a 100 mm, per i quali si sono ottenuti valori di  $\epsilon_{s,m}/\epsilon_{s,u}$  pari a 1.13.

Quest'ultima osservazione conferma da un lato che le deformazioni connesse con la strizione sono molto rilevanti e dall'altro che le previsioni teoriche delle rotazioni plastiche di elementi in calcestruzzo armato non potranno avvicinarsi con sufficiente approssimazione ai risultati sperimentali, se non si modella anche il fenomeno della strizione, senza la quale in nessun caso può risultare  $\epsilon_{s,m} > \epsilon_{s,u}$ .

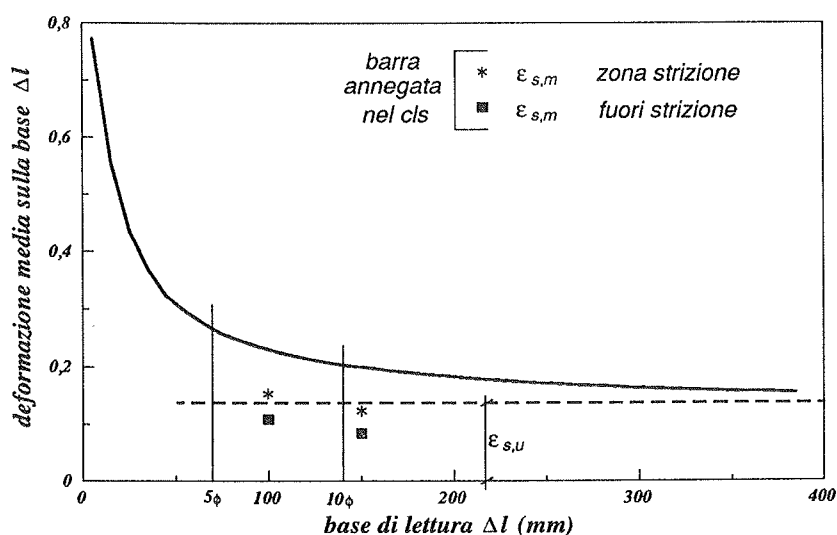


Fig. 5 - Andamento sperimentale delle deformazioni a rottura della barra nuda e della barra annegata nel calcestruzzo.

Tutti i risultati ottenuti sono sinteticamente riportati nella Fig. 5. In essa è riportata in ascissa la base di lettura  $\Delta l$ , computata in modo da avere sull'asse di simmetria la zona di strizione, ed in ordinata la deformazione dell'acciaio misurata su tale base. La curva continua è la media di tutti i risultati ottenuti sulle barre senza calcestruzzo, ed ovviamente è una curva che tende asintoticamente alla deformazione uniforme. Nella stessa figura sono riportati i valori medi della deformazione media dell'acciaio  $\epsilon_{s,m}$  per i due casi indagati di provini con lesioni preformate distanti 100mm e 150mm; per ciascuno dei due casi sono consegnati nel grafico i valori medi della deformazioni nei tronchi adiacenti alla sezione di strizione e negli altri.

Si osserva naturalmente che i punti sperimentali ottenuti per la barra annegata nel calcestruzzo sono ovviamente sempre inferiori rispetto alla curva relativa alla barra nuda. A conferma di quanto detto i punti relativi alla presenza di strizione si collocano a cavallo della retta che definisce la deformazione uniforme, mentre in assenza di strizione i punti sono entrambi più bassi.

## 5. L'ANALISI INDIRETTA DEL LEGAME COSTITUTIVO DI ADERENZA

I risultati analizzati nel precedente paragrafo sono stati ottenuti, come già si è messo in luce, attraverso misurazioni di grande semplicità e speditezza. Più complessa ed incerta si presenta la valutazione puntuale delle deformazioni nella barra, che fornisce peraltro informazioni più dettagliate sull'interazione acciaio-calcestruzzo.

A tal proposito va osservato che la lettura delle deformazioni delle singole tacche, poste inizialmente ad una distanza di 5 mm, risente di una serie di difficoltà. In primo luogo vi sono gli errori nel posizionamento delle tacche e nella lettura delle stesse. A tale errore, di tipo sperimentale, si sommano delle incertezze intrinsecamente connesse al meccanismo di trasmissione degli sforzi fra acciaio e calcestruzzo; infatti da un lato, a rigore, la barra non si presenta di sezione uniforme a causa della presenza delle nervature che hanno un'effetto irrigidente locale e dall'altro il fenomeno dell'aderenza acciaio-calcestruzzo è tipicamente discontinuo, in quanto connesso alla formazione di lesioni inclinate, ed alla distanza fra le nervature. In definitiva, per vari motivi, non è possibile ottenere un risultato sperimentale perfettamente continuo.

Un tipico andamento sperimentale è presentato in Fig. 6, dove sull'asse delle ascisse è riportato lo sviluppo della barra, e sull'asse delle ordinate la relativa deformazione dopo la rottura; il risultato si riferisce ad un caso di lesioni preformate a distanza 100 mm. Il diagramma, per quanto appena osservato, si presenta notevolmente discontinuo su basi piccole; al fine di trattarlo analiticamente risulta particolarmente utile considerare una "pulizia" del segnale attraverso un opportuno filtro ed il risultato ottenuto è riportato nello stesso grafico. Si osserva che in corrispondenza della prima fessura si è ottenuta la strizione, mentre nelle altre due lesioni si è praticamente raggiunta la deformazione uniforme; in altri provini l'inizio della strizione è invece visibile anche in sezioni diverse da quelle in cui si è avuto il collasso.

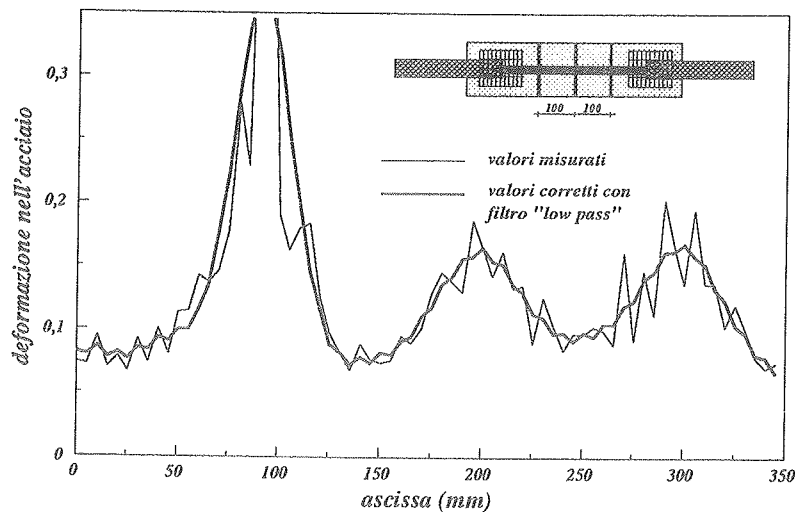


Fig. 6 - Andamento tipico della deformazione dell'acciaio nel provino a rottura avvenuta.

Nella Fig. 7 sono riportati i valori medi delle  $\epsilon_s$  nei tratti di barra adiacenti una lesione nella quale non si è verificata la rottura dell'acciaio; le tre curve si riferiscono ai tre casi indagati con le lesioni preformate a 150 mm ed a 100 mm rispettivamente con barra centrata ed eccentrica. Si osserva chiaramente che le  $\epsilon_s$  attingono il massimo in corrispondenza della lesione con valori prossimi alla  $\epsilon_{s,u}$ , mentre i minimi si riscontrano ovviamente nelle mezzerie dei conci tra le lesioni (circa 50 mm per i casi con  $\Delta l=100$  mm e circa 75 mm per  $\Delta l=150$  mm), sezioni nelle quali si ha il trasferimento massimo della trazione al calcestruzzo.

Integrando le  $\epsilon_s$  lungo la barra, e trascurando la deformazione del calcestruzzo teso, può ottenersi immediatamente lo scorrimento verificatosi tra l'acciaio ed il calcestruzzo:

$$s(x) = \int_0^x (\epsilon_s - \epsilon_{cl}) dx + s(0) \cong \int_0^x \epsilon_s dx + s(0) \quad (2)$$

La condizione iniziale necessaria per l'integrazione è fornita dalla considerazione che sull'asse di simmetria, al centro fra le lesioni, non vi è scorrimento, ovvero  $s(0)=0$ . I diagrammi di  $s(x)$  sono riportati nella Fig. 8, nella quale si osserva come gli scorrimenti più elevati si riscontrino nel caso di provini con maggiore distanza tra le lesioni; si rilevi che lo scorrimento in corrispondenza della fessura, che nella figura corrisponde ad  $x=0$ , costituisce evidentemente la metà dell'ampiezza della lesione nella fase di rottura della barra, depurata però del contributo dovuto alla deformazione elastica.

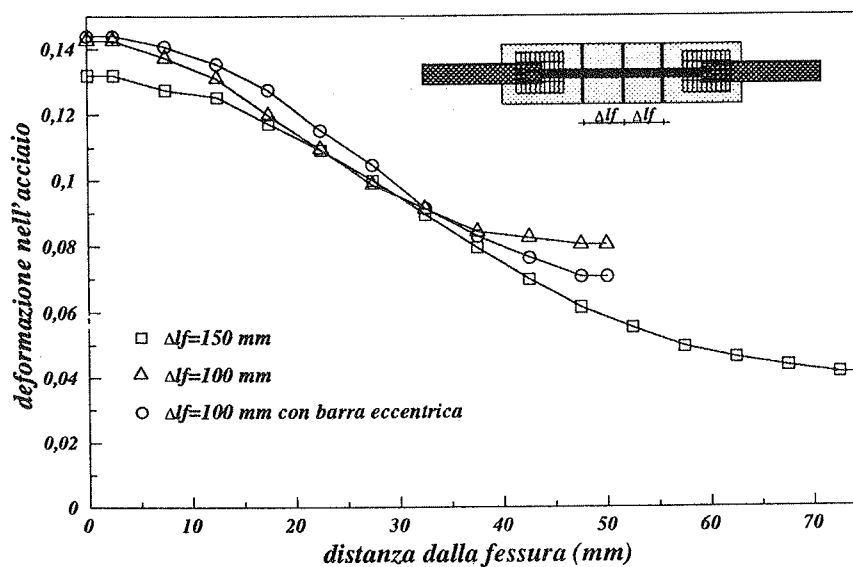


Fig. 7 - Andamento medio della deformazione nell'acciaio.

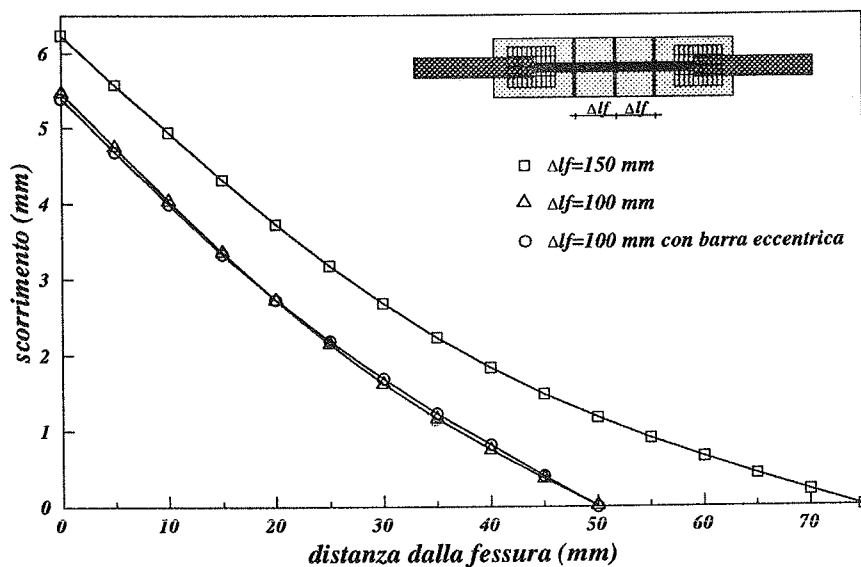


Fig. 8 - Andamento medio degli scorrimenti acciaio-calcestruzzo.

Un'altra osservazione di qualche interesse nell'osservazione dei risultati concerne la notevole regolarità del diagramma degli scorrimenti, dovuta alla circostanza che l'integrazione tende ad attenuare le imprecisioni sperimentali.

Dalle deformazioni risulta immediato disponendo del legame tensione-deformazione dell'acciaio, risalire alle tensioni  $\sigma_s$ ; la precisione di tale deduzione è ovviamente condizionata dall'accuratezza con la quale si è ottenuta la legge  $\sigma_s$ - $\epsilon_s$  e dalla bontà della determinazione delle  $\epsilon_s$  lungo la barra. Si osservi che, pur partendo da un andamento di deformazioni molto regolare nella parte prossima all'asse di simmetria, si verifica un piccola discontinuità nelle derivate della curva delle tensioni in tale zona.

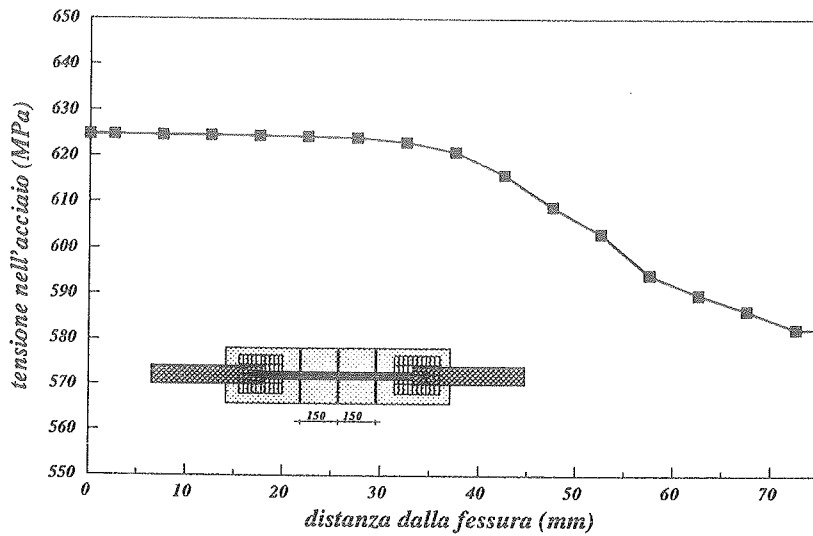


FIG. 9. Andamento medio della tensione nell'acciaio.

Tale ultima osservazione è rilevante nella valutazione delle tensioni di aderenza; perseguibili con la relazione:

$$\tau(x) = \frac{\Phi d\sigma}{4 dx} \quad (3)$$

che stabilisce la condizione di equilibrio della barra. Nel processo di derivazione l'incertezza si amplifica passando al diagramma delle tensioni di aderenza di Fig. 10, che presenta notevoli irregolarità nella zona maggiormente cementata.

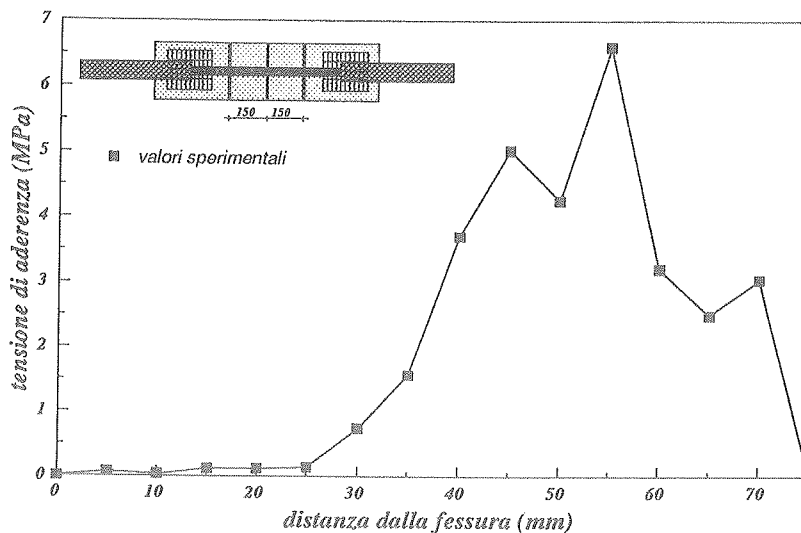


Fig. 10 - Andamento medio della tensione di aderenza.

Ed infine, disponendo da un lato degli scorrimenti e dall'altro delle tensioni di aderenza, è possibile tracciare il diagramma tensione di aderenza-scorrimento che effettivamente si è sviluppato nella barra; tale andamento è presentato in Fig. 11.

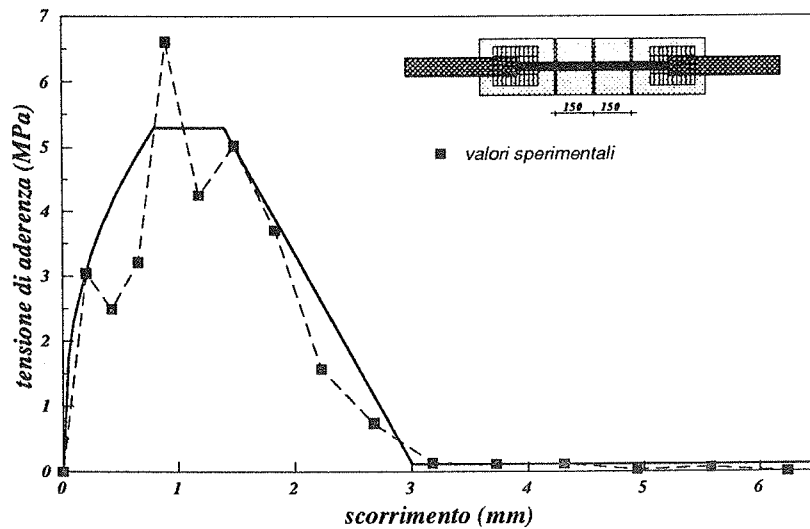


Fig. 11 - Legame tensione tangenziale di aderenza-scorrimento per i provini esaminati.

È interessante osservare che tale ultimo diagramma fornisce la possibilità di verificare, indirettamente, i legami costitutivi forniti dalla letteratura tecnica; in particolare con riferimento alle più recenti indicazioni del CEB [3], basate soprattutto sulle esperienze ed analisi numeriche descritte in [6,7], il legame  $\tau$ - $s$  è fornito per 4 diverse condizioni, definite nel seguito casi a, b, c e d, accoppiando situazioni confinate e non confinate con situazioni di aderenza buone e non buone.

La legge proposta dal CEB è schematicamente rappresentata nella figura 12, ed i valori dei parametri che intervengono, per ciascuno dei quattro casi appena definiti, sono riportati nella tabella 3. Il legame costitutivo è funzione anche, come si evince dalle risultanze sperimentali, della distanza dalla lesione; in particolare tutti i parametri che definiscono il legame vanno moltiplicati per  $0.2x/\Phi$ , essendo  $x$  la distanza dalla lesione e  $\Phi$  il diametro nella barra, nella zona compresa fra la lesione e 5 volte il diametro; per distanze superiori vale la relazione riportata nella Fig. 12 senza alcun coefficiente moltiplicativo.

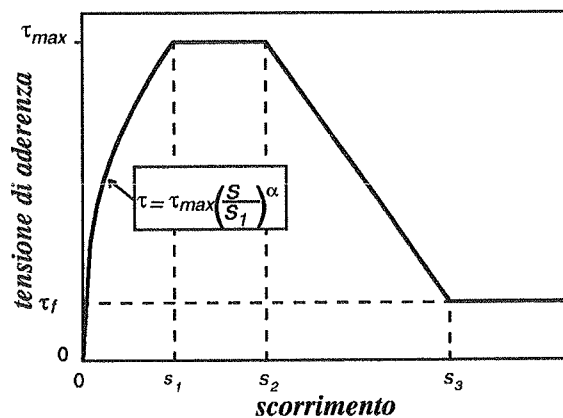


Fig. 12 - Legame costitutivo suggerito dal CEB.

|              | Caso a             | Caso b             | Caso c             | Caso d              |
|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| $\tau_{max}$ | $2.0\sqrt{f_{ck}}$ | $1.0\sqrt{f_{ck}}$ | $2.5\sqrt{f_{ck}}$ | $1.25\sqrt{f_{ck}}$ |
| $\alpha$     | 0.4                | 0.4                | 0.4                | 0.4                 |
| $\tau_f$     | $0.15\tau_{max}$   | $0.15\tau_{max}$   | $0.4\tau_{max}$    | $0.4\tau_{max}$     |
| $s_1$        | 0.6                | 0.6                | 1.0                | 1.0                 |
| $s_2$        | 0.6                | 0.6                | 3.0                | 3.0                 |
| $s_3$        | 1.0                | 2.5                | clear rib spacing  | clear rib spacing   |

Tab. 3 - Parametri del modello di aderenza CEB;  $\tau, f_{ck}$  (resistenza cilindrica) in MPa,  $s$  in mm.

Il confronto fra risultati teorici e sperimentali è riassunto nella tabella 4, ove sono presentati i valori medi ed i coefficienti di variazione dei rapporti fra tensione di aderenza valutata teoricamente, in corrispondenza dello scorrimento misurato e della distanza effettiva dalla lesione, e tensione di aderenza sperimentale.



Per tutti i quattro casi a-b-c-d suggeriti dal modello CEB i risultati si presentano molto dispersi, e la media molto alta; la previsione teorica, in media, sopravvaluta decisamente l'aderenza che effettivamente si è sviluppata nell'esperienza. Vi è però da rilevare che i valori responsabili dei maggiori scostamenti teorico-sperimentali sono quelli relativi all'ultimo tratto del legame; infatti nella previsione teorica si fa affidamento su un valore costante della  $\tau$ , conseguente alla resistenza per attrito, che in realtà non si è sviluppato; imponendo nella previsione teorica un valore di  $\tau$ , nullo (modello 2) oppure molto ridotto (1/10 del modello CEB, modello 3) per scorrimenti maggiori di  $s_s$ , si ottengono i risultati presentati nella seconda e nella terza parte della Tabella 4. Il coefficiente di variazione rimane ancora molto alto, a conferma della poca affidabilità puntuale della previsione, ma i valori medi diventano dell'ordine di grandezza giusto. Accettando le ipotesi formulate sulla parte finale del diagramma  $\tau$ - $s$  il modello teorico che meglio approssima i risultati è intermedio fra le due situazioni confinate e non confinate suggerite dal CEB.

|        | MODELLO CEB |        |        |        | MODELLO 2 ( $\tau_f=0$ ) |        |        |        | MODELLO 3 ( $\tau_f=\tau_{f,CEB}/10$ ) |        |        |        |
|--------|-------------|--------|--------|--------|--------------------------|--------|--------|--------|--|--------|--------|--------|
|        | Caso a      | Caso b | Caso c | Caso d | Caso a                   | Caso b | Caso c | Caso d | Caso a                                 | Caso b | Caso c | Caso d |
| Media  | 2.83        | 1.53   | 10.4   | 5.21   | 0.47                     | 0.34   | 4.07   | 2.04   | 0.71                                   | 0.45   | 4.71   | 2.36   |
| C.O.V. | 1.0         | 0.9    | 1.1    | 1.1    | 2.1                      | 1.5    | 1.4    | 1.4    | 1.3                                    | 1.0    | 1.2    | 1.2    |

Tab. 4 - Valori medi e C.O.V. del rapporto fra le tensioni di aderenza teorica e sperimentale.

## 6. CONCLUSIONI

Per quanto concerne le capacità deformative della barra nuda l'analisi sperimentale effettuata ha mostrato che la misura degli allungamenti dovuti alla strizione è intrinsecamente più affidabile della misura della deformazione uniforme; in altri termini sembrerebbe che la strizione è un fenomeno meno casuale dell'allungamento a rottura della altre zone della barra.

Per quanto concerne l'effetto irrigidente "medio" del calcestruzzo teso fra le lesioni, con semplici misure sperimentali è risultato possibile mostrare l'influenza di alcune variabili, quali posizione della barra e distanza fra le lesioni; si è inoltre visto come in talune situazioni gli allungamenti dovuti alla strizione compensino e superino l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso, fornendo una deformazione media superiore di quella uniforme.

La tecnica sperimentale proposta consente anche, con un numero limitato di prove e misurazioni relativamente semplici, di ottenere informazioni puntuali sul legame di aderenza che si sviluppa fra acciaio e calcestruzzo. La previsione è però intrinsecamente instabile, dovendosi ricavare le tensioni di aderenza passando tanto attraverso il legame costitutivo dell'acciaio, che a rottura presenta un ramo con una pendenza molto ridotta, quanto attraverso la derivazione numerica di tali tensioni nell'acciaio, che tende ad amplificare gli errori sperimentali.

Nel prosieguo della ricerca, in corso di svolgimento, gli autori intendono indagare sugli altri parametri che possono influenzare il fenomeno studiato.

**Ringraziamenti.** Si ringrazia la Mitutoyo Italiana, ed in particolare l'ing. V. Lepre, per aver reso disponibile il lettore ottico di profili utilizzato nelle misurazioni.

### Bibliografia

- [1] ISO, Working Draft, Steel for the reinforcement of concrete: determination of total elongation at maximum force, ISO/TC 17/ SC 16, N. 300 E, December, 1989.
- [2] ROSSI P., The fragility and ductility of composite engineering materials and structures, Vol. 22, January, 1989.
- [3] CEB-FIP, Model Code 1990, First Draft, Bulletin d'Information n. 195, 1990.
- [4] Commission of the European Communities, EUROCODE n. 2, Common unified rules for concrete structures, Revised Final Draft, December, 1989.
- [5] RILEM RECOMMANDATION, TC 83-FUNDAMENTAL MECHANICAL PROPERTIES OF METALS (Chairman B. Kato), Tension testing of metallic structural materials for determining stress-strain relations under monotonic and uniaxial testing, Matériaux Et Constructions, Vol. 23, 35-46, 1990.
- [6] CIAMPI V., ELIGEHAUSEN R., POPOV E.P., BERTERO V.V., Analytical model for concrete anchorage of reinforcing bars under generalized excitation, Report No. UCB/EERC 82-23, Univ. of California, Berkeley, California, 1982.
- [7] ELIGEHAUSEN R., POPOV E.P., BERTERO V.V., Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitations" Report No. UCB/EERC 83-23, Univ. of California, Berkeley, California, 1983.

**INSTABILITA' DI COLONNE SNELLE PER AZIONI DI BREVE E LUNGA DURATA**

**Andrea DALL'ASTA**  
Consorzio Universitario di Bologna-Ancona-Padova

**Luigino DEZI**  
Università di Ancona



# INSTABILITÀ DI COLONNE SNELLE PER AZIONI DI BREVE E LUNGA DURATA

**Andrea DALL'ASTA**  
Dottorando di Ricerca  
Consorzio Univ. di Bologna-Ancona-Padova

**Luigino DEZI**  
Professore Associato  
Università di Ancona

## SOMMARIO

Il problema della stabilità di una colonna snella in c.a. sotto azioni di lunga durata è retto da un sistema di equazioni integro-differenziali che, nel caso più generale, può essere risolto solo per via numerica. Assumendo una deformata modello per la colonna ed un legame elasto-viscoso algebrizzato per il conglomerato, si elimina la doppia integrazione nello spazio e nel tempo e si perviene ad un sistema di equazioni non lineari, con una considerevole semplificazione del problema. I risultati ottenuti con queste ipotesi semplificative sono posti a confronto con quelli derivanti dalle procedure numeriche del metodo generale allo scopo di verificarne l'attendibilità.

## SUMMARY

Creep buckling of a slender column in r.c. under sustained loads is generally governed by a system of integro-differential equations, that can be solved only by means of numerical procedures. The double integration in space and time can be avoided by assuming a model deflection function for the column, and an approximate linear creep law for concrete; a system of non-linear equations is thus obtained, which considerably simplifies the problem. The reliability of the results obtained by means of these approximations is tested through their comparison with results deriving from the numerical procedures of the general method.

## 1. INTRODUZIONE

Nella verifica di colonne snelle in c.a. è necessario tener conto del comportamento viscoso del conglomerato e valutare adeguatamente la riduzione della capacità portante nel tempo. Le azioni permanenti e quasi permanenti determinano infatti un continuo incremento delle deformazioni e un conseguente aumento delle sollecitazioni di flessione dovute alla contemporanea presenza di spostamenti trasversali sensibili e di azioni assiali intense. Le deformazioni viscoso diventano notevoli e possono determinare il collasso per divergenza dell'equilibrio dopo periodi di caricamento sufficientemente lunghi. È importante quindi poter analizzare l'equilibrio per periodi di tempo paragonabili alla vita di progetto della struttura ed individuare il corrispondente stato tensionale per valutare la capacità portante residua della struttura nei confronti delle azioni accidentali.

Un'impostazione rigorosa del problema conduce alla formulazione di equazioni integro-differenziali per la soluzione delle quali si deve ricorrere ad una discretizzazione del problema nello spazio e nel tempo che richiede una complessa procedura numerica. La possibilità di risolvere numericamente queste equazioni permette tuttavia di formulare ipotesi semplificative e di testare la loro validità.

Gli autori, una volta risolto il problema per via generale, si propongono di valutare soluzioni approssimate introducendo due ipotesi semplificative.

Una prima semplificazione, consistente nell'assumere una funzione modello per descrivere gli spostamenti trasversali, consente di evitare l'integrazione rispetto allo spazio. A tale riguardo, sono prese in considerazione sia la formulazione più semplice, contenuta nella normativa tecnica italiana, sia quella più complessa suggerita dal MC90. Tale modo di procedere, solitamente usato nell'analisi del problema di instabilità all'istante di messa in carico della struttura, necessita di una verifica nel caso di azioni di lunga durata. Il confronto tra le deformate modello e la deformata ottenuta con le procedure numeriche del metodo generale, permette di evidenziare il grado di approssimazione che si ottiene nel tempo per i casi di maggior interesse.

Una seconda semplificazione consente di eliminare l'integrazione rispetto al tempo introducendo il legame elasto-viscoso algebrizzato AEMM che descrive la storia di deformazione con una funzione modello. A tale riguardo esistono già in letteratura confronti tra la deformazione ottenuta numericamente con il legame costitutivo integrale e quella fornita dal legame algebrizzato, che mostrano una buona affidabilità nel problema in esame.

Con queste ipotesi semplificative il problema si riconduce alla risoluzione di un sistema di due equazioni non lineari per le quali si indica in dettaglio una procedura di risoluzione particolarmente efficiente basata sul metodo di Newton.

Il confronto tra i risultati ottenuti con queste semplificazioni e quelli forniti dal metodo generale a diversi istanti e per differenti livelli di carico mostra l'importanza di un'accurata scelta della deformata modello. Le applicazioni numeriche, delle quali si riporta un esempio, sono state condotte assumendo per il conglomerato una legge bilatera e la funzione di viscosità contenuta nel MC90.

## 2. FORMULAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA

Con diverse finalità e con diversi gradi di generalità, il problema è stato affrontato da numerosi autori [6,12,20,22,23,24,27]. Nel caso generale si perviene ad un sistema di equazioni integro differenziali a derivate parziali.

Nel seguito si descrive molto concisamente il problema, affrontato con il metodo degli spostamenti, al solo scopo di mostrare le difficoltà insite in una soluzione rigorosa e chiarire il significato delle ipotesi semplificative che verranno introdotte. Per ulteriori dettagli si rimanda ai lavori menzionati in precedenza e riportati in bibliografia.

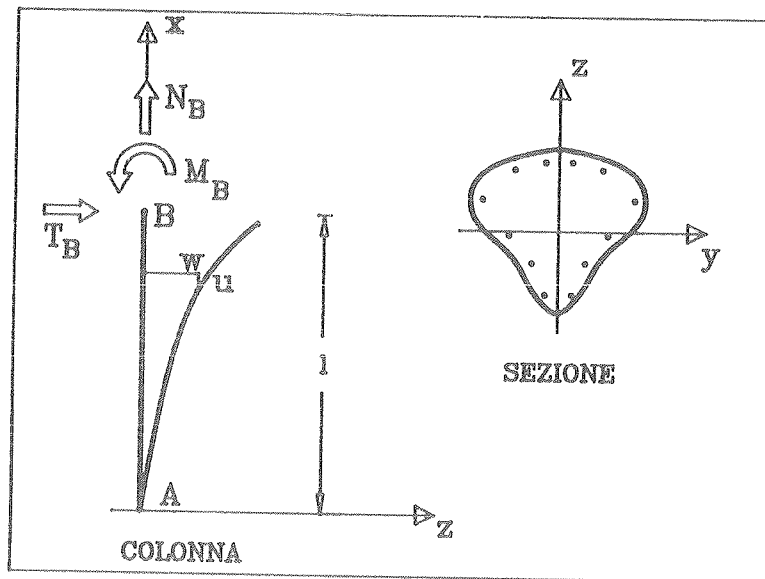


Fig. 1 - Schema della colonna

Si consideri la trave isostatica caricata alle estremità, descritta in fig. 1. Il piano X-Z rappresenta un piano di simmetria fisica e geometrica.

La risoluzione del problema consiste nell'individuazione dello stato tensionale in ogni punto della struttura ed in ogni istante. A mezzo dei legami costitutivi elasto-viscosi dei materiali, si possono esprimere le tensioni tramite le deformazioni e, di conseguenza, gli spostamenti.

Nell'ipotesi che le sezioni trasversali rimangano piane, la deformazione di un punto qualsiasi può essere valutata in base alla deformazione della linea d'asse e alla curvatura.

Si possono quindi prendere come incognite le funzioni  $u(x,t)$  e  $w(x,t)$  che rappresentano gli spostamenti dei punti appartenenti alla linea d'asse rispettivamente in direzione X e Z.

Per ricostruire la vicenda deformativa e' necessario impostare il problema in termini incrementali rispetto al tempo.

La soluzione si ottiene imponendo l'equilibrio alla rotazione ed alla traslazione delle sezioni trasversali. Indicando con  $N_i$  e  $M_i$  le caratteristiche di sollecitazione corrispondenti alle tensioni interne, e con  $N_e$  e  $M_e$  quelle determinate dalle azioni esterne, le equazioni di equilibrio e le condizioni al contorno si presentano nella forma seguente:

$$\begin{aligned} \dot{M}_i \{ \dot{u}', \dot{w}'' \} &= \dot{M}_e(w) \\ \dot{N}_i \{ \dot{u}', \dot{w}'' \} &= \dot{N}_e \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u(0,t) &= \tilde{u}(t); & w(0,t) &= \tilde{w}(t); & w'(0,t) &= \tilde{w}'(t) & \text{(condizioni al contorno)} \\ u(x,t_0) &= \hat{u}(x); & w(x,t_0) &= \hat{w}(x) & & & \text{(condizioni iniziali)} \end{aligned}$$

dove i punti indicano le derivate rispetto al tempo e gli apici quelle rispetto ad  $x$ . Le parentesi graffe sono state utilizzate per indicare una dipendenza di tipo funzionale dovuta al legame costitutivo viscoso (integrale di memoria). Le due equazioni possono essere disaccoppiate solo nel caso di comportamento elasto-viscoso lineare, sezione costante omogenea ed asse  $X$  coincidente con quello baricentrico, mentre in generale costituiscono un sistema che può essere risolto solo numericamente, discretizzando il tempo e l'asse  $X$ . Nel caso di legami non lineari (es. sezione fessurata) e' necessario operare anche una discretizzazione all'interno della sezione.

In questo lavoro, tale impostazione a carattere generale (nel seguito chiamata "metodo generale") è stata utilizzata per testare la validità dei risultati ottenuti con il metodo approssimato proposto.

### 3. DEFORMATA MODELLO

L'integrazione delle equazioni differenziali (1) rispetto alla variabile  $x$  può essere evitata introducendo una funzione modello, in grado di descrivere la "forma" della linea d'asse deformata, che correla direttamente lo spostamento di estremità  $w_B$  con la curvatura della sezione più sollecitata  $\theta_A$  (per le curvature valgono le stesse convenzioni dei momenti).

Assumendo una deformata trasversale di tipo cosinusoidale si trova l'espressione

$$w_B(t) = -0.4 l^2 \theta_A(t) \quad (2)$$

consigliata dalla normativa tecnica italiana [19].

Ipotizzando una deformata trasversale somma di una funzione parabolica ed una cosinusoidale, si perviene all'espressione

$$w_B(t) = -0.1 K_1 l^2 (\theta_B(t) + 4\theta_A(t)) \quad (3)$$

consigliata dal CEB nel MC90 [9].

In essa  $K_1$  indica un coefficiente che varia in funzione della snellezza e vale 1 per snellezze sufficientemente elevate e  $\theta_B$  la curvatura in sommità. Questa seconda espressione fornisce risultati più accurati ma richiede il calcolo preventivo della curvatura  $\theta_B$  corrispondente al momento flettente presente all'estremo libero  $M_B$ . Il valore di  $\theta_B$  può essere calcolato prima dell'analisi di stabilità della colonna e non costituisce quindi un'incognita del problema, dato che il suo valore prescinde dagli effetti del secondo ordine.

Il campo di applicabilità e l'accuratezza delle approssimazioni delle due equazioni dipendono dalla validità del modello deformativo a cui fanno riferimento e, di conseguenza, sono influenzate dalla deformabilità della sezione trasversale e dalle azioni applicate.

Nei fenomeni viscosi, la rigidità del materiale e con essa la forma della funzione che descrive gli spostamenti trasversali, varia nel tempo.

Attraverso alcuni esempi su colonne sottoposte a carichi costanti e concentrati in sommità, si evidenzia il livello di approssimazione che si può ottenere con le due espressioni semplificate al variare del tempo. Il confronto viene effettuato valutando le differenze tra gli spostamenti  $w_B$  ottenuti risolvendo l'eq (1) con le procedure numeriche del metodo generale e quelli approssimati che derivano dall'applicazione delle eq. (2) e (3), con i valori delle curvature  $\theta_B$  e  $\theta_A$  calcolati con il metodo generale. In tal modo si evidenziano le differenze di forma tra deformata reale e modello.

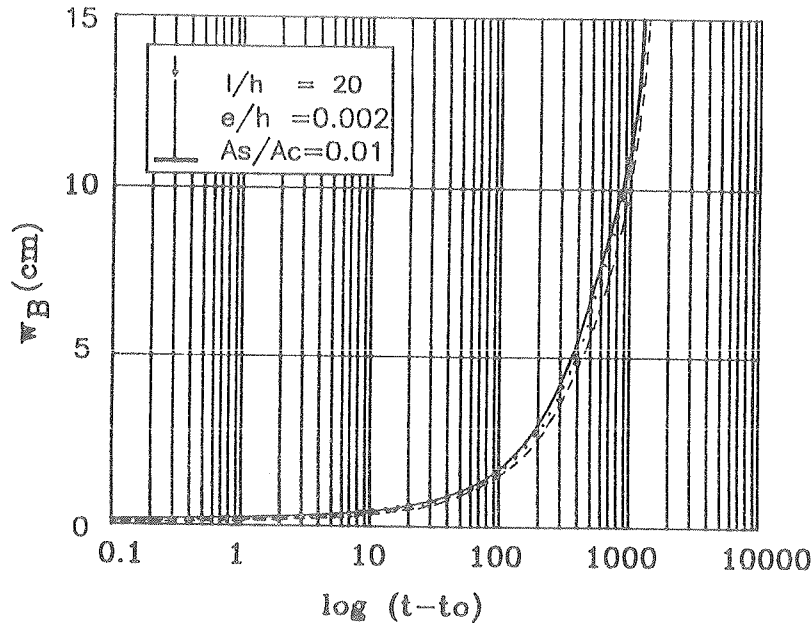


Fig. 2 - Colonna con carico assiale (linea continua=metodo generale; linea tratteggiata=modello eq.(2); linea punteggiata=modello eq.(3)).

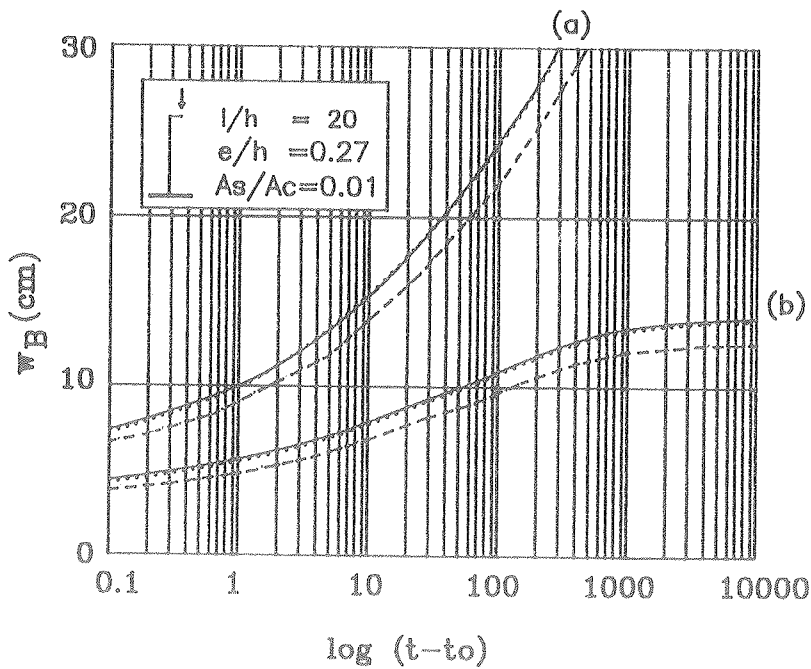


Fig. 3 - Colonna sottoposta a carico assiale e momento flettente (linea continua=metodo generale; linea tratteggiata=modello eq.(2); linea punteggiata=modello eq.(3)).

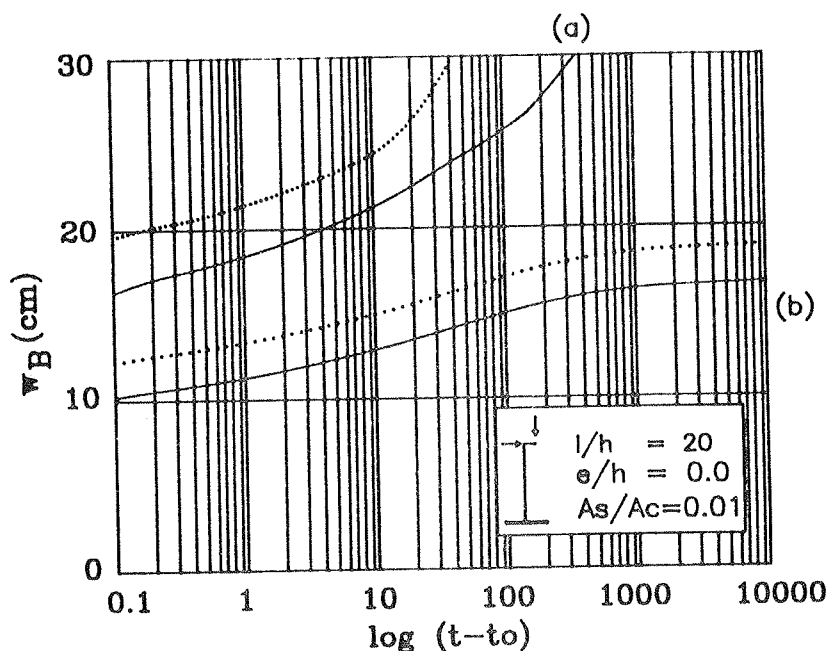


Fig. 4 - Colonna sottoposta a carico assiale, momento flettente e carico orizzontale (linea continua=metodo generale; linea punteggiata=modello eq.(2) ed eq.(3)).

In fig.2 sono rappresentati gli spostamenti  $w_B$  forniti dal metodo generale e quelli ottenuti con le equazioni (2) e (3), per una colonna sottoposta ad un carico assiale applicato con una piccolissima eccentricita' (0.1 cm.). Il carico applicato e' tale da produrre sensibili effetti del secondo ordine e la colonna si trova in condizioni vicine al collasso all'istante finale. Si nota una buona approssimazione degli spostamenti ottenuti con i metodi semplificati, soprattutto dopo periodi di carico lunghi. L'eq. (3), proposta dal CEB, fornisce risultati migliori durante tutto il periodo di carico.

Il caso precedente rappresenta una situazione molto particolare, dato che l'eccentricita' introdotta risulta inferiore a quella di carattere "accidentale" prevista dalle norme<sup>(1)</sup>.

Sulle colonne in c. a., tale eccentricita' fittizia del carico e' confrontabile con gli spostamenti di sommita' ed il corrispondente diagramma di curvatura si discosta sensibilmente da quello del caso precedente e da quello cosinusoidale previsto dal modello dell'eq. (2). Il diagramma e' costituito da una componente costante lungo l'altezza, pari a  $\theta_B(t)$ , ed una variabile, nulla all'estremo B e crescente verso l'incastro. Le due componenti evolvono nel tempo con legge diversa: la componente costante, che in questo caso corrisponde alla curvatura del primo ordine, cresce proporzionalmente agli effetti viscosi mentre l'altra cresce piu' rapidamente per gli effetti del secondo ordine. La fig.3 descrive gli spostamenti massimi di una colonna sottoposta ad un carico con piccola eccentricita' (il doppio del minimo previsto dalla normativa italiana). La curva (a) e' relativa ad una colonna che raggiunge la crisi dopo un lungo periodo di carico mentre la curva (b) corrisponde ad una colonna con carico piu' modesto (70% del precedente) ed e' maggiormente rappresentativa di una situazione reale, nella quale le azioni permanenti costituiscono solo una parte del carico totale che puo' interessare la struttura. Lo spostamento valutato con l'eq.(3), che mantiene separati i due termini, e' praticamente coincidente con quello fornito dal metodo generale, mentre quello ottenuto con l'eq.(2) se ne discosta sensibilmente anche se percentualmente l'errore si riduce per tempi lunghi. Come prevedibile, le differenze tra i due modelli approssimati sono percentualmente maggiori per carichi meno intensi, dato che la componente del primo ordine diventa piu' significativa.

(1) Sia la normativa italiana che il Model Code CEB richiedono di effettuare la verifica in presenza di una eccentricita' minima rispettivamente pari a  $l_0/300$  ( $l_0$ =Lunghezza libera di inflessione, pari a  $2l$  per una mensola) e  $l/200$  (per una colonna di lunghezza superiore a 4m.).



Nel caso in cui sia presente anche un'azione orizzontale  $T_B$  nell'estremo libero, entrambi i modelli forniscono risultati che si discostano sensibilmente dalla soluzione rigorosa (fig.4). La deformata modello dell'eq.(3) sovrastima gli spostamenti e l'approssimazione fornita peggiora al trascorrere del tempo, mentre l'eq.(2) sovrastima gli spostamenti in misura leggermente inferiore. In fig.4 sono posti a confronto i risultati relativi ad una colonna sottoposta ad un'azione orizzontale pari al 5% del carico verticale. Le curve (a) e (b) corrispondono a due diversi valori del carico assiale, scelti con lo stesso criterio dell'esempio precedente. Tale condizione di carico presenta poco interesse nel problema in esame in quanto la forza orizzontale è quasi sempre di ripo accidentale e non attiva i fenomeni viscosi.

Limitando pertanto l'analisi al caso di carichi concentrati in sommità, si può quindi concludere che, in presenza di un carico verticale eccentrico, il modello dell'eq.(3) fornisce una rappresentazione molto realistica del regime deformativo sia a breve che a lungo termine. Nella stessa situazione, il modello dell'eq.(2) fornisce una rappresentazione meno realistica dello spostamento di sommità e conduce ad una sottostima che diventa meno sensibile quando il momento del secondo ordine è preponderante. Ne consegue che quest'ultimo modello può essere usato con sufficiente approssimazione per una misura del carico critico all'istante iniziale, nel caso di azioni intense applicate con piccole eccentricità. Maggiore attenzione deve essere posta nella valutazione degli spostamenti in presenza di azioni più modeste, sia quando si teme il collasso dopo lunghi periodi di carico, sia nel caso contrario (fig.3, caso (a) e (b)).

#### 4. ALGEBRIZZAZIONE DEL LEGAME COSTITUTIVO DEL CALCESTRUZZO

Legame costitutivo elasto-viscoso del calcestruzzo.

Il comportamento del calcestruzzo nel tempo è stato descritto mediante le leggi proposte nel Model Code 90 [9].

La deformazione totale del calcestruzzo può essere espressa come somma di due termini

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{co}(t) + \varepsilon_{cn}(t) \quad (4)$$

esprimenti rispettivamente la parte di deformazione dipendente ed indipendente dalla tensione. Il primo termine, espresso tramite una legge di viscosità lineare, assume la forma

$$\varepsilon_{co}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_c} \right] = \sigma_c(t_0) \Phi(t, t_0) \quad (5)$$

dove  $E_c$  indica il modulo elastico dopo 28 giorni e  $t_0$  l'istante di applicazione del carico.

Nell'ipotesi di sovrapposibilità lineare degli effetti, per una storia di carico generica si ottiene la seguente legge:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (6)$$

Il coefficiente di creep  $\phi(t, t_0)$  dipende dall'umidità relativa, dallo spessore fittizio e dalla resistenza media del calcestruzzo. Per esigenze di spazio si omettono le espressioni analitiche delle funzioni che descrivono il coefficiente di viscosità e si rimanda al MC90 per maggiori dettagli.

Si suppone inoltre che il calcestruzzo non abbia resistenza a trazione e presenti un pianerottolo plastico in corrispondenza della massima tensione di compressione  $f_c(t)$ . La tensione massima  $f_c(t)$  varia nel tempo mantenendosi proporzionale al quadrato del modulo elastico. Indicando con  $f_c$  il valore ottenuto dopo 28 giorni, la resistenza può essere espressa come

$$f_c(t) = f_c (E_c(t)/E_c)^2$$

In definitiva è stato accettato un modello di comportamento elasto-viscoso lineare nell'intervallo di tensione  $[-f_c, 0]$  che si basa sulle due ipotesi fondamentali di proporzionalità tra storia di tensione e deformazione e di sovrapposibilità lineare degli effetti nel tempo.

La presenza del pianerottolo plastico e la mancanza della resistenza a trazione implicano che il legame tensioni-deformazioni sia ugualmente non lineare. Tuttavia tale schematizzazione consente l'algebrizzazione del legame viscoso con metodi già noti in letteratura.

Legame costitutivo algebrizzato per il calcestruzzo.

L'integrazione rispetto al tempo delle eq. (1) può essere evitata esprimendo il legame tra le tensioni e le deformazioni in funzione dei soli valori che esse assumono all'istante iniziale  $t_0$  ed all'istante considerato  $t$ . A tale scopo è necessario imporre delle condizioni semplificative sulle funzioni  $\epsilon(t)$  o  $\sigma(t)$  che descrivono la storia deformativa o tensionale del calcestruzzo nell'intervallo di tempo considerato. In letteratura esistono diversi metodi per operare tale semplificazione [3,5,]. Un metodo particolarmente efficiente è quello proposto da Trost [26] e successivamente migliorato da Bazant [2], generalmente conosciuto come metodo AEMM (Age-adjusted Effective Modulus Method). Il metodo si basa sull'ipotesi fondamentale di esprimere la deformazione con una funzione lineare del coefficiente di viscosità e fornisce buoni risultati nel caso di sezioni in c.a. sottoposte ad azioni costanti, per le quali la storia di deformazione ha un andamento molto simile a quello ipotizzato.

Nel problema in esame, le sollecitazioni sulla sezione considerata variano nel tempo e subiscono un incremento per gli effetti del secondo ordine, che diventa repentino quando ci si avvicina all'istante critico di collasso per instabilità. In questo caso la deformazione stimata risulta leggermente superiore a quella reale ed i risultati ottenuti sono a favore di statica, come evidenziato anche dalle applicazioni effettuate in [3].

In base alle ipotesi menzionate, la deformazione all'istante  $t$  può essere scritta come segue:

$$\epsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \Phi(t, t_0) + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \cdot \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\Phi(t, t_0)}{E_c} \right] \quad (7)$$

Il termine  $\chi(t, t_0)$ , chiamato solitamente coefficiente di invecchiamento, dipende dalla funzione di rilassamento  $R(t, t_0)$  ed ha la seguente espressione:

$$\chi(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0) - R(t, t_0)} - \frac{E_c}{E_c(t_0) \Phi(t, t_0)} \quad (8)$$

La funzione di rilassamento può essere calcolata numericamente risolvendo l'equazione di Volterra

$$R(t, t_0) \Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \frac{\partial R(\tau, t_0)}{\partial \tau} d\tau = 1 \quad (9)$$

o a mezzo dell'espressione approssimata proposta da Bazant e Kim [4]

$$R(t, t_0) = \frac{1 - 0.008}{\Phi(t, t_0)} - \frac{0.115}{\Phi(t, t-1)} \left[ \frac{\Phi(t-\Delta, t_0)}{\Phi(t, t_0+\Delta)} - 1 \right] \quad (10)$$

con  $\Delta = (t-t_0)/2$ .

L'espressione approssimata (10) fornisce buoni risultati e può essere utilmente impiegata per la soluzione del problema in esame.

Nel MC90, oltre all'espressione approssimata di  $R(t, t_0)$ , si trova anche un'espressione più semplice per  $\chi(t, t_0)$ , in grado di fornire risultati sufficientemente accurati per azioni di lunga durata, che dipende solamente da  $t_0$  e si presenta nella forma

$$\chi(t, t_0) = \frac{t_0^{0.5}}{1 + t_0^{0.5}} \quad (11)$$

Quale che sia l'espressione usata per  $\chi(t, t_0)$ , la legge costitutiva, ad un certo istante  $t$  puo' essere espressa analiticamente nella forma sintetica (Fig.5)

$$\begin{aligned} \sigma_c(\varepsilon) &= 0 && \text{per } \varepsilon > \varepsilon^* \\ \sigma_c(\varepsilon) &= E^*(\varepsilon - \varepsilon^*) && \text{per } \varepsilon^* - f_c(t)/E^* < \varepsilon < \varepsilon^* \\ \sigma_c(\varepsilon) &= -f_c(t) && \text{per } \varepsilon < \varepsilon^* - f_c(t)/E^* \end{aligned} \quad (12)$$

dove

$$\varepsilon^* = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \phi(t, t_0) [1 - \chi(t, t_0)] \quad (13)$$

$$E^* = \left( \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t, t_0) \phi(t, t_0)}{E_c} \right)^{-1} \quad (14)$$

Il legame costitutivo all'istante iniziale  $t_0$ , si ottiene specializzando le precedenti equazioni per  $t=t_0$ .

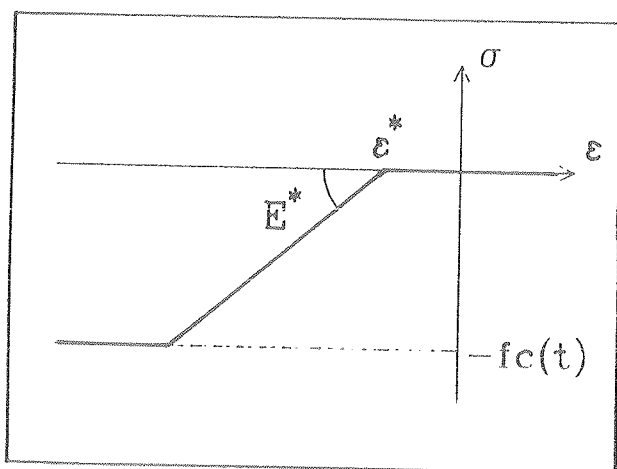


Fig. 5 - Legame costitutivo del calcestruzzo all'istante  $t$ .

L'algebrizzazione puo' essere effettuata piu' semplicemente mediante il metodo EMM (Effective-Modulus-Method) e MSM (Mean-Stress-Method), per i quali e' sufficiente specializzare le eq.(13) e (14) con  $\chi=1.0$  e  $\chi=0.5$  rispettivamente.

Nel problema in esame si verificano due fenomeni antagonisti: da una parte gli effetti del secondo ordine producono un aumento della sollecitazione di flessione e dall'altra la redistribuzione di tensione tra acciaio e calcestruzzo tende a scaricare quest'ultimo. In Fig.6 vengono mostrate qualitativamente tre diverse storie tensionali caratteristiche di una colonna in condizioni prossime al collasso (a), in condizioni di esercizio (b) ed in assenza di fenomeni del secondo ordine (c). Il fatto che le storie di tensione non siano prevedibili a priori e siano diverse per ogni punto conduce alla conclusione che non e' possibile affermare che un metodo fornisce sempre risultati migliori degli altri. Il metodo AEMM, viste le particolari storie di tensione caratteristiche del problema in esame, fornisce risultati molto accurati in condizioni di esercizio ed una leggera sovrastima delle deformazioni in condizioni vicine al collasso

mentre i metodi EMM e MSM conducono a spostamenti a volte stimati per eccesso e a volte per difetto con un errore percentuale generalmente maggiore di quello fornito dall'AEMM. Poiché l'onere computazionale richiesto per la valutazione di  $\chi(t, t_0)$  tramite la  $R(t, t_0)$  dell'eq.(10) è del tutto trascurabile, l'impiego del metodo EMM o MSM non rappresenta una sostanziale semplificazione del problema.

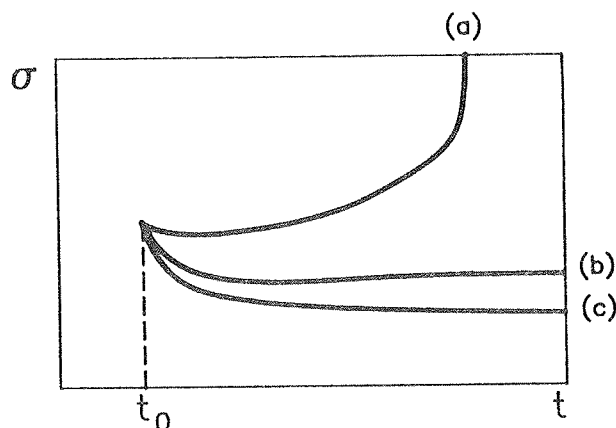


Fig.6 - Andamento qualitativo della storia tensionale: (a)=condizioni di collasso, (b)=condizioni di esercizio, (c)=assenza di fenomeni del secondo ordine.

## 5. VERIFICA DI STABILITA'

Con riferimento alla colonna isostatica incastrata alla base di fig.1, oltre alle consuete ipotesi di

- conservazione delle sezioni piane,
- deformazioni dovute al taglio trascurabili,
- simmetria del problema rispetto al piano X-Z,

si introducono le seguenti semplificazioni:

- i carichi sono applicati monotonamente all'istante iniziale e sono costanti per  $t > t_0$ ,
- la deformazione trasversale  $w(x, t)$  e lo spostamento massimo di sommità  $w_B(t)$  sono noti in funzione della curvatura totale di base  $\theta_A(t)$  e di quella all'estremo libero  $\theta_B(t)$  (ipotesi di deformata modello tramite l'eq.(3)),
- la relazione  $\sigma - \epsilon$  del calcestruzzo e dell'acciaio all'istante iniziale  $t_0$  è di tipo elastico non lineare, esprimibile tramite le funzioni continue  $\sigma_c(\epsilon)$  e  $\sigma_s(\epsilon)^{(2)}$ ,
- la relazione  $\sigma - \epsilon$  del calcestruzzo ad un generico istante di lettura, assume la forma

$$\sigma_c = \sigma_c(\epsilon, t) - \sigma_c^*(t, \sigma_c(t_0)) \quad (15)$$

dove  $\sigma_c(\epsilon, t)$  è continua rispetto ad  $\epsilon$ .

A questo tipo di espressione si perviene tramite algebrizzazione del legame elasto-viscoso. La legge proposta nell'eq.(12) rappresenta un caso particolare.

(2) L'ipotesi di elasticità permette di cercare la soluzione con un metodo iterativo diretto, evitando la soluzione incrementale e fornisce risultati sufficientemente approssimati se si ipotizza che il carico venga applicato monotonamente.

In alcuni lavori sull'argomento [7,10,16], e' stato utilizzato un legame viscoso non lineare ottenuto ponendo la deformazione viscosa proporzionale a quella iniziale, misurata su una curva di carico non lineare. Anche in questo caso si puo' esprimere la deformazione finale mediante un coefficiente di invecchiamento che, tuttavia, viene a perdere il significato analitico posseduto nella teoria lineare. L'espressione finale si presenta sempre nella forma prevista dall'eq.(15) e possono essere utilizzati i risultati che seguono.

La soluzione del problema si ottiene individuando lo stato tensionale e deformativo della sezione di base, assumendo come incognite

$\varepsilon_{0A}(t)$  = deformazione all'istante t in corrispondenza dell'origine degli assi Y-Z

$\theta_A(t)$  = curvatura della sezione all'istante t

che vengono determinate tramite le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione.

Dato che il legame costitutivo del calcestruzzo (eq.(15)) dipende dalla situazione iniziale, lo stato deformativo e tensionale ad un certo istante  $t > t_0$  puo' essere individuato solo dopo aver risolto il problema all'istante di applicazione del carico  $t_0$ .

Per quanto riguarda l'aspetto formale, le equazioni costitutive del calcestruzzo all'istante iniziale non sono altro che un caso particolare di quelle valide ad istanti successivi. Conseguentemente la formulazione del problema viene svolta con la legge piu' generale.

Prendendo in considerazione un particolare istante t, l'eq.(15) dipende solo da  $\varepsilon$  e pertanto si puo' omettere la variabile t nella scrittura delle equazioni di equilibrio.

Si indicano con  $N_A$  e  $M_A$  le sollecitazioni corrispondenti alle tensioni interne e con  $N_A^{(I)}$  e  $M_A^{(I)}$  le sollecitazioni che si avrebbero sulla configurazione indeformata.

In presenza di una azione assiale  $N_B$  in sommita' e calcolando gli effetti del II ordine in base all'ipotesi semplificativa sulla deformazione trasversale (eq.(3)), le sollecitazioni nella sezione di base valgono

$$N_A = N_A^{(I)} \quad (16)$$

$$M_A = M_A^{(I)} - N_B \cdot 0.1 K_1 l^2 (\theta_B + 4\theta_A) = M_A^{(I)} + N_B w_B^* + N_B \alpha \theta_A \quad (17)$$

dove  $\alpha$  e' una costante e  $w_B^*$  e' una funzione delle azioni esterne e puo' essere calcolata indipendentemente dagli effetti del II ordine.

Le equazioni di equilibrio possono essere scritte, tramite i legami costitutivi, nella forma:

$$N_A^{(I)} - \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) dA_c + \int_{A_c} \sigma_c^* dA_c - \sum_{i=1}^{ns} \sigma_s(\varepsilon) A_{s_i} = 0 \quad (18)$$

$$M_A^{(I)} + N_B w_B^* + N_B \alpha \theta_A - \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) z dA_c + \int_{A_c} \sigma_c^* z dA_c - \sum_{i=1}^{ns} \sigma_s(\varepsilon) z A_{s_i} = 0 \quad (19)$$

avendo schematizzato le ns barre di armatura come elementi puntuali di area  $A_{s_i}$ . Si osserva che, a meno del termine lineare nell'incognita  $\theta_A$ , che esprime il momento flettente dovuto agli effetti del secondo ordine, le equazioni sono identiche a quelle necessarie per la verifica della sezione pressoinflessa. Ci si puo' ricondurre a tale problema ponendo  $w_B^* = 0$  e  $\alpha = 0$ .

La dipendenza dalle incognite puo' essere esplicitata tenendo conto che, per l'ipotesi di conservazione della sezione piana, la deformazione puo' essere espressa dalla

$$\varepsilon = \varepsilon_{0A} + z \theta_A \quad (20)$$

Le equazioni di equilibrio diventano un sistema di equazioni non lineari nelle incognite  $\varepsilon_{0A}$  e  $\theta_A$  che puo' essere scritto in forma vettoriale

$$\mathbf{k}(\mathbf{s}) = 0 \quad (21)$$

avendo indicato con  $\mathbf{s}$  il vettore delle incognite  $\varepsilon_{0A}$  e  $\theta_A$  e con  $\mathbf{k}$  il vettore delle equazioni di equilibrio (18) e (19).

La soluzione deve essere cercata per via iterativa. Il metodo di Newton permette di ottenere la soluzione con un numero particolarmente ridotto di iterazioni, utilizzando la formula ricorsiva

$$\mathbf{s}_{p+1} = \mathbf{s}_p + (\nabla \mathbf{k}(\mathbf{s}_p))^{-1} \mathbf{k}(\mathbf{s}_p) \quad (22)$$

dove  $\nabla \mathbf{k}(\mathbf{s})$  e' la matrice che esprime il gradiente del vettore  $\mathbf{k}(\mathbf{s})$  le cui componenti sono  $\nabla \mathbf{k}(\mathbf{s})_{i,j} = dk_i(\mathbf{s})/ds_j$ .

Considerando che

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{0A}} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_{0A}} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \theta_A} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta_A}, \quad (23)$$

che le derivate delle tensioni rispetto alle deformazioni sono note dai legami costitutivi e che, per l'eq.(20), valgono le

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_{0A}} = 1 \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta_A} = z, \quad (24)$$

le componenti di  $\nabla \mathbf{k}(\mathbf{s})$  assumono le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} \nabla k_{11} &= - \int_{Ac} \frac{d\sigma_c(\varepsilon_{0A} + z \theta_A)}{d\varepsilon} dAc - \sum_{i=1}^{ns} \frac{d\sigma_s(\varepsilon_{0A} + z_1 \theta_A)}{d\varepsilon} As_i \\ \nabla k_{12} &= - \int_{Ac} \frac{d\sigma_c(\varepsilon_{0A} + z \theta_A)}{d\varepsilon} z dAc - \sum_{i=1}^{ns} \frac{d\sigma_s(\varepsilon_{0A} + z_1 \theta_A)}{d\varepsilon} z_1 As_i \\ \nabla k_{21} &= - \int_{Ac} \frac{d\sigma_c(\varepsilon_{0A} + z \theta_A)}{d\varepsilon} z dAc - \sum_{i=1}^{ns} \frac{d\sigma_s(\varepsilon_{0A} + z_1 \theta_A)}{d\varepsilon} z_1 As_i \\ \nabla k_{22} &= - \int_{Ac} \frac{d\sigma_c(\varepsilon_{0A} + z \theta_A)}{d\varepsilon} z^2 dAc - \sum_{i=1}^{ns} \frac{d\sigma_s(\varepsilon_{0A} + z_1 \theta_A)}{d\varepsilon} z_1^2 As_i + N_B \alpha \end{aligned} \quad (25)$$

La soluzione del problema, che consiste nell'individuazione dello stato deformativo all'istante finale  $t$ , e' ottenuta in quattro fasi:

1 - all'istante iniziale si determina preventivamente la curvatura  $\theta_B$  presente in sommita' ed indipendente dagli effetti del II ordine. A tale scopo si utilizzano le (18) e (19) scritte per la sezione di sommita' ponendo uguale a zero i coefficienti  $w_B^*$  e  $\alpha$ ;

2 - in base alla curvatura determinata al punto 1 si calcola il coefficiente  $w_B^*$ . La risoluzione del sistema (21) fornisce deformazione all'origine e curvatura all'istante iniziale e l'eq(3) determina lo spostamento di sommita';

3 - all'istante  $t$  si calcola nuovamente la curvatura  $\theta_B$  presente in sommita' utilizzando il legame costitutivo algebrizzato del calcestruzzo e ponendo, come in precedenza,  $w_B^*$  e  $\alpha$  uguali a zero ;

4 - si calcola il coefficiente  $w_B^*$  in base alla curvatura del punto 3 e si determina la soluzione finale.

In ognuna delle quattro fasi si risolve un sistema di equazioni non lineari facendo ricorso alla procedura iterativa precedentemente descritta.

Per quanto riguarda i valori di start delle incognite richiesti dal metodo di Newton, al punto 1 si assumono valori nulli mentre ad ogni punto successivo e' conveniente assumere il risultato ottenuto al passo precedente. La scelta dei valori di start e' particolarmente importante nel problema in esame, non solo perche' da essi dipende il numero di iterazioni necessarie al raggiungimento della soluzione, ma anche perche' puo' esistere una soluzione corrispondente a spostamenti in direzione opposta a quella prevista. Assumendo i valori di start proposti si perviene sempre alla soluzione desiderata. Come prevedibile, il procedimento non converge se la colonna diventa instabile.

## 6. APPLICAZIONE DEL METODO

Al fine di calcolare le deformazioni e le sollecitazioni presenti nella colonna, e' opportuno disporre di un modello di comportamento dei materiali il piu' possibile vicino a quello reale. Come gia' notato da altri autori [20], in questa analisi sarebbe opportuno assumere dei valori di resistenza e deformabilita' del calcestruzzo ottenuti tramite coefficienti  $\gamma_m$  ridotti, anche se i valori consueti vanno comunque considerati per la determinazione della resistenza di progetto.

Nel tipo di analisi proposta, non si puo' scindere la determinazione delle sollecitazioni da quella della resistenza, dato che la redistribuzione delle tensioni nel tempo dipende dalle ipotesi fatte sulla deformabilita'. Del resto, le incertezze dovute alla notevole dispersione osservata nelle deformazioni viscoso consigliano di non ridurre il coefficiente di sicurezza.

L'impiego di un legame  $\sigma$ - $\epsilon$  bilineare per il calcestruzzo richiede alcune osservazioni preliminari. In ambito europeo, l'EC2 [14] presenta una legge  $\sigma$ - $\epsilon$  di questo tipo, che fornisce buoni risultati nella determinazione della resistenza ultima di una sezione pressoinflessa ma non sembra adeguata alla valutazione della deformazione, dato che ipotizza il limite elastico in corrispondenza di una deformazione pari a -0.00135. Se ne deduce un modulo elastico molto ridotto che porterebbe ad una sovrastima eccessiva della deformazione nel tipo di analisi che si sta effettuando. A tale riguardo, si ritiene opportuno assumere, per il modulo elastico, il valore consigliata nel MC90  $E_c = E_{ck}/\gamma_m$ .

Si assumono i seguenti valori di resistenza e rigidezza del materiale:

$$f_c = 17.6 \text{ MPa}; \quad E_c = 24730 \text{ MPa} \quad (26)$$

avendo stimato  $E_{ck}$  in base a  $f_{ck}$  come suggerito nel MC90.

I parametri che descrivono la funzione di viscosita', sono stati determinati in base alla geometria della sezione ( $h_0=12.5$ ), ipotizzando una umidita' relativa RH=60%.

L'acciaio presenta un comportamento elastico-perfettamente plastico ed effetti viscosi trascurabili rispetto a quelli manifestati dal calcestruzzo. La legge costitutiva e' stata espressa tramite una bilatera, assumendo una resistenza

$$f_y = 330.4 \text{ MPa} \quad (27)$$

Si studia la colonna a sezione quadrata di fig.6 sottoposta all'istante iniziale ( $t_0=28\text{gg.}$ ) ad un carico assiale con eccentricita'  $e/h=0.2$ .

La snellezza e la forza assiale esterna son introdotte in forma adimensionale tramite le grandezze

$$\lambda = \frac{1}{h} \quad v = \frac{N_B}{f_c A_c} \quad (28)$$

Si considera una colonna caratterizzata da  $\lambda=20$  e sottoposta, all'istante  $t_0=28 \text{ gg.}$ , ad un carico assiale con eccentricita'  $e/h=0.2$ .

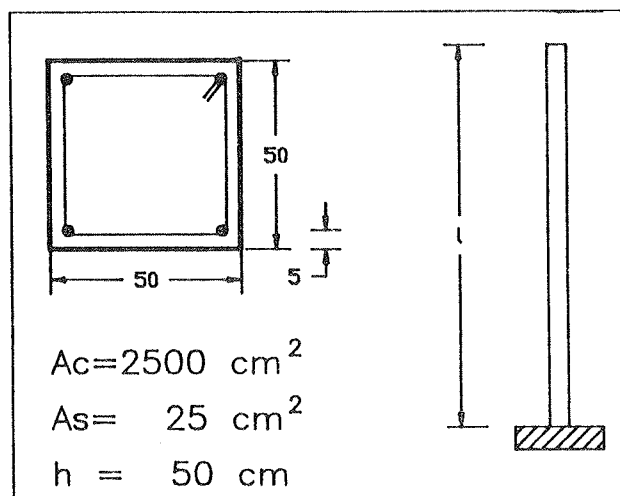


Fig. 7 - Applicazione numerica: caratteristiche geometriche della colonna.

In fig.8 sono riportati gli spostamenti  $w_B$  in sommità della colonna ottenuti con il legame algebrizzato e le deformate modello dell'eq.(2) (modello NTI) e dell'eq.(3) (modello CEB) e quelli ottenuti con il metodo generale, per due differenti valori del carico assiale  $\nu = -0.14$  (caso a) e  $\nu = -0.09$  (caso b). I risultati forniti dalla deformata modello proposta dal CEB presentano sempre un ottimo accordo con quelli del metodo generale. I piccoli scarti osservati in prossimità del collasso sono da attribuire al metodo algebrizzato (AEMM) che sovrastima la deformazione per queste particolari storie di carico (fig.6 caso (a)). La deformata modello suggerita dalle NTI sottostima sensibilmente lo spostamento  $w_B$  e pertanto conduce ad una misura della sicurezza non conservativa. Questi risultati sono visibili in entrambi i casi riportati in figura e sono stati confermati da numerose altre applicazioni non riportate in questa memoria.

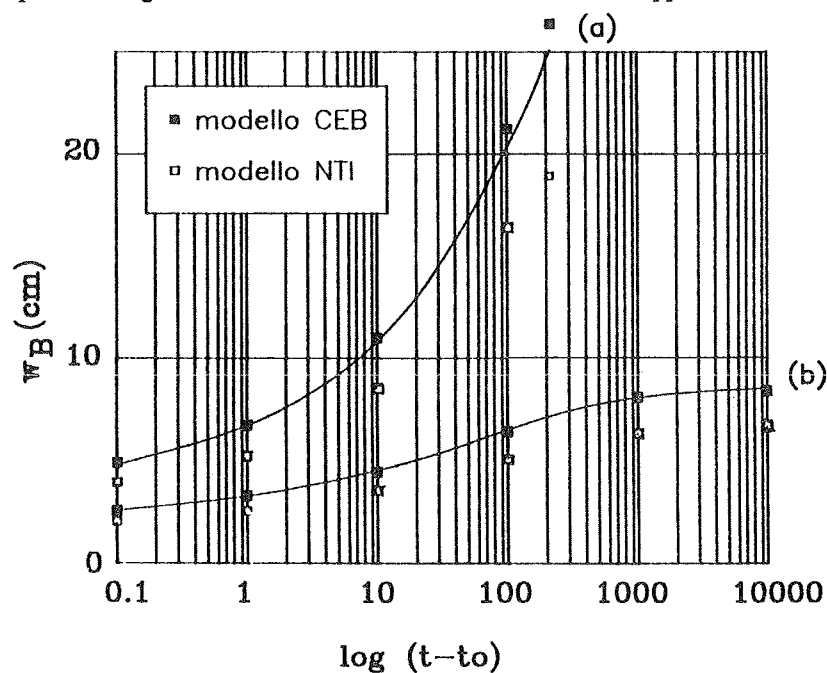


Fig. 8 - Spostamenti di sommità.



Per azioni assiali applicate con la stessa eccentricita', e' stato poi misurato l'istante critico corrispondente a diversi valori del carico esterno. L'ispezione della fig.9 mostra come i valori ottenuti con il metodo generale siano sempre compresi tra quelli calcolati con le deformate modello del CEB (eq.(3)) e delle NTI (eq.(2)). L'eq.(3) conduce sempre ad una valutazione conservativa della sicurezza con errori sempre trascurabili. L'eq.(2), pur valutando per eccesso il carico critico, fornisce risultati che non si discostano significativamente da quelli del metodo generale con errori dell'ordine del 10%.

Le applicazioni numeriche sintetizzate in fig.9 evidenziano infine la notevole influenza della viscosita' sul problema in esame. Nel caso considerato, si e' misurato un carico critico per azioni di breve durata (0.1 giorni)  $\nu = -0.21$  ed un carico critico per azioni di lunga durata (10000 giorni)  $\nu = -0.14$ . Le massime azioni permanenti corrispondono, in questo caso, ai 2/3 delle massime azioni totali che possono essere sopportate.

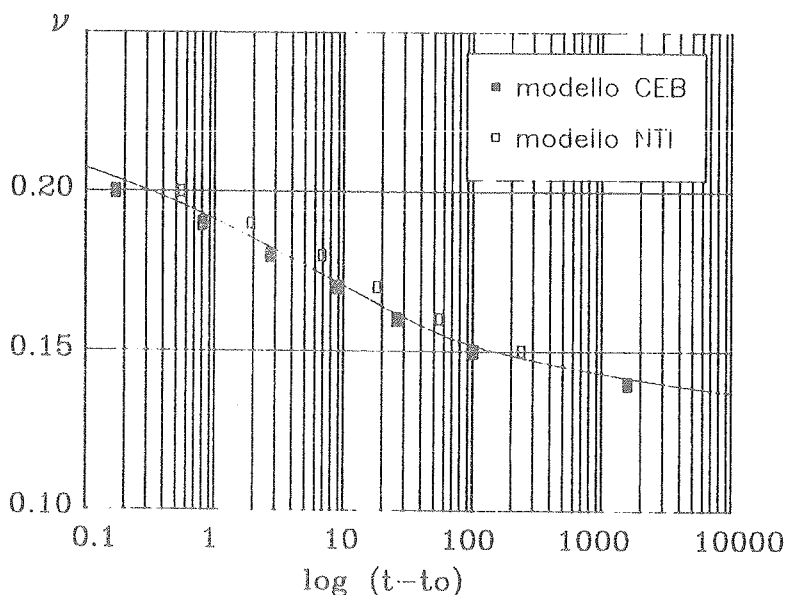


Fig. 9 - Carico critico.

## 7. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro e' stato proposto un metodo approssimato per la soluzione di colonne isostatiche snelle sottoposte ad azioni di lunga durata applicate alle estremita'. Tale metodo puo' essere utilizzato sia per l'individuazione del carico critico che conduce al collasso in periodi di tempo inferiori alla vita di progetto della struttura che per la valutazione dello stato deformativo e tensionale conseguente alle azioni quasi-permanenti, che possono consentire la misura della capacita' portante residua, nei riguardi delle azioni di breve durata.

La soluzione rigorosa del problema richiede l'integrazione numerica di un sistema di equazioni integro-differenziali. Introducendo le due ipotesi semplificative di deformata modello e di legame elastoviscoso algebrizzato (metodo AEMM), il problema si riduce ad un sistema di due equazioni non lineari per le quali si descrive un procedimento iterativo di risoluzione rapidamente convergente.

Sono state considerate le deformate modello proposte dalla normativa italiana e dal MC90. Confrontando queste deformate semplificate con quelle ottenute per integrazione numerica delle equazioni integro-differenziali, si sono valutati il loro grado di approssimazione ed i loro limiti di applicabilita', con riferimento a differenti condizioni di carico esterno.

I risultati ottenuti hanno mostrato che la deformata cosinusoidale, contemplata dalle norme tecniche italiane, conduce ad una sensibile sottostima degli spostamenti per le condizioni di carico che maggiormente interessano le azioni di lunga durata (assenza di azioni orizzontali) e quindi ad una misura non conservativa della sicurezza. Maggiore affidabilita' presenta la deformata modello parabolico-

cosinusoidale, con la quale si ottiene una corretta valutazione delle deformazioni e del carico critico, ad un qualsiasi istante di lettura.

Il legame costitutivo algebrizzato ha sempre fornito risultati molto vicini a quelli corretti, mostrando una leggera sovrastima delle deformazioni in condizioni vicine al collasso.

Le applicazioni svolte, oltre a verificare la validità dei metodi semplificati, hanno mostrato l'importanza delle deformazioni viscosse nelle strutture snelle che, anche nel caso in cui non determinino il collasso, provocano un notevole incremento degli spostamenti trasversali che può ridurre la capacità resistente nei confronti delle azioni accidentali.

### Bibliografia

- [1] A.C.I. Committee 209 - "Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures" - ACI SP-76, 1982.
- [2] BAZANT Z.P. - "Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method" - Journal of American Concrete Institute 1972, p.212-217.
- [3] BAZANT Z.P., NAJJAR L.J. - "Comparison of approximate linear methods" - Journal of the Structural Division ASCE, September 1973, p.1851-1874.
- [4] BAZANT Z.P., KIM S.S. - "Approximate relaxation function for concrete creep" - Journal of the structural division ASCE, December 1979, p. 2695-2705.
- [5] BAZANT Z.P., WITTMANN F.H. - "Creep and shrinkage in concrete structures" - John Wiley & Sons, 1980.
- [6] BAZANT Z. P., TSUBAKI T. - "Nonlinear creep buckling of reinforced concrete columns" - Journal of the structural division ASCE, November 1980, p.2235-2257.
- [7] BRIDGE R. Q. - "Composite columns under sustained load" - Journal of the structural division ASCE, March 1979, p.563-576.
- [8] C.E.B.-F.I.P. - "Manual of buckling and instability" - Bull. 123, 1977.
- [9] C.E.B.-F.I.P. - "CEB-FIP Model Code 1990" - Bull. 195-196, Marzo 1990.
- [10] COGNINI S., DEZI L., MENDITTO G., SPERANZINI E. - "Viscoelastic moment-curvature diagrams" - ACI Journal, November-December 1987, p. 519-524.
- [11] COGNINI S., DEZI L., SPERANZINI E. - "Sul comportamento viscoelastico delle strutture snelle" - L'industria Italiana del Cemento, No.603, Settembre 1986. Contributo del Prof. Mola F. e replica degli autori, L'industria Italiana de Cemento No.611, Maggio 1987.
- [12] DALL'ASTA A., DEZI L., MENDITTO G. - "Slender column under sustained and rapid load" - in corso di pubblicazione.
- [13] DRYSDALE R. G., HUGGINS M. W. - "Sustained biaxial load on slender concrete columns" - Journal of the structural division ASCE, May 1971, p.1423-1443.
- [14] EUROCODICE n.2 - "Norme comuni unificate per strutture in calcestruzzo semplice, armato e precompresso" - 1983.
- [15] FOLKE K. G. ODQVIST - "Mathematical theory of creep and creep rupture" - Oxford University Press, Second edition 1974.
- [16] FOURE B. - "Le flambement des poteaux compte tenu du fluage du beton" Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, Paris, March 1978, p. 4-58.
- [17] HELLESLAND J., MacGREGOR J. G. - Discussion about "Nonlinear creep buckling of reinforced concrete columns" by Z. Bazant and T. Tsubaky - Journal of the structural division ASCE, November 1981, p.2294-2299.
- [18] MINISTERO dei LAVORI PUBBLICI - "Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche" - 1985.
- [19] MOLA F., MALERBA P.G., PISANI M.A. - "Riflessi delle modalita' di calcolo delle deformazioni del conglomerato sulla capacita' portante ultima di elementi snelli" - Politecnico di milano, Studi e Ricerche No.4 1982, p. 257-287.
- [20] MOLA F., PISANI M.A. - "Valutazione della capacita' portante ultima di elementi snelli in cemento armato sotto carichi di lunga durata" - Politecnico di Milano, Studi e Ricerche No.9 1987, p.35-60.
- [21] WU H., HUGGINS M. W. - "Size and sustained load effects in concrete columns" - Journal of the structural division ASCE, March 1977, p. 493-506.
- [22] MAUCH S., HOLLEY M. J. - "Creep buckling of reinforced concrete columns" - Journal of the structural division ASCE, August 1963, p. 451-481.

- [23] RUSSO SPENA F., SPARACIO R. - "Stabilita' asintotica di travi in regime di elasto-viscosita' ereditaria"- Atti del convegno nazionale in ricordo di Riccardo Baldacci e Michele Capurso, 1989, p. 247-257.
- [24] SZYSZKOWSKI W., GLOCKNER P.G. -"The imperfect linearly viscoelastic column"- International journal of engineering science Vol.23, 1985, p.1113-1120.
- [25] SAMRA R. M. -"Creep model for reinforced concrete columns"- A.C.I. Structural Journal, January-February 1989, p. 77-82.
- [26] TROST H. -"Auswirkungen des superpositionsprinzips auf krieche und relaxations probleme bei beton und spannbeton"- Beton Stahlbeton. 1967, No.10 p.230-238, No.11 p.261-269.
- [27] VINOGRADOV A. M. - "Non linear effects in creep buckling, analysis of columns" - Journal of engineering mechanics ASCE, June 1985, p. 757-767.

L'USO DEL MODELLO SMEARED CRACKING NELLE ANALISI A STATO  
LIMITE  
DI STRUTTURE BIDIMENSIONALI IN C.A.

Andrea DEL GROSSO - Sergio LAGOMARSINO - Roberta MASSABO'  
Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Genova



L'USO DEL MODELLO SMEARED CRACKING NELLE ANALISI  
A STATO LIMITE DI STRUTTURE BIDIMENSIONALI IN C.A.

Andrea DEL GROSSO, Sergio LAGOMARSINO e Roberta MASSABO'

Istituto di Scienza delle Costruzioni  
Università di Genova

#### SOMMARIO

La memoria tratta il problema della previsione del comportamento a fessurazione di strutture bidimensionali complesse in c.a. con il metodo degli elementi finiti. In particolare viene discussa l'applicazione di un modello smeared cracking alla determinazione dei parametri necessari per le verifiche di fessurazione. La discussione è basata sul confronto con analoghi risultati ottenuti con un procedimento suggerito dalla proposta di norma Norvegese NS3743.

#### SUMMARY

The paper deals with the problem of forecasting the cracking behavior of complex two-dimensional r.c. structures by means of the finite element method. The application of a smeared cracking model to the determination of the cracking parameters needed for cracking verifications is discussed. The discussion is based upon comparisons with similar results obtained from the approach suggested by a proposal for the Norwegian NS3743 Standards.

#### 1. INTRODUZIONE

La sicurezza di strutture in cemento armato complesse per forma, dimensione o severità delle condizioni di carico ed ambientali dipende in grande misura dall'abilità del progettista di prevedere la risposta reale delle strutture stesse in corrispondenza degli stati limite ultimi e di esercizio. Ciò, nella maggior parte dei casi, si associa alla capacità di modellare il comportamento nonlineare delle strutture, ed in particolare di rappresentare adeguatamente nel processo di analisi

le leggi costitutive dei materiali reali (conglomerato ed acciaio) ed il loro comportamento d'insieme. Tale problema è ovviamente di notevole importanza nella valutazione della sicurezza nei confronti di stati limite oltre le condizioni di incipiente fessurazione del conglomerato.

A differenza di quanto avviene per le strutture a telaio o a lastra di caratteristiche correnti, per le quali sono disponibili prassi progettuali consolidate che consentono di tener conto, in modo approssimato, del comportamento fessurativo, per le strutture complesse le verifiche di sicurezza nei confronti di stati limite che si collocano oltre lo stato di incipiente fessurazione vengono essenzialmente condotte utilizzando distribuzioni delle sollecitazioni derivate da analisi lineari della struttura. Tipico è ad esempio il caso delle strutture offshore, di quelle nucleari, o di altre strutture caratteristiche delle grandi installazioni industriali, per le quali le verifiche a stato limite di fessurazione ed a stato limite ultimo sono generalmente condotte sulla base di distribuzioni dello stato di sollecitazione ottenute mediante analisi lineari agli elementi finiti, anche se la verifica puntuale può essere basata su modellazioni del comportamento nonlineare anche molto sofisticate.

Tuttavia, da relativamente molti anni sono disponibili, anche commercialmente, programmi di analisi strutturale ad elementi finiti (ADINA, ANSYS, BERSAFE, MARC) che includono la capacità di modellare il comportamento nonlineare dei materiali ed in particolare il comportamento post fessurativo dei conglomerati e la loro interazione con le barre d'armatura. Fra essi si mostrano specialmente interessanti per la loro semplicità di modello, quelli basati su formulazioni cosiddette smeared cracking, in cui la presenza di fessure nel conglomerato è simulata da uno stato di deformazione continuo equivalente.

La scarsa diffusione di tali programmi di analisi a livello degli impieghi pratici di progettazione è verosimilmente associata, oltre naturalmente agli oneri computazionali, alla difficoltà di definire in modo appropriato i parametri del modello. In precedenti memorie [1,2] gli Autori hanno proposto l'uso del modello smeared cracking proprio del programma MARC nella riproduzione del comportamento, dalla fessurazione al collasso, di elementi bidimensionali in c.a. soggetti a carichi nel piano e fuori dal piano, proponendo un legame costitutivo per il conglomerato fessurato capace di tenere conto del fenomeno del tension stiffening, funzione di parametri caratteristici dell'elemento.

Nel presente lavoro vengono discusse, con riferimento a strutture bidimensionali caricate nel loro piano, le modalità di applicazione di programmi nonlineari di analisi, basati su tale formulazione, nelle procedure di verifica a stato limite di fessurazione.

La discussione è articolata, oltre che su considerazioni di tipo generale, facendo riferimento ad un caso significativo; sono confrontati la risposta predetta dal modello e quella ottenuta per via sperimentale ed i parametri caratteristici della verifica derivati da analisi lineari e nonlineari.

Alla presentazione dell'approccio seguito e dei conseguenti risultati viene premissa una breve analisi dei metodi attualmente disponibili per la conduzione delle verifiche a stato limite di fessurazione in strutture bidimensionali analizzate con il metodo degli elementi finiti.

## 2. VERIFICHE A STATO LIMITE DI FESSURAZIONE PER STRUTTURE BIDIMENSIONALI

Le metodologie correnti per la verifica a stato limite di fessurazione, riportate ad esempio dalla normativa italiana e dalle altre normative che hanno come principale riferimento le usuali tipologie di strutture in c.a., si basano sulla idealizzazione del fenomeno fessurativo in uno schema monodimensionale. In base a tale schema, il modello generalmente impiegato per la valutazione dell'ampiezza media di apertura delle fessure  $w_m$  è quello proposto dal C.E.B. [3]:

$$w_m = \epsilon_{sm} s_{rm} \quad (1)$$

dove  $\epsilon_{sm}$  è la deformazione media nelle barre di armatura e  $s_{rm}$  è la distanza media tra due successive fessure, ovviamente supposte ad andamento ortogonale rispetto all'asse delle barre, a sua volta coincidente con la direzione principale di trazione. Le due quantità suddette sono espresse da relazioni semiempiriche che differiscono leggermente fra le diverse normative. In particolare l'espressione di  $\epsilon_{sm}$  è data, in funzione della tensione nelle barre di armatura  $\sigma_s$ , da relazioni che esprimono il comportamento di tension stiffening, mentre quella di  $s_{rm}$  è dedotta da ipotesi di trasferimento della tensione dall'acciaio al conglomerato circostante.

L'applicazione di tale modello è immediata nel caso di travi e lastre inflesse nelle zone in cui la direzione della deformazione principale di trazione coincide con la direzione delle armature.

Nel caso di strutture bidimensionali soggette a generiche sollecitazioni membranali e di flessione, la (1) è sempre in linea di principio concettualmente applicabile, a patto di considerare la  $\epsilon_{sm}$  come la deformazione principale media di trazione  $\epsilon_1$  (normale alla fessura).

La  $s_{rm}$  può essere espressa, come ad esempio suggerito dall'EC2, mediante la:

$$s_{rm} = \frac{1}{\frac{\cos\theta}{s_{rmx}} + \frac{\sin\theta}{s_{rmy}}} \quad (2)$$

dove  $\theta$  è l'angolo fra la direzione principale di trazione e la direzione delle armature secondo l'asse x e  $s_{rmx}$ ,  $s_{rmy}$  rappresentano la distanza tra le fessure nelle due direzioni ortogonali d'armatura x ed y rispettivamente, calcolata con espressioni monodimensionali appropriate.

Praticamente nessuna normativa ufficiale considera invece in modo esplicito la determinazione di  $\epsilon_{sm}$ . Una procedura impiegabile a tale scopo è ad esempio quella descritta in [4] e recepita nella proposta di raccomandazioni NS3743 [5]. Nella pratica progettuale di strutture offshore in Norvegia sono stati peraltro sviluppati altri approcci [6,7], basati su modellazioni meno sofisticate del comportamento non-lineare.

Nel seguito viene fatto specifico riferimento alla metodologia messa a punto in [4] da Vecchio e Collins, in quanto basata sia su di una formulazione analitica completa del problema che su di una vasta e documentata campagna di prove sperimentali [8].



Tale metodologia, sviluppata per la progettazione di strutture complesse a guscio in c.a., comporta l'analisi locale di una porzione di struttura considerata soggetta a uno stato di sollecitazione uniforme, dedotto da un'analisi lineare globale della struttura. L'analisi locale, condotta in base ad un modello analitico del comportamento nonlineare del conglomerato e dell'acciaio, consente di determinare lo stato di deformazione nell'elemento e lo stato di tensione nei due materiali, e quindi di verificare i parametri dimensionali della struttura in relazione agli stati limite di riferimento.

Il modello analitico ipotizza l'elemento di spessore uniforme, con due schiere di barre ortogonali nelle direzioni x ed y, soggetto a tensioni membranali uniformi  $f_x$ ,  $f_y$  e  $v_{xy}$ ; lo stato di deformazione è caratterizzato da componenti  $\epsilon_x^x$ ,  $\epsilon_y^y$  e  $\gamma_{xy}^{xy}$ .

Il comportamento dell'elemento è descritto da equazioni di equilibrio, di compatibilità e da relazioni tensione-deformazione definite in base alle seguenti ipotesi:

- perfetta aderenza acciaio-conglomerato;
- le barre d'armatura non partecipano alla rigidezza a taglio;
- tensioni e deformazioni sono definite come grandezze medie su un'area di dimensione sufficiente ad includere varie fessure;
- direzioni principali di deformazione coincidenti con quelle principali di tensione nel calcestruzzo;
- indipendenza del comportamento dell'elemento dalla storia di carico.

Nel riferimento x,y le equazioni di equilibrio e di compatibilità sono allora espresse da:

$$\begin{aligned}
 f_x &= f_{cx} + \rho_{sx} f_{sx} \\
 f_y &= f_{cy} + \rho_{sy} f_{sy} \\
 v_{cx} &= v_{cy} = v_{cxy} \\
 \epsilon_{sx} &= \epsilon_{cx} = \epsilon_x \\
 \epsilon_{sy} &= \epsilon_{cy} = \epsilon_y
 \end{aligned} \tag{3}$$

dove  $\rho_{sx}$ ,  $f_{cx}$ ,  $f_{sx}$ ,  $\epsilon_{cx}$ ,  $\epsilon_{sx}$  e  $\rho_{sy}$ ,  $f_{cy}$ ,  $f_{sy}$ ,  $\epsilon_{cy}$ ,  $\epsilon_{sy}$  sono la percentuale di armatura, le tensioni nel conglomerato e nell'acciaio, le corrispondenti deformazioni, nelle direzioni x ed y rispettivamente.

Il sistema è completato dalle relazioni, dedotte attraverso il cerchio di Mohr, tra le tensioni (deformazioni) nel riferimento x,y e quelle nel riferimento principale. In dette relazioni la rotazione tra i due riferimenti è espressa dall'angolo  $\theta$  tra la direzione principale di trazione e quella dell'asse x.

Le relazioni costitutive per il conglomerato integro e fessurato sono espresse da relazioni sperimentali, in termini di grandezze principali medie. Nel conglomerato integro, la tensione principale di compressione  $f_{c2}$  è funzione delle deformazioni principali di trazione  $\epsilon_1$  e di compressione  $\epsilon_2$  attraverso la:

$$\begin{aligned}
 f_{c2} &= f_{c2max} \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_2}{\epsilon_c^i} \right) - \left( \frac{\epsilon_2}{\epsilon_c^i} \right)^2 \right] \\
 f_{c2max} / f_c^i &= \frac{1}{0.8 - 0.34 \epsilon_1 / \epsilon_c^i} \leq 1
 \end{aligned} \tag{4}$$

dove  $f'_c$  e  $\epsilon'_c$  rappresentano la resistenza a compressione e la corrispondente deformazione, dedotte dalla prova cilindrica. Nel conglomerato fessurato, la tensione principale di trazione  $f_{c1}$  è posta in relazione con la deformazione principale di trazione mediante la:

$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\epsilon_1}} \quad (5)$$

dove  $f_{cr}$  è la tensione che provoca la fessurazione nel conglomerato. Si noti che la (5) include l'effetto di tension stiffening.

In corrispondenza delle fessure, la cui normale è individuata dall'angolo  $\theta$ , le tensioni locali nelle barre d'armatura  $f_{sxcr}$  e  $f_{sycr}$  sono definite dalla equazioni di equilibrio locale:

$$\begin{aligned} f_{sxcr} &= f_{sx} + (f_{c1} + f_{ci} - v_{ci} \tan\theta) / \rho_{sx} \\ f_{sycr} &= f_{sy} + (f_{c1} + f_{ci} - v_{ci} / \tan\theta) / \rho_{sy} \end{aligned} \quad (6)$$

dove  $f_{ci}$  e  $v_{ci}$  rappresentano le tensioni di compressione e di taglio nel conglomerato in corrispondenza della fessura ed esprimono l'effetto di fenomeni quali l'ammorsamento intergranulare. Il legame tra  $f_{ci}$  e  $v_{ci}$  utilizzato da Vecchio e Collins è quello già proposto da Walraven [9], in cui compaiono la dimensione degli aggregati e l'apertura delle fessure.

Sulla base di tale modello, in [4] viene presentato un algoritmo iterativo capace di risolvere la relazione  $v_{xy} - \gamma_{xy}$ , nell'ipotesi di tensioni normali  $f_x$  ed  $f_y$  costanti. Il modello è invece esteso al caso della flessione delle piastre in [8], dove viene altresì presentato il programma di calcolo SEP che implementa la procedura di risoluzione completa del modello nonlineare come post-processor di programmi lineari ad elementi finiti.

Sebbene la procedura non sia esplicitamente formulata per verificare a stato limite di fessurazione, la risoluzione del modello nonlineare fornisce l'angolo  $\theta$  che individua la fessura ed il valore della deformazione principale di trazione normale ad essa da introdurre in (1). Per quanto riguarda l'espressione della spaziatura fra le fessure  $s_{rnx}$  e  $s_{rny}$ , da impiegare nella (2), in [4] viene suggerito, in assenza di migliori formule sperimentali, di utilizzare 1.5 volte la distanza fra le barre delle rispettive schiere.

Approcci del tipo descritto possono rivelarsi scarsamente rispondenti alla realtà comportamentale delle strutture ed in particolare possono risultare tanto a vantaggio quanto a svantaggio della sicurezza. Le cause di deviazione del comportamento ipotizzato da quello reale risiedono principalmente nell'utilizzazione di schemi di analisi globale lineari che, a carichi elevati, si discostano sensibilmente dalla risposta reale della struttura in seguito a ridistribuzioni delle sollecitazioni. Inoltre talune ipotesi, quali ad esempio quelle relative alla coincidenza delle direzioni principali della tensione nel conglomerato e della deformazione e soprattutto la non dipendenza della formazione e dell'evoluzione dello stato di fessurazione dalla storia di carico, possono essere eccessivamente limitative.

Approcci alternativi sono rappresentati da modelli nonlineari globali, che includono nella formulazione del modello ad elementi finiti

il comportamento fessurativo del conglomerato e quello elasto-plastico dell'acciaio. Fra le diverse formulazioni proposte [10], si è ritenuta di particolare interesse quella cosiddetta smeared cracking poichè consente l'analisi mediante idealizzazioni sostanzialmente non dissimili da quelle delle formulazioni lineari e fornisce in modo relativamente agevole i parametri comportamentali di strutture geometricamente anche molto complesse.

Nel successivo paragrafo vengono presentate la formulazione contenuta nel programma MARC [11] ed alcune particolarizzazioni di modello proposte dagli Autori [2].

### 3. IL MODELLO SMEARED CRACKING DEL PROGRAMMA MARC

I modelli smeared cracking [10,11] consentono di rappresentare, più che singole fessure, molteplicità di fessure finemente spaziate, la cui direzione è ortogonale a quella della tensione principale di trazione.

Per definire l'inizio e la propagazione della fessurazione è generalmente applicato un criterio di massima resistenza nei punti di integrazione degli elemento. Immediatamente dopo la formazione del primo crack, il materiale diventa anisotropo e il suo comportamento in direzione ortogonale alla fessura, quando essa evolve, è descritto da una legge di softening.

L'effettiva apertura del crack è presa in conto mediante un campo di spostamenti continuo, tale da causare la stessa dissipazione di energia, e il modulo di elasticità del calcestruzzo, per un eventuale ritorno elastico fino alla chiusura del crack, viene ridotto al procedere della fessurazione.

Con riferimento ad incrementi di carico che inducono stati di tensione pluriassiali, la prima fessura in un punto di Gauss si sviluppa nel piano perpendicolare alla tensione principale massima, non appena questa raggiunge il valore limite  $f_{ct}$  della resistenza a trazione. Crack successivi possono svilupparsi, unicamente secondo direzioni ortogonali al primo, al crescere dei valori delle altre tensioni principali.

Il tensore di deformazione associato all'incremento di carico è dato da:

$$\{\Delta\varepsilon\} = \{\Delta\varepsilon_{co}\} + \{\Delta\varepsilon_{cr}\} \quad (7)$$

dove  $\{\varepsilon_{co}\}$  definisce la deformazione nel continuo e  $\{\varepsilon_{cr}\}$  definisce il contributo delle fessure alla deformazione totale.

Si deve notare che, dopo l'apertura del crack, una deformazione continua nella direzione perpendicolare alla fessura può svilupparsi unicamente per effetto Poisson.

La relazione costitutiva incrementale può essere scritta come funzione della rigidezza dell'elemento [D], della deformazione incrementale e di un termine addizionale {g}, necessario per ristabilire l'equilibrio:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} + \{g\} \quad (8)$$

Nello schema risolutivo vengono condotti, all'interno di ogni incremento, cicli di iterazione sino al raggiungimento della convergenza sul termine  $\{g\}$ .

Per rappresentare l'effetto dell'ammorsamento intergranulare e l'effetto perno è possibile definire un modulo di taglio ridotto nel conglomerato fessurato, mediante un fattore di ritenzione a taglio  $\beta$  compreso fra zero ed uno.

Nel caso di crack multipli in uno stesso punto di Gauss, l'equazione costitutiva associata a ciascun crack è disaccoppiata dalle altre, ovvero la matrice  $[D]$  si presenta diagonale.

L'opzione di cracking può essere assegnata a qualsiasi elemento della libreria MARC, come un normale legame costitutivo di materiale. Le caratteristiche del legame sono date attraverso specifiche di default che definiscono una legge bilineare per il conglomerato in trazione, oppure sono costruite attraverso subroutine di utente che consentono la definizione di legami più sofisticati. Naturalmente, oltre al comportamento di cracking, può anche essere modellato il comportamento nonlineare in compressione del conglomerato. Quando si verifica una riduzione della deformazione mentre il materiale si trova nel ramo discendente della curva di softening, lo scarico ha luogo con un modulo ridotto definito dall'azzerarsi delle deformazioni residue; tale modulo rappresenta il nuovo modulo elastico del materiale danneggiato.

Per la rappresentazione in elementi finiti di strutture bidimensionali in c.a., sono utilizzabili elementi standard della libreria MARC predisposti per la modellazione di materiali compositi stratificati. Ad ogni strato possono essere associate leggi di materiale diverse, ed in particolare strati con caratteristiche ortotrope opportunamente definite possono essere usati per rappresentare la presenza di schiere di barre di armatura. All'acciaio delle barre può essere associato un legame elasto-plastico con o senza incrudimento.

Nello studio del comportamento di dettagli strutturali, discretizzati con elementi di dimensioni minori della reale distanza tra le fessure, il modello smeared cracking deve utilizzare i legami costitutivi dei materiali reali e quindi i parametri di tali equazioni costitutive devono essere derivati dalla conoscenza del fenomeno sperimentale. Per ciò che concerne il comportamento del conglomerato, quanto sopra comporta il ricorso a procedure sperimentali non del tutto consolidate (prove di meccanica della frattura, prove sotto regimi di tensione pluriassiali, etc.) e quindi di rara e difficoltosa esecuzione.

D'altro canto, nello studio di insiemi strutturali complessi, è richiesta la modellazione non solo del comportamento dei materiali reali, ma anche del loro effetto d'insieme che può in taluni casi costituire l'aspetto prevalente della modellazione stessa.

In un precedente lavoro [2] è ad esempio stato affrontato il problema della modellazione degli effetti di tension stiffening, che possono risultare di notevole importanza in elementi inflessi o soggetti a stati membranali, caratterizzati dalle usuali percentuali geometriche di armatura.

Gli effetti del tension stiffening sono stati presi in considerazione attraverso una legge costitutiva opportuna per il conglomerato, da attribuirsi alle zone che possono essere interessate dal trasferimento delle tensioni tra due successive fessure.

Nella legge costitutiva, il ramo di softening è rappresentato da una relazione sperimentale dedotta dal comportamento di provini costituiti da barre di armatura inserite in elementi prismatici di conglomerato e sottoposte a trazione. In particolare, fra le varie relazioni proposte in letteratura per descrivere il comportamento sperimentale dei provini, è stata scelta quella di Rostasy [12] :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - K f_{ct} \frac{\sigma^{*1}}{\rho E_s \sigma^*} \quad (9)$$

dove:

- $\epsilon_m$  è la deformazione media;
- $\epsilon_s$  è la deformazione che avrebbe il solo acciaio;
- $K$  è un parametro empirico, posto eguale a 0.5 in trazione e a 0.18 in flessione;
- $\sigma^*$  è una tensione nominale, definita dal rapporto tra la forza di trazione applicata e l'area dell'acciaio;
- $\sigma^{*1}$  è la tensione nominale di prima fessurazione;
- $\rho$  è la percentuale di armatura;
- $E_s$  è il modulo elastico dell'acciaio.

Di conseguenza, l'espressione analitica della legge di softening utilizzata in [2] ed anche nel presente lavoro, che definisce la tensione nel conglomerato è la seguente:

$$\sigma_c = \frac{n \rho f_{ct}}{2 \epsilon^1} \left[ \epsilon_m^2 + \frac{4K(1+1/n\rho)\epsilon^{12}}{n \rho} - \epsilon_m \right] \quad (10)$$

dove  $\epsilon^1$  è la deformazione limite di fessurazione.

La Figura 1 pone a confronto, qualitativamente, le relazioni di legame per il conglomerato, espresse rispettivamente dal modello default di MARC e dalla (10).

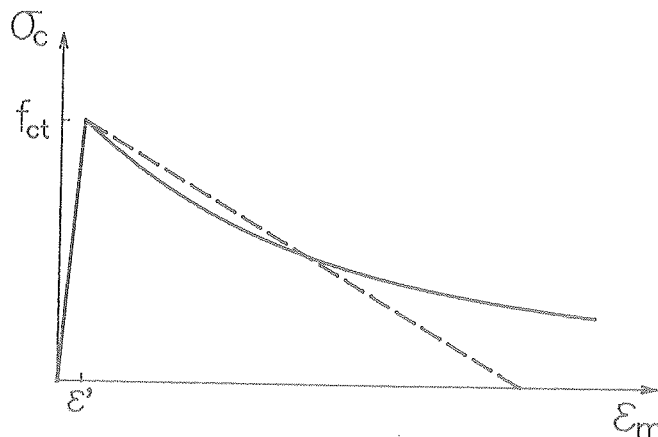


Figura 1 - Legame costitutivo del calcestruzzo teso.

Alcuni esempi di applicazione, condotti simulando le prove sperimentali di Collins e Kischner [8] su pannelli armati in stati di sollecitazione uniformi, hanno mostrato la buona corrispondenza fra i risultati numerici e quelli sperimentali, anche se alcuni importanti problemi di definizione del modello restano tutt'ora aperti.

#### 4. IMPIEGO DEL MODELLO SMEARED CRACKING NELLA PREVISIONE DELLO STATO DI FESSURAZIONE

Per valutare l'applicabilità del modello smeared cracking alla previsione dello stato di fessurazione in una struttura in c.a. è stata rianalizzata con il programma MARC la trave parete studiata sperimentalmente da Cervenka [13]. La Figura 2 mostra la suddivisione in elementi finiti impiegata e le principali caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura.

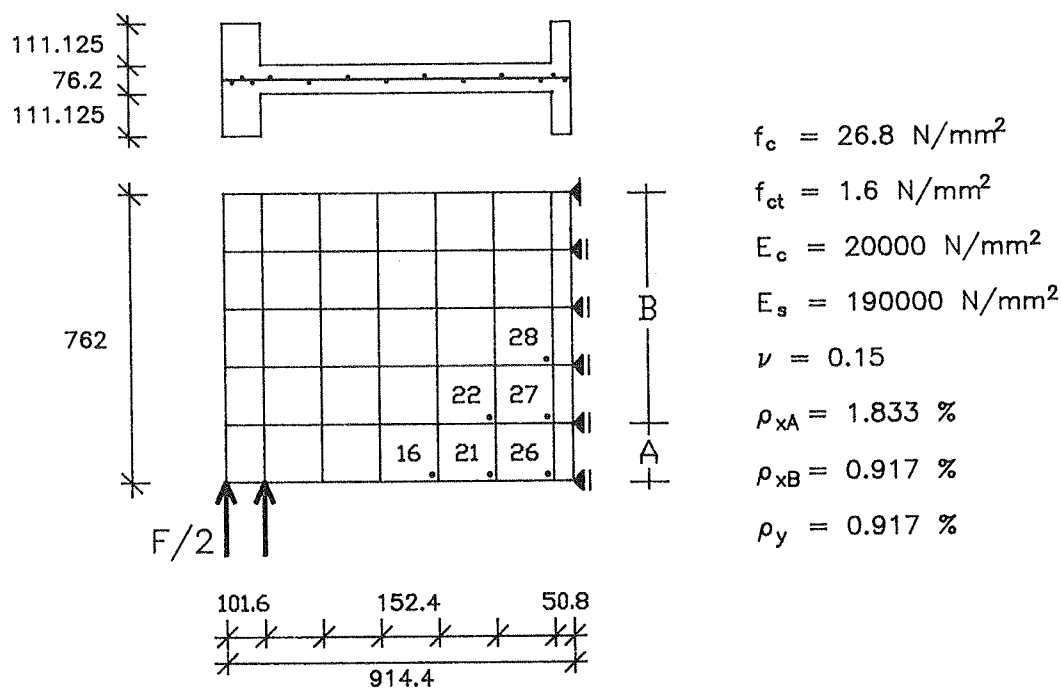


Figura 2 - Modello agli elementi finiti

Nella schematizzazione della struttura sono stati impiegati elementi isoparametrici di guscio (elementi tipo 75) con 4 nodi e 4 punti di Gauss, suddivisi in 5 strati nello spessore di cui quelli interni rappresentano le schiere di barre nelle due direzioni x ed y.

Per il conglomerato in trazione è stata impiegata la legge costitutiva descritta nel precedente paragrafo, con K variabile tra 1 (in

corrispondenza della formazione della fessura) e 0 (in corrispondenza della deformazione di snervamento dell'acciaio) come proposto in [14]. Al conglomerato in compressione è stata assegnata una legge elastica-perfettamente plastica, non essendo disponibili le relazioni sperimentali dei materiali impiegati. All'acciaio è stato assegnato un debole incrudimento.

Non è stata considerata la possibilità di trasmettere tensioni tangenziali attraverso fessure aperte, in quanto si è verificato che tali effetti producono nella fattispecie limitate variazioni della risposta solo in prossimità delle condizioni di collasso.

Inoltre si è verificato che i risultati fossero indipendenti da un eventuale infittimento della mesh.

La Figura 3 mostra il confronto fra la curva sperimentale carico-spostamento massimo (linea spessa) e quella ottenuta dal calcolo ad elementi finiti (linea sottile A). Nella figura è inoltre aggiunta la curva ottenuta da un calcolo ad elementi finiti eseguito senza tenere conto dell'effetto di tension stiffening (linea sottile B).

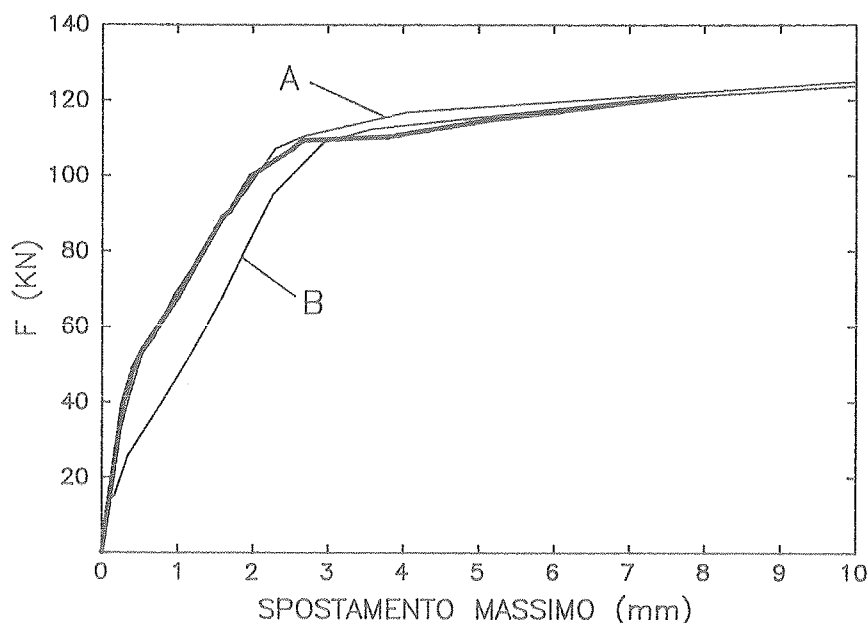


Figura 3 - Confronto tra risultati sperimentali e numerici.

L'analisi delle curve in figura consente di affermare che il modello smeared cracking, utilizzato con il legame costitutivo (10), fornisce valutazioni della risposta strutturale ben in accordo con quella ottenuta per via sperimentale. Il confronto fra le due curve A e B consente di confermare le conclusioni già tracciate in [2] circa l'importanza di una corretta rappresentazione del fenomeno di tension stiffening nella fase di fessurazione.

Per quanto riguarda le verifiche di fessurazione sono stati confrontati i risultati ottenuti dal modello locale presentato nel paragrafo 2, utilizzando le sollecitazioni ricavate da una analisi lineare, e quelli deducibili dal programma MARC. In Figura 2 sono evidenziati gli elementi ed i punti di integrazione, appartenenti alla zona maggiormente interessata dal fenomeno fessurativo, per i quali sono riportati nelle Figure 4 e 5 i risultati delle due analisi; questi consistono in diagrammi della deformazione principale massima e dell'angolo tra la normale al piano di fessurazione e l'asse x, al crescere del carico applicato.

La deformazione principale massima è legata, per quanto detto in precedenza, all'apertura delle fessure secondo la (1). Pertanto, valutando la distanza tra due crack successivi come indicato in [4] e considerando convenzionalmente le fessure sempre normali ad x, sono stati indicati nei grafici i valori delle deformazioni che corrispondono ai limiti di apertura  $w^m$  di 0.1, 0.2 e 0.4 millimetri, previsti dalle norme per le diverse condizioni ambientali di riferimento. Si noti come questi siano differenti negli elementi delle zone A e B (Figura 2) a causa della differente spaziatura tra le barre.

Le linee continue rappresentano i risultati ottenuti col programma MARC. Le linee tratteggiate indicano le corrispondenti curve ottenute col modello locale consigliato dalla proposta di raccomandazioni NS3743 [5].

L'implementazione di questa procedura è stata peraltro resa congruente con le ipotesi del modello MARC; in particolare non è stata considerata la trasmissione di tensioni tangenziali sul piano della fessura, è stata assegnata al calcestruzzo compresso una legge elastica-perfettamente plastica, è stata adottata la stessa relazione tensione-deformazione per l'acciaio ed è stata impiegata la (10) per rappresentare la legge di tension stiffening.

Il sistema di equazioni di equilibrio e di congruenza (3), corredato dalle opportune relazioni di legame, è stato ridotto analiticamente alle variabili che esprimono la deformazione principale massima e l'angolo  $\theta$  tra la normale alla fessura e l'asse x ed è stato risolto numericamente con un processo iterativo.

Per la determinazione delle curve sono stati impiegati, come stato di sollecitazione locale, i valori delle componenti speciali di membrana dedotti da una analisi lineare ad elementi finiti eseguita su di una mesh identica a quella impiegata per il modello nonlineare.

La medesima procedura è poi stata applicata ai valori delle componenti speciali di membrana ottenuti dall'analisi nonlineare; sono così state generate le curve punteggiate nei diagrammi delle Figure 4 e 5.

I diagrammi delle Figure 4 e 5 si prestano ad alcune osservazioni.

L'applicazione della procedura delle NS3743 risulta generalmente assai conservativa per le verifiche a fessurazione; si osservino ad esempio le differenze fra i valori del carico che corrispondono sulle diverse curve allo stesso limite di apertura delle lesioni nell'elemento 26, quello maggiormente sollecitato. Tuttavia, a causa delle ridistribuzioni di sollecitazione che si verificano nella lastra, correttamente colte dal modello nonlineare, possono verificarsi in altri elementi situazioni opposte (si osservino i diagrammi relativi agli elementi 27 e 28).



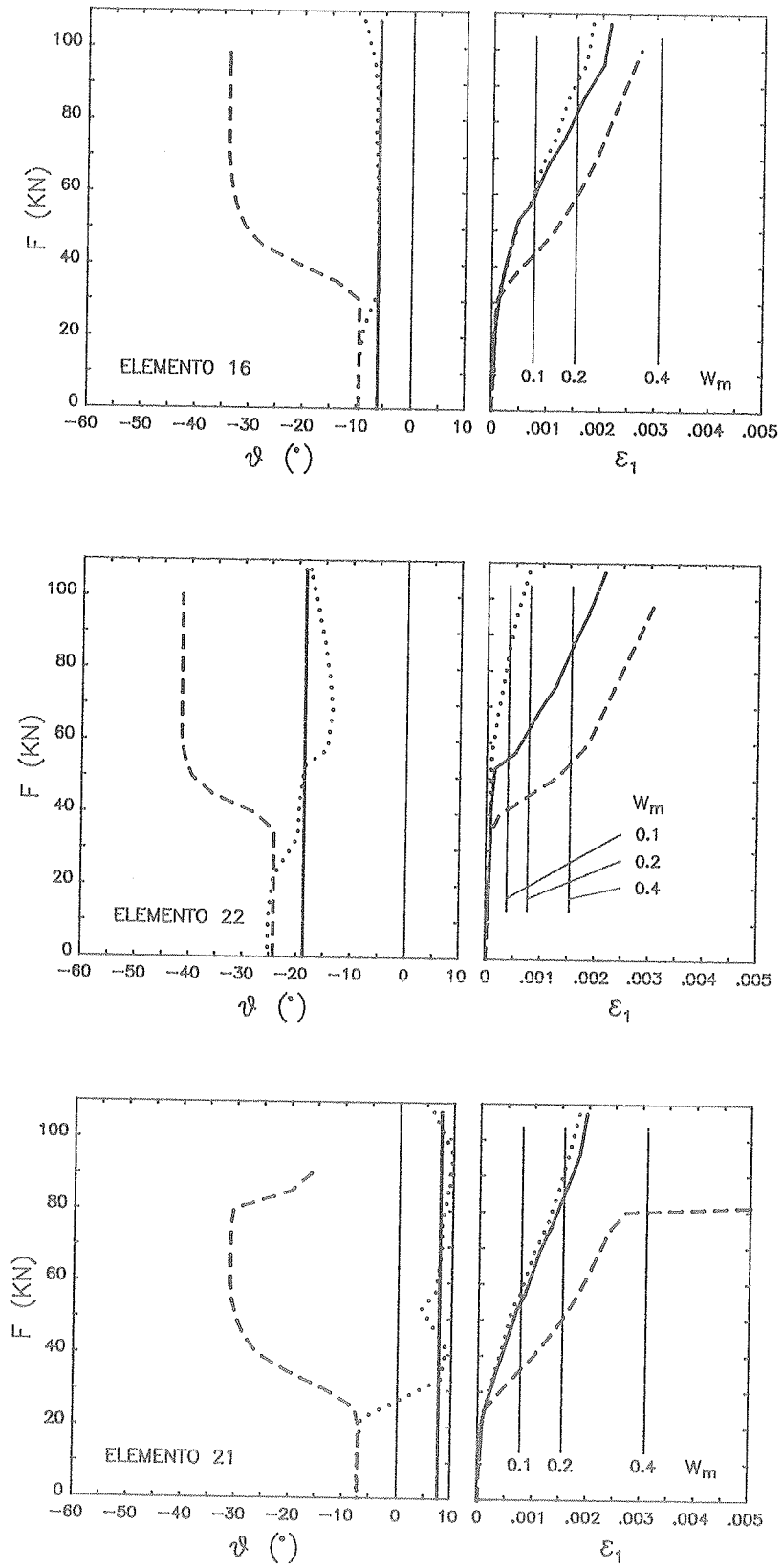


Figura 4 - Deformazione principale e inclinazione delle fessure nei punti della zona maggiormente sollecitata a trazione.

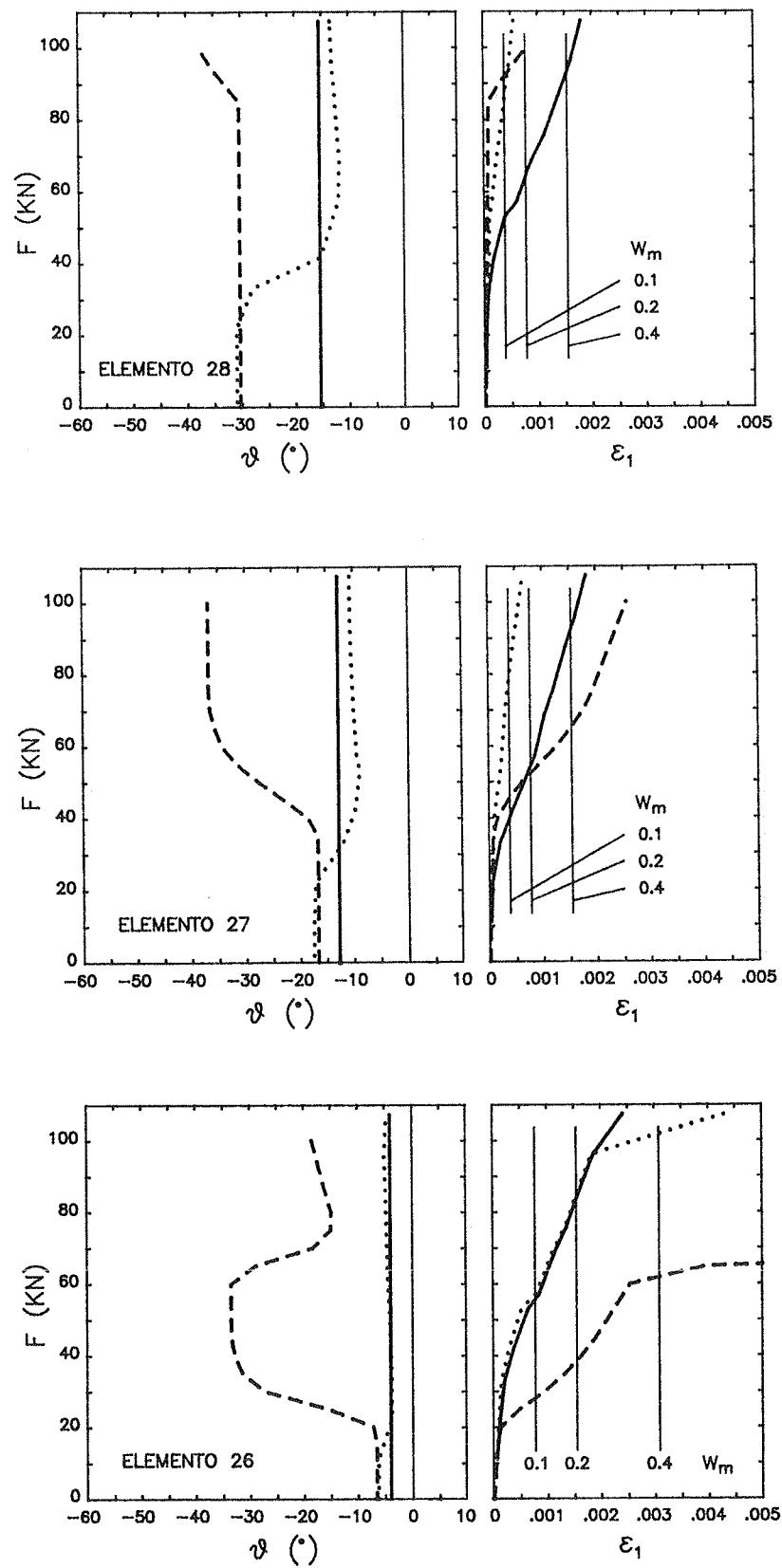


Figura 5 - Deformazione principale e inclinazione delle fessure nei punti della zona maggiormente sollecitata a trazione.

Nelle figure si notano inoltre differenze nell'andamento dell'angolo  $\theta$ . Nel caso del modello nonlineare questo si mantiene costante, come previsto dal modello smeared cracking utilizzato. Viceversa con la procedura delle NS3743 si ottengono, al crescere del carico, angoli diversi in quanto la soluzione del sistema di equazioni nonlineari di equilibrio e di compatibilità è ottenuta indipendentemente dalla storia, trascurando quindi lo stato fessurativo precedentemente formatosi.

L'applicazione della procedura NS3743 ai valori delle tensioni prodotte dall'analisi nonlineare fornisce risultati sensibilmente coincidenti con quelli direttamente estratti dalle analisi ad elementi finiti nonlineare, almeno nel caso in cui le fessure sono praticamente verticali. Differenze fra i due risultati sono invece osservabili quando l'inclinazione delle fessure è apprezzabile.

La Figura 6 mostra il quadro fessurativo corrispondente ai valori del carico che producono il limite di 0.2 mm nell'elemento 27. Nella figura la lunghezza del segmento che rappresenta la fessura è proporzionale all'apertura della fessura stessa.

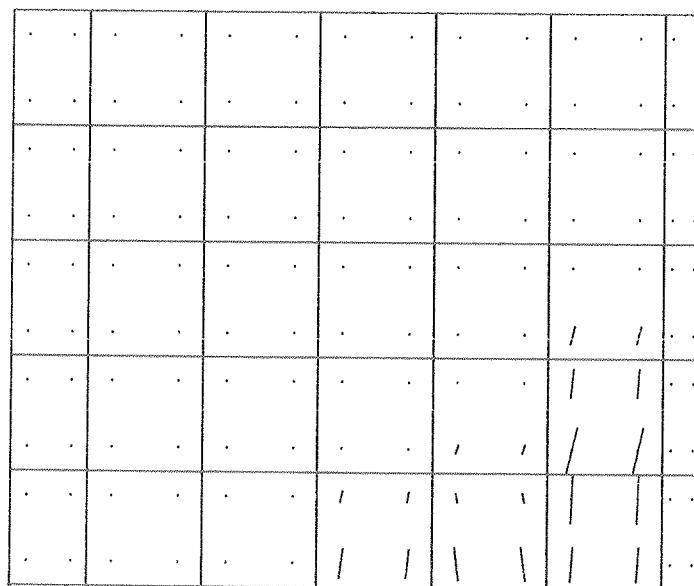


Figura 6 - Quadro fessurativo.

## 5. CONCLUSIONI

Sono state esaminate le metodologie attualmente disponibili per l'analisi a stato limite di fessurazione di strutture bidimensionali in c.a. mediante il metodo degli elementi finiti. In particolare sono state prese in considerazione la procedura proposta dalle NS3743, che prevede di impiegare i risultati di analisi globali lineari in termini

di tensioni locali di membrana per prevedere i parametri di fessurazione, e l'uso di modelli smeared cracking che invece consentono di dedurre gli stessi parametri da analisi globali nonlineari.

L'applicazione dei due approcci è stata svolta per un caso sperimentale dedotto dalla letteratura. L'esempio ha mostrato che la procedura proposta dalle NS3743 produce risultati generalmente molto conservativi rispetto a quelli forniti dai modelli nonlineari, ma in talune situazioni può invece verificarsi l'opposto.

Il modello smeared cracking ha prodotto risultati ben in accordo con quelli sperimentali per quanto concerne il comportamento globale della lastra, validando quindi il legame costitutivo già proposto. I risultati inerenti all'apertura delle fessure, non verificabili con dati sperimentali ma ottenuti con una modellazione più aderente al comportamento reale, possono ritenersi utilizzabili ai fini delle verifiche di fessurazione.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Del Grosso A., Lagomarsino S. e Massabò R., Il comportamento a stato limite di strutture complesse in c.a.: approccio mediante programmi nonlineari ad elementi finiti, Quinto Convegno Italiano di Meccanica Computazionale, Cosenza, 1990
- [2] Del Grosso A., Lagomarsino S. e Massabò R., Limit State Analysis of Complex Reinforced Concrete Structures through the Cracking Options of MARC, Atti della Conferenza Italiana degli Utenti MARC, Padova, 1990
- [3] Comité Euro-international du Béton, Cracking and Deformation, Bulletin d'information no.158-E, Lausanne, 1985.
- [4] Vecchio F.J. e Collins M.P., The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, 1986, 219
- [5] Norwegian Standards Association, Concrete Structure Design Rules, NS 3743, Oslo, 1986.
- [6] Fiskvant A. e Grosch H., Design of Reinforced Concrete Shells in Offshore Structures by the Computer Programme CONDIM, Nordisk Betong 2-4, 1982, 106
- [7] Berg S. , A Model for Capacity Control of a Reinforced Concrete Shell Section, SINTEF Report no.STF71 A78001, Trondheim, 1978.
- [8] Collins M.P. e Kischner U., Investigating the Behaviour of Reinforced Concrete Shell Elements, ISBN Publication no.86-09, University of Toronto, 1986
- [9] Walraven J.C., Fundamental Analysis of Aggregate Interlock, ASCE Journal of Structural Division, ST11, 1981, 2245

- [10] Nilson A.H. et al., State of the Art Report on: Finite Element Analysis of Reinforced concrete, American Society of Civil Engineers, New York, 1982
- [11] Konter A.W., Fracture Mechanics and Concrete Cracking, MARC Analysis Research Corporation - Europe
- [12] Rostasy F.S., Koch R. e Leonhardt F., Zur Mindestbewehrung von Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton, DAfStb, H.267, Berlin, W. Ernst u. Sohn, 1976
- [13] Cervenka V. e Gerstle K.H., Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels, Proc. IABSE, vol 32-II, 1972
- [14] Rizkalla S.H. e Hwang L.S., Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension, ACI Struct. Journal, 1984, 572

**PROGETTAZIONE OTTIMALE DELL'ARMATURA TRASVERSALE  
IN TRAVI DI C.A. E C.A.P. IN PARETE SOTTILE**

**Marco DI PRISCO - Pietro G. GAMBAROVA**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano



PROGETTAZIONE OTTIMALE DELL'ARMATURA TRASVERSALE  
IN TRAVI DI C.A. E C.A.P. IN PARETE SOTTILE

Marco DI PRISCO

Pietro G. GAMBAROVA

Dipartimento di Ingegneria Strutturale  
Politecnico di Milano

SOMMARIO

Un modello recentemente sviluppato per la descrizione del comportamento ultimo a taglio di travi in parete sottile in c.a. ed in c.a.p. è riproposto in questa sede per introdurre due nuovi aspetti: l'azione di spinotto e la distribuzione non uniforme degli spostamenti di interfaccia lungo le fessure di taglio. L'approccio seguito, basato sull'analogia del traliccio, fa uso dell'Analisi Limite e, al fine di garantire la massima duttilità a collasso della struttura, prevede il raggiunto snervamento della staffatura ed il contemporaneo incipiente collasso locale del calcestruzzo per taglio-comprensione nelle sezioni estreme dei puntoni. L'analisi combinata di tutti i meccanismi resistenti agenti consente di valutarne il ruolo in funzione della resistenza ultima a taglio, e di tracciare diagrammi per la scelta ottimale della percentuale meccanica di staffatura. La validità del modello proposto viene confermata da un esteso confronto con i risultati sperimentali presentati recentemente da Regan/Rezai-Jorabi, Kordina e Marro; il confronto è stato poi esteso al metodo del traliccio ad inclinazione variabile proposto nell'Eurocodice EC2.

SUMMARY

A recently developed model, based on truss analogy and devised for the study of the ultimate behavior of R/C and P/C thin-webbed beams failing in shear, is recalled here in order to introduce two new aspects (dowel action and non-uniform distribution of the interface displacements along the shear cracks), and to work out a set of charts aimed at the optimum design of the stirrups. The model is shown to fit some recent test results by Regan/Rezai-Jorabi, Kordina and Marro; a comparison with Eurocode EC2 is also presented.

1. INTRODUZIONE E NATURA DEL PROBLEMA

Come è ben noto, nel collasso di travi in c.a. ed in c.a.p. per azione prevalente di taglio sono coinvolti vari meccanismi resistenti. L'attivazione simultanea e la reciproca interazione complicano l'analisi del ruolo di ognuno di essi; conseguentemente una modellazione basata su schemi semplici, come il traliccio di Mörsch, si rivela un valido strumento di indagine per penetrare con ipotesi ragionevoli tale realtà fisica.

Nelle travi alte in parete sottile armate trasversalmente è stato



più volte osservato sperimentalmente l'instaurarsi di un panorama fessurativo sufficientemente regolare, interpretabile con l'analogia del traliccio: in tale ambito si colloca il modello proposto.

E' opinione diffusa e confermata sperimentalmente da vari autori (Regan e Rezai-Jorabi [8], Kordina et al.[9]) che il collasso per taglio sopraggiunga in questi elementi strutturali a seguito di una prima fessurazione in accordo con lo stato tensionale di pressoflessione e taglio (travi in c.a.p., caso 1), oppure di solo taglio-flessione (travi in c.a., caso 2). Questa prima fessurazione attiva i meccanismi resistenti di interfaccia (ingranamento degli inerti, azione di spinotto presente solo nel caso 2 in quanto il corrente teso risulta fessurato) e, a collasso, comporta la formazione di un campo di compressioni diagonali d'anima avente un'inclinazione minore di quella delle fessure, rispetto all'asse. La costituzione di questo traliccio ad inclinazione "variata" è alla base dei molti approcci teorici finalizzati all'interpretazione del collasso per taglio in presenza di sufficiente duttilità, siano essi orientati all'Analisi Limite con ipotesi di comportamento plastico per il calcestruzzo (Nielsen et al.[1]), oppure in accordo con una più razionale e specifica interpretazione del comportamento fisico (Collins [2], Vecchio e Collins [3]) od ancora finalizzati in principal modo alla modellazione dell'anima fessurata (Kupfer et al. [4]).

E' importante sottolineare che l'insorgere di questa prima fessurazione, in situazioni tensionali spesso lontane dal collasso, comporti un ulteriore ostacolo all'interpretazione dell'anima della trave come continuo elasto-plastico, ostacolo che si aggiunge a quelli già evidenziati da Drucker in tema di c.a. (IABSE, Vol.21, 1961, pp.49-59).

L'interpretazione dominante che traspare anche nella recente normativa europea (Eurocodice EC2), in accordo con il modello di traliccio ad inclinazione variabile, presuppone per l'anima di calcestruzzo una duttilità sufficiente per superare la prima fessurazione, riservandosi di limitare la resistenza ultima a compressione. Tale limitazione viene imposta introducendo un coefficiente minorativo che riflette la presenza di una fessurazione diffusa con asse non coincidente, in generale, con quello delle tensioni principali di compressione.

Scopo del presente lavoro è determinare la staffatura ottimale a collasso, assumendo che il regime fessurativo sia quello di prima fessurazione: tale approccio consente la valutazione del contributo di tutti i possibili meccanismi resistenti in atto, facendo uso dell'Analisi Limite ed ipotizzando lo snervamento della staffatura nonché la cernierizzazione delle sezioni estreme dei puntoni di calcestruzzo, al collasso per taglio-compressione.

## 2. IPOTESI ASSUNTE NEL MODELLO

In accordo con l'analogia del traliccio, si assume che la trave a collasso si presenti con un'anima fessurata, immaginata idealmente estesa dal baricentro del corrente compresso a quello del corrente teso, con fessure equamente spaziate, estese all'intera anima, ed aventi inclinazione costante  $\phi$  rispetto all'orizzontale; tale inclinazione è determinabile in base alla direzione degli sforzi principali di trazione, nel baricentro, all'atto della prima fessurazione.

Il comportamento a traliccio è inoltre definito sulla base delle seguenti ipotesi:

1. Le facce delle fessure inclinate sono scabre ed ingranate, quindi trasferiscono sforzi di taglio  $\sigma_{nt}^c$  e sforzi normali  $\sigma_{nn}^c$ .
2. Il passo della staffatura coincide con quello delle fessure ed è sempre assunto piccolo rispetto alla luce di taglio o alla semi-luce della trave: può tuttavia non essere piccolo rispetto allo spessore dell'anima o al braccio della coppia interna.
3. Il comportamento medio del calcestruzzo è rappresentato da un campo di compressione diagonale che non risulta parallelo alle fessure dell'anima.
4. Il rapporto meccanico dell'armatura trasversale è assunto sufficientemente contenuto per garantire il completo snervamento della staffatura.
5. Gli spostamenti relativi all'interfaccia seguono una legge assegnata che simula nei due casi esaminati il reale andamento fessurativo. Nel caso 1, raffigurante travi precomprese con fessurazione estesa alla sola anima, detta  $l$  la lunghezza della fessura e  $\zeta$  la coordinata adimensionalizzata corrente, gli spostamenti locali  $\delta_n$  e  $\delta_t$  sono espressi in funzione di quelli medi

$\bar{\delta}_n$  e  $\bar{\delta}_t$ , dalle seguenti relazioni:

$$\delta_t = \bar{\delta}_t [1 - \cos(2\pi\zeta)] ; \quad \delta_n = 6\bar{\delta}_n (\zeta - \zeta^2) \quad (1a,b)$$

Nel caso 2, invece, in accordo con le travi semplicemente armate con fessurazione estesa anche al corrente teso, si sono scelte le relazioni:

$$\delta_t = \bar{\delta}_t [1 - \cos(\pi\zeta)] ; \quad \delta_n = \bar{\delta}_n (3\zeta - 1.5\zeta^2) \quad (2a,b)$$

Gli andamenti proposti sono rappresentati in Fig. 1.

L'approccio statico prevede la distribuzione tensionale equilibrata ed ammissibile visualizzata in Fig. 2. All'interfaccia sono presenti gli sforzi corrispondenti alle leggi di spostamento assegnate in funzione degli spostamenti medi, determinati a loro volta imponendo una congruenza media nel baricentro dell'anima ([4],[5] e [6]).

Nella sezione di connessione con il corrente compresso si ipotizza una localizzazione degli sforzi di compressione (con sforzi al limite del dominio di resistenza biassiale) supponendo la restante parte di sezione parzializzata e priva di sforzi di trazione, ed assumendo costanti quelli di taglio ingenerati nel puntone lungo l'intera sezione. Nella sezione di connessione con il corrente teso si assume nel caso 1 una distribuzione di sforzi analoga a quella precedente e nel caso 2 una distribuzione ammissibile che preveda la contemporanea presenza dell'azione assiale, del taglio e del momento flettente generato dall'azione di spinotto.

L'approccio seguito è quindi conforme a quello statico dell'Analisi Limite ad esclusione delle ipotesi 1 e 2 che stabiliscono la presenza di fessure regolari, con spaziatura "arbitraria" e che esprimono una discontinuità nel campo di deformazione del continuo consentendo l'utilizzo di leggi costitutive sforzo-spostamento. Tale arbitrarietà nasce

dalla impossibilità di soddisfare l'ipotesi di stabilità del materiale nel senso di Drucker ( $\dot{\sigma} \cdot \dot{\epsilon} \geq 0$ ).

Quando il passo della staffatura  $s$  non è assegnato, viene calcolato sulla base di condizioni di equilibrio scritte per il generico nodo inferiore del traliccio all'atto della fessurazione, e la relazione finale che si ottiene (vedi [6]) risulta:

$$s = 1.33 \frac{f_{ct}}{f'_c} \frac{d_{st}}{\rho_{st}} \cotg\phi \quad \text{ovvero} \quad s = 0.359 \frac{d_{st} \cotg\phi}{\rho_{st} f'_c{}^{1/3}} \quad (3a,b)$$

avendo assunto  $f_{ct} = 0.27 f'_c{}^{2/3}$  come suggerito dall'Eurocodice EC2.

Per quanto riguarda l'impegno a taglio dei correnti non fessurati si è stabilito quanto segue:

- Il corrente compresso ha comportamento elastico lineare con modulo  $E_c$  calcolato con la formula suggerita dall'Eurocodice EC2 '89, per valore medio della tensione eguale od inferiore a  $0.4f'_c$ ; per valori superiori, è stato adottato per  $E_c$  il valore tangente ottenuto con la legge costitutiva  $\sigma_c = \sigma_c(\epsilon_c)$  proposta da Saenz.
- Il corrente teso ha comportamento elastico lineare con rigidezza flessionale  $k^B$  integra per valore medio della tensione eguale od inferiore a  $0.5f_{ct}$ ; per valori superiori, compresi fra  $0.5f_{ct}$  ed  $f_{ct}$  la rigidezza  $k^B$  viene dimezzata, e annullata per valori superiori a  $f_{ct}$ ; la rigidezza a taglio  $k^S$  rimane inalterata, e pari a quella elastica, in tutti i casi citati.
- La larghezza collaborante della soletta  $B^*$  è assunta pari al minimo tra  $2b$  e  $0.33B$ , ove con  $b$  e  $B$  vengono indicati rispettivamente lo spessore dell'anima e la larghezza complessiva di ciascuna soletta.

Il corrente, oltre ad assorbire il taglio  $V_{CF}^i$  necessario per equilibrare alla rotazione il nodo, sopporta l'ulteriore contributo che nasce dalla traslazione verticale del nodo per congruenza con l'anima fessurata; questa traslazione è assunta pari ad  $1/2$  di quella del bordo della soletta a contatto con l'anima. Tale riduzione è giustificata dal complesso comportamento micro e macro fessurativo di quella regione, comportamento che non rispetta, in generale, la congruenza locale. Detta  $V_{CF}''$  l'azione di taglio sorta per congruenza con l'anima si ha:

$$V_{CF}'' = \frac{k^B k^S}{k^B + k^S} \delta_v \quad (4)$$

ove  $k^B = \frac{12EJ}{s^3} = EB^*(t/s)^3$  e  $k^S = \frac{GA}{\chi s} = \frac{EB^*}{2.4(1+\nu)} (t/s)$  sono le

rigidezze a flessione ed a taglio della sezione collaborante di soletta assunta rettangolare ed alta  $t$ , e  $\delta_v$  (spostamento verticale) ha la seguente espressione:

$$\delta_V = \frac{1}{2} [\delta_n(\zeta') \cos\phi + \delta_t(\zeta') \sin\phi] \quad \text{con} \quad \zeta' = \frac{t}{2\sin\phi} \quad (\text{Figg. 1c,d})$$

Pertanto l'azione di taglio  $V''_{CF}$  risulta:

$$V''_{CF} = EB \lambda^3 g(\lambda) \cdot \delta_V \quad (5)$$

avendo posto  $\lambda = \frac{t}{s}$ ,  $\nu = 0.2$  e  $g(\lambda) = \frac{1}{2.88(\lambda^2 + 0.347)}$  ove

$g(\lambda) \leq 1$  è un fattore minorativo che introduce gli effetti del taglio.

### 3. EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Con riferimento a [6], l'equilibrio del puntone alla rotazione rispetto al nodo Q (vedi Fig. 3a) si scrive:

$$\tau_u = \Delta\tau_{BND} + \Delta\tau_{INT} + \rho_{st} f_{sy} \cot\phi + \Delta\tau_{DWL} \quad (6)$$

avendo posto:

$$\tau_u = \frac{V_u}{bz}; \quad \Delta\tau_{BND} = \frac{N^* x'}{bsz}; \quad \Delta\tau_{INT} = \frac{m}{bs \cdot \sin\phi} = \sigma_{nt}^c - \sigma_{nn}^c \cot\phi;$$

$$\rho_{st} f_{sy} = \frac{T_{st}}{bs}; \quad \Delta\tau_{DWL} = \frac{V_D}{bz} \quad (\text{pedici: } D=DWL = \text{azione di spinotto})$$

Per determinare il parametro  $x'$  si introduce il dominio resistente biassiale schematizzato in Fig. 3c e si impone che in presenza dell'azione di taglio  $V^*/(bs \cdot \sin\phi)$  - Fig. 3b - la sezione di connessione con il corrente compresso concentri l'azione assiale presente  $N^*$  in un tratto ove agisce la tensione massima  $\sigma'$  compatibile con il dominio resistente introdotto.

La tensione  $\sigma'$  si calcola risolvendo il seguente sistema

$$\begin{cases} \sigma'_2 = a' \sigma'_1 + b'; & a' = \frac{\beta f'_c}{3 f_{ct}}; & b' = \beta f'_c \\ \sigma'_1, \sigma'_2 = \frac{\sigma'}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'}{2}\right)^2 + \tau'^2} \end{cases} \quad (7)$$

con  $\beta=1$  per carichi di breve durata e  $\beta=0.85$  per carichi di lunga durata. Con riferimento alle Figg. 3b e 2c,d si possono scrivere le relazioni che esprimono  $N^*$ ,  $x'$  e  $V^*$ :

$$N^* = \frac{1}{\cos\phi} (\tau_u bs - V^* \sin\phi) \quad ; \quad x' = \frac{1}{2} s \cdot \sin\phi \left(1 - \frac{N^*}{bs \cdot \sigma' \sin\phi}\right) \quad (8a,b)$$

$$V^* = V_{BND}^* + V_{INT}^* + V_{DWL}^* = \frac{N^* x'}{z} \sin\phi + m + \frac{V_D s \cdot \sin\phi}{z} =$$

$$= bs \cdot \sin\phi (\Delta\tau_{BND} + \Delta\tau_{INT} + \Delta\tau_{DWL}) \quad (8c)$$

L'equilibrio alla traslazione longitudinale e verticale del nodo inferiore del traliccio si esprime nel modo seguente:

$$\sigma_2 bs \cdot \sin\alpha \cos\alpha = \tau_u bs \quad \text{da cui} \quad \sigma_2 = \frac{\tau_u}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} \quad (9a,b)$$

$$f_{sy} A_{st} = \tau_u bs \cdot \text{tga} \quad \text{da cui} \quad \text{tga} = \frac{f_{sy} \rho_{st}}{\tau_u} \quad (10a,b)$$

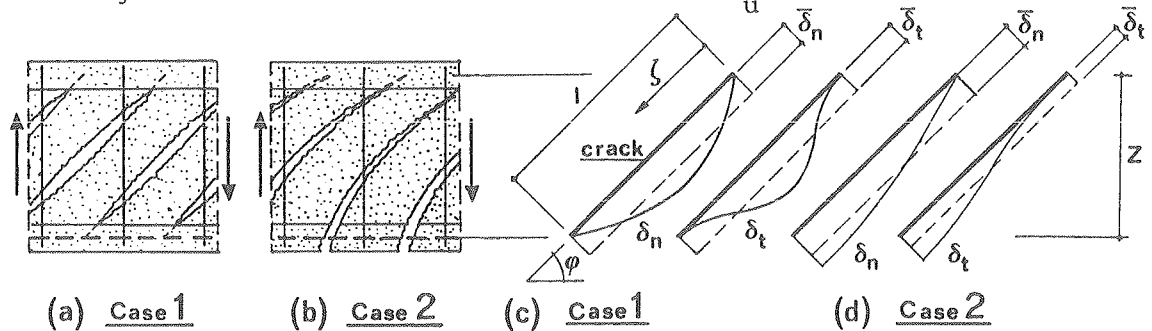


Fig.1 - Leggi di spostamento locale all'interfaccia ( $\delta_n$  e  $\delta_t$ ): (a,c) fessure limitate all'anima e (b,d) fessure di taglio-flessione.

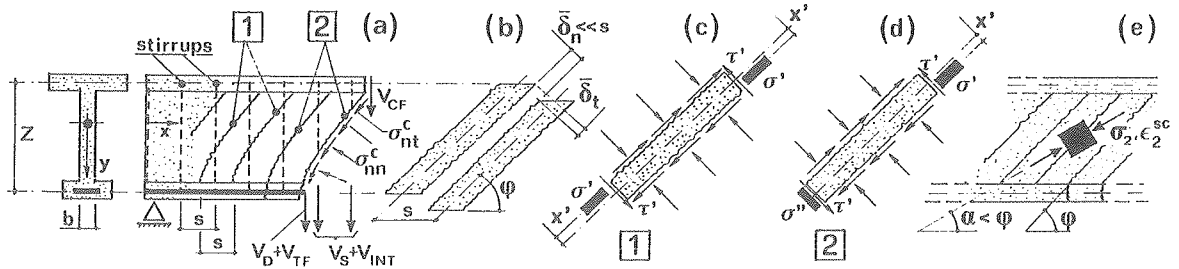


Fig.2 - Anima fessurata: (a) casi 1 e 2; (b) apertura e scorrimento medi all'interfaccia; (c,d) forze agenti sul puntone di calcestruzzo; (e) campo di compressione diagonale.

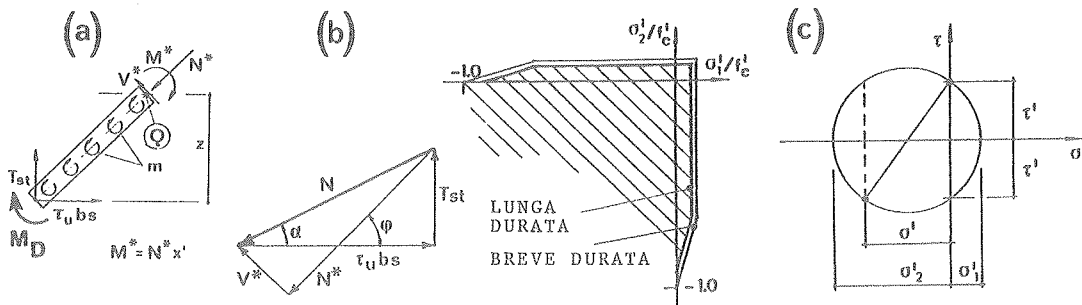


Fig.3 - Equilibrio: (a) rotazione del puntone di calcestruzzo; (b) traslazione del nodo inferiore del traliccio. (c) Dominio biassiale di resistenza.

## 4. EQUAZIONI DI CONGRUENZA

La deformazione media nel calcestruzzo nasce dalla sovrapposizione della componente localizzata dovuta alla fessurazione  $\epsilon^{cr}$ , di quella dovuta al campo di compressione diagonale  $\epsilon^{sc}$  e del ritiro  $\epsilon^{sh}$ :

$$\epsilon^c = \epsilon^{cr} + \epsilon^{sc} + \epsilon^{sh} \quad (11)$$

Tale relazione può essere specializzata nelle direzioni x ed y, ed è possibile porre  $\epsilon^{cr} = \epsilon^{cr}(\delta_t, \delta_n)$  ed  $\epsilon^{sc} = \epsilon^{sc}(v, \epsilon_2^{sc})$ . Le relazioni che si ottengono sono espresse dettagliatamente in [6]. Per quanto riguarda l'acciaio, si suppone che a causa dell'apertura variabile delle fessure esista una deformazione concentrata all'interfaccia, accumulata su una lunghezza pari ad un diametro di staffa  $d_{st}$ , che consenta il completo snervamento dell'armatura trasversale. Con riferimento alla Fig. 4 si può scrivere:

$$\epsilon_{AV}^s = \bar{\epsilon}^s + \Delta\epsilon_{st} = \epsilon_{sy}(\alpha_{ts} + \alpha_{ls}) \quad (12a)$$

ove  $\alpha_{ts}$  esprime il contributo del "tension stiffening" ed è valutato come in [6] su un tratto pari a  $(s \cdot \text{tg}\phi - 2d_{st})$ , mentre  $\alpha_{ls}$  esprime il valore medio della deformazione localizzata all'interfaccia e si calcola imponendo che, sulla base delle leggi di spostamento assegnate Eq. 1-2, tale contributo sia localmente nullo per  $\bar{\zeta} = 0.2$  (vedi Fig. 1) ovvero:

$$\frac{(\alpha_{ts} + \alpha_{ls})\epsilon_{sy}}{\alpha_{ts}\epsilon_{sy}} = \frac{\bar{\delta}_v}{\delta_v(\bar{\zeta})} = \frac{\bar{\delta}_t \sin\phi + \bar{\delta}_n \cos\phi}{\delta_t(\bar{\zeta})\sin\phi + \delta_n(\bar{\zeta})\cos\phi} \quad (12b)$$

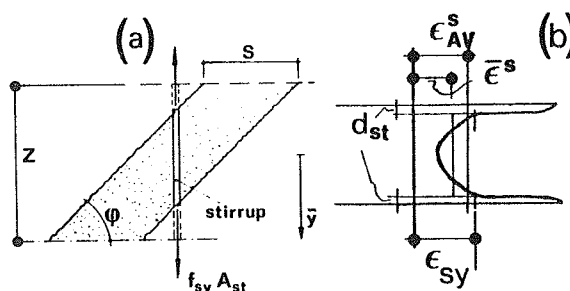
da cui

$$\alpha_{ls} = \alpha_{ts} \left( \frac{\bar{\delta}_t \sin\phi + \bar{\delta}_n \cos\phi}{\delta_t(\bar{\zeta})\sin\phi + \delta_n(\bar{\zeta})\cos\phi} - 1 \right) \quad (12c)$$

Ovviamente, mentre  $\alpha_{ts} \leq 1$ ,  $\alpha_{ls}$  può risultare superiore all'unità, ma la deformazione media  $\alpha_{ls}\epsilon_{sy}$  accumulata su una lunghezza pari a  $2d_{st}$  non deve superare la locale duttilità dell'acciaio (in questo lavoro limitata al 5%):

$$\alpha_{ls}\epsilon_{sy} \frac{s \cdot \text{tg}\phi}{2d_{st}} < 5\%$$

Fig.4 - (a) Aderenza armatura-calcestruzzo; (b) deformazioni nella staffa.



Le equazioni di congruenza in senso longitudinale si scrivono in modo differente per i due casi definiti nell'introduzione:

$$\bar{\epsilon}_x^{cr} = 0 \quad (\text{caso 1}) \quad ; \quad \epsilon_x^c = \epsilon_x^{sh} \quad (\text{caso 2}) \quad (13a,b)$$

mentre in senso verticale si assume sempre

$$\epsilon_y^c = \epsilon_{AV}^s \quad (14)$$

Tali relazioni possono essere esplicitate in funzione degli spostamenti  $\bar{\delta}_t$  e  $\bar{\delta}_n$ , e consentono la determinazione degli spostamenti locali grazie alle Eqq. 1,2. Le relazioni risultanti sono presentate in [6].

## 5. LEGGI COSTITUTIVE

Gli sforzi all'interfaccia delle fessure di taglio sono quelli corrispondenti agli spostamenti locali  $\delta_t$  e  $\delta_n$ , secondo le leggi costitutive del modello delle fessure scabre proposto da Bazant e Gambarova [7], ed applicato già in [5] e [6]:

$$\sigma_{nn}^c = a_1 a_2 \frac{r \sqrt{\delta_n} \sigma_{nt}^c}{(1+r^2)^{0.25}} \quad ; \quad \sigma_{nt}^c = \tau_o \left(1 - \sqrt{\frac{2\delta_n}{d_a}}\right) r \frac{a_3 + a_4 |r|^3}{1 + a_4 r^4} \quad (15a,b)$$

ove  $r = \delta_t / \delta_n$ ;  $a_1 a_2 = 0.62$ ;  $a_3 = 2.45 / \tau_o$ ;  $a_4 = 2.44(1 - 4/\tau_o)$ ;  $\tau_o = 0.25 f'_c$ ; lo sforzo  $\sigma_{nn}^c$  è sempre di compressione e  $d_a$  è la massima dimensione dell'inerte. Per quanto riguarda la determinazione di  $\alpha_{ts}$  si rimanda a [6], mentre il legame deformazione-sforzo per il calcestruzzo integro, ai fini della scrittura delle equazioni che traducono la congruenza, è quello proposto da Kupfer et al. [4]:

$$\epsilon_2^{sc} = \epsilon_{cu}^* \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_2}{f_c^*}}\right) \quad \text{ove } \epsilon_{cu} = -2 \times 10^{-3} \text{ e } f_c^* = \beta \cdot 0.75 f'_c \quad (16)$$

con  $\beta$  definito nella Eq.7.

E' inoltre introdotto un legame costitutivo semplificato dell'azione di spinotto, descritto dalle seguenti relazioni analitiche con riferimento alla Fig. 5:

$$\delta_H = \delta_n \sin \phi - \delta_t \cos \phi \quad ; \quad \delta_V = \delta_n \cos \phi + \delta_t \sin \phi \quad (17a,b)$$

$$V_D = \gamma k_D \delta_V \quad , \quad k_D = \frac{k_s k_w}{k_s + k_w} \quad , \quad \gamma = 1 - \left(\frac{\delta_H}{s \cdot \epsilon_{y1}}\right)^2 \quad ; \quad V_D \leq V_D^{\max} \quad (18a,b,c,d)$$

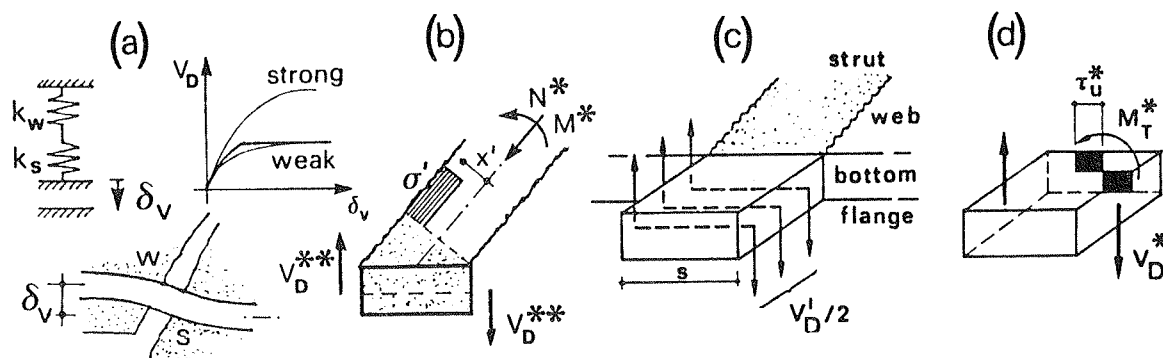


Fig.5 - Azione di spinotto: (a) schema assunto; (b) limitazione per pressoflessione del puntone (Eq. 21b); (c,d) limitazione relativa alle sole barre esterne all'anima (Eq.21a);  $w$  = meccanismo debole (weak);  $s$  = meccanismo forte (strong).

$$\text{con } k_s = 59.78 \left( \frac{\delta_v}{2} \right)^{-0.64} d_b^{1.75} f_c^{0.38} (\sin\phi)^2 \quad (19a)$$

$$k_w = 1000 \sqrt{\frac{f_c'}{30}} (1 + d_b) [1.2(1 - e^{-1.8c/d_b})] \quad \text{con } 12 \leq d_b \leq 32 \text{ mm} \quad (19b)$$

$$V_D^{\max} = 1.74 b_n d_b f_c^{0.33} \quad ; \quad \text{oppure} \quad V_D^{\max} = 1000(1.6d_b - 15) \sqrt{\frac{f_c'}{30}} \quad (20a,b)$$

ove  $c$  è il copriferro e  $d_b$  il diametro delle barre longitudinali; tutte le relazioni sono espresse in N e mm.

Le Eqq. 18a,b,d traducono il legame elastoplastico di una molla non lineare, l'Eq. 18c esprime l'interazione con l'azione assiale proposta da Dulacska (ACI Journal, Vol.69, No.12, 1972, pp.754-757, Fig.7), le Eqq. 19a,b descrivono le rigidzze del meccanismo forte e debole rispettivamente, facendo uso delle relazioni introdotte da Walraven e Reinhardt (Heron Journal, Vol.26, 1981) e da Dei Poli et al. (Studi e Ricerche, Vol.10-88, pp.9-76). Il limite di snervamento è introdotto mediante l'Eq. 20a proposta da Baumann e Rüschi (DAfSt, Heft 210, 1970, pp.1-83) se l'interferro o lo spessore dell'anima sono limitati, cosicchè la larghezza netta  $b_n$  risulti determinante, oppure, in caso contrario, mediante l'Eq. 20b indicata da Dei Poli et al. nella stessa nota sopra citata.

Occorre specificare inoltre che le barre longitudinali esterne all'anima non possono comunque offrire una coppia superiore a quella trasmissibile dal calcestruzzo della soletta inferiore, Eq. 21a (Fig. 5 c,d), e analogamente l'azione complessiva di spinotto non può generare una coppia superiore a quella limite di pressoflessione del puntone di calcestruzzo, Eq. 21b (Fig.5b), ovvero:

$$V_D^i \leq V_D^* = 2 \times 0.47 f_{ct} \min(t_s, t^2) \quad ; \quad V_D \leq V_D^{**} = \frac{N^* x^i}{s} \quad (21a,b)$$

ove  $t$  è lo spessore della soletta inferiore.



## 6. APPLICAZIONI E PROGETTAZIONE OTTIMALE DELLA STAFFATURA

Il modello proposto è stato introdotto in un programma di calcolo implementato su P.C. IBM 386; tale programma, per assegnati valori di  $\tau_u$ , risolve iterativamente il sistema di equazioni in un tempo estremamente limitato. Il processo iterativo si arresta quando l'angolo  $\alpha$  del campo di compressione diagonale, inizialmente posto pari a  $\pi/4$ , varia nella  $i$ -esima iterazione di una quantità  $< 10^{-4}$  ovvero:

$$\left| \alpha_i - \alpha_{i-1} \right| < 10^{-4} \text{ rad}$$

Il programma inoltre si arresta se il valore di  $\tau_u$  comporta la rottura in compressione dell'anima ovvero se:

$$\sigma_2 \geq 0.75 \beta f'_c \quad \text{con } \beta \text{ definito nell'Eq. 7.}$$

In Fig. 6 è mostrata l'influenza della deformazione della staffatura  $\Delta \epsilon_{st}$  localizzata all'interfaccia. Si nota che nel caso 1 esiste una maggiore sensibilità a questo parametro, e la legge scelta con  $\Delta \epsilon_{st}$  variabile è prossima alla curva caratterizzata da  $\Delta \epsilon_{st} = 0$ .

E' interessante osservare che, all'aumentare di  $\Delta \epsilon_{st}$ , nel caso 1, si ottengono curve omotetiche con una perdita di resistenza al taglio, mentre nel caso 2 le curve si intersecano e per  $\tau_u/f'_c > 0.15$  si ottiene comunque un aumento di efficacia dei meccanismi resistenti.

Nelle Figg. 8+10 è indagata l'influenza dell'azione di spinotto nel caso 2, per barre poste nell'anima della trave aventi rapporto geometrico variabile  $\rho_{s1}$ ; tale influenza, con le limitazioni imposte, non supera mai il 10% della resistenza a taglio complessiva. In particolare nelle Figg. 9b e 10a,b sono illustrati i valori degli spostamenti locali longitudinali e verticali  $\delta_H$  e  $\delta_V$  in corrispondenza dell'armatura longitudinale posta nel corrente teso, il rapporto di ingranamento medio  $r = \bar{\delta}_t / \bar{\delta}_n$  all'interfaccia delle fessure ed il passo  $s$  al variare dello sforzo di taglio normalizzato  $\tau_u/f'_c$ .

In Fig. 11 è mostrata l'efficacia dello stesso meccanismo quando si ignora la limitazione 21b ed il limite di snervamento è imposto mediante l'Eq. 20b: in queste condizioni, che simulano la presenza di una fessura concentrata piuttosto che un traliccio con fessure regolari, l'azione di spinotto può raggiungere il 50% della resistenza complessiva a taglio  $V_u$ .

In Fig. 12 sono mostrate le curve di progetto ottimale  $\omega_{st} - \tau_u/f'_c$  e  $\alpha - \tau_u/f'_c$  per carico di breve e lunga durata, con riferimento ai casi 1 e 2 che rappresentano le travi precomprese e le travi in calcestruzzo armato. Naturalmente tali curve non tengono conto del contributo dei correnti integri.

## 7. CONFRONTO TEORICO-SPERIMENTALE

Sono state prese in esame 27 travi in parete sottile, di cui 14 in c.a.p., e 13 in c.a.: tutte hanno raggiunto, secondo gli autori, il

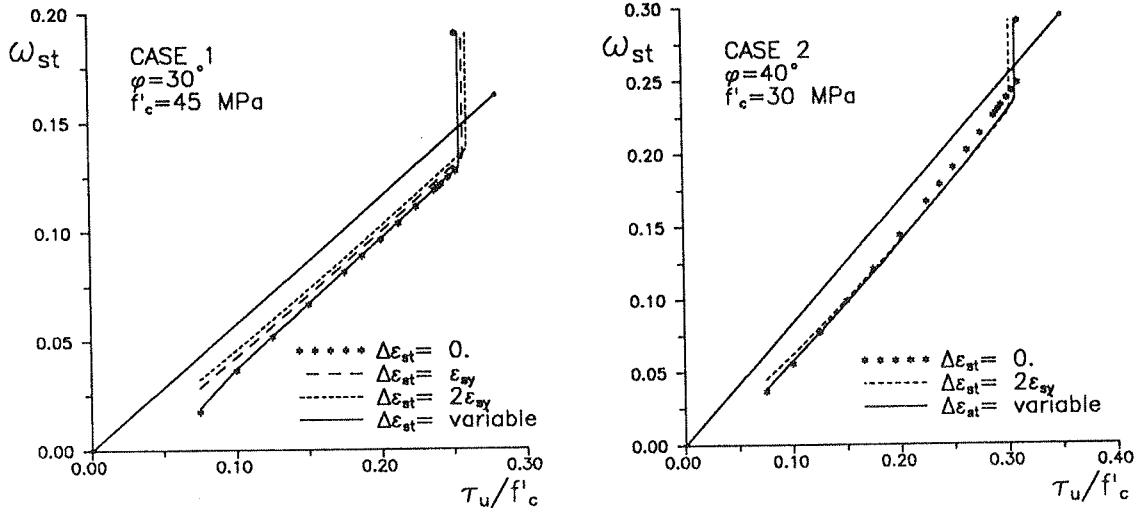


Fig. 6 - Influenza della deformazione accumulata nella staffa all'interfaccia delle fessure, nel caso di apertura variabile.

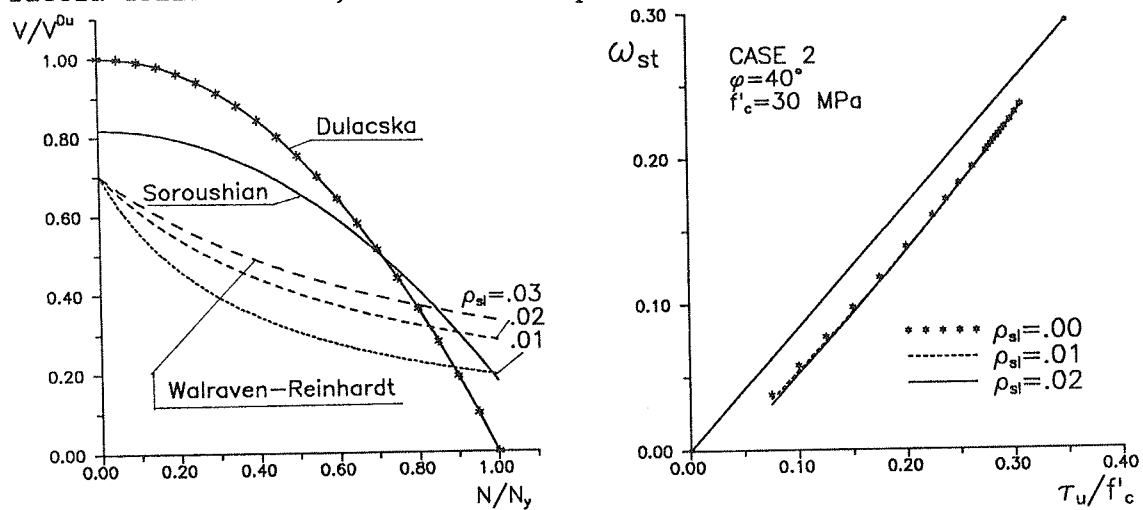


Fig. 7 - Interazione azione assiale-taglio nell'azione di spinotto.

Fig. 8 - Influenza dell'armatura longitudinale sulla percentuale meccanica di staffatura.

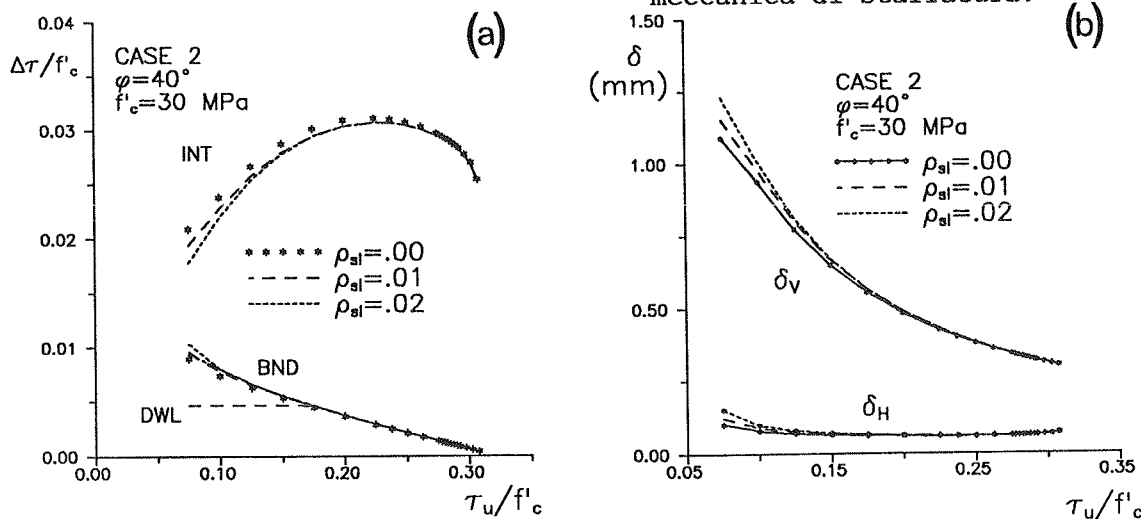


Fig. 9 - Influenza della percentuale d'armatura longitudinale per carichi di lunga durata: (a) contributo dei vari meccanismi resistenti; (b) spostamenti verticale ed orizzontale all'interfaccia della fessura in prossimità dell'armatura longitudinale.

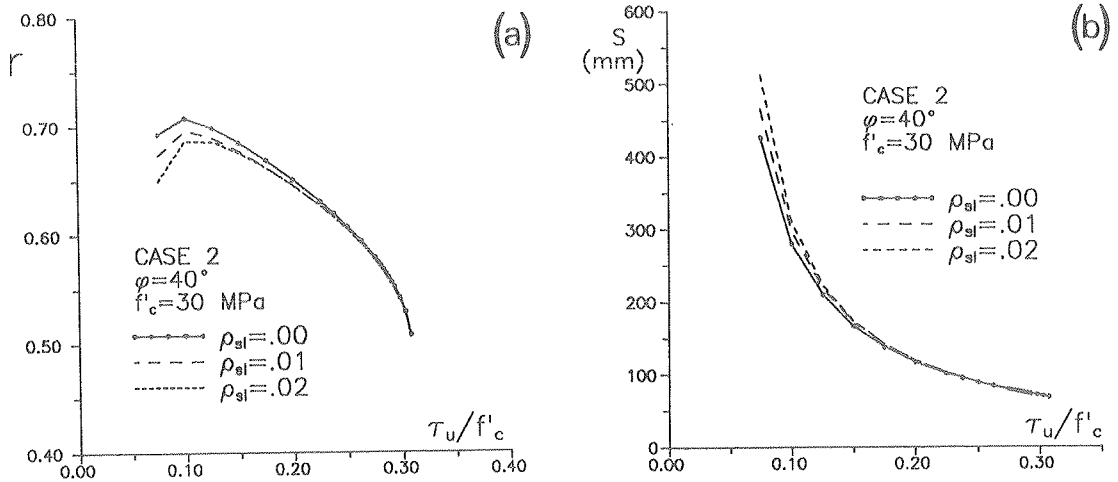


Fig.10 - Influenza dell'armatura longitudinale per carichi di lunga durata: (a) rapporto medio di ingranamento  $r$ ; (b) passo delle fessure  $s$ .

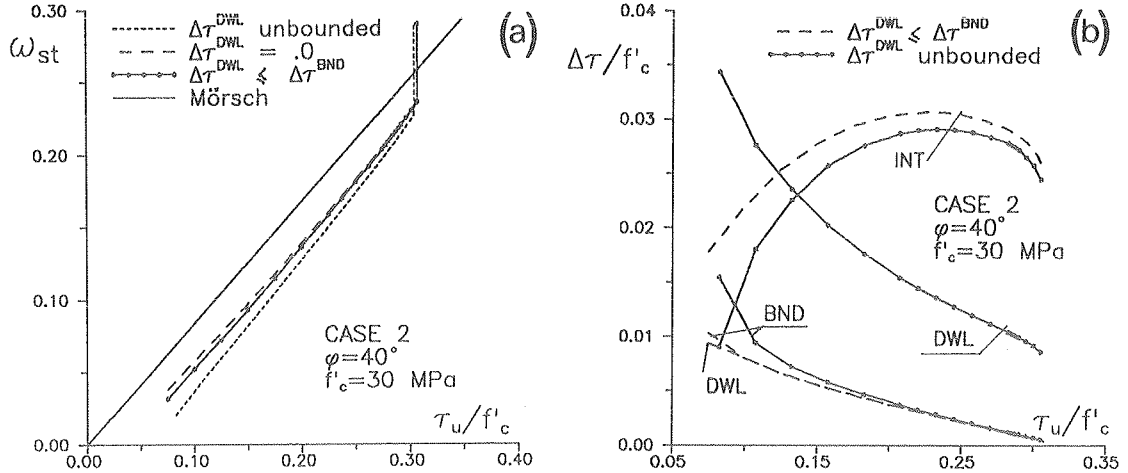


Fig.11 - Influenza dell'azione di spinotto al variare delle limitazioni imposte: (a) percentuale meccanica di armatura trasversale; (b) contributo dei vari meccanismi resistenti;  $\rho_{sl} = .02$ .

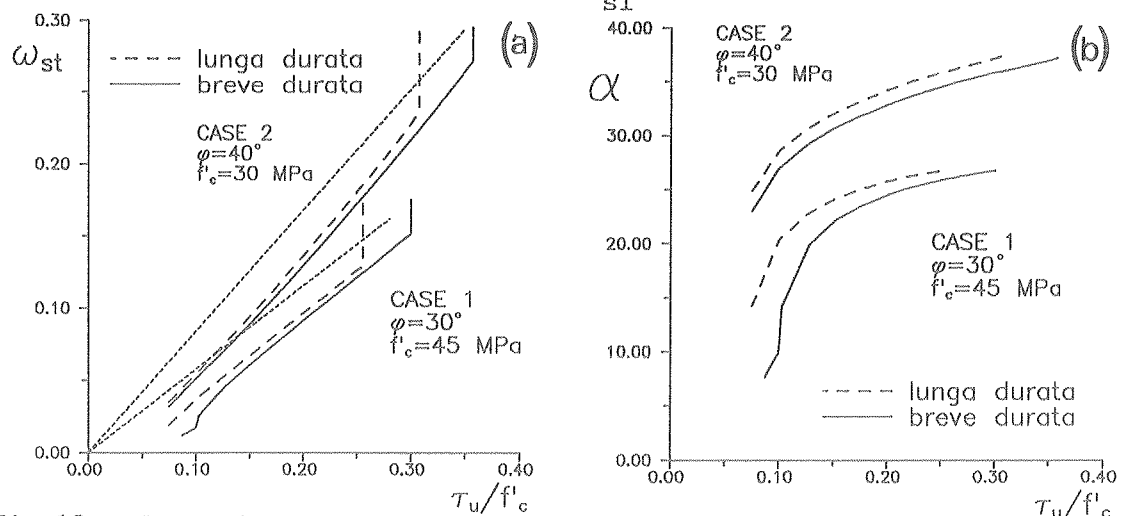


Fig.12 - Curve di progetto per la staffatura di travi con sezione ad anima sottile: (a) percentuale meccanica dell'armatura trasversale; (b) inclinazione  $\alpha$  del campo di compressione diagonale;  $\rho_{sl} = .01$

collasso per taglio con snervamento della staffatura d'anima. Nelle Figg. 13-15 sono confrontati i valori teorici ottenuti con il modello proposto e quelli sperimentali ottenuti rispettivamente da Regan e Rezai-Jorabi [8,10] e da Kordina et al. [9]: i risultati di Fig.13 si riferiscono a travi in c.a., mentre le Figg. 14 e 15 prendono in esame travi in c.a.p.. Per queste ultime è stato considerato oltre al contributo d'anima ed a quello dei correnti ( $V^w$  e  $V^{cf}$ ), anche quello  $V^p$  dell'inclinazione dei cavi di precompressione per il quale si è provveduto al calcolo quando non esplicitamente indicato dagli autori.

In Fig. 16 sono mostrati i risultati relativi alle travi in c.a. provate da Marro [11], realizzate con calcestruzzo ad alta resistenza e con corrente teso fortemente armato ( $\rho_{s1} > 4.5\%$ ): l'andamento degli spostamenti relativi lungo le fessure è sicuramente influenzato dalla presenza di questa armatura e si è quindi ritenuto che le travi in esame si siano comportate in modo intermedio tra i casi 1 e 2, con inclinazione di  $40^\circ$  per le fessure di taglio.

In Fig. 17 e nella Tabella 1 è mostrato il confronto teorico-sperimentale per tutte le travi esaminate, facendo uso sia del modello proposto sia del metodo del traliccio ad inclinazione variabile indicato nell'Eurocodice EC2.

## 8. CONCLUSIONI

Al fine di fornire diagrammi atti alla scelta ottimale della percentuale meccanica di staffatura in travi con sezione a T o a I, in modo da assicurare il collasso duttile dell'anima, viene proposto un modello basato sul ben noto traliccio di Mörsch, ma ampiamente modificato e completato. In particolare vengono qui introdotti la non uniforme distribuzione degli spostamenti relativi all'interfaccia delle fessure di taglio, l'azione di spinotto ed il contributo a taglio delle solette.

Il modello proposto segue l'approccio del metodo statico dell'Analisi Limite, nell'ipotesi di formazione di un campo di compressione diagonale, e di comportamento fessurativo regolare e perfettamente definito, con inclinazione delle fessure di taglio eguale a quello della "prima fessurazione".

Grazie alla sua struttura "aperta", il modello permette di valutare il ruolo dei singoli meccanismi resistenti a taglio e dà ampia giustificazione dell'approccio a "traliccio ad inclinazione variabile" proposto nella normativa europea più recente (Eurocodice EC2).

I risultati forniti dal modello mostrano altresì come i meccanismi resistenti citati contribuiscano efficacemente a ridurre l'impegno delle staffe; i risultati sono inoltre in ottimo accordo con quelli sperimentali (relativi a 27 travi provate fino al collasso per taglio, in tre laboratori diversi ed in quattro diversi programmi sperimentali), anche per calcestruzzo ad alta resistenza ( $f'_c \geq 80$  MPa), e confermano l'affidabilità del modello di calcolo (più semplice ma assai meno flessibile) presentato in EC2 e fondato sull'ipotesi di comportamento plastico di staffatura e calcestruzzo.

Infine il modello proposto presenta notevoli potenzialità perchè si presta allo studio degli effetti di altri fattori, quali la tipologia degli inerti, le fibre (calcestruzzi fibrorinforzati), il danneggiamento dovuto ai carichi ciclici e l'uso di armature protette da resine.

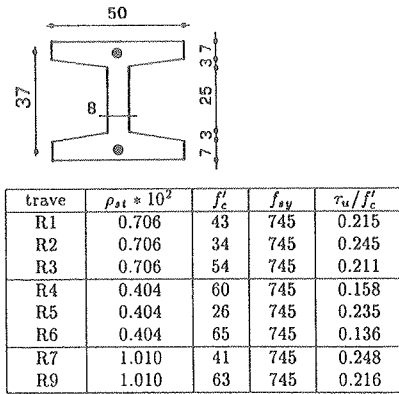


Fig.13 - Confronto teorico-sperimentale con i risultati ottenuti da Regan e Rezai-Jorabi in [8] relativi a travi in c.a..

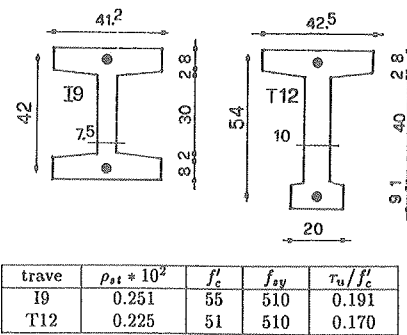
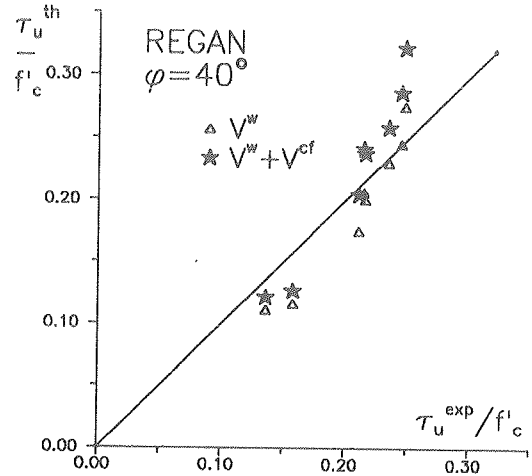
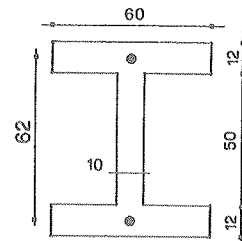
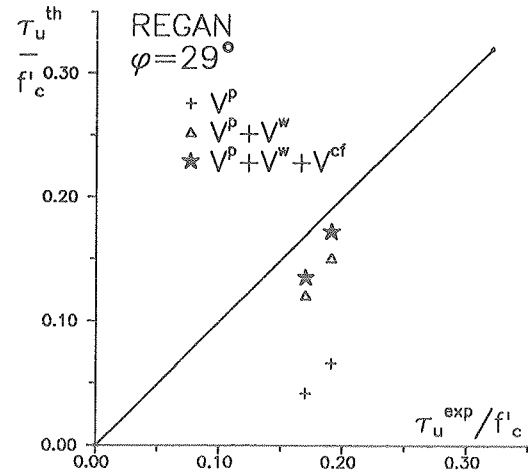
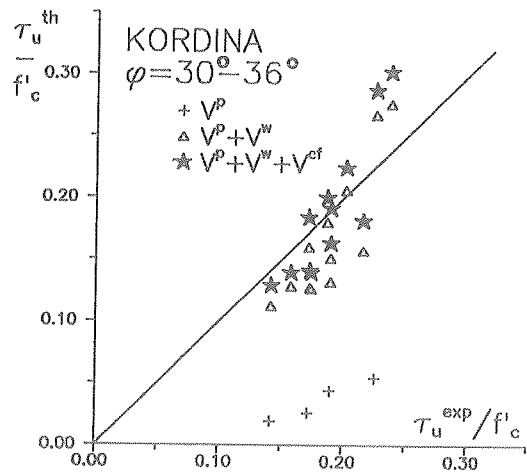


Fig.14 - Confronto teorico-sperimentale con i risultati ottenuti da Rezai-Jorabi e Regan in [10] relativi a travi in c.a.p..



| trave | $\rho_{st} * 10^2$ | $f'_c$ | $f_{sy}$ | $\tau_u/f'_c$ |
|-------|--------------------|--------|----------|---------------|
| B1.1  | 0.188              | 21     | 446      | 0.173         |
| B4.2  | 0.503              | 36     | 475      | 0.216         |
| B4.3  | 0.376              | 36     | 475      | 0.190         |
| B5.1  | 0.524              | 56     | 485      | 0.158         |
| B5.2  | 1.005              | 56     | 449      | 0.187         |
| B6.1  | 0.785              | 44     | 510      | 0.202         |
| B6.2  | 1.182              | 44     | 499      | 0.238         |
| B6.3  | 0.402              | 44     | 499      | 0.174         |
| B7.1  | 0.377              | 37     | 469      | 0.190         |
| B7.3  | 0.188              | 37     | 469      | 0.142         |
| B8.1  | 0.785              | 41     | 498      | 0.226         |
| B8.3  | 0.402              | 41     | 508      | 0.172         |

Fig.15 - Confronto teorico-sperimentale con i risultati ottenuti da Kordina et al. [9] relativi a travi in c.a.p..



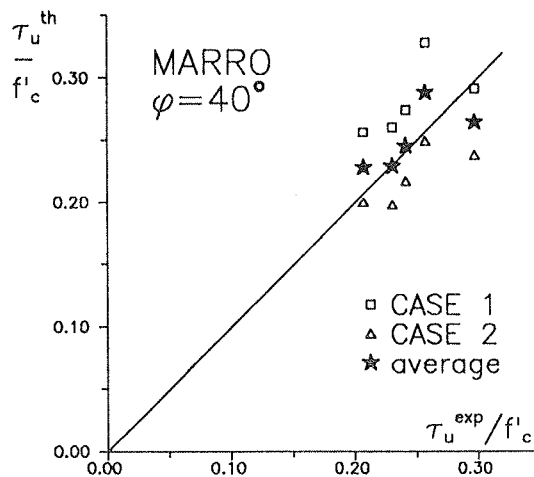
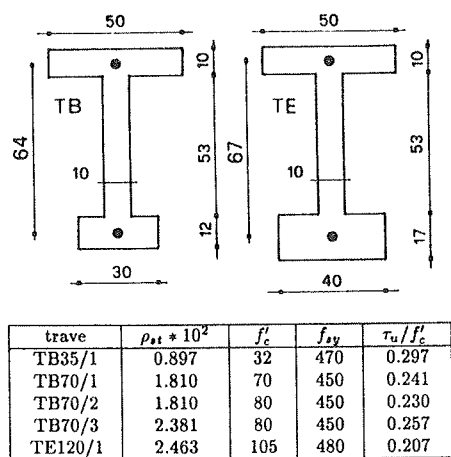


Fig.16 - Confronto teorico-sperimentale con i risultati ottenuti da Marro [11] relativi a travi in c.a. con soletta inferiore fortemente armata.

|                |            | $\tau_u^{TH} / \tau_u^{EXP}$ |                    |            |
|----------------|------------|------------------------------|--------------------|------------|
|                |            | Regan et al.[8]              | Kordina et al.[10] | Marro [11] |
| Proposed model | mean value | 1.05                         | 0.99               | 1.02       |
|                | $\sigma$   | 0.16                         | 0.16               | 0.09       |
| EC2            | mean value | 0.98                         | 0.92               | 0.88       |
|                | $\sigma$   | 0.04                         | 0.10               | 0.08       |

Tabella 1 - Sintesi dell'accordo teorico-sperimentale, sulla base dei risultati ottenuti con il modello proposto ed il modello del traliccio ad inclinazione variabile (EC2);  $\sigma$  = scarto quadratico medio.

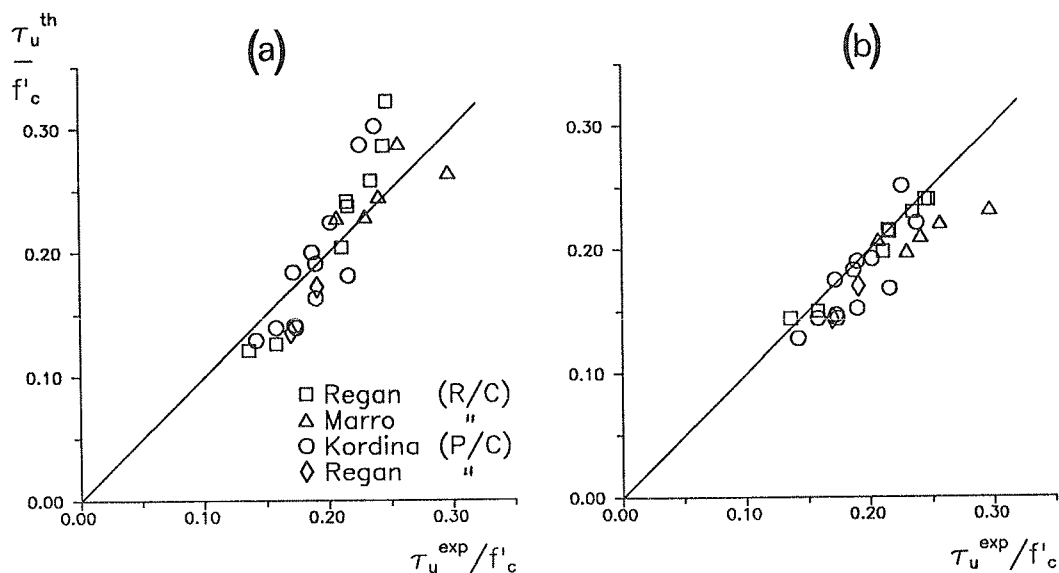


Fig.17 - Confronto teorico-sperimentale esteso alle 27 travi in c.a. ed in c.a.p. esaminate: (a) modello proposto; (b) Eurocodice EC2.

## RINGRAZIAMENTI

I risultati presentati in questo lavoro sono stati ottenuti nell'ambito di un progetto di ricerca finanziato dal M.U.R.S.T. (fondi 60%) negli anni 88-90.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] NIELSEN, M.P., BRAESTRUP, M.W. and BACH, F.: Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams. IABSE Proceedings P15/78, 1978.
- [2] COLLINS, M.P.: Towards a Rational Theory for R/C Members in Shear. Journal of the Structural Division, ASCE, 104(4), 1978, pp.649-666.
- [3] VECCHIO, F.J. and COLLINS, M.P.: The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI Journal, Technical Paper No.83-22, March-April 1986, pp.219-231.
- [4] KUPFER, H., MANG, R. and KARAVESYROGLOU, M.: Failure of the Shear Zone in R/C and P/C Beams - Theoretical Analysis Including Aggregate Interlock (in German). Bauingenieur Bulletin No.58, 1983, pp.143-149.
- [5] DEI POLI, S., GAMBAROVA, P.G. and KARACOC, C.: Aggregate Interlock Role in R/C Thin-Webbed Beams in Shear. Journal of Structural Engineering, ASCE, 113(1), 1987, pp.1-19.
- [6] DEI POLI, S., DI PRISCO, M. and GAMBAROVA, P.G.: Stress Field in Web of RC Thin-Webbed Beams Failing in Shear. Journal of Structural Engineering, ASCE, 116(9), 1990, pp.2496-2515.
- [7] BAZANT, Z.P. and GAMBAROVA, P.G.: Rough Cracks in Reinforced Concrete. Journal of the Structural Division, ASCE, 106(4), 1980, pp.819-842.
- [8] REGAN, P.E. and REZAI-JORABI, H.: The Shear Resistance of Reinforced Concrete I-Beams. Studi e Ricerche, Vol.9-87, School for the Design of RC Structures, Politecnico di Milano, Milan (Italy), 1988, pp.305-321.
- [9] KORDINA, K., HEGGER, J. and TEUTSCH, M.: Shear Strength of Prestressed Concrete Beams with Unbonded Tendons. ACI Journal, Technical Paper No. 86-S15, March-April 1989, pp.143-149.
- [10] REZAI-JORABI, H. and REGAN, P.E.: Shear Resistance of Prestressed Concrete Beams with Inclined Tendons. The Structural Engineer, Vol.64B, No.3, September 1986, pp.63-75.
- [11] MARRO, P.: Bending and Shear Tests up to Failure of Beams Made with High-Strength Concrete. Proceedings of the Symposium on "Utilization of High-Strength Concrete", Stavanger-Norway, June 1987, Edited by J. Holand and S. Helland, Tapir Publ. Co., Trondheim, Norway, 1987.

**OTTIMIZZAZIONE DELLA TENACITA' DI COMPOSTI CEMENTIZI CARBO-FIBROSI**

**Angelo DI TOMMASO**  
Università di Bologna

**Giovanni MANTEGAZZA - Anna Maria PENNA**  
Ruredil S.A.p.A. - San Donato Milanese





## OTTIMIZZAZIONE DELLA TENACITA' DI COMPOSITI CEMENTIZI CARBO-FIBROSI

A. DI TOMMASO\* - G. MANTEGAZZA\*\* - A. PENNA\*\*\*

\* Professore ordinario - Università di Bologna

\*\* Direttore Tecnico- Ruredil SAPA - San Donato Milanese

\*\*\*Responsabile Dip. Tecnologico - Ruredil SAPA - San Donato Milanese

### SOMMARIO

I compositi cementizi con le fibre di acciaio subiscono la corrosione. I filamenti di carbonio (PAN), potrebbero essere candidati alla sostituzione dell'acciaio. A seguito di un particolare processo tecnologico (pultrusione) sono state realizzate e brevettate fibre di carbonio (scheggia), la cui geometria e le percentuali volumetriche di impiego nella matrice cementizia sono stati ottimizzati.

Questo studio permette l'individuazione di compositi con una nuova fibra di carbonio ottimali per tenacità, in funzione della geometria e della percentuale delle fibre.

### SUMMARY

The corrosion occurs in cement - based composites with steel fibers. This technical solution is not a success when corrosion of fibers occurs. Carbon filaments (PAN), are candidate as substitute of steel fibers. As result of a pultrusion process on filaments a particular shape of carbon fiber (scheggia) has been developed and patented, with the purpose of obtaining tough and durable cement-based composites for repairing concrete damaged structures. This study allows to individuate the optimal composites for toughness in function of the geometry and percentage of a new carbon fiber.

### 1. PREMESSA

La tecnologia di preparazione dell'impasto cementizio per la formazione di compositi cementizi carbo-fibrosi deve tendere ad ottimizzare le proprietà meccaniche del materiale con special riguardo alla tenacità.

Tra i compositi cementizi fibrosi quelli realizzati con fibre metalliche uncinata agli estremi, ovvero lateralmente scabre, posseggono i valori più elevati della tenacità. Ciò è dovuto all'alto modulo dell'acciaio e soprattutto alla rilevante adesione all'interfaccia acciaio/matrice cementizia che viene apparentemente incrementata per le eventuali asperità della superficie laterale della fibra.

Il comportamento positivo per la tenacità che la fibra metallica scabra induce risiede nella fenomenologia di lento sfilamento della fibra stessa, in fase di crisi per fessurazione della matrice cementizia, con rilevanti valori della forza di estrazione ed alta dissipazione di energia meccanica. Le dissipazioni locali generano nel complesso quella alta dissipazione in fase di rottura del composito che lo fa definire tenace.

La necessità di studiare compositi fibrosi di alta durabilità in ambienti aggressivi, atti ad applicazioni di consolidamento di vecchie strutture lapidee, suggerisce di prevedere la sostituzione delle fibre metalliche con fibre di carbonio per la loro scarsa attaccabilità chimica.

Questa scelta impone però particolari tecnologie per la formazione di fibre di carbonio atte a determinare una tenacità del composito quanto più possibile prossima a quella indotta dalle fibre di acciaio.

Le fibre di carbonio PAN vengono realizzate, in filamenti molto sottili e lunghi che, non si adattano ad essere introdotte tal quale nell'impasto cementizio.

Sembra opportuno giungere alla realizzazione di una "fibra" costituita da mazzetti di filamenti paralleli incollati tra loro e ricoperti di apposito appretto per elevare l'adesione con la matrice cementizia.

Ai fini predetti si è studiato un complesso procedimento tecnologico di formatura dei mazzetti di adeguata lunghezza e numerosità dei filamenti incollati fra loro realizzando anche buona adesione con la matrice cementizia attraverso un opportuno trattamento chimico. Si tratta in effetti di un procedimento meccanico di impacchettamento e taglio con trattamento chimico.

Avendo come obiettivo la progettazione di un composito atto al placcaggio di superfici di vecchio materiale lapideo (calcestruzzo, roccia, muratura) in modesti spessori (3+6 cm), la scelta della composizione della matrice cementizia viene eseguita con i correnti criteri per la determinazione della granulometria dell'aggregato, del tipo e quantità di cemento e additivi, per conseguire, tra l'altro, una opportuna stabilità volumetrica.

Successivamente la determinazione della geometria della "fibra a mazzetto" in termini di lunghezza globale e rapporto d'aspetto effettivo può farsi variare in un certo intervallo che le già numerose ricerche in casi analoghi hanno consigliato.

Restano due particolari parametri tipici di questo caso che vanno ottimizzati con l'obiettivo di rendere il composito a tenacità comparabile con quella ottenibile mediante fibre di acciaio: la geometria del mazzetto e il trattamento chimico in riferimento ad una prefissata matrice cementizia.

Nel lavoro proposto viene mostrato come sia possibile, con opportuno procedimento tecnologico ottenere fibre a mazzetto, schegge adeguate per la formazione di compositi carbo-fibrosi ad alta tenacità e durabilità.

## 2. MATERIALI

La malta di riferimento predisposta per i confronti con i compositi fibrosi rappresenta la "matrice" dei compositi stessi che sono realizzati con l'aggiunta delle fibre e dell'additivo superfluidificante in quantità necessaria per mantenere lo spandimento entro un intervallo opportunamente definito.

Vengono utilizzate fibre di acciaio ottenute dal taglio di lamiera, o fibre di carbonio realizzate con particolare tecnologia in forma di "scheggia" ottenute da taglio di pultruso.

Malta di riferimento: FC

- a) Composizione:
- Cemento Portland 425 (1 parte)
  - Filler Silica Fume -S.F. (Durasil) e additivi (Fluiment PV 0,4 parti)
  - Sabbia, D-max 3 mm (1,46 parti)
  - Acqua (Rapp. A/C= 0,37)
- b) Caratteristiche fisiche:
- Consistenza =75 (UNI 7044/72)
  - p.s.= 2,23 g/dm<sup>3</sup>
  - R. compressione a 28 gg= 93 MPa
  - R. flessione a 28 gg=10,5 MPa

Fibra di acciaio:

- UNO 22 (FIBROCEV)
- Lunghezza: L= 22 mm
- Diametro equiv. D= 0,64 mm
- Rapp di aspetto: R=L/d=34
- Morfologia: striscia a sezione rettangolare con piccoli uncini alle estremità

Fibra di carbonio:

Le fibre di carbonio sono ottenute trattando con procedimento di pultrusione filamenti sottilissimi di carbonio PAN (Polyacrylonitrile) in bagno di polimero sintetico fino ad ottenere un nastro che successivamente viene tagliato a lunghezza voluta. (fig. 1) La tabella 1 contiene i dati della fibra utilizzata (denominate "schegge").

| Tipo di fibra (scheggia) di carbonio * | Lunghezza L (mm) | D. equiv. (mm) | R=L/D |
|--|------------------|----------------|-------|
| SC. A -(corta)                         | 10               | 0,78           | 13    |
| SC.B -(media)                          | 15               | 0,78           | 19    |
| SC.C -(lunga)                          | 20               | 0,78           | 26    |

\* SC (RUREDIL- domanda di brevetto n°21571 (26/9/1990)

Tabella 1

Le proprietà meccaniche del filamento di carbonio (con il quale sono prodotte le schegge) sono contenute in Tab.2 rapportate a quelle di polipropilene

| Tipo di filamento | p.s. g/cm 3 | Resistenza a trazione (MPa) | Modulo Elastico (MPa) | All. rott. % | diam. $\mu$ m |
|-------------------|-------------|-----------------------------|-----------------------|--------------|---------------|
| polipropilene     | 0,91        | 550 +760                    | 6.800                 | 21           | 20            |
| carbonio          | 1,78        | 3.400                       | 238.000               | 1,4          | 7             |

Tabella 2

Le proprietà meccaniche del nastro, da cui vengono ricavate le "schegge" per taglio, variano ovviamente rispetto al filamento di partenza, in quanto la presenza del polimero costituisce matrice del composito a filamento continuo.

Il nastro acquista un comportamento meccanico legato anche allo stiramento del filamento in fase di trazione. Le proprietà del nastro (che vanno attribuite alla "scheggia" ottenuta per taglio) sono esposte nella Tabella 3.

| Tipo di fibre     | Resistenza a trazione (MPa) | Modulo Elastico (MPa) | Allung. rottura % |
|-------------------|-----------------------------|-----------------------|-------------------|
| scheggia carbonio | ~800                        | ~100.000              | 1,2               |
| acciaio *         | 700+2100                    | ~207.000              | 3,5+14            |

\* fibra da filo trafilato.

Tabella 3.

Osserviamo che il raffronto è stato fatto con fibra da filo trafilato non disponendo di dati per la fibra specifica adottata che proviene dal taglio di lamiera.

### 3 - FORMAZIONE DEI COMPOSITI

Sono stati realizzati sei tipi di compositi cementizi la cui matrice consiste nella malta di riferimento FC 0.

Le fibre sono state aggiunte mantenendo costante il rapporto A/C di FC 0 con un apporto di additivo superfluidificante in quantità tale da mantenere la consistenza del composito nell'intervallo

70 + 75. Considerati i tre tipi di scheggia di cui alla Tabella 1, sono stati realizzati: tre compositi che avevano la percentuale volumetrica  $V_f$  variabile (0,5+1,0+1,5%) della fibra di lunghezza media; due compositi a percentuale costante  $V_f = 1,0\%$  con fibre di lunghezza minima e massima. Inoltre è stato realizzato il composito con fibra di acciaio. Il riferimento alla Tab. 4 chiarisce i vari aspetti.

|               |      | FC 0<br>Matrice | FC 1  | FC 2  | FC 3  | FC 4  | FC 5  | FA 1    |
|---------------|------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| Tipo di fibra | -    | -               | SC. B | SC. B | SC. B | SC. A | SC. C | Acciaio |
| Vf            | %    | -               | 0,5   | 1,0   | 1,5   | 1,0   | 1,0   | 1,0     |
| L             | mm   | -               | 15    | 15    | 15    | 10    | 20    | 22      |
| R aspetto     | -    | -               | 19    | 19    | 19    | 13    | 26    | 34      |
| Consistenza   | -    | 75              | 75    | 70    | 70    | 73    | 75    | 75      |
| p.s.          | g/cc | 2,23            | 2,20  | 2,18  | 2,18  | 2,21  | 2,20  | 2,23    |

Tabella 4

I sei compositi e la malta di riferimento (matrice) sono stati sottoposti a prova di compressione (fig.2 e fig.3- valori ottenuti su 12 campioni)

Si nota che tale parametro non subisce variazioni quantitative di rilievo; in relata per percentuali Vf=1,5% si nota un lieve decadimento della resistenza a compressione dovuta probabilmente alla sostituzione di matrice cementizia con fibra.

Le determinazioni della resistenza a compressione sono servite in questo caso a catalogare il composito in una classe di resistenze (a compressione) di 900 Mpa che costituisce un parametro di qualità del materiale.

#### 4. VALUTAZIONE DELLA TENACITA' ATTRAVERSO GLI INDICI.

L'energia di frattura è un parametro fondamentale per un materiale [ 1], specialmente per l'impiego come materiale di ricoprimento (Overlay) di vecchie strutture in calcestruzzo. La definizione di energia di frattura fa riferimento alla prova di trazione diretta per la quale si determina l'energia necessaria per il distacco delle superfici a contatto del materiale. Esso si separa in due tronchi lungo la superficie sede di localizzazione del danno. L'energia così valutata si divide per l'area di distacco e si ottiene l'energia di frattura (specifica) che è supposta essere una caratteristica del materiale in prova. In realtà per malte e calcestruzzi ordinari (non fibrosi) la prova di trazione diretta presenta difficoltà operative non lievi.

Per questo motivo la commissione 50 FMC-RILEM ha normalizzato una prova di frattura sottoponendo a flessione su tre punti un provino intagliato in mezzaria dalla cui curva P-f (carico - freccia) si desume l'energia richiesta per la rottura che viene poi riportata ad energia (specifica) di frattura dividendola per l'area di distacco.

In relata per le malte e calcestruzzi fibrosi si viene ad aggiungere una problematica consistente nel fatto che il distacco completo in due tronconi del provino intagliato avviene solo a prezzo di grandi spostamenti, ossia la coda della curva P-f è molto "alta" e deve essere convenzionalmente "troncato" per la valutazione dell'area corrispondente alla energia di frattura. Conseguentemente i criteri applicabili sono molteplici e tutti di certo convenzionali. Tra tutte le possibilità presentate in letteratura sembra più coerente prendere in considerazione quelle che prevedono la prova di flessione su tre punti con provino intagliato in mezzaria. Ciò comporta minori dispersioni di risultati e una coerenza maggiore con i concetti classici di meccanica della frattura. [1] La prova su provino intagliato si presenta utile per i compositi fibrosi ma uno studio di ottimizzazione della quantità e tipologia delle fibre con matrice costante, com'è il presente, necessita di un parametro che misuri l'incremento di energia di frattura del composito relativamente alla energia di frattura della sola matrice (in questo caso costituita dalla malta CF 0).

A questo scopo si presenta particolarmente utile l'indice proposto in [2]. Si tratta di tracciare l'intera curva P-f per la matrice (fino a P=0) e valutare la freccia limite  $f_0$  (corrispondente a P=0). L'area sottesa da questa ultima curva sia  $W_0$ . Ripetendo la prova per il composito fibroso si valuta l'area sottesa della curva fino ad valore  $f=C \cdot f_0$ , che denominiamo  $W_c$ . Si calcola quindi:

$$I_c = W_c / W_0$$

e si denomina indice di tenacità. Trascurando l'influenza del peso proprio del provino si può ritenere che:

$$I_c = GF/GF_0$$

ossia che esso misuri il rapporto fra l'energia di frattura del composito fibroso ( $G_f$ ) e l'energia di frattura della matrice ( $GF_0$ ), con l'ulteriore approssimazione di considerare trascurabile l'apporto, all'energia di frattura del composito, della "coda" della curva P-f oltre  $C \cdot F_0$ .

Nel seguito si farà riferimento all'indice di frattura  $I_c$  come sopra definito.

## 5. INDIVIDUAZIONE DEL COMPOSITO OTTIMALE

Fissato il parametro da ottimizzare, cioè la tenacità del composito, sonostati considerati i due parametri variabili; percentuale volumetrica  $V_f$  della parte fibrosa e lunghezza della fibra.

La prova indicatrice della tenacità ha avuto come riferimento la flessione su tre punti di provino intagliato (40x40x160 mm, profondità di intaglio 10 mm). Il parametro misuratore assunto è stato l'indice " $I_c$ " come definito nel paragrafo precedente (vedi fig. 4) con  $C=5,5$  (moltiplicatore della freccia limite  $F_0$  relativa alla matrice, in analogia a quanto riportato in [6]).

Oltre l'ottimizzazione in assoluto è stata anche considerata la condizione di tenacità pari a quella che si otterrebbe con fibre di acciaio quasi-liscie nella percentuale volumetrica dell'1% e medesima matrice cementizia. Dalle fig. 5 e 6 si nota come i compositi FC 2 e FC 3 hanno tenacità molto simile come pure è simile il carico massimo di flessione. Se si esamina la precedente Fig.2 si vede che il composito FC 3, che ha percentuale di fibre superiore del 50% al FC 2, possiede rispetto a quest'ultimo una diminuzione di resistenza a compressione. Si conclude da questa indicazione che globalmente il composito FC2 si presenta più efficiente anche in relazione ad una considerazione del tipo rapporto costi/benefici.

Comunque l'indicazione è chiara: aumenti di percentuali volumetriche oltre l'1% non forniscono sensibili vantaggi.

Per quanto riguarda la lunghezza della fibra, esaminando la fig. 7 e fig.8 si vede che il composito FC 5 è superiore in tenacità e in resistenza al carico massimo rispetto all'FC 2 di quantità apprezzabile.

Non si notano differenze nella resistenza a compressione fra FC 2 e FC 5. L'indicazione che qui si può trarre è che aumenti ulteriori della fibra potrebbero apportare miglioramenti in tenacità e in carico massimo di flessione.

La Tab.5 mostra che gli indici di tenacità dei compositi FC 2 e FC 5 sono comparabili con quello del composito FA1 a fibra di acciaio.

|  | UNITA' | FC 0 | FC 1 | FC 2 | FC 3 | FC 4 | FC 5 | FA 1 |
|--|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| $I_c$ (*)                                  | -      | 1    | 6    | 12   | 13   | 7    | 16   | 13   |
| Deviazione standard (°)                    | -      | -    | 2,6  | 1,3  | 3    | 1,3  | 3,4  | 2,8  |
| Coeff. variazione                          | %      | -    | 42   | 11   | 24   | 20   | 21   | 22   |
| (°) su 5 campioni                          |        |      |      |      |      |      |      |      |
| (*) secondo la definizione del paragrafo 4 |        |      |      |      |      |      |      |      |

Tabella 5- Indice di tenacità dei compositi

## 6 CONCLUSIONI

La condizione all'inizio posta di trovare un composito con fibra di carbonio del tipo a scheggia che desse una tenacità uguale o superiore a quella di un composito di pari matrice e fibra di acciaio quasi liscia in eguale percentuale volumetrica è stata raggiunta.

Infatti il composito FC 2 ha tenacità dello stesso ordine di grandezza di quella del composito a fibra di acciaio con egual percentuale volumetrica; cioè FA1. Il composito FC 5 supera in tenacità il riferimento FA1 pur avendo la stessa percentuale volumetrica di fibra che però è lunga 20 mm. Sicuramente il composito FC 5 è quello ottimo ricercato, superiore quindi a quella con fibra di acciaio preso a riferimento. La fig. 9 evidenzia quanto sopra esposto.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] DI TOMMASO, A. "Apporti all'energia di frattura dei calcestruzzi mediante inclusione di fibre" . Atti Convegno di Parma -AITEC -1985.
- [2] DI TOMMASO, A. "Le fibre di acciaio nei conglomerati cementizi". Acciaio, n.2, 1986.
- [3] DI TOMMASO, A; "Fiber reinforced concrete and mortar: a ductile building composite material" Conf. Europeene: La fissuration des betons et la durabilité des constructions. AFREM-CEE, Sain Remy les Chevreuse, Aug. 1988.
- [4] MANTEGAZZA, G. - DI TOMMASO , A. "Compositi cementizi a base di fibre di carbonio con basso deterioramento chemo-meccanico per l'affidabilità dei ripristini strutturali" Gionate AICAP 89, Napoli Maggio 89.
- [5] BARR, B.I.G. - LIU, K.- DOWERS, R.C. - " A toughness index to measure the energy absorption of fibre reinforced concrete" Int. Journ. of Cement Composites and Lightweight Concrete, Vol. 4, n°4, 1982
- [6] ASTM C 1018-89: "Standard test Method for Flexural Toughness and First-Crock Strength of fiber-Reinforced Concrete
- [7] AICAP- raccomandazioni tecniche AICAP per l'impiego del conglomerato cementizio fibroso.

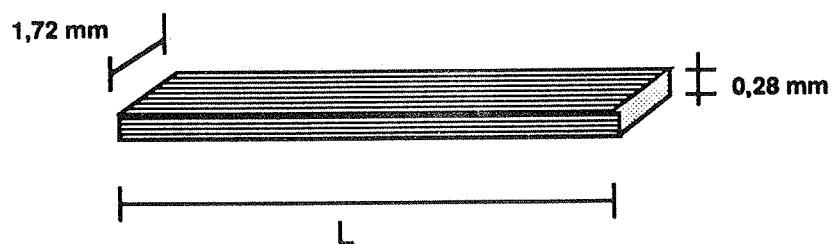


Fig. 1 - Scheggia di carbonio SC - RUREDIL

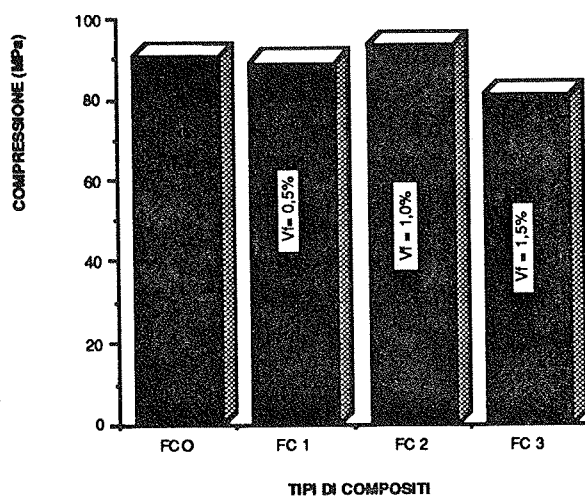


Fig. 2 - Comportamento alla compressione dei compositi al variare della percentuale volumetrica della fibra (L = 15 mm)

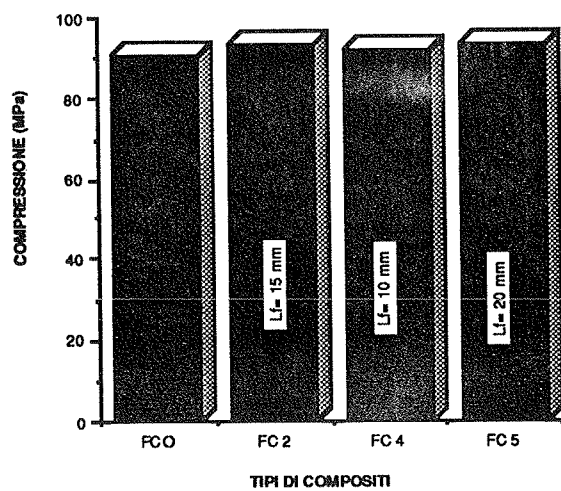


Fig. 3 - Comportamento alla compressione dei compositi al variare della lunghezza della fibra (Vf = 1,0%)



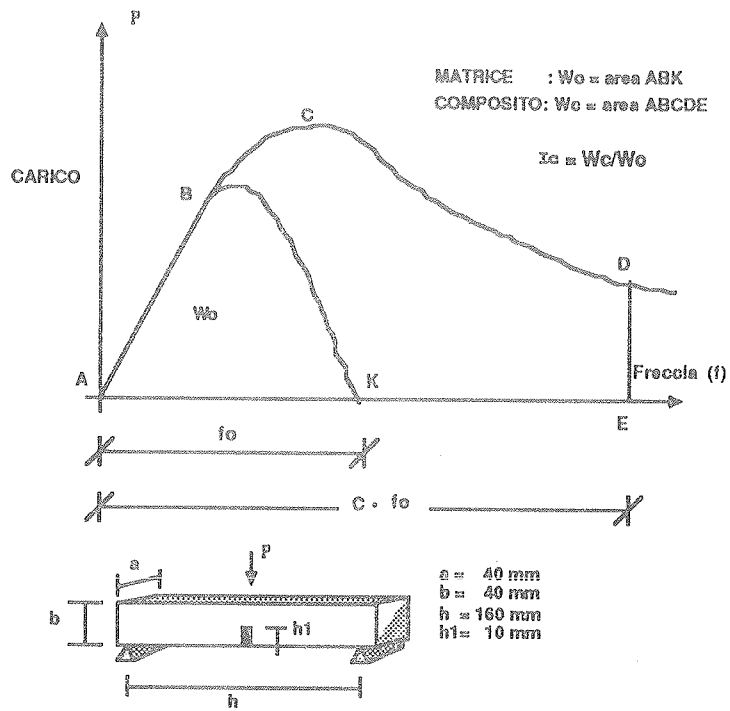


Fig.4 - Schema di definizione dell'indice di tenacità  $I_c$  su provino intagliato

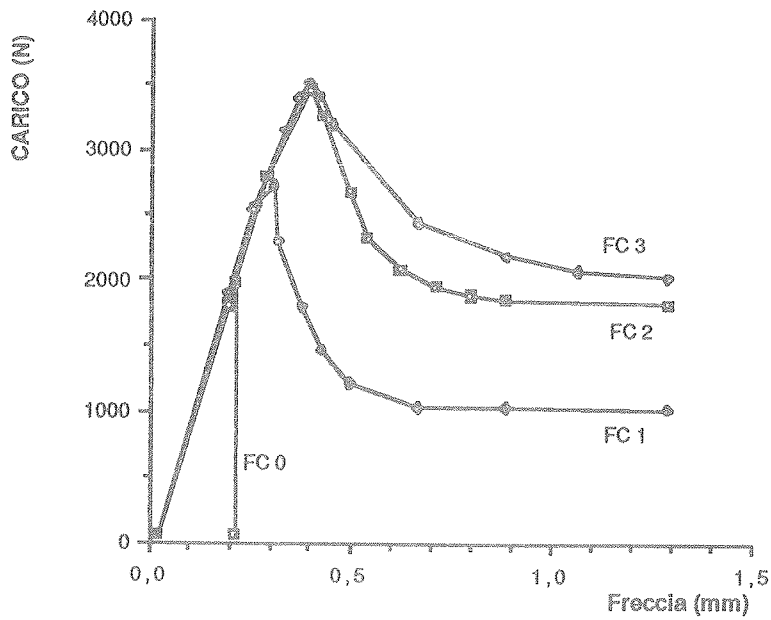


Fig. 5 - Comportamento dei compositi al variare della percentuale volumetrica della fibra ( $L= 15 \text{ mm}$ )

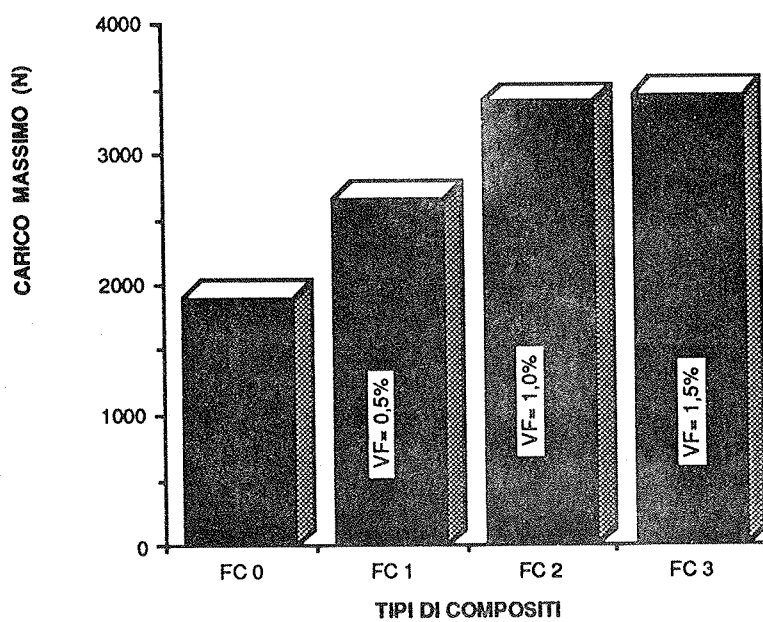


Fig. 6 - Carico massimo alla flessione dei compositi cementizi per diversi dosaggi della fibra ( $L=15$  mm)

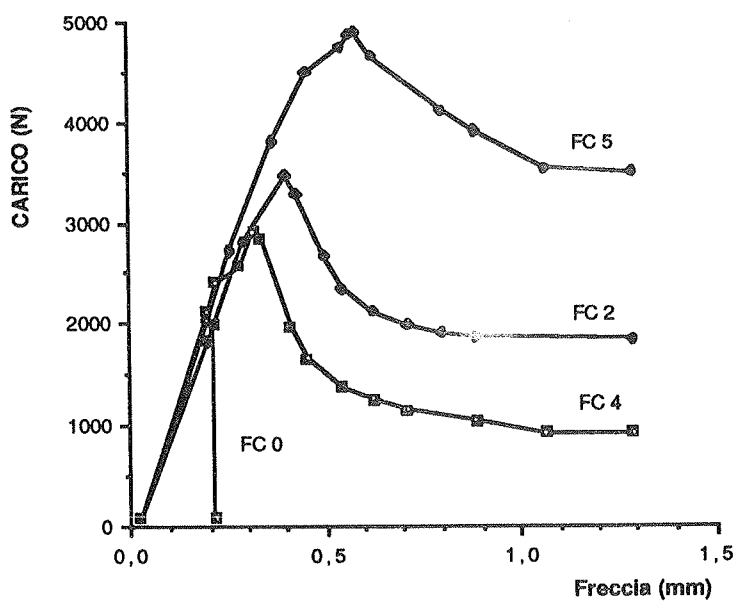


Fig. 7 - Comportamento dei compositi al variare delle lunghezze delle fibre ( $V_f=1,0\%$ )

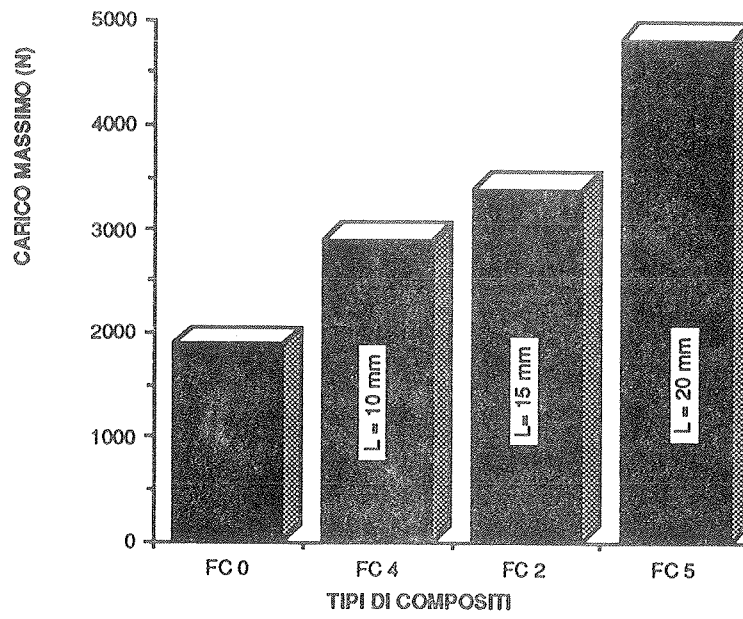


Fig. 8 - Carico massimo alla flessione dei compositi cementizi per diverse lunghezze della fibra ( $V_f = 1,0\%$ )

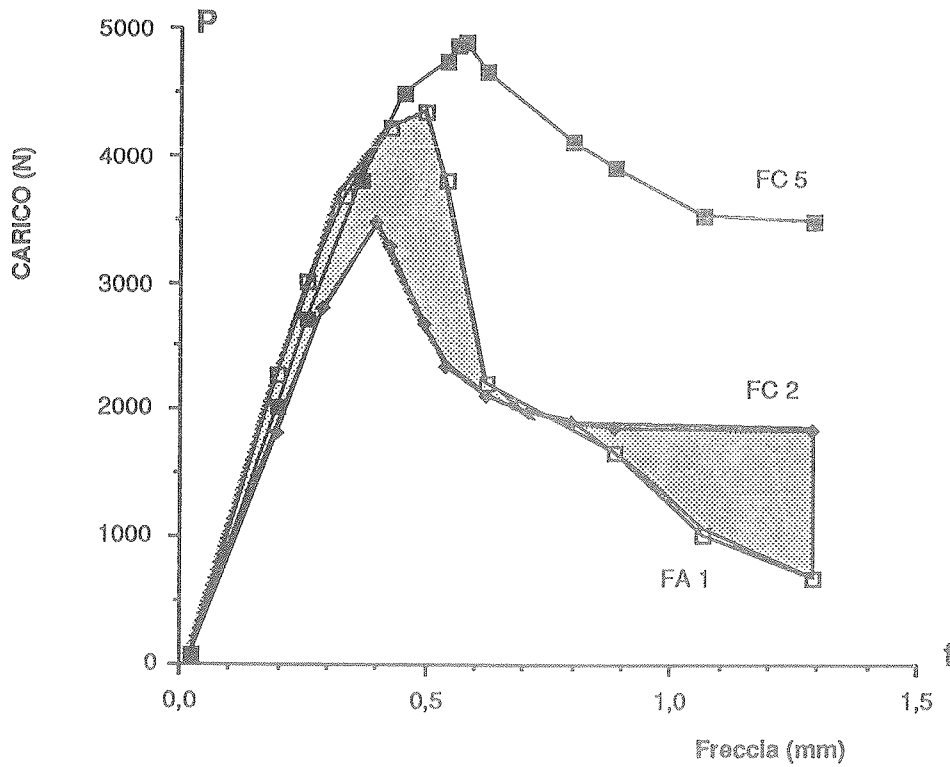


Fig. 9 - Comparazione fra i compositi ottimali e quello di riferimento

STUDIO DEL COMPORTAMENTO ALL'INTERFACCIA DI CALCESTRUZZI  
DIFFERENZIATI. RISULTATI SPERIMENTALI E PROPOSTE DI  
INTERPRETAZIONE TEORICA

Carmelo E. MAJORANA - Ugo VESCOVI - Giorgio ZAVARISE  
Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Padova

Roberto PACCAGNELLA  
Istituto di Architettura e Urbanistica dell'Università di Padova



# STUDIO DEL COMPORTAMENTO ALL'INTERFACCIA DI CALCESTRUZZI DIFFERENZIATI. RISULTATI SPERIMENTALI E PROPOSTE DI INTERPRETAZIONE TEORICA

C. E. Majorana\*, R. Paccagnella\*\*, U. Vescovi\*, G. Zavarise\*

\* Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Università di Padova

\*\* Istituto di Architettura e Urbanistica, Università di Padova

## SOMMARIO

Il problema della resistenza a taglio all'interfaccia di calcestruzzi differenziati è affrontato con una prima serie di prove sperimentali su provini composti, di forma cilindrica, coassiali, sottoposti a pressioni di contenimento di entità variabile e opportunamente sollecitati fino a rottura

Si analizzano le curve forza-scorrimento fino alla fase post-critica, con proposte di interpretazione teorica e formulazione di modelli numerici di simulazione.

## SUMMARY

Shear strength analysis at the interface between new and old concretes is carried out by means of a first cycle of experiments. For this purpose composite samples of cylindrical coaxial shape are used, imposing confining pressures and finding the maximum strength at fracture. Force-displacement curves are analysed in the post-critical range, and their interpretation is proposed using numerical models of both traditional and advanced kind.

## 1. INTRODUZIONE

Nei problemi di consolidamento di strutture in calcestruzzo, in cui si effettuino getti di rinforzo in aderenza, è importante valutare l'entità della resistenza al taglio all'interfaccia fra calcestruzzo esistente e calcestruzzo di nuovo apporto [1,2,3,4]. Si presentano i risultati sperimentali di una prima serie di prove, condotte nell'ambito di una ricerca che ha come obiettivo la definizione di criteri di resistenza locale e globale, su cui fondare metodi di verifica. I risultati ottenuti possono servire come elementi di orientamento per interventi di consolidamento di colonne [5], rimanendo oggetto di future indagini la possibilità di estenderli ad altri casi più complessi. Vengono tracciati anche possibili percorsi per una interpretazione teorica dei risultati e per proposte di modelli di simulazione numerica. Oltre all'impiego di modelli elasto-plastici, si propone un inquadramento del problema nell'ambito della meccanica del contatto e, in alternativa, nell'ambito della meccanica del danno.

## 2. PROVE SPERIMENTALI

Il metodo sperimentale adottato per valutare la resistenza al taglio all'interfaccia fra calcestruzzi di caratteristiche differenziate, pur con i noti limiti consistenti nella notevole difficoltà di realizzare una sollecitazione di taglio puro, ha trovato origine nel tentativo di ideare un sistema adeguato per rappresentare il comportamento di colonne o travi [6,7] da sottoporre a consolidamento strutturale

mediante opportuni getti di ringrosso [2,8,9]. In casi del genere, lo strato esterno di calcestruzzo risulta solitamente degradato dall'azione aggressiva di agenti chimico-fisici o da azioni di natura meccanica. Tale strato deve essere asportato per una congrua profondità, in modo da mettere a nudo il materiale non degradato, dotato di caratteristiche meccaniche atte a garantire la migliore adesione con il calcestruzzo di rinforzo.

Le prove sperimentali proposte prevedono l'impiego di campioni costituiti da prismi composti da una parte esterna, avente la forma di cilindro cavo, costituita da calcestruzzo "giovane", e da una parte interna, cilindrica, di calcestruzzo "anziano", come può osservarsi nella figura 1. Il cilindro interno è suddiviso in tre parti, in relazione alla lavorazione superficiale, come indicato nella figura 2.

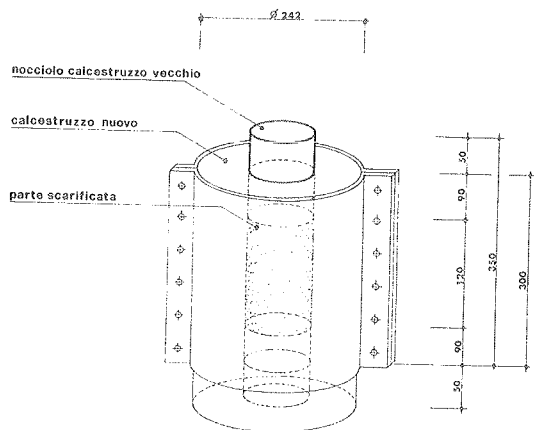


Fig. 1 Schema del provino utilizzato per l'esperimento

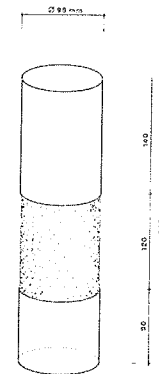


Fig. 2 Lavorazione superficiale del cilindro interno

La superficie centrale del cilindro viene trattata in modo da generare una superficie di opportuna scabrezza, per essere poi posta a contatto con il nuovo getto, secondo le modalità tipiche degli interventi di ripristino di sezioni resistenti. Le superfici superiore ed inferiore rispetto a quella trattata sono ricoperte con un film di materiale plastico, in modo da impedirne l'aderenza con il calcestruzzo giovane. L'operazione ha lo scopo di limitare la superficie significativa dell'esperimento ad una zona centrale del cilindro interno, e del corrispondente cilindro cavo esterno, per eliminare eventuali fenomeni di rottura secondo meccanismi differenti da quelli ricercati.

Il completamento del provino è eseguito con le seguenti modalità: il cilindro interno è appoggiato su un supporto rimovibile di uguale diametro, e l'insieme è posto all'interno di una cassaforma cilindrica, di 240 mm di diametro e 300 mm di altezza, nella quale viene eseguito il getto. In questo modo i due tipi di calcestruzzo sono posti a contatto, in aderenza, esclusivamente sulla superficie scabra precedentemente trattata.

A stagionatura avvenuta, il provino così composto è presollecitato dalla una camicia di acciaio tramite il serraggio delle viti fino all'intensità desiderata, che permette di esercitare sul provino il desiderato stato tensionale.

Le caratteristiche dei calcestruzzi impiegati per il confezionamento dei cilindri interni ed esterni dei provini sono riportate nella tabella 1, mentre i parametri collegati alla lavorabilità del calcestruzzo [10,11], sono riportati nella tabella 2, insieme ai valori medi delle resistenze cubiche a compressione e ad altri valori significativi delle caratteristiche meccaniche.

Tabella 1 - Composizione dei calcestruzzi utilizzati.

| Componenti    | Cilindro interno<br>(calcestruzzo anziano) |                             | Cilindro esterno<br>(calcestruzzo giovane) |                              |
|---------------|--|-----------------------------|--|------------------------------|
|               | Tipo                                       | Quantità                    | Tipo                                       | Quantità                     |
| Cemento       | PTL 325                                    | 280 kg/m <sup>3</sup>       | PTL 525                                    | 400 kg/m <sup>3</sup>        |
| Sabbia        | 0 - 4 mm                                   | 700 kg/m <sup>3</sup> (35%) | 0 - 3 mm                                   | 900 kg/m <sup>3</sup> (47%)  |
| Ghiaino       | 5 - 15 mm                                  | 700 kg/m <sup>3</sup> (35%) | 5 - 15 mm                                  | 1000 kg/m <sup>3</sup> (53%) |
| Ghiaia        | 10 - 20 mm                                 | 600 kg/m <sup>3</sup> (30%) | -  | -                            |
| Acqua/Cemento | 0.5  | 140 litri                   | 0.36                                       | 144 litri                    |
| Fluidificante | Rheobuild                                  | -                           | -  | -                            |

Tabella 2 - Caratteristiche meccaniche dei calcestruzzi impiegati.

|                   | Cilindro interno | Cilindro esterno |
|-------------------|------------------|------------------|
| Slump             | 20 cm            | 18 cm            |
| R <sub>c28</sub>  | 38.2 MPa         | 52.5 MPa         |
| R <sub>c50</sub>  | -                | 58.0 MPa         |
| R <sub>c116</sub> | 41.5 MPa         | -                |
| E <sub>sec</sub>  | 32 GPa           | 29 GPa           |
| R <sub>cil</sub>  | 37.7 MPa         | -                |

L'andamento del legame tensioni-deformazioni in compressione rilevato su provini di forma cilindrica è riportato, a titolo di esempio per il calcestruzzo del cilindro interno, nella figura 3.

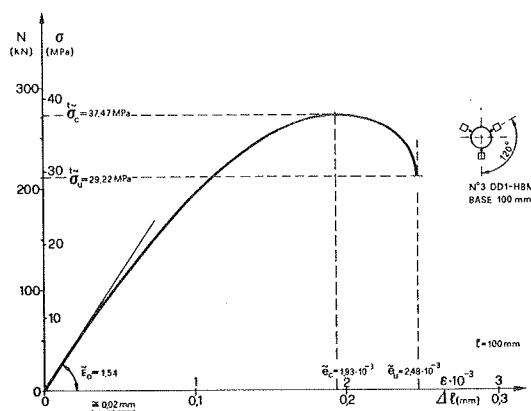


Fig. 3 Legame costitutivo del calcestruzzo anziano.

Le prove relative all'esperimento in esame sono state eseguite inducendo spostamenti relativi in direzione verticale in corrispondenza all'interfaccia di separazione dei calcestruzzi interno ed esterno, in modo da generare sollecitazioni di tipo tagliante (vedasi figura 4).

Tali prove sono state eseguite mediante una pressa da 3000kN tipo Galdabini mod. PCM-300. Il sistema di acquisizione dati è costituito da una centralina tipo HBM KVS-3070. Tale sistema consente anche il tracciamento dei diagrammi carico-spostamento. I segnali di carico sono stati direttamente rilevati dalla pressa, e quelli di spostamento sono stati rilevati, rispettivamente, mediante tre trasduttori HBM tipo DD1 per le prove di determinazione del modulo elastico, e trasduttori HBM tipo V10 per le prove di determinazione della resistenza a taglio.



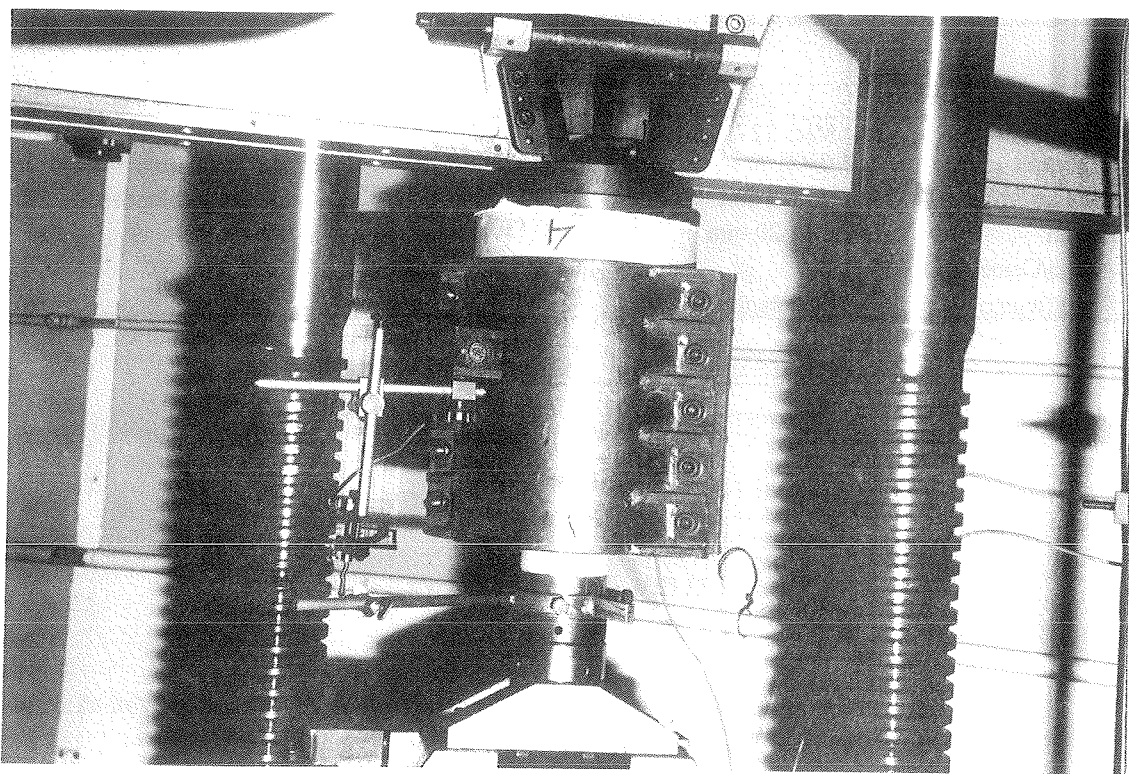


Fig. 4 Apparato sperimentale.



Fig. 5 Effetti del diverso trattamento superficiale sul cilindro interno.

Al fine di verificare che tutto il carico si trasferisse dal calcestruzzo interno a quello esterno solo attraverso la superficie trattata, sono state eseguite alcune prove preliminari in cui tutto il campione interno veniva avvolto con il film plastico; le forze di taglio a rottura si sono effettivamente rivelate in questo caso trascurabili.

Le prove possono essere suddivise in due categorie, a seconda della modalità di preparazione delle superfici scabre e cioè mediante demolizione idraulica (denominata "idrodemolizione") o demolizione meccanica (figura 5).

I valori massimi del carico sostenuto dai campioni con superficie trattata mediante idrodemolizione sono riportati nella tabella 3, per assegnati valori dei momenti di serraggio dei bulloni della camicia e delle corrispondenti pressioni radiali di contenimento indotte.

Tabella 3 - Valori massimi dei carichi sostenuti dai provini trattati mediante idrodemolizione.

| Momento serraggio | Pressione radiale | Carico massimo applicato (kN) |     |     |     |     |     |       |
|-------------------|-------------------|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
|                   |                   | Numero del campione           |     |     |     |     |     |       |
| Nm                | MPa               | 1                             | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | Media |
| 0                 | 0.0               | 288                           | 340 | -   | -   | -   | -   | 314   |
| 30                | 2.95              | 570                           | 575 | 579 | 585 | 521 | -   | 566   |
| 60                | 5.90              | 753                           | 593 | 729 | 759 | -   | -   | 710   |
| 85                | 8.36              | 821                           | 680 | 882 | 770 | 770 | 752 | 778   |

Nelle figure 6-9 sono riportati i diagrammi forze-spostamenti medi per prove riferentesi ordinatamente ai quattro valori dei momenti di serraggio applicati. Nella fase iniziale di applicazione del carico il legame forza-spostamenti si presenta debolmente non-lineare per tutte le pressioni di contenimento applicate, fino al raggiungimento del valor massimo della forza. Segue quindi una fase di diminuzione della resistenza, corrispondentemente alla progressiva disgregazione della sezione resistente, e infine nei provini pre-sollecitati è presente una fase caratterizzata da una capacità di resistenza pressoché costante. Tale resistenza rimane invariata anche per valori elevati dello scorrimento reciproco dei cilindri.

I valori medi della forza massima ottenuti in corrispondenza a varie pressioni di contenimento sono rappresentati in figura 10. L'approssimazione dei dati mediante la tecnica dei minimi quadrati consente la definizione della curva rappresentativa. La funzione così ottenuta è stata estrapolata fino alla intersezione con l'asse delle ordinate, al fine di ricavare una stima della forza di taglio in corrispondenza del valore nullo della pressione iniziale di contenimento. Il valore stimato per la forza massima di taglio in assenza di pressione di contenimento risulta pari a 390 kN. Tale valore supera il valor medio della forza misurata su campioni non sottoposti a pre-sollecitazione, che è pari a  $P_0 = 314$  kN, del 24%.

Per una prima valutazione globale della resistenza di rottura all'interfaccia, si può far riferimento ad una forza di taglio media, ottenuta dividendo la forza massima misurata per l'area della zona trattata. Si ottengono i seguenti valori: a) con contenimento laterale, senza pre-compressione iniziale:  $R_u = 10.8$  MPa, b) senza contenimento laterale  $R_u = 8.7$  MPa.

Se si vogliono comparare i risultati ottenuti con la resistenza del calcestruzzo a compressione, valutata alla stessa età, i valori corrispondenti sono i seguenti: a) con contenimento laterale, senza pre-compressione iniziale:  $R_u/R_c = 0.26$ , b) senza contenimento laterale  $R_u/R_c = 0.21$ .

Si può notare che in assenza del contenimento laterale si perviene ai valori comunemente indicati [8,9] del rapporto fra la resistenza al taglio e quella a compressione, e che l'apporto del contenimento laterale è significativo.

Per quanto concerne i campioni con superficie demolita meccanicamente, si è fatto riferimento alla sola pressione radiale di contenimento di 5.9 MPa. I risultati ottenuti sono presentati nella tabella 4.

Tabella 4 - Valori massimi dei carichi sostenuti dai provini trattati mediante demolizione meccanica

| Momento Serraggio | Pressione radiale | Carico di rottura dei provini (kN) |     |     |       |
|-------------------|-------------------|------------------------------------|-----|-----|-------|
|                   |                   | Numero del campione                |     |     |       |
| Nm                | MPa               | 1                                  | 2   | 3   | Media |
| 60                | 5.90              | 664                                | 675 | 712 | 684   |

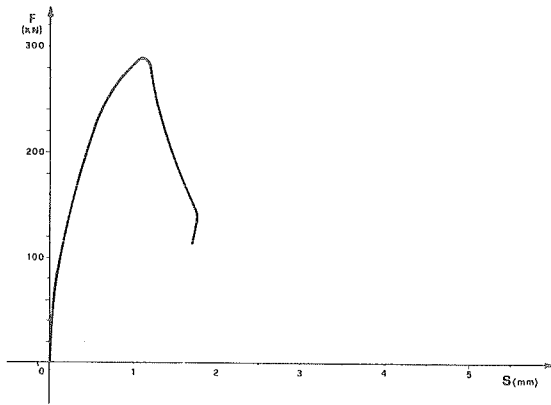


Fig. 6 Diagrammi forze - spostamenti medi per pressione radiale pari a 0.

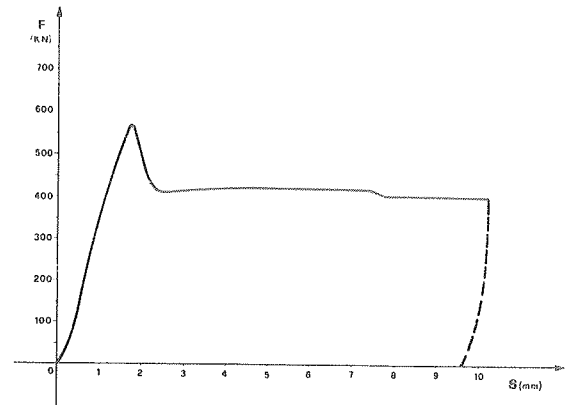


Fig. 7 Diagrammi forze - spostamenti medi per pressione radiale pari a 2.95 MPa.

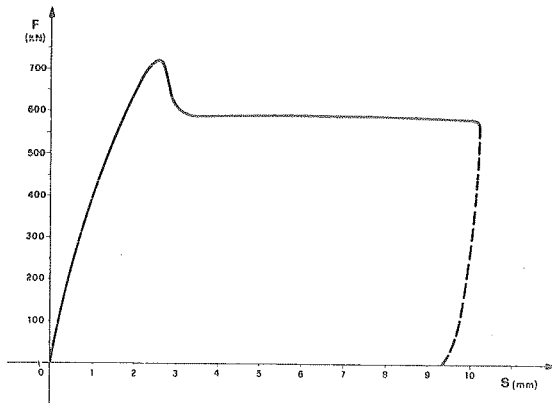


Fig. 8 Diagrammi forze - spostamenti medi per pressione radiale pari a 5.90 MPa.

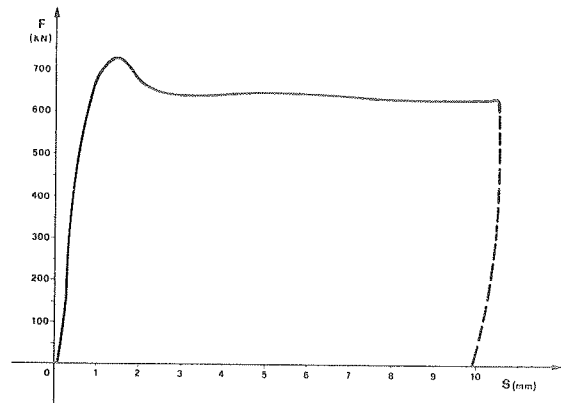


Fig. 9 Diagrammi forze - spostamenti medi per pressione radiale pari a 8.36 MPa.

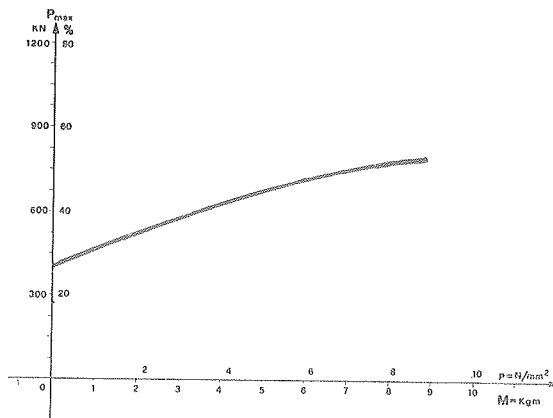


Fig. 10 Legame forza massima - pressione di contenimento.

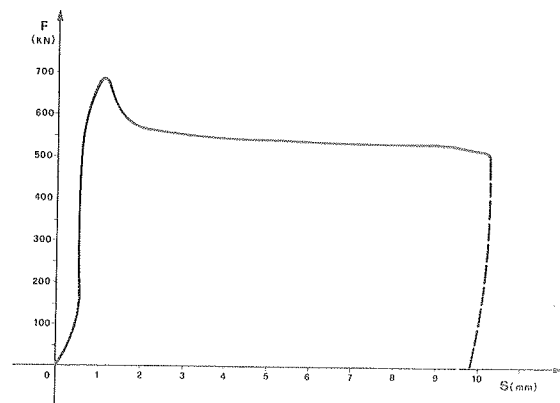


Fig. 11 Diagrammi forze - spostamenti medi per pressione radiale pari a 5.9 MPa e superficie trattata mediante demolizione meccanica

La curva forza-spostamenti medi per campioni sottoposti a demolizione superficiale meccanica è rappresentata in figura 11. La resistenza del calcestruzzo al taglio, come definita in precedenza, vale  $R_{tm} = 18.9$  MPa, e risulta minore di quella corrispondente per campioni sottoposti a idrodemolizione e medesima pressione radiale, pari a  $R_u = 19.6$  MPa. L'aumento della resistenza al taglio in caso di utilizzazione dell'idrodemolizione conferma che questo tipo di trattamento del supporto limita il danneggiamento della superficie trattata, cioè la micro-fessurazione dell'aggregato e della matrice cementizia. La forza utilizzata per la demolizione viene infatti applicata nel primo caso in modo controllato e selettivo, mentre nel secondo caso è applicata in maniera dipendente dall'operatore.

### 3. MODELLI MATEMATICI E ASPETTI COMPUTAZIONALI

L'esperimento in oggetto presenta dal punto di vista della modellazione matematica e computazionale varie cause di complessità. La modellazione deve essere infatti in grado di cogliere i meccanismi reali connessi con lo stato iniziale che deve tener conto della precompressione data dalla camicia esterna di contenimento, il comportamento dei materiali, che si presenta fortemente non-lineare e coinvolge la frattura, nonché le configurazioni geometriche variabili al procedere dell'esperimento, poiché il comportamento non è inquadrabile nella comune teoria lineare. Quanto illustrato giustifica la necessità di procedere alla simulazione numerica accurata del fenomeno con le tecniche di modellazione più sofisticate.

L'applicazione di modelli elastoplastici, nella efficiente formulazione "coerente" presentata da Wriggers e Simo [12] permette di cogliere gli aspetti significativi di tendenza del fenomeno. A questo proposito il provino è stato quindi discretizzato mediante elementi serendipity assialsimmetrici di tipo isoparametrico-quadratico, variando opportunamente il passo di discretizzazione in funzione della distribuzione ipotizzabile delle tensioni. In corrispondenza alle superfici del provino interno ricoperte con film plastico sono state applicate distribuzioni di elementi di contatto, che permettono la trasmissione delle tensioni di compressione radiali indotte dalla camicia metallica. La debole resistenza tagliente è stata calibrata mediante simulazioni numeriche preliminari con provini totalmente rivestiti con film plastico che hanno consentito di valutare il coefficiente di attrito coulombiano, mentre nella zona specificamente trattata la discretizzazione prevede la continuità completa fra i due materiali posti a contatto, in aderenza.

Poiché all'applicazione del carico lo stato di tensione indotto dalla precompressione iniziale varia localmente per effetto della dilatazione trasversale contrastata, con legge non nota, si è preferito discretizzare anche la camicia metallica, e attribuire a questa una variazione termica per produrre lo stato tensionale iniziale. La presenza della camicia nel modello permette poi di cogliere più realisticamente la successiva evoluzione dello stato tensionale indotto dalla dilatazione trasversale contrastata del provino.

Queste analisi hanno subito fornito alcuni spunti di interesse computazionale, come quelli di mettere in risalto le distorsioni degli elementi e la concentrazione di tensioni nelle zone di unione della carota interna con l'anello esterno (vedasi figura 12).

La seconda serie di prove, condotta utilizzando un modello di materiale specifico per il calcestruzzo comunemente utilizzato nell'ambito computazionale (Bathe e Ramaswamy [13]) ha fornito risultati parzialmente significativi. Il materiale presenta un comportamento lineare a trazione, con rottura di tipo fragile e conseguente rilascio istantaneo dello stato tensionale. Questa procedura, opportunamente modificata, è stata impiegata in Majorana et al. [14].

E' evidente che un modello di materiale di questo tipo pone notevoli problemi di convergenza quando lo stato tensionale entra nel campo non-lineare, perchè l'improvviso rilascio delle tensioni nelle zone ove si sono raggiunti i limiti ad esse consentiti, richiede la redistribuzione delle stesse nelle zone circostanti.

Queste difficoltà si sono chiaramente evidenziate nell'analisi, poichè l'iniziale concentrazione di tensioni nella zona superiore di attacco dei due calcestruzzi provoca una diffusa fessurazione locale. Questa zona fessurata tende poi a propagarsi, secondo un'inclinazione di circa  $45^\circ$ , in perfetto accordo con le prove sperimentali (figura 13), e quando l'estensione supera una certa soglia l'algoritmo non è più in grado di pervenire a convergenza.

Con opportuna calibrazione dei parametri dei materiali, in entrambi i casi si è potuta seguire in dettaglio, limitatamente all'intervallo nel quale la convergenza è stata ottenuta, la curva sperimentale

rappresentativa. Nella seconda serie di prove il limite dello stato tensionale viene raggiunto per deformazioni assai limitate, e la curva carico-spostamento viene seguita solo nel tratto iniziale.

Le prove condotte hanno quindi evidenziato la notevole difficoltà nella modellazione di problemi di questo tipo con gli usuali strumenti di simulazione numerica.

Considerando le caratteristiche salienti dell'esperimento è evidente che l'interesse precipuo è rivolto al comportamento dell'interfaccia fra i due calcestruzzi. Le rotture per effetto delle concentrazioni di tensioni entro il cilindro esterno sono da considerare eventi localizzati, che esercitano un'influenza limitata sulla risposta globale del provino stesso.

Analizzando in dettaglio la curva forze-spostamenti si individuano tre fasi distinte: una fase iniziale, debolmente non-lineare, fino ad un raggiungimento di un valore di picco della resistenza, una fase intermedia di scarico, e una fase finale di scorrimento, nella quale la risposta resta pressochè invariata al procedere dello spostamento.

La modellazione matematica e numerica dei fenomeni indagati può essere condotta con diversi metodi. Una possibilità di modellazione è legata all'analogia fra la meccanica del contatto in presenza di attrito ed il fenomeno qui discusso. Con riferimento alla figura 14, rappresentante una tipica risposta di due corpi a contatto sollecitati con un'azione tagliante si individua anche in questo caso una fase iniziale caratterizzata da microspostamenti per deformazione dello strato superficiale, fino al raggiungimento di un picco di carico, associato al coefficiente di attrito statico, una diminuzione della resistenza tagliante nel passaggio dalla condizione statica a quella dinamica, ed infine una fase di scorrimento, dipendente dal coefficiente di attrito dinamico.

Il limite dell'analogia è costituito dal fatto che la superficie di contatto possiede una rugosità tale da innescare l'effetto di ingranamento reciproco delle asperità delle due superfici. Il picco di resistenza è influenzato appunto da questo ingranamento, che viene successivamente a mancare per la frantumazione delle asperità stesse.

Il problema così impostato è analizzabile operando delle modifiche ai modelli di contatto non-lineari per geometria presentati da Stein et al. [15], e in corso di approfondimento da parte di Zavarise [16].

L'inquadramento dei problemi di attrito nell'ambito dei modelli di plasticità non associata permette di individuare una funzione di snervamento avente le caratteristiche volute, la cui forma generale è la seguente

$$f(t_N, t_T, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots) = -g(t_N) + \|t_T\| \leq 0 \quad (1)$$

dove i parametri  $\alpha$ , definiscono la superficie in funzione del modello di base assunto, la funzione  $g$  determina la resistenza tagliante massima del materiale e  $t_N$  e  $t_T$  indicano rispettivamente lo sforzo assiale e lo sforzo tagliante applicato. L'ingranamento delle asperità, se debolmente contrastato dà luogo ad un effettivo distacco delle superfici, e quindi in tal caso è plausibile ipotizzare l'inquadramento dell'attrito nell'ambito di un modello di tipo plastico-associato. Nel caso attuale, tuttavia, la presenza del contenimento esterno impedisce il suddetto distacco, a spese della distruzione delle asperità, e rende più indicato l'impiego del citato modello plastico non-associato.

Il problema così formulato è linearizzabile con tecnica "coerente" (Wriggers and Simo [12]) e può essere risolto con una elevata efficienza computazionale, essendo garantita una velocità quadratica di convergenza.

Una ulteriore possibilità di modellazione del fenomeno è data dalla formulazione che accoppia l'elasticità e il danno (Lemaitre et al. [17]). Poiché la dissimmetria del comportamento del calcestruzzo in trazione e compressione, le deformazioni anelastiche indotte dal danno e l'anisotropia indotta dal carico precludono la possibilità di applicare i più semplici modelli di danno isotropo (Mazars et al. [18]), è opportuno ricorrere in questo caso a un modello elasto-danno che tenga conto dei seguenti aspetti: la decoesione locale della matrice cementizia, soprattutto in prossimità degli inerti più grossi (danno interfacciale), il collasso dei micropori della pasta cementizia, con diminuzione del volume apparente del materiale (danno volumetrico), la dissipazione dell'energia libera di Helmholtz attraverso meccanismi di attrito tra le facce a contatto delle fessure. I tre meccanismi sono, rispettivamente, rappresentati dal tensore doppio di danno  $d$ , dal danno scalare  $\delta$  e dalla variabile  $\phi$ . Nel lavoro di Ramtani [19] è proposto un modello per simulare nel modo indicato il comportamento del calcestruzzo, anche in presenza di deformazioni anelastiche, trascurando però il terzo effetto citato. Una relazione costitutiva per l'inquadramento del fenomeno qui esaminato è la seguente:

$$\sigma = 2\mu_0 \sqrt{1-d} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{1-d} + \lambda_0 (1-d) \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{1} + \frac{1}{2} (2\mu_0 \beta d \cdot d + \lambda_0 \gamma d^2 \mathbf{1}) \quad (2)$$

con  $\lambda_0$  e  $\mu_0$  costanti di Lamè del materiale vergine,  $\mathbf{1}$  tensore unitario di ordine 2,  $\sigma$  tensore delle tensioni nel materiale danneggiato,  $\varepsilon$  tensore della deformazione e  $\text{tr}$  operatore traccia. Inoltre i parametri  $\beta$  e  $\gamma$  contenuti nella componente anelastica della tensione, esprimono la sensibilità del materiale allo stato di danneggiamento.

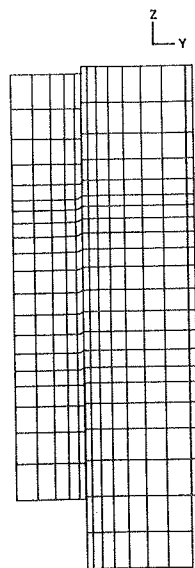


Fig. 12 Configurazione deformata nell'analisi ad elementi finiti con legge dei materiali elasto-plastica associata.

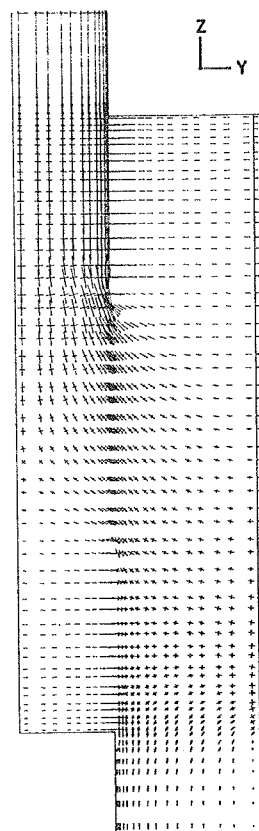


Fig. 13 Tensioni principali nel modello ad elementi finiti con legge dei materiali elasto-fragile.

In una ulteriore estensione del modello è inclusa la possibilità di richiusura delle microfessure, nonché la caratteristica del comportamento unilaterale; in ogni caso è opportuno considerare una formulazione nonlocale del danno al fine di ottenere l'indipendenza dalla discretizzazione in applicazioni con tecniche ad elementi finiti.

È importante notare che nei modelli di danno anisotropo gli autovettori del tensore di danno ruotano durante il processo di carico insieme a quelli del tensore della deformazione. Se tali direzioni restano fissate fin dal primo stadio di danneggiamento, cioè nella fase di incipiente fessurazione, e mantengono la stessa direzione nel corso della successiva propagazione si può evitare il ricorso, altrimenti necessario, all'aggiornamento in ciascun passo di carico dei tensori delle tensioni e delle deformazioni e di tutte le grandezze dipendenti dalle configurazioni geometriche variabili secondo leggi non-lineari.

Ulteriori formulazioni del tipo indicato, in accoppiamento con la viscoelasticità lineare e con gli effetti di campi termoigrometrici variabili nel tempo sono contenuti nelle memorie Majorana [20], Majorana [21].

Anche operando con la tecnica semplificata riportata in Mazars et al. [22], ove l'effetto del vincolo reciproco degli aggregati è affidato ad un parametro di ritenzione  $\beta$ , che entra come fattore correttivo all'esponente dei coefficienti di ponderazione delle variabili di danno di trazione e compressione, legati alle deformazioni positive e negative, si ottiene il significativo diagramma riportato nella figura 15. Si noti che per  $\beta = 1.06$  è ottenibile un plateau a tensione circa costante.

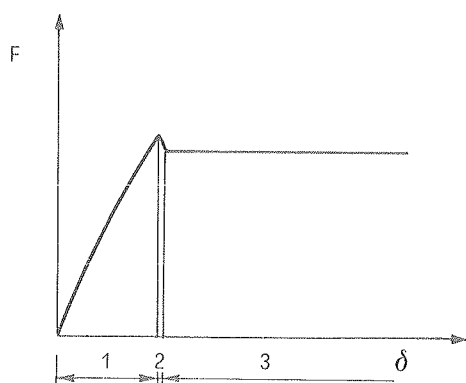


Fig. 14 legame forze-spostamenti fra due corpi a contatto soggetti ad azione tagliente.

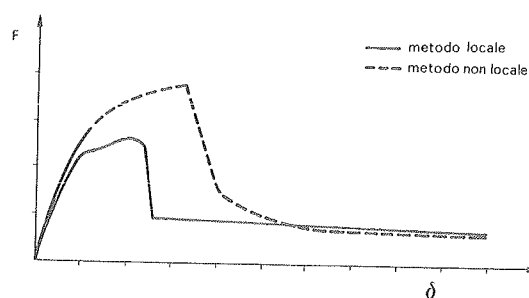


Fig. 15 Legame forze-spostamenti per una sollecitazione di taglio in un modello elasto-danno.

#### 4. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Le prove sperimentali condotte su provini di calcestruzzo predisposti per evidenziare le caratteristiche di comportamento all'interfaccia di conglomerati di età differenziata posti in aderenza, come nei casi correnti del rinforzo strutturale di travi e colonne, hanno permesso di controllare i legami forze-spostamenti corrispondenti allo scorrimento di cilindri di calcestruzzo anziano rispetto a cilindri cavi di calcestruzzo giovane. In funzione dei momenti di serraggio applicati a una camicia di acciaio di contenimento, gli andamenti dei suddetti legami presentano una prima fase debolmente non-lineare fino al raggiungimento del valore di picco del carico, cui fa seguito una diminuzione del carico stesso, fino ad un valore pressoché costante, infine una fase di grandi spostamenti relativi dei due cilindri. Questo comportamento si rileva sia nel caso in cui la superficie del calcestruzzo anziano sia sottoposta a idrodemolizione, che a demolizione meccanica, ma con maggior vantaggio nei termini di resistenza nel primo caso. E' stato possibile anche ottenere un legame tra la resistenza massima e la pressione di contenimento.

La modellazione matematica dei fenomeni osservati è realizzata considerando in modo appropriato le leggi di comportamento dei materiali all'interfaccia. Si esaminano in successione modelli elastoplastici associati ed elasto-fragili, da cui sono già state tratte alcune indicazioni e conferme sui percorsi tensionali osservati; maggiori aspettative sono riposte sull'impiego di modelli rispettivamente fondati sulla meccanica del contatto e sulla meccanica del danno.

## RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia la FIP Industriale SpA, in particolare i tecnici sigg. P. Galeazzo e A. Cantonetti, per il contributo fornito alla realizzazione degli esperimenti.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] SILFVERBRANDT, J.: Bonding between old and new concrete in structures loaded by static and time-dependent load, *Bulletin of Dept. of Structural Mechanics and Engineering*, N/109, The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1987.
- [2] TASSIOS, T.P.: Physical and mathematical models for re-design of damaged structures, *Acta IABSE Symposium*, Venice, 1983.
- [3] SILFVERBRANDT, J.: Concrete repair with shotcrete. Tests on beams and fatigue load, *Bulletin of Dept. of Structural Mechanics and Engineering*, N/153, The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1988.
- [4] SILFVERBRANDT, J.: Theoretical and experimental study of strength and behaviour of concrete bridge decks, *Bulletin of Dept. of Structural Mechanics and Engineering*, N/149, The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1987.
- [5] TASSIOS, T.P.: The mechanism of column repair with a R. C. jacket, 7th ECEE, Athens, 1982.
- [6] CHAKRABARTI, S.C., NAYAK, G.C., PAUL, D.K.: Shear characteristics of cast-in-place vertical joints in story high precast wall assembly, *ACI Structural J.*, 1988
- [7] BAZANT, Z.P., PFEIFFER, P.A.: Shear fracture test of concrete, *Materiaux et Construction*, Vol. 19, N. 110.
- [8] PACCAGNELLA, R.: La precompressione non aderente nel restauro strutturale. Casi applicativi sulla rete Autostrade, *Autostrade*, N. 2, 1990, 40-46.
- [9] PACCAGNELLA, R.: Rinforzo strutturale di ponti e viadotti, *Istituto di Architettura e Urbanistica - Univ. Padova*, vedasi anche *Galileo*, Padova, N. 15, 1990, 69-77.
- [10] COLLEPARDI, M.: *Scienza e tecnologia del calcestruzzo*, Milano, 1980.
- [11] POWERS, T.C.: *The properties of fresh concrete*, New York, 1968.
- [12] WRIGGERS, P., SIMO, J.C.: A note on tangent stiffness for fully nonlinear contact problems, *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 1, 199-203, 1985.
- [13] BATHE, K. J., RAMASWAMY, S.: On three-dimensional nonlinear analysis of concrete structures, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 52, 385-409, 1979.
- [14] MAJORANA, C.E., ZAVARISE, G., BORSETTO, M., GIUSEPPETTI, M.: Nonlinear analysis of thermal stresses in mass concrete castings, *Int. J. of Cement and Concrete Res.*, Pergamon Press, Vol. 20, 1990, 559-578.
- [15] STEIN, E., WRIGGERS, P., VU VAN, T.: Models of friction, finite-element-implementation and application to large deformation impact-contact-problems, 2nd Int. Conf. on Computational Plasticity (COMPLAS II), Barcelona, Sept. 1989.



- [16] ZAVARISE, G.: Problemi termomeccanici di contatto - aspetti fisici e computazionali, Tesi di Dottorato, Università di Padova, Febbraio 1991
- [17] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.L.: Mécanique des matériaux solides, Dunod, Paris, 1988.
- [18] MAZARS, J., PIJAUDIER-CABOT, G.: Continuum damage theory - application to concrete, J. of Eng. Mech., ASCE, 1989, Vol. 115, N. 2, Pagg. 345-365.
- [19] RAMTANI, S.: Contribution a la modelisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractères unilatéral, Thèse de doctorat présentée à l'Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1990.
- [20] MAJORANA, C.E.: Influenza del danno sul comportamento termoigrometrico e meccanico dei corpi viscoelastici. Applicazione al caso dei calcestruzzi, in corso di stampa sul Giornale del Genio Civile, Roma, 1991.
- [21] MAJORANA, C.E.: Accoppiamento della viscosità e del danno nello studio dei calcestruzzi statisticamente omogenei e a comportamento anisotropo, Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Università di Padova, 1991.
- [22] MAZARS, J. PIJAUDIER-CABOT, G., PULIKOWSKI, J.: Steel - concrete bound analysis with nonlocal continuous damage, Int. Rept. N. 96, LMT- Cachan, Université Paris, 1989.

LA VALUTAZIONE SEMPLIFICATA DELLA ROTAZIONE PLASTICA E DELLA  
DUTTILITA' RICHIESTA NELLE TRAVI CONTINUE IN CEMENTO ARMATO  
PROGETTATE CON IL CALCOLO NON LINEARE

Stefano M. MAZZOLANI - Marisa PECCE  
Istituto di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Napoli



**LA VALUTAZIONE SEMPLIFICATA  
DELLA ROTAZIONE PLASTICA E DELLA DUTTILITA' RICHIESTA  
NELLE TRAVI CONTINUE IN CEMENTO ARMATO  
PROGETTATE CON IL CALCOLO NON LINEARE**

**Stefano M. MAZZOLANI, Marisa PECCE**

**Istituto di Tecnica delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria,  
Università di Napoli**

## **SOMMARIO**

Nel presente lavoro si propone una formulazione approssimata per la valutazione delle rotazioni plastiche "richieste" nelle travi continue in cemento armato progettate allo stato limite ultimo con redistribuzione dei momenti flettenti. La validità di tale formulazione si basa sul confronto con i risultati esatti ottenuti attraverso un calcolo non lineare.

## **SUMMARY**

This paper deals with an approximate formulation for the evaluation of the "required" plastic rotations of the concrete continuous beams which have been designed with respect of the ultimate limit state by considering the redistribution of bending moments. The reliability of this formulation is based on the comparison with the exact results coming from a non linear calculation.

## **1. INTRODUZIONE**

Il progetto agli stati limite di travi continue in cemento armato, secondo le indicazioni dei codici più avanzati, può essere condotto tenendo conto della redistribuzione del momento flettente per effetto della plasticizzazione delle zone di trave più cimentate, con particolare attenzione alle limitate capacità rotazionali degli elementi. In particolare le normative tecniche suggeriscono il calcolo delle rotazioni plastiche "richieste" allo scopo di ripristinare la compatibilità in corrispondenza del carico di progetto, ed il loro

confronto con le rotazioni plastiche "ammissibili" in relazione alle caratteristiche delle sezioni e dei materiali considerati; per un prefissato carico di progetto la disuguaglianza che regge la verifica è dunque fra rotazioni plastiche "ammissibili" e "richieste".

La quantificazione delle rotazioni plastiche "ammissibili" è un problema ancora del tutto aperto, soprattutto se si impiegano acciai di recente produzione dotati di duttilità sensibilmente inferiore a quella che caratterizza le armature utilizzate nelle classiche analisi effettuate negli anni sessanta e settanta nell'ambito del CEB [1]. Prova di ciò è la sostanziale differenza fra le curve di tali rotazioni plastiche suggerite dall'EC 2 e dalle diverse bozze del Model Code 90 del CEB [2,3]; in particolare l'ultima versione del MC 90 informa esplicitamente che sono in via di sviluppo estese analisi sperimentali finalizzate alla definizione accurata di tali curve.

D'altra parte anche il problema teorico della definizione delle rotazioni "richieste" è stato recentemente riaffrontato in modo esteso in [4], ed alcune considerazioni sull'uso degli acciai maggiormente fragili sono già state sviluppate. Nel presente lavoro si forniscono formule semplificate per ottenere, senza alcun calcolo strutturale, i valori delle rotazioni plastiche "richieste" per ottenere la compatibilità con un certo grado di redistribuzione. La definizione di tali formule consentirà, una volta stabiliti in modo definitivo i valori delle rotazioni plastiche "ammissibili", l'immediata progettazione non lineare delle travi continue con controllo delle rotazioni, senza utilizzare la formulazione semplificata di calcolo lineare con redistribuzione consentita dai codici normativi.

In particolare, per determinati schemi strutturali e fissando in modo conservativo le caratteristiche dei materiali e la percentuale di armatura compressa, si deduce il valore della rotazione plastica "richiesta" attraverso relazioni semplificate in funzione dei rimanenti parametri in gioco, cioè della variabilità delle luci, della forma della sezione ed, ovviamente, del coefficiente di redistribuzione. Analoghi risultati sono ottenuti con riferimento al parametro adimensionale "duttilità rotazionale", che, forse più sinteticamente, caratterizza le capacità plastiche "richieste" delle travi continue [4].

Per ricavare le formule semplificate di cui si è detto, si valuta la rotazione plastica "richiesta" per un caso di "riferimento", considerando cioè travi continue con luci uguali e sezione rettangolare, in funzione dei soli parametri ritenuti maggiormente influenti, e se ne verifica l'utilizzabilità anche in caso di variazione dei parametri secondari. Successivamente si introducono dei coefficienti correttivi adimensionali per tener conto della variabilità delle luci e della forma della sezione. La stessa tecnica si adotta infine per valutare la duttilità "richiesta".

## 2. PROGETTAZIONE ED ANALISI DELLE TRAVI CONTINUE

Prima di esporre in dettaglio i risultati dell'estesa analisi numerica condotta, si vogliono riportare sinteticamente le procedure di progettazione e di calcolo adottate nel presente studio. L'analisi si riferisce in generale a travi continue su tre appoggi: si sono tuttavia analizzati anche i casi limite di trave appoggiata ed incastrata, e quello di trave con doppio incastro.

Nella fase di progettazione, per lo schema di trave continua considerato si valuta in primo luogo il diagramma del momento ottenuto con un'analisi lineare; tale diagramma viene quindi adeguatamente modificato in funzione del grado di redistribuzione prescelto, riducendo il momento sull'appoggio centrale ed aumentando, conformemente alle condizioni di equilibrio, il momento in campata. Con riferimento al momento di progetto, ovvero a quello sull'appoggio ridotto con la redistribuzione, e per un prefissato valore della profondità adimensionalizzata dell'asse neutro a rottura  $\xi$  e della percentuale di armatura in compressione, si progetta l'altezza della trave e l'armatura in trazione in quella sezione, mentre per il momento positivo in campata si calcola l'armatura inferiore; la transizione fra i due tipi di armatura, cioè sull'appoggio ed in campata, si è imposta in corrispondenza della sezione di momento nullo.

Successivamente si procede all'analisi parametrica, nel cui svolgimento è risultato conveniente operare in termini adimensionali [5], e quindi le grandezze che effettivamente entrano in gioco sono le seguenti (cfr. simbologia in appendice):

parametri globali:  $l_1/d$ ,  $l_2/l_1$ ,  $\delta$ ;

parametri geometrici della sezione:  $\xi$ ,  $b/B$ ,  $A'/A_p$ ,  $d'/d$ ;

parametri di resistenza:  $R_{ck}$ ,  $f_y$ .

Le calcolazioni sono state svolte con la procedura matriciale descritta in [6] per tener conto della fessurazione, considerando in particolare il modello di "tension stiffening" suggerito dal CEB [7], e l'impostazione illustrata in [8] per tener conto della plasticizzazione delle zone critiche; tali procedure consentono l'utilizzazione di usuali programmi di calcolo automatico e forniscono esplicitamente le rotazioni plastiche.

### 3. ANALISI DI RIFERIMENTO

Lo schema di "riferimento" considerato è quello di trave continua con due luci uguali e sezione rettangolare, mentre si assumono come parametri "primari", il rapporto di snellezza globale  $l_1/d$ , il coefficiente di redistribuzione  $\delta$ , l'asse neutro a rottura adimensionalizzato  $\xi$  nella sezione di progetto; altri parametri "secondari", al pari analizzati, sono la percentuale di armatura compressa e le caratteristiche dell'acciaio e del calcestruzzo.

Come evidenziato in [4], sulla base di un'elaborazione teorica confortata da risultati numerici la rotazione plastica "richiesta" può con buona approssimazione esprimersi nella forma:

$$\theta_{pl} = \frac{l_1}{d} [C_1 + C_2(1 - \delta)] \quad (1)$$

Con questa formulazione la rotazione plastica "richiesta" risulta proporzionale alla snellezza globale e funzione lineare del grado di redistribuzione; i coefficienti  $C_1$  e  $C_2$  dipendono, in generale non linearmente, dagli altri parametri introdotti. Si osservi come  $C_1$  rappresenti la rotazione "richiesta" nel caso di progetto svolto in assenza di redistribuzione; la (1) mette in luce che anche per  $\delta=0$  è necessaria una certa capacità rotazionale per far fronte alla redistribuzione causata dal fenomeno della fessurazione.

Partendo dall'espressione (1), e valutando numericamente la rotazione plastica "richiesta", è possibile ricavare  $C_1$  dal caso  $\delta=1$ , e susseguentemente  $C_2$  dai casi caratterizzati da valori di  $\delta$  diversi da 1. Nell'analisi svolta per la sezione rettangolare si sono considerate le seguenti variazioni dei parametri:

$$l_1/d = 10 \div 30$$

$$\xi = 0.2 \div 0.5$$

$$\delta = 0.7 \div 1.0$$

$$A' / A_f = 0 \div 0.75$$

$$R_{ck} = 20 \div 40 \text{ MPa}$$

$$f_y = 380 \div 440 \text{ MPa}$$

In pratica il caso più cautelativo si ottiene utilizzando materiali di buona qualità ( $R_{ck}=40$  MPa e  $f_y=440$  MPa) ed un alto rapporto di armatura compressa ( $A' / A_f=0.75$ ): in tal modo si progettano sezioni di modesta altezza e quindi di rilevante deformabilità, ottenendo così valori conservativi delle rotazioni "richieste". Analizzando dunque tale caso conservativo, le espressioni di  $C_1$  e  $C_2$  in funzione di  $\xi$  che meglio interpretano i risultati, dal lato della sicurezza, sono le seguenti:

$$C_1 = 0.0002 + \frac{0.0062(\xi - 0.125)}{[1 + ((\xi - 0.125)/0.065)^{3.7}]^{1/3.7}} \quad (2)$$

$$C_2 = 0.00165 + 0.0004\xi \quad (3)$$

Il confronto fra le rotazioni plastiche "richieste"  $\theta_{pl}$  ottenute attraverso le (1), (2) e (3) ed i valori di calcolo numerico è rappresentato dal grafico di fig. 1 dove sull'asse delle ordinate è riportato il risultato della (1), e sull'asse delle ascisse il risultato delle calcolazioni. Si osservi come la previsione approssimata fornisca risultati conservativi; le differenze che si rilevano appaiono trascurabili nel caso di riferimento ( $A' / A_f=0.75$ ,  $R_{ck}=40$  MPa,  $f_y=440$  MPa), mentre negli altri casi rappresentati in figura con una differente simbologia, si osserva un maggiore scostamento. Tali casi con minore percentuale di armatura compressa e resistenze inferiori, coprono tutto il campo di variabilità considerato per i parametri  $A' / A_f$ ,  $R_{ck}$  e  $f_y$ , a partire dai valori limite inferiori ( $A' / A_f=0$ ,  $R_{ck}=20$  MPa,  $f_y=380$  MPa) fino a quelli di riferimento.

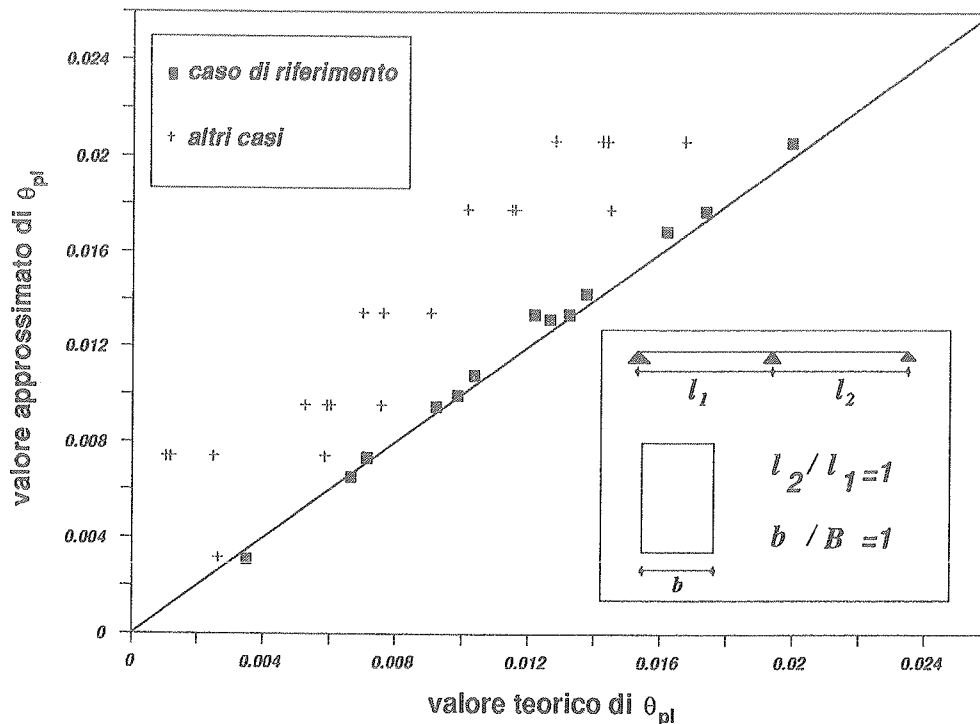


FIG. 1. Confronto tra la rotazione plastica "richiesta" valutata teoricamente e con la formula approssimata per rapporti  $l_2/l_1=1$  e  $b/B=1$

#### 4. COEFFICIENTI CORRETTIVI PER TENER CONTO DELLA VARIABILITA' DELLE LUCI E DELLA FORMA DELLA SEZIONE

L'introduzione di rapporti fra le luci  $l_2/l_1$  diversi da 1 o l'utilizzazione della sezione a T implicano una maggiore rigidezza della trave a parità di  $l_1/d$  e di  $\xi$ ; di conseguenza in entrambi i casi [5, 9] le rotazioni "richieste" sono più basse di quelle relative al caso di riferimento e quindi l'utilizzazione delle (1)-(2)-(3) fornisce valori eccessivamente cautelativi.

Si è pertanto sviluppata un'analisi parametrica, riprendendo ed ampliando i risultati presentati in [5], per poter valutare dei coefficienti correttivi applicabili alla (1) nella seguente forma:

$$\theta_{pl}^{l_2/l_1} = \alpha_1 \cdot \theta_{pl}^{ref} \quad (4)$$

$$\theta_{pl}^{b/B} = \alpha_2 \cdot \theta_{pl}^{ref} \quad (5)$$

dove il valore di riferimento  $\theta_{pl}^{ref}$  è dato dalle (1)-(2)-(3), mentre  $\alpha_1$  ed  $\alpha_2$ , entrambi minori dell'unità, oltre ad essere funzione del grado di redistribuzione  $\delta$ , tengono conto rispettivamente dei rapporti  $l_2/l_1$  e  $b/B$ :

$$\alpha_1 = f\left(\delta, \frac{l_2}{l_1}\right) \leq 1 \quad ; \quad \alpha_2 = f\left(\delta, \frac{b}{B}\right) \leq 1 \quad (6)$$

I valori di  $\alpha_1$  ed  $\alpha_2$ , risultano praticamente indipendenti da  $\xi$ , e quindi sono rappresentati nelle figure 2 e 3 per alcuni significativi valori di  $\delta$ . Ovviamente i coefficienti sono tanto inferiori all'unità quanto più i valori di  $l_2/l_1$  e  $b/B$  si discostano dai valori di riferimento.

Il confronto tra i risultati ottenuti con la formulazione approssimata, e quelli della sperimentazione numerica è illustrato nelle figure 4 e 5; anche in tal caso la metodologia semplificata fornisce risultati cautelativi, mentre scostamenti significativi si osservano solo per forti variazioni di alcuni parametri ( $R_{ck}=20$  MPa,  $f_y=380$  MPa,  $A'/A_f=0$ ) rispetto al caso base, evidenziati in figura con una differente simbologia.

Nel caso più generale, in cui tanto  $l_2/l_1$  quanto  $b/B$  sono diversi dall'unità, possono ancora utilizzarsi, in termini moltiplicativi, i coefficienti (6) attraverso la seguente formula:

$$\theta_{pl}^{l_2/l_1, b/B} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \theta_{pl}^{ref} \quad (7)$$

L'attendibilità di tale espressione può verificarsi attraverso la rappresentazione grafica di fig. 6; anche in questo caso la formula semplificata proposta fornisce risultati sostanzialmente conservativi.

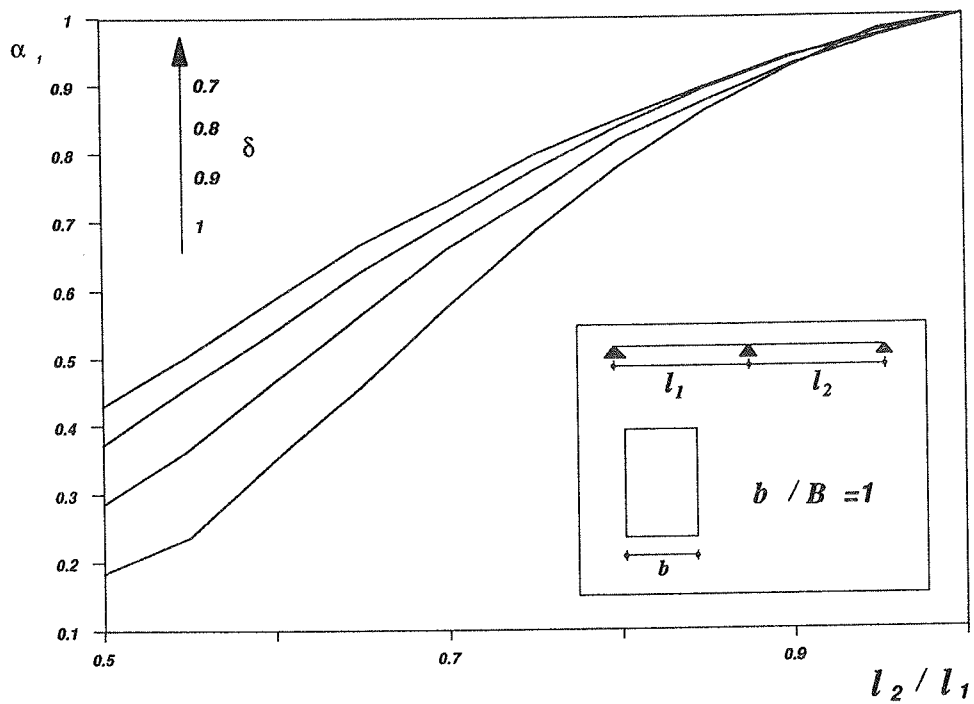


FIG. 2. Coefficiente correttivo della rotazione plastica "richiesta" per tener conto della variazione del rapporto  $l_2/l_1$ .

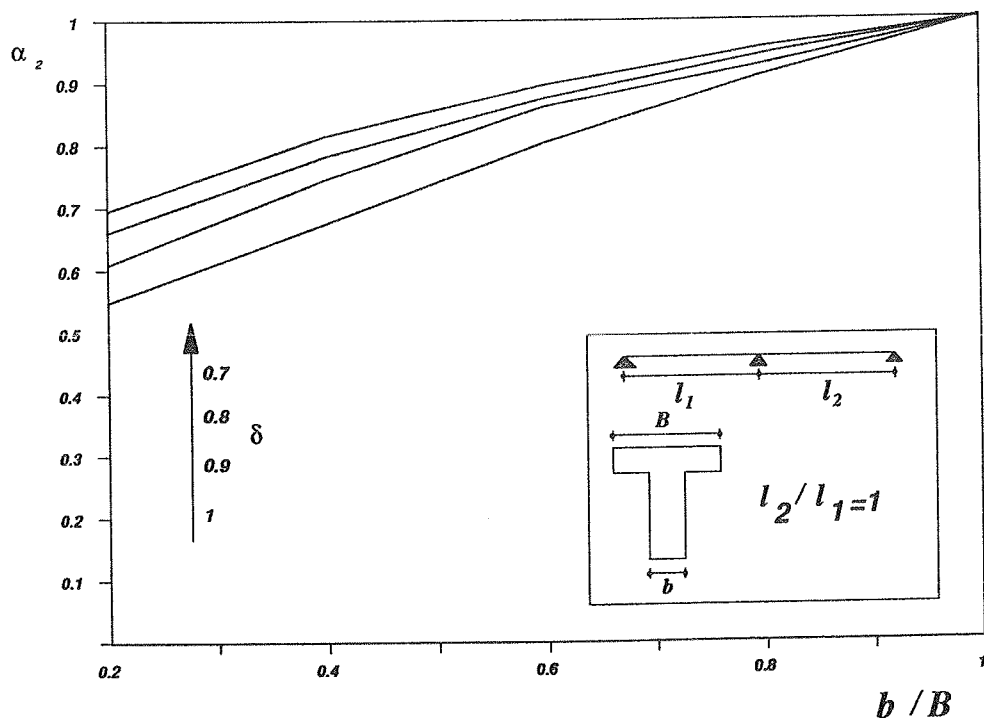


FIG. 3. Coefficiente correttivo della rotazione plastica "richiesta" per tener conto della variazione del rapporto  $b/B$ .



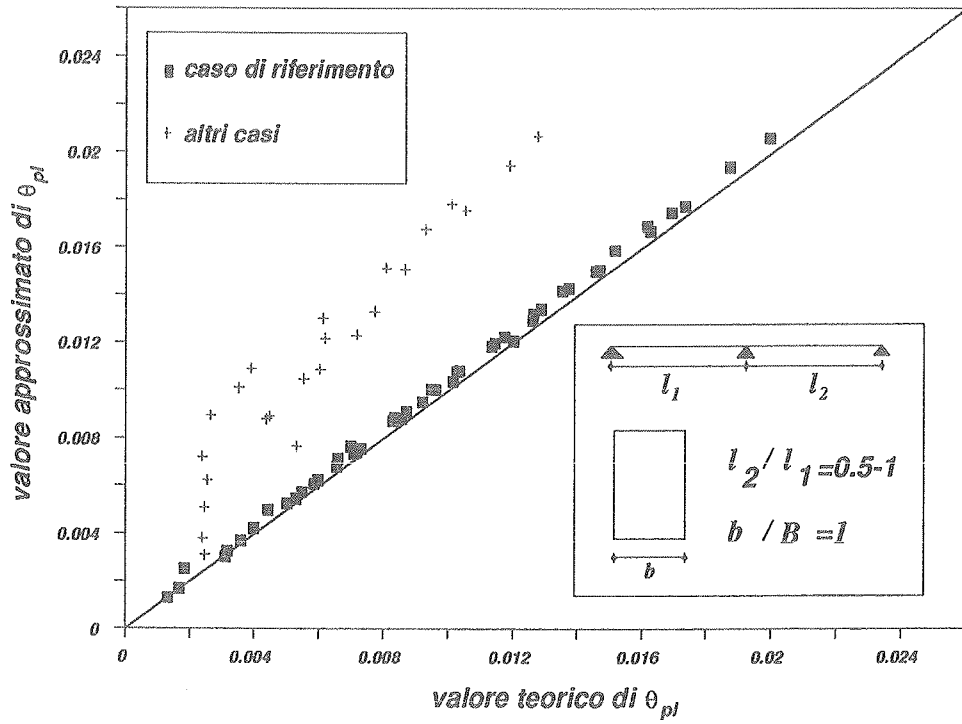


FIG. 4. Confronto tra la rotazione plastica "richiesta" valutata teoricamente e con la formula approssimata nel caso di rapporto  $l_2/l_1$  variabile tra 0.5 e 1 e  $b/B=1$ .

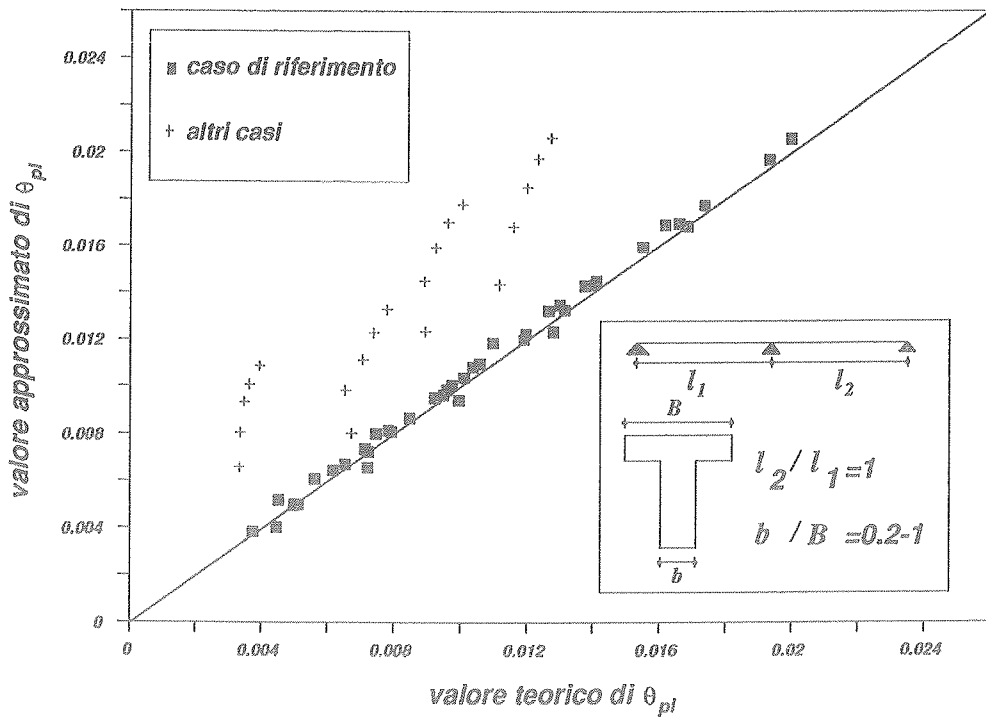


FIG. 5. Confronto tra la rotazione plastica "richiesta" valutata teoricamente e con la formula approssimata nel caso di rapporto  $l_2/l_1$  e  $b/B$  variabile tra 0.2 e 1.

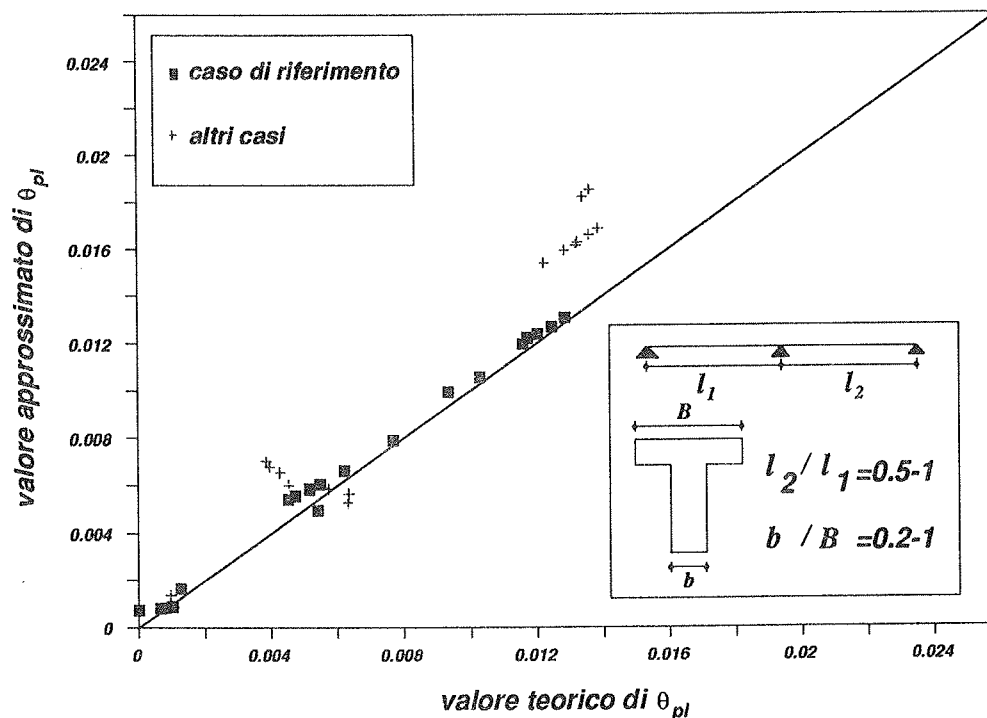


FIG. 6. Confronto tra la rotazione plastica "richiesta" valutata teoricamente e con la formula approssimata nel caso di rapporto  $l_2/l_1$  variabile tra 0.5 e 1 e  $b/B$  variabile tra 0.2 e 1

## 5. LA VALUTAZIONE DELLA DUTTILITA' ROTAZIONALE

La valutazione della rotazione plastica "richiesta", come si è precedentemente illustrato, è notevolmente influenzata dai numerosi parametri considerati; in [4] è stata introdotta invece la "duttività rotazionale" richiesta, che risulta molto più "stabile", ovvero poco sensibile alla variazione dei parametri in gioco.

In particolare si definisce come duttilità rotazionale  $\mu_\theta$  il rapporto fra la rotazione plastica "richiesta" ed una rotazione convenzionale al limite elastico, individuata come la rotazione che si verifica nel punto di flesso della trave per effetto del carico di prima plasticizzazione; si osservi come, per la definizione data, la duttilità sia positiva, ma non necessariamente maggiore dell'unità.

Tale duttilità dipende in modo sostanziale dal coefficiente di redistribuzione, molto meno dagli altri parametri ed è completamente indipendente dalla snellezza globale. Nel caso di sezione rettangolare e campate di luci uguali, i valori della tale duttilità "richiesta" al variare di  $\delta$  e per un rapporto fra armatura compressa e tesa variabili fra 0 e 75% sono riportati in tabella 1.

Tab. 1; valori di riferimento

| $\mu_\theta^{ref}$ | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 75%                | 0.51         | 0.74         | 1.00         | 1.30         |
| 0%                 | 0.45         | 0.74         | 1.06         | 1.42         |

Si può rilevare che, in termini di duttilità, le maggiori richieste si hanno, tranne che per  $\delta=1$ , nel caso di assenza di armatura compressa; questi sono, peraltro, i casi con limitate duttilità "ammissibili" e quindi più delicati dal punto di vista strutturale.

Analogamente al caso delle rotazioni le variazioni di  $l_2/l_1$  e  $b/B$  influiscono sui valori della duttilità "richiesta"; tuttavia possono ancora utilizzarsi delle espressioni del tipo:

$$\mu_0^{l_2/l_1} = \alpha'_1 \cdot \mu_0^{ref} \quad (8)$$

$$\mu_0^{b/B} = \alpha'_2 \cdot \mu_0^{ref} \quad (9)$$

essendo  $\mu_0^{ref}$  il valore di riferimento dato dalla tabella 1, ed  $\alpha'_1$  ed  $\alpha'_2$  i coefficienti moltiplicativi, desunti dall'analisi parametrica svolta, per diversi valori del coefficiente di redistribuzione; questi ultimi sono riportati nelle tabelle 2 e 3 per il caso di armatura compressa pari al 75% di quella tesa, e nelle tabelle 4 e 5 per il caso di semplice armatura. Si può osservare come, al contrario di quanto evidenziato in termini di rotazione, l'influenza di  $b/B$  possa condurre anche a valori della duttilità superiori a quelli di riferimento; ciò è dovuto al complesso fenomeno della fessurazione che nel caso di sezione a T si evolve in modo diverso da quello relativo alla sezione rettangolare a causa della netta differenza di comportamento delle zone di momento positivo e negativo [5].

Tab. 2;  $A'_t/A_f=0.75$ ,  $l_1/l_2=0.5+1.0$

| $\alpha'_1$   | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $l_2/l_1=1.0$ | 1.00         | 1.00         | 1.00         | 1.00         |
| $l_2/l_1=0.9$ | 0.97         | 0.98         | 0.98         | 0.99         |
| $l_2/l_1=0.8$ | 0.84         | 0.90         | 0.91         | 0.93         |
| $l_2/l_1=0.7$ | 0.62         | 0.72         | 0.78         | 0.82         |
| $l_2/l_1=0.6$ | 0.38         | 0.50         | 0.60         | 0.67         |
| $l_2/l_1=0.5$ | 0.20         | 0.32         | 0.40         | 0.49         |

Tab. 3;  $A'_t/A_f=0.75$ ,  $b/B=0.2+1.0$

| $\alpha'_2$ | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $b/B=1.0$   | 1.00         | 1.00         | 1.00         | 1.00         |
| $b/B=0.8$   | 0.92         | 0.94         | 0.95         | 0.96         |
| $b/B=0.6$   | 0.82         | 0.89         | 0.90         | 0.91         |
| $b/B=0.4$   | 0.71         | 0.79         | 0.82         | 0.86         |
| $b/B=0.2$   | 0.61         | 0.69         | 0.75         | 0.78         |

Tab. 4;  $A'_t/A_f=0$ ,  $l_1/l_2=0.5+1.0$

| $\alpha'_1$   | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $l_2/l_1=1.0$ | 1.00         | 1.00         | 1.00         | 1.00         |
| $l_2/l_1=0.9$ | 0.95         | 0.97         | 0.98         | 0.99         |
| $l_2/l_1=0.8$ | 0.74         | 0.84         | 0.88         | 0.92         |
| $l_2/l_1=0.7$ | 0.42         | 0.61         | 0.72         | 0.78         |
| $l_2/l_1=0.6$ | 0.31         | 0.42         | 0.48         | 0.60         |
| $l_2/l_1=0.5$ | 0.29         | 0.39         | 0.43         | 0.47         |

Tab. 5;  $A'_1/A_f=0$ ,  $b/B=0.2+1.0$ 

| $\alpha'_2$ | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $b/B=1.0$   | 1.00         | 1.00         | 1.00         | 1.00         |
| $b/B=0.8$   | 0.95         | 0.98         | 0.99         | 1.00         |
| $b/B=0.6$   | 0.90         | 0.97         | 0.99         | 1.00         |
| $b/B=0.4$   | 0.96         | 1.03         | 1.06         | 1.07         |
| $b/B=0.2$   | 1.61         | 1.56         | 1.52         | 1.50         |

L'utilizzazione combinata dei valori forniti dalla tabella 1 e dei coefficienti correttivi forniti dalle altre tabelle consente di ricavare un valore approssimato della duttilità "richiesta" nel caso più generale. Si può cioè ancora valutare la duttilità rotazionale "richiesta" utilizzando la seguente formula:

$$\mu_0^{l_2/l_1, b/B} = \alpha'_1 \cdot \alpha'_2 \cdot \mu_0^{ref} \quad (10)$$

L'errore fra la previsione effettuata con tale tecnica ed il valore dato dall'analisi numerica è evidenziato nelle figure 7 e 8 per i due casi limite di armatura in compressione. La tecnica proposta si conferma affidabile anche in questo caso e di conseguenza è semplice ricavare la rotazione "richiesta" valutando la rotazione  $\theta_{el}$  con un calcolo elastico lineare ed utilizzando le tabelle che forniscono la duttilità di riferimento ed i coefficienti correttivi:

$$\theta_{pl} = \alpha'_1 \cdot \alpha'_2 \cdot \mu_0^{ref} \cdot \theta_{el} \quad (11)$$

Un ultimo aspetto da esaminare è relativo allo schema statico che pure influenza la duttilità e quindi la rotazione "richiesta". Il caso di  $l_2/l_1=1$  fornisce evidentemente la duttilità richiesta nel caso limite di trave appoggiata ed incastrata; può pertanto essere utile conoscere la duttilità "richiesta" anche nell'altro schema limite di trave doppiamente incastrata, in modo da poter disporre di un intervallo in cui molti casi reali si inquadrano. Tali valori sono forniti dalle tabelle 6 e 7.

Tab. 6; schema doppiamente incastrato.  $A'_1/A_f=0$ 

| $\mu_0$   | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $b/B=1.0$ | 0.39         | 0.91         | 1.63         | 2.13         |
| $b/B=0.8$ | 0.37         | 0.91         | 1.66         | 2.08         |
| $b/B=0.6$ | 0.37         | 0.95         | 1.60         | 2.20         |
| $b/B=0.4$ | 0.37         | 0.99         | 1.71         | 2.25         |
| $b/B=0.2$ | 0.48         | 1.19         | 2.19         | 3.17         |

Tab. 7; schema doppiamente incastrato.  $A'_1/A_f=0.75$ 

| $\mu_0$   | $\delta=1.0$ | $\delta=0.9$ | $\delta=0.8$ | $\delta=0.7$ |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $b/B=1.0$ | 0.70         | 1.09         | 1.55         | 1.98         |
| $b/B=0.8$ | 0.67         | 1.03         | 1.47         | 1.96         |
| $b/B=0.6$ | 0.59         | 0.98         | 1.40         | 1.88         |
| $b/B=0.4$ | 0.52         | 0.90         | 1.30         | 1.76         |
| $b/B=0.2$ | 0.49         | 0.82         | 1.20         | 1.63         |

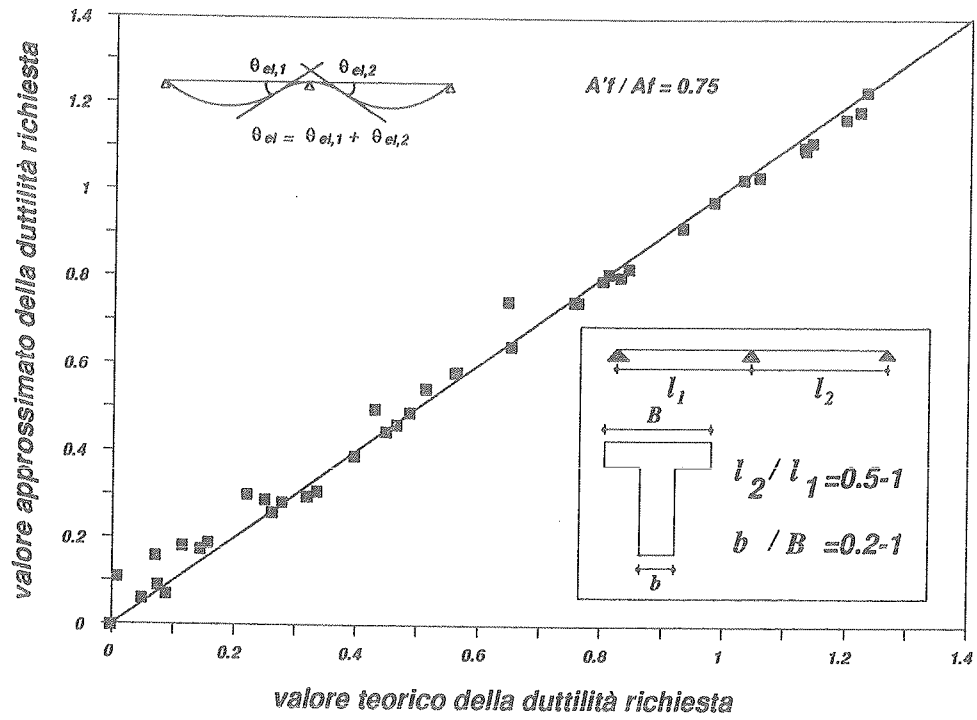


FIG. 7. Confronto tra la duttilità "richiesta" valutata teoricamente e con i valori tabellati nel caso  $A'f/A_f=0.75$ .

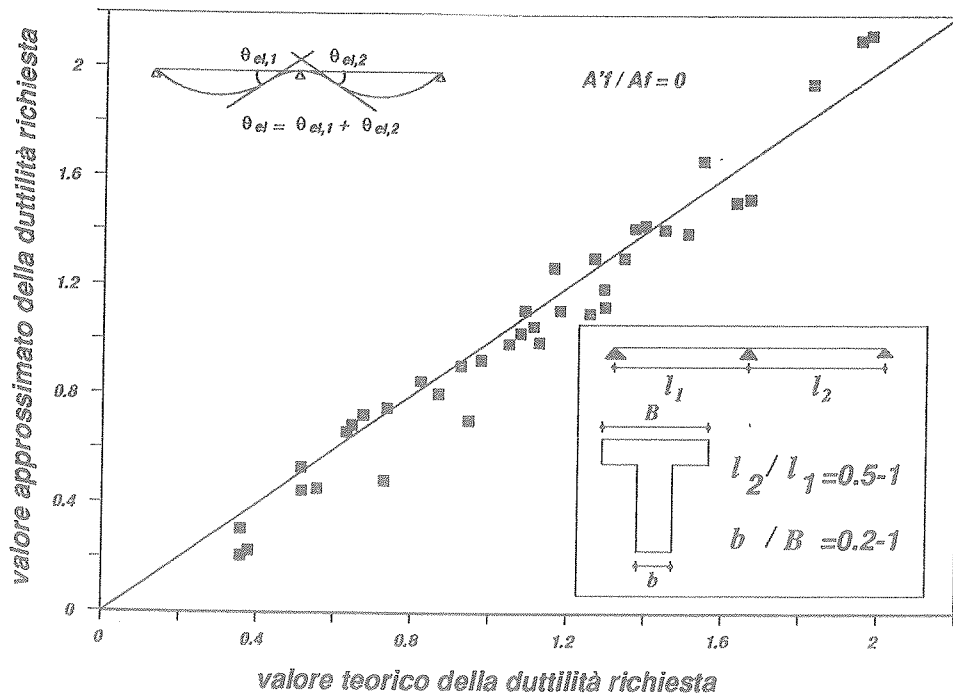


FIG. 8. Confronto tra la duttilità "richiesta" valutata teoricamente e con i valori tabellati nel caso  $A'f/A_f=0$ .

## 6. CONCLUSIONI

In base ad una estesa analisi parametrica svolta è stato possibile definire formule semplificate per ottenere, per travi continue in c.a., le rotazioni plastiche e le duttilità rotazionali "richieste" per ripristinare la compatibilità strutturale nel caso di progettazione in campo non lineare.

Le formule semplificate, di cui si è comprovata, con una estesa sperimentazione numerica, l'affidabilità, consentono l'immediata verifica strutturale qualora siano disponibili le curve delle rotazioni plastiche "ammissibili", e costituiscono quindi un utile strumento progettuale.

### APPENDICE: SIMBOLI UTILIZZATI

|                        |  |
|------------------------|--|
| $b$                    | = Larghezza dell' anima  |
| $d'/d$                 | = Copriferro adimensionalizzato  |
| $d$                    | = Altezza utile della sezione  |
| $f_y$                  | = Tensione di snervamento dell'acciaio                                     |
| $l_2, l_1$             | = Lunghezze delle campate  |
| $l_1/d$                | = Snellezza globale  |
| $A_p, A'_f$            | = Armatura in trazione ed in compressione                                  |
| $B$                    | = Larghezza dell' ala  |
| $C_1, C_2$             | = Coefficienti per valutare la rotazione plastica richiesta di riferimento |
| $R_{ck}$               | = Resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo                |
| $\alpha_1, \alpha_2$   | = Coefficienti per valutare la rotazione plastica richiesta                |
| $\alpha'_1, \alpha'_2$ | = Coefficienti per valutare la duttilità plastica richiesta                |
| $\delta$               | = Coefficiente di redistribuzione  |
| $\theta_{el}$          | = Rotazione elastica   |
| $\theta_{pl}$          | = Rotazione plastica "richiesta"   |
| $\mu_\theta$           | = Duttilità rotazionale "richiesta"  |
| $\xi = x/d$            | = Asse neutro adimensionalizzato a rottura                                 |
| $( )^{ref}$            | = Valore di riferimento  |
| $( )_{l_2/l_1}$        | = Valore per i casi $l_2/l_1 \leq 1$                                       |
| $( )_{b/B}$            | = Valore per i casi $b/B \leq 1$   |
| $( )_{l_2/l_1, b/B}$   | = Valore per i casi $l_2/l_1 \leq 1, b/B \leq 1$                           |

### BIBLIOGRAFIA

- [1] SIVIERO E., *Rotation capacity of monodimensional members in structural concrete*, CEB, Bulletin d' Information n. 105, 1976
- [2] CEB-FIP, *Model Code 1990, First Predraft*, Bulletin d' Information n. 190a, 1988
- [3] CEB-FIP, *Model Code 1990, First Draft*, Bulletin d' Information n. 196, 1990
- [4] COSENZA E., GRECO C., PECCE M., *Rotazioni plastiche e duttilità richieste nelle travi continue in c.a.*, L' Industria Italiana del Cemento, n. 640, Gennaio 1990
- [5] PECCE M., *La redistribuzione delle sollecitazioni nelle travi continue con sezione a T*, Ingegneri architetti costruttori Inarcos, Bologna, Giugno 1990.
- [6] COSENZA E., *Finite Element analysis of reinforced concrete elements in a cracked State*, Computers & Structures n.510, Giugno 1990.

- [7] COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON, *"Manual cracking and deformation"*, Bulletin d'information n.143,1982
- [8] COSENZA E., GRECO C., PECCE M., *Alcune osservazioni sulla redistribuzione delle sollecitazioni e sulla valutazione delle rotazioni anelastiche nelle travi continue in c.a.*, L' Industria Italiana del Cemento, n.2, Febbraio 1989
- [9] MANFRON V., MATTARUCCO A., SIVIERO E., *On the ductility conditions for T-beams with variable spans and loading patterns*, CEB, Bulletin d' Information n. 105, 1976

**UN PROCEDIMENTO PER IL CALCOLO DELLE STRUTTURE IPERSTATICHE DI  
C.A. E DI C.A.P. SOGGETTE A VARIAZIONE DELLE CONDIZIONI DI VINCOLO.  
RIFERIMENTI TEORICI. ESEMPI**

**Raffaele POLUZZI**  
Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Bologna





## UN PROCEDIMENTO PER IL CALCOLO DELLE STRUTTURE IPERSTATICHE DI C.A. E DI C.A.P. SOGGETTE A VARIAZIONE DELLE CONDIZIONI DI VINCOLO. RIFERIMENTI TEORICI. ESEMPI.

RAFFAELE POLUZZI

Istituto di Tecnica delle Costruzioni  
Università di Bologna

### SOMMARIO

Gli effetti iperstatici dovuti alle deformazioni viscosse vengono valutati sulla base della viscosità lineare e del principio dell'equivalenza : la fase congruente è ottenuta con l'applicazione di una quota fittizia negativa dei carichi sulla struttura ancora priva del vincolo posticipato; la fase equilibrata è ottenuta con l'applicazione della stessa quota dei carichi, cambiata di segno, alla struttura.

Il metodo può essere vantaggiosamente applicato alla risoluzione automatica di strutture complesse.

### SUMMARY

The hyperstatic effects due to viscous strains are estimated on the basis of the equivalence principle: the congruent phase is obtained with the application of a negative fictitious part of the loads, acting on the structure still bereft of the delayed constraint, the balanced phase is obtained with the application of the same loads part, changed in sign, to the hyperstatic structures.

The method may be favourably applied to the automatic solution of complex structure.

### 1. PREMESSA

Ci si propone di illustrare un metodo di calcolo per la valutazione delle sollecitazioni nelle strutture iperstatiche di calcestruzzo armato con condizioni di vincolo variabili, basato sui criteri del cosiddetto "Principio dell'equivalenza" [1]. Tale metodo sembra prestarsi utilmente nella organizzazione di procedure di calcolo convenienti quando si voglia far uso, se pure in forma interattiva, di programmi di calcolo usuali, ricordando, fin d'ora, che l'applicabilità del "Principio dell'equivalenza" è subordinata alla valutazione della viscosità nella sua approssimazione lineare.

Si valutano le conseguenze iperstatiche delle deformazioni differite introducendo una fase congruente, ottenuta dall'applicazione di una quota fittizia dei carichi agenti prima dell'introduzione dei vincoli posticipati, ma di segno opposto ai carichi stessi, ed una fase equilibrante in cui la stessa quota, con segno ora concorde all'iniziale, viene applicata alla struttura con i vincoli aggiornati.

L'utilità del metodo che qui si introduce è la seguente: in ogni fase lo stato di sollecitazione di una struttura che, in genere, si va ampliando e/o aumenta il proprio grado di iperstaticità, può essere valutata con programmi strutturali di uso corrente operanti in campo lineare e l'aggiornamento degli effetti iperstatici conseguenti al comportamento differito viene ottenuto sommando, o meglio combinando lineramente, risultati relativi alle diverse fasi precedenti, e quindi già noti.

Come è stato annunciato, nelle esposizioni che seguono e negli esempi che verranno sviluppati si farà riferimento esclusivamente alla viscosità lineare, con qualche richiamo alla formulazione del C.E.B., ma soprattutto alla teoria semplificata di Withney che consente, grazie alla possibilità di integrazione in forma chiusa (nei casi più semplici), utili controlli per il metodo calcolativo che si va esponendo.

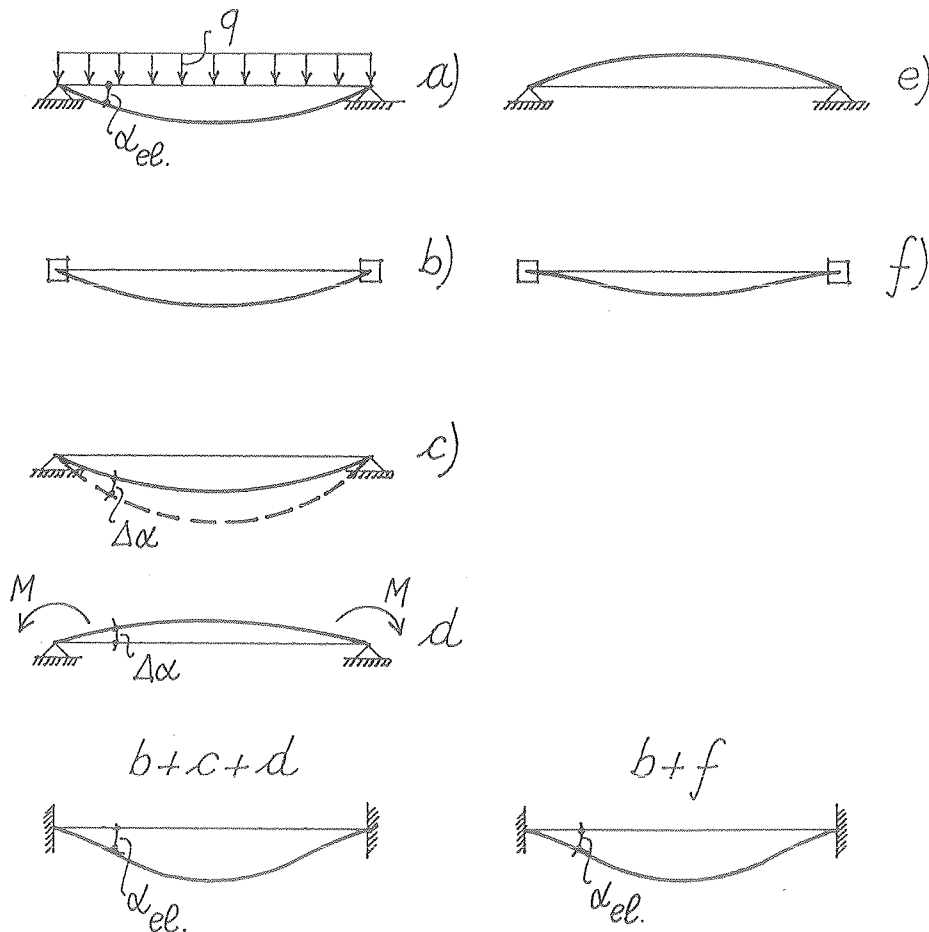


Fig. 1

## 2. IMPOSTAZIONE E RISOLUZIONE NELLO SPIRITO DEL PRINCIPIO DELL'EQUIVALENZA

Per esporre il concetto si fa riferimento ad una trave inizialmente appoggiata, assoggettata all'istante  $t_0$  di primo indurimento ad un carico (es. il peso proprio), indi subito incastrata all'estremità (figg. 1a, 1b).

a) Il metodo della congruenza evidenzerebbe la coppia iperstatica  $M$  che, accrescendosi nel tempo, impedisce la formazione graduale delle rotazioni di estremità (figg. 1c, 1d). E' appena da accennare che nell'ipotesi limite (comoda, ma non fisicamente reale) di coppia  $M$  agente nella sua totalità fino da  $t_0$ , detta coppia attingerebbe il valore

$$M = \bar{M} \frac{k}{1+k}$$

( $\bar{M}$  è il momento di incastro della trave caricata già vincolata;

$K$  è il rapporto fra dilatazione viscosa a tempo infinito e dilatazione istantanea iniziale); invece il manifestarsi graduale della coppia iperstatica conduce ad un valore finale più elevato:

$$M = \bar{M} \int_{t_0}^{\infty} \phi(t, \tau) d\tau$$

(con  $\phi(t, \tau)$  nucleo viscoso.).

In una valutazione numerica di  $M$  si ottengono risultati sempre meglio approssimati frazionando l'intervallo  $t_0, \infty$  in più intervalli parziali.

b) Si procede invece nello spirito del metodo dell'equivalenza applicando alla trave, ancora appoggiata, un carico fittizio pari a quello iniziale, di segno cambiato e moltiplicato per un coefficiente  $\rho$  che dipende dall'incremento della iniziale deformazione elastica dovuto alla viscosità, e dall'effetto elastico e viscoso dello stesso carico fittizio; si realizza così una fase 'congruente' alla quale occorre far seguito con una fase 'equilibrante' ottenuta con l'applicazione dello stesso carico, col segno nuovamente cambiato, alla trave incastrata, attribuendo alla stessa il modulo di deformazione differito ( $E_{\text{diff}} = E/(1+k)$  nella stessa ipotesi limite già accennata in a)).

La variazione dello stato di sollecitazione risulta dalla somma delle due fasi, infatti tale variazione è data da soli momenti staticamente indeterminati i cui effetti restano isolati dalla sovrapposizione delle due fasi; la variazione dello stato di deformazione corrisponde alla deformazione della seconda fase.

Questo modo di procedere consente di sommare stati di sollecitazione già noti (corretti dal moltiplicatore  $\rho$ ) a quelli conseguenti all'applicazione di sforzi di equilibramento applicati alla struttura nella sua configurazione aggiornata eliminando la necessità di introdurre cerniere interne. Nei complessi strutturali realizzati per fasi si opera così sulla struttura che si va via via ampliando, aggiungendo, in definitiva, solo condizioni di carico.

Già nel semplice esempio cui si è fatto riferimento è evidente la necessità di procedere al calcolo per intervalli di tempo finiti e successivi; è quindi necessario fissare le funzioni temporali che individuano le deformazioni viscosse relative ad ogni tempo di carico. Dette funzioni devono essere riferite alla singola membratura o parte strutturale (caratterizzata da un tempo iniziale  $t_0$ , così definito di primo indurimento, dal quale può avere inizio l'applicazione dei carichi), alle fasi di caricamento che in generale sono più di una per ogni elemento di struttura e comprendono ovviamente anche quelle fittizie già indicate come 'fasi equilibranti'.

Per la determinazione dei coefficienti  $\rho$  è qui utile riportare gli andamenti della funzione

$$\frac{\epsilon_v}{\epsilon_i}$$

che stabilisce il rapporto fra deformazione viscosa e deformazione elastica (e indicata con  $\varphi$  dal CEB).

c) Non si intende qui entrare nel merito dei nuclei viscosi di tipo ereditario, invecchiante o misto, ma preliminarmente agli esempi si riportano nei grafici di figg. 2 e 3 gli andamenti delle funzioni

$$f = \frac{\epsilon_v}{\epsilon_i}$$

secondo Withney e delle analoghe funzioni  $\varphi$  indicate dal CEB; in particolare sono tracciate le curve caratterizzate dai tempi significativi per gli esempi del paragrafo successivo. Le funzioni  $\varphi$  (CEB) sono state tracciate per valori asintotici paragonabili a quelli delle  $f$  (Withney ( $K=2$ )) nell'intento di ricordare il confronto qualitativo da cui risulta che le  $f$  (a parità di  $t$ ) sono sovrapponibili, il che comporta semplificazioni relativamente ai moltiplicatori  $\rho$ .

I coefficienti  $\rho$  sono in generale caratterizzati da tre indici. il primo è relativo alla parte strutturale cui si riferiscono, ( nei semplici esempi 3.1 e 3.2 che seguono, tale indice non sarebbe significativo e pertanto viene omissso), il secondo indice si riferisce al tempo di applicazione dell'azione che deforma e innesca l'evento viscoso e il terzo indica l'intervallo del calcolo.

Seguendo le funzioni  $f(t)$  che derivano da un nucleo fittizio di tipo invecchiante, per la rilevata sovrapponibilità delle stesse, la dipendenza dall'istante in cui un'azione ha iniziato ad agire è ininfluente.

Negli esempi che seguono, il ricorso alla teoria semplificata di Withney consente, grazie alla possibilità di integrazione in forma chiusa (nei casi più semplici), opportuni controlli per il metodo di calcolo che si sta esponendo.

### 3. ANNOTAZIONI RELATIVE AD ALCUNE STRUTTURE CAMPIONE ED ESEMPI NUMERICI RELATIVI

#### 3.1 Struttura di fig. 1

Viene risolta con riferimento alla formulazione di Kroll-Withney in base alla quale l'andamento della variazione di deformazione

$$f = \frac{\epsilon_v}{\epsilon_i}$$

è indicata in fig. 2.

Si procede prima col metodo della congruenza poi, seguendo il principio dell'equivalenza, con il metodo dell'equilibrio.

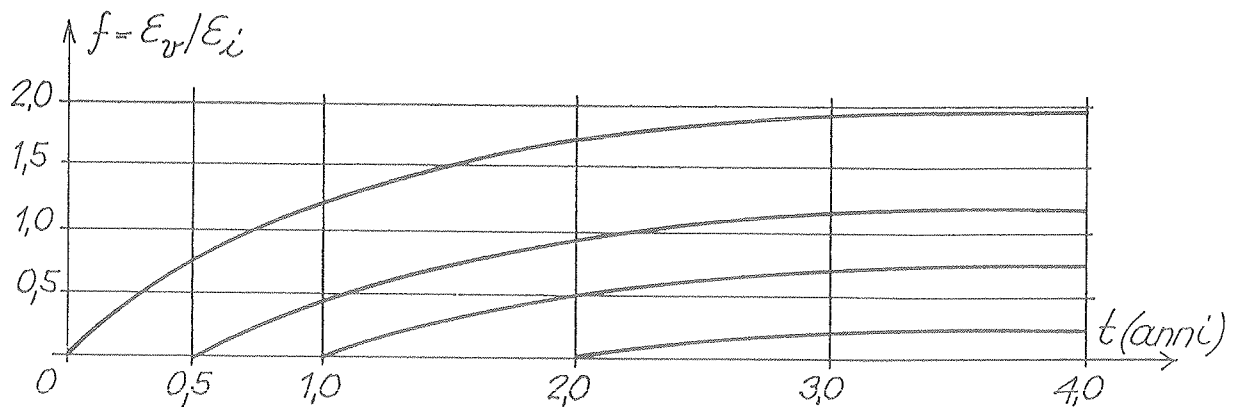


Fig. 2

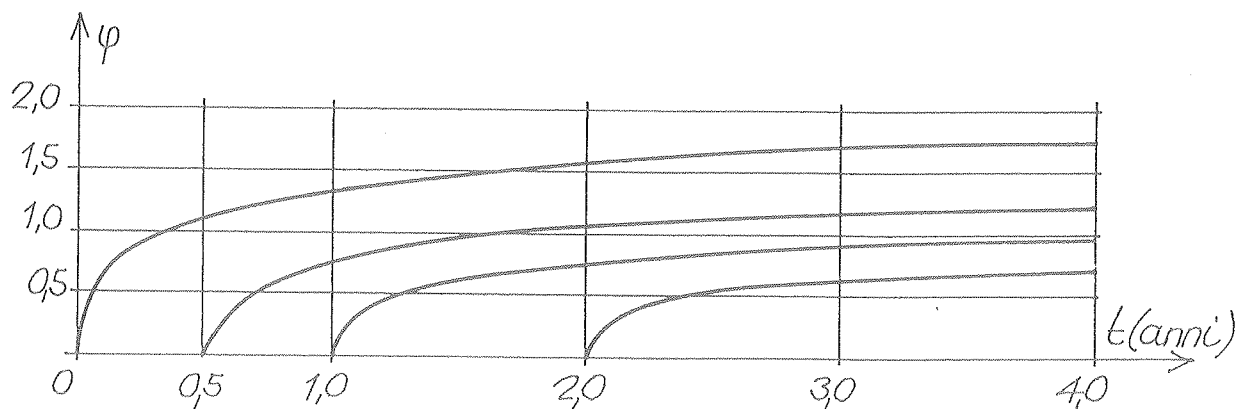


Fig. 3

#### 3.1.1 Metodo della congruenza

Si indicano con:

to l'istante in cui viene applicato il carico,

$t_{i-1}, t_i$  l'intervallo generico,

$M_i$  la coppia iperstatica complessiva sviluppatasi all'istante  $t_i$ ,

$\Delta M_i$  l'ultimo incremento della precedente  $M_i$  (sviluppatasi nell'intervallo  $t_{i-1}, t_i$ ).

Per ogni intervallo  $t_{i-1}, t_i$  in cui viene discretizzato il periodo di applicazione del carico (nel caso presente si assume  $t_0, \infty$ ) vale la relazione

$$\begin{aligned} \alpha_{el} (F_{0,t_i} - F_{0,t_{i-1}}) - \sum_{j<i} \Delta M_j (F_{j,t_i} - F_{j,t_{i-1}}) \frac{l}{3EJ} = \\ = \Delta M_i [1 + (F_{i,t_i} - F_{i,t_{i-1}})] \frac{l}{3EJ} \end{aligned}$$

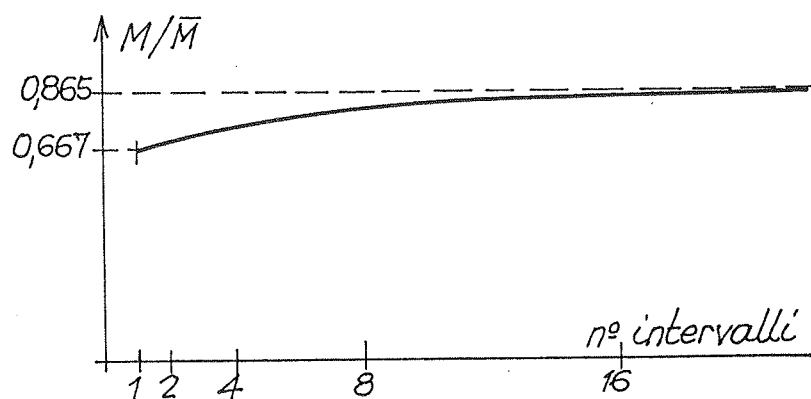


Fig. 4

( $\alpha_{el}$  indica rotazione elastica. il primo indice dalla  $f$  si riferisce alla data di applicazione del carico, ma per le osservazioni fatte sulla funzione  $f$  potrebbe essere omissa).

Con riferimento dell'andamento delle  $f(t)$  nel modello di Withney, assumendo l'origine dei tempi in  $t_0$  e fissati  $t_i = 0,5, 1,0, 2,0, 4,0$  anni, gli incrementi  $\Delta M$  dei quattro intervalli venutisi a determinare valgono:

$$\Delta M_1 = 0,440 \frac{ql^2}{12}, \quad \Delta M_2 = 0,181 \frac{ql^2}{12}, \quad \Delta M_3 = 0,120 \frac{ql^2}{12}, \quad \Delta M_4 = 0,049 \frac{ql^2}{12}$$

### 3.1.2 Metodo dell'equilibrio

Relativamente al 1° intervallo, il carico fittizio si riduce ad una quota del carico inizialmente applicato e precisamente nella misura

$$\Delta q_1 = \rho_{0,1} q = \frac{F_{0,t_1} - F_{0,t_0}}{1 + (F_{0,t_1} - F_{0,t_0})} q$$

che nell'intervallo 0,0 - 0,5 anni vale

$$\Delta q = 0,440 q$$

determinando quindi con la fase equilibrante un momento pari al  $\Delta M_1 = 0,440 \frac{ql^2}{12}$  ottenuto col metodo della congruenza.

Negli intervalli successivi, che devono avere in conto tutte le azioni precedentemente applicate, occorre anche valutare, come carico fittizio, una frazione della coppia  $\Delta M_1$  e pertanto nel secondo intervallo  $t_1, t_2$  si avrà, come conseguenza del carico iniziale

$$\Delta q_2 = \rho_{0,2} q = \frac{F_{0,t2} - F_{0,t1}}{1 + (F_{0,t2} - F_{0,t1})} q$$

e inoltre

$$\Delta(\Delta M_1) = \rho_{1,2} \Delta M_1 = \frac{F_{1,t2} - F_{1,t1}}{1 + (F_{1,t2} - F_{1,t1})} \Delta M_1$$

analogamente per gli intervalli seguenti

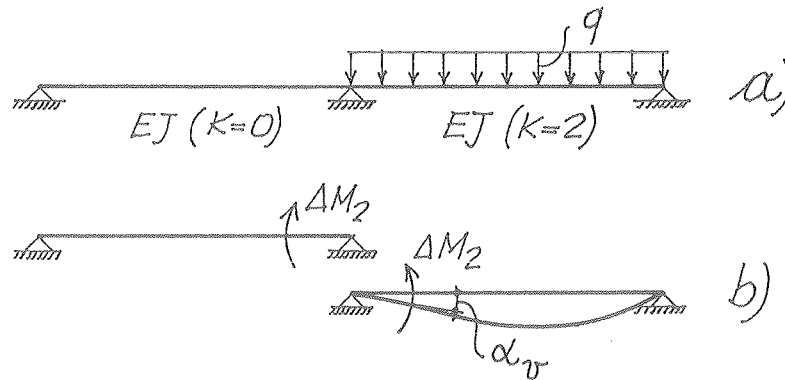
Eseguito i calcoli, ovviamente con le stesse funzioni  $f(t)$  di Withney si ottengono (come peraltro deve essere) gli stessi risultati numerici del metodo della congruenza.

Ripetendo il calcolo per un diverso numero di intervalli si ottiene la variabilità del risultato indicata in fig. 4 e si può notare come la valutazione del momento di incastro, connesso al fenomeno viscoso, tende al valore

$$M = M (1 - e^{-k}) = 0.865 M \quad (k=2)$$

Si nota che la struttura di fig. 1 cui si è fatto riferimento, presenta vincoli (posticipati) rigidi; se interessa valutare la variazione delle sollecitazioni, non occorre fare riferimento alla deformabilità strutturale che aumenta nel tempo; occorre invece averne riguardo nel caso di vincoli cedevoli o comunque quando la struttura è formata da più membrature fra loro connesse e dotate di evoluzioni viscoso diverse come quando si congiungono più travi realizzate in tempi sensibilmente differenziati: a titolo indicativo si riporta il semplice esempio che segue.

3.2 Struttura di fig. 5



$\alpha_v =$  rotazione viscosa da annullare con  $\Delta M_2$

$$\alpha_v = 0,477 q \frac{l^3}{48EJ} - 0,477 \Delta M_1 \frac{l}{3EJ}$$

Fig. 5

Si ipotizza, per semplicità lo stesso  $EJ$ . Il carico  $q$  viene applicato all'istante  $t_0$ , alla campata di destra quando è già presente la continuità. La campata di sinistra è supposta priva di conseguenze viscoso (es. trave metallica) mentre quella di destra è caratterizzata dalla funzione di Withney con  $K = 2$ . Si fraziona l'intervallo  $0 - \infty$  nei tre intervalli parziali  $0 - 0,5$  anni,  $0,5 - 1$  anno,  $1$  anno  $-\infty$ .

Dall'esame delle curve di fig. 2 si deducono, per i tre intervalli, i seguenti incrementi di deformazione viscoso:  $0,787$ ;  $0,477$ ;  $0,699$ .

Si indica per esteso la sola equazione di congruenza relativa al secondo intervallo segnalando che la coppia sull'appoggio centrale, inizialmente pari a  $ql^2/16$ , si incrementa nel 1° intervallo di

$$\Delta M_1 = 0.282 \frac{ql^2}{16};$$

detta equazione risulta:

$$\frac{\Delta M_2 l}{3EJ} + \frac{\Delta M_2 l}{3EJ} (1+0.477) = 0.477 \frac{1}{48} \frac{ql^3}{3EJ} - 0.477 \Delta M_1 \frac{l}{3EJ}$$

ove il termine di sinistra indica la rotazione relativa determinata dalla frazione di coppie di congruenza  $\Delta M_2$  che agisce in maniera elastica sulla campata di sinistra e in maniera elastica e viscosa su quella di destra; il termine a destra rappresenta il contributo viscoso dell'iniziale carico e della frazione di coppia iperstatica  $\Delta M_1$ , già evidenziatasi nel primo intervallo. Risultano:

$$\Delta M_2 = 0.138 \frac{ql^2}{16} \qquad \Delta M_3 = 0.150 \frac{ql^2}{16}$$

pertanto

$$\Sigma \Delta M = 0.570 \frac{ql^2}{16}$$

Procedendo con il metodo dell'equilibrio, relativamente sempre al secondo intervallo e ricordando che il coefficiente  $\rho$ , prima definito, per l'intervallo considerato vale

$$\rho = \frac{0.477}{1+0.477} = 0.323$$

si ottiene ancora l'incremento di momento sull'appoggio centrale pari a

$$\Delta M_2 = 0.138 \frac{ql^2}{16}$$

come risulta dallo schema di figura 6, notando che nella fase equilibrante si è avuto riguardo (nei coefficienti di ripartizione) alla maggiore deformabilità per viscosità della campata di destra.

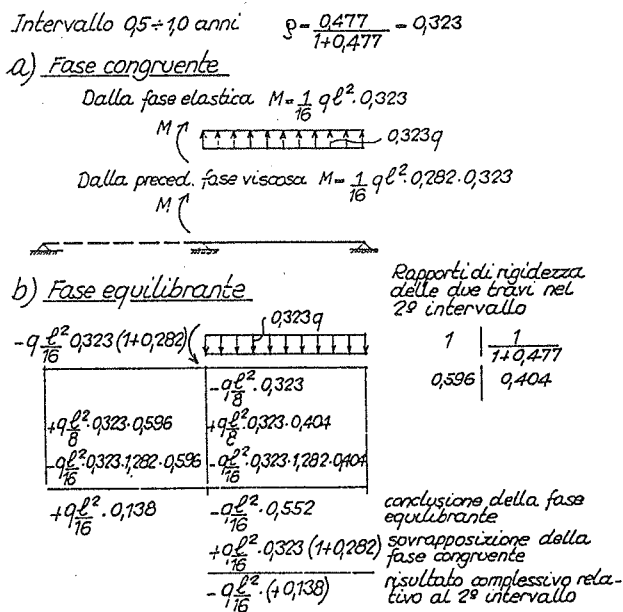


Fig. 6

Il riscontro sull'eguaglianza dei risultati lo si ha anche per le deformazioni che, nel caso del procedimento basato sul "Principio dell'equivalenza", risultano dall'accumulo delle deformazioni delle successive fasi equilibranti (come si è già avuto occasione di accennare).



### 3.3 Annotazioni di confronto fra i due metodi risolutivi

Il confronto fra i due metodi proposti, che con l'eguaglianza dei risultati conforta la validità del ricorso al "Principio della equivalenza", sembra tuttora essere a vantaggio del più tradizionale metodo della congruenza per la semplicità dello stesso e per una maggiore trasparenza che in tale metodo sembra trovare il fenomeno fisico, non bisogna però dimenticare che le conseguenze dei fenomeni viscosi possono acquistare rilevanza anche in strutture complesse, realizzate in tempi diversi, con elevati gradi di iperstaticità, per le quali la risoluzione col metodo della congruenza porterebbe, per ogni intervallo, alla scrittura e alla risoluzione di sistemi di equazioni (i cui coefficienti richiedono una preparazione laboriosa).

Con l'impostazione fatta sulla base del principio dell'equivalenza si è invece osservato che la risoluzione delle strutture, ad ogni passo, è effettuabile con ricorrenti programmi di calcolo in quanto è eliminata la presenza di cerniere interne: ogni calcolo iperstatico (fase equilibrante) è effettuato sulla struttura "aggiornata" come vincoli e come estensione; le sollecitazioni della fase congruente si ottengono invece dalle elaborazioni precedenti sulla struttura eventualmente ancora incompleta, ma già nell'assetto reale per quella fase.

In definitiva ogni risultato intermedio si ottiene dalla sovrapposizione di una combinazione lineare delle soluzioni precedenti (fase congruente), con la soluzione della struttura iperstatica aggiornata e caricata da analoga combinazione lineare delle azioni precedenti, e con gli effetti dei nuovi eventuali carichi. I risultati intermedi vanno accumulati.

Non è stata fino ad ora menzionata la precompressione che pure è frequente nelle strutture costruite per fasi, tuttavia l'effetto della stessa può essere notoriamente ricondotto a quello di carichi equivalenti da trattare (seppure con le debite attenuazioni dovute alle perdite nei cavi) come normali carichi permanenti.

### 3.4 Esempio numerico.

A conclusione delle indicazioni proposte, si riporta un esempio numerico relativo ad una trave di c.a. di 3 campate ( fig. 7a ), costruite secondo la successione temporale di seguito elencata:

|                  |                  |  |
|------------------|------------------|--|
| $t_0 = 0.0$ anni | disarmo e carico | 1 <sup>a</sup> campata.  |
| $t_1 = 0.5$ anni | disarmo e carico | 2 <sup>a</sup> campata già in continuità con la 1 <sup>a</sup> ( che ha subito nel frattempo una 1 <sup>a</sup> quota di conseguenze viscosse. |
| $t_2 = 1.0$ anni | disarmo e carico | 3 <sup>a</sup> campata già in continuità con la 2 <sup>a</sup>   |
| $t_3 = 2.0$ anni | }                | prosecuzione delle conseguenze connesse alla viscosità.  |
| $t_4 = 4.0$ anni |                  |  |

Il dimensionamento e la successione temporale sono puramente indicativi e finalizzati al significato dell'esempio.

Gli effetti sulle sollecitazioni e sulle deformazioni sono indicati nei diagrammi degli abbassamenti e dei momenti ritenuti significativi e riportati in fig. 7b. Gli abbassamenti  $v$  sono stati riferiti alla freccia istantanea  $v_0$  nella mezzeria della trave appoggiata.

Si nota il graduale aumento delle deformazioni ( anche a carico costante ); l'accrescimento dei momenti sugli appoggi è in accordo con la nota circostanza che per effetto della viscosità il regime degli sforzi evolve verso il "regime principale" proprio della struttura costruita e caricata in un'unica fase.

## 4. CONCLUSIONI ED INTENDIMENTI

Si è cercato di individuare un metodo di calcolo per strutture iperstatiche costituite da nervature soggette a scorrimenti viscosi e a variazione di vincolamento facendo ricorso ai concetti del metodo dell'equilibrio con particolare riguardo al "Principio dell'Equivalenza".

Si è visto infatti che lo studio degli stati di deformazione e di sollecitazione di alcune strutture campione, eseguito per singoli intervalli finiti della variabile temporale, può essere condotto passando attraverso fasi congruenti della struttura, ottenibili dall'accumulo di risultati già noti, successivamente equilibrate da carichi (o in generale azioni) agenti sulla struttura aggiornata.

Si evita così l'introduzione di abbattimenti di vincolo che comporterebbero la necessità di scrivere e risolvere, ad ogni passo, sistemi di equazioni nelle azioni incognite.

Col metodo proposto si procede sì con calcolazioni strutturali successive, ma sulla struttura che va ampliandosi (getti di travi successive) o aumenta il grado di iperstaticità interno; pertanto gli stati di sollecitazione e di deformazione sono ottenibili con codici di calcolo ricorrenti e non risultano funzioni di incognite iperstatiche non ancora determinate.

L'equivalenza dei due metodi è stata numericamente provata in alcuni casi ritenuti significativi in quanto contemplano situazioni che più correntemente si possono presentare nella costruzione di strutture continue (ad esempio per i ponti).

Le questioni qui esposte sembrano pertanto rappresentare una utile premessa per programmare procedure in grado di preparare elenchi di carichi (o più in generale di azioni), lanciare ordinatamente il calcolo della struttura nelle successive configurazioni ampliate, memorizzare movimenti e sollecitazioni per fornire, ad ogni passo, con le opportune combinazioni lineari, il quadro completo delle sollecitazioni e delle deformazioni.

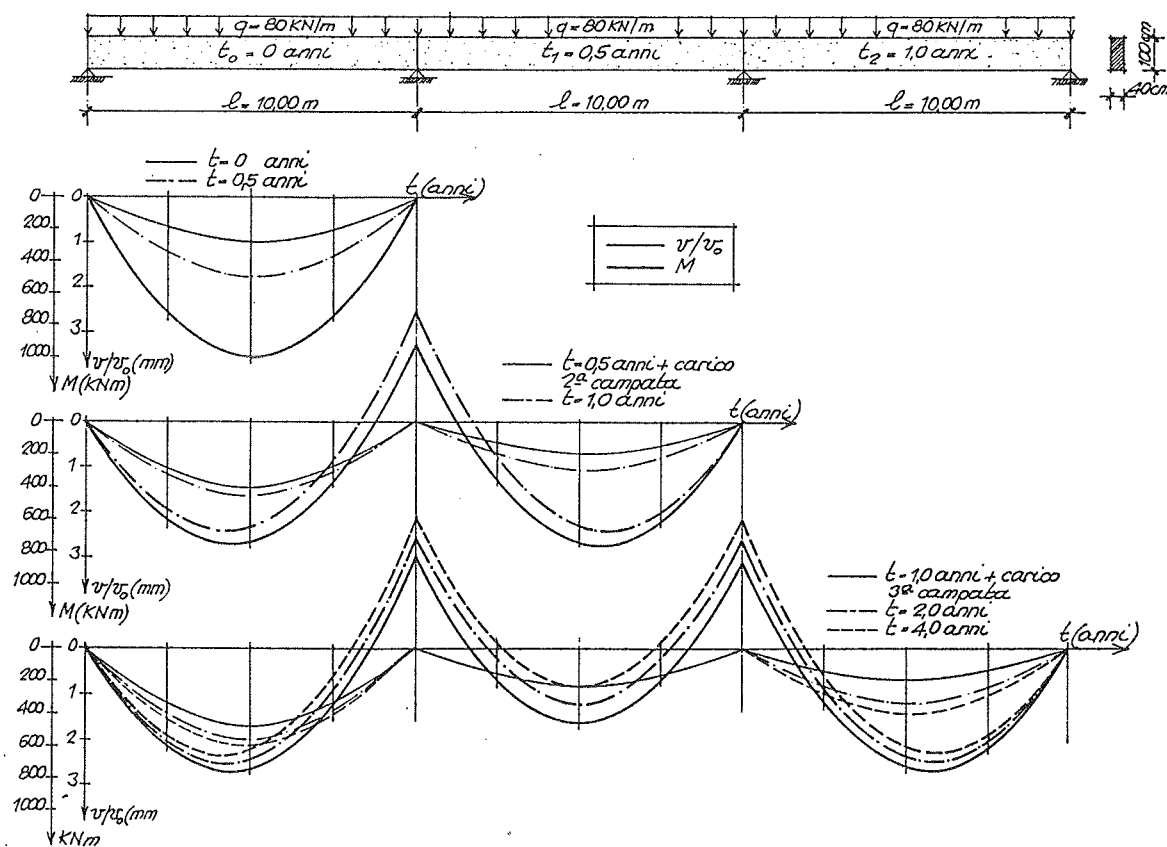


Fig. 7

**BIBLIOGRAFIA**

1. BELLUZZI O.: Scienza delle Costruzioni, Zanichelli, Bologna.
2. POZZATI P.: Teoria e tecnica delle strutture, UTET, Torino.
3. C.E.B./F.I.P.: Model Code for Concrete Structures, 1978.
4. MARTINEZ Y CABRERA F.: Gli effetti viscosi sulle strutture realizzate per fasi successive., "Il Cemento", 1964.
5. MIGLIACCI A.: Applicazione dei principi di viscosità, Tamburini, Milano, 1971
6. MOLA F., GADDI T.: Effetti delle deformazioni differite del calcestruzzo sul comportamento di strutture di C.A. e C.A.P. costruite in tempi successivi, "Studi e ricerche del corso di perfezionamento per le costruzioni in C.A.", F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, 1979.
7. POLUZZI R.: Alcune annotazioni in tema di viscosità emerse nella elaborazione del progetto a trave continua, di cemento armato precompresso, realizzato per fasi successive, Estratto da INARCOS - Ingegneri, Architetti, Costruttori, n. 441 - Sett. 1983.
8. MIGLIACCI A.: Viscosità e ritiro: posizione del problema , soluzione generale e riflessi pratici, Atti del Seminario "Tecnica delle coazioni impresse nella riparazione strutturale", Bergamo - Maggio 1984.
9. MOLA F.: Viscosità e ritiro: soluzione algebrizzata, applicazioni concrete, Atti del Seminario "Tecnica delle coazioni impresse nella riparazione strutturale", Bergamo - Maggio 1984.
10. PUCCI M., SPINELLI P.: Effetti della viscosità in ponti realizzati col metodo della centina autovarante, Atti del Congresso CTE - Venezia, novembre 1988.

**UN MODELLO ANALITICO PER LA RESISTENZA A TAGLIO DELLE TRAVI IN C.A.**

**Gaetano RUSSO - Giovanni PULERI - Gaetano ZINGONE**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Palermo



UN MODELLO ANALITICO PER LA RESISTENZA A TAGLIO  
DELLE TRAVI IN C.A.

Gaetano RUSSO

Giovanni PULERI

Gaetano ZINGONE

Ricercatore

Ingegnere, Allievo del  
Corso di Dottorato di  
Ricerca in Ingegneria  
delle Strutture

Professore Ordinario  
di Tecnica delle  
Costruzioni

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di PALERMO

SOMMARIO

Viene sviluppato un modello analitico per la resistenza a taglio delle travi in c.a. con armatura trasversale costituita da staffe. Il modello è basato sull'analisi meccanica del comportamento a rottura della trave e su una analisi statistica di 79 dati sperimentali disponibili in letteratura. I risultati ottenuti vengono confrontati con quelli derivanti dall'applicazione delle normative ACI e CEB.

SUMMARY

An analytical model for the shear strength of r.c. beams with transverse reinforcement made of stirrups is developed. The model is based on the mechanical analysis of the beam behavior at failure and on a statistical analysis of 79 experimental data available in literature. The results so obtained by the proposed expression are compared with the ones derived from ACI and CEB Code.

1. INTRODUZIONE

La rottura per taglio è, in generale, una rottura di tipo fragile e quindi pericolosa poichè incrementi di carico non previsti determinano il collasso strutturale prima che vengano sfruttate le riserve di deformazione tipiche delle strutture intelaiate in c.a. In relazione a tale fragilità, la valutazione della resistenza ultima a taglio deve essere effettuata con particolare accuratezza.

Numerosi studi teorici e sperimentali sono stati rivolti alla individuazione di un modello analitico in grado di predire la resistenza a taglio delle travi in c.a. [1-4]. Tuttavia, in ragione della variabilità delle modalità di rottura, dell'influenza di numerosi parametri geometrici e meccanici, non è stato a tutt'oggi definito un modello di calcolo adeguato.

L'ipotesi che al di sotto dell'asse neutro il calcestruzzo sia soggetto ad uno stato di tensione puramente tangenziale non è accettabile in presenza della fessurazione diagonale dovuta all'influenza del taglio. Allo stato ultimo il calcestruzzo risulta infatti impegnato sia in zona compressa, ove è soggetto ad uno stato di tensione pluriassiale, sia in zona tesa, tramite il meccanismo di ingranamento degli inerti (aggregate interlock) e l'azione di spinotto delle barre longitudinali (dowel action) [5-7]

È ben noto che all'atto della rottura una parte del taglio viene assorbita dal calcestruzzo ed una parte dall'armatura trasversale [1,2, 6-8]. Ciò è riconosciuto dai codici internazionali più accreditati [9, 10], che distinguono i due corrispondenti contributi di resistenza e prevedono la loro additività.

Nel caso però che sia presente armatura a taglio, si verifica in realtà una interazione tra i meccanismi resistenti del calcestruzzo e quello delle staffe [6]. Sulla base dell'analisi dei contributi di tali meccanismi e dei risultati dei precedenti studi [4,5], viene sviluppato un modello analitico che consente di predire il taglio ultimo per travi con armatura trasversale costituita da staffe.

## 2. MECCANISMI DI RESISTENZA A TAGLIO DOVUTI AL CALCESTRUZZO

Lo schema geometrico e di carico cui usualmente si fa riferimento sia dal punto di vista teorico che sperimentale è rappresentato in Fig. 1(a).

La distanza,  $a$ , tra carico ed appoggio (luce di taglio) e l'altezza utile,  $d$ , definiscono il parametro  $a/d$ , da cui dipende sensibilmente la resistenza a taglio della trave [1-14]. Per lo schema in esame (Fig. 1.a) risulta  $a/d = M/Vd$ , e pertanto il parametro  $a/d$  tiene conto del rapporto tra momento flettente massimo  $M$  e taglio  $V$ .

Allo schema di trave appoggiata con carichi concentrati ci si riconduce correntemente anche nel caso di travi soggette a carichi uniformemente ripartiti. Tali travi si comportano essenzialmente come le travi soggette a carichi concentrati, e la loro luce di taglio può essere definita come [11]  $a = \ell/4$  ( $\ell$  = luce totale della trave).

La condizione di carico uniformemente distribuito viene pertanto sostituita con lo schema che prevede due carichi concentrati, equivalenti al carico distribuito, posti ad una distanza  $a = \ell/4$  dagli appoggi (Fig. 1(b)). Tale definizione rispetta peraltro l'uguaglianza  $a/d = M/Vd$  ove

per M si intenda il momento massimo agente sulla trave e per V il taglio massimo.

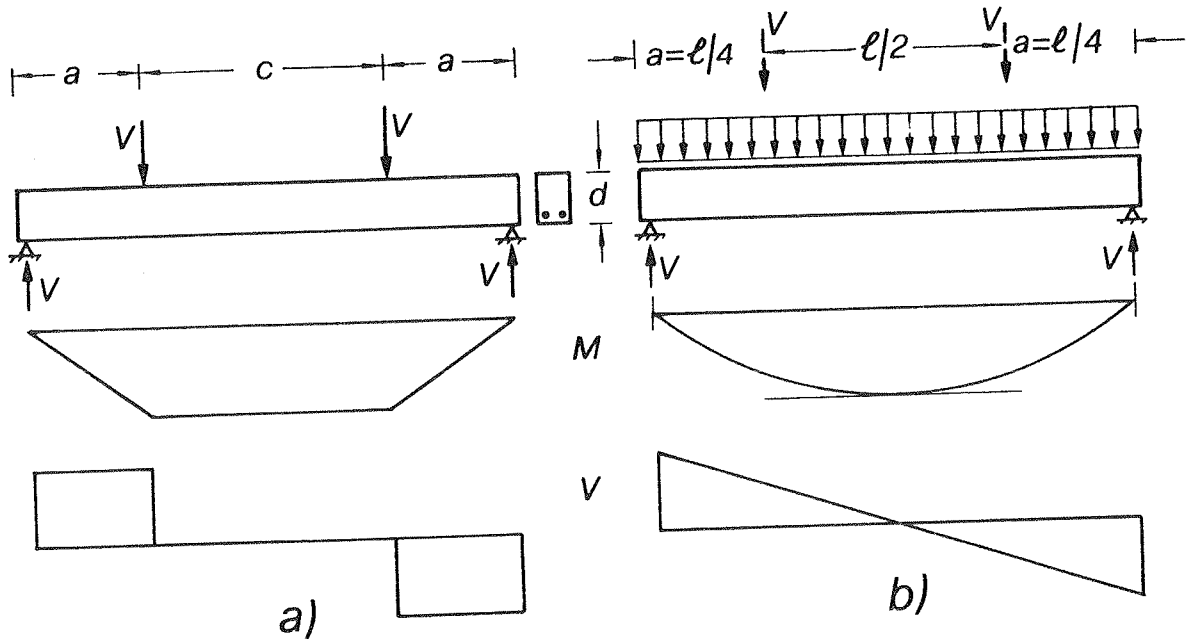


Fig.1(a). Schema geometrico e di carico di riferimento; (b) Analogia per il caso di carichi distribuiti.

Considerando l'elemento di trave compreso tra il carico e l'appoggio (Fig.2) l'equilibrio alla rotazione in una sezione generica di ascissa x può scriversi

$$M = T j d \tag{1}$$

dove  $M = M(x)$  = momento a distanza x dall'appoggio;  $T = T(x)$  = risultante dalle forze di trazione nelle armature longitudinali;  $j = j(x)$  = rapporto tra braccio della coppia interna ed altezza utile della sezione.

Il legame tra taglio V e momento flettente M

$$V = \frac{dM}{dx} \tag{2}$$

per l'Eq.1, nel caso di trave avente altezza costante fornisce

$$V = jd \frac{dT}{dx} + Td \frac{dj}{dx} \tag{3}$$

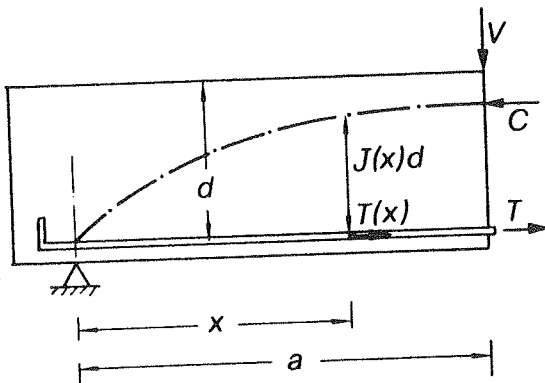


Fig.2. Elemento di trave compreso tra il carico e l'appoggio.

Il primo termine a secondo membro dell'Eq.3 rappresenta il comportamento a trave (beam action) che è l'unico usualmente considerato nella



teoria elastica delle travi. Tale termine individuerebbe da solo la resistenza a taglio della trave se il braccio della coppia interna  $jd$  risultasse costante con  $x$ . Ciò può ritenersi vero solo ad una certa distanza dall'appoggio. Il comportamento a trave è dovuto all'esistenza dell'aderenza acciaio calcestruzzo che rende possibile la variazione dello sforzo di trazione nell'armatura longitudinale. Questa variazione coincide col termine  $dT/dx$  che, per l'equilibrio, individua la risultante delle tensioni d'aderenza barra-calcestruzzo per unità di lunghezza della barra.

In prossimità della zona d'appoggio il braccio della coppia interna non può più ritenersi costante. Infatti il percorso della forza di compressione (luogo geometrico dei centri di compressione lungo l'asse della trave) parte dal punto di appoggio e, al crescere di  $x$  (cioè avvicinandosi al carico), tende verso il lembo superiore della trave.

La variazione della funzione  $j(x)$ , che individua il percorso della forza di compressione, viene tenuta in conto attraverso il secondo termine dell'Eq.3 che rappresenta il comportamento ad arco (arch action). Ciò in analogia al comportamento di strutture del tipo arco-tirante, in cui, per l'appunto, lo sforzo di trazione nel tirante è costante mentre la posizione del centro di compressione varia.

La forza di taglio agente all'atto della rottura  $V_u$ , viene usualmente riferita all'area della sezione (utile) della trave

$$v_u = \frac{V_u}{bd} \quad (4)$$

con  $b$  = larghezza della sezione. La tensione tangenziale media all'atto della rottura  $v_u$ , per il caso di trave priva di armature trasversali, coincide con la tensione tangenziale media assorbita a rottura dai meccanismi di resistenza a taglio dovuti al calcestruzzo  $v_c$ .

Sulla base di una analisi meccanica del comportamento della trave priva di armature trasversali e dei dati sperimentali disponibili in letteratura, Bazant e Kim [11] hanno proposto per  $v_c$  l'espressione

$$v_c = \frac{\rho^{1/3}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}} \left[ 0.83 \sqrt{f'_c} + 206.9 \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right] \quad (5)$$

dove  $\rho = A_s/bd$  è la percentuale di armatura longitudinale con  $A_s$  = area dell'armatura tesa;  $d_a$  = diametro massimo degli inerti ed  $f'_c$  = resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo in MPa. Nell'Eq.5, derivata dall'Eq.3 [11], il primo termine a secondo membro individua la resistenza dovuta al comportamento a trave, mentre il secondo termine individua la resistenza dovuta al comportamento ad arco. Nel presente lavoro l'Eq.5 viene utilizzata per il calcolo dell'aliquota di resistenza a taglio dovuta al calcestruzzo, rispetto alla resistenza complessiva della trave con armature trasversali.

### 3. ANALISI DEL CONTRIBUTO DI RESISTENZA A TAGLIO DOVUTO ALLA PRESENZA DELLE STAFFE.

Il taglio resistente dovuto alle armature trasversali,  $V_s$  viene usualmente calcolato attraverso l'analogia del traliccio [6], che, per il caso di staffe verticali fornisce

$$V_s = \frac{A_v f_{yv} j d}{s} \cot \alpha \quad (6)$$

dove  $A_v$  = area complessiva della sezione di staffe all'interno del passo  $s$ ;  $f_{yv}$  = tensione di snervamento delle staffe ed  $\alpha$  = angolo del campo di compressione diagonale rispetto all'orizzontale. Si fa osservare che il campo di compressione diagonale non è, in generale, parallelo alla fessura, principalmente per effetto delle tensioni di ingranamento degli inerti all'interfaccia della fessura [5].

L'Eq.6, nella quale si assume usualmente  $\alpha = 45^\circ$  (traliccio di Mörch), è basata sull'ipotesi di raggiungimento della tensione di snervamento nelle staffe. Tale ipotesi, peraltro ricorrente [1,2,6,9,10,12], risulta accettabile se lo snervamento delle staffe precede la rottura del calcestruzzo compresso in direzione diagonale.

La tensione tangenziale media a rottura dovuta al meccanismo a traliccio può scriversi

$$v_s = \rho_v f_{yv} j \cot \alpha \quad (7)$$

dove  $v_s = V_s/bd$  e  $\rho_v$  è la percentuale di armatura trasversale data da

$$\rho_v = \frac{A_v}{bs} \quad (8)$$

E' noto che la presenza delle staffe può incrementare il contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio [1,2,5,6]. In un lavoro precedente [5] si è fatto rilevare che tale incremento è dovuto alla interazione staffe-calcestruzzo e che esso interessa soltanto i meccanismi resistenti propri del comportamento a trave. Tale osservazione dovrebbe tradursi dal punto di vista analitico, in un incremento del termine dell'Eq.5 che caratterizza la resistenza dovuta al comportamento a trave. Tuttavia gli effetti dell'interazione staffe-calcestruzzo possono essere inclusi tutti nel termine di resistenza rappresentativa del contributo delle staffe,  $v_s$ , in quanto dovuti alla presenza delle staffe stesse [2].

L'individuazione di una espressione per il contributo di resistenza  $v_s$  si basa, nell'ambito del modello proposto, sull'analogia tra il meccanismo di resistenza a trave ed il meccanismo a traliccio. Come già evidenziato [5] tale analogia sussiste perchè entrambi questi meccanismi entrano in azione per effetto della variazione dello sforzo di trazione nelle barre longitudinali, dovuta alla forza di aderenza  $\Delta T$  che si

desta per la variabilità del momento esterno (Fig.3). La forza  $\Delta T$  viene assorbita in parte per effetto della resistenza flessio-tagliante del blocco compreso tra due fessure, dell'ingranamento degli inerti ( $v_a$ ) e della azione di spinotto ( $V_d$ ) (meccanismo a trave), ed in parte in corrispondenza del nodo staffa-barra-puntone di calcestruzzo (meccanismo a traliccio) (Fig.3). Ambedue i meccanismi concorrono pertanto ad assorbire la variazione di sforzo di trazione (risultante delle tensioni di aderenza tra due fessure consecutive). Ne deriva che il termine  $dT/dx$  a secondo membro dell'Eq.3 può esprimersi in generale nella forma

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dT_c}{dx} + \frac{dT_s}{dx} \quad (9)$$

ove  $T_c$  individua la forza di trazione sulla barra in assenza di staffe e  $T_s$  l'aliquota di forza di trazione per effetto della presenza delle staffe. Il termine  $dT/dx$  può, in generale, esprimersi [11] come

$$\frac{dT}{dx} = c_0 (\pi \Sigma D_b u_b) \quad (10)$$

dove  $c_0$  è una costante,  $\Sigma D_b$  è la somma dei diametri di tutte le barre presenti nella sezione trasversale ed  $u_b$  è la tensione di aderenza trasmessa dalla barra al calcestruzzo. Nel rispetto dell'Eq.9, l'Eq.10 può scriversi

$$\frac{dT}{dx} = c_0 [\pi \Sigma D_b (u_{bc} + u_{bs})] \quad (11)$$

dove  $u_{bc}$  è la tensione trasmessa per aderenza della barra al calcestruzzo in assenza di staffe, e  $u_{bs}$  è l'incremento di tensione di aderenza dovuto alla presenza delle staffe. Si ritiene ragionevole assumere che tale incremento dipenda dal parametro  $\rho_v f_{yv}$  che rappresenta la tensione media esercitata dalla staffa all'interno del passo  $s$  in direzione ortogonale all'armatura longitudinale. La risultante di tale tensione media (verticale) unitamente alla forza di compressione diagonale nel calcestruzzo equilibra la risultante di  $u_{bs}$ .

Essendo inoltre  $\Sigma D_b$  proporzionale a  $\rho^{1/2}$  si ha

$$\frac{dT_s}{dx} = c_1 \rho^{1/2} (\rho_v f_{yv})^p \quad (12)$$

dove la costante  $c_1$  ha le dimensioni di  $\Sigma D_b$ .

Passando a considerare la funzione  $j = j(x)$ , che caratterizza la variabilità del braccio della coppia interna lungo l'asse della trave, si assume [11]

$$j = j_0 \left(\frac{x}{a}\right)^n \quad (13)$$

dove  $x$  è l'ascissa lungo l'asse della trave (Fig.2) e  $j_0$  è il coefficiente che definisce il braccio della coppia interna per flessione semplice. In forma semplificata [11] può porsi

$$j_0 = k \rho^{-m} \quad (14)$$

con  $k$  ed  $m$  due costanti dipendenti dal rapporto  $E_s/E_c$  e da  $\rho$ .

Se si esprime l'ascissa  $x_r$  della sezione di rottura tramite la

$$x_r = \lambda d \quad (15)$$

dall'Eq.13, tramite le Eqq.14 e 15 si ottiene

$$j_r = k_1 \rho^{-m} \left(\frac{d}{a}\right)^n \quad (16)$$

essendo  $k_1 = k \lambda^n$  una nuova costante.

In base all'Eq.3 ed all'Eq.9 e tenendo conto che all'atto della rottura  $j = j_r$  può scriversi

$$V_s = \frac{dT_s}{dx} j_r d \quad (17)$$

Sostituendo le Eqq.12 e 16 nell'Eq.17 si ottiene infine

$$V_s = c \rho^{1/2-m} \left(\frac{d}{a}\right)^n (\rho_v f_{yv})^p b d \quad (18)$$

essendo  $c = c_1 k \lambda^n / b$  una costante adimensionale. Esprimendo l'Eq.18 in termini di tensione tangenziale ed inglobando la differenza  $1/2-m$  in un'unica costante si ha

$$v_s = c \rho^g \left(\frac{d}{a}\right)^n (\rho_v f_{yv})^p \quad (19)$$

Sul modello dell'Eq.19 si è effettuata una correlazione basata sui risultati delle indagini sperimentali condotte da Placas e Regan [3], Mattock e Wang [12], Bresler e Scordelis [13] e Clark [14]. La correlazione è relativa a 79 dati sperimentali, essendo stati esclusi quelli per cui gli stessi autori hanno osservato una rottura di tipo flessionale. I valori di  $v_s$  presi a base della correlazione si sono ottenuti sottraendo ai valori di  $v_u$  sperimentali i corrispondenti valori di  $v_c$  calcolati attraverso l'Eq.5.

I valori ottenuti per le costanti incognite sono:  $c = 0.35$ ,  $g = 0.68$ ,  $n = -0.60$  e  $p = 0.43$ . Approssimando i valori degli esponenti, in

termini di frazione, si perviene all'espressione

$$v_s = 0.34 \left( \rho \frac{a}{d} \right)^{2/3} \sqrt{\rho_v f_{yv}} \quad (20)$$

#### 4. RESISTENZA A TAGLIO DELLA TRAVE CON STAFFE

La resistenza a taglio di una trave con armature trasversali può esprimersi come somma di un contributo dovuto al calcestruzzo ed uno dovuto alle staffe [1,2,6-10,11,13,14]. Pertanto in base alle Eqq.15 e 20 si ottiene

$$v_u = \frac{\rho^{1/3}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}} \left[ 0.83 \sqrt{f'_c} + 206.9 \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right] + 0.34 \left( \rho \frac{a}{d} \right)^{2/3} \sqrt{\rho_v f_{yv}} \quad (21)$$

Le analoghe espressioni per  $v_u$  previste dalle normative ACI [9.] e CEB [10] per staffe verticali sono

$$v_{u,ACI} = \left[ 0.16 \sqrt{f'_c} + 17.2 \rho \frac{d}{a} \right] + \rho_v f_{yv} \quad (22)$$

$$v_{u,CEB} = 2.5 \tau_{Rd} + 0.9 \rho_v f_{yv} \quad (23)$$

dove  $\tau_{Rd}$  è tabellato [10] in funzione della resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo è variabile tra 0.18 ( $f'_c = 12$  MPa) e 0.5 MPa ( $f'_c = 50$  MPa).

Riportando in ascissa i valori di  $v_u$  calcolati in accordo con le norme ACI (Eq.22) [9] ed in ordinata i corrispondenti valori sperimentali, si ottiene il diagramma di Fig.4(a). Analogamente, l'applicazione della normativa CEB (Eq.23) [10] conduce al diagramma di Fig.4(b). In tali diagrammi sono altresì riportate le rette interpolanti i punti ottenuti (equazioni riportate in figura), che risultano sensibilmente distoste dalla retta  $45^\circ$  ( $v_{u,cal} = v_{sper}$ ).

L'incertezza nella predizione della resistenza a taglio è evidente ove si osservi che il rapporto tra valore sperimentale e valore calcolato varia tra 2.52 e 0.9 (applicando la Normativa ACI) e tra 2.94 e 1.05 (applicando la Normativa CEB).

L'applicazione dell'espressione proposta (Eq.21) conduce al diagramma di Fig.5. La maggiore attendibilità di tale espressione rispetto a quelle delle normative prese in considerazione risulta evidente; in particolare il rapporto tra valore sperimentale e calcolato varia tra 1.30 e 0.70. Per rendere cautelativa in ogni caso l'espressione proposta è sufficiente introdurre nell'Eq.23 un fattore pari a 0.7. In tal caso il rapporto tra valore sperimentale e calcolato risulta compreso tra 1.86 e 1.

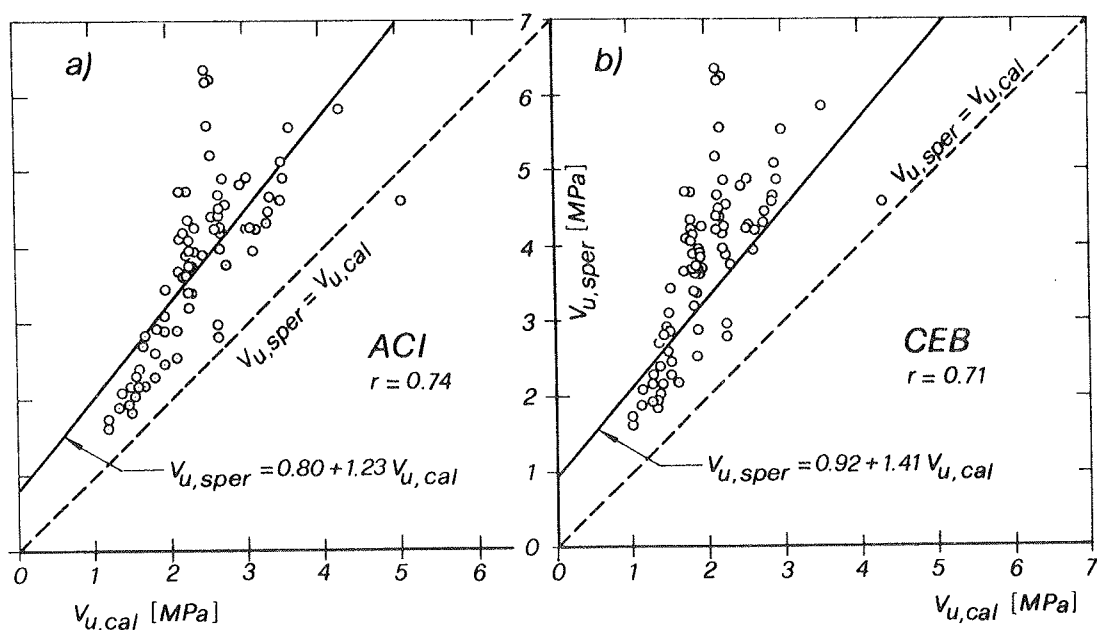


Fig.4. Confronto tra i valori sperimentali di resistenza a taglio e quelli calcolati secondo le Normative (a) ACI e (b) CEB.

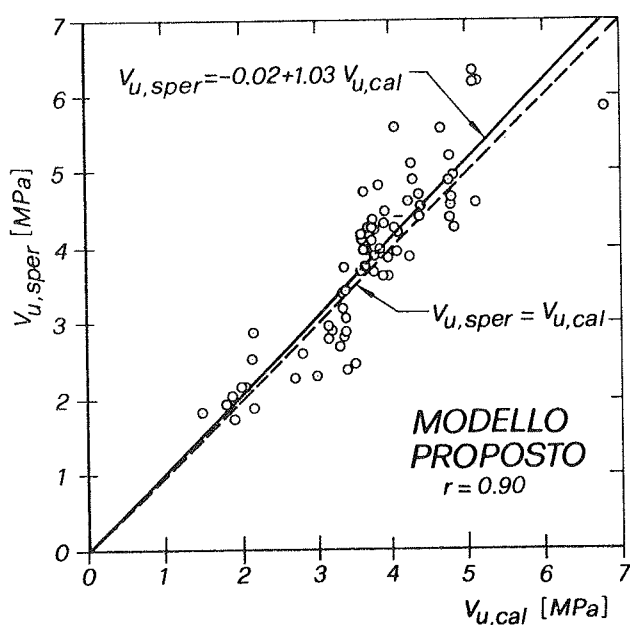


Fig.5. Confronto tra i valori sperimentali di resistenza a taglio e quelli calcolati utilizzando il modello proposto.

Ne risulta che il modello analitico proposto consente la migliore predizione della resistenza a taglio delle travi in C.A., compatibilmente con la complessità dei fenomeni di rottura coinvolgenti il taglio.

## 5. CONCLUSIONI

Tramite l'analisi meccanica basata sull'analogia tra i meccanismi di resistenza a trave (beam action) ed a traliccio (truss action), è possibile dedurre un'espressione per il calcolo del contributo di resistenza a taglio dovuto alle staffe. In tal modo si tiene conto della interazione tra i meccanismi re-

sistenti del calcestruzzo e delle staffe.

L'espressione proposta risulta dipendente non solo dalla percentuale di staffe presenti nella trave e della relativa tensione di snervamento, ma anche dalla percentuale di armatura longitudinale e dal rapporto  $a/d$ .

Dal confronto tra i risultati sperimentali ed i modelli di calcolo incorporati nelle normative internazionali ACI e CEB si rileva una note-

vole disuniformità del coefficiente di sicurezza rispetto alla rottura.

Il modello proposto per il calcolo della resistenza ultima a taglio di travi con staffe, consente una sensibile riduzione della dispersione dei risultati. Ciò si traduce, sostanzialmente, in una maggiore uniformità del coefficiente di sicurezza a rottura.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Haddadin, M.J., Hong, S.T., and Mattock, A.H., "Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force", J.Struct.Div., ASCE, Vol.97, No.9, 1971, pp.2277-2297.
- [2] Mphonde, A.G., "Use of stirrup effectiveness in shear design of concrete beams", ACI Structural J., Vol.86, No.5, 1989, pp.541-545.
- [3] Placas, A., and Regan, P.E., "Shear failure of reinforced concrete beams", ACI Journal, Vol.68, No.10, 1971, pp.763-773.
- [4] Russo, G., Zingone, G., and Puleri, G., "Flexure-shear interaction model for longitudinally reinforced beams", ACI Structural J., 1990, (in press).
- [5] Russo, G., Puleri, G., "Riduzione di capacità flessionale delle travi in C.A. per effetto del taglio: efficacia delle staffe in funzione dei meccanismi resistenti ad arco ed a trave", Studi e Ricerche, Vol.11, 1989, Politecnico di Milano, pp.467-501.
- [6] Park, R., and Paulay, T., "Reinforced concrete structures", John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [7] Fenwick, R.C., and Paulay, T.Sr., "Mechanisms of shear resistance of concrete beams", J.Struct. Engrg., ASCE, Vol.94, No.10, 1968, pp.2325-2350.
- [8] ASCE-ACI Task Committee 426, "The shear strength of reinforced concrete members", J.Struct.Div., ASCE, Vol.99, No.6, 1973, pp.1019-1187.
- [9] ACI Committee 318, "Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-83)", American Concrete Institute, Detroit, 1986.
- [10] CEB-FIP, "Model code for concrete structures", 3rd Edition, Comité Euro International du Béton, Paris, 1978.
- [11] Bazant, Z.P., and Kim, J.K., "Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams", ACI Journal, Vol.81, No.5, 1974, pp.456-468.
- [12] Mattock, A.H., and Wang, Z., "Shear Strength of reinforced concrete members subjected to high axial compressive stress", ACI Journal, Vol.81, No.3, 1984, pp.287-298.
- [13] Bresler, B. and Scordelis, A.C., "Shear strength of reinforced concrete beams", Series 100, Issue 13, Structures and Materials Research, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley, Dec.1964.
- [14] Clark, A.P., "Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams", Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, Vol.48, No.2, Oct.1951, pp.145-156

**IRRIGIDIMENTO A TRAZIONE DELLE BARRE D'ARMATURA**

**Gaetano RUSSO - Filippo ROMANO - Gaetano ZINGONE**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Palermo





## IRRIGIDIMENTO A TRAZIONE DELLE BARRE D'ARMATURA

Gaetano Russo

Ricercatore

Filippo Romano

Ingenere, Allievo  
del Corso di Dotto-  
rato in Ingegneria  
delle Strutture

Gaetano Zingone

Professore Ordinario  
di Tecnica delle  
Costruzioni

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica,  
Università di Palermo, Viale delle Scienze, 90128 Palermo

### SOMMARIO

Viene analizzato l'irrigidimento delle barre d'armature per effetto del calcestruzzo negli elementi in c.a. soggetti a sforzo assiale di trazione. La formulazione è ottenuta sulla base della soluzione analitica che governa l'interazione meccanica tra l'acciaio ed il calcestruzzo. Viene ricavato per via teorica il diagramma carico-deformazione media di un elemento teso in c.a. già esaminato sperimentalmente in letteratura.

### SUMMARY

In this paper an analytical formulation for the evaluation of the tension stiffening effect in r.c. axial tension members is presented. The formulation is based on the analytical solution of the mechanical steel-concrete interaction. A theoretical diagram load average-strain of a tension r.c. member is carried out. This diagram is shown to be in agreement with available experimental results.

### 1. INTRODUZIONE

In un elemento teso in cemento armato il calcestruzzo contribuisce a supportare il carico esterno sia prima che dopo la fessurazione, e

pertanto l'insieme armatura calcestruzzo risulta più rigido della sola armatura. Il fenomeno viene denominato "effetto di irrigidimento a trazione" (tension stiffening effect) poichè il legame tensione-deformazione della barra immersa nel calcestruzzo risulta più rigido di quello dell'acciaio di cui la barra stessa è costituita. Il contributo di resistenza del calcestruzzo risulta rilevante nella fase precedente alla formazione delle prime fessure e diminuisce all'aumentare del loro numero. Tale contributo rimane pressochè costante quando la fessurazione si stabilizza, cioè quando la distanza tra le fessure è la minima compatibile con le caratteristiche geometrico-meccaniche dell'elemento in c.a.. In queste condizioni non può più essere trasferita al calcestruzzo, tramite l'aderenza, una tensione pari a quella che ne produce la rottura per trazione.

Nell'analisi strutturale, il trascurare l'effetto di irrigidimento può comportare una significativa sottovalutazione del carico di crisi dell'elemento in c.a.. Infatti, se il carico non è direttamente applicato sulle armature (travi, lastre, piastre, gusci, ecc.), le tensioni e le deformazioni nell'acciaio risultano sovrastimate rispetto a quelle reali, e pertanto la sicurezza strutturale rispetto allo snervamento dell'acciaio o ad eccesso di spostamenti risulta sottostimata [1].

Lo studio rigoroso del problema richiede la conoscenza della distribuzione delle tensioni d'aderenza lungo la barra, attraverso la quale è possibile calcolare le effettive tensioni trasferite dall'acciaio al calcestruzzo e quindi le deformazioni nei materiali.

Le soluzioni analitiche sviluppate a tutt'oggi si differenziano, soprattutto, per la diversa legge di trasferimento delle tensioni dallo acciaio al calcestruzzo. In particolare, Somayji e Shah [2] assumono una distribuzione esponenziale delle tensioni d'aderenza lungo la barra; Gambarova [3], Floeghl e Mang [1], una distribuzione costante; Gupta e Maestrini [4] ricavano la distribuzione delle tensioni d'aderenza sulla base del legame locale tensione d'aderenza-slittamento assumendolo lineare o bilineare. Nessuno degli studi precedenti utilizza il legame locale (tensione d'aderenza slittamento) non lineare proposto da Eligehausen, Popov e Bertero [5] che interpreta il comportamento sperimentale. Pertanto le distribuzioni delle tensioni nei materiali possono discostarsi sensibilmente da quelle effettive. Conseguentemente, anche l'incremento di resistenza dovuto all'effetto irrigidente può differire nettamente da quello reale.

La determinazione delle tensioni d'aderenza richiede la soluzione di un sistema di equazioni differenziali non lineare che è già stata presentata dagli autori [6]. Tale soluzione è stata generalizzata successivamente tenendo conto del contributo del calcestruzzo agli spostamenti [7].

## 2. ANALISI DELL'INTERAZIONE MECCANICA ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Le equazioni di equilibrio e compatibilità di un elemento infinitesimo di barra immerso nel calcestruzzo sono

$$A_S \frac{d\sigma_S}{dx} = q(u(x))\Sigma_0 \quad (1)$$

$$\varepsilon_S - \varepsilon_C = u' \quad (2)$$

dove  $\sigma_S$  è la tensione nell'acciaio;  $q(u)$  la tensione d'aderenza alla interfaccia acciaio-calcestruzzo, funzione dello slittamento relativo;  $A_S$  l'area della sezione trasversale della barra;  $\Sigma_0$  il perimetro della barra;  $\varepsilon_S$  la deformazione della barra;  $\varepsilon_C$  la deformazione del calcestruzzo;  $u(x)$  lo slittamento relativo funzione dell'ascissa di riferimento e  $u'$  la derivata dello slittamento relativo rispetto a  $x$  ( $u' = du/dx$ ).

L'equazione di equilibrio di un elemento composto acciaio-calcestruzzo sottoposto a sforzo normale agente lungo l'asse dell'elemento risulta

$$A_S \frac{d\sigma_S}{dx} = -\psi A_C \frac{d\sigma_C}{dx} \quad (3)$$

dove  $\sigma_C$  è la tensione nel calcestruzzo;  $A_C$  l'area della sezione trasversale del calcestruzzo e  $\psi$  un parametro, minore o uguale all'unità, che tiene conto della non uniforme distribuzione delle tensioni nel calcestruzzo [2,8]. Il parametro  $\psi$  dipende principalmente dal rapporto  $A_S/A_C$  e dalla disposizione delle armature nell'elemento in c.a.

Derivando l'Eq.2, rispetto a  $x$ , si ottiene

$$\varepsilon'_S - \varepsilon'_C = u'' \quad (4)$$

ove  $u'' = d^2u/dx^2$ .

Nell'ambito del comportamento elastico dei materiali, l'Eq.4 porge

$$u''(x) - \chi q(u(x)) = 0 \quad (5)$$

in cui

$$\chi = (1 + \xi) \frac{\Sigma_0}{A_S E_S}; \quad n = \frac{E_S}{E_C}; \quad \rho = \frac{A_S}{A_C}; \quad \xi = \frac{n\rho}{\psi} \quad (6)$$

con  $E_S$  ed  $E_C$  modulo elastico dell'acciaio e del calcestruzzo, rispettivamente.

Il legame  $q-u$ , nel campo di valori di tensione d'aderenza compresi tra il valore nullo e quello massimo, può esprimersi mediante la relazione [5]

$$q = q_1 \left(\frac{u}{u_1}\right)^\alpha \quad (7)$$

dove  $q_1$  è la tensione massima d'aderenza,  $u_1$  lo slittamento relativo corrispondente a  $q_1$  ed  $\alpha$  un esponente compreso tra 0.2 e 0.5.

Tenendo conto dell'Eq.7, l'Eq.5 diventa una equazione differenziale del secondo ordine non lineare la cui soluzione [6], nell'ambito di  $u > 0$  (in cui ricade la presente analisi) risulta

$$u' = \pm \sqrt{2(\gamma u^\beta + C)} \quad (8)$$

$$x = B \pm \frac{1}{\sqrt{2C}} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \left(\frac{\gamma}{C}\right)^k \frac{u^{1+k\beta}}{1+k\beta} \quad \text{per } 0 \leq u < \left|\frac{C}{\gamma}\right|^{\frac{1}{\beta}} \quad (9)$$

$$x = B \pm \frac{1}{\sqrt{2\gamma}} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \left(\frac{C}{\gamma}\right)^k \frac{u^{\delta-k\beta}}{\delta-k\beta} \quad \text{per } \left|\frac{C}{\gamma}\right| < u \quad (10)$$

dove B e C sono costanti d'integrazione e

$$\gamma = \frac{\chi Q_1}{\beta u_1^\alpha}; \quad \beta = 1 + \alpha; \quad \delta = \frac{1 - \alpha}{2} \quad (11)$$

Poichè risulta  $\gamma > 0$  (Eq.11), entrambe le Eqq.9-10 sono valide anche per  $u = |C/\gamma|^{1/\beta}$  ove risulti  $C < 0$  [7].

Se la costante C è nulla, la soluzione dell'Eq.5 può esprimersi in forma chiusa [7]

$$u = [\pm \delta \sqrt{2\gamma} (x-B)]^{1/\delta} \quad (12)$$

Integrando l'Eq.3, tenendo conto del comportamento elastico dei materiali e dell'Eq.6, si ottiene

$$\epsilon_c = -\xi \epsilon_s + D \quad (13)$$

dove D è la costante d'integrazione.

Le Eqq.2,8, 13 forniscono l'espressione della deformazione dell'acciaio

$$\epsilon_s = \frac{D \pm \sqrt{2(\gamma u^\beta + C)}}{1 + \xi} \quad (14)$$

La deformazione del calcestruzzo si ricava dalle Eqq.13-14

$$\epsilon_c = \frac{D \mp \xi \sqrt{2(\gamma u^\beta + C)}}{1 + \xi} \quad (15)$$

Le espressioni riportate consentono di risolvere tutti i problemi d'interazione meccanica tra acciaio e calcestruzzo, determinando le costanti d'integrazione B, C e D sulla base delle condizioni al contorno.

### 3. DEFORMAZIONI MEDIE DELL'ELEMENTO IN C.A.

Si consideri un elemento monodimensionale in c.a. simmetrico rispetto all'asse longitudinale, soggetto a trazione centrata,  $T$ , per effetto di carichi applicati sulle armature in corrispondenza delle sezioni di estremità dell'elemento. Per la simmetria geometrica e di carico si analizza solo metà elemento. L'origine del sistema di riferimento viene posta nella sezione di estremità (caricata) ed il verso positivo viene scelto entrante nell'elemento. Con questa scelta  $u$  diminuisce con  $x$  e pertanto occorre considerare il segno negativo nell'Eq.8 e, conseguentemente, nelle Eqq.9-12 e 15, e il segno positivo nell'Eq.14.

Le tre condizioni al contorno sono:  $\epsilon_s(0) = \epsilon_{s0} = T/A_s E_s$  ed  $\epsilon_c(0) = 0$  per  $x = 0$ ,  $u(\ell/2) = u_{\ell/2} = 0$  per  $x = \ell/2$ . Pertanto l'Eq.13, scritta per la sezione  $x = 0$ , fornisce

$$D = \xi \epsilon_{s0} \quad (16)$$

L'allungamento della barra d'acciaio risulta

$$\Delta \ell = 2 \int_0^{\ell/2} \epsilon_s dx \quad (17)$$

che, tenendo conto dell'Eqq.8, 14 e 16, diventa

$$\Delta \ell = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{\xi \epsilon_{s0} - u'}{1 + \xi} dx \quad (18)$$

Effettuando l'integrazione a secondo membro dell'Eq.18, e dividendo per  $\ell$ , si ottiene la deformazione media (allungamento percentuale) dell'armatura

$$\epsilon_m = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{\xi \epsilon_{s0} \ell + 2u_0}{(1 + \xi)\ell} \quad (19)$$

Il contributo del calcestruzzo alla riduzione dell'allungamento dello intero elemento è fornito dalla relazione

$$\Delta \ell_c = \Delta \ell_0 - \Delta \ell \quad (20)$$

essendo  $\Delta \ell_0 = \epsilon_{s0} \ell$  l'allungamento della barra nuda.

L'Eq.19 mostra che per calcolare la deformazione media  $\epsilon_m$  occorre conoscere lo slittamento relativo all'estremità della barra.

Per un elemento in c.a. lungo  $\ell$ , fessurato in mezzeria, l'ampiezza della fessura,  $w$ , risulta uguale a  $2u_0$ . Pertanto negli elementi in c.a. con un numero  $n$  di fessure, equidistanti rispetto alle estremità caricate, il diagramma  $T-\epsilon_m$  consente di valutare l'ampiezza delle fessure

$$w = \frac{\ell}{n+1} [\epsilon_m(1+\xi) - \epsilon_{s0} \xi] \quad (21)$$

essendo  $l$  la lunghezza dell'elemento integro

### 3.1. Calcolo dello slittamento d'estremità

Quando l'elemento è abbastanza lungo oppure è sottoposto ad un carico modesto, si verifica che la deformazione dell'acciaio, decrescente con  $x$ , e quello del calcestruzzo, crescente, si uguagliano in un tratto centrale dell'elemento. Ciò implica, per l'Eq.2, che la derivata dello slittamento ( $u'$ ) risulta nulla in tale tratto. Poichè lo slittamento relativo risulta nullo nella sezione di simmetria, esso risulta nullo anche in tutto l'intervallo centrale, essendo ivi nulla la sua variazione ( $u'$ ).

Il semielemento che viene considerato nell'analisi risulta suddiviso dall'ascissa,  $x_p$ , della sezione in cui le deformazioni dei materiali diventano uguali, in due intervalli. La soluzione analitica ( $u-x$ ) si applica all'intervallo, compreso tra  $x = 0$  e  $x = x_p$ , in cui gli slittamenti sono diversi da zero. L'Eq.8, scritta per  $x = x_p$  per cui risulta  $u = u' = 0$ , fornisce  $C = 0$ . Pertanto vale la soluzione in forma chiusa espressa dall'Eq.12.

L'Eq.8, scritta per  $x = 0$  (in cui si ha  $\epsilon_{so} = -u'(0)$ ), fornisce il valore dello slittamento di estremità

$$u_0 = \left( \frac{\epsilon_{so}^2}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (22)$$

La deformazione massima nel calcestruzzo si verifica nella sezione di ascissa  $x = x_p$ . In tale sezione l'Eq.15, tenendo conto dell'Eq.16, fornisce

$$\epsilon_{cmax,1} = \xi \frac{\epsilon_{so}}{1+\xi} \quad (23)$$

L'elemento è fessurato se risulta  $\epsilon_{cmax,1} > \epsilon_{ct}$ . La successiva analisi carico-deformazione deve essere condotta calcolando il valore  $\Delta l_i$  per gli  $n+1$  elementi formati dopo la fessurazione, determinando quindi il valore  $\Delta l = \sum_{i=1}^{n+1} \Delta l_i$ . Poichè  $u = 0$  per  $x = B$  (Eq.12), risulta  $B = x_p$ . Pertanto la soluzione in forma chiusa è valida se risulta  $B \leq l/2$ .

Quando l'elemento è corto, oppure è sottoposto ad un carico elevato, la deformazione dell'acciaio risulta in ogni sezione maggiore della deformazione del calcestruzzo ( $\epsilon_s > \epsilon_c$ ). Conseguentemente risulta  $u' \neq 0$  in tutto l'intervallo  $(0, l/2)$ . Essendo  $u_{l/2} = 0$ , l'Eq.8, scritta per  $x = l/2$ , fornisce  $C > 0$ . Quindi, per quanto asserito alla fine della sezione 2, le serie di funzioni (Eq.9-10) non sono convergenti per  $u = u_d$ .

Dall'Eq. 8, per  $x = 0$ , essendo  $\epsilon_{so} = u'(0)$ , si ottiene

$$C = \frac{\epsilon_{so}^2}{2} - \gamma u_0^\beta \quad (24)$$

L'Eq.9, per  $x = \ell/2$  (essendo  $u_{\ell/2} = 0$ ), fornisce  $B = \ell/2$ . Pertanto tenendo conto dell'Eq.24, l'Eq.9 scritta per  $x = 0$  ( $u = u_0$ ), fornisce

$$\frac{\ell}{2} - f(u_0) = 0 \quad (25)$$

ove si è indicato con  $f(u_0)$  lo sviluppo in serie dell'Eq.9 (con  $u = u_0$ ) tenendo conto dell'Eq.24.

Se al crescere di  $u_0$ , partendo dal valore nullo, l'Eq.25 risulta soddisfatta, compatibilmente con le limitazioni dello sviluppo in serie, si è individuato il valore di  $u_0$ . Viceversa, occorrerà applicare entrambe le Eqq.9-10. In questo caso il valore di  $u_0$  può ricavarsi mediante la tecnica "shooting" [10]. Si fissa  $u_0$  e dall'Eq.24 si ricava il valore di  $C$ , e quindi il valore limite  $|C/\gamma|^{1/\beta}$ . Dall'Eq.10, per  $x = 0$ , si ricava il valore  $B_2$  della costante, mentre il valore della costante  $B$  che compare nell'Eq.9 (valida per il tratto di barra contiguo all'asse di simmetria), è ancora pari a  $B_1 = \ell/2$ . La ricerca del vero valore  $u_0$ , viene interrotta se le Eqq.9-10 calcolate per valori di  $u$  molto prossimi a  $|C/\gamma|^{1/\beta}$  (per difetto l'Eq.9 e per eccesso l'Eq.10) forniscono valori di  $x$  altrettanto prossimi (entro una tolleranza percentuale prefissata).

Nell'ambito della soluzione per serie, la deformazione massima nel calcestruzzo si verifica nella sezione di simmetria ed è fornita dalla Eq.15, utilizzando l'Eq.16

$$\varepsilon_{cmax,2} = \xi \frac{\varepsilon_{so} + \sqrt{2C}}{1+\xi} \quad (26)$$

#### 4. APPLICAZIONE

Le espressioni analitiche sono state applicate ad un elemento monodimensionale in c.a. soggetto a sforzo assiale di trazione esaminato sperimentalmente da Hwang e Rizkalla [11]. L'elemento in c.a. non confinato, individuato dagli autori con il numero 2, è lungo 762 mm, ha una sezione trasversale di 54193 mm<sup>2</sup> ed è armato con 8 barre aventi area complessiva di 796.64 mm<sup>2</sup>. Il calcestruzzo ha una resistenza a trazione di 2.92 MPa e un modulo di elasticità di 30201.48 Mpa [4]. L'acciaio ha una tensione di snervamento di 453 MPa ed un modulo di elasticità di 199955 MPa [4]. Sulla base dei risultati sperimentali per calcestruzzo non confinato [5], si sono utilizzati i valori  $q_1 = 6$  MPa,  $u_1 = 0.3$  mm,  $\alpha = 0.35$ . Si è assunto  $\psi = 1$ , poichè le dimensioni dell'elemento sono modeste e l'armatura è diffusa.

I valori di carico e deformazione media ottenuti da Hwang e Rizkalla [11], incrementando il carico esterno dal valore nullo a quello cor-



rispondente allo snervamento dell'acciaio, sono riportati in Fig.1. Nello stesso diagramma si è riportata la curva ricavata analiticamente col procedimento proposto.

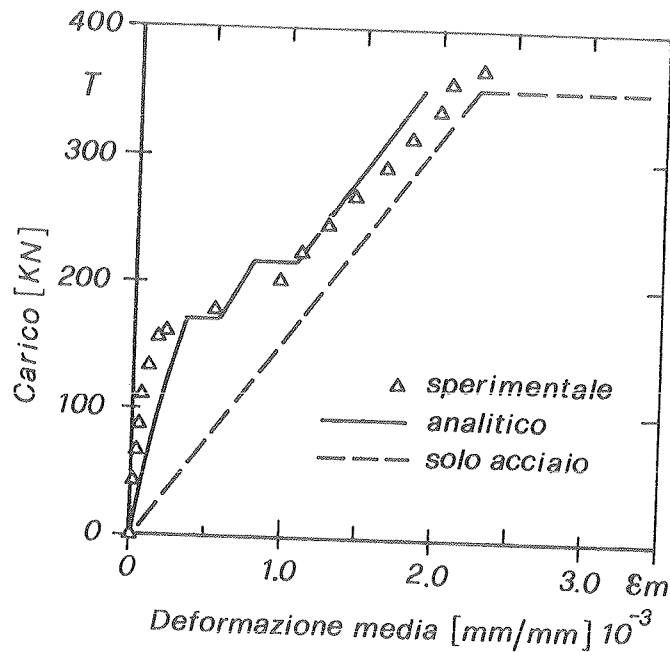


Fig.1-DIAGRAMMA CARICO-DEFORMAZIONE MEDIA

Considerando inizialmente l'elemento integro al crescere di  $\epsilon_{s0}$  i valori di  $u_0$  che compaiono nell'Eq.19 si ricavano dalla soluzione in forma chiusa (Eq.12). Tale soluzione è risultata valida fino al valore di carico esterno corrispondente alla formazione della prima fessura; cioè è risultano  $\epsilon_{cmax,1} = \epsilon_{ct}$  prima che  $B > l/2$ . All'atto della formazione della fessura si verifica un salto nel valore  $\epsilon_m$  (vedi Fig.1) perchè le deformazioni nel calcestruzzo si ridistribuiscono ed il loro valore medio sulla lunghezza dell'intero elemento è minore (Fig.2). Non risultando più valida la soluzione in forma chiusa, per i semi elementi formati, si è applicata la soluzione per serie.

In corrispondenza del valore di carico per cui  $\epsilon_{cmax,2} = \epsilon_{ct}$ , lo elemento si è nuovamente fessurato (secondo salto in Fig.1). Il terzo ramo (finale) della curva si è ottenuto applicando la soluzione per serie all'elemento di lunghezza pari a  $1/8$  della lunghezza dell'elemento integro originario.

Il confronto tra i punti sperimentali ed il diagramma teorico mostra l'accuratezza della formulazione sviluppata.

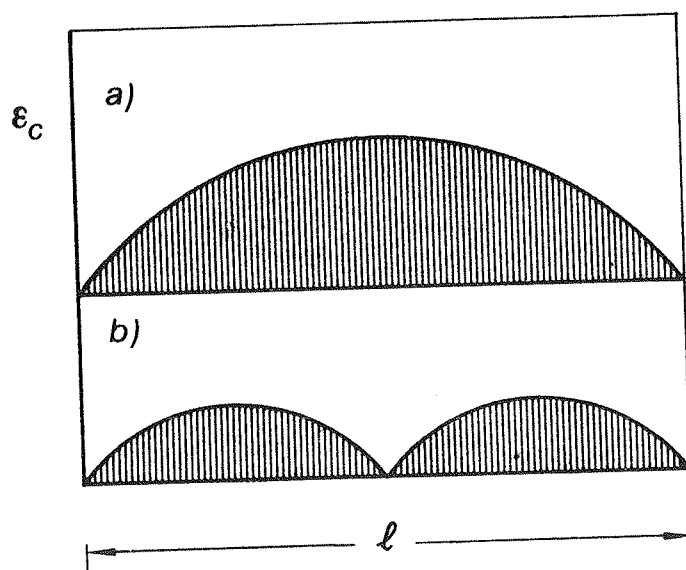


Fig. 2 - ANDAMENTO DELLA DEFORMAZIONE  
NEL CALCESTRUZZO  
a) prima della fessurazione  
b) dopo la fessurazione

## 5. CONCLUSIONI

Tramite la soluzione presentata è possibile analizzare gli elementi in c.a. soggetti a sforzo assiale di trazione tenendo conto dell'effetto irrigidente del calcestruzzo.

La formulazione sviluppata interpreta bene i risultati sperimentali e coglie gli aspetti fondamentali connessi al fenomeno della fessurazione.

L'analisi di elementi in c.a. soggetti a condizioni di carico uniaxiale diverse da quello considerato può essere condotta particolarizzando le costanti di integrazione, della soluzione generale dell'equazione che governa l'integrazione meccanica tra acciaio ed il calcestruzzo sulla base delle condizioni di contorno.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Floeghl, H., and Mang, H.A.: "Tension stiffening concept based on bond-slip", J. Struct. Div., ASCE, Vol. 108, ST12, 1982, pp. 2681-2701.

- [2] Somayji, S., and Shah, S.P.: "Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members", *J. Am. Concr. Inst.*, Vol. 78, No. 3, 1981, pp. 217-225.
- [3] Gambarova, P.G.: "On aggregate interlock mechanism in reinforced concrete plates with extensive cracking", *Proc. IABSE Colloquium on "Advanced Mechanics in Reinforced Concrete"*, Delft, 1981, pp. 99-120.
- [4] Gupta, A.K., and Maestrini, S.R.: "Tension-stiffness model for reinforced concrete bars", *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 116, No. 3, 1990, pp. 769-790.
- [5] Eligehausen, R., Popov, E.P., and Bertero, V.V.: "Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations", Report No. UCB/EERC 83-23, Univ. of California, Berkeley, Calif.
- [6] Russo, G., Zingone, G., Romano, F.: "Analytical solution for bond-slip of reinforcing bars in r.c. joints", *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 116, No. 2, 1990, pp. 336-355.
- [7] Russo, G., Zingone, G., Romano, F.: "Soluzione del problema dell'aderenza per legame locale non lineare tenendo conto del contributo del calcestruzzo agli spostamenti", *Studi e Ricerche*, Vol. 10, Italcementi, Bergamo, 1988, pp. 157-177.
- [8] Edwards, A., and Picard, A.: "Theory of cracking in concrete members", *J. Struct. Div.*, ASCE, Vol. 98, No. 12, 1972, pp. 2687-2700.
- [9] Rehm, G.: "Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton", *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Vol. 138, 1961, pp. 1-59.
- [10] Ciampi, V., Eligehausen, R., Bertero, V.V., and Popov, E.P.: "Analytical model for concrete anchorages of reinforcing bars under generalized excitations", Report No. UCB/EERC 82-23, Univ. of California, Berkeley, Calif., 1982.
- [11] Rizkalla, S.H., and Hwang, L.S.: "Crack prediction for members in uniaxial tension", *J. Amer. Concr. Inst.*, Vol. 81, No. 6, 1984, pp. 572-579.

## **L'EVOLUZIONE DELLE COSTRUZIONI DI C.A. E C.A.P.**

### **- aspetti progettuali**

Presidente di sessione: dott. ing. Giovanni ANGOTTI

Relatore generale: prof. ing. Antonio MIGLIACCI



**USO DEI SISTEMI ESPERTI FONDATI SU REGOLE NELLA PROGETTAZIONE  
STRUTTURALE - UN'APPLICAZIONE AI PONTI IN CA E CAP**

**Aldo CAUVIN**  
Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Università di Pavia

**Giuseppe STAGNITTO**  
Libero Professionista - Pavia



# USO DEI SISTEMI ESPERTI FONDATI SU REGOLE NELLA PROGETTAZIONE STRUTTURALE UN'APPLICAZIONE AI PONTI IN CA E CAP

**Aldo CAUVIN**

Ordinario di Tecnica delle Costruzioni  
Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Università di Pavia

**Giuseppe STAGNITTO**

Libero Professionista - Pavia

## SOMMARIO

Si esaminano le procedure della cosiddetta Intelligenza Artificiale in relazione al problema della scelta della tipologia strutturale e a quello della determinazione preliminare delle dimensioni fondamentali delle sezioni trasversali nelle strutture da ponte. Vengono chiarite le metodologie per la determinazione delle regole e descritti brevemente i meccanismi inferenziali adottati in un sistema esperto sperimentale preparato dagli autori. Vengono inoltre discusse le potenzialità di questi metodi nel miglioramento del processo di Progettazione Strutturale nelle sue fasi iniziali.

## SUMMARY

The procedures of Artificial Intelligence are examined in relation to the problem of the choice of structural type and the establishment of basic dimensions of cross sections in bridge structures. The way by which the knowledge base was built and the shell which was used are briefly described. The potential of these methods in the improvement of the structural design process is also discussed.

## 1. INTRODUZIONE

I cosiddetti "Sistemi Esperti" sono stati usati in molti campi della scienza e della tecnica per meglio organizzare e, soprattutto utilizzare le conoscenze disponibili in campi specifici.

Poiché tali conoscenze crescono in modo assai rapido, sorge il problema di una corretta ed efficace utilizzazione di una grande quantità di dati nella risoluzione di uno specifico problema.

D'altra parte non tutte le conoscenze si prestano ad essere trasmesse mediante i mezzi tradizionali (libri, corsi di istruzione, ecc.). Infatti, esiste un tipo di conoscenza, che si potrebbe definire pragmatico od operativo, che nel linguaggio comune viene raggruppato sotto la denominazione di "esperienza pratica" che mal si presta ad essere formalizzato in modo convenzionale anche perché è, in certa misura, soggettivo.

E' appunto tale tipo di conoscenza operativa, riconducibile a regole più o meno empiriche che più si presta ad essere introdotta nei Sistemi Esperti e, in particolare, a quella specie di Sistemi Esperti che sono fondati su regole (Knowledge Based Expert Systems o KBES).

La conoscenza operativa è di solito acquisita dall'esperto con la propria esperienza personale e dal contatto



diretto con altri esperti ed è di conseguenza limitata dall'ambiente in cui l'esperto ha operato in passato.

Uno dei fondamentali vantaggi dell'uso di un Sistema Esperto è la possibilità di utilizzare una base di dati, sia culturali che operativi, che è il risultato di una esperienza assai più vasta acquisita da molti esperti in circostanze assai diversificate. Altro vantaggio è quello di individuare rapidamente, in funzione dei dati di partenza di uno specifico problema, quelle conoscenze che sono rilevanti ed utili alla soluzione di quel problema. Quest'ultima caratteristica è ovviamente preziosa quando le conoscenze a disposizione sono, come è di solito, numerose e difficili da estrarre dalla voluminosa e dispersa documentazione disponibile.

Non vi è pertanto nulla di esoterico e misterioso nell'uso dei procedimenti dell'"Intelligenza Artificiale" come il titolo della disciplina indurrebbe superficialmente a supporre: si tratta semplicemente di una procedura più razionale per organizzare la conoscenza disponibile in uno specifico settore in modo da rendere tale conoscenza più facilmente ed efficacemente utilizzabile. Nell'ambito di tale organizzazione vengono meccanizzate quelle parti del ragionamento umano che, come è noto da secoli (si può risalire fino ad Aristotile e, in tempi più recenti a Leibniz e Boole [8]), sono riconducibili a schemi formali.

L'uso dell'elaboratore nella manipolazione di tali schemi formali può in molti casi portare a risultati non ottenibili dal cervello umano.

Ci si potrebbe a questo punto chiedere se i metodi "Euristici" dell'intelligenza artificiale, fondati su una logica di tipo essenzialmente qualitativo, siano utilizzabili anche nella progettazione strutturale che, a prima vista, sembra fondata esclusivamente sugli algoritmi quantitativi dell'analisi strutturale che seguono procedure ben definite e programmabili su elaboratore in modo convenzionale.

In effetti, come si vedrà, le scelte fondamentali della progettazione strutturale sono di natura logica, in parte qualitativa, e quindi riconducibili a processi logici di tipo euristico. L'analisi strutturale costituisce solo la fondamentale verifica delle scelte fatte e viene pertanto usata solo in un secondo tempo.

Nel presente lavoro viene analizzata la struttura del processo di progettazione strutturale, allo scopo di individuare le fasi dove i metodi euristici dell'Intelligenza Artificiale possono essere utilizzati in modo efficace.

Viene inoltre descritto un Sistema Esperto sperimentale che ha per oggetto la progettazione di strutture da ponte in CA e CAP, specificando la procedura in base alla quale viene organizzata la base di conoscenza necessaria al suo funzionamento.

Infine vengono fatte alcune considerazioni sulle potenzialità di questi metodi nell'Ingegneria Strutturale.

## 2. IL PROCESSO DI PROGETTAZIONE STRUTTURALE

La progettazione strutturale è un processo complesso che implica sia scelte logiche di tipo euristico che verifiche fondate su algoritmi di analisi strutturale utilizzate in modo iterativo. I due processi interagiscono fra loro nel senso che, se le dimensioni scelte in modo euristico sono sostanzialmente corrette, sono necessari pochi (al limite solo uno) cicli di iterazione di analisi strutturale.

Le due procedure interagiscono anche nel senso che, per operare la scelta di una tipologia strutturale, possono essere necessarie analisi strutturali di tipologie diverse.

Questa interazione fra algoritmi tradizionali e procedure euristiche è forse la caratteristica più saliente da considerare nell'analisi strutturale e costituisce la maggior difficoltà da superare nella preparazione di Sistemi Esperti dedicati a questo specifico problema.

Si tratta infatti di far interagire due procedure di tipo essenzialmente diverso, che utilizzano diversi linguaggi di programmazione, come verrà meglio specificato in seguito.

Sullo schema di fig. 1 è stato rappresentato sinteticamente il processo di progettazione strutturale, indicando con riquadri ombreggiati le fasi che possono avvalersi dell'uso di Sistemi Esperti.

Queste fasi sono:

- la scelta dei materiali strutturali;
- la scelta delle tipologie strutturali;
- la scelta preliminare delle dimensioni delle sezioni critiche;
- l'analisi dei carichi mediante utilizzazione delle istruzioni pertinenti contenute nei regolamenti.

Di norma le prime tre fra queste operazioni sono effettuate in base al giudizio critico del progettista, fondato a sua volta sulla sua esperienza operativa, che è, per sua natura in certa misura soggettiva e fondata su decisioni qualitative e intuitive.

In altre parole è questo un classico esempio di processo logico che può essere descritto, guidato e razionalizzato con i metodi dell'Intelligenza Artificiale.

Allo scopo di chiarire come i Sistemi Esperti possano essere utilizzati in questo campo appare a questo punto utile richiamare alcuni concetti base concernenti i Sistemi Esperti fondati su Regole e specificare con un certo dettaglio quali siano i dati d'ingresso necessari per raggiungere gli obiettivi specificati.

# FASI DELLA PROGETTAZIONE STRUTTURALE

# STRUMENTI

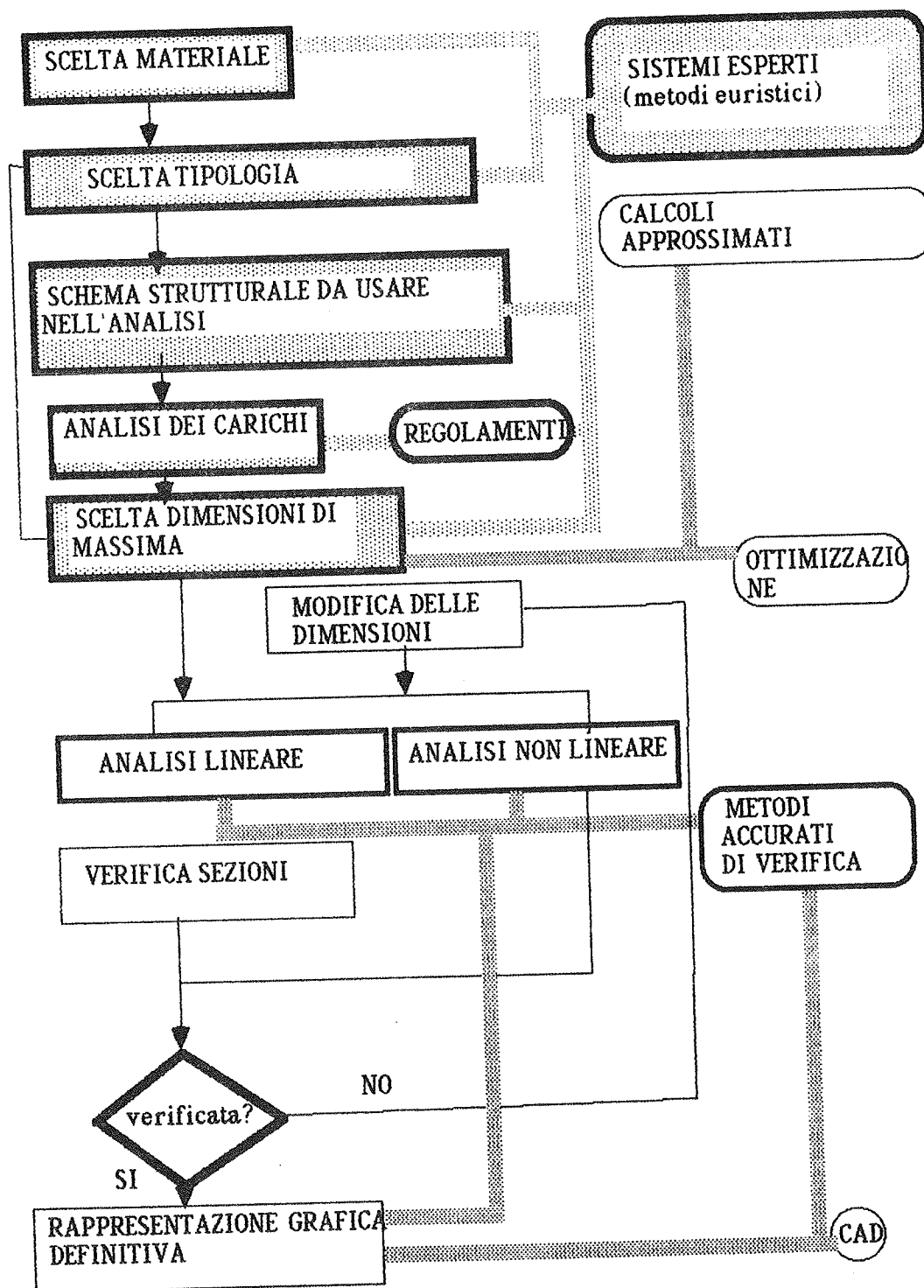


Fig. 1 - Processo di progettazione strutturale

### 3. SISTEMI ESPERTI FONDATI SU REGOLE

Come è noto, i Sistemi esperti sono programmi, la cui struttura di base può essere rappresentata dallo schema di fig. 2.

In questi programmi la base di conoscenza è espressa in termini di fatti assiomatici e regole che vengono determinati organizzando in modo opportuno sia la conoscenza teorica (quella reperibile sui libri) che, soprattutto, quella operativa dedotta dall'esperienza di esperti "umani". Tale conoscenza viene introdotta in due basi di dati (base di fatti e base di regole) utilizzando un'interfaccia che prende il nome di Sistema di acquisizione dei dati.

Come è ovvio l'organizzazione della conoscenza richiede un'accurata organizzazione e chiarificazione dei concetti che il Sistema Esperto dovrà manipolare.

Nella base di fatti sono contenuti sia fatti di validità permanente che fatti specifici del problema che viene di volta in volta studiato, nonché ipotesi che devono essere verificate e che costituiscono l'obiettivo del meccanismo inferenziale. Anche questi fatti e ipotesi sono raccolti ed immagazzinati mediante un'interfaccia del tipo "Domanda e risposta".

Fatti e regole sono elaborati da un cosiddetto "motore inferenziale" che è quella parte del programma che è in grado di effettuare tutte le operazioni euristiche di tipo logico che consentono di ottenere le risposte richieste (verifica o meno delle ipotesi fatte nonché nuovi fatti deducibili dai fatti disponibili e dalle regole).

E' inoltre necessario un modulo esplicativo per fornire una descrizione "trasparente" del percorso logico seguito nel pervenire alle conclusioni. Infatti tali decisioni sarebbero difficilmente adottabili se non supportate da giustificazioni facilmente comprensibili.

E' interessante a questo punto mettere a confronto i sistemi esperti con i programmi algoritmici di tipo tradizionale per evidenziarne le differenze.

In un programma algoritmico tradizionale (utilizzante, ad esempio, il linguaggio FORTRAN) possiamo individuare le seguenti caratteristiche:

- netta è la separazione fra dati del problema e istruzioni del programma. Ogni modifica nella struttura del file di dati richiede una ricodifica del programma. Vi è quindi netta separazione fra conoscenza e il suo utilizzo;
- le istruzioni codificate sono di norma, di tipo quantitativo;
- le conoscenze contenute nel programma sono codificate nel file istruzioni. Per poterle leggere e comprendere è necessario esaminare tale file nella sua interezza, con le ovvie difficoltà che ne derivano;
- le prestazioni del programma sono legate rigidamente al file istruzioni. Per incrementarle è necessario modificare opportunamente quest'ultimo;
- non è di norma possibile ricostruire a posteriori il percorso seguito nella soluzione del problema (a meno di far ricorso a programmi di "debugging" che rallentano enormemente l'esecuzione).

I programmi utilizzati per i Sistemi Esperti hanno invece le caratteristiche seguenti:

- non vi è netta distinzione fra dati ed istruzioni che vengono codificati secondo le medesime regole;
- le istruzioni eseguite, consistenti nell'applicazione di regole, sono, di norma, di tipo qualitativo;
- le conoscenze contenute nel programma consistono in regole compiute, comprensibili indipendentemente dal contesto in cui sono contenute; di qui la maggiore trasparenza del contenuto del programma;
- le prestazioni del programma sono incrementabili senza modifiche alla sua struttura, e quindi senza onerose riprogrammazioni, mediante l'aggiunta, sempre con le medesime modalità, di nuove regole;
- a giustificazione delle decisioni prese viene ricostruito il percorso logico fatto dal programma per pervenire a tali decisioni. Anche in questo senso vi è quindi maggiore trasparenza.

L'antitesi fra i due modi di procedere appare evidente, per cui si rende necessario nella preparazione di Sistemi Esperti di linguaggi specializzati, quali il PROLOG e il LISP, che è stato adottato nel presente studio.

I Sistemi esperti hanno ottenuto notevoli successi quando sono stati applicati a campi molto specifici, specializzati e limitati. Nello schema di fig. 3 sono indicati i possibili campi di applicazione.

La progettazione e, in particolare, la progettazione strutturale, è l'oggetto della presente ricerca.

In particolare sarà considerato, almeno in una prima fase, un problema di progettazione ancor più specifico: la progettazione strutturale dei ponti.

La scelta dei ponti, fra le molte tipologie strutturali disponibili, è stata dettata, oltre che dalla specifica competenza e interesse degli Autori, da alcune caratteristiche che sembrano rendere questo tipo di struttura particolarmente adatto ad essere progettato con l'ausilio degli strumenti dell'Intelligenza Artificiale.

Queste caratteristiche sono:

- i ponti sono opere di grande importanza e quindi le decisioni in sede di progetto hanno importanti conseguenze sul piano economico e ambientale;
- le interazioni con problemi non strutturali sono relativamente piccole in quanto essi influenzano (problemi idraulici e di circolazione) i dati d'ingresso del problema e non il processo di progettazione;
- i ponti sono costruzioni dove il costo della struttura rappresenta gran parte del costo totale;

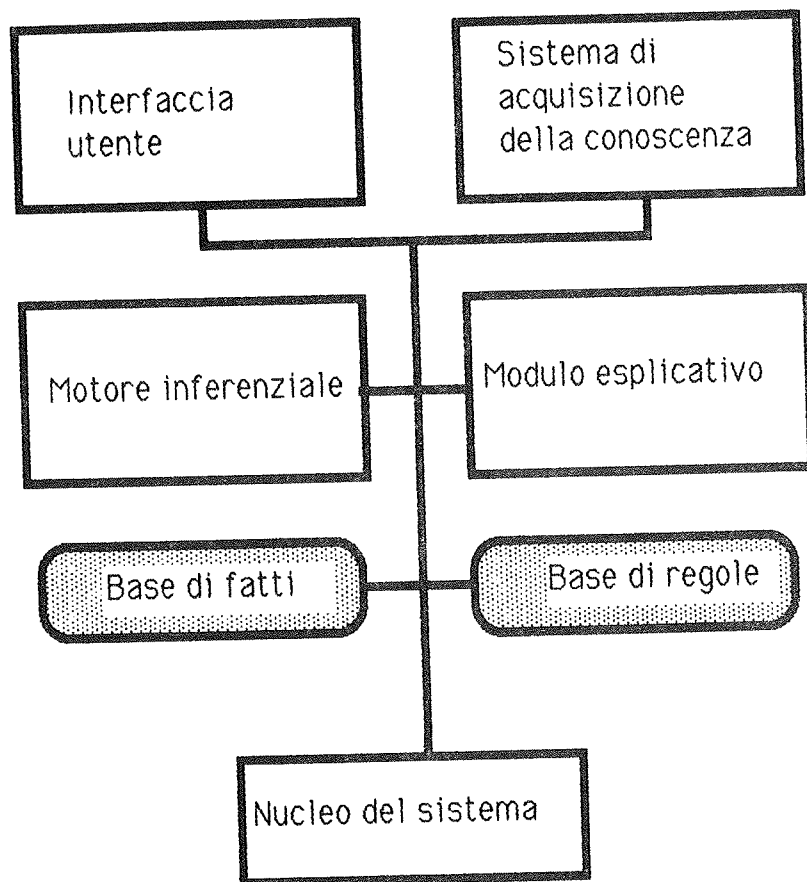


Fig. 2 - Struttura di un Sistema Esperto

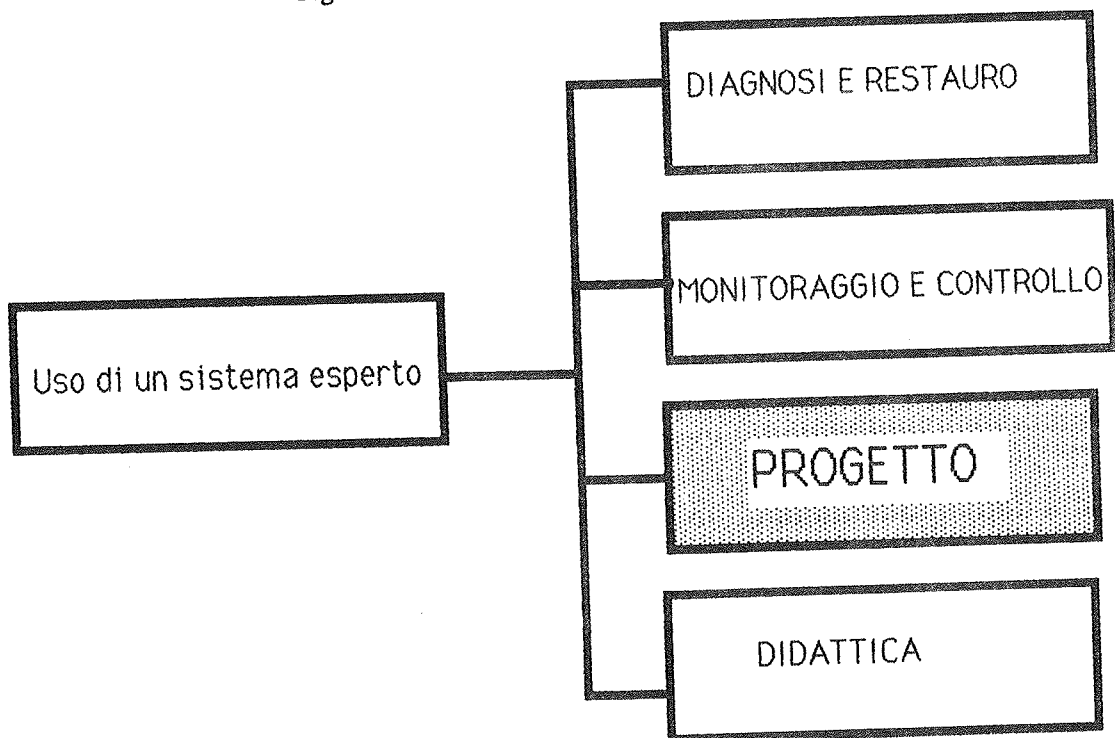


Fig. 3 - Possibili usi di un Sistema Esperto

- i ponti sono strutture semplici dal punto di vista topologico e sono quindi relativamente semplici da classificare.

Una situazione abbastanza simile esiste nel caso delle Strutture Alte, dove pure sono stati fatti sforzi per la preparazione di sistemi esperti dedicati alla progettazione (strutturale e non) [1], [6], [9], [13], [14].

#### 4. FUNZIONE DI UN SISTEMA ESPERTO NELLA PROGETTAZIONE STRUTTURALE

Con riferimento al problema generale della Progettazione Strutturale e, più in dettaglio, alla progettazione dei Ponti, è importante chiarire innanzitutto quali sono gli obiettivi che si intende perseguire e i dati d'ingresso che occorre inserire per risolvere uno specifico problema.

Il processo è rappresentato schematicamente nello schema di fig. 4.

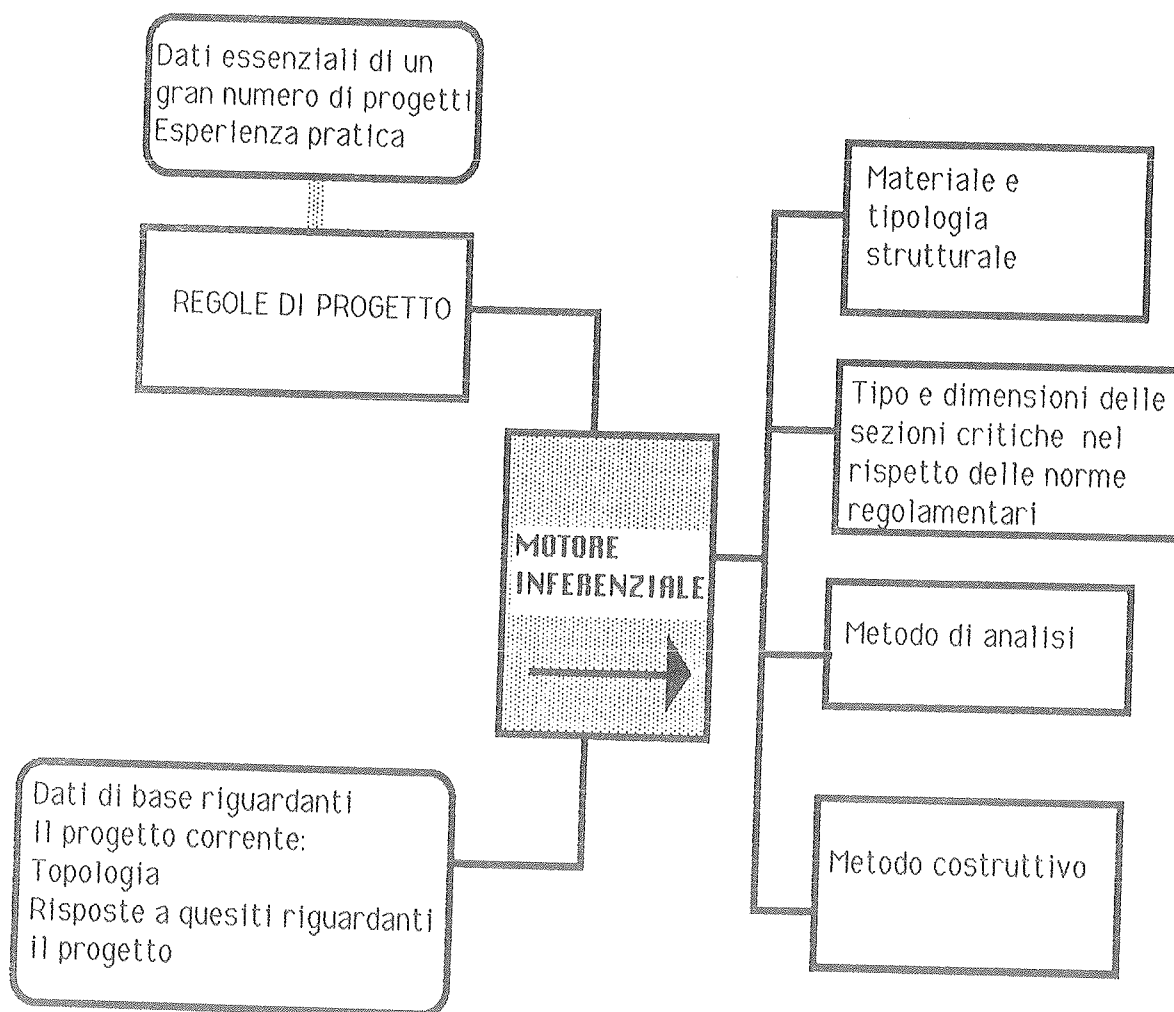


Fig. 4 - Sistema Esperto Exbridge: Input e obiettivi

Gli obiettivi principali da perseguire sono i seguenti:

- Determinazione del materiale e dello schema strutturale più adatti
- Il processo deve essere in grado di chiarire con sufficiente dettaglio lo schema strutturale che soddisfa nel modo migliore le condizioni al contorno del problema.
- Determinazione del tipo e delle dimensioni principali dell'impalcato e delle pile nelle

**sezioni critiche**

In armonia con i dati disponibili tratti da un adeguato numero di opere realizzate, le dimensioni di massima e il tipo di sezione devono essere scelti in modo appropriato.

- **Determinazione del tipo di analisi strutturale più adatto al caso specifico**

Il processo deve essere in grado di specificare il grado di accuratezza richiesto nella modellazione del problema (tipo di analisi, lineare o non lineare, possibili semplificazioni dello schema strutturale, tipo di mesh ed elemento finito da usare per i problemi bi-tridimensionali).

- **Determinazione del procedimento costruttivo più adatto**

In armonia con le caratteristiche generali del progetto, le condizioni ambientali e le esigenze di ordine economico, il Sistema Esperto deve individuare il procedimento costruttivo più adatto.

Per ottenere tali risultati devono essere forniti al processo dati iniziali in grado di definire univocamente le esigenze dello specifico problema.

Nel caso dei ponti i dati iniziali rientrano nelle categorie seguenti:

- **dati topologici derivati dall'orografia del terreno e dalle esigenze di tipo geognostico e idraulico**

Per semplicità sono state individuati cinque tipi di schema geometrico, a cui è possibile ricondurre tutti (o quasi) i casi possibili. Tali geometrie sono riportate sul lato sinistro dello schema di fig. 5;

- **dati iniziali aggiuntivi che definiscono le altre condizioni al contorno**

Come già detto questo genere di informazioni può essere fornito al programma utilizzando una procedura interattiva del tipo "domanda e risposta" in cui una serie coordinata e coerente di domande permette di orientare la ricerca nel modo più opportuno.

## 5. DEFINIZIONE DELLE REGOLE DI PROGETTAZIONE E DEI FATTI ASSIOMATICI RIGUARDANTI LE STRUTTURE DA PONTE

La costruzione della base di conoscenza è ovviamente la parte più importante nella costruzione di un Sistema Esperto.

La prima operazione da compiere è la classificazione univoca e coerente dei concetti che verranno introdotti nei fatti, ipotesi e regole e verranno manipolati dal motore inferenziale.

Ad esempio, nel problema in esame riguardante i ponti assume importanza particolare la definizione delle tipologie strutturali utilizzabili.

Sulla fig. 5 sono riportati gli schemi di tali tipologie indicando anche con quali schemi topologici tali tipologie sono compatibili. A tali tipologie generali (di primo livello) si possono far corrispondere tipologie più specifiche, ad esse subordinate nel senso che le proprietà e, in particolare le regole attribuite al primo livello, si trasmettono "ereditariamente" al secondo venendosi così a costituire una struttura gerarchica di concetti (approccio problem oriented [10]) che permette di semplificare, riducendone il numero, la base di regole.

Ad esempio alla tipologia strutturale di primo livello "Ponte ad arco" corrispondono dei sottotipi di secondo livello che descrivono le variazioni possibili dello schema base (ponte ad arco ad impalcato superiore, ad impalcato inferiore a spinta eliminata, ecc).

Come già detto la base di conoscenza è organizzata in modo da essere elaborata da un "motore" inferenziale ed è composta di fatti (e ipotesi) espressi nella forma:

A è B,

e da leggi elementari del tipo:

se (If) A è B allora (then) C è D.

La classificazione operata sui concetti base e la cultura e la conoscenza operativa degli ingegneri progettisti che collaborano alla costruzione del sistema consentono, sia pure con qualche difficoltà, di preparare fatti e regole rilevanti alla soluzione del problema.

Il parametro più importante è ovviamente, nel caso dei ponti, al fine della definizione della tipologia strutturale, la "luce principale" del ponte stesso.

E' interessante rilevare che, aumentando le dimensioni della base di dati, le conclusioni cui perviene il Sistema Esperto, inizialmente molto banali, diventano sempre più significative e, quel che più conta, non più prevedibili a priori.

Pertanto, il meccanismo inferenziale consente di elaborare "frammenti" di informazione noti all'esperto per ricavare conclusioni perfettamente logiche e coerenti cui l'esperto non sempre è in grado di pervenire autonomamente, pur essendo in possesso di tutti i dati elementari.

Per la determinazione delle dimensioni delle sezioni critiche si può far ricorso ad un procedimento di tipo induttivo per cui le dimensioni vengono estrapolate dai dati relativi a progetti realizzati, opportunamente diagrammati in funzione della luce principale del ponte. Ad esempio sulla fig. 6 sono riportati, in funzione della

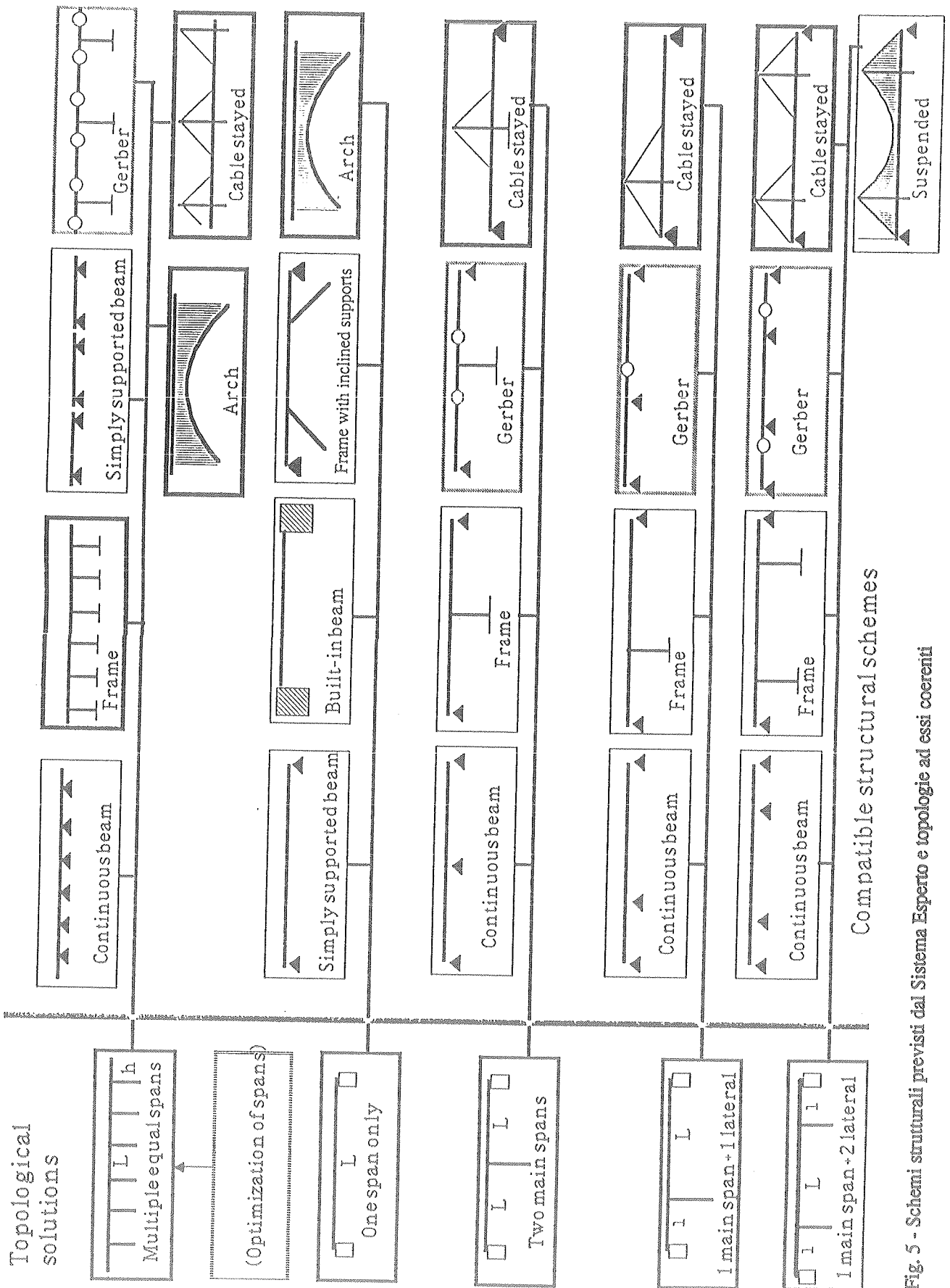


Fig. 5 - Schemi strutturali previsti dal Sistema Esperto e topologie ad essi coerenti

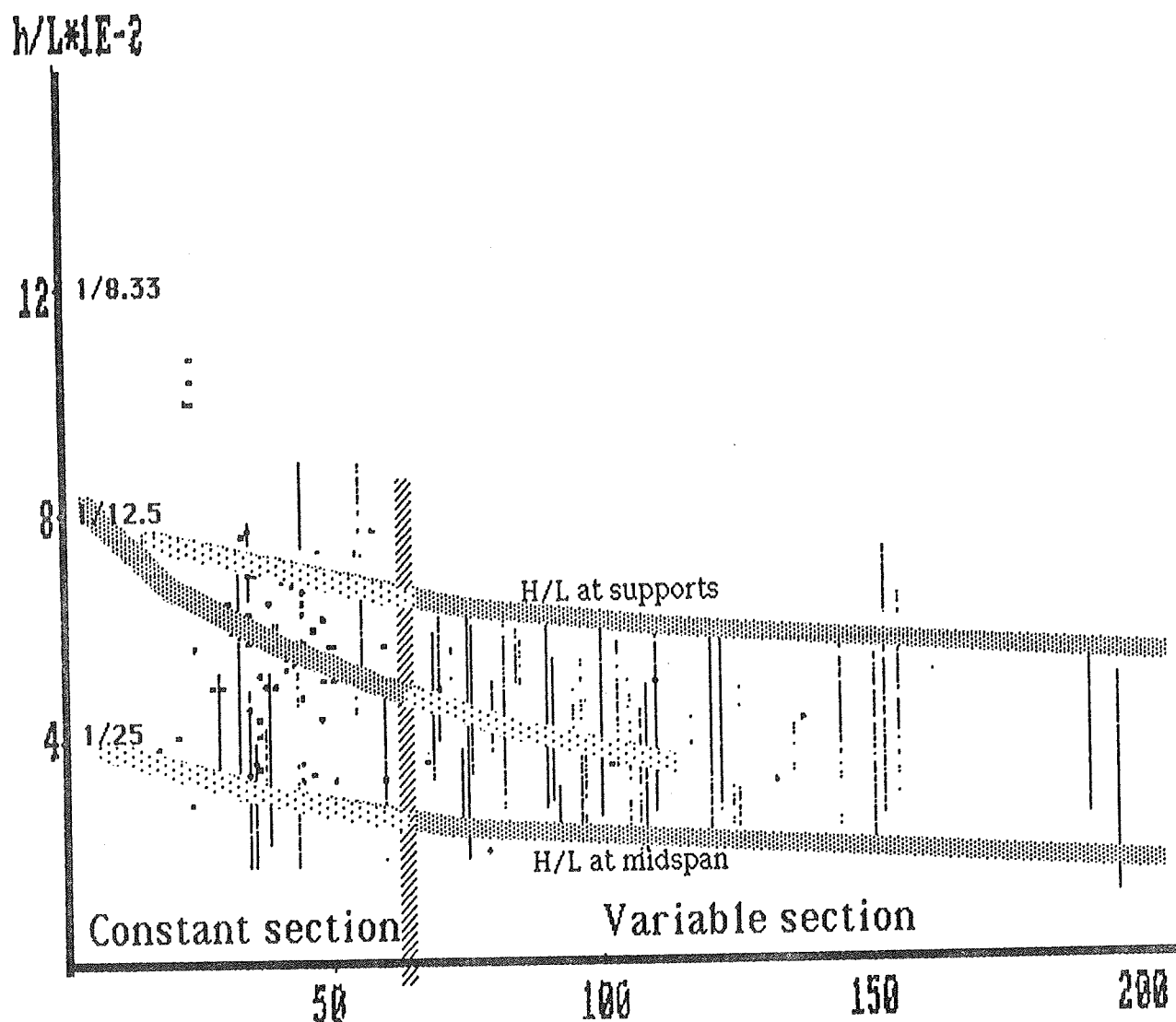


Fig. 6 - Estrapolazione dei valori H/L di progetto

luce principale, i rapporti altezza/luce degli impalcati relativi ad una popolazione di ponti. Il rapporto altezza/luce è rappresentato da un punto se la travata è ad altezza costante, da un segmento verticale, i cui estremi rappresentano il rapporto altezza/luce rispettivamente delle sezioni ad altezza massima e minima nel caso di impalcato ad altezza variabile. Da tale rappresentazione è possibile estrapolare i valori medi, minimi e massimi del ponte che si intende progettare. E' anche possibile ricavare gli intervalli di luce in cui prevale l'impalcato ad altezza costante e quello ad altezza variabile.

Quindi estrapolando opportunamente questo tipo di dati è possibile ricavare regole (quantitative in questo caso) che permettono la definizione a priori di dimensioni fondamentali, consentendo così una immediata valutazione approssimativa dei costi e riducendo successivamente il numero di analisi strutturali necessarie alla definizione e alla verifica finale del progetto.

Si noti infine che tale modo di procedere nulla ha a che fare con i procedimenti di ottimizzazione, che sono algoritmi volti a determinare le dimensioni che minimizzano una certa funzione obiettivo (costo o peso). In questo caso ci si limita invece a dimensionare la struttura per analogia a strutture esistenti.



## 6. CARATTERISTICHE DEL SISTEMA ESPERTO UTILIZZATO

E' stato approntato un Sistema Esperto sperimentale, denominato Exbridge modificando opportunamente uno "Shell" esistente e approntando un primo insieme di regole applicato a tipologie di "primo livello" nel senso precedentemente specificato.

Il motore inferenziale opera secondo due meccanismi possibili:

- concatenazione in avanti (forward chaining);
- concatenazione all'indietro (backward chaining).

Come è noto ogni regola è costituita da una o più premesse e da una sola conclusione: ha perciò la forma generale: Se si verifica un certo fatto (premessa), allora è vera una certa conclusione.

Nella "concatenazione in avanti" si confrontano le premesse delle regole disponibili con i fatti ritenuti veri e quando una premessa coincide con un fatto, la conclusione di tale premessa è aggiunta alla lista dei fatti oppure, se coincide con un'ipotesi, l'ipotesi stessa è ritenuta verificata. Il procedimento continua finché è possibile verificare un'ipotesi formulata preliminarmente o aggiungere nuovi fatti a quelli disponibili.

Nella "concatenazione all'indietro" si deve formulare obbligatoriamente una (o più) ipotesi che, se non contenuta nella lista dei fatti, deve coincidere con la conclusione di una regola. Si confronta allora la premessa di tale regola con la lista dei fatti. Se il confronto ha esito negativo, ed essa compare come conclusione di una regola, si assume tale premessa come nuova ipotesi e si ripete il ciclo fino ad esaurire tutte le premesse così individuate (che compaiono cioè come conclusioni di una regola) o fino a trovare la coincidenza fra premessa e un fatto (nel qual caso l'ipotesi è verificata).

Pertanto, nella "concatenazione in avanti" si procede dalle premesse alle conclusioni, mentre, nella "concatenazione all'indietro" si procede in senso inverso.

Sulla fig. 7 sono riportati i diagrammi a blocchi delle due procedure. Su tali diagrammi sono anche riportate le istruzioni LISP più importanti utilizzate nel meccanismo inferenziale. Entrambe le procedure sono state implementate nel motore inferenziale adottato.

Si noti infatti che le procedure sono complementari fra loro :infatti, nella concatenazione in avanti il meccanismo di inferenza è guidato dai fatti e quindi il procedimento è preferibile quando, da tali fatti, si vogliono ricavare tutte le conclusioni possibili.

Nella concatenazione all'indietro invece il meccanismo di inferenza è guidato dalle ipotesi e quindi dall'obbiettivo ;di conseguenza tale procedimento deve essere usato quando sia importante verificare solo certe ipotesi prefissate a priori.

Per quanto riguarda le caratteristiche del linguaggio di programmazione utilizzato (il LISP), si ricorda che esso è particolarmente adatto per strutture simboliche. Infatti chi programma in LISP è spinto a pensare in termini di puri simboli, trasformati in continuazione da funzioni predefinite (funzioni di sistema) o da funzioni definite dall'utente. In altri termini, programmando in LISP diviene inessenziale cogliere differenze fra dati e programmi, avendo entrambi la stessa forma sintattica.

Con il LISP è possibile trattare informazioni in cui il significato è dato proprio dal nome della variabile usata per rappresentarle: il LISP manipola cioè direttamente il "Simbolo" associato all'ente che intendiamo rappresentare.

Da un Sistema Esperto è possibile scorporare il nucleo contenente il motore inferenziale e adattarlo a nuove situazioni.

E' pure possibile progettare di proposito un "guscio" (Shell) adatto per applicazioni specifiche.

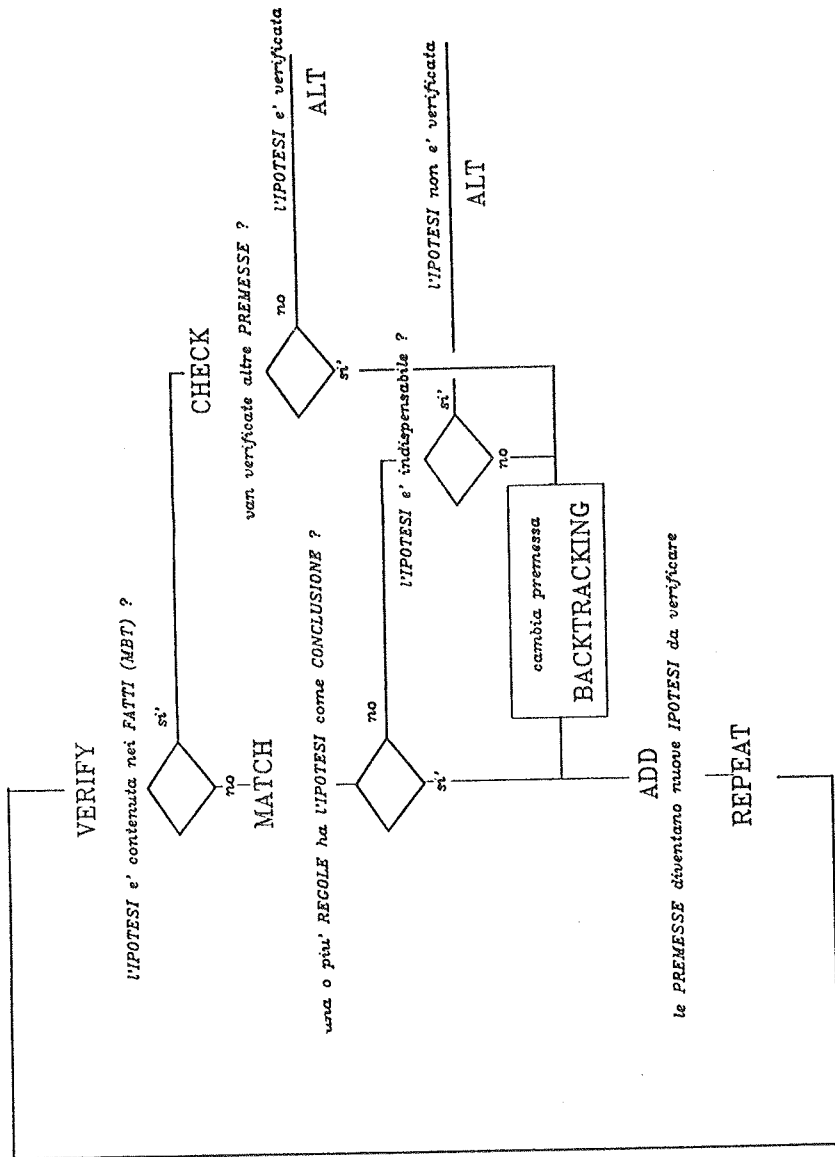
Uno Shell è in pratica un file composto dalla definizione di molte funzioni le quali gerarchicamente giungono fino alle primitive del LISP, oltre ai comandi di caricamento dei files contenenti la base di conoscenza.

Scopo in prospettiva della presente ricerca è anche quello di preparare uno "Shell" di Sistema Esperto modellato sul tipo di problema che si intende trattare utilizzando come base lo shell descritto in [2], non eludendo le difficoltà di programmazione insite in questo approccio , e rinunciando a utilizzare uno "Shell" preconfezionato, usato come "scatola chiusa".

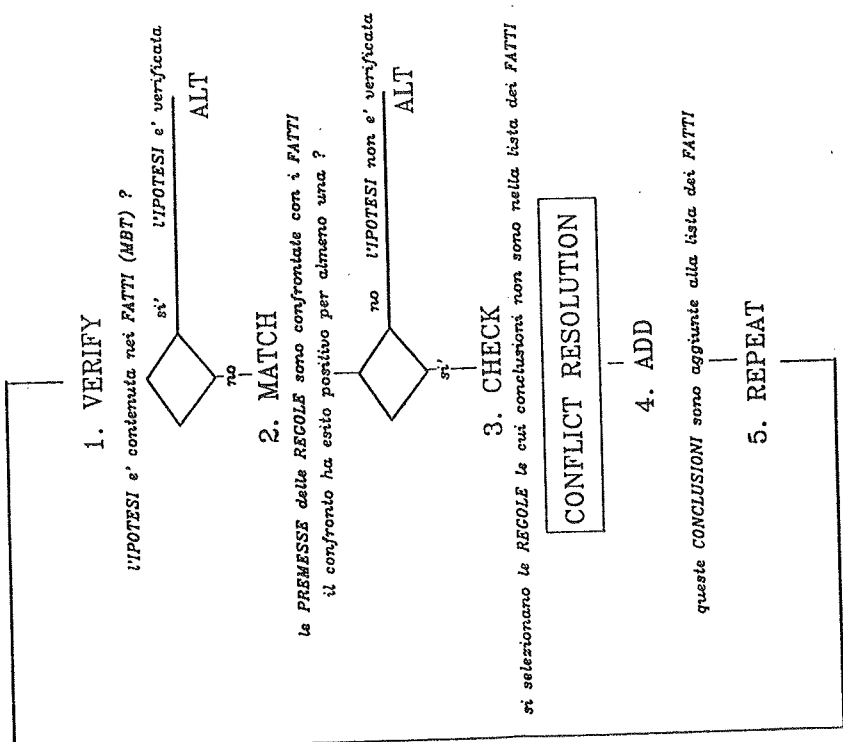
## 7. CONCLUSIONI

- Le conclusioni fondamentali che possono essere ricavate dalla discussione fatta possono essere così riassunte:
- i Sistemi Esperti possono essere utilizzati con profitto nelle fasi fondamentali della progettazione strutturale specie se il campo coperto dal Sistema Esperto utilizzato è specialistico e quindi limitato;
- Pertanto un Sistema Esperto opportunamente preparato può essere assai utile nelle fasi preliminari (che sono anche di norma le più decisive per la buona riuscita) della progettazione di un ponte;
- gli elementi di conoscenza riguardanti la progettazione di un ponte possono essere raccolti con relativa facilità utilizzando l'esperienza operativa dei progettisti e dati ricavati dall'esame critico di opere esistenti, come

# CICLO INFERENZIALE



# BACKWARD CHAINING



# FORWARD CHAINING

Fig. 7 - Meccanismi inferenziali

- d'altronde si è sempre fatto, in modo però empirico, incompleto, incoerente e poco coordinato;
- la possibilità di elaborare un gran numero di dati aumenta la probabilità di prendere le decisioni più opportune, sia perché è possibile sfruttare un'esperienza più estesa di quella individuale, sia perché il meccanismo inferenziale è più efficiente della mente umana, a parità di dati disponibili, quando tali dati diventano molto numerosi.

E' anche possibile forse per tale via superare la "pigrizia" del progettista che tende a ripetersi utilizzando schemi ben noti e collaudati, i quali però possono non essere nè i più idonei nè i più economici nel caso specifico.

## 8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Experteach II System, Introduction to Expert System concepts, Intelligenceware Inc., Los Angeles, CA, 1986
- [2] Experteach II System, Lisp Expertsystem shells, User's manual Intelligenceware Inc. Los Angeles, CA
- [3] Experteach II System, Prolog Expert system shells, User's manual Intelligenceware Inc. Los Angeles, CA
- [4] Grinsom and Patil - AI in the 1980s and beyond-an MIT survey, MIT Press, Cambridge Mass, 1987
- [5] Sriram e Adey - Knowledge based Expert Systems for Engineering, Computational Mechanics Publications, 1987
- [6] Tuncer Akiner V. - Knowledge Based Systems for Tall Buildings, Second Century of the Skyscraper, Council on Tall Buildings and Urban Habitat, Van Nostrand Reinhold, New York 1988
- [7] Fenves, Baker - Spacial and procedural language for Computer Aided Structural Analysis, from Expert System Computer Aided Design, Elsevier 1987
- [8] Pratt V - Thinking Machines. The evolution of Artificial Intelligence, Blackwell, Oxford 1987
- [9] Expert Systems in Civil Engineering, IABSE Report, vol. 58, ottobre 1989
- [10] Garret J H - Knowledge based Expert Systems: past present and future, IABSE Surveys S45/90, IABSE Periodica 3/1990.
- [12] Fang e altri - Role of Modular Expert Systems in Planning, Analysis and Design of Large Structural Systems, Tall Buildings, 2000 and beyond, Atti del 4rth World Congr. Hong Kong, Council on tall Buildings and Urban Habitat, 1990.
- [13] Fenves S J , Maher M.L., Sriram D. - Knowledge based Expert Systems in Civil Engineering, IABSE Periodica, n. 4, 1985
- [14] Maher M.L., Fenves S.J. - HI-RISE: an Expert System for preliminary design of High Rise buildings, Technical Report, Dept of Civil Engineering, Carnegie Mellon University, 1984

## RICONOSCIMENTI

Questa ricerca è stata eseguita con il parziale supporto finanziario del C.N.R.

INDAGINE SPERIMENTALE ED ANALITICA SUL COMPORTAMENTO  
DINAMICO DI UNA STRUTTURA DI TIPO INDUSTRIALE PREFABBRICATA  
CON ELEMENTI DI C.A. E C.A.P.

Pier Paolo DIOTALLEVI - Maurizio MERLI  
Istituto di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Bologna



## INDAGINE SPERIMENTALE ED ANALITICA SUL COMPORTAMENTO DINAMICO DI UNA STRUTTURA DI TIPO INDUSTRIALE PREFABBRICATA CON ELEMENTI DI C.A. E C.A.P.<sup>(\*)</sup>

Pier Paolo DIOTALLEVI - Maurizio MERLI<sup>(°)</sup>  
Istituto di Tecnica delle Costruzioni - Università di Bologna

### SOMMARIO

Si riportano i risultati di un'indagine sperimentale eseguita con misura di accelerazioni in vari punti di una struttura prefabbricata monopiano di tipo industriale, sulla cui copertura è stata messa in funzione una vibrodina. I risultati vengono confrontati con quelli ottenuti da un modello analitico in cui si è tenuto conto della presenza dei pannelli di tamponamento.

### SUMMARY

We refer the results of an experimental research made with acceleration measures in various points of a prefabricated monolevel structure of industrial type, on which covering a vibrodina was acting. The results are compared with those obtained from an analytical model in which it has been considered the presence of the exterior panels.

### 1. PREMESSA

Nella presente nota sono riportati i risultati di una campagna di indagini di tipo sperimentale volta ad acquisire informazioni sul comportamento in regime dinamico di una struttura industriale realizzata con elementi prefabbricati di c.a. e c.a.p.

Si tratta di un capannone monopiano ad una sola campata facente parte del complesso di opere realizzate nell'ambito dei lavori di adeguamento e potenziamento dell'impianto di depurazione della città di Cesena (Forlì)<sup>(1)</sup>.

Sulla copertura, con falde di modesta pendenza, è stata posizionata la vibrodina del Laboratorio dell'Istituto di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Bologna ed è stata successivamente messa in vibrazione la struttura con l'applicazione di forze variabili nel tempo con legge sinusoidale e frequenza crescente; il comportamento dinamico del fabbricato è stato documentato mediante il rilievo delle accelerazioni in vari punti caratteristici degli elementi componenti.

L'indagine era volta ad acquisire una base di dati a riguardo dell'attendibilità delle ipotesi che solitamente si adottano per l'indagine sullo stato di sollecitazione delle strutture industriali di tipo prefabbricato in presenza di sisma, quali la infinita rigidità del sistema di copertura, la efficienza della connessione trave-pilastro, la messa in conto di una ridotta rigidità del sistema di tamponamento. Allo scopo si è quindi proceduto alla definizione di un modello analitico del fabbricato e si è studiata la sua caratterizzazione dinamica in regime elastico e lineare (analisi modale), nonché la sua risposta ad una forzante uguale a quella imposta.

E' evidente che il complesso delle informazioni ottenibili e in parte ottenute è tutt'altro che esaustivo a riguardo della risposta della struttura al sisma, se non altro perché non è stato possibile sollecitare il capannone con azioni tali da comprometterne l'integrità; i dati acquisiti possono però costituire un utile riferimento iniziale sul tema, in relazione all'assenza di documentazione specifica in merito.

(\*) Lavoro svolto col contributo del Ministero della Ricerca Scientifica (Fondi 60%).

(°) Gli Autori hanno contribuito in ugual misura alla redazione della presente nota.

(1) La struttura è stata realizzata dalla Cooperativa C.M.C. di Ravenna, che ha altresì fornito l'assistenza tecnica per l'esecuzione della prova.

## 2. CARATTERISTICHE FONDAMENTALI DEL FABBRICATO OGGETTO DELL'INDAGINE DINAMICA

Le dimensioni principali del capannone cui è stata applicata la vibrodina sono desumibili dallo schema di fig. 1: la struttura portante è costituita da un complesso di 5 travi di c.a.p. del tipo a doppia pendenza con luce di

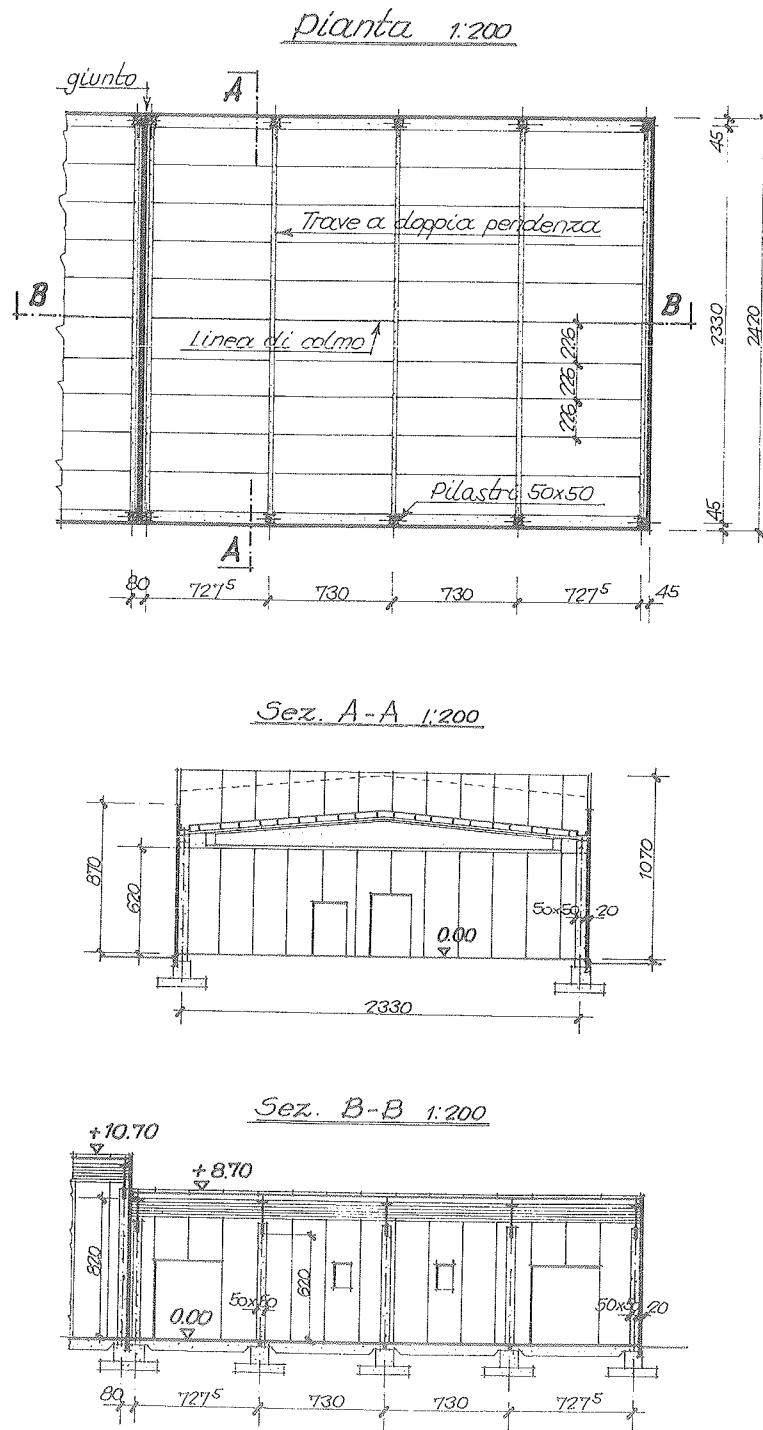


Fig. 1 - Caratteristiche geometriche dell'edificio industriale

23,30 m sostenute da pilastri prefabbricati in c.a. con altezza fuori terra di 6,20 m; la copertura è realizzata mediante tegoli di c.a.p. con sezione a  $\pi$  e luce di 7,30 m, pari all'interasse dei pilastri.

A riguardo dei particolari costruttivi si deve notare che i pilastri hanno la base inserita in plinti prefabbricati, reciprocamente collegati in direzione longitudinale da una trave reggipannelli.

Il collegamento trave-pilastro è realizzato mediante semplice appoggio su di un cuscinetto di neoprene della prima all'interno di una forcella alla sommità del secondo; il ritegno antisismico è garantito da un barrotto passante, lasco per consentire eventuali deformazioni di origine termica.

I tegoli si appoggiano sulla sommità della trave e qui sono reciprocamente collegati da un cordolo integrativo gettato in opera in cui si inseriscono le staffe e le barre di cucitura fuoriuscenti dalla trave stessa, armato con 2 barre disposte in senso trasversale.

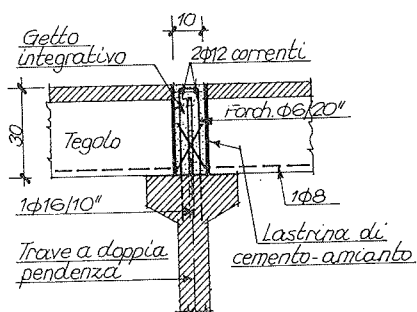
La canaletta di gronda, anch'essa prefabbricata, è collegata ai tegoli mediante piastrine metalliche reciprocamente saldate.

I pannelli di tamponamento, dello spessore di 20 cm, sono del tipo a "sandwich" e superiormente sono collegati alla canaletta di gronda mediante 2 attacchi "halfen".

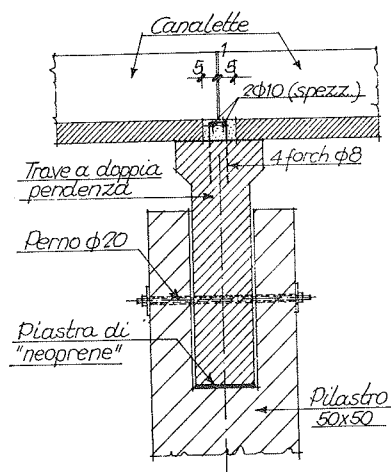
E' importante notare che lungo uno dei due lati del capannone in direzione trasversale la tamponatura era mancante per la contiguità di un adiacente edificio già tamponato.

Alcuni dei particolari descritti sono illustrati negli schemi di fig. 2.

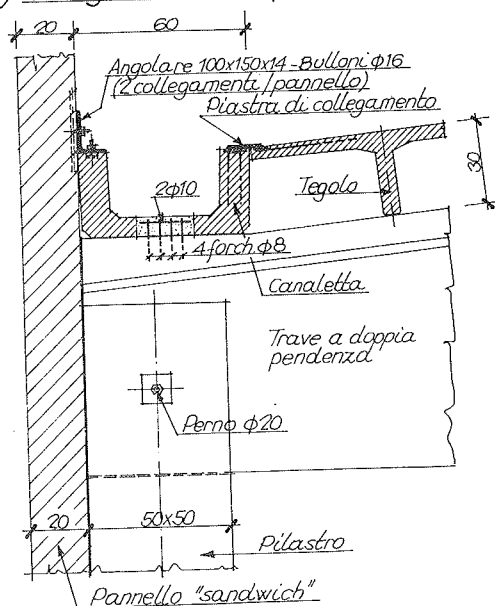
a) Collegamento tra travi e tegoli



b) Collegamento tra travi e pilastri



c) Collegamento sulle pareti laterali



d) Collegamento di testata

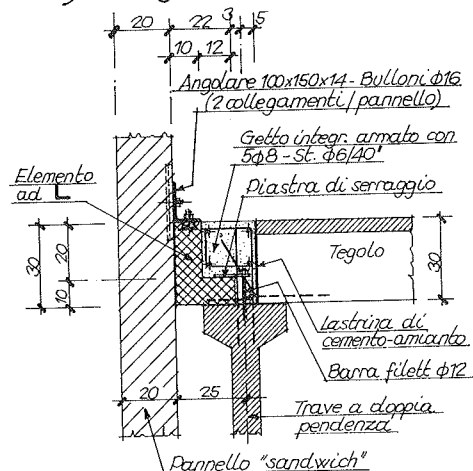


Fig. 2 - Particolari costruttivi



### 3. SOLLECITAZIONI INDOTTE DALLA VIBRODINA E DISPOSIZIONE DEGLI STRUMENTI DI MISURA

La vibrodina è stata fissata rigidamente ai tegoli di copertura in corrispondenza della mezzeria del capannone. Si sono impresse 3 serie di eccitazioni dinamiche, di cui 2 in direzione trasversale ed 1 in direzione longitudinale.

Le caratteristiche dell'azione trasmessa sono sinteticamente descritte nel seguente prospetto 1.

Prospetto 1. Caratteristiche della sollecitazione impressa con la vibrodina

| Denominazione della serie | Direzione di eccitazione | Campo di frequenza esaminato (Hz) | Ampiezza di scansione frequenze <sup>(2)</sup> (Hz) | Intensità delle forze trasmesse <sup>(3)</sup> (N) |
|---------------------------|--------------------------|-----------------------------------|---|--|
| A01                       | Trasversale              | 0,2 + 4,5                         | 0,1   | 39 + 19125   |
| A02                       | Trasversale              | 1,0 + 7,3                         | 0,2   | 357 + 18700  |
| B01                       | Longitudinale            | 0,5 + 6,4                         | 0,1   | 88 + 14730   |

Il campo di frequenze indagato è quello al cui interno, sulla base di una preliminare indagine semplificata, dovevano ricadere le frequenze proprie dei primi modi di vibrare della struttura.

L'esplorazione relativa alla prima serie di eccitazioni, denominata A01, è stata limitata perché, in relazione allo sfasamento angolare delle masse prescelto inizialmente, si imprimevano alla struttura accelerazioni tali da provocare danneggiamenti e non era garantita la rigidità del collegamento vibrodina-copertura.

Le disposizioni degli accelerometri nelle 3 serie di eccitazioni è indicata negli schemi di fig. 3.

Nella serie A01 (eccitazione in direzione y, trasversale) si sono applicati 3 accelerometri sui pannelli di copertura in corrispondenza dell'allineamento centrale longitudinale in modo da rilevare le accelerazioni in direzione y alle estremità del capannone e in mezzeria; un quarto accelerometro è stato applicato alla sommità del pannello centrale della parete trasversale tamponata e i due rimanenti, sempre per la misura delle accelerazioni nella direzione di applicazione della forza eccitante, sono stati posizionati alla sommità di uno dei pilastri d'angolo e di uno dei pilastri di bordo.

Nella serie A02 (eccitazione in direzione y, trasversale), l'accelerometro precedentemente nella posizione centrale della copertura è stato spostato alla base del pilastro centrale; quello alla sommità di quest'ultimo è stato spostato sul pannello di tamponamento più prossimo, mentre l'accelerometro sul pilastro d'angolo è stato ruotato di 90° per misurare le accelerazioni in direzione x, longitudinale.

Nella serie B01 (eccitazione in direzione x, longitudinale) l'ubicazione degli accelerometri è la medesima della precedente serie A02, ma gli strumenti di misura sono tutti ruotati di 90° per la misura delle accelerazioni in direzione x; è rimasto invariato solo l'orientamento dell'accelerometro applicato alla sommità del pilastro d'angolo, già disposto in direzione longitudinale.

### 4. RILIEVI ACCELEROMETRICI PIU' SIGNIFICATIVI

Ai fini di una semplificazione espositiva può essere conveniente analizzare separatamente le risposte del capannone alle eccitazioni impresse in direzione trasversale e longitudinale.

(2) L'ampiezza della scansione è stata ridotta in prossimità dei fenomeni di risonanza individuati.

(3) L'intensità della forza dipende dallo sfasamento angolare  $\alpha$  delle masse della vibrodina e dalla frequenza di eccitazione secondo la relazione

$$F = 1026 (\cos \alpha/2) f^2 \quad (N)$$

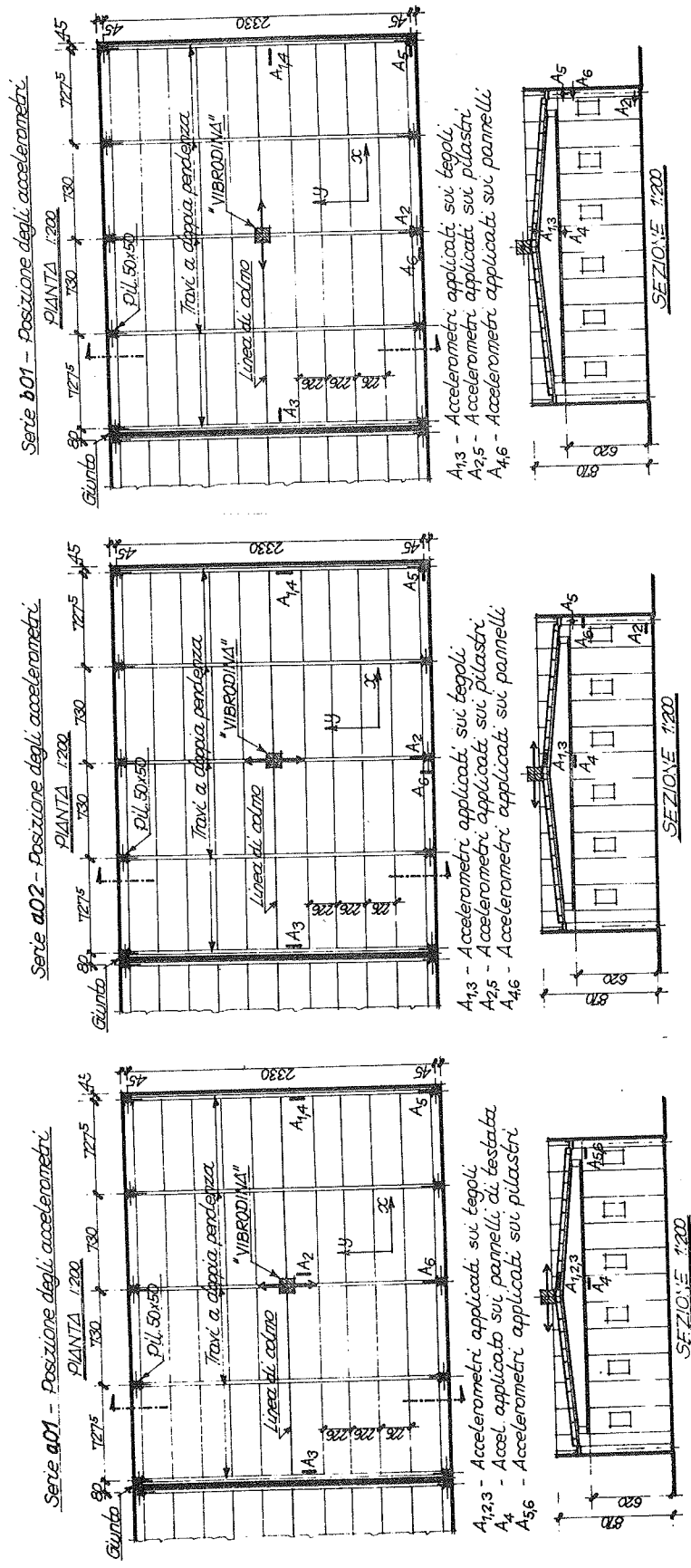


Fig.3 - Disposizione degli strumenti di misura

### 4.1 Eccitazione impressa in direzione trasversale

Ai fini della determinazione delle frequenze naturali di vibrazione della struttura, per ogni serie di eccitazioni dinamiche e per i vari punti di misura risulta significativa la determinazione del rapporto: accelerazione/ampiezza della forza applicata (A/F), al variare della frequenza  $f$  di applicazione della forza stessa.

I diagrammi relativi agli accelerometri A1 e A3 (applicati ai tegoli di copertura) ed A5 (applicato alla sommità di uno dei pilastri d'angolo) per le serie A01 e A02 (eccitazione impressa e rilevamenti effettuati in senso trasversale) sono riportati rispettivamente in fig. 4 e fig. 5.

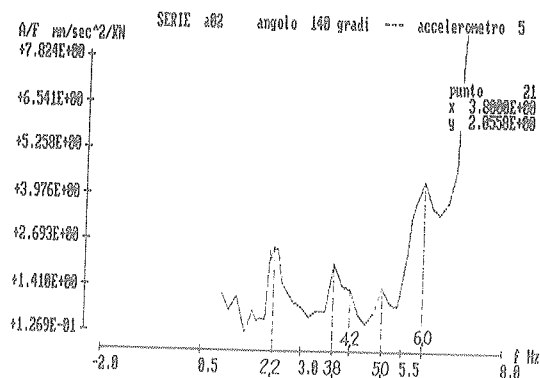
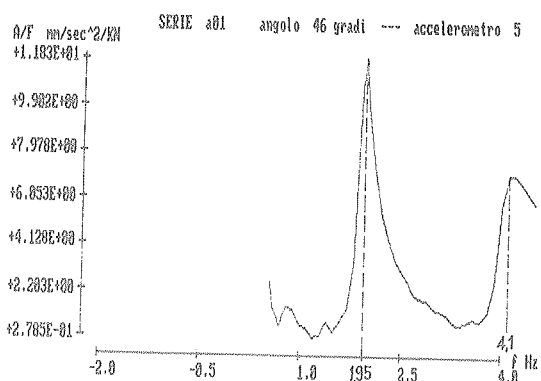
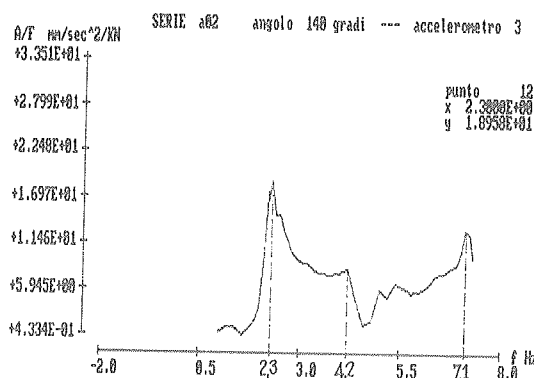
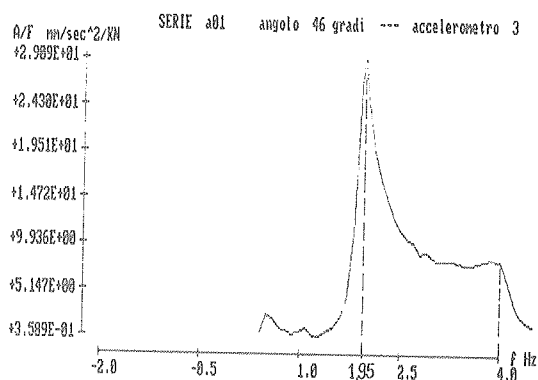
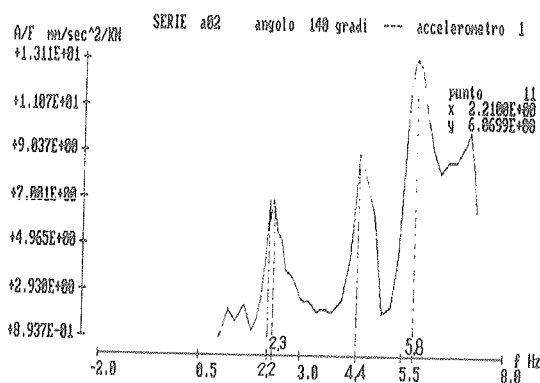
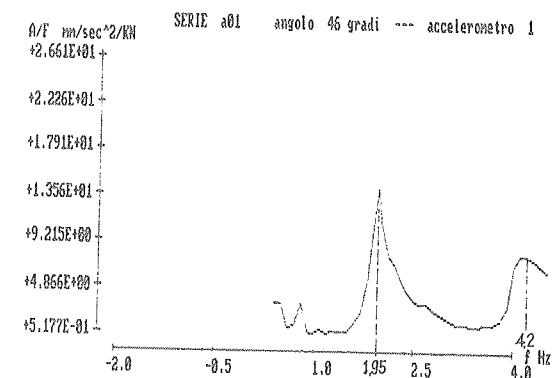


Fig. 4 - Serie A01  
Rapporti accelerazione/forza in funzione della frequenza di eccitazione

Fig. 5 - Serie A02  
Rapporti accelerazione/forza in funzione della frequenza di eccitazione

a) I diagrammi relativi alle serie A01 mostrano chiaramente due picchi significativi: il primo in corrispondenza di una frequenza  $f = 1,95$  Hz e il secondo di una frequenza pari a circa 4,1 Hz. I diagrammi relativi alle serie A02 mostrano un quadro più complesso con un maggior numero di frequenze esplorate; il picco rilevante si trova per tutti e tre gli accelerometri alla frequenza di 2,2+2,3 Hz, mentre il secondo corrisponde ad una frequenza di 4,2+4,4 Hz per gli accelerometri A1 e A3 e di 3,8 Hz per l'accelerometro A5.

Ad eccezione di quest'ultimo valore, probabilmente influenzato da fenomeni locali (come in qualche modo lascia intendere lo stesso diagramma che mostra una ripresa del rapporto A/F quando la frequenza è pari a 4,2 Hz), i risultati ottenuti nelle due serie appaiono discretamente correlati; a riguardo delle frequenze più alte riscontrate nella serie A02 si deve notare che la forza corrispondente alla serie A01 ha, a parità di frequenza, ampiezza 2,7 volte superiore a quella corrispondente alla serie A02 e, come è stato riscontrato durante il rilievo delle misure, è possibile che le accelerazioni indotte dalla forza maggiore nella serie A01 abbiano causato qualche modesta sconnessione degli elementi secondari e abbiano indebolito il collegamento struttura-vibrodirina.

I primi periodi propri "sperimentali" associati a deformazioni prevalenti in direzione trasversale risultano quindi pari a circa 0,48 e 0,24 sec.

b) Tenuto conto dei segni delle accelerazioni misurate (e di conseguenza degli spostamenti), risulta poi che il primo modo di vibrare ( $f = 1,95 - 2,20$  Hz) è caratterizzato da spostamenti orizzontali delle due estremità della copertura (parallele a y) concordi, seppure di ampiezza diversa; il rapporto delle ampiezze degli spostamenti, valutato come rapporto delle ampiezze delle componenti di accelerazione aventi frequenza uguale a quella del modo di vibrare, è pari circa a 2 per la serie A01 e a 2,7 per la serie A02<sup>(4)</sup>.

La differenza delle ampiezze degli spostamenti è ricollegabile alla circostanza che una sola delle pareti di testata del capannone è tamponata e ovviamente gli spostamenti risultano maggiori proprio in corrispondenza della parete non tamponata (in prossimità della quale era applicato l'accelerometro A3).

Il secondo modo di vibrare ( $f = 4,1+4,2$  Hz), sulla base delle registrazioni accelerometriche effettuate, appare caratterizzato invece da spostamenti orizzontali discordi delle due estremità della copertura e ciò fa presumere che a questo secondo modo contribuisca in maniera decisiva una componente di deformazione di natura torsionale.

c) Per quanto attiene all'ipotesi di rigidità della copertura nel proprio piano, essa è confermata dai risultati della serie A01 alla frequenza di 1,95 Hz<sup>(5)</sup> (prossima alla frequenza fondamentale di vibrazione della struttura), mentre, sulla base dei rilievi effettuati, non è verificabile per l'eccitazione impressa alla frequenza di 4,1 Hz.

d) L'efficienza della connessione tegoli-trave-pilastro può in qualche modo essere stimata valutando la differenza di spostamento, calcolato col criterio precedentemente accennato, tra un punto della copertura e l'estremità superiore di uno dei pilastri che sorregge la trave prossima al punto in cui è stato effettuato il rilievo (accelerometri A1-A5 e A2-A6).

Nella serie A01, unica significativa per quanto attiene il rilievo delle accelerazioni nei pilastri, tale differenza di spostamento, come indicano ad esempio le ampiezze delle componenti di accelerazione riportate in fig. 6 relative alla frequenza di 1,95 Hz, è percentualmente abbastanza contenuta (16%); differenze ancora più contenute si sono misurate durante la vibrazione con frequenza pari a 4,10 Hz.

Occorre comunque notare che la quota della sommità dei pilastri, e quindi degli accelerometri A5 e A6 ad esso applicati, è apprezzabilmente inferiore a quella dei tegoli cui erano applicati gli accelerometri A1 e A2 assunti come termini di confronto e quindi una sia pur modesta differenza di ampiezza delle componenti di accelerazione è inevitabile<sup>(6)</sup>.

(4) L'ampiezza delle componenti è stata ottenuta con il procedimento indicato come Fast Fourier Transform; in fig. 6 è riportata la "trasformata" relativa alle registrazioni accelerometriche della serie A01 degli accelerometri A1, A3 ed A5 per la frequenza 1,95 Hz.

(5) In questo caso infatti lo spostamento in corrispondenza della mezzeria della copertura (accelerometro A2), pensato proporzionale all'ampiezza della componente di accelerazione avente frequenza pari a quella del modo di vibrare in esame, è praticamente intermedio tra quello delle estremità.

(6) Questa osservazione è tra l'altro confortata dal fatto che l'ampiezza delle componenti di accelerazione alla sommità dei pilastri è sempre minore di quella dei corrispondenti punti della copertura.

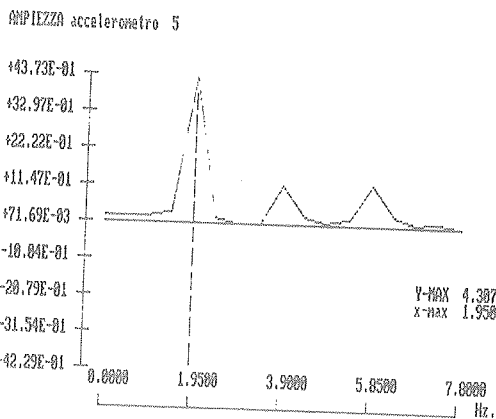
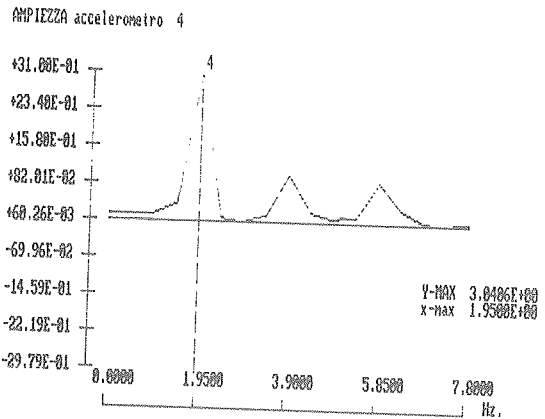
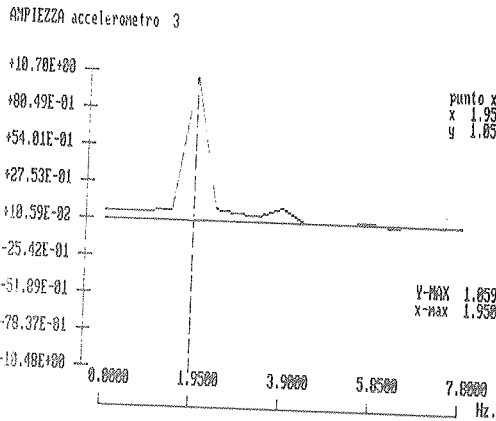
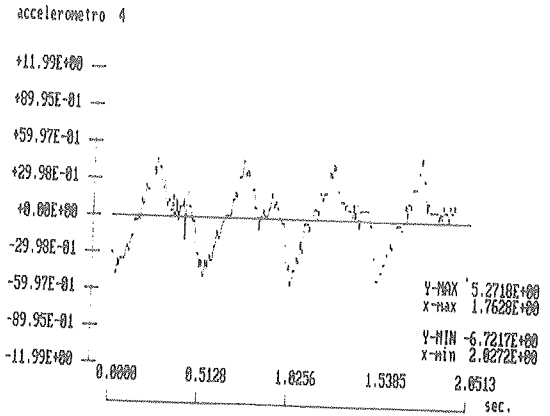
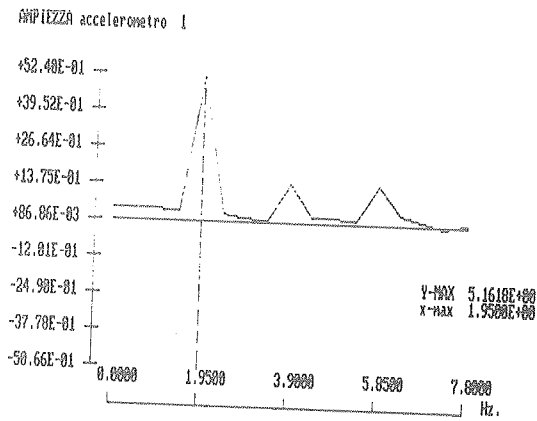


Fig. 6 - Serie A01, frequenza di eccitazione: 1,95 Hz. Accelerometri A1, A3, A5. Ampiezza delle componenti armoniche delle accelerazioni

Fig. 7 - Serie A01, frequenza di eccitazione: 1,95 Hz. Accelerometro A4. Rilievo accelerometrico e ampiezza delle componenti armoniche dell'accelerazione

e) Un criterio di indagine analogo a quello impiegato per lo studio della connessione tegolitrave-pilastro può essere adottato per la valutazione della efficacia della connessione dei pannelli di tamponamento alla struttura principale: con riferimento al rilievo accelerometrico A4 e alla sua trasformata (fig. 7) nella serie A01 e con frequenza 1,95 Hz, la connessione sembra ancora discretamente efficace. Questa osservazione naturalmente non esaurisce il problema del comportamento dei pannelli in regime dinamico e in particolare le questioni relative al contributo che il tamponamento fornisce alla rigidità complessiva della struttura. Tali questioni verranno riprese al paragrafo successivo sulla base dei risultati ottenuti tramite la simulazione analitica.

## 4.2 Eccitazione impressa in direzione longitudinale

I diagrammi caratteristici A/F in funzione della frequenza eccitante  $f$  relativi agli accelerometri A1, A4 e A5 per la serie di eccitazione B01 sono riportati in fig. 8.

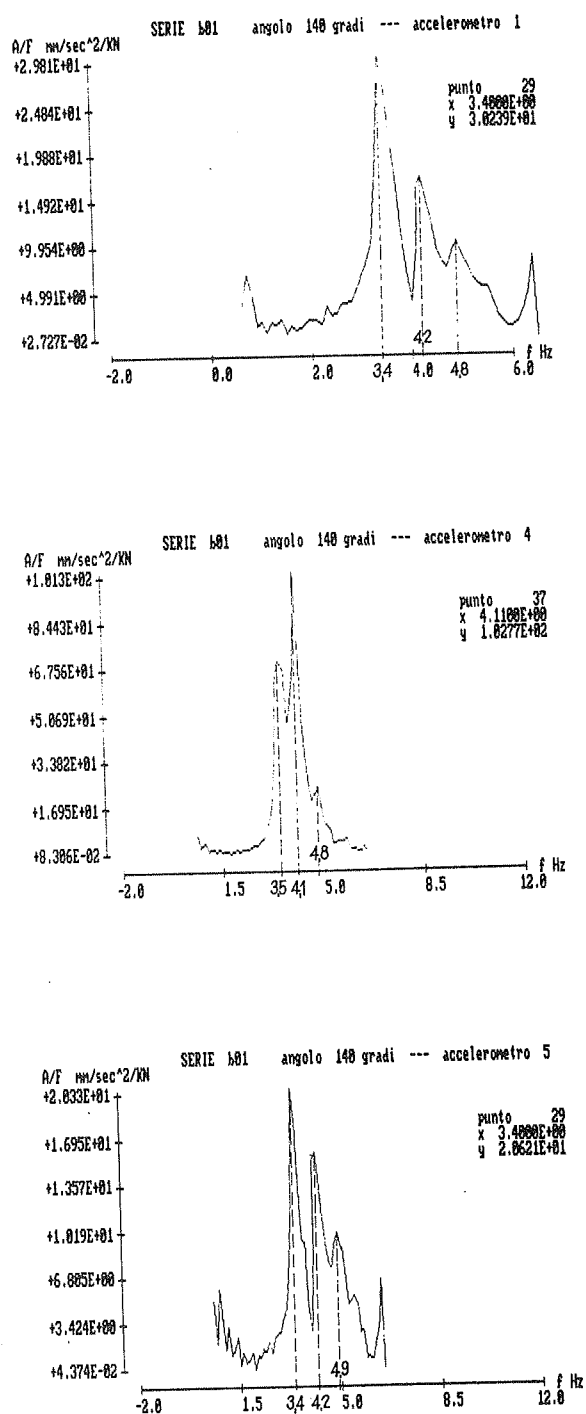


Fig. 8 - Serie B01. Rapporti accelerazione/forza in funzione della frequenza di eccitazione

Prescindendo da alcune irregolarità iniziali, probabilmente connesse a disturbi del sistema di misura, si notano diversi picchi assai accentuati.

Il primo, corrispondente ad una frequenza di 3,4 Hz, si manifesta con accelerazioni e quindi movimenti concordi dei punti di applicazione degli accelerometri e in questo caso, in analogia a quanto osservato per le vibrazioni in direzione trasversale, si può ritenere che al moto traslazionale diano modesti contributi eventuali effetti torsionali.

La relativamente forte componente di accelerazione del pannello di testata cui era applicato l'accelerometro A4, fa presumere che per esso si manifesti una forma di risonanza locale caratterizzata da sensibili vibrazioni trasversali del pannello stesso.

Tale fenomeno è ancora più accentuato nel rilievo sperimentale relativo alla frequenza di 4,11 Hz ed è per altro risultato evidente già durante l'esecuzione della prova; lo sfasamento rilevato in questo caso tra le misure degli accelerometri A1 e A4 rafforza poi l'opinione che il pannello subisca un fenomeno locale di risonanza.

Relativamente al modo di vibrare con frequenza di 4,11 Hz è facile notare la coincidenza di tale frequenza con quella corrispondente al secondo modo di vibrare individuato con l'eccitazione in senso trasversale e caratterizzato da una deformabilità di tipo torsionale; in questo caso, in relazione alla disposizione degli strumenti di misura, non è possibile avere una conferma diretta di tale tipo di deformabilità, ma la coincidenza delle frequenze rilevate a seguito di eccitazioni impresse in direzioni reciprocamente ortogonali, ne costituisce di per sé una dimostrazione indiretta.

L'analisi delle misure di accelerazione relative a frequenze superiori risulta abbastanza complessa e, in relazione al carattere preliminare dell'indagine, ci si è limitati al riscontro dei valori misurati con quelli dedotti dalla simulazione analitica.

#### 4.2 Valutazioni in merito all'entità del coefficiente di smorzamento

L'indagine sperimentale può permettere anche di stimare l'indice di smorzamento della struttura per i diversi modi di vibrare: secondo l'"half-power method" si ha;  $\xi = (f_2 - f_1)/(f_2 + f_1)$ , ove  $f_1$  e  $f_2$  sono le frequenze, nei diagrammi frequenza-ampiezza delle risposte (figg. 4, 5 e 8), individuate dall'intersezione di una retta parallela all'asse delle ascisse condotta per l'ordinata di  $1/\sqrt{2}$  volte minore di quella massima di risonanza.

Nel seguente prospetto 2 è riportata la stima dello smorzamento della struttura come percentuale dello smorzamento critico.

Prospetto 2

| Serie di misure | Frequenza<br>(Hz) | Rapporto di smorzamento<br>(%) |
|-----------------|-------------------|--------------------------------|
| A01             | ~ 1,95            | 4,1 + 5,3                      |
| A02(7)          | ~ 2,8             | ~ 9,1                          |
| "               | ~ 4,4             | ~ 5,4                          |
| B01             | ~ 3,4             | 3,7 + 6,4                      |
| "               | ~ 4,1             | 2,7 + 3,8                      |

### 5. INDAGINE ANALITICA E CONFRONTI CON L'INDAGINE SPERIMENTALE

L'edificio è stato modellato numericamente per acquisire elementi, come già accennato, sull'attendibilità di alcune ipotesi che normalmente vengono poste alla base del calcolo di strutture dello stesso tipo; in particolare si è inteso verificare la caratterizzazione dinamica ottenuta sperimentalmente e controllare la risposta alle forzanti armoniche imposte.

#### 5.1 Il modello numerico

Gli elementi strutturali principali (travi e pilastri) sono stati schematizzati, nell'ambito di un modello spaziale, con elementi finiti tipo "trave" ad asse rettilineo, dotati per ciascun nodo di sei gradi di libertà.

I telai trasversali del capannone sono fra loro collegati alla sommità delle travi sia dalla "trave canaletta" (con funzione di gronda), sia dai tegoli di copertura. La prima è stata schematizzata anch'essa con elementi tipo "trave", mentre i secondi, solidarizzati fra loro e alla trave principale secondo lo schema di fig. 2a, sono stati introdotti mediante l'inserimento di un sistema di elementi dotati di elevata rigidità assiale, posti a collegamento di tutti i nodi della sommità dei pilastri, introducendo quindi l'ipotesi di piano di copertura pressoché infinitamente rigido.

Il pilastro è stato considerato incastrato al piede mentre in sommità è stata rimossa la solidarietà angolare correlativa alle deformazioni flessionali sia delle travi principali sia delle travi canaletta in relazione anche alle modalità esecutive dei relativi collegamenti rappresentati nelle figg. 2b e 2c.

La presenza su tre delle quattro pareti verticali dell'edificio di pannelli di tamponamento esterni non può essere ignorata, ma con non lieve incertezze, ai fini della caratterizzazione dinamica della struttura e del confronto con i dati sperimentali ottenuti.

Ciascun pannello è semplicemente appoggiato sulla trave di fondazione ed è trattenuto trasversalmente da un risalto presente nella stessa trave; alla sommità il collegamento con la trave principale (lungo la parete frontale) e con le "travi canaletta" (lungo i fianchi) avviene mediante angolari vincolati a speciali profili di ancoraggio.

In considerazione delle modalità di esecuzione e montaggio dei pannelli si è ritenuto opportuno schematizzare ciascuno di essi ancora con un elemento finito del tipo "trave" dotandolo però di opportuni vincoli e rigidità: in particolare per la sommità e la base si sono adottati rispettivamente i vincoli di cerniera e incastro.

La cerniera in sommità tiene conto della circostanza che i collegamenti adottati, mentre assicurano la trasmissione degli sforzi di taglio, non appaiono sufficientemente rigidi dal punto di vista della connessione angolare. L'incastrato, seppure imperfetto, può essere più credibile alla base per vibrazioni nel piano del pannello; per vibrazioni nella direzione normale l'impedimento alle rotazioni è debole ma, specialmente per bassi livelli

(7) La stima dello smorzamento sulla base delle misure della serie A02 appare meno significativa delle altre in quanto nei diagrammi della fig. 5 non risulta marcata la presenza di un picco di risonanza anche per la modesta intensità della forzante applicata.

delle sollecitazioni, possono manifestarsi forme di contenimento improprie (massetti, pavimentazioni) non del tutto inefficaci.

Le caratteristiche geometriche e meccaniche adottate per il pannello sono quelle desunte dai disegni di progetto; una riduzione del momento d'inerzia della sezione si è resa opportuna per tener conto della presenza, in diverse posizioni, di aperture che verosimilmente ne incrementano in modo determinante la deformabilità; in corrispondenza dei portoni è stata trascurata la presenza della porzione di pannello sovrastante l'apertura.

Nel calcolo è stato assunto per gli elementi principali un modulo di elasticità del conglomerato  $E = 30.000$  MPa, mentre per i pannelli, al fine di tener conto della loro struttura non omogenea, si è assunto  $E = 15.000$  MPa.

Le masse considerate sono state quelle presenti all'atto della sperimentazione tenendo conto, nei limiti consentiti dalla schematizzazione, della loro effettiva distribuzione.

## 5.2 Risultati dell'indagine analitica

Mediante l'indagine analitica, condotta in campo elastico e lineare, è stata ottenuta dapprima la caratterizzazione del sistema, ovvero la valutazione dei principali modi di vibrazione e delle relative frequenze.

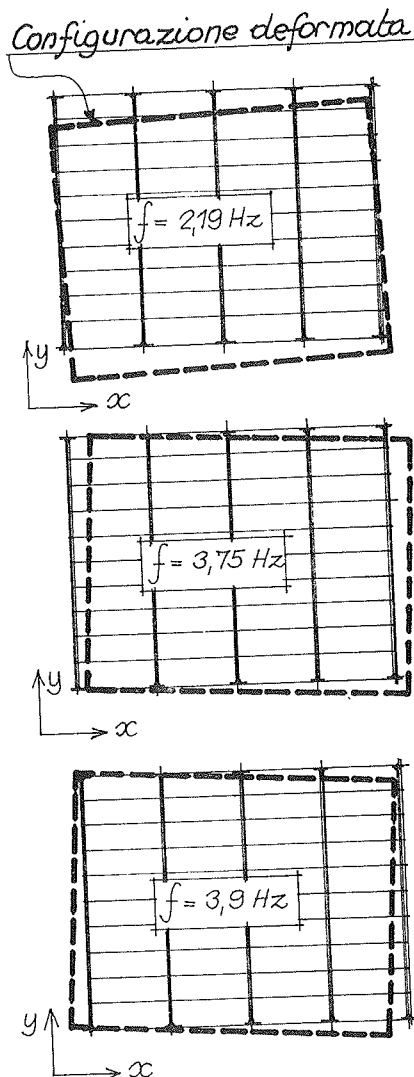


Fig.9 - Deformate modali a livello della copertura degli accelerimetri A1 e A3 (serie A01 e A02)

Nel seguente prospetto n. 3 sono riportati i valori delle frequenze proprie di vibrazione più significativi, mentre nella fig. 9 sono riportate le corrispondenti configurazioni assunte dal piano della copertura a seguito della deformazione dei pilastri.

Si può riscontrare la discreta coincidenza dei valori analitici e sperimentali ed inoltre si rileva anche che, per il 1° modo di vibrare individuato analiticamente, il rapporto fra gli spostamenti in direzione  $y$  dei punti corrispondenti alla posizione degli accelerometri A1 e A3 nelle serie A01 e A02 è pari a 2,34 e quindi bene approssimato con il valore medio ottenuto dalla indagine sperimentale per le citate serie.

Sulla base di tale considerazione si ritiene che la presenza delle tamponature; essenziali ai fini del calcolo della risposta in regime elastico-lineare con piccoli spostamenti, sia adeguatamente schematizzata dal modello proposto.

Più problematica appare l'interpretazione della risposta alla forzante armonica corrispondente a quella impressa sulla struttura mediante vibrodina.

Nella fig. 10 è riportata la configurazione assunta dal piano di copertura per la forza di 3590 N corrispondente, nella serie A01, ad una frequenza di 1,95 Hz: si può riconoscere che sostanzialmente viene attivato il primo modo di vibrazione e il rapporto degli spostamenti delle estremità della pianta si conservano nell'intorno del valore riportato per la vibrazione libera.

Per il modo di vibrazione avente una frequenza di 4,1 Hz i risultati numerici appaiono di più difficile interpretazione a causa dell'attivazione contemporanea di più modi di vibrazione; tuttavia si può osservare dall'esame della risposta una dominanza delle rotazioni del piano di copertura attorno ad un asse verticale in accordo con il dato sperimentale dal quale risultano spostamenti di segno opposto per le posizioni



Prospetto 3 - Valori analitici e sperimentali delle frequenze proprie dei modi di vibrazione più significativi

| Modo | Frequenza teorica<br>(Hz) | Frequenza sperimentale<br>(Hz) | Tipo di deformata                        |
|------|---------------------------|--------------------------------|--|
| 1°   | 2,19                      | 1,95 + 2,10                    | (Spostamento dominante in direzione y)   |
| 2°   | 3,75                      | 3,4                            | (Spostamento dominante in direzione x)   |
| 3°   | 3,9                       | 4,2 + 4,4                      | (Rotazione dominante attorno all'asse z) |

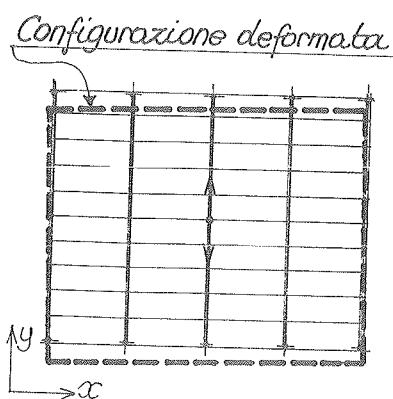


Fig. 10 - Configurazione deformata a livello della copertura (forzante armonica,  $f = 1,95$  Hz)

## 6. CONCLUSIONI

Le prove eseguite, tenuto conto del valore contenuto nelle forzanti applicate e quindi delle accelerazioni conseguenti, possono essere considerate significative ai fini di una interpretazione del comportamento dinamico della struttura in regime elastico e lineare e in effetti, pur con una schematizzazione relativamente semplice, si è ottenuta una buona concordanza di risultati tra le indagini teoriche e sperimentali.

Verosimilmente in presenza di accelerazioni paragonabili a quelle previste dalla normativa per le zone sismiche, il comportamento del capannone potrebbe modificarsi rispetto agli schemi individuati e qualche ulteriore utile informazione potrebbe ottenersi effettuando la sperimentazione su di un prototipo appositamente realizzato, cui applicare forzanti di intensità adeguata.

L'indagine va quindi intesa come contributo preliminare all'acquisizione di dati per un problema di non semplice inquadramento ma di rilevante importanza progettuale e in quanto tale si ritiene suscettibile di ulteriori approfondimenti per quanto riguarda sia il comportamento dell'intera struttura, sia il comportamento dei singoli elementi costituenti.

### Riferimenti bibliografici

- [1] CLOUGH R.W., PENZIEN J., - Dynamics of structures, McGraw-Hill, 1975.
- [2] AA.VV. - Progettazione e particolari costruttivi in zona sismica. A.N.C.E., A.I.D.I.S., 1983.
- [3] BATA M., PLACHY V. - Analysis of dynamic effects on engineering structures Elsevier Science Publishers, 1987.
- [4] La sperimentazione dinamica delle strutture. Metodi e tecniche di indagine. Manuali tecnici ISMES, 1988.

**ACCIAI AD ALTA RESISTENZA PER IL CEMENTO ARMATO**

**Dante GALEOTA - Matteo M. GIAMMATTEO**  
Dipartimento Ingegneria Strutture, Acque, Terreno dell'Università de L'Aquila



## ACCIAI AD ALTA RESISTENZA PER IL CEMENTO ARMATO

**Dante GALEOTA**  
Dip. Ing. Strutture, Acque, Terreno  
Università dell'Aquila  
L'AQUILA

**Matteo M. GIAMMATTEO**  
Dip. Ing. Strutture, Acque, Terreno  
Università dell'Aquila  
L'AQUILA

### SOMMARIO

In questo lavoro vengono illustrati i principali risultati di un'indagine teorico-sperimentale sull'impiego dell'acciaio da c.a. FeB500TC (*Tempcore*). Sono stati ricavati sperimentalmente tutti i parametri utili a qualificare dal punto di vista meccanico l'acciaio FeB500TC e, sulla base dei dati sperimentali, sono stati calibrati due modelli analitici, in grado di rappresentare le curve monotoniche e cicliche di tale acciaio. È stato inoltre messo a punto un programma di analisi non lineare per indagare il comportamento di sezioni di calcestruzzo armate con l'acciaio FeB500TC e, per confronto, con l'acciaio FeB44.

### SUMMARY

The purpose of this study was to examine, through testing, the mechanical properties of FeB500TC (*Tempcore*) reinforcing steel. The experimental data were used to formulate two analytical models for the prediction of monotonic and cyclic curves. A computer program for the non linear analysis of structural concrete sections was developed and used to explore and compare the structural behavior of sections reinforced with FeB500TC steel and sections reinforced with FeB44 steel.

### 1. INTRODUZIONE

Gli acciai nervati da cemento armato realizzati con il processo produttivo *Tempcore* rappresentano il risultato di accurate ricerche chimiche, fisiche, metallurgiche e tecnologiche che assicurano un'alta affidabilità, costanza produttiva e riproducibilità.

Il processo *Tempcore*, più precisamente *metodo di tempra e autorinvenimento*, è stato originamente sviluppato dal Centre de Recherche Metallurgique di Liegi.

Sinteticamente esso consiste in un trattamento termico controllato, per mezzo del quale il calore ancora presente nella barra all'uscita del processo, è utilizzato per ottenere un deciso miglioramento delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio.

Il trattamento comporta tre fasi, durante le quali si ottiene nella barra la tempra superficiale, l'autorinvenimento dello strato superficiale essenzialmente martensitico, la trasformazione del nucleo in un miscuglio di ferrite e di perlite.

Il processo può determinare, a seconda dell'intensità di raffreddamento e per l'intervento di altri parametri quali l'analisi chimica, il diametro della barra e la velocità di laminazione, un aumento del limite elastico da 150 fino a 250 N/mm<sup>2</sup>.

Inoltre, mantenendo entro i limiti di norma il valore del *Carbonio Equivalente* e quello del carbonio vero e proprio viene garantita la completa saldabilità dell'acciaio.

Attualmente quarantacinque società che operano a livello mondiale nel settore dell'acciaio per c.a. hanno adottato la tecnologia *Tempcore*, e grazie ad essa vengono prodotti più di cinque milioni di tonnellate di acciaio per c.a. l'anno, nel rispetto delle norme in vigore nei vari paesi.

Anche in Italia si produce l'acciaio FeB500TC (*Tempcore*) saldabile; tuttavia esso è destinato al mercato estero, perchè la vigente normativa italiana sul c.a. non prevede ancora l'uso di acciai con caratteristiche così elevate.

Tenendo peraltro presente che la recente edizione dell'Eurocodice n.2 [2] prevede l'impiego dell'acciaio FeB500 nel c.a., appare comunque interessante condurre un esame sperimentale del comportamento meccanico di tale materiale, in confronto con l'FeB44 correntemente usato.

## 2. PROGRAMMA SPERIMENTALE

L'indagine sperimentale ha riguardato 65 campioni di acciaio FeB500TC, con diametri variabili ( $\varnothing$  8, 12, 16, 18) di produzione nazionale e 10 campioni di acciaio FeB44 ( $\varnothing$  12, 16).

La sperimentazione è stata effettuata presso il Laboratorio Prove Materiali e Strutture della Facoltà di Ingegneria dell'Università dell'Aquila, impiegando una opportuna apparecchiatura, in grado di imprimere ai campioni in prova carichi monotonici e ciclici.

Durante le prove sono stati realizzati due tipi di storie di carico: carichi monotonici di trazione e carichi ciclici di trazione e compressione, a deformazione crescente. La rilevazione delle deformazioni è stata effettuata per ciascun campione su un tratto lungo  $5\varnothing$  nel caso di carichi monotonici, e su un tratto lungo  $2\varnothing$  nel caso di carichi ciclici.

## 3. ANALISI DEI RISULTATI

Le figure 1, 2 e 3 mostrano alcune curve sperimentali  $\sigma$ - $\epsilon$  relative all'acciaio FeB500TC e, per confronto, quelle relative all'acciaio FeB44.

Il diagramma della fig. 4 illustra l'andamento della relazione esistente tra la deformazione  $\epsilon_a$  all'inizio di uno scarico e quella residua  $\epsilon_b$  a scarico avvenuto. Tale relazione è interessante perchè può essere interpretata come una indicazione del danneggiamento interno della struttura del materiale al progredire della deformazione.

Nel caso in esame la linearità di tale relazione, anche in presenza di elevate deformazioni, indica l'assenza di degrado della rigidezza del materiale.

Le figure 5, 6 e 7 mostrano gli istogrammi delle seguenti caratteristiche meccaniche dell'acciaio FeB500TC: la deformazione  $\epsilon_y$  e la tensione  $f_y$  di snervamento, la deformazione in corrispondenza dell'inizio dell'incrudimento  $\epsilon_{sh}$ , la deformazione  $\epsilon_u$  e la corrispondente tensione massima  $f_t$ , la deformazione di rottura  $\epsilon_r$  ed i rapporti  $\epsilon_u/\epsilon_y$ ,  $f_t/f_y$ . Tra parentesi sono riportati, per confronto, i valori medi delle medesime caratteristiche meccaniche relative all'acciaio FeB44.

In particolare si possono fare le seguenti osservazioni:

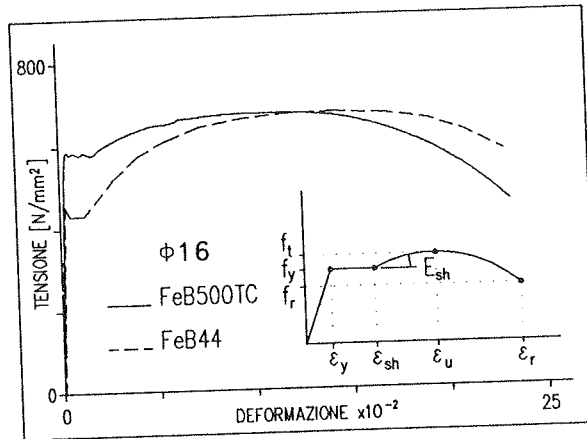


Fig. 1

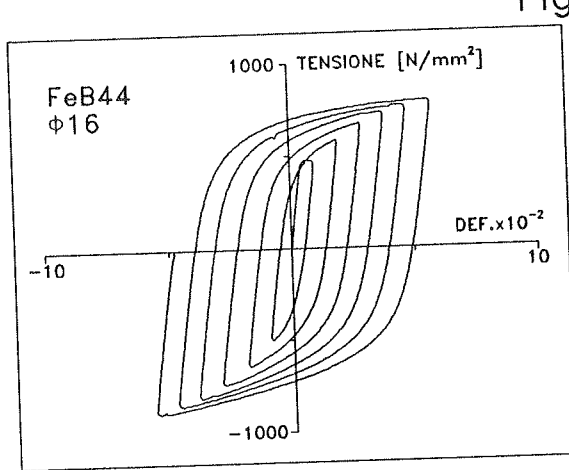


Fig. 2

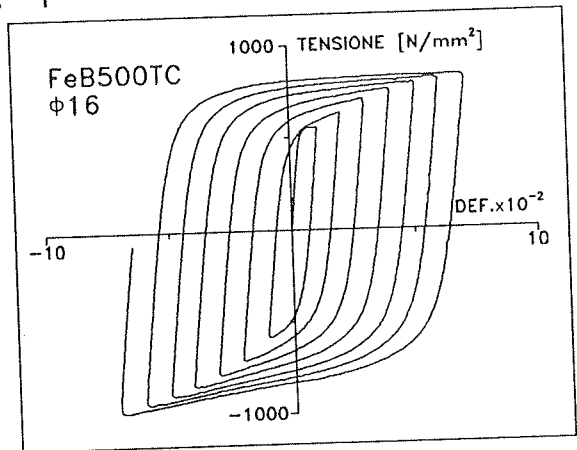


Fig. 3

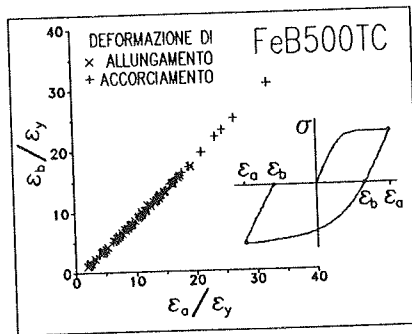


Fig. 4

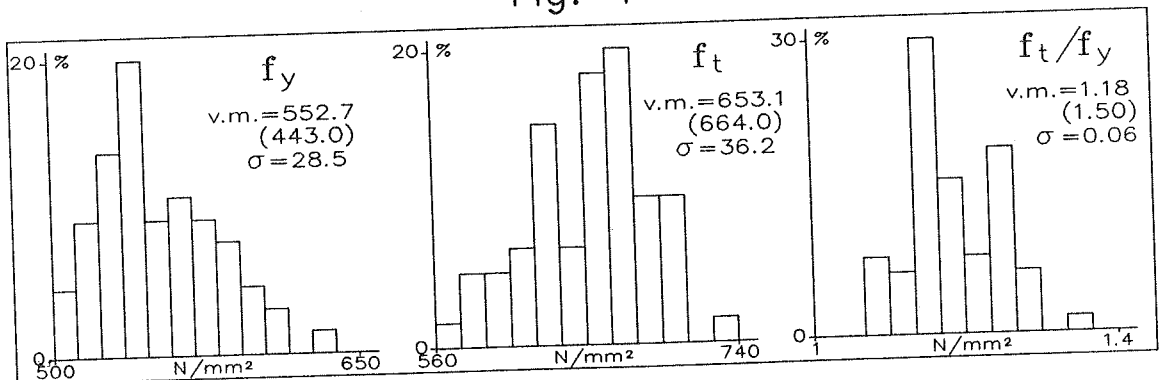


Fig. 5

- l'acciaio FeB500TC mostra un valore medio della tensione di snervamento superiore del 25% rispetto all'acciaio FeB44;
- l'acciaio FeB44 presenta un allungamento medio  $\epsilon_u$  leggermente superiore (12%) a quello dell'acciaio FeB500TC;
- i valori medi delle tensioni massime  $f_t$  sono simili per i due acciai;
- i valori medi delle deformazioni di rottura  $\epsilon_r$  sono pressochè uguali per i due acciai;
- il valore medio della duttilità  $\epsilon_u/\epsilon_y$  risulta superiore nel caso dell'acciaio FeB44;
- l'acciaio FeB44 presenta un valore medio del rapporto  $f_t/f_y$  superiore a quello dell'acciaio FeB500TC;
- le contenute dispersioni relative alle caratteristiche meccaniche più importanti testimoniano l'affidabilità e la costanza di risposta dell'acciaio FeB500TC.

#### 4. MODELLAZIONE ANALITICA

I dati sperimentali sono stati impiegati per calibrare due noti modelli analitici in grado di rappresentare il comportamento monotonic e ciclico dell'acciaio da c.a..

*Curva monotonica* - Il comportamento dell'acciaio è stato schematizzato attraverso le seguenti relazioni analitiche [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \cdot \epsilon_s && \text{per } 0 < \epsilon_s \leq \epsilon_y \\ \sigma_s &= f_y && \text{per } \epsilon_y < \epsilon_s \leq \epsilon_{sh} \\ Y &= \frac{AX+BX}{1+CX+DX^2} && \text{per } \epsilon_s > \epsilon_{sh} \end{aligned}$$

dove

$\epsilon_s, \sigma_s$  = deformazioni e tensioni in generale,

$E_s$  = modulo di Young,

$X = (\epsilon_s - \epsilon_{sh})/\epsilon_o$ ,  $Y = (\sigma_s - f_y)/\sigma_o$

$\epsilon_o = \epsilon_u - \epsilon_{sh}$ ,  $\sigma_o = f_t - f_y$

$\epsilon_u$  = deformazione in corrispondenza della tensione massima,

$f_t$  = tensione massima,

$\epsilon_{sh}$  = deformazione all'inizio dell'incrudimento.

I quattro coefficienti A, B, C, D riguardano il tratto incrudente della curva  $\sigma$ - $\epsilon$  e devono essere determinati imponendo le seguenti condizioni:

- la curva deve passare per il punto di massima tensione,
- in questo punto la tangente alla curva è pari a zero,
- la curva all'inizio dell'incrudimento ha pendenza pari a  $E_{sh}$ ,
- la curva passa per il punto di rottura ( $\epsilon_r, f_r$ ).

*Curve cicliche* - Per rappresentare il comportamento ciclico è stato utilizzato il modello di Giuffrè-Pinto [3]:

$$\sigma^* = (1-b) \frac{\epsilon^*}{[1+(\epsilon^*)^R]^{1/R}} + b\epsilon^*$$

dove  $\sigma^* = \sigma_s/f_y$ ,  $\epsilon^* = \epsilon_s/\epsilon_y$  per la curva di primo carico,  $\sigma^* = (\sigma_s - \bar{\sigma}_s)/(2f_y)$ ,  $\epsilon^* = (\epsilon_s - \bar{\epsilon}_s)/(2\epsilon_y)$  per le curve successive alla prima inversione di carico,  $\bar{\sigma}_s$ ,  $\bar{\epsilon}_s$  sono le coordinate dell'ultimo punto di inversione,  $b$  definisce la pendenza del tratto incrudente e l'esponente R, che varia dopo ogni inversione di carico, modifica la curvatura del diagramma per tener conto dell'effetto Bauschinger.

Le figure 8 e 9 mostrano alcuni risultati della calibrazione. Si può notare l'ottima risposta ai dati sperimentali, soprattutto per quanto riguarda il primo modello. In particolare per questo modello, i coefficienti A, B, C, D ricavati dalla calibrazione sono risultati

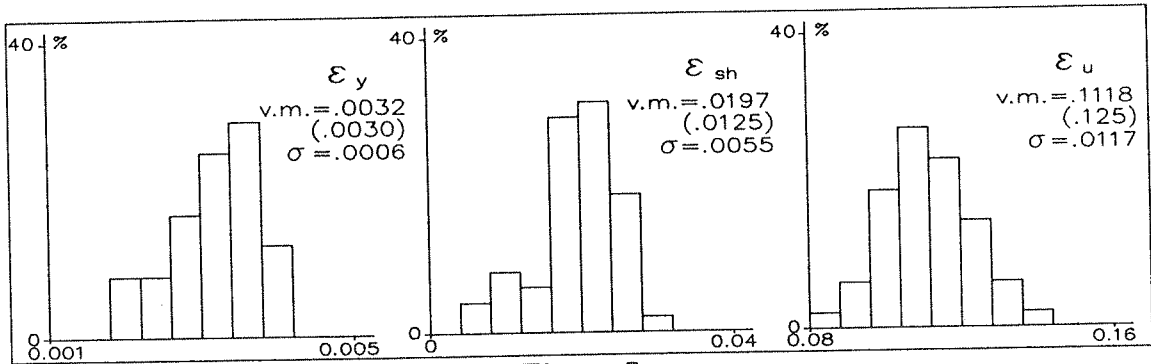


Fig. 6

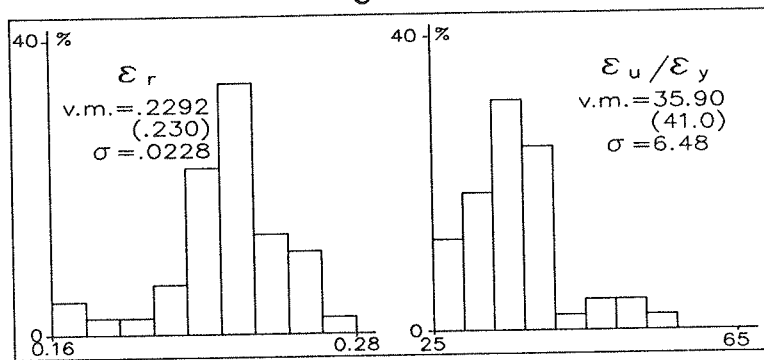


Fig. 7

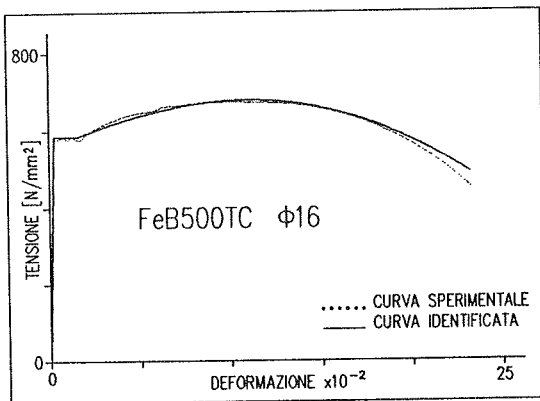


Fig. 8

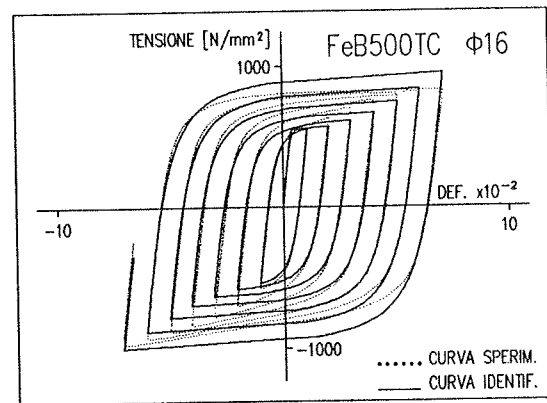


Fig. 9

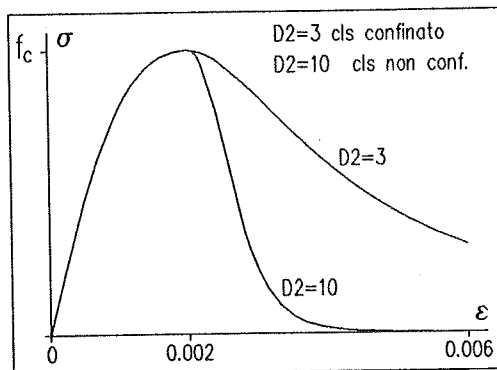


Fig. 10



pressochè costanti in tutti i casi trattati (v. Tab. I).

Alcune grandezze, quali  $f_y$ ,  $f_r$ ,  $\epsilon_{sh}$ , ed  $\epsilon_u$  sono risultate correlate con la tensione massima  $f_t$ ; pertanto, mediante analisi di regressione, sono state ricavate le relazioni analitiche che forniscono le suddette grandezze in funzione di  $f_t$  (v. Tab. I).

Tabella I

| COEFFICIENTI DEL MODELLO MONOTONICO (VALORI MEDI) |            |            |               |
|---|------------|------------|---------------|
| A = 1.875   | B = -0.983 | C = -0.184 | D = 0.029     |
| REGRESSIONI LINEARI (tensioni in $N/mm^2$ )       |            |            |               |
| $f_y$   | =          | -87.4 +    | $f_t$         |
| $f_r$   | =          | 90.5 +     | 0.53 $f_t$    |
| $\epsilon_{sh}$                                   | =          | 0.060 -    | 0.00006 $f_t$ |
| $\epsilon_u$                                      | =          | 0.237 -    | 0.0002 $f_t$  |

## 5. ANALISI NON LINEARE DI SEZIONI IN C.A.

È stato messo a punto un programma di calcolo in grado di fornire il legame momento-curvatura fino a rottura di sezioni in c.a. sollecitate da flessione semplice e da pressione e flessione.

A tale scopo è stato adottato il modello di Tanigawa [1], fig. 10, per schematizzare la legge  $\sigma$ - $\epsilon$  del calcestruzzo sotto carichi di compressione monoassiali, assumendo come criterio di rottura un accorciamento massimo del calcestruzzo pari a 0.006.

Il comportamento monotonicò dell'acciaio in trazione e compressione è stato schematizzato per mezzo delle relazioni presentate nel paragrafo 4. In particolare tali relazioni sono state ottimizzate, sulla base dei dati sperimentali, per rappresentare il comportamento medio degli acciai FeB500TC e FeB44.

È stato inoltre trascurato il contributo del calcestruzzo teso ed è stata ipotizzata una distribuzione lineare delle deformazioni lungo la sezione.

Il programma è stato utilizzato per esplorare il comportamento di una sezione rettangolare tipo (400x800mm) al variare dei seguenti parametri:

- due tipi di acciaio (FeB44, FeB500TC),
- tre percentuali geometriche di armatura ( $\omega = A_s/bd = 0.005, 0.01, 0.02$ ),
- tre rapporti tra armatura compressa ed armatura tesa ( $A_s'/A_s = 0, 0.5, 1$ ),
- due resistenze per il calcestruzzo ( $f_c = 30, 60 N/mm^2$ ),
- due condizioni di confinamento per il calcestruzzo ( $D2=10 \rightarrow$  non confinato,  $D2=3 \rightarrow$  confinato),
- sei rapporti tra il carico assiale di compressione agente e quello ultimo ( $p/p_0 = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$ ).

Le figure 11, 12 e 13 mostrano il comportamento, in termini di momento ultimo ( $M/bh^2 f_c$ ) e duttilità ( $\Phi_u/\Phi_y$ ), della sezione tipo al variare dei parametri suindicati. In particolare si può osservare che il miglior sfruttamento dell'acciaio FeB500TC si ha allorchè esso è accoppiato a calcestruzzi di classe elevata.

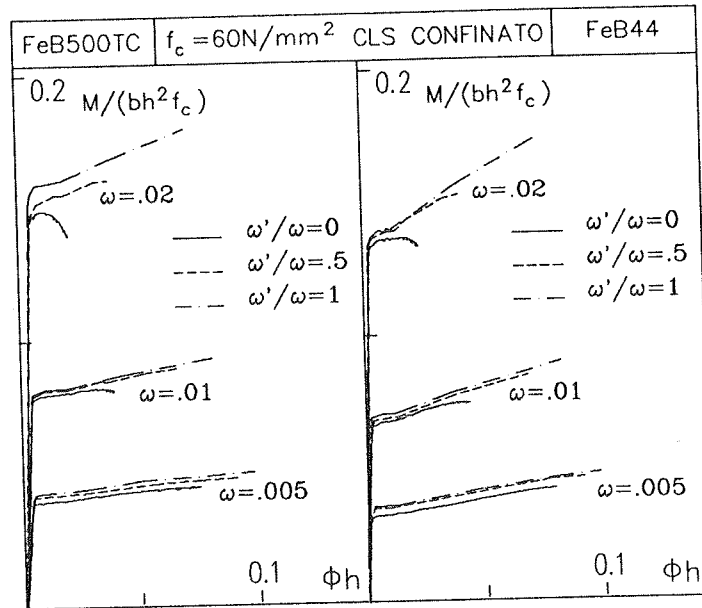


Fig. 11

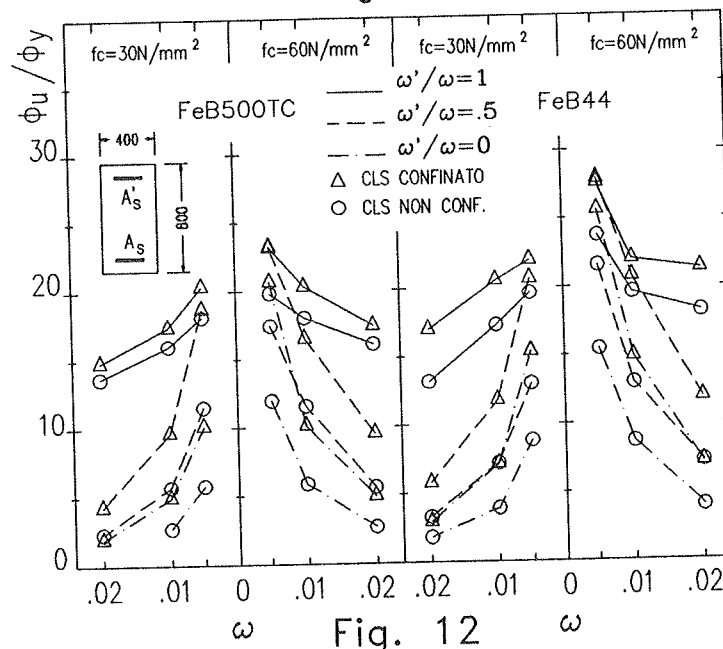


Fig. 12

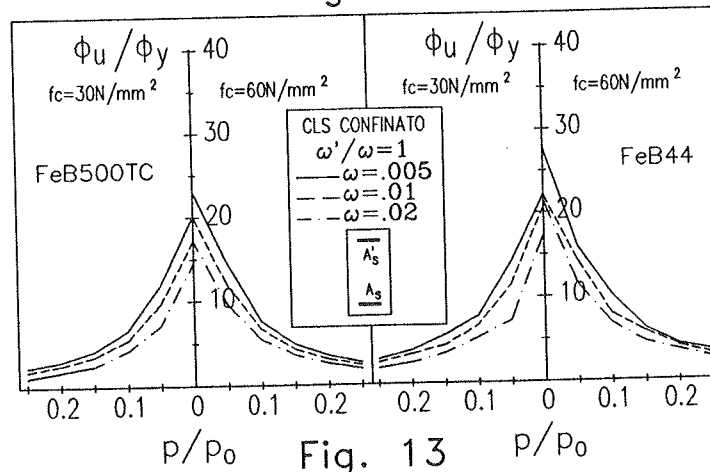


Fig. 13

## 6. CONCLUSIONI

Dai risultati ottenuti si conferma la validità di impiego dell'acciaio FeB500TC nelle strutture in c.a.. Tale tipo di acciaio ha infatti mostrato, durante la sperimentazione in laboratorio, di possedere adeguate caratteristiche di affidabilità e di costanza della risposta. Inoltre la sperimentazione numerica ha messo in luce la possibilità di ottenere soddisfacenti risultati in termini di momento flettente resistente e di duttilità da parte di sezioni armate con acciaio FeB500TC.

É infine opportuno prevedere una ulteriore indagine volta a evidenziare le caratteristiche di impiego in condizioni di esercizio, di strutture in c.a. realizzate con tale acciaio.

## 7. RINGRAZIAMENTI

Gli autori esprimono un vivo apprezzamento per la collaborazione offerta dalle Società Feralpi s.p.a., Lonato (BS), e Leali L. s.p.a., Odolo (BS).

Il presente lavoro è stato svolto con il supporto di un finanziamento MURST 60%.

## 8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Aoyama H., Noguchi H.: "Mechanical Properties of Concrete under Load Cycles Idealizing Seismic Actions", AICAP-CEB Symposium, Bulletin d'Information n.131, vol.1, April 1979, pp. 31-63.
- [2] Eurocode No.2, "Common Unified Rules for Concrete Structures", Second Consolidated Draft, April 1988.
- [3] Giuffrè A., Pinto P.E.: "Il comportamento del c.a. per sollecitazioni cicliche di forte intensità", Giornale del Genio Civile, n.5, 1970, pp. 391-408.
- [4] Wang P.T., Shah S.P., Naaman A.: "High Strength Concrete in Ultimate Strength Design", Journal of the Structural Division, vol.104, No.ST11, November 1978, pp. 1761-1773.

**CARATTERISTICHE MECCANICHE DI CALCESTRUZZI AD ALTA RESISTENZA**

**Dante GALEOTA - Matteo M. GIAMMATTEO**  
Dipartimento Ingegneria Strutture, Acque, Terreno dell'Università de L'Aquila

**Roberto MARINO**  
Calcestruzzi S.p.A. - Ravenna



## CARATTERISTICHE MECCANICHE DI CALCESTRUZZI AD ALTA RESISTENZA

**Dante GALEOTA**  
Dip. Ing. Strutture, Acque, Terreno  
Università dell'Aquila  
L'AQUILA

**Matteo M. GIAMMATTEO**  
Dip. Ing. Strutture, Acque, Terreno  
Università dell'Aquila  
L'AQUILA

**Roberto MARINO**  
Calcestruzzi S.p.A.  
RAVENNA

### SOMMARIO

Il presente lavoro illustra i risultati di una ricerca sperimentale relativa alla definizione di alcune importanti caratteristiche strutturali dei calcestruzzi ad alta resistenza. In particolare sono stati ricavati i legami sperimentali  $\sigma$ - $\epsilon$  nel caso di carichi di compressione monoassiali ed i legami  $\tau$ - $s$  di aderenza tra acciaio e calcestruzzo. I risultati sperimentali sono stati confrontati con i modelli teorici previsti dalla letteratura tecnica più recente.

### SUMMARY

This paper presents the results obtained from an experimental investigation on some of the more important structural characteristics of high strength concretes. It was possible to establish the stress-strain ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) curves in compression and the bond stress-slip ( $\tau$ - $s$ ) curves from these results. All results were compared with the theoretical models provided in the most recent technical codes.

### 1. INTRODUZIONE

Durante gli ultimi quindici anni l'impiego dei calcestruzzi ad alta resistenza ha suscitato un crescente interesse in diversi Paesi, soprattutto nella realizzazione delle costruzioni a più alto contenuto tecnologico, quali gli edifici alti, i ponti, le strutture prefabbricate e le costruzioni offshore.

Le caratteristiche di elevata resistenza meccanica e durabilità di tali calcestruzzi, ne giustificano l'uso in un non trascurabile numero di casi, nonostante il costo più alto rispetto al calcestruzzo tradizionale.

Attualmente è disponibile nella letteratura tecnica una apprezzabile quantità di informazioni e dati sperimentali sul comportamento strutturale dei calcestruzzi ad alta resistenza. A tal proposito si ricordano i documenti [1], [2] pubblicati dall'ACI Committee 363 nel 1984 e nel 1987, e più recentemente (1990) quello pubblicato dal FIP/CEB Working Group on High Strength Concrete [5]. In tali documenti vengono definiti ad alta resistenza quei calcestruzzi che presentano resistenze a compressione superiori a  $50+60 \text{ N/mm}^2$ .

Al di là di questi valori si ritiene però che essi presentino un comportamento strutturale molto più fragile rispetto ai calcestruzzi tradizionali.

Questa caratteristica, insieme ai limitati impieghi e sperimentazioni realizzati in Italia, giustifica l'esigenza di ulteriori indagini su alcuni aspetti del comportamento strutturale non del tutto chiari, o tali da suscitare diffidenza negli eventuali utilizzatori.

Nel presente lavoro vengono prese in considerazione alcune importanti caratteristiche meccaniche, quali il comportamento a compressione, a trazione e l'aderenza acciaio-calcestruzzo, soprattutto in relazione all'impiego di differenti qualità di inerti disponibili sul mercato nazionale.

I risultati della campagna sperimentale vengono inoltre analizzati e confrontati con le previsioni teoriche presenti nella letteratura tecnica più recente.

## 2. PROGRAMMA SPERIMENTALE

La sperimentazione effettuata rientra in un programma di ricerca più vasto sui calcestruzzi ad alta resistenza, in corso presso il Laboratorio Prove Materiali e Strutture dell'Università dell'Aquila e presso il Laboratorio Prove Materiali della Calcestruzzi S.p.A. di Ravenna.

In tale ambito sono stati realizzati tre impasti (HSC1, HSC2, HSC3) con caratteristiche identiche per quanto riguarda il rapporto acqua/cemento, il tipo ed il dosaggio di cemento, l'additivo superfluidificante e l'aggiunta di materiali pozzolanici, ma diversificati tra loro per la scelta degli inerti (v. Tab.I).

Tab.I - MISCELE

| IMPASTO                          |                         | HSC1 | HSC2 | HSC3 |
|----------------------------------|-------------------------|------|------|------|
| INERTI                           |                         |      |      |      |
| Sabbia fine                      | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 115  | 130  |      |
| Sabbia 0+5mm                     | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 560  | 800  |      |
| Pietrisco 5+12mm <sup>(1)</sup>  | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 565  |      |      |
| Pietrisco 10+22mm <sup>(1)</sup> | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 515  |      |      |
| Basalto 0+15mm                   | [ kg / m <sup>3</sup> ] |      | 880  |      |
| Misto Verona 0+22mm              | [ kg / m <sup>3</sup> ] |      |      | 1830 |
| CEMENTO 525 Pt1                  | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 450  | 450  | 450  |
| PFA (Ceneri volanti)             | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 30   | 30   | 30   |
| SF (Fumi di Silice)              | [ kg / m <sup>3</sup> ] | 20   | 20   | 20   |
| ACQUA                            | [ l / m <sup>3</sup> ]  | 165  | 165  | 165  |
| IPERFLUIDIFICANTE                | % <sup>(2)</sup>        | 3    | 3    | 3    |

(1) calcare bianco del Furlo

(2) sul peso di Cem.+PFA+FS

Come è noto, la realizzazione pratica dei calcestruzzi ad alta resistenza prevede l'osservanza delle seguenti regole fondamentali:

- uso di cemento ad alta resistenza,
- ridotti rapporti acqua/cemento,

- opportune aggiunte di materiali pozzolanici, quali le ceneri volanti (PFA) ed in particolare i fumi di silice (SF),
- uso di superfluidificante,
- uso di adeguati inerti.

Nel caso in esame la scelta del cemento è caduta sul Portland 525, sia per la maggior garanzia di raggiungimento di elevate resistenze meccaniche, sia per la finezza molto spinta, che permette uno sfruttamento più veloce dell'attività pozzolanica esplicata nell'impasto dalla miscela di PFA e SF.

L'impiego di PFA (v. Tab.II) ha una limitata influenza sulla resistenza a compressione soltanto alle stagionature elevate [9], tuttavia risulta particolarmente utile, durante l'impasto, perché conferisce maggior lavorabilità.

L'aggiunta di SF (v. Tab.III) all'impasto è stata decisa per ridurre il dosaggio di cemento, conferire lavorabilità all'impasto ed ottenere elevate resistenze meccaniche [3]. Il tenore di SF nelle miscele realizzate è stato mantenuto tuttavia relativamente basso; infatti la percentuale di SF sul peso del cemento è pari al 4.4%.

Tab.II - COMPOSIZIONE CHIMICA  
DELLE CENERI VOLANTI

| Componente                     | Percentuale |
|--------------------------------|-------------|
| SiO <sub>2</sub>               | 45.80       |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 31.20       |
| Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 3.96        |
| CaO                            | 6.90        |
| Na <sub>2</sub> O              | 0.24        |
| K <sub>2</sub> O               | 0.84        |
| MgO                            | 1.79        |
| SO <sub>3</sub>                | 1.00        |
| p.p.c.                         | 7.00        |
| Cl                             | assente     |

Tab.III - COMPOSIZIONE CHIMICA  
DEI FUMI DI SILICE

| Componente                     | Percentuale |
|--------------------------------|-------------|
| SiO <sub>2</sub>               | 94+98       |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 0.1+0.4     |
| Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 0.05+0.3    |
| CaO                            | 0.1+0.5     |
| Na <sub>2</sub> O              | 0.1+0.5     |
| K <sub>2</sub> O               | 0.2+0.7     |
| MgO                            | 0.1+0.9     |

È risultato inoltre indispensabile l'utilizzo di un iperfluidificante, ottenuto da una miscela di naftalensulfonato e melammina, capace di portare la lavorabilità del calcestruzzo a valori più che accettabili (160mm al cono di Abrams) e di mantenere il rapporto acqua/(cemento+PFA+SF) ad un valore molto basso, pari a 0.33.

Come è noto, nei calcestruzzi ad alta resistenza il ruolo svolto dagli aggregati riveste una notevole importanza, sia per la reazione all'interfaccia pasta di cemento-aggregati, sia per le caratteristiche fisico-meccaniche degli aggregati stessi. Si è ritenuto opportuno confrontare il contributo di tre tipi di aggregato: uno alluvionale ad alto tenore di silice, uno calcareo proveniente da impianti di frantumazione, ed uno basaltico, frequentemente usato nei calcestruzzi ad alta resistenza.

Per ciascun impasto (HSC1, HSC2, HSC3) sono stati confezionati i seguenti provini:

- prove a compressione
  - 8 campioni cilindrici 80×160mm
  - 4 campioni cilindrici 150×300mm
  - 4 campioni cubici 150×150mm
- prove a trazione indiretta (brasiliiana)



- 4 campioni cilindrici 150x300mm
- c) prove di pull-out
  - 8 campioni cubici 200x200mm, muniti di barre di acciaio Feb44k di diametro  $\varnothing$ 16mm, con lunghezza aderente pari a  $5\varnothing$ , in posizione centrale.

Le prove sopraindicate sono iniziate a partire da una età di maturazione pari a 28 giorni.

Durante le prove a compressione sono state realizzate due storie di carico monoassiale: carichi monotonici e carichi ripetuti a deformazione crescente. Storie di carico analoghe sono state impiegate nel corso delle prove di pull-out.

### 3. ANALISI DEI RISULTATI

#### 3.1 Comportamento a compressione

Le figg. 1 e 2 mostrano alcune curve  $\sigma$ - $\epsilon$  sperimentali, ottenute durante le prove a compressione.

In generale si nota un andamento della curva ascendente pressoché lineare fino a valori di tensione prossimi alla resistenza a compressione  $f_c$ , una deformazione  $\epsilon_0$  in corrispondenza di  $f_c$  superiore allo 0.2%, un andamento molto ripido della curva discendente.

L'andamento lineare delle curve  $\sigma$ - $\epsilon$  evidenzia la minore microfessurazione interna per livelli medi ed alti di tensione di compressione. Questa caratteristica, tipica dei calcestruzzi ad alta resistenza, è una conseguenza della ridotta differenza di rigidità tra pasta di cemento indurita ed aggregati, che comporta una distribuzione interna degli sforzi più uniforme.

Tuttavia la minore microfessurazione, a causa della limitata possibilità di redistribuzione interna degli sforzi, provoca un comportamento meno duttile del materiale in fase di rottura.

Le resistenze medie a compressione per i campioni appartenenti alle miscele HSC1, HSC2 e HSC3 sono state rispettivamente di  $74.4\text{N/mm}^2$ ,  $67.5\text{N/mm}^2$  e  $79.7\text{N/mm}^2$ , con coefficienti di variazione pari a circa 8% in tutti e tre i casi. La resistenza più bassa è stata ottenuta nel caso di calcestruzzo (HSC2) confezionato con inerte basaltico.

La fig.3 mostra l'andamento della deformazione ( $\epsilon_0$ ) in corrispondenza della resistenza a compressione  $f_c$ , al variare di  $f_c$ .

Analizzando separatamente i dati appartenenti ad HSC1, HSC2 e HSC3 si nota nell'ambito di ciascun gruppo una lieve tendenza a crescere di  $\epsilon_0$  all'aumentare di  $f_c$ . Complessivamente i valori di  $\epsilon_0$  risultano compresi tra lo 0.2% e lo 0.3%.

#### 3.2 Modulo elastico

La fig.4 illustra l'andamento del modulo elastico secante  $E_c$ , misurato in corrispondenza della tensione pari al 45% di  $f_c$ , al variare della resistenza a compressione.

La figura evidenzia la crescita di  $E_c$ , sia all'interno di ciascun gruppo di dati omogenei, che globalmente, all'aumentare di  $f_c$ . Si nota inoltre che i valori più elevati di  $E_c$  appartengono ad HSC3, mentre appaiono mediamente simili i risultati dei campioni appartenenti ad HSC1 ed HSC2.

Per confronto viene riportata la previsione di  $E_c$  fornita dalla relazione empirica suggerita da Carrasquillo [1] e valida per resistenze comprese tra 21 e  $83\text{N/mm}^2$ . Per resistenze inferiori a  $75\text{N/mm}^2$  i valori sperimentali di  $E_c$  risultano inferiori alla previsione teorica. Tale differenza è imputabile alla modalità di rilievo delle deformazioni durante la sperimentazione; infatti la misura delle deformazioni è stata effettuata sull'intera altezza del provino.

#### 3.3 Resistenza a trazione

I valori della resistenza a trazione  $f_{tp}$ , ricavati con prove a trazione indiretta, sono mostrati in fig.5, in funzione della corrispondente resistenza a compressione  $f_c$ .

Si può notare che i valori più elevati di  $f_{tp}$  appartengono ai calcestruzzi HSC2 e HSC3. In

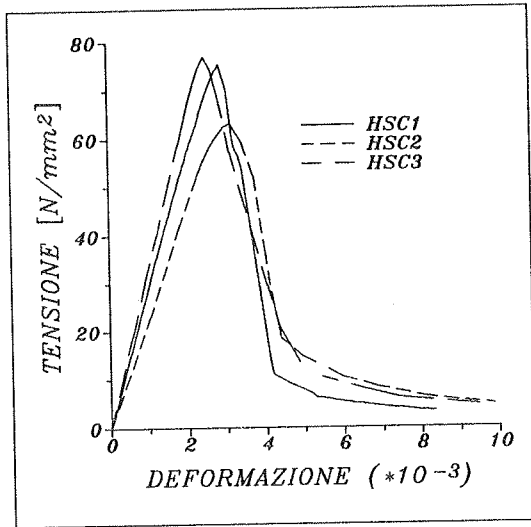


Fig. 1

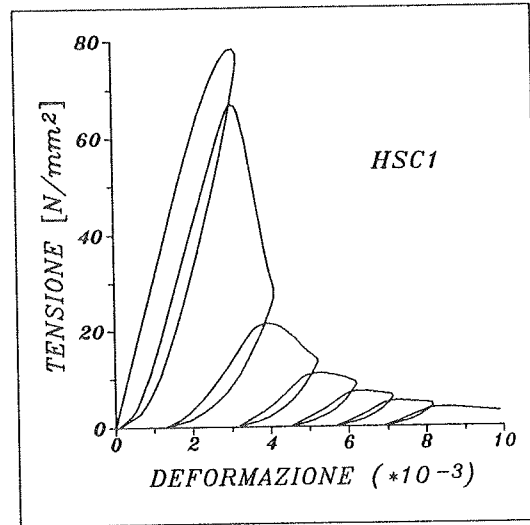


Fig. 2

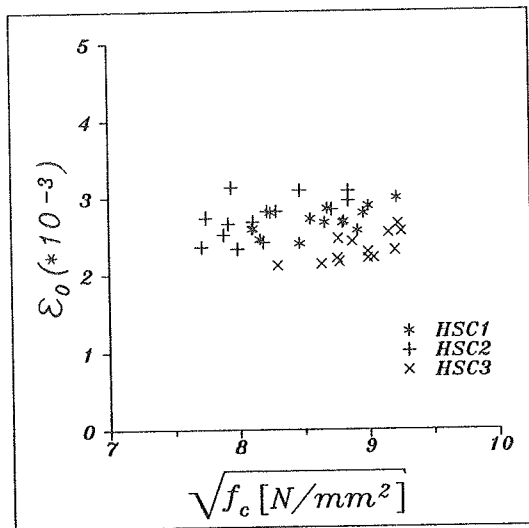


Fig. 3

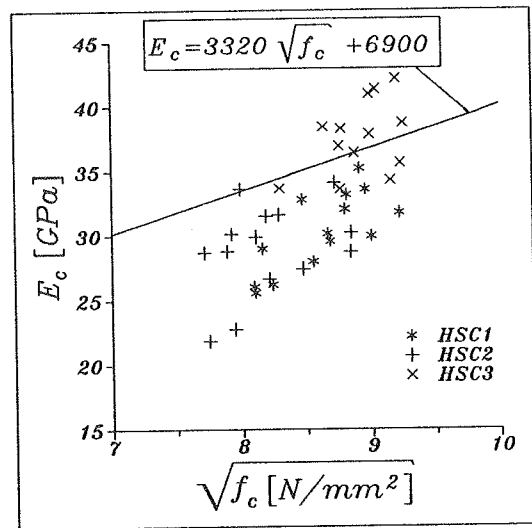


Fig. 4

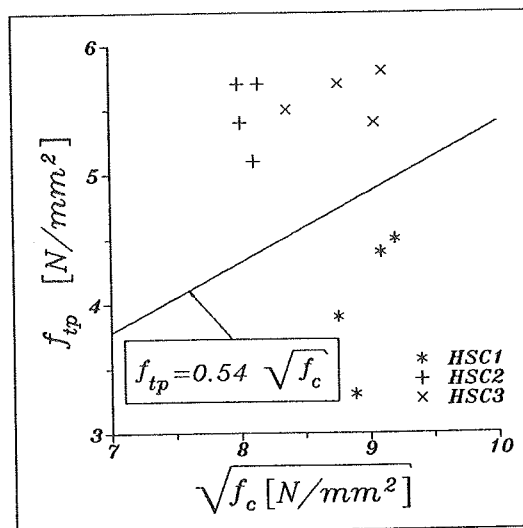


Fig. 5

generale i risultati sono compresi tra il 4.6% e l'8.4% della resistenza a compressione.

Per confronto viene riportata la previsione teorica suggerita da Carrasquillo [1].

### 3.4 Aderenza acciaio-calcestruzzo

Le figg.6 e 7 illustrano alcune curve  $\tau$ - $s$  sperimentali, ottenute durante le prove di pull-out. L'esame delle curve mette in evidenza un comportamento aderente caratterizzato da elevata rigidità e resistenza, nonché da assenza di cicli di isteresi, nel caso di carichi ripetuti.

I valori medi delle resistenze di aderenza risultano nel complesso molto elevati, se confrontati con quelli dei calcestruzzi ordinari. Essi sono, nel caso di campioni confezionati con i calcestruzzi HSC1, HSC2 e HSC3, rispettivamente pari a  $31\text{N/mm}^2$ ,  $31.4\text{N/mm}^2$  e  $35.7\text{N/mm}^2$  (v. fig.8) e presentano un coefficiente di variazione pari a circa il 5% in tutti i casi.

Durante le prove di pull-out sono state osservate, limitatamente al caso di alcuni campioni HSC1, rotture causate da lesionamento longitudinale (splitting).

Nella maggior parte dei casi la tensione residua  $\tau_3$  è risultata pari a circa il 60% della rispettiva resistenza di aderenza  $\tau_1$ .

In tutti i casi le tensioni delle barre di acciaio, in corrispondenza della resistenza di aderenza  $\tau_1$ , sono state superiori alla tensione di snervamento dell'acciaio stesso (Feb44k).

La fig.9 mostra l'andamento dello scorrimento  $s_1$ , in corrispondenza della resistenza di aderenza  $\tau_1$ , al variare di  $\tau_1$ . Esaminando separatamente i dati appartenenti ad HSC1, HSC2 e HSC3 si nota una diminuzione di  $s_1$  allorché aumenta  $\tau_1$ , cioè un comportamento più rigido del tratto di curva ascendente  $\tau$ - $s$ , nel caso di campioni con aderenza maggiore.

## 4. MODELLAZIONE ANALITICA

I risultati dell'indagine sperimentale sono stati utilizzati per calibrare, mediante tecniche di identificazione, due modelli analitici: il primo in grado di riprodurre il comportamento dei calcestruzzi ad alta resistenza, sotto carichi monoassiali di compressione monotonici e ciclici, il secondo in grado di riprodurre il legame tensione di aderenza-scorrimento tra barre di acciaio ad aderenza migliorata e calcestruzzo ad alta resistenza.

Per quanto riguarda il primo modello, è stato impiegato quello proposto da Tanigawa [10], opportunamente modificato e già sperimentato in precedenti lavori [6], [7].

I parametri oggetto dell'identificazione sono stati i seguenti:  $f_c$ ,  $\epsilon_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$ ; questi ultimi due controllano rispettivamente l'andamento del tratto ascendente e discendente della curva involuppo  $\sigma$ - $\epsilon$ . In particolare i parametri  $D_1$  e  $D_2$  hanno fornito valori molto simili in tutti i casi trattati, per cui si riportano soltanto i loro valori medi, che sono rispettivamente pari a 13.7 e 9.3.

Le figg. 10 e 11 mostrano alcune curve sperimentali identificate; inoltre le figg. 12, 13 e 14 mostrano le leggi analitiche che regolano la risposta isteretica del modello, ottimizzate sulla base dei dati sperimentali con la tecnica dei minimi quadrati.

Per rappresentare le relazioni  $\tau$ - $s$  monotoniche e cicliche di barre ad aderenza migliorata inserite nel calcestruzzo sono stati proposti svariati modelli analitici. Per questo studio il modello adottato per l'involuppo monotoniche è quello proposto da Bertero ed altri [4]. Le curve cicliche, all'interno di quella involuppo, sono state schematizzate con una serie di linee rette, come descritto in [8].

Allo scopo di ottenere la migliore sovrapposizione possibile tra le curve  $\tau$ - $s$  sperimentali e quelle prodotte dal modello, è stata effettuata la calibrazione di sei parametri:  $\tau_1$ ,  $\tau_3$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $\alpha$ .

Alcune curve sperimentali con le rispettive migliori previsioni teoriche, sono rappresentate nelle figg. 15 e 16; queste figure mostrano un accordo molto buono tra il modello e le curve  $\tau$ - $s$  sperimentali.

Attraverso la tecnica di identificazione impiegata, è stato infine possibile ricavare il miglior valore (0.10) del parametro  $\alpha$ , non ottenibile direttamente dalle prove.

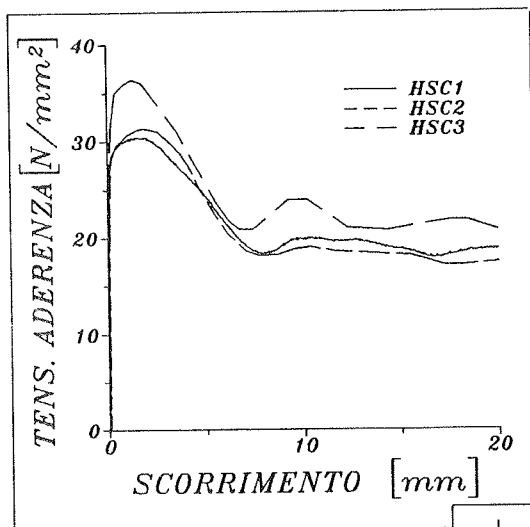


Fig. 6

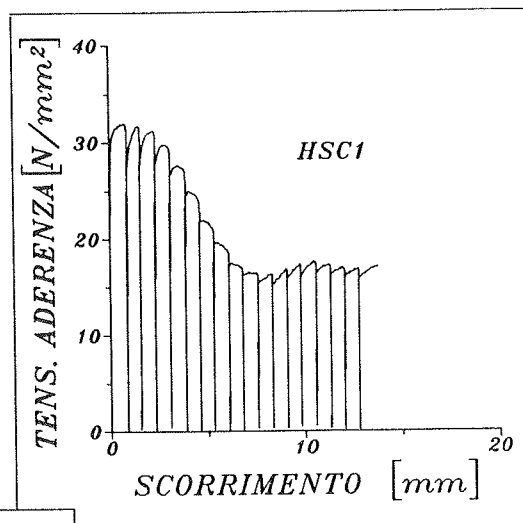


Fig. 7

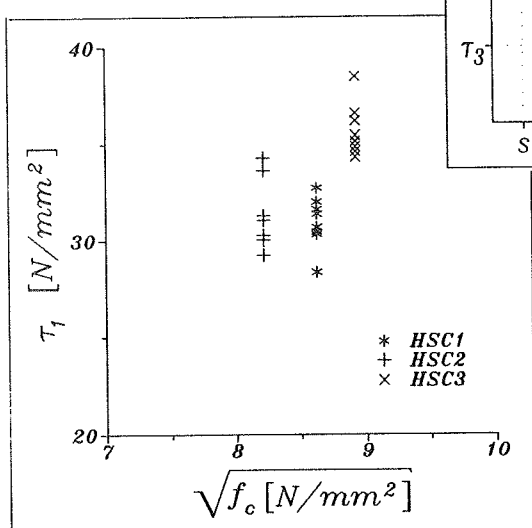


Fig. 8

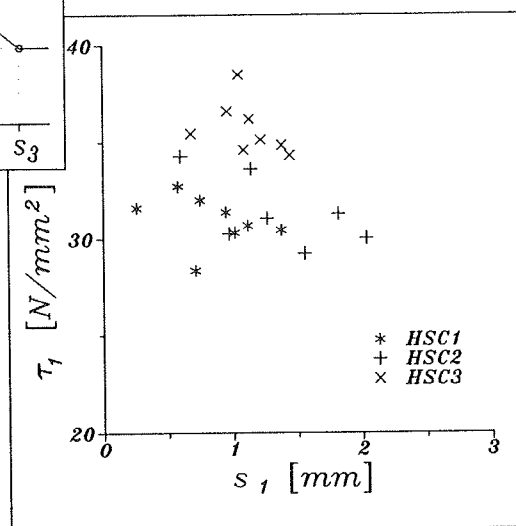


Fig. 9

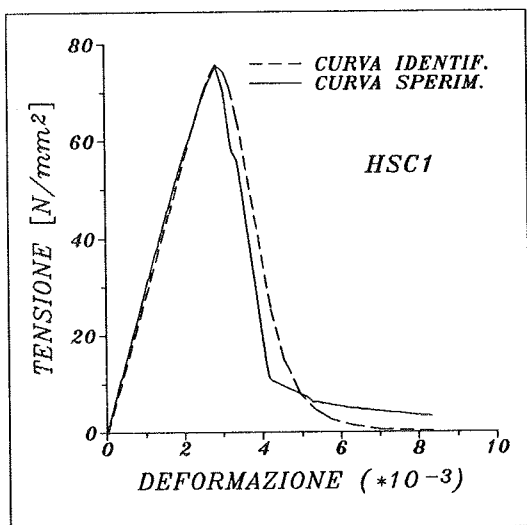


Fig. 10

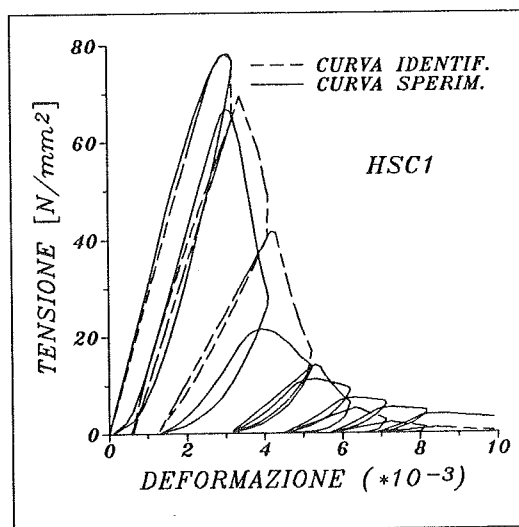


Fig. 11

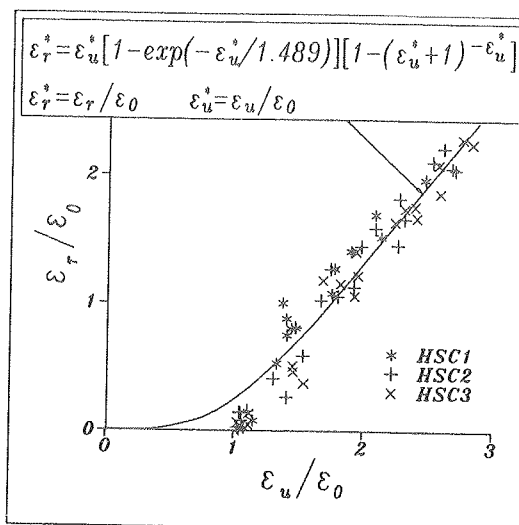


Fig. 12

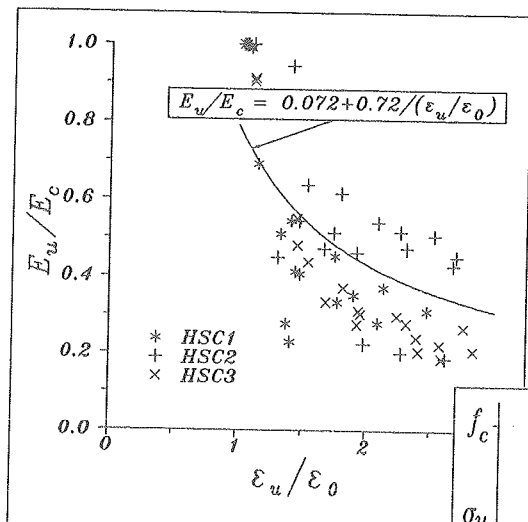


Fig. 13

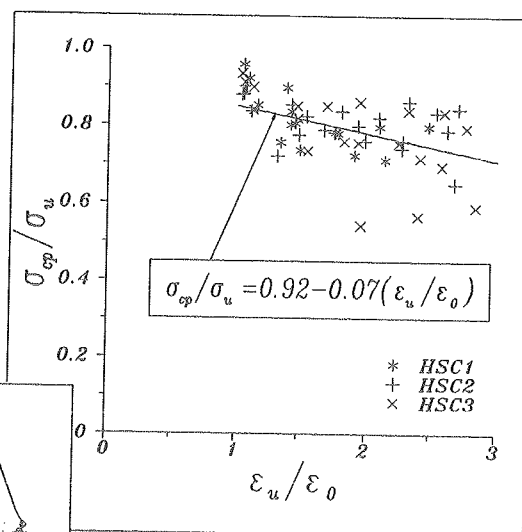


Fig. 14

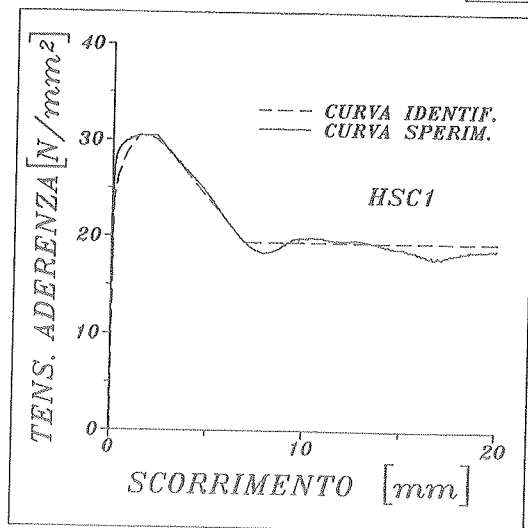
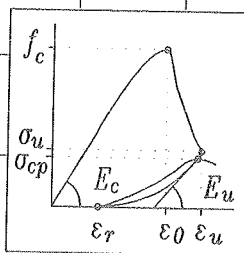


Fig. 15

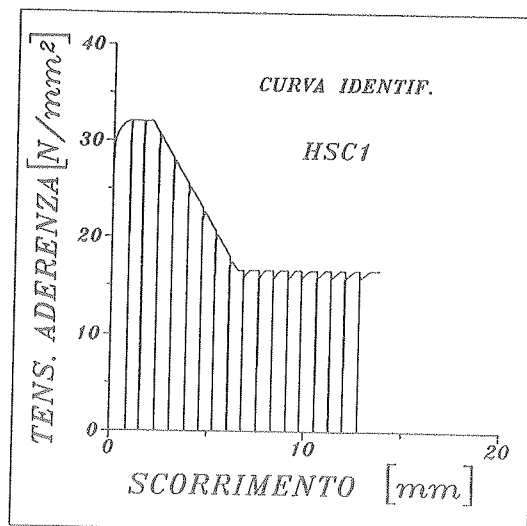


Fig. 16

## 5. CONCLUSIONI

- Dai risultati di questo studio si possono trarre le seguenti conclusioni:
- le curve  $\sigma$ - $\epsilon$  dei calcestruzzi ad alta resistenza esaminati, sotto carichi di compressione monoassiali, hanno mostrato un andamento lineare nel tratto ascendente, fino a tensioni prossime a quelle di rottura;
  - la deformazione in corrispondenza della resistenza a compressione è risultata in genere superiore allo 0.2%;
  - il tratto discendente delle curve  $\sigma$ - $\epsilon$  è caratterizzato da un andamento molto ripido;
  - i calcestruzzi studiati hanno presentato una ridotta microfessurazione rispetto a quanto avviene nei calcestruzzi ordinari; questa caratteristica comporta una minore espansione laterale per carichi prossimi a quelli di rottura, ed un comportamento meno duttile in fase di rottura;
  - le resistenze a compressione osservate sono risultate comprese tra 60 e 86N/mm<sup>2</sup>;
  - le resistenze a trazione, valutate con prove a trazione indiretta (brasileana), sono risultate variabili tra il 4.6% e l'8.4% della rispettiva resistenza a compressione; i risultati sperimentali sono in buon accordo con le previsioni teoriche suggerite dal documento dell'ACI Committee 363;
  - i legami di aderenza  $\tau$ - $s$  tra i calcestruzzi ad alta resistenza e le barre di acciaio ad aderenza migliorata, sono stati caratterizzati da elevata rigidità e resistenza, e da assenza di cicli di isteresi, nel caso di carichi ripetuti;
  - i valori osservati delle resistenze di aderenza sono stati molto elevati e compresi tra 28 e 37N/mm<sup>2</sup>;
  - le tensioni delle barre di acciaio in corrispondenza della resistenza di aderenza, sono state in tutti i casi superiori alla tensione di snervamento dell'acciaio;
  - nel panorama dei calcestruzzi finora sperimentati, quelli confezionati adottando come inerte il *misto Verona*, hanno fornito i migliori risultati dal punto di vista delle caratteristiche meccaniche;
  - i modelli proposti per rappresentare il comportamento a compressione ed il legame di aderenza acciaio-calcestruzzo, quantunque semplificati, tengono conto dei più significativi parametri osservati durante le prove, e sono in grado di riprodurre validamente la maggior parte delle curve sperimentali.

## 6. RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato svolto con il supporto di un contributo CNR di ricerca (contratto nr.90.01611.CT07) e di un finanziamento MURST 60%.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] ACI COMMITTEE 363: "State of the Art Report on High Strength Concrete", ACI Journal, Proceedings, Vol.81, No.4, July-August 1984, pp. 362-411.
- [2] ACI: "High Strength Concrete", Special Publication SP-87, ACI, Detroit 1987.
- [3] ACI COMMITTEE REPORT: "Silica Fume in Concrete", Materials Journal, ACI, Vol.84, No.2, March-April 1987, pp. 158-166.
- [4] CIAMPI V., ELIGHEAUSEN R., BERTERO V.V., POPOV E.P.: "Analytical Model for Deformed Bar Bond under Generalized Excitations", Proceedings, IABSE Colloquium on "Advanced Mechanics of Reinforced Concrete", Delft, 1981, pp. 53-67.
- [5] FIP/CEB BULLETIN D'INFORMATION No.197: "High Strength Concrete. State of the Art Report", SR 90.1, August 1990.
- [6] GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M.: "Modellazione del legame costitutivo di calcestruzzi additivati con fumi di silice", Seminario AICAP Calcestruzzi Speciali, L'Aquila, 5-6

ottobre 1988, pp. 167-180.

- [7] GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M., TAVANO S.: "Legame costitutivo di calcestruzzi fibrosi additivati con fumi di silice", Giornate AICAP 1989, Napoli, 4-6 maggio 1989, pp. 189-200.
- [8] GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M., MARINO R.: "Local Bond Stress-Slip Relations of Deformed Bars Embedded in Concrete with Silica Fume", Ninth Symposium on Earthquake Engineering, Roorkee, India, December 14-16, 1990, pp. 4,09-4,16.
- [9] MALHOTRA V.M. (Editor): "Supplementary Cementing Materials for Concrete", CANMET Publication, Canada 1987.
- [10] TANIGAWA Y., HATANAKA S.: "Stress-Strain Relations of Steel Fiber Reinforced Concrete under Repeated Compressive Load", Cement and Concrete Research, Vol.13, 1983, pp. 801-808.

PRECOMPRESSIONE "LOCALIZZATA" E RICOMPRESSIONE ECCENTRICA  
DEL LEMBO TESO

Carlo MARIONI  
Roma





## PRECOMPRESSIONE "LOCALIZZATA" E RIPRECOMPRESSIONE ECCENTRICA DEL LEMBO TESO

Carlo MARIONI  
Roma

### SOMMARIO

Viene qui esaminato il comportamento teorico di una sezione pressoinflessa nel caso di neutralizzazione delle trazioni al lembo teso, tenendo conto delle fasi costruttive e di quelle di precompressione della struttura. Il problema della conservazione di tutta la struttura [2] o del solo lembo teso [3] nello Stato elastico è stato affrontato in precedenti memorie. La memoria termina con una breve descrizione di alcuni tradizionali esempi italiani di precompressione "localizzata" del lembo teso.

### SUMMARY

The static behaviour of sections prestressed and stepwise prefabricated for vanishing stresses at the bottom has been studied. The problem of keeping the structure elastic as a whole [2] or at bottom fiber [3] was already afforded by the author.

### 1. PREMESSA

#### 1.1 Geometrizzazione delle verifiche di sezioni presso-inflesse mediante l'ausilio della geometria della masse

La verifica delle tensioni ai lembi di una sezione precompressa viene abitualmente condotta mediante formule di tipo binomio:

$$1. \quad \sigma_e = -\frac{N}{A} - \frac{M_p + \sum M}{W_e}$$

$$\sigma_i = -\frac{N}{A} + \frac{M_p + \sum M}{W_i}$$

|                                 |   |   |
|---------------------------------|---|---|
| N                               | : | forza assiale di precompressione  |
| A                               | : | area della sezione  |
| W <sub>i</sub> , W <sub>e</sub> | : | momenti resistenti (intradosso, estradosso)                                 |
| M <sub>p</sub>                  | : | momento di precompressione  |
| ΣM                              | : | momenti dovuti ai carichi esterni<br>(>0 se tendono le fibre di intradosso) |

Per poter fare riferimento ai metodi della geometria delle masse è però opportuno esprimere le 1. mediante formule di tipo monomio, raccogliendo a comune denominatore i momenti resistenti della sezione:

$$2. \quad \sigma_e = -\frac{N}{W_e} (v_e + \Sigma e) \quad \left( v = \frac{W}{A} \right) : \text{distanza del punto di nocciolo dal baricentro}$$

$$\sigma_i = -\frac{N}{W_i} (v_i - \Sigma e) \quad \left( e = \frac{M}{-N} \right) : \text{eccentricità dei momenti riferita ad N}$$

Il polinomio entro parentesi nelle 2. computa l'escursione del centro di pressione da uno dei due punti di nocciolo della sezione.

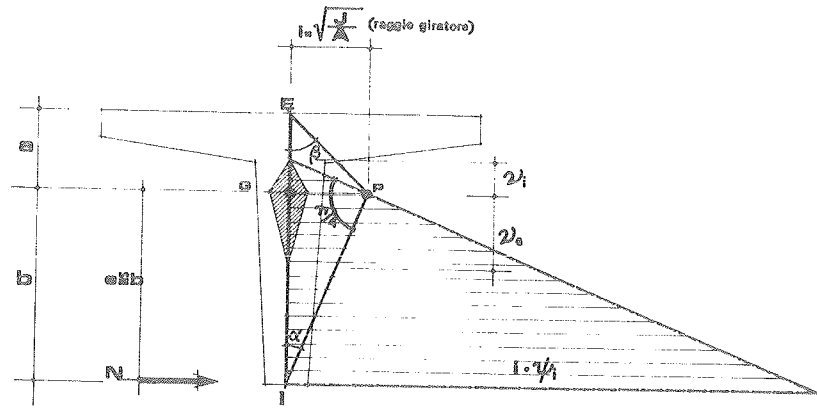


Fig. 1 - Caratteristiche geometriche e inerziali di una sezione a T [3]

Sulla base di quest'ultima espressione, riferita per semplicità al raggiungimento della neutralità per le tensioni normali d'intradosso  $[\sigma_i = 0]$ , Guyon [1] ha potuto fissare un valore medio, per la massima risalita del centro di pressione di una comune trave a T precompressa in una sola fase, pari a:

$$\Sigma (e = -M/N) = -0.7 h$$

con i seguenti valori geometrici riferibili alla Fig. 1:

$$3. \quad \left( \rho = \frac{v_i}{a} = \frac{v_e}{b} = 0.5 \right) : \text{rendimento inerziale di una usuale sezione a T}$$

$$(h' = 0.05 h) : \text{copriferro dell'acciaio attivo di una usuale sezione a T}$$

### 1.2 Specializzazione della formula di tipo monomio nei casi di "localizzazione" della precompressione e di riprecompressione del lembo teso all'interno di una sezione completata

Se riesaminiamo il caso abbastanza significativo [3] della precompressione in due tempi di una sezione trasversale ( $A_1$ ) precompressa originariamente dalla forza ( $N_1$ ) poi completata con getto integrativo superiore, possiamo osservare come l'espressione della tensione al lembo inferiore, quando per semplicità si faccia astrazione dalle cadute di tensione, assuma la forma del tipo:

$$4. \quad \sigma_i = -\frac{N_1}{W_{i1}} [(1 + m) v_{i1} + e_{N1} - e_1 - \gamma e_2 - \gamma e_3]$$

[[ $e_1, e_2, e_3$ ] rappresentano le risalite del centro di pressione dovute al peso proprio, al completamento ed ai carichi variabili, tutte riferite alla forza  $N_1$ ]; nella quale tutte le quantità in gioco sono riferite alla sezione originaria ( $A_1$ ) ed alla forza originaria di precompressione ( $N_1$ ).

Tale espressione, quand'essa venga riferita per semplicità alla particolare circostanza che la tensione al lembo

inferiore della sezione svanisca [ $\sigma_i = 0$ ], traduce (in termini di geometria delle masse) la elementare constatazione in base alla quale la summenzionata circostanza fisica deve coincidere con il raggiungimento del punto di nocciolo relativo al lembo inferiore della sezione originaria ( $A_1$ ), da parte di una certa aliquota, già definita "efficace" in [3], della totale forza di precompressione applicata all'intera sezione ( $A_1 + A_2$ ). Possiamo pertanto scrivere per simboli:

5.  $N^* = N_1 + N_2^*$  valore efficace di (N) riferito ad ( $A_1$ )
6.  $N_2^* = \sigma_{2G_1} \cdot A_1$  valore efficace di ( $N_2$ ) riferito a ( $G_1$ )
7.  $1 + \frac{e_2^*}{v_{i1}} = \frac{\Delta\sigma_{i2}}{\sigma_{2G_1}}$   $e_2^*$ : eccentricità efficace di ( $N_2$ ) riferita a ( $G_1$ )
8.  $m = \frac{N_2^*}{N_1} \left(1 + \frac{e_2^*}{v_{i1}}\right)$  coefficiente di riprecompressione del lembo inferiore
9.  $\gamma = \frac{W_{i1}}{W_{i2}}$  coefficiente di riduzione di [ $e_2 = M_2/N_1$ ] alla sezione ( $A_1$ )

Tornando all'espressione 4. e ricordando che il suo valore numerico deve svanire per la condizione imposta [ $\sigma_i = 0$ ] sotto l'azione dei carichi d'esercizio (prescindendo dalle cadute di tensione), appare evidente che la somma entro parentesi sarà tanto più in grado di compensare le risalite del centro di pressione sotto l'azione dei carichi esterni, quanto più elevato sarà il coefficiente 8. di riprecompressione del lembo inferiore della sezione originaria ( $A_1$ ) e quanto più potente sarà il coefficiente di riduzione delle eccentricità dei momenti positivi applicati.

In generale potrà affermarsi che i criteri della precompressione "localizzata" del lembo teso e della riprecompressione della sezione completata, si fondano il più delle volte sull'intenzione di accumulare la massima contrazione delle fibre parallele a tale lembo teso, mantenendo al tempo stesso le tensioni ai lembi estremi della sezione strutturale entro i limiti delle tensioni ammissibili; ma riflettono altresì l'esigenza di non sprecare l'acciaio attivo di precompressione, disperdendone l'azione più immediata a tutta la sezione trasversale resistente. Tale concetto, che presuppone il principio di un'Economia della coazione artificiale, come Principio di sobrietà e definitezza strutturale al quale ispirarsi nel progettare le sezioni precomprese, può riassumersi nell'assioma che Riccardo Morandi [4] amava ripetere di fronte a sezioni precomprese troppo massicce rispetto al regime di carichi da contrastare: "Non si possono precomprimere le montagne".

### 1.3 Precompressione "localizzata" al lembo teso e riprecompressione eccentrica all'interno di una sezione completata

Le formule di tipo monomio 2. possono assumere una veste più adatta a considerazioni di tipo adimensionale, nella forma riferita al lembo d'intradosso:

10.  $\sigma_i = \sigma_G \left(1 + \frac{e}{v_i}\right)$   $e$  : eccentricità del centro di pressione per la condizione di carico considerata
- 10 bis  $\frac{\sigma_i}{\sigma_G} = \left(1 + \frac{e}{v_i}\right)$   $\sigma_G$  : precompressione media

Quando l'espressione a secondo membro della 10bis. venga riferita alla situazione di precompressione pura, essa può servire ad individuare una ben determinata caratteristica della sezione resistente, già denominata in [3] "sensibilità alla precompressione", usualmente riferita al lembo di intradosso della sezione:

11.  $\psi_i = 1 + \frac{e_p}{v_i} = \frac{\sigma_i}{\sigma_G}$   $e_p$  : eccentricità dell'acciaio attivo

L'impiego di tale indice permette di istituire un immediato raffronto tra le usuali sezioni di elementi precompressi e le sezioni a precompressione "localizzata".

Ciò si spiega osservando che l'indice di sensibilità alla precompressione ( $\psi_i$ ) rappresenta il moltiplicatore della tensione baricentrica ( $\sigma_G$ ):

$$12. \quad \sigma_i = \psi_i \sigma_G \quad (\text{precompressione pura})$$

e pertanto consente una valutazione diretta dell'efficacia della precompressione agente sul lembo inferiore della sezione, in termini di ( $\sigma_G$ ), cioè di tensione media di coazione riferita all'area della sezione precompressa iniziale.

Lo stesso effetto di amplificazione della tensione di precompressione media, al lembo teso ( $\sigma_i$ ), può quindi essere raggiunto mediante la "localizzazione" della precompressione, come risulta anche dalla Fig. 2, seguendo due procedimenti costruttivi completamente differenti:

- precomprimendo in un primo tempo solo ed esclusivamente una porzione pari a ( $1/\psi_i$ ) della sezione finale (precompressione "localizzata" di Fig. 2);
- concentrando una porzione pari a ( $1/\psi_i$ ) della sezione totale, nel punto di nocciolo inferiore (sezione reticolare della Fig. 2).

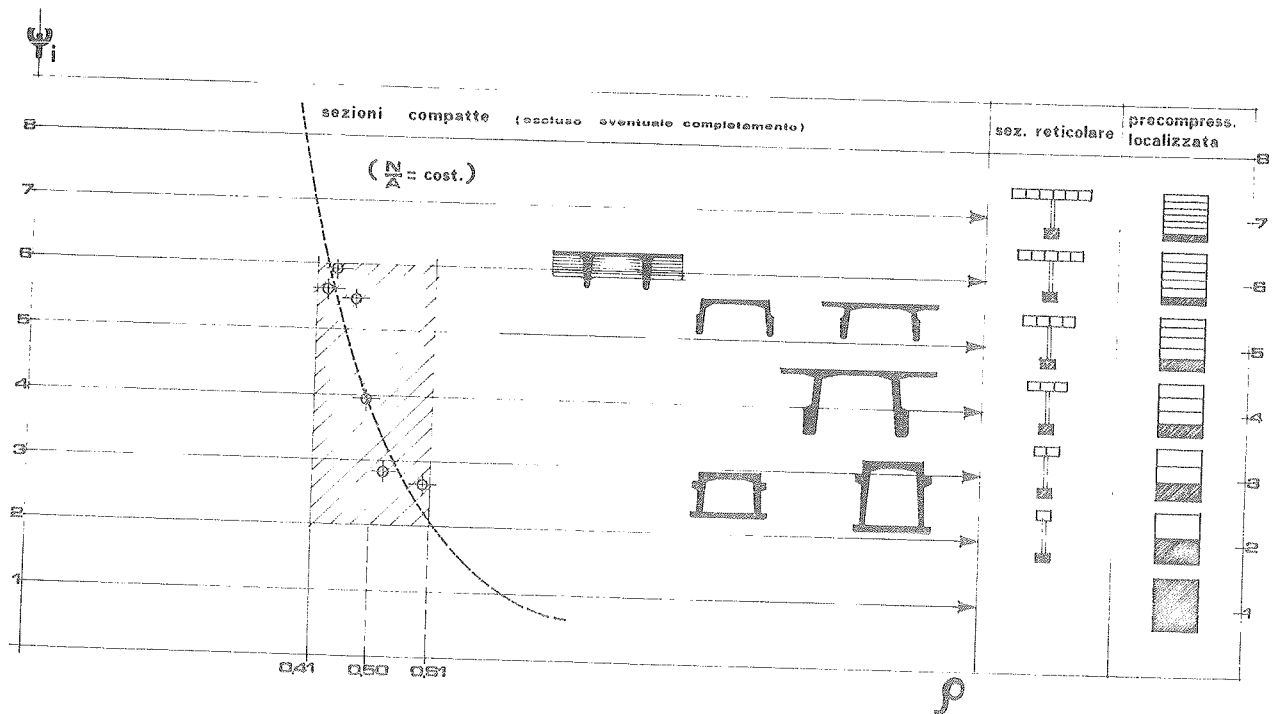


Fig. 2 - Diagramma ( $\psi_i/\rho$ ) per comuni sezioni compatte, reticolari ed a precompressione "localizzata" [3]

Se si potesse prescindere dal rendimento inerziale ( $\rho$ ) della sezione, il massimo di coazione favorevole al lembo teso rispetto alle sezioni precomprese compatte dotate di maggior sensibilità alla precompressione, si otterrebbe "localizzando" su di ( $1/6$ ) dell'area globale la precompressione assiale di una sezione rettangolare, oppure precomprimendo in una sola fase una sezione reticolare con briglia inferiore dotata di ( $1/6$ ) dell'area resistente totale.

Quando però si tenga conto del rendimento inerziale ( $\rho$ ) bisogna valutare opportunamente le seguenti circostanze:

- l'indebolimento del lembo inferiore della sezione la sensibilizza sia per l'assorbimento di momenti di precompressione, che per quelli di segno contrario dovuti ai carichi esterni, e quindi è efficace ai fini delle verifiche alle tensioni ammissibili, nella stessa misura nella quale i carichi permanenti possano essere compensati da una susseguente e commisurata riprecompressione (o da una contestuale precompressione della sezione nel caso del peso proprio iniziale).

A fronte quindi di un'alta sensibilità del lembo inferiore alla precompressione, i carichi non più

"compensabili" mediante precompressione, come quelli variabili, non potranno avere un valore rilevante rispetto a quello dei carichi fissi permanenti nel caso in cui ( $\rho = \rho_1$ ); nel caso più generale converrà quindi "localizzare" la precompressione al lembo inferiore della sezione anche con l'adozione di un semplice getto di completamento superiore attivando così i coefficienti ( $\gamma$ ) di riduzione della risalita del centro di pressione sotto l'azione dei carichi esterni 9.;

- il criterio della riprecompressione del lembo teso, diventa "pagante" dal punto di vista dell'economia dell'acciaio attivo di precompressione, esclusivamente quando venga associato ad una certa dose di "localizzazione" della precompressione al lembo teso, cioè quando si abbia un completamento superiore della sezione ( $\rho > \rho_1$ ) così da attivare anche in questo caso, i coefficienti ( $\gamma$ ) della 9. Un discorso completamente diverso va fatto per le sezioni reticolari, per le quali si ha praticamente l'identità:

$$(\rho = \rho_1 = \text{MAX } \rho = 1)$$

e pertanto il problema della ricompressione del lembo teso risulta esclusivamente condizionato dal rispetto delle verifiche alle tensioni ammissibili per le varie fasi costruttive; la riprecompressione del lembo teso consente infatti nelle strutture di grande luce costruite per fasi, di ridurre le dimensioni e quindi il peso proprio della briglia inferiore.

## 2. PROBLEMATICHE PROGETTUALE CONNESSA AL CRITERIO DI "LOCALIZZAZIONE" DELLA PRECOMPRESSIONE ED A QUELLO DI RIPRECOMPRESSIONE DEL LEMBO TESO NELL'AMBITO DEL METODO DI VERIFICA DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

### 2.1 Generalizzazione della formula di "localizzazione" e di riprecompressione eccentrica del lembo teso

La formula 4. può essere riscritta in termini di tensioni al lembo inferiore e prende la forma più consueta:

$$4 \text{ bis} \quad \sigma_i = -\sigma_{1G} [(1 + m)] - \Delta\sigma_{e_1}^i + \Delta\sigma_{M_1}^i + \Delta\sigma_{M_2}^i + \Delta\sigma_{M_3}^i$$

la quale, ricordando le 8. 7. 6., può scriversi agevolmente anche:

$$4 \text{ ter} \quad \begin{aligned} \sigma_i &= -\sigma_{1G} - \Delta\sigma_{i_2} - \Delta\sigma_{e_1} + \Delta\sigma_{M_1} + \Delta\sigma_{M_2} + \Delta\sigma_{M_3} = \\ &= -\sigma_{i_1} - \Delta\sigma_{i_2} + \Delta\sigma_{M_1} + \Delta\sigma_{M_2} + \Delta\sigma_{M_3} = \end{aligned}$$

Quest'ultima espressione polinomiale è correntemente impiegata per la verifica delle tensioni ammissibili ai lembi di una sezione costruita e precompressa in 2 fasi.

Il confronto tra 4 bis e 4 ter giustifica immediatamente la denominazione di coefficiente di riprecompressione del lembo inferiore già attribuito all'espressione ( $m$ ).

In particolare si può osservare che essendo le 4. riferite al lembo inferiore della sezione originaria ( $A_1$ ) ed alla forza originaria di precompressione ( $N_1$ ) agente su tale sezione con eccentricità ( $e_{N_1}$ ), tali formule possono essere generalizzate ad un numero qualsiasi di fasi costruttive e di precompressione, purché il lembo inferiore originario resti invariato, dando così luogo alla:

$$4 \text{ quater} \quad \sigma_i = -\frac{N_1}{W_{i_1}} [(1 + \sum m) v_{i_1} + e_{N_1} - e_1 - (\sum \gamma_k e_k)] \quad (k = 2, 3 \dots n \text{ fasi costruttive})$$

che può sinteticamente scriversi anche:

$$4 \text{ quinquies} \quad \sigma_i = -\frac{N_1}{W_{i_1}} [(1 + \sum m) v_{i_1} + e_{N_1} - \sum \gamma_k e_k] \quad (k = 1, 2 \dots n \text{ fasi costruttive})$$

dove ( $m$ ) è la somma dei coefficienti di riprecompressione del lembo inferiore (ciascuno con la propria eccentricità equivalente); ( $\sum \gamma_k e_k$ ) è la somma delle eccentricità equivalenti valutate rispetto ai dati originari ( $N_1$ ,  $A_1$ ).

La 4 quinquies esplicita i due sistemi fondamentali di amplificazione del percorso (supposto chiuso) descritto dalla quota del centro di pressione, rappresentato dalla parentesi quadra, che, in condizioni di neutralità del lembo inferiore deve svanire per i carichi di esercizio a cadute lente esaurite:

- 1) amplificazione dei termini positivi entro parentesi agendo sui coefficienti di riprecompressione ( $m$ ) della sezione ( $A_1$ ) all'interno di una sezione completata superiormente;
- 2) riduzione della risalita del centro di pressione, rappresentata dai termini negativi del percorso valutato entro parentesi, mediante incremento dei momenti resistenti ( $W_i$ ) degli stadi successivi di completamento della sezione, rispetto al momento resistente della sezione originaria ( $W_{i1}$ ).

## 2.2 Interrelazione tra i criteri di "localizzazione" e di riprecompressione eccentrica del lembo teso

L'efficacia della riprecompressione del lembo inferiore della sezione originaria dipende dall'elevatezza dell'indice ( $\psi_i$ ) di sensibilità alla precompressione della sezione resistente; ma al di là di una certa luce l'aggravio di peso dovuto al getto di completamento della sezione originaria non riesce a compensare l'amplificazione del ciclo percorso dal centro di pressione. La riprecompressione del lembo inferiore della sezione può anche essere imposta da un'eccessiva sensibilità alla precompressione di tale lembo ( $\psi_i$ ) accoppiata ad un'elevata risalita del centro di pressione sotto l'azione dei carichi esterni; in tal caso occorre riflettere sull'opportunità di condurre verifiche per gli stati limite delle fasi transitorie, al fine di evitare un'eccessivo sfruttamento della deformabilità degli elementi sottoposti allo stato di coazione artificiale.

L'efficacia della "localizzazione" della precompressione al lembo inferiore, raggiunge il caso limite con l'impiego di tiranti o travetti inferiori precompressi [5], [6], [7] dotati di scarsissima rigidità flessionale; in tal caso nella 4 quinquies si ha ( $m = 0$ ) ed ( $eN_1 = 0$ ), e si può parlare quindi di "localizzazione" della precompressione in senso stretto.

La rinuncia alla riprecompressione del lembo teso per le fasi costruttive intermedie riflette in generale soluzioni meno esasperate dal punto di vista delle tensioni ammissibili o spesso la scelta della precompressione condotta a terra o in stabilimento.

L'adozione simultanea dei due criteri dà luogo invece alle soluzioni più impegnative dal punto di vista della flessibilità strutturale sia per le fasi transitorie che per quelle di esercizio.

## 3. CENNI SUI PROBLEMI COSTRUTTIVI CONNESSI CON LA "LOCALIZZAZIONE" DELLA PRECOMPRESSIONE E LA RIPRECOMPRESSIONE DEL LEMBO TESO

### 3.1 Problemi costruttivi connessi con la precompressione "localizzata" al lembo teso

La tecnologia costruttiva più diffusa di precompressione "localizzata" ha certamente riguardato i solai di civile abitazione e rimane ancor oggi collegata all'impiego di mezzi di sollevamento leggeri.

E' chiaro che la presenza di un tirante inferiore precompresso parzialmente inglobato nel getto di completamento della nervatura del solaio, rappresenta un sistema resistente totalmente diverso dal tirante costituito dalla barra di armatura ad aderenza migliorata immersa nel calcestruzzo sperimentata inizialmente da Goto, anche perché quest'ultima risulta in pratica sostenuta a sua volta dall'ingabbiatura trasversale costituita dalle staffe e dai ferri longitudinali d'armatura della comune trave in cemento armato.

Ma in questo caso specifico la chiarezza esemplare della Normativa sui criteri di ommissibilità di una staffatura di collegamento tra travetti precompressi e getto di completamento del solaio, ha indubbiamente costituito un valido punto di riferimento generalmente rispettato dai costruttori; si veda a tale proposito la costanza della legislazione per le tensioni ammissibili riguardanti l'associazione di elementi di solaio dalla Circolare del Ministero dei Lavori Pubblici n. 1398 del 23.1.1965 ai nostri giorni.

Per quanto riguarda le travi reticolari non esistono problemi di collegamento del tipo ricordato, dal momento che il taglio viene integralmente assorbito dalle aste metalliche di parete delle travi, e che il flusso delle isostatiche di compressione lungo le briglie è scarsamente inclinato sull'orizzontale.

### 3.2 Problemi costruttivi connessi con la riprecompressione del lembo teso

I fenomeni collegati alla diffusione meccanica degli sforzi di tesatura nelle strutture costruite per fasi vanno adeguatamente considerati, tanto maggiormente quando essi possano essere localmente esaltati dagli effetti di contrazione differenziale da ritiro e variazioni termiche coesistenti nella struttura.

Quando poi ad ospitare la diffusione meccanica degli sforzi si trovino elementi di lastra, come nel caso di solette e controsolette strutturali, va tenuto conto che non deformandosi questi elementi secondo la classica semplificazione di Bernoulli-Navier, esse vanno in ogni caso considerate come elementi molto più sensibili dal punto di vista dei picchi tensionali rispetto agli usuali elementi della teoria generale delle travi od a quelli della teoria delle piastre sottoposte a carichi trasversali.

La efficacia della riprecompressione del lembo teso, come tutte le operazioni di precompressione condotte in opera, è comunque inesorabilmente collegata, come ben noto, alla possibilità di deformazione della struttura, rispetto ai vincoli esterni.

Analogo problema di libertà deformativa sussiste ovviamente, al fine di garantire oltretutto l'integrità stessa delle strutture, sia per i getti di completamento che per le saldature in opera, nel caso di tutte le strutture qui considerate.

## 4. CENNI SULL'IMPORTANZA DEGLI EFFETTI VISCOSI NELLE STRUTTURE A PRECOMPRESSIONE "LOCALIZZATA" E NELLE STRUTTURE CON RIPRECOMPRESSIONE DEL LEMBO TESO

### 4.1 Effetti viscosi nelle strutture a precompressione "localizzata"

Non sembra che tale argomento sia stato sottoposto a indagini sperimentali specifiche, se si eccettuano gli studi più generali di Levi [8], [9].

Dal punto di vista dell'esperienza costruttiva degli ultimi cinquant'anni, va comunque ricordato che, mentre non sono conosciuti disordini apprezzabili dovuti a fluage per i travetti latero-cementizi associati ad elementi di alleggerimento, per quanto riguarda l'integrità dell'intonaco d'intradosso del solaio; lo stesso non può affermarsi in ogni caso per i travetti cementizi in c.a.p. inseriti nei solai alleggeriti in laterizio senza troppi scrupoli e senza particolari accorgimenti.

Per quanto riguarda le strutture reticolari, gli effetti viscosi danno luogo com'è facilmente intuibile a deformazioni d'insieme della struttura dipendenti dalla geometria e dal grado di vincolo interno della stessa [10].

Per le strutture a precompressione "localizzata" in senso più lato quali i pannelli latero-cementizi di solaio prefabbricati e precompressi prima del getto di completamento superiore, è conosciuto un fenomeno di esaltazione reciproca tra gli effetti di precompressione, ritiro e fluage, quando le armature di precompressione siano contenute entro una sottile controsoletta d'intradosso in malta cementizia; questa disposizione può dar luogo dopo alcuni giorni di maturazione durante lo stoccaggio, a principi di tranciamento di setti verticali non opportunamente rinforzati, negli elementi di alleggerimento in laterizio.

### 4.2 Effetti viscosi connessi con la riprecompressione del lembo teso

Per quanto concerne le usuali strutture costruite e precomprese per fasi, converrà ricordare che i fenomeni viscosi sono sì flemmatizzanti rispetto agli effetti distorsivi, ma che essi costituiscono pur sempre una amplificazione (sia pure plafonata nel tempo) delle deformazioni elastiche istantanee, e come tali vanno considerati per garantire il rispetto dei vincoli col mondo esterno anche nel tempo.

## 5. ESEMPI APPLICATIVI DI PRECOMPRESSIONE "LOCALIZZATA" AL LEMBO TESO

Va notato come premessa, che l'impiego di materiale originale strettamente personale, è dovuto alle limitazioni giustamente imposte dall'editore all'impiego delle riproduzioni più correnti.

Per quanto riguarda le strutture a precompressione "localizzata" in senso stretto, si può citare una fotografia ormai storica, relativa al primo rudimentale dispositivo di pre-tensione risalente al 1941, di travetti latero-cementizi precompressi per solai [11] del quale sono stati posti in opera nel dopoguerra, solamente in Italia 14 milioni di metri quadrati di solaio. Tale fotografia è già stata esposta al Congresso FIP di Londra nel 1978 e rappresenta il primitivo banco di precompressione con trecce armoniche, acquistate dagli ingegneri Marioni Sr. e Noli P. Presso la Ditta Ricordi e Finzi di Milano, Fig. 3.



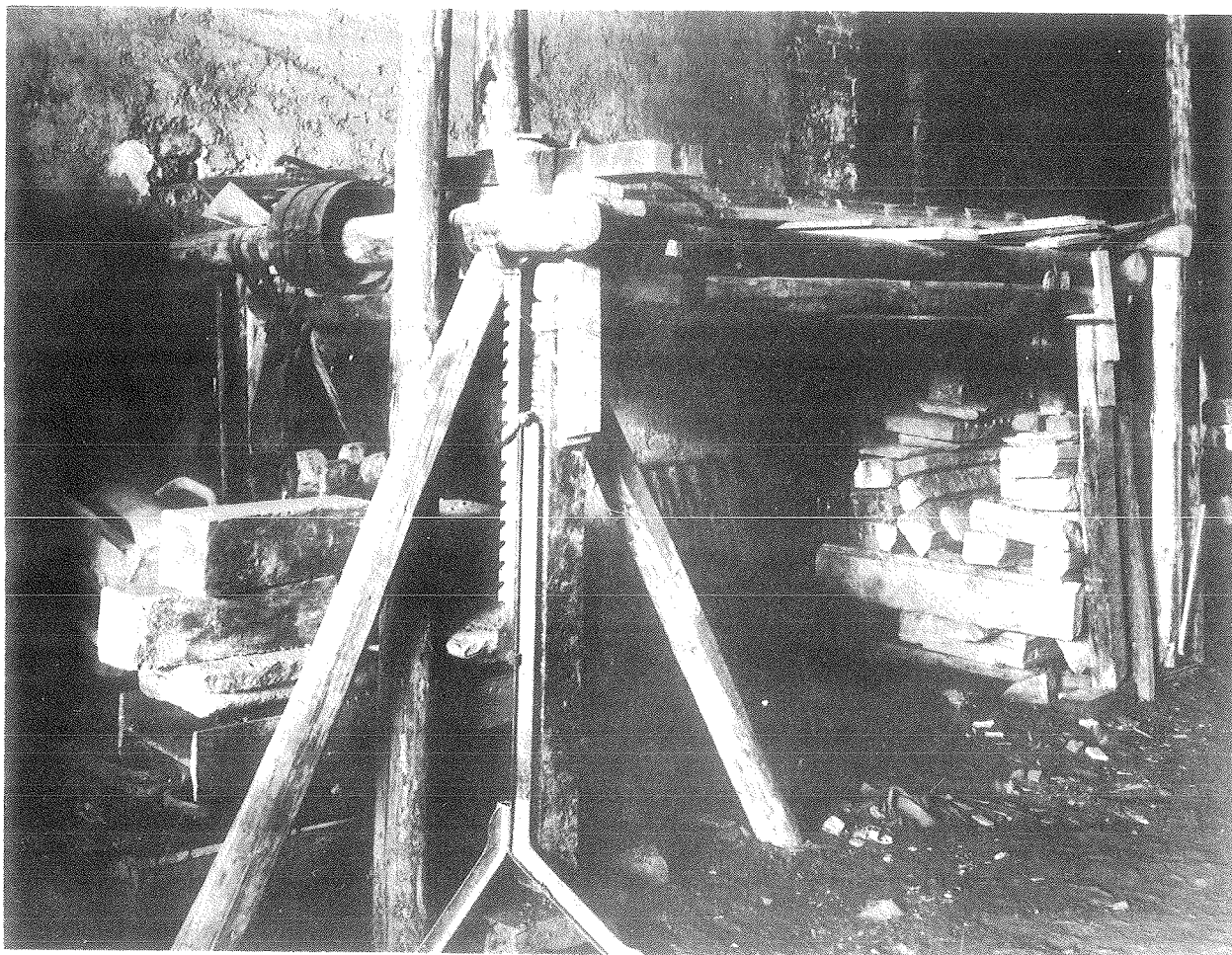


Fig. 3 - Rudimentale banco di tesatura per travetti latero-cementizi precompressi approntato in uno scantinato di Milano nel 1941

Per le strutture a precompressione "localizzata" al lembo teso in senso più lato, si possono ricordare questi elementi prefabbricati di solaio da completare con getto in opera, di 12.0 metri di luce, precompressi nella controsoletta inferiore. Tali elementi calcolati a norma di regolamento non prevedono alcuna armatura trasversale.

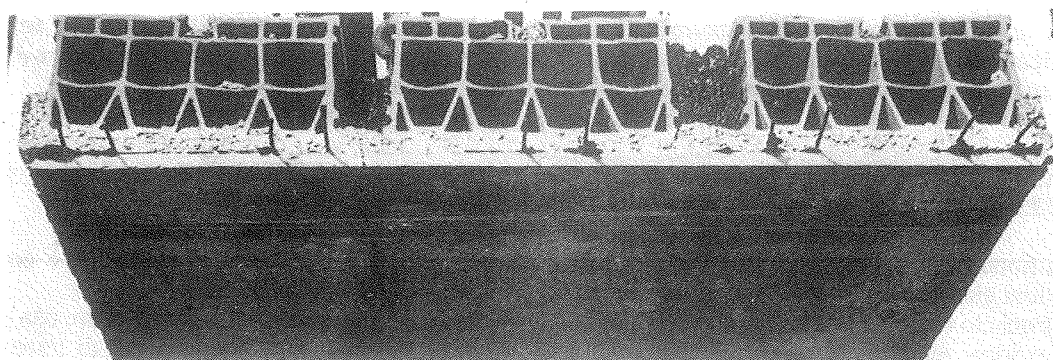


Fig. 4 - Elemento di pannello latero-cementizio, precompresso da 10 trecce A<sub>12</sub> pretese nella controsoletta di calcestruzzo

Anche questo manufatto appartiene ormai alla storia del c.a.p. poiché presuppone tra l'altro un'elevata e costante resistenza per il laterizio dei blocchi di alleggerimento (Fig. 5).

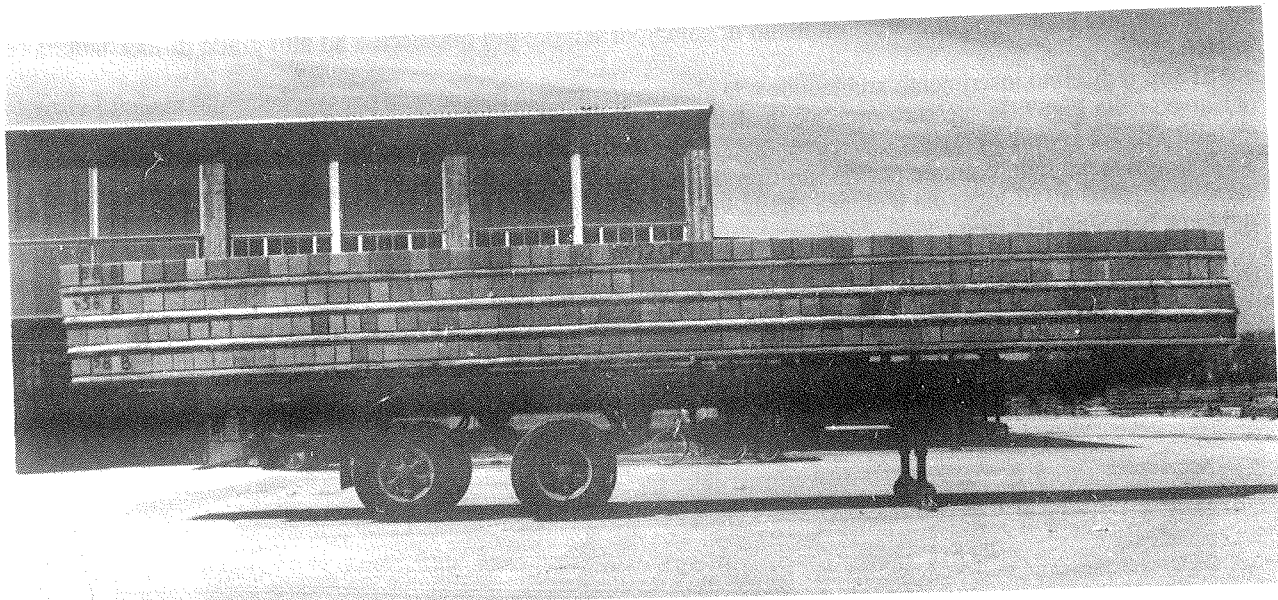


Fig. 5 - Veduta laterale degli elementi prefabbricati di Fig. 4, di 12.0 ml di luce fruente della deroga regolamentare dall'obbligo di disporre armatura trasversale nelle nervature.

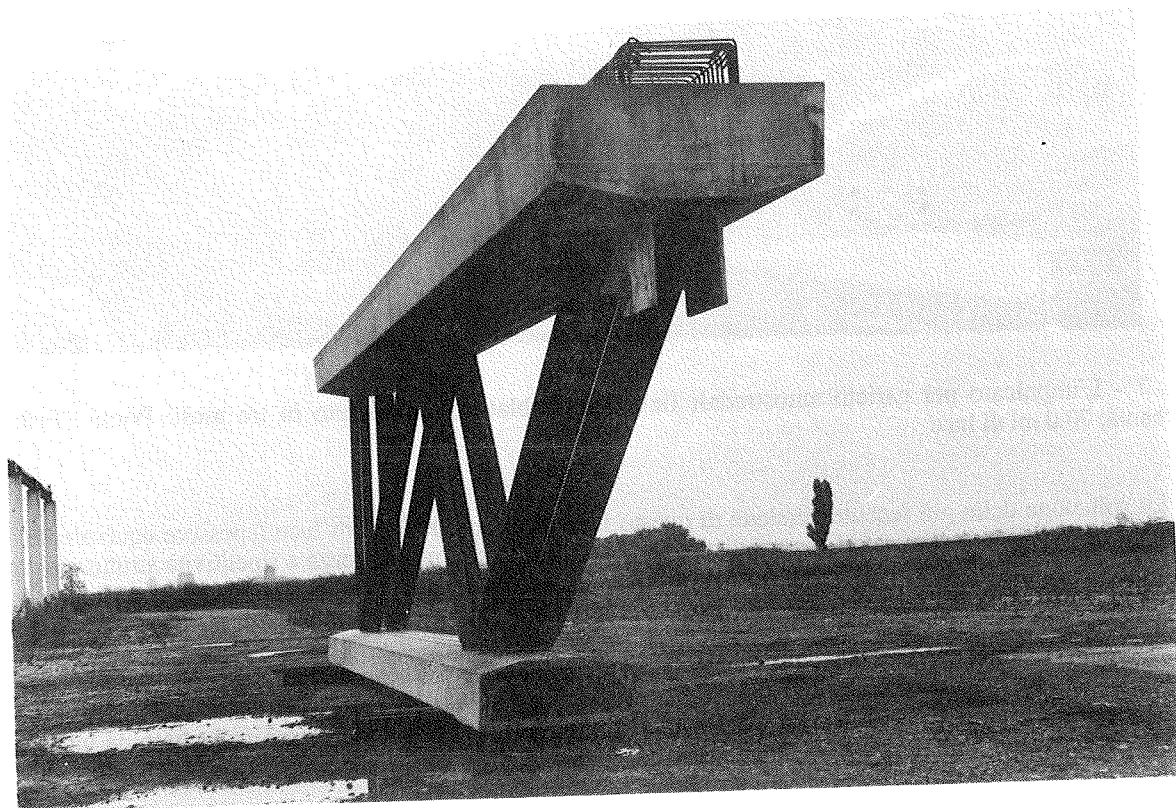


Fig. 6 - Concio di testata prefabbricato di una delle travi portanti del Ponte Plush di Verbania attrezzato per l'infilaggio di 3 cavi da 500 tonnellate di tiro

Per le strutture reticolari si può citare il Ponte di Verbania per carichi autostradali di 70.0 ml di luce, il cui impalcato è stato assemblato e completato in opera nell'arco di circa tre mesi, per poter fruire del periodo di magra del Torrente San Bernardino.

Nonostante questo manufatto del 1988 sia di recente realizzazione, la divulgazione di questa tipologia sembra contrastare con l'impiego sul mercato italiano di soluzioni sempre più massicce e ad alto grado di iperstaticità interna.

Si noti il discreto inserimento ambientale e la altrettanto discreta trasparenza paesaggistica del viadotto visto dall'alveo nella Fig. 7: lo spessore equivalente dell'impalcato finito è pari a 0.55 m e l'incidenza della carpenteria metallica di 1.2 kN/m<sup>2</sup> [12].

Il limite tecnologico attuale per questo tipo di struttura appoggiata per carichi autostradali sembra situarsi intorno ai 150.0 ml di luce, ma è chiaro che la versione resa continua in opera non pone eccessivi problemi a spingersi ben oltre tale luce.

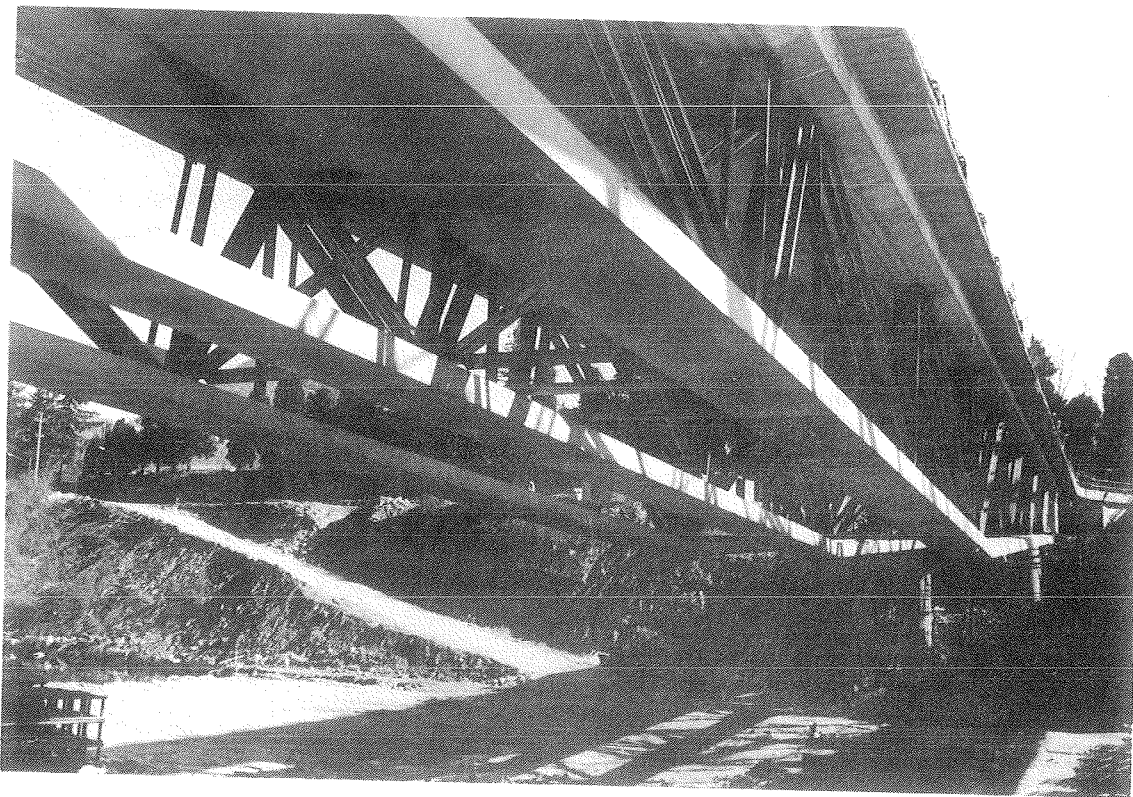


Fig. 7 - L'impalcato per carichi autostradali finito, assemblato e completato in tre mesi: Ponte Plush di Verbania, 70.0 ml di luce

La soluzione della più recente versione di questo impalcato su 100.0 ml di luce (spessore equivalente del prefabbricato: 0.30 ml) sembra comunque distinguersi per la sua estrema chiarezza e ripetitività strutturale e per la totale assenza di traversi (Fig. 8); mentre ai fini della durevolezza nel tempo va considerata l'adozione per le aste di parete, di tubi tipo Mannesmann di forte spessore, ed il completo amarraggio dei nodi strutturali nelle briglie prefabbricate.

La rapidità del montaggio e la leggerezza dei conci da manipolare risultano migliorate, rispetto alla soluzione precedente.

La briglia inferiore di ogni elemento di trave costituisce un tirante precompresso sollecitato da un'azione assiale massima di 2700 tonnellate, trasmesse da connessioni a taglio prescelte in modo da limitare la deformabilità in esercizio di ogni connessione a pochi centesimi di mm ([13]).

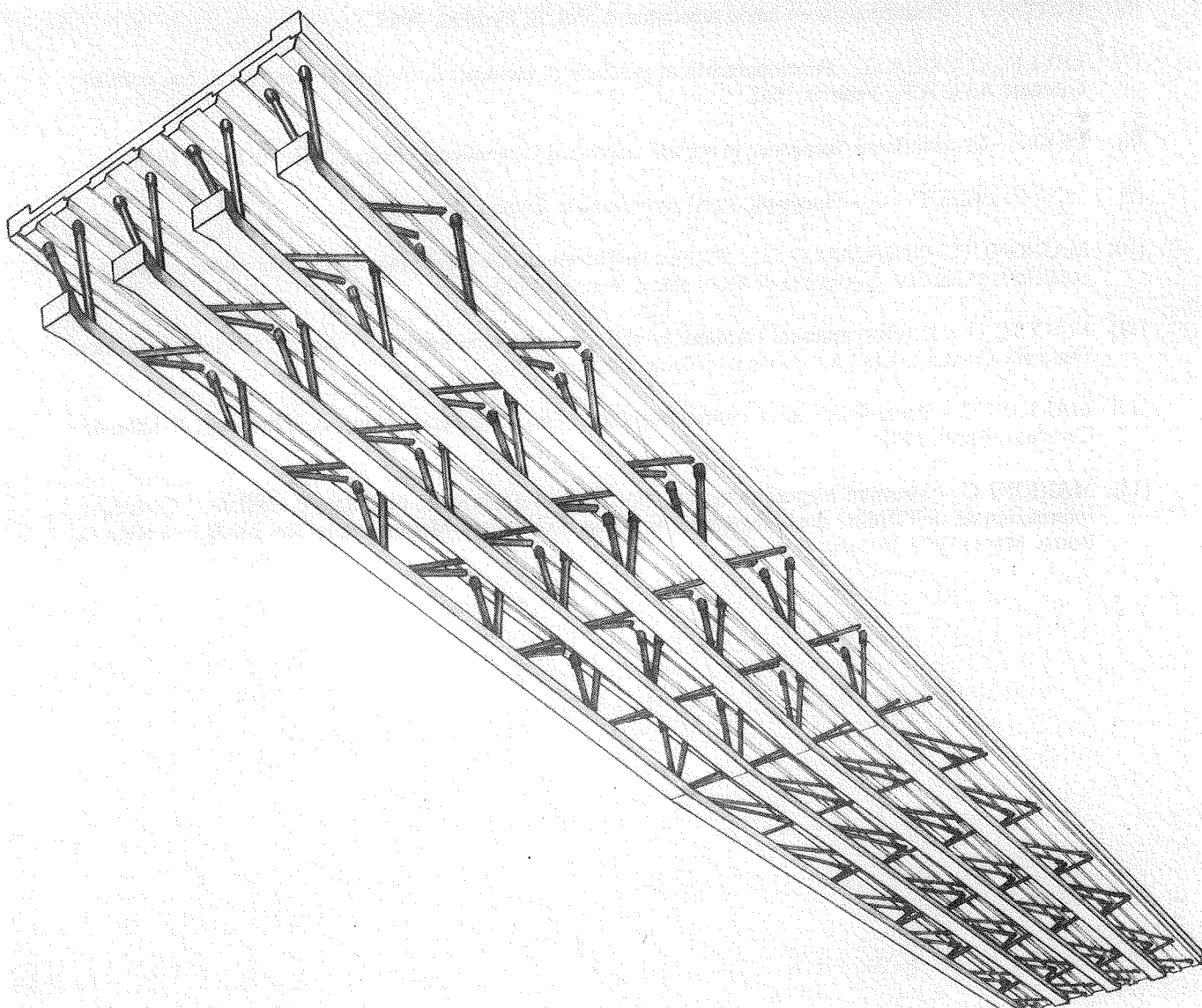


Fig. 8 - Impalcato autostradale a travi reticolari in c.a.p. accostate di 100.0 ml di luce, curato soprattutto sotto il profilo della durevolezza: tubi senza saldatura di forte spessore intasati di schiume poli-uretaniche, assenza di traversi, nodi strutturali completamente amarrati nelle briglie prefabbricate

#### Bibliografia

- [1] GUYON Y. - *Constructions en béton précontraint*. Vol. I, Eyrolles, Paris 1968
- [2] MARIONI C. - *Problemi di progettazione delle sezioni parzialmente precomprese*. Atti del Seminario A.I.C.A.P. sulla precompressione parziale, L'Aquila 1984
- [3] MARIONI C. - *Problemi di scelta di geometria e coazione per sezioni parzialmente precomprese*. Giornate A.I.C.A.P., Ravenna 1981
- [4] MORANDI R. - *Forma e struttura dei ponti*. Nicoletti, Roma 1960

- [5] CESTELLI GUIDI C. - Cemento Armato Precompresso. Hoepli, Milano 1960
- [6] GUYON Y. - Constructions en béton précontraint. Vol. II, Eyrolles, 1968
- [7] LEVI F., CORONA G. - Funzionamento in parallelo di elementi in c.a.p. e di elementi in c.a. normale. Giornate A.I.C.A.P., Venezia 1963
- [8] LEVI F. - Travi inflesse eterogenee in regime viscoso. Il Giornale del Genio Civile, 10, Roma 1948
- [9] LEVI F., PIZZETTI G. - Fluage plasticité précontrainte. Dunod, Paris 1951
- [10] MARIONI C., SINISCALCO G. - Ricerca sperimentale su trave reticolare mista acciaio - c.a.p. a connettori assiali. Ist. Università di Architettura, Venezia 1980
- [11] MACCHI G. - Il precompresso: caratteri evolutivi e tecnologie avanzate - Aspetti teorici - Relazione Generale. Giornate A.I.C.A.P., Riva del Garda, 1985
- [12] MARIONI C. - Ponte Plush sul Torrente San Bernardino a Verbania (Novara). L'Industria Italiana del Cemento, Aprile 1990
- [13] MARIONI C. - Strutture leggere miste acciaio/c.a.p., prefabbricate, bullonate e sigillate. I Convegno Internazionale dell'Ordine degli Ingegneri di Roma, Complesso Monumentale San Michele a Ripa di Roma, Marzo 1990. In corso di stampa

EVOLUZIONE DELLE CARATTERISTICHE DEI CEMENTI  
E RIFLESSI SU QUELLE DEI CALCESTRUZZI

Franco MASSAZZA - Guido COPPETTI  
ITALCEMENTI - Laboratorio Chimico Centrale - Bergamo



## EVOLUZIONE DELLE CARATTERISTICHE DEI CEMENTI E RIFLESSI SU QUELLE DEI CALCESTRUZZI

Prof. Franco MASSAZZA - Ing. Guido COPPETTI  
ITALCEMENTI - Laboratorio Chimico Centrale, Bergamo

### RIASSUNTO

I cementi oggi disponibili consentono di preparare calcestruzzi con caratteristiche tecniche molto superiori a quelle correnti sia per quanto riguarda la resistenza meccanica che la durabilità. In numerose opere sono stati infatti impiegati calcestruzzi aventi resistenza alla compressione superiore anche a 100 MPa. L'alta resistenza è associata ad una migliore durabilità e ad un minore costo delle costruzioni.

### SUMMARY

Cements currently available permit the manufacture of concretes showing decisely improved properties, in terms of both strength and durability, with respect to the already existing ones. Concretes with a compressive strength even greater than 100 MPa have actually been utilized for the construction of a large number of works. Moreover, their high strength is associated to higher durability and to reduced construction costs.

### 1. INTRODUZIONE

Solo recentemente le costruzioni in cemento armato ed in cemento armato precompresso hanno cominciato ad impiegare calcestruzzi aventi resistenze caratteristiche alla compressione più che doppie di quelle impiegate normalmente.

Questi calcestruzzi sfruttano completamente le potenzialità dei cementi, rimaste a lungo poco utilizzate, non soltanto in termini di resistenza meccanica, ma anche di durabilità e di costi.

La presente comunicazione intende dare un contributo alla conoscenza dei calcestruzzi ad alta resistenza riassumendo le loro principali caratteristiche e ricordando alcune delle principali applicazioni.

### 2. L'EVOLUZIONE QUALITATIVA DEI CEMENTI

#### 2.1 I cementi ordinari

L'evoluzione qualitativa dei cementi viene normalmente valutata dal graduale aumento dei valori minimi di resistenza fissati dalle Norme. La figura 1 [1] mostra che la resistenza minima dei cementi è aumentata di circa quattro volte in sessanta anni.



I valori effettivi medi sono stati sempre superiori ai valori di norma ed oggi sono maggiori del 20-30%, in valore relativo, e di circa 10 MPa, in valore assoluto, di quelli standard (fig. 2 [2]); ai primi ci si deve quindi riferire per avere un quadro esatto della realtà produttiva attuale.

Il progressivo aumento della resistenza dei cementi è strettamente legato ai progressi scientifici e tecnologici realizzati nel settore. Senza entrare nei dettagli, i principali fattori che hanno determinato questa evoluzione sono stati:

- l'identificazione del ruolo svolto nell'idratazione e nell'indurimento da ogni componente del clinker e del cemento,
- l'affinamento dei metodi di analisi e di controllo del processo produttivo,
- il miglioramento delle macchine e delle tecnologie.

Come conseguenza degli studi e delle innovazioni tecnologiche, il contenuto in silicato tricalcico è aumentato, mentre quello dell'alluminato tricalcico è diminuito e la finezza di macinazione è stata incrementata. Da un punto di vista pratico, questo progresso si è manifestato mediante un aumento della resistenza ma anche della velocità dell'indurimento.

Esaminando il grafico della fig. 1 sembrerebbe tuttavia che il progresso qualitativo del cemento si sia arrestato circa 25 anni fa quando vennero normalizzati i cementi ad alta resistenza e rapido indurimento [3]. In realtà, questo progresso è continuato sino ad oggi, sia pure in forma diversa e meno appariscente.

L'industria del cemento infatti, da circa 25-30 anni, concentra i suoi sforzi non nell'aumento della resistenza meccanica ma nel miglioramento della costanza delle caratteristiche di impiego del cemento.

Il cambio dell'obiettivo da "resistenze sempre più elevate" a "qualità sempre più costante" non è stato imposto da difficoltà tecniche o da scelte economiche, ma dalla opportunità di soddisfare le esigenze della clientela. Questa infatti non è attratta dalle alte resistenze dei cementi ma preferisce la costanza della loro qualità. La tabella 1 [4] riporta la ripartizione dei consumi per classe di resistenza e dimostra, senza ombra di dubbio, che i costruttori, pur avendo a disposizione cementi di elevate caratteristiche meccaniche, preferiscono di gran lunga i cementi normali.

La ricerca della costanza di qualità ha indotto l'industria del cemento da un lato a migliorare tutto il ciclo tecnologico, dall'altro a sottoporsi volontariamente ad un sistema di controllo di qualità gestito da un Istituto del CNR, l'ICITE.

L'esperienza raccolta in quasi 20 anni di attività del sistema ha dato i suoi frutti e l'industria italiana del cemento è pronta ad affrontare la sfida del Mercato Comune Europeo che si attuerà a partire dal 1.01.1993.

La figura 3 [2] che riporta, per ogni tipo di cemento, la resistenza media registrata tra il 1975 e il 1988 mostra che la resistenza dei cementi italiani è rimasta immutata o, se si vuole, è leggermente aumentata. Lo scarto quadratico medio di tutta la produzione nazionale è di ca. 5 MPa, ma, a livello delle singole aziende, esso è molto minore e oscilla, nella maggioranza dei casi, attorno a 3 MPa. Nelle cementerie più moderne e meglio condotte, il valore è ancora più basso poiché scende a circa 2 MPa.

La costanza qualitativa dei cementi viene ottenuta mantenendo continuamente sotto accurato e continuo controllo:

- la composizione delle materie prime e di quelle intermedie
- tutte le fasi del processo produttivo.

La fitta mappatura della composizione e della potenza dei giacimenti delle materie prime, le frequenti analisi chimiche dei materiali che attraversano i vari stadi del processo sono condizioni indispensabili per assicurare costanza di qualità. Tuttavia ciò non basta ed occorre che le fasi di omogeneizzazione, di cottura e di comminazione smorzino le fluttuazioni di composizione e di

caratteristiche ed assicurino nel tempo l'omogeneità nel tempo della composizione e delle caratteristiche del prodotto.

Tutte queste condizioni sono rispettate negli impianti più moderni e garantiscono quindi la costanza di qualità del prodotto.

## 2.2 I cementi speciali

Un altro aspetto dell'evoluzione qualitativa dei cementi concerne la produzione di cementi speciali cioè di cementi che soddisfano requisiti addizionali.

Benchè la maggior parte dei cementi ordinari, giudiziosamente impiegati, sia in grado di soddisfare un ampio spettro di esigenze comprese quelle derivanti dalle condizioni ambientali, è sempre opportuno fare ricorso ai cementi speciali quando i calcestruzzi devono essere gettati o permanere in particolari condizioni.

Per questo motivo, accanto ai cementi ordinari, cioè a quelli che devono soddisfare i requisiti essenziali di resistenza meccanica e di stabilità, sono stati messi a punto numerosi cementi speciali che, oltre a rispettare questi requisiti, forniscono delle garanzie supplementari.

Tipici e noti sono i casi dei cementi a basso calore di idratazione, dei cementi resistenti ai solfati, dei cementi bianchi ecc.

Anche nel caso dei cementi speciali c'è stato un miglioramento sia per quanto riguarda i valori delle garanzie supplementari che la gamma dei prodotti disponibili.

## 3. L'EVOLUZIONE QUALITATIVA DEL CALCESTRUZZO

Stabilito che la qualità del cemento è migliorata sia in termini di livelli di resistenza che di costanza qualitativa, occorre domandarsi quali riflessi abbia avuto questo progresso sulle caratteristiche del calcestruzzo.

Per evidenti ragioni di semplificazione, la domanda può essere articolata in due distinti quesiti, sia pure strettamente legati tra di loro, concernenti rispettivamente, l'evoluzione delle caratteristiche meccaniche e la stabilità nel tempo delle strutture in calcestruzzo, sia semplice che armato.

### 3.1 La resistenza meccanica dei calcestruzzi

La risposta al primo quesito è negativa poichè l'incremento delle caratteristiche meccaniche del cemento è stato neutralizzato dalla diminuzione del dosaggio in cemento e dall'aumento del rapporto a/c che, com'è noto, sono fattori che abbassano la resistenza meccanica del calcestruzzo.

L'inconveniente non riguarda soltanto l'Italia ma tutti i paesi, come è esemplificato dalla tabella 2 che riporta dati relativi al Regno Unito [5].

Focalizzando l'attenzione sulla situazione italiana, una stima ha messo in evidenza che in Italia il contenuto medio di cemento nel calcestruzzo preconfezionato è piuttosto basso (v. tabella 3 [6]). I dati riportati riguardano solamente il calcestruzzo preconfezionato ma, tenendo conto che questo assorbe più del 40% del cemento, essi possono essere ritenuti indicativi della intera situazione media italiana, almeno per i prodotti destinati ad usi correnti.

L'unico aspetto confortante che si desume è la leggera tendenza all'aumento del dosaggio che si osserva a partire dal 1987, benchè l'eterogeneità delle fonti dei dati non garantisca la validità di questa conclusione.

Dati di origine diversa mostrano, comunque (figura 4 [7]), che in Italia i dosaggi in cemento sono nettamente inferiori a quelli registrati negli altri più importanti paesi europei.

Se la resistenza media del calcestruzzo non è migliorata ciò è dovuto anche al fatto che i

valori progettuali di resistenza non hanno tenuto conto delle possibilità offerte dai cementi e quindi sono rimasti allineati ai valori più tradizionali.

Un contributo negativo verso l'aumento della resistenza, progettuale e di fatto del calcestruzzo, è stato certamente dato dagli attuali regolamenti che non considerano i calcestruzzi aventi resistenza caratteristica alla compressione superiore a 50 MPa [8].

Volendo trarre una prima conclusione da queste brevi considerazioni si potrebbe affermare che il graduale miglioramento qualitativo del cemento è stato di preferenza utilizzato per ridurre i costi delle costruzioni piuttosto che per migliorarne la resistenza meccanica.

### 3.2 La durabilità del calcestruzzo

Benchè il problema della durabilità del calcestruzzo sia meno catastrofico di quanto viene affermato e debba quindi essere ridimensionato, non se ne può negare l'esistenza e, talvolta, la gravità.

In molte sedi è stato affermato che il fenomeno, almeno nella sua attuale rilevanza, è relativamente recente ed è stato quindi attribuito al peggioramento della qualità del cemento. Poichè questa affermazione è nettamente smentita dai dati (vedi fig. 1) le ragioni di un maggiore deterioramento delle costruzioni più recenti debbono essere ascritte al peggioramento della qualità del calcestruzzo, a carenze progettuali e a variazioni delle condizioni ambientali.

Naturalmente l'espressione "peggioramento della qualità del calcestruzzo" va correttamente interpretata e riferita alla "durabilità" e non alla "resistenza". Benchè manchino dati statistici al riguardo, si può ritenere infatti che la resistenza del calcestruzzo sia rimasta invariata negli anni perchè i negativi effetti della diminuzione del dosaggio in cemento, e dell'aumento del rapporto a/c sono stati in pratica neutralizzati dal miglioramento dei cementi e dalla migliore efficacia dei metodi di compattazione.

Le variazioni introdotte nella composizione e nella tecnologia del calcestruzzo hanno però reso non più valida l'equivalenza

$$\text{resistenza} = \text{qualità} = \text{durabilità}$$

perchè, se l'aumento del rapporto a/c e la diminuzione del contenuto in cemento non hanno danneggiato troppo la resistenza meccanica, hanno invece fortemente ridotto la durabilità del calcestruzzo.

Naturalmente esistono anche altri fattori che influenzano la durabilità: tuttavia, per valutare l'importanza dei due fattori sopramenzionati, si vedano i grafici delle figure 5 e 6 che mettono in relazione la permeabilità del calcestruzzo con il dosaggio in cemento [9] il rapporto a/c e la durata della stagionatura [10].

Anche a riguardo della durabilità, quindi, non sono state utilizzate tutte le potenzialità offerte dal miglioramento qualitativo dei cementi e poichè resistenza meccanica e durabilità, pur non essendo sinonimi, dipendono dagli stessi fattori, se si migliora una delle due caratteristiche si migliora anche l'altra.

## 4. I CALCESTRUZZI AD ALTA RESISTENZA

Da qualche decennio in diversi paesi è stata riconosciuta la convenienza di utilizzare meglio le possibilità offerte dagli attuali cementi; sono stati perciò promossi studi, modificate norme e realizzate opere di vario tipo con calcestruzzi aventi resistenza più che doppia di quella dei buoni calcestruzzi ordinari.

Benchè le definizioni di calcestruzzo ordinario e calcestruzzo ad alta resistenza siano

piuttosto vaghe e relative, si può considerare ordinario il calcestruzzo che ha una resistenza caratteristica alla compressione di circa 30 MPa e ad alta resistenza un calcestruzzo con  $R_k > 50$  MPa.

Queste definizioni sono più o meno simili a quelle accettate in altri paesi. Ad esempio, negli anni 70, nell'area di Washington D.C. (USA), la resistenza pratica più elevata era considerata 35 MPa [11]. In Italia mancano dati che consentano di stimare la resistenza dei calcestruzzi ordinari, ma tenendo conto del dosaggio medio del calcestruzzo si può concludere che 30 MPa rappresenti un buon valore per i calcestruzzi ordinari.

A differenza dell'Italia, calcestruzzi di resistenza superiore a 50 MPa sono normalizzati ed impiegati sia nell'edilizia che nei ponti e in strutture speciali. La tabella 4 [12] riporta le normative che regolano l'impiego di calcestruzzi ad alta resistenza in alcune nazioni. Si noterà che mentre alcune delle norme fissano ancora dei limiti ai valori massimi delle resistenze ammesse, anche se molto più elevati di quelle italiane, USA e Canada non stabiliscono specificazioni al riguardo, anche se in merito esistono restrizioni locali.

I dati raccolti su questi calcestruzzi sia prodotti in laboratorio che in cantiere sono numerosi ed ormai è quindi disponibile una abbondante letteratura.

Notevoli fonti di informazione sono costituite dagli Atti del Simposio "Utilization of High Strength Concrete" [13] tenutosi a Stavanger (N) nel 1987, nel corso del quale sono stati presentati numerosi contributi concernenti calcestruzzi ordinari e leggeri ad alta resistenza, dal rapporto preparato da un gruppo di lavoro FIP-CEB [12] e da quello del Comitato ACI 363 [14]. Questi documenti sono interessanti, oltre che per i dati tecnici e scientifici, per gli esempi di applicazione dei calcestruzzi ad alta resistenza.

Dalla letteratura risulta che resistenze superiori a 60 MPa sono abbastanza comuni ma che si possono raggiungere valori sino a 111 MPa [15] e 124 MPa [16].

Tutti i casi citati mostrano una caratteristica comune, cioè che i calcestruzzi impiegati sono stati ottenuti con materiali e mezzi ordinari, sia pur selezionati con attenzione. Ciò vuole dire che la produzione dei calcestruzzi ad alta resistenza non richiede prodotti speciali o trattamenti particolari, ma soltanto l'ottimizzazione dell'impiego dei materiali e delle tecnologie tradizionali. In pratica si è visto che per ottenere calcestruzzi ad alta resistenza occorre impiegare:

- Cementi con elevato contenuto in  $C_3S$
- Bassi rapporti a/c
- Elevati dosaggi in cemento
- Aggregati saturi d'acqua
- Aggregati con dimensione massima più piccola dell'ordinario
- Aggregati scelti con cura
- Additivi riduttori d'acqua.
- Maturazione a umido accurata

Come si potrà notare questi fattori sono gli stessi che devono essere presi in considerazione quando si intende produrre calcestruzzo di buona qualità [12] [14] [17] [18]. Nel caso specifico occorre però che tutti questi fattori siano sottoposti a controlli più sistematici, più frequenti e più accurati.

#### 4.1 Applicazioni dei calcestruzzi ad alta resistenza

A partire dagli anni 60, soprattutto negli USA ma anche in altre nazioni come Australia, Canada, Francia, Giappone ecc. sono state realizzate importanti costruzioni impiegando calcestruzzi ad alta resistenza. Alcuni esempi di queste opere sono riportati nella tabella 5 [12]. Benchè l'elenco sia soltanto dimostrativo, gli esempi sono significativi ed eliminano ogni dubbio sulla

possibilità e convenienza di impiegare calcestruzzi ad alta resistenza in costruzioni impegnative.

Un altro importante settore costruttivo dove i calcestruzzi ad alta resistenza hanno trovato interessante impiego sono i ponti.

La tabella 6 mostra alcuni esempi di ponti fatti con calcestruzzi aventi resistenze comprese tra 41 e 79 MPa [12].

In tutte queste applicazioni i calcestruzzi ad alta resistenza hanno permesso di ridurre il peso proprio e quindi di aumentare la resistenza per unità di peso, di diminuire lo spessore delle travi, di aumentare la resistenza al deterioramento, compresa l'azione dal gelo e di ridurre i costi.

Per quanto riguarda i ponti, il calcestruzzo ad alta resistenza ha permesso anche luci ragguardevoli (v. tabella 6) che potrebbero arrivare sino a 420 m in un progetto norvegese [12].

Se quelle menzionate sono le più diffuse applicazioni non sono certamente le uniche: strutture "off shore" [12] [13] [19], pavimentazioni [13] [20], ad esempio per autostrade, parcheggi, ecc. sono strutture che possono beneficiare dell'uso di calcestruzzi ad alta resistenza. E' anche da sottolineare il fatto che spesso l'alta resistenza è stata ottenuta anche con aggregati leggeri [13] [21].

#### 4.2 Caratteristiche meccaniche dei calcestruzzi ad alta resistenza

La convenienza ad utilizzare i calcestruzzi ad alta resistenza scaturisce dai seguenti vantaggi:

- Riduzione delle dimensioni degli elementi a parità di carico
- Aumento dell'area utilizzabile
- Forte aumento delle prestazioni a fronte di piccolo aumento dei costi di costruzione
- Disarmo precoce
- Aumento del modulo di elasticità
- Minore ritiro.
- Minore deformazione plastica (creep)

La tabella 5 sembra mostrare che l'aumento dell'altezza delle costruzioni sia stato reso possibile dall'aumento della resistenza del calcestruzzo. Questa correlazione non è necessaria, ma è evidente che, se le stesse costruzioni avessero impiegato calcestruzzo ordinario, gli elementi avrebbero avuto dimensioni e peso superiore e l'area utilizzabile sarebbe stata minore.

Nel caso particolare di colonne in calcestruzzo ad alta resistenza, è stato trovato che il loro costo diminuisce con l'aumentare della resistenza del calcestruzzo (fig. 7 [22]). Ciò vuole dire che il maggior costo unitario del calcestruzzo ad alta resistenza è più che compensato dai vantaggi generali che apporta alla costruzione.

Il disarmo precoce consentito dai calcestruzzi ad alta resistenza è la conseguenza dell'impiego di cementi a rapido indurimento, di dosaggi in cemento non inferiori a  $400 \text{ kg/m}^3$  [23] e di additivi superfluidificanti. Dopo sette giorni questi calcestruzzi danno il 75-80% della resistenza a 28 giorni, e il 70% di quella a 90 giorni [24].

Il modulo di elasticità aumenta con l'aumentare della resistenza meccanica [15] [24]; tuttavia, come avviene per il calcestruzzo ordinario, aumenta percentualmente meno di quanto non aumenti la resistenza meccanica (fig. 8 [15]).

Dopo un ritiro iniziale relativamente rapido attribuito alla reazione di idratazione ed al raffreddamento del calcestruzzo (ca.  $250 \times 10^{-6}$ ) il ritiro varia molto poco all'interno del calcestruzzo mentre aumenta sensibilmente sulla superficie.

Questo fenomeno è verosimilmente da attribuire alla bassa permeabilità dei calcestruzzi ad alta resistenza che ostacola fortemente il movimento interno dell'acqua.

E' da notare che le variazioni di lunghezza misurate "in situ" sono molto minori di quelle misurate nelle condizioni, più severe, del laboratorio (fig 9 [25]). Il minore ritiro dei calcestruzzi ad alta resistenza è la conseguenza della riduzione del rapporto a/c, indispensabile per ottenere alte resistenze.

Il "creep" specifico diminuisce con l'aumentare della resistenza del calcestruzzo all'inizio più rapidamente e poi più lentamente (fig. 10 [12]).

#### 4.3 Durabilità

Una caratteristica non trascurabile dei calcestruzzi ad alta resistenza riguarda la loro durabilità, più elevata di quella dei calcestruzzi ordinari. La ragione fondamentale di questo comportamento la si ritrova nella loro permeabilità, molto più bassa di quella dei calcestruzzi ordinari. Ne consegue che tutti i tipi di deterioramento causati dalla penetrazione di sostanze aggressive nel calcestruzzo (carbonatazione, cloruri, solfati ecc.) sono evitati o molto ridotti. Anche la corrosione dell'armatura, strettamente legata alla penetrazione dell'ossigeno ed allo spessore del copriferro, non è un pericolo con calcestruzzi ad alta resistenza confezionati con rapporti a/c così bassi.

La bassa permeabilità spiega quindi perchè, come mostra la tabella 7 [15]), la conducibilità elettrica dovuta alla penetrazione degli ioni  $Cl^-$  diminuisce a misura che aumenta la resistenza meccanica.

La stessa tabella mostra anche il positivo effetto sulla conducibilità del calcestruzzo esercitato dalla reazione pozzolanica causata dalla aggiunta alla miscela di "silica fume" [15] [26].

Il comportamento al gelo dei calcestruzzi ad alta resistenza non è stato ancora ben chiarito perchè i risultati di laboratorio sono talvolta discordi. Mancano inoltre dati raccolti sul campo a conferma della validità dei metodi di prova [12] e pertanto si è preferito introdurre aria nel calcestruzzo, accettando una certa diminuzione della resistenza, pur di avere garantita la protezione contro il gelo [13].

#### 5. CALCESTRUZZI AD ALTISSIMA RESISTENZA

Resistenze alla compressione superiori a 100 MPa possono essere ottenute facendo ricorso a materiali particolari e a tecnologie produttive speciali.

Già 15 anni fa erano stati prodotti in laboratorio calcestruzzi con resistenza superiore a 170 MPa impiegando aggregato quarzoso ed eseguendo la maturazione in autoclave [27] [28].

La dipendenza della resistenza dal contenuto in silice quarzosa e rapporto a/c è riportata nella figura 11 [27].

#### 6. CONCLUSIONI

Le caratteristiche possedute dai cementi non vengono sempre completamente sfruttate nelle costruzioni per ragioni diverse ma tutte sostanzialmente conservative.

E' stato ormai largamente dimostrato che i cementi a rapido indurimento e ad alta resistenza possono essere vantaggiosamente utilizzati per produrre calcestruzzi ad alta resistenza, vale a dire sino e oltre 100 MPa.

In diversi paesi questi calcestruzzi sono stati impiegati nell'edilizia, nei ponti e nelle strutture in mare aperto.

I calcestruzzi ad alta resistenza presentano infatti vantaggi tecnici ed economici che, in molti casi, li fanno preferire a quelli aventi resistenza ordinaria.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] MASSAZZA, F., "Cause e prevenzione del degrado del calcestruzzo", Le Opere in Calcestruzzo: Durabilità, Protezione, Ripristino (Milano, 3-4 dicembre 1985), CLUP, Milano 1986, 33
- [2] Dati forniti dall'ICITE
- [3] Nuove norme sui requisiti di accettazione e modalità di prova dei cementi. D.M. 3/6/1968, G.U. n° 180 del 7.7.1968
- [4] MASSAZZA, F., "Cemento e calcestruzzo negli anni'90", (Cagliari, 23 marzo 1988)
- [5] DUTRON, P., Durability of Concrete Structure, CEB-RILEM (Copenhagen, 18-20 maggio 1983), 1984, 95
- [6] Dati Italcementi
- [7] Dati Italcilcestruzzi
- [8] Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche, D.M. 30/5/1974
- [9] TROXELL, G.E., DAVIS, H.E. e KELLY, J.W., Composition and Properties of Concrete, McGraw-Hill Book Co., N.Y., 1968, 267
- [10] SCHONLIN, K. e HILSDORF, H.K., "Permeability as a Measure of Potential Durability of Concrete - Development of a Suitable Test Apparatus", ACI SP-108, American Concrete Institute, Detroit, 1988, 99
- [11] GIRALDI, A., "High-Strength Concrete in Washington, D.C.", Concrete International 1989, 11 (3), 52
- [12] CEB/FIP, "High Strength Concrete: State of the Art Report", Bulletin d'Information No. 197, Fédér. Int. de la Précontrainte, London, 1990, pp. 61
- [13] Proc. "Utilization of High Strength Concrete", (Stavanger, 15-18 giugno 1987), TAPIR Publ., Trondheim, Norway
- [14] ACI Committee 363, "State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete", J. Am. Concr. Inst. 1984, 81 (4), 364
- [15] MORENO, J., "225 W. Wacker Drive", Concrete International 1990, 12 (1), 35
- [16] RANDALL, V. e FOOT, K., "High-Strength Concrete for Pacific First Center", Concrete International 1989, 11 (4), 14
- [17] FIORATO, A.E., "PCA Research on High-Strength Concrete", Concrete International 1989, 11 (4), 44
- [18] HOWARD, N.L. e LEATHAM, D.M., "The Production and Delivery of High-Strength Concrete", Concrete International 1989, 11 (4), 26
- [19] RONNEBERG, H. e SANDVIK, M., "High Strength Concrete for North Sea Platforms", Concrete International 1990, 12 (1), 29
- [20] GJORV, E.D., BAERLAND, T. e RONNING, H.R., "Abrasion Resistance of High-Strength Concrete Pavements", Concrete International 1990, 12 (1), 45
- [21] HOLM, T.A., "Physical Properties of High Strength Lightweight Aggregate Concretes", Proc. 2nd Int. Congress on Lightweight Concrete (London, aprile 1980), Construction Press, Lancaster 1980, 187
- [22] SMITH, G.L. e RAD, F.N., "Economic Advantages of High-Strength Concretes in Columns", Concrete International 1989, 11 (4), 37
- [23] BURNETT, I., "High-Strength Concrete in Melbourne, Australia", Concrete International 1989, 11 (4), 17
- [24] COOK, J.E., "10,000 psi Concrete", Concrete International 1989, 11 (10), 67
- [25] AITCIN, P.C., SARKAR, S.L. e LAPLANTE, P., "Long-Term Characteristics of a Very High Strength Concrete", Concrete International 1990, 12 (1), 40
- [26] ROSENBERG, A.M. e GAIDIS, J.M., "A New Mineral Admixture for High-Strength Concrete", Concrete International 1989, 11 (4), 31
- [27] TOGNON, G., COPPETTI, G. e URSELLA, P., "Very High Strength Concretes for Precasting: Production Technology and Characteristic Properties", BIBM 78 - 9th Int. Congr. of the Precast Concrete Industry (Wien, 1978), pp. 8
- [28] TOGNON, G., URSELLA, P. e COPPETTI, G., "Design and Properties of Concretes with Strength over 1500 kgf/cm<sup>2</sup>", J. Am. Concr. Inst. 1980, 77 (3), 171

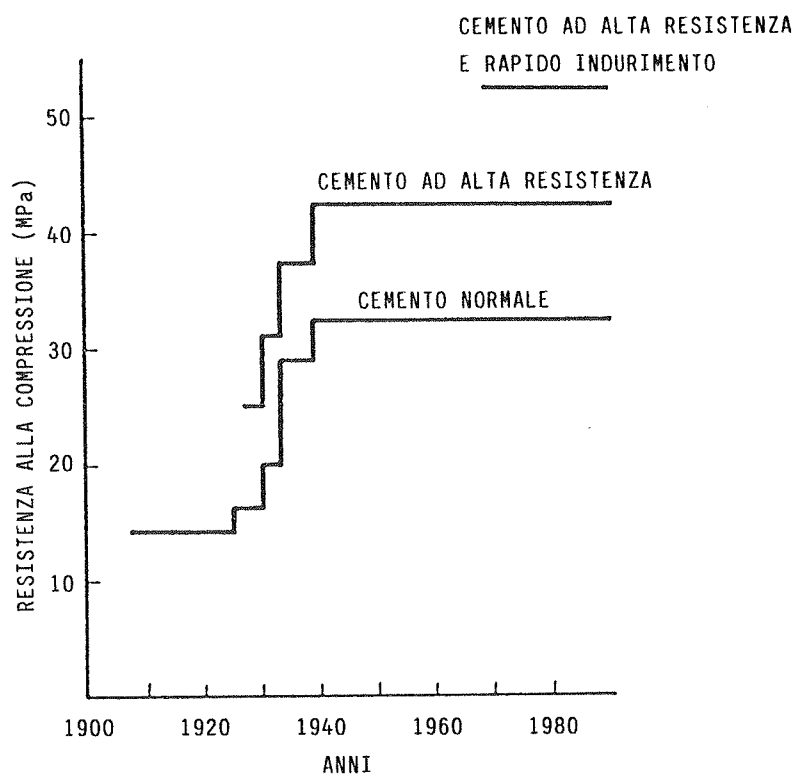


FIG. 1: Evoluzione della resistenza alla compressione a 28 gg dei cementi secondo le norme italiane [1]

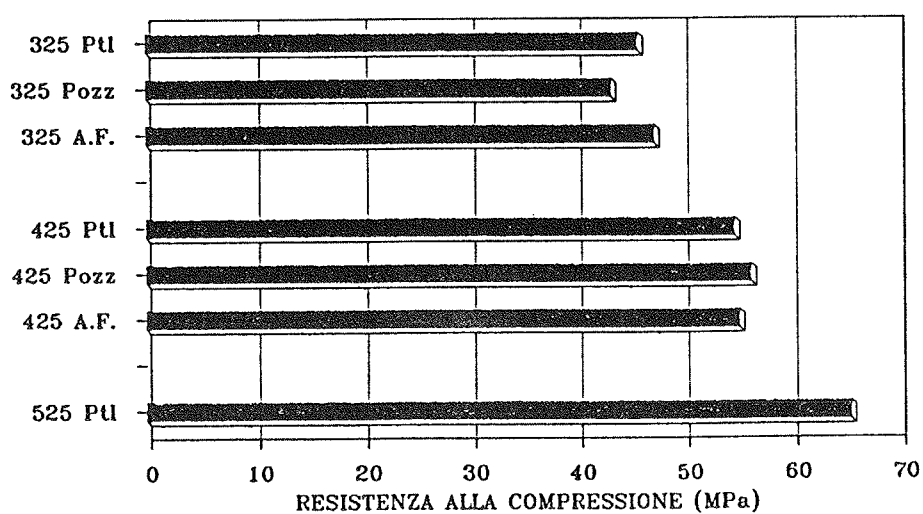


FIG. 2: Valori medi della resistenza alla compressione a 28 gg dei cementi controllati nell'anno 1988 dall'ICITE [2]



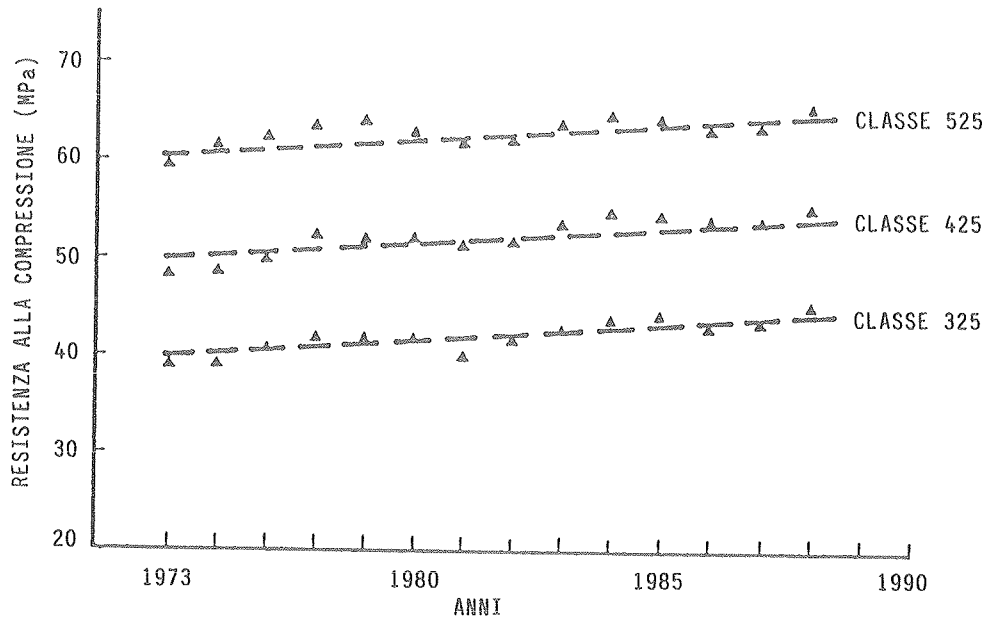


FIG. 3: Valori medi della resistenza alla compressione a 28 gg delle varie classi di resistenza dei cementi [2]

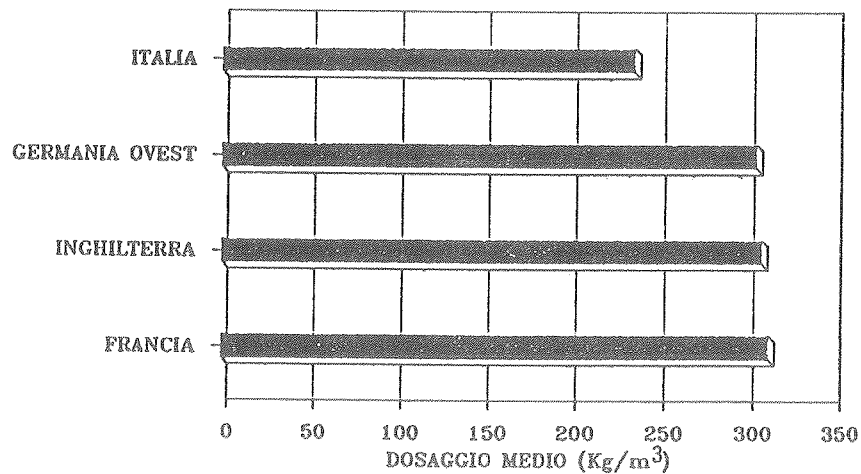


FIG. 4: Dosaggio medio di cemento nel calcestruzzo preconfezionato (anno 1985) in Europa [7]

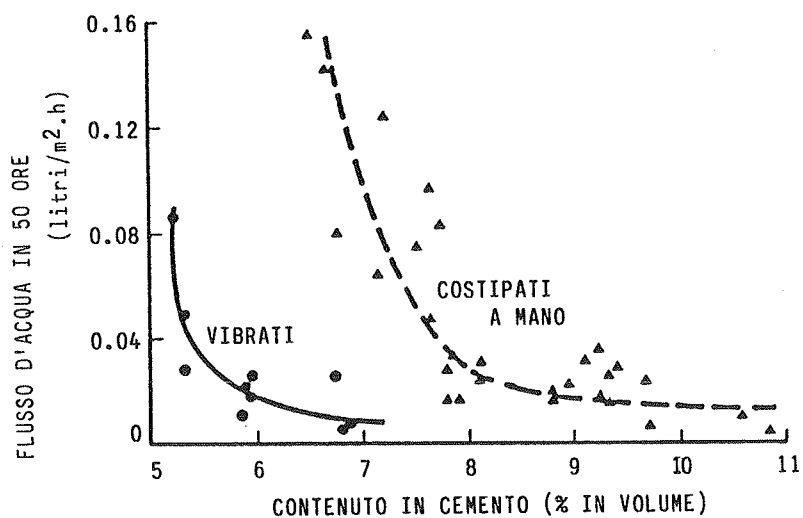


FIG. 5: Permeabilità di calcestruzzi costipati a mano o mediante vibrazione in funzione del dosaggio di cemento [9]

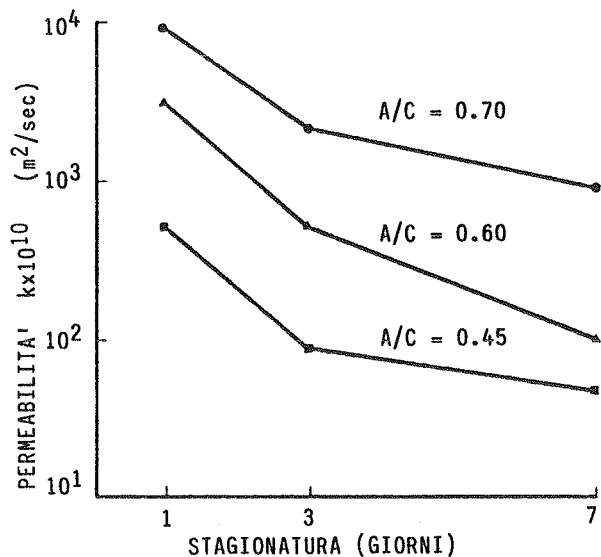


FIG. 6: Permeabilità di calcestruzzi di cemento portland in funzione del rapporto A/C e della stagionatura [10]

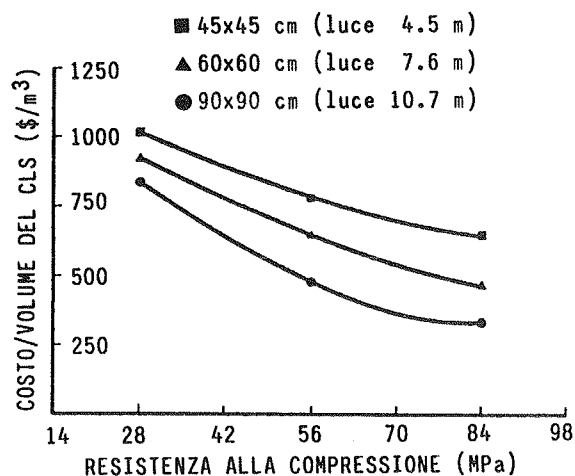


FIG. 7: Costo di pilastri in una struttura a 15 piani in funzione della resistenza alla compressione del cls [22]

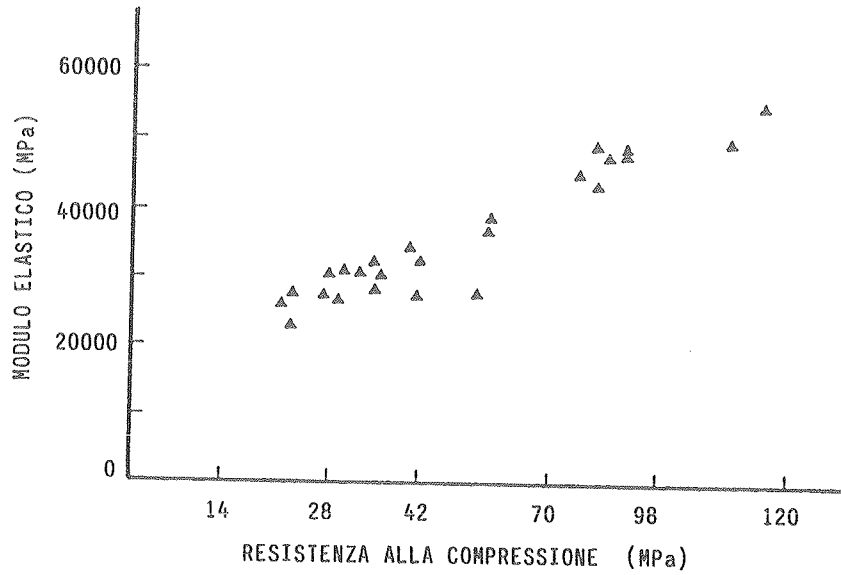


FIG. 8: Modulo di elasticità di calcestruzzi normali e ad alta resistenza [15]

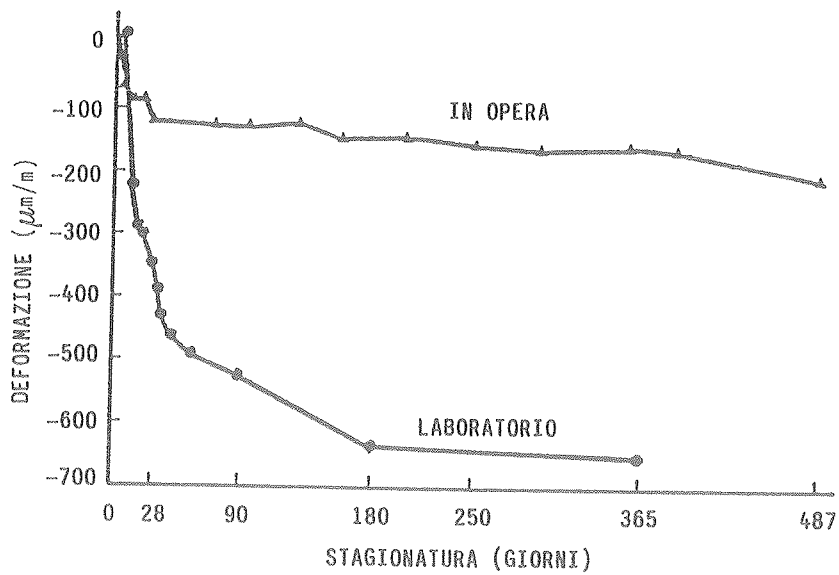


FIG. 9: Confronto tra il ritiro per essiccamento misurato in laboratorio ed in opera [25]

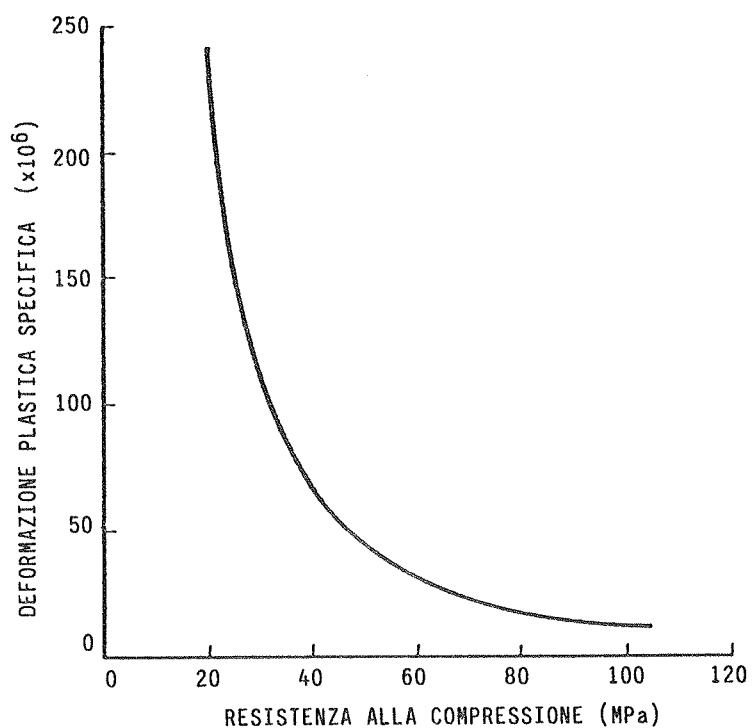


FIG. 10: Deformazione plastica (creep) di calcestruzzi normali e ad alta resistenza [12]

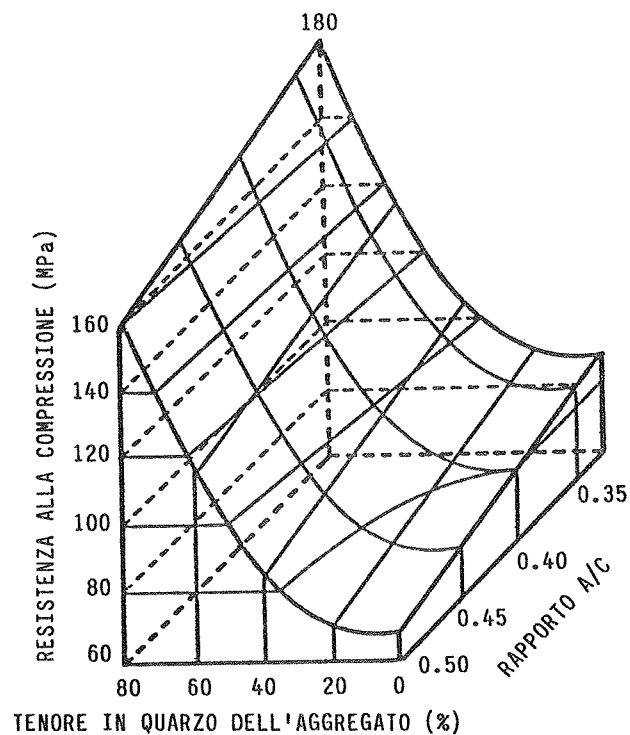


FIG. 11: Andamento della resistenza alla compressione di calcestruzzi ad altissima resistenza [27]

TABELLA 1: Distribuzione della produzione dei cementi in Italia [4]

| TIPO        | CLASSE | 325    | 425    | 525   | Altri |
|-------------|--------|--------|--------|-------|-------|
| Portland    |        | 25.0 % | 23.7 % | 2.8 % |       |
| Pozzolanico |        | 40.3 % | 1.2 %  | -     |       |
| Altoforno   |        | 4.0 %  | 1.0 %  | -     |       |
| Totale      |        | 69.3 % | 25.9 % | 2.8 % | 2 %   |

TABELLA 2: Variazione delle caratteristiche dei calcestruzzi tra il 1930 e il 1980 (in Gran Bretagna) [5]

| PERIODO | CONTENUTO IN CEMENTO (kg/m <sup>3</sup> ) | CONTENUTO IN ACQUA (l/m <sup>3</sup> ) | RAPPORTO A/C | CEDIMENTO AL CONO (cm) | METODO DI COMPATTAZ. |
|---------|---|--|--------------|------------------------|----------------------|
| 1930    | 350-400                                   | ~ 140                                  | 0.35-0.40    | 0                      | battitura            |
| 1955    | 325-350                                   | ~ 175                                  | ± 0.50       | ± 5                    | vibrazione           |
| 1980    | ≤ 300                                     | ~ 200                                  | ≥ 0.65       | ≥ 15                   | scorrimento          |

TABELLA 3: Andamento della produzione, dei consumi e dosaggi nel settore calcestruzzo preconfezionato in Italia [6]

| ANNO | PRODUZIONE (.000 m <sup>3</sup> ) | CONSUMO UNIT. (kton) | DOSAGGIO (kg/m <sup>3</sup> ) |
|------|-----------------------------------|----------------------|-------------------------------|
| 1983 | 56729                             | 14375                | 253                           |
| 1984 | 56926                             | 14420                | 253                           |
| 1985 | 56363                             | 14304                | 254                           |
| 1986 | 54736                             | 13948                | 255                           |
| 1987 | 57856                             | 15051                | 260                           |
| 1988 | 62511                             | 16417                | 263                           |
| 1989 | 67268                             | 17571                | 261                           |

TABELLA 4: Massime resistenze caratteristiche alla compressione previste da alcune normative nazionali ed internazionali per il calcestruzzo [12]

| STATO          | DOCUM.<br>ANNO                     | RESIST. MAX<br>A COMPRESS.<br>(MPa)           | CAMPIONE<br>DI<br>PROVA        | AGGREGATI<br>LEGGERI                             |
|----------------|------------------------------------|---|--------------------------------|--|
| Norvegia       | NS 3473<br>1989                    | 105 N/mm <sup>2</sup><br>94 N/mm <sup>2</sup> | Cubo<br>100 mm<br>Cil. 150/300 | previsti<br>$f_{ck} \leq 105(\rho/\rho_2)^{1.5}$ |
| Finlandia      | Rak MK B4<br>1983/84<br>Suppl. '89 | 50 N/mm <sup>2</sup><br>100 N/mm <sup>2</sup> | Cubo<br>150 mm                 | non previsti                                     |
|                | CEB-FIP<br>MC-90                   | 80 N/mm <sup>2</sup>                          | Cilindro<br>150/300 mm         | previsti   |
| Stati<br>Uniti | ACI<br>318-89<br>1989              | nessuna                                       | Cilindro<br>150/300 mm         | previsti<br>Res.determin.<br>dalle prove         |
| Canada         | CAN3-<br>A23.3<br>M84 1984         | nessuna                                       | Cilindro<br>150/300 mm         | previsti<br>Res.determin.<br>dalle prove         |

TABELLA 5: Edifici costruiti utilizzando calcestruzzo ad alta resistenza [12]

| EDIFICI                   | LOCALITA'     | ANNO | PIANI | RES. MAX<br>PROGETTO<br>(MPa) |
|---------------------------|---------------|------|-------|-------------------------------|
| Pacific Park Plaza        | Emeryville CA | 1983 | 30    | 45                            |
| S.E. Financial Center     | Miami         | 1982 | 53    | 48                            |
| Petrocanada Building      | Calgary       | 1982 | 34    | 50                            |
| Lake Point Tower          | Chicago       | 1965 | 70    | 52                            |
| 1130 A.Michigan Av.       | Chicago       |      |       | 52                            |
| Texas Commerce Tower      | Houston       | 1981 | 75    | 52                            |
| Helmsley Palace Hotel     | New York      | 1978 | 53    | 55                            |
| Trump Tower               | New York      |      | 68    | 55                            |
| City Center Project       | Minneapolis   | 1981 | 52    | 55                            |
| Collins Place             | Melbourne     |      | 44    | 55                            |
| Larimer Place Condomin.   | Denver        | 1980 | 31    | 55                            |
| 499 Park Avenue           | New York      |      | 27    | 59                            |
| Royal Bank Plaza          | Toronto       | 1975 | 43    | 61                            |
| Richmond-Adelaide Toronto | Centre        | 1978 | 33    | 61                            |
| Midcontinental Plaza      | Chicago       | 1972 | 50    | 62                            |
| Frontier Towers           | Chicago       | 1973 | 55    | 62                            |
| Water Tower Place         | Chicago       | 1975 | 79    | 62                            |
| River Plaza               | Chicago       | 1976 | 56    | 62                            |
| Chicago Mercant.Exchange  | Chicago       | 1982 | 40    | 62                            |
| Columbia Center           | Seattle       | 1983 | 76    | 66                            |
| Interfirst Plaza          | Dallas        | 1983 | 72    | 69                            |
| 900 N.Mich.Annex          | Chicago       | 1986 | 15    | 97                            |
| South Wacker Tower        | Chicago       | 1989 | 79    | 83                            |
| Grande Arche Défense      | Paris         | 1988 |       | 65                            |
| Two Union Square          | Seattle       | 1989 | 58    | 115                           |
| Pacific First Center      | Seattle       | 1989 | 44    | 115                           |
| Gateway Tower             | Seattle       | 1989 | 62    | 94                            |

TABELLA 6: Ponti costruiti utilizzando calcestruzzo ad alta resistenza (12)

| PONTE                     | LOCALITA'     | ANNO | LUCE MAX (m) | RES. MAX PROGETTO (MPa) |
|---------------------------|---------------|------|--------------|-------------------------|
| Willows Bridge            | Toronto       | 1967 | 48           | 41                      |
| Houston Ship Chanal       | Texas         | 1981 | 229          | 41                      |
| San Diego to Coronado     | California    | 1969 | 43           | 41*                     |
| Linn Cove Viaduct N       | Carolina      | 1979 | 54           | 41                      |
| Pasco-Kennewick intercity | Washington    | 1978 | 299          | 41                      |
| Coweman River Bridges     | Washington    |      | 45           | 48                      |
| Huntington to Proctorvil. | W.Va. to Ohio | 1984 | 274          | 55                      |
| Nitta Highway Bridge      | Japan         | 1968 | 30           | 59                      |
| Kaminoshima Highway Brid. | Japan         | 1970 | 86           | 59                      |
| Tower Road Bridge         | Washington    | 1981 | 49           | 63                      |
| Fukamitsu Highway Bridge  | Japan         | 1974 | 26           | 69                      |
| Cotanabe Railway Bridge   | Japan         | 1973 | 24           | 79**                    |
| Akkagawa Railway Bridge   | Japan         | 1976 | 46           | 79**                    |
| Kylesku Bridge            | Scotland      |      | 79           | 53                      |
| Deutzer Bridge            | W.Germany     | 1978 | 185          | 69*                     |
| Parrot Ferry Bridge       | California    | 1979 | 195          | 43*                     |
| Pont de Tricastin         | France        |      | 142,4        | 30*                     |
| Ottmarsheim               | France        | 1979 | 172          | 30*                     |
| Selbjorn Bridge           | Norway        | 1977 | 212          | 40                      |
| Pont du Pertuiset         | France        | 1988 | 110 m        | 65                      |
| Pont de Joigny            | France        | 1988 |              | 60                      |
| Arc sur la Rance          | France        | 1989 |              | 60                      |
| Giske                     | Norway        | 1989 | 52           | 55                      |
| Sandhornoya               | Norway        | 1989 | 154          | 55*                     |
| Boknasundet               | Norway        | 1990 | 190          | 60*                     |
| Helgelandsbrua            | Norway        | 1990 | 425          | 65                      |

\* calcestruzzo leggero

\*\* calcestruzzo autoclavato

TABELLA 7: Conducibilità elettrica di calcestruzzo ad alta resistenza (15)

| RESISTENZA MEDIA (MPa) | PERMEABILITA' $Cl^-$ (coulombs) |
|------------------------|---------------------------------|
| 48                     | 4237                            |
| 69                     | 2520                            |
| 87                     | 1580                            |
| 74                     | 650 (10% silica fume)           |
| 120                    | 67 (15% silica fume)            |

**INTELAIATURA PREFABBRICATA PER TUBAZIONI DI IMPIANTO CHIMICO**

**Marco MENEGOTTO**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Roma "La Sapienza"





## INTELAIATURA PREFABBRICATA PER TUBAZIONI DI IMPIANTO CHIMICO

### *PRECAST PIPE-RACK FOR A CHEMICAL PLANT*

**Marco Menegotto**

Professore Ordinario di Tecnica delle Costruzioni  
Università di Roma "La Sapienza"

#### SOMMARIO

Viene illustrato un sistema di telai porta-tubi all'aperto per un impianto di produzione di etilene, composto di cinque rami per una lunghezza totale di oltre 800 m e destinato a sorreggere un sistema di tubazioni di lunghezza complessiva di oltre 30 Km su più livelli.

Tale tipo di struttura viene eseguita tradizionalmente in carpenteria metallica. Dopo che un incendio aveva distrutto un precedente sistema, poi smantellato, per il nuovo stabilimento ampliato è stata richiesta una elevata resistenza al fuoco.

Si è studiata una soluzione in cemento armato, dimostratasi competitiva riguardo a costi e tempi di esecuzione, grazie ad una prefabbricazione integrale.

La struttura consiste fondamentalmente di un insieme di telai spaziali elementari a quattro pilastri, collegati fra loro da travi appoggiate libere di scorrere. Nel telaio, tutti gli elementi prefabbricati sono uniti a umido e con armature passanti.

Nonostante la grande varietà di carichi e di disposizioni di travi, l'unificazione delle unioni ha permesso di realizzare soluzioni modulari, con il risultato di facilitare il montaggio e di rendere pulito l'aspetto estetico.

#### SUMMARY

*An outdoor pipe-rack for an ethylene producing plant, composed of five branches totalizing in length about 800 m and sustaining a system of 30 Km piping on several levels, is presented.*

*Usually, such structures are made of steel frames. After a previous steel rack was destroyed by a fire, for the renewed enlarged plant severe fire resistance has been required.*

*An innovative concrete solution proved competitive in cost and time, taking advantage of full precasting.*

*The structure basically consists of chains of four-columns space frames, linked by simply supported beams free to expand. Within a frame, all members are wet jointed with concrete and coupled re-bars.*

*Despite a great variety in loadings and beam patterns, unification of joints permitted modular solutions, resulting in easy erection operations and clean aesthetical aspect.*

## 1. INTRODUZIONE

L'impianto ENICHEM-ANIC di Brindisi per la produzione di etilene sorge sul sito di un precedente stabilimento, di capacità inferiore, smantellato.

Fra le opere civili è compreso il sistema di sostegno delle tubazioni esterne (Pipe-Rack). Nel vecchio impianto esso era interamente in struttura metallica, e fu completamente distrutto dal fuoco verso la fine degli anni 70. Anche a seguito di tale esperienza, nella costruzione del nuovo impianto la Committenza ha esplorato la possibilità di eseguire le intelaiature porta tubi in cemento armato.

Tradizionalmente tali strutture sono state eseguite in acciaio, per ragioni legate alla rapidità di esecuzione, alla flessibilità costruttiva, al limitato ingombro, alla pulizia di esecuzione, alla facilità di connessione di sovrastrutture ed anche alla consuetudine impiantistica con tale materiale. Tutto ciò in genere ha prevalso sugli svantaggi, legati alla necessità di protezione e di manutenzione delle strutture in acciaio ed alla loro elevata sensibilità alle variazioni di temperatura sia entro l'ambito di quelle di esercizio, sia per una reale "prova del fuoco" sul campo dopo la quale, per l'appunto, essi inducono a considerare l'impiego di un diverso materiale.

La moderna tecnologia del conglomerato permette la realizzazione di un materiale con resistenza e durabilità molto elevate, specialmente se prodotto in forma industrializzata, e di strutture relativamente leggere. La sua capacità di resistenza al fuoco senza particolari protezioni lo rende preferibile all'acciaio in un quadro economico complessivo. Peraltro esso non è favorito dalla normativa tecnica nazionale, che impone limiti di utilizzo penalizzanti ed anacronistici non volendo prendere in considerazione, a parità di sicurezza, conglomerati con resistenze che già si possono ottenere con grande uniformità di riscontro. Il cemento armato può essere quindi ancor più competitivo per strutture industriali del genere.

Finora si sono avuti rari esempi di pipe-racks in conglomerato. Nel caso presente la Committente ha scelto la soluzione innovativa proposta, che impiega elementi in cemento armato prefabbricati in stabilimento, e che, pur nella scarsa ripetitività dei pezzi, si è dimostrata conveniente in termini di costi, e competitiva in termini di tempi di esecuzione.

Essa comporta la realizzazione integrale in c.a. prefabbricato di telai spaziali a maglie rettangolari con tre livelli di travi in ognuna delle due direzioni, a quote sfalsate fra loro per permettere l'incrocio di tubazioni ortogonali. Tali telai raggiungono la quota di nove metri sul piano di campagna. Nei tratti in cui corrono tubazioni anche a quote superiori, progettualmente fuori dalla portata del fuoco, essi sostengono ulteriori membrature, eseguite in carpenteria metallica: in tal modo si ottiene una combinazione ottimale dell'impiego dei due materiali.

## 2. REQUISITI DI PROGETTO

### 2.1 Dimensioni

Il pipe-rack si estende su una superficie di m 340 x 170 (fig. 1). Esso si compone di cinque grandi percorsi, lunghi dai 100 ai 200 m ciascuno, larghi da 6 a 9 m, a più piani, su cui viaggiano le tubazioni dell'impianto, individuate dai rispettivi "blocchi". Da un percorso Dorsale, con direzione E-W, si diramano gli altri quattro: A, B, C, D, con direzione N-S.

Essi hanno le seguenti dimensioni:

|           |  |
|-----------|--|
| Dorsale:  | larghezza m 8,0; lunghezza m 173,0; luci n. 18 x 6,0 + 2 x 8,0 + 3 x 12,0 + 1 x 13,0<br>livelli travi: trasversali 6,0 m; 8,0 m; longitudinali 5,0 m; 7,0 m; 9,0 m                     |
| Blocco A: | larghezza m 6,0; lunghezza m 133,0; luci n. 19 x 7,0<br>livelli travi: trasversali 5,0 m; 7,0 m; longitudinali 6,0 m; 8,0 m  |
| Blocco B: | larghezza m 8,0 (7,0 nelle diramazioni); lunghezza m 195,0; luci n. 4 x 6,0 + 21 x 7,0 + 2 x 12,0<br>livelli travi: trasversali 5,0 m; 7,0 m; 9,0 m; longitudinali 4,0 m; 6,0 m; 8,0 m |
| Blocco C: | larghezza m 9,0; lunghezza m 133,0; luci n. 19 x 7,0 m   |

livelli travi: trasversali 5,0 m; 7,0 m; 9,0 m; longitudinali 4,0 m; 6,0 m; 8,0 m  
 Blocco D: larghezza m 9,0; lunghezza m 182,0; luci n. 26 x 7,0  
 livelli travi: trasversali 5,0 m; 7,0 m; 9,0 m; longitudinali 4,0 m; 6,0 m; 8,0 m

I livelli di travi elencati si riferiscono alle opere prefabbricate in c.a.

Le sopraelevazioni in carpenteria metallica sono discontinue e raggiungono quote variabili da 9,0 a 23,0 m, con cinque ulteriori livelli di appoggio trasversali.

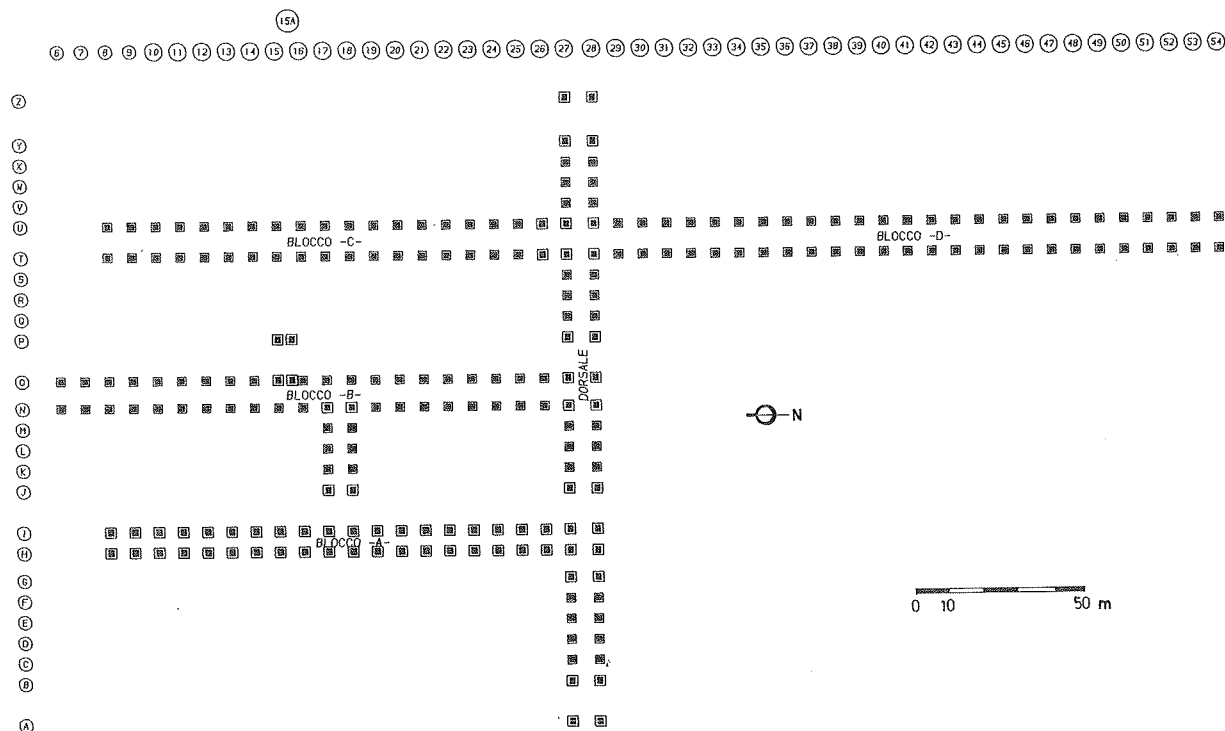


Fig. 1 - Pianta generale delle fondazioni

## 2.2 Azioni

I telai debbono sostenere gran parte delle tubazioni dell'impianto, che assommano a un peso totale di 3500 t, per uno sviluppo di oltre 30.000 m.

Il diametro tipico delle tubazioni è di 6", ma alcuni tubi raggiungono anche i 72". I fluidi trasportati sono di varia natura: alcune tubazioni portano i prodotti di processo (etilene liquido, propilene liquido e gassoso, gasolio, ecc.), altre i fluidi di servizio (acqua di raffreddamento, aria compressa, vapore, ecc.). La temperatura delle linee ha forti escursioni: in alcune raggiungono i  $-100^{\circ}\text{C}$ , in altre i  $+540^{\circ}\text{C}$ .

I tubi sono vincolati longitudinalmente in punti fissi, dove si concentra la reazione orizzontale dovuta all'interazione termica struttura-impianto. Oltre a questa vengono considerate possibili reazioni orizzontali per attrito su ogni supporto intermedio.

Oltre al peso delle tubazioni e del loro contenuto, ed alle variazioni di temperatura, le azioni prese in conto sono la neve ed il vento su tubazioni e strutture.

I tubi ed i loro percorsi essendo fra loro molto diversi, variano le azioni da considerare sulle singole travi. La notevole intensità delle forze risultanti in rapporto alle dimensioni delle travi non consente di trattare i carichi forfaitariamente, ma richiede un'analisi puntuale delle azioni stesse, pur se i progettisti dell'impianto hanno ridotto il più possibile la casistica dei

carichi e riportato la maggior parte dei carichi concentrati verticali ed orizzontali ad azioni ripartite equivalenti. Dei carichi minimi sono previsti comunque su tutte le travi.

E' richiesta una resistenza al fuoco REI 120 fino a quota 9,0 m sul p.c.

### 3. SOLUZIONE DI PROGETTO

#### 3.1 Impostazione

La soluzione scelta per i telai è stata un'ossatura in cemento armato prefabbricato fino a quota 9 m sul p.c., sopraelevata, dove occorre, con telai in carpenteria metallica.

Al fine di limitare gli effetti interattivi delle variazioni termiche, la struttura è stata suddivisa in cavalletti spaziali elementari, nel caso tipico con una sola campata sia longitudinale, sia, naturalmente, trasversale, risultando in una pianta vicina alla quadrata.

I cavalletti sono collegati tra loro da travi longitudinali in semplice appoggio scorrevole, mentre le stesse travi longitudinali interne al cavalletto formano nodi rigidi coi pilastri, così come le travi trasversali. Tale schema influisce positivamente non solo per le variazioni termiche di esercizio, ma anche e soprattutto per quelle conseguenti ad un eventuale incendio, evitando il generarsi di forze di coazione non sopportabili da una lunga ossatura, neppure a prezzo di deterioramenti locali.

Inoltre, la soluzione permette una facile sostituzione per parti di zone danneggiate da cause diverse, o comunque non più utilizzabili, senza dover modificare le continuità strutturali.

In alcune posizioni, ove l'azione orizzontale è particolarmente intensa, il cavalletto a nodi rigidi viene esteso a due o tre campate longitudinali.

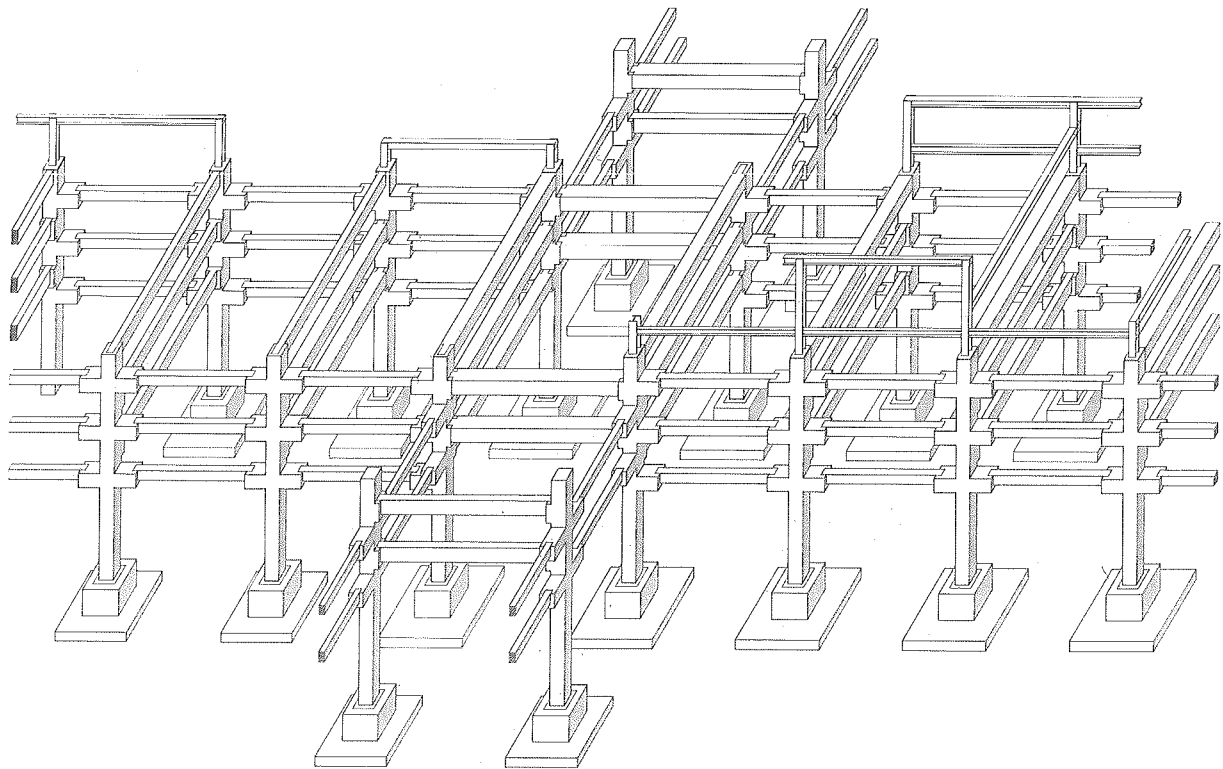


Fig. 2 - Stralcio assometrico: Intersezione Blocchi C, D - Dorsale

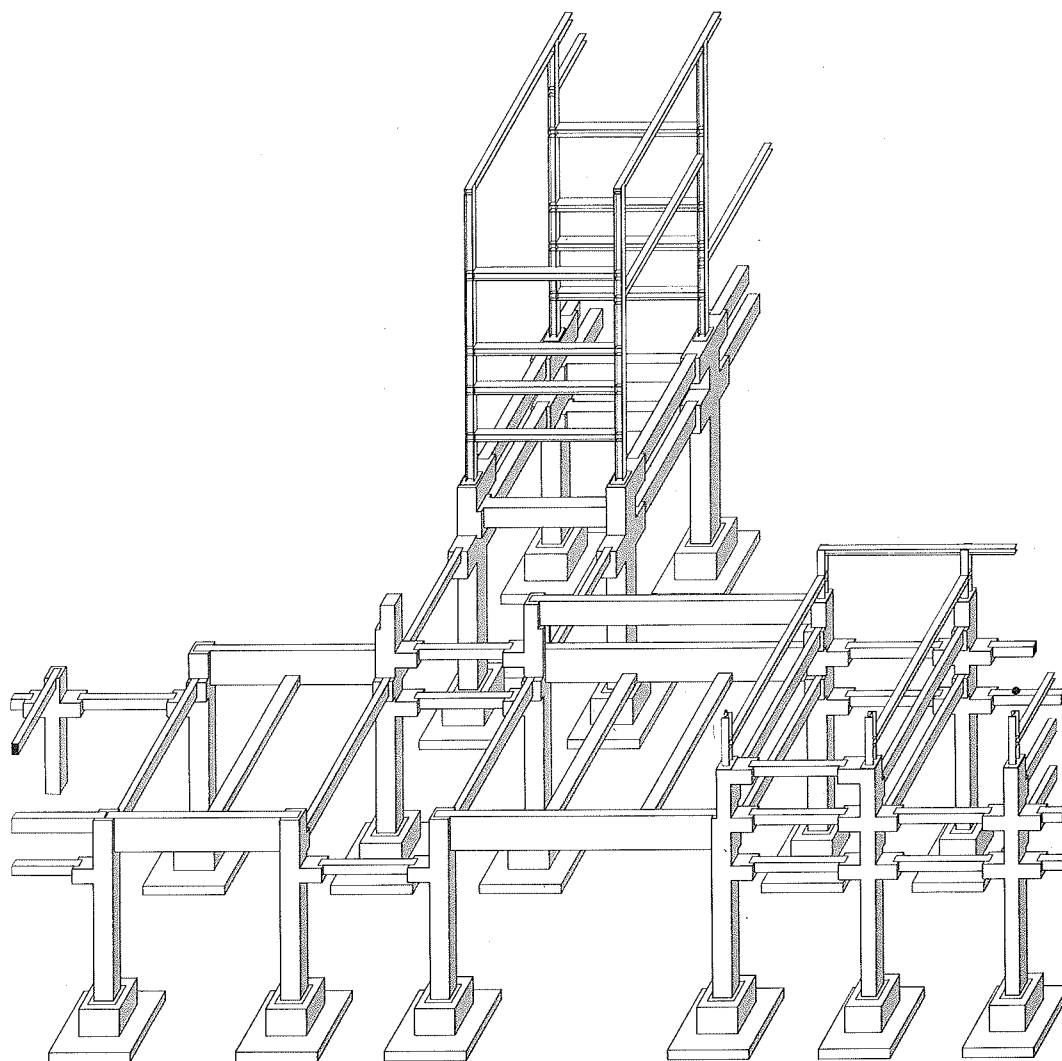


Fig. 3 - Stralcio assonometrico: Intersezione Dorsale - Blocco A

Nelle assonometrie in fig. 2 e fig. 3 sono rappresentati due stralci del pipe-rack, rappresentativi dell'organizzazione strutturale: nella 2, l'intersezione della Dorsale con i blocchi C e D, sede di forti azioni orizzontali; nella 3, l'intersezione della Dorsale col blocco A, dove si possono notare due campate più lunghe per attraversamenti stradali appartenenti alla Dorsale e, nel blocco A, l'alta struttura metallica sovrapposta a quella in c.a..

I cavalletti in c.a. tipici hanno il più delle volte tre ordini di travi, distanti 2,0 m l'una dall'altra, in entrambe le direzioni. Esse, oltre a partecipare degli effetti di telaio, sono tutte portanti, con i tubi poggiati sull'estradosso, quindi soggette ad azioni verticali ed orizzontali sghembe; infatti i tubi stessi corrono longitudinalmente e possono uscire lateralmente in ogni posizione, poggiando sulle travi laterali. Le quote delle travi nelle due direzioni sono perciò sempre sfalsate, ed il pilastro viene ad avere sei nodi. Ciò comporta sollecitazioni comprendenti sempre tutte le componenti in misura significativa in ogni membratura, data anche l'assenza di diaframmi o irrigidimenti di piano.

Il progetto e la realizzazione dei nodi debbono perciò essere particolarmente accurati, pur se la sfalsatura in quota ne facilita i particolari costruttivi.

In funzione dello stato di sollecitazione complesso, il fusto del pilastro è sempre lasciato continuo e pieno, mentre il collegamento alle travi è realizzato su apposite mensole. In direzione longitudinale queste sporgono per 1,2 m dall'asse pilastro: ciò permette anche di riportare

l'unione in sezioni aventi sforzi inferiori ai massimi, e di adottare due sezioni diverse per mensole e trave intermedia, essendo prevalenti in tale direzione le sollecitazioni flessionali di telaio rispetto ai carichi direttamente agenti.

### 3.2 Tipologia

Pur nella regolarità dei tracciati e del passo dei telai, come appare della pianta d'insieme delle fondazioni (fig. 1), la casistica di elementi strutturali di diversa configurazione si rivela molto ampia.

Infatti, le larghezze dei blocchi, quindi le rispettive portate delle travi trasversali, sono sensibilmente diverse; il numero delle travi per ogni cavalletto, e conseguentemente l'altezza dei pilastri, variano spesso lungo il percorso di un blocco, come appare dal profilo del blocco Dorsale in fig. 4; specialmente in tale blocco, anche le luci escono più volte dal modulo per necessità di attraversamenti stradali; vi sono poi le intersezioni fra blocchi, con pilastri collegati a travi su quattro facce; infine, le azioni sono molto differenti, anche in relazione alla presenza delle sopraelevazioni metalliche.

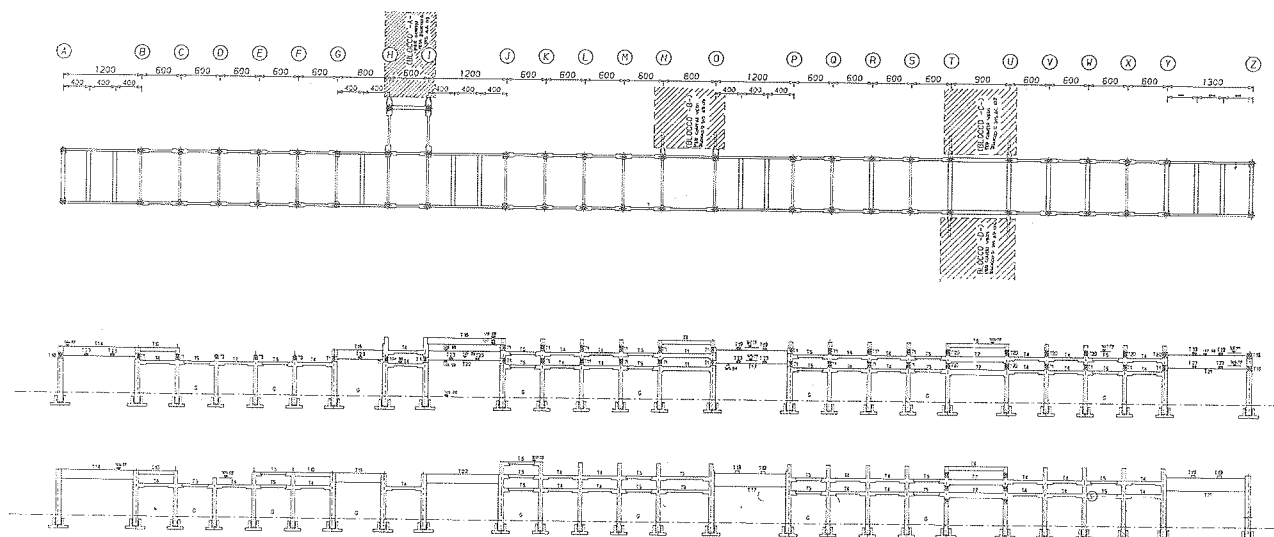


Fig. 4 - Pianta e prospetti del ramo Dorsale

Non potendo modulare i cavalletti nel loro complesso, si è cercato di modulare al massimo le sezioni degli elementi (pilastri e travi) le mensole dei pilastri e le connessioni, lasciando variare le lunghezze degli elementi e le armature.

Considerando le sole differenze di carpenteria, risultano numerosi tipi diversi di elementi, in particolare:

|          |               |                             |
|----------|---------------|-----------------------------|
| Plinti   | tipi diversi: | n. 9                        |
|          | basi:         | da 250 x 250 a 400 x 400 cm |
|          | altezza:      | 150 cm                      |
| Pilastri | tipi diversi: | n. 43                       |
|          | sezioni tipo: | 60 x 60 cm                  |
|          |               | 80 x 60 cm                  |
|          |               | 80 x 80 cm                  |
|          | altezze:      | da 7,50 a 10,50 m           |

|       |               |                   |
|-------|---------------|-------------------|
| Travi | tipi diversi: | n. 42             |
|       | sezioni tipo: | 30 x 40 cm        |
|       |               | 30 x 60 cm        |
|       |               | 30 x 100 cm       |
|       |               | 30 x 140 cm       |
|       |               | 30 x 200 cm       |
|       |               | 50 x 80 cm        |
|       |               | 50 x 100 cm       |
|       |               | 60 x 40 cm        |
|       |               | 60 x 60 cm        |
|       | lunghezze     | da 1,65 a 12,40 m |

Gli elementi prefabbricati sono realizzati in conglomerato di Rck 50 N/mm<sup>2</sup> ed hanno armatura di resistenza in barre FeB44k c., con ricoprimento di 45 mm contenente rete e.s. di protezione.

### 3.2.1 Pilastrì

Il pilastro tipico ha sezione 60 x 60 cm, altezza 10,5 m, di cui 9,0 fuori terra; ha tre ordini di mensole longitudinali doppie, la cui lunghezza è stata determinata dall'ingombro per il trasporto in m 2 x 1,20 dall'asse e di altezza 60 cm; trasversalmente, verso l'interno, ha delle mensole che sporgono solo 20 cm dalla faccia, per ragioni di ingombro funzionale, ed alte 80 cm. Tutte le mensole terminano con un incasso per l'alloggiamento delle rispettive travi, la cui unione a umido risulta totalmente nascosta, lasciando apparire solo la finitura del prefabbricato; dall'esterno non si distingue un'unione di continuità da una con appoggio libero, che si alternano nello schema longitudinale. In sommità, il pilastro, invece che di mensola, è dotato di un incasso arretrato per l'unione con la trave trasversale. Le mensole sono schematizzate in fig. 5, e si trovano combinate in diversi modi particolari su ogni singolo pilastro.

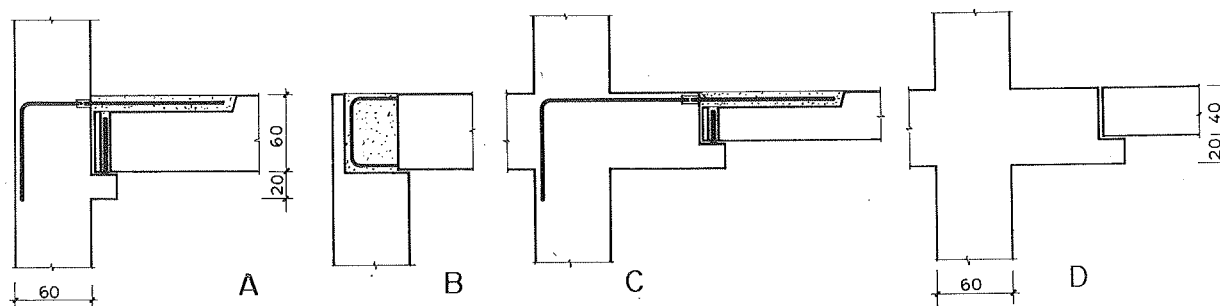


Fig. 5 - Schemi dei nodi trave-pilastro: A, B trasversali; C, D longitudinali (continui, con giunto)

Pilastrì con sezione diversa (fig. 3) sono quelli adiacenti alle campate di attraversamento (60 x 80 cm), che sostengono travi di luce anche più che doppie rispetto a quelle tipo, nonché tutti i pilastrì appartenenti al blocco A (80 x 80 cm), che sostengono strutture in carpenteria metallica alte oltre 15 m le quali trasmettono alla sommità del pilastro in c.a. azioni combinate con forze taglianti dell'ordine di 180 kN e 110 kN nelle due direzioni principali, momenti di 110 kNm e forze normali di 700 kN di compressione o 180 kN di trazione.

Gli incassi sia nelle mensole sia in sommità al pilastro sono sempre tali da ospitare le testate delle travi con la sezione intera, senza selle di appoggio, non adatte a trasmettere sollecitazioni complesse.



### 3.2.2 Travi

Le travi trasversali tipiche, con luci interasse comprese tra 6 a 9 m e nette ridotte di 1 m, hanno sezione 30 x 60 cm e vengono unite in continuità con i pilastri, negli alloggiamenti ad incasso predetti.

Alcune travi trasversali, soggette a particolari azioni orizzontali dai punti fissi di grosse tubazioni, hanno larghezza maggiorata a 60 cm (fig. 2): il sovraccarico massimo su travi di luce 9 m può raggiungere l'ordine di 24 KN in verticale e 150 KN in orizzontale.

L'armatura di collegamento inferiore è costituita da spinotti inghisati, quella superiore da barre metalliche contenute in una vaschetta di estradosso gettata in seconda fase e contenuta dalle staffe. Tali barre sono a loro volta collegate alle corrispondenti armature del pilastro mediante manicotti filettati annegati nel pilastro stesso. Le travi dell'ultimo livello hanno invece armature fuoriuscenti dalle testate, che penetrano nel getto di completamento in seconda fase (fig. 5).

I getti di completamento sono eseguiti con betoncini ad alta resistenza preconfezionati.

Le travi longitudinali tipiche hanno lunghezze interasse da 6 a 7 m, che si riducono di 2,4 m al netto delle mensole. Esse possono avere perciò una sezione contenuta in 30 x 40 cm. I collegamenti di continuità sono del tutto analoghi a quelli delle travi trasversali. Quando formano giunti tra un cavalletto e l'altro, esse appoggiano su cuscinetti di neoprene.

Le travi del blocco A, sia trasversali che longitudinali, rispondono agli stessi schemi, ma sono di sezione maggiore, date le maggiori sollecitazioni provenienti al telaio dalla struttura sovrastante (fig. 3).

Per gli attraversamenti carrai è stata adottata una soluzione atipica.

Infatti, i tubi non possono essere autoportanti su luci fino a 13 m. Si rendono perciò necessari degli appoggi intermedi su travi trasversali in falso, portate a loro volta dalle travi longitudinali. Queste sono allora di altezza molto maggiore di quelle tipiche, e con una sola trave si portano eventualmente i due livelli di travi trasversali, che servono così da controvento per la prima. In tali casi, tutti i nodi trave-trave o trave-pilastro sono continui.

### 3.2.3 Fondazioni

Le fondazioni sono di tipo diretto, impostate a quota -2,0 m dal p.c. ed eseguite in opera su un terreno previamente stabilizzato, con plinti a bicchiere, nei quali vengono inghisati i pilastri prefabbricati. Alcuni plinti sono stati modificati e collegati tra loro per aggirare ostacoli locali.

## 4. ESECUZIONE

Le quantità complessive realizzate ed i rispettivi tempi vengono sintetizzati nella seguente tabella:

|                           |                        |                |         |
|---------------------------|------------------------|----------------|---------|
| Fondazioni                | conglomerato magro     | m <sup>3</sup> | 320     |
|                           | conglomerato Rck 25    | m <sup>3</sup> | 1.600   |
|                           | acciaio FeB 44 k c.    | Kg             | 124.500 |
|                           | tempo esecuzione       | settimane      | 10      |
| Elevazione in c.a.        | pilastri               | n.             | 233     |
|                           | travi                  | n.             | 855     |
|                           | conglomerato Rck 50    | m <sup>3</sup> | 2.290   |
|                           | acciaio FeB 44 k c.    | Kg             | 453.000 |
|                           | rete e.s.              | Kg             | 19.500  |
|                           | inserti metallici      | Kg             | 63.500  |
|                           | tempo prefabbricazione | settimane      | 20      |
|                           | tempo montaggio        | "              | 10      |
| tempo getti completamento | "                      | 3              |         |

La facilità e la rapidità con cui si è eseguita la costruzione sono dovute anche all'accurato studio condotto sulle casseforme dalla impresa di prefabbricazione. Infatti, tutti gli elementi della struttura in c.a. sono stati realizzati con cinque casseforme, pur nella varietà di tipi sopra menzionata.

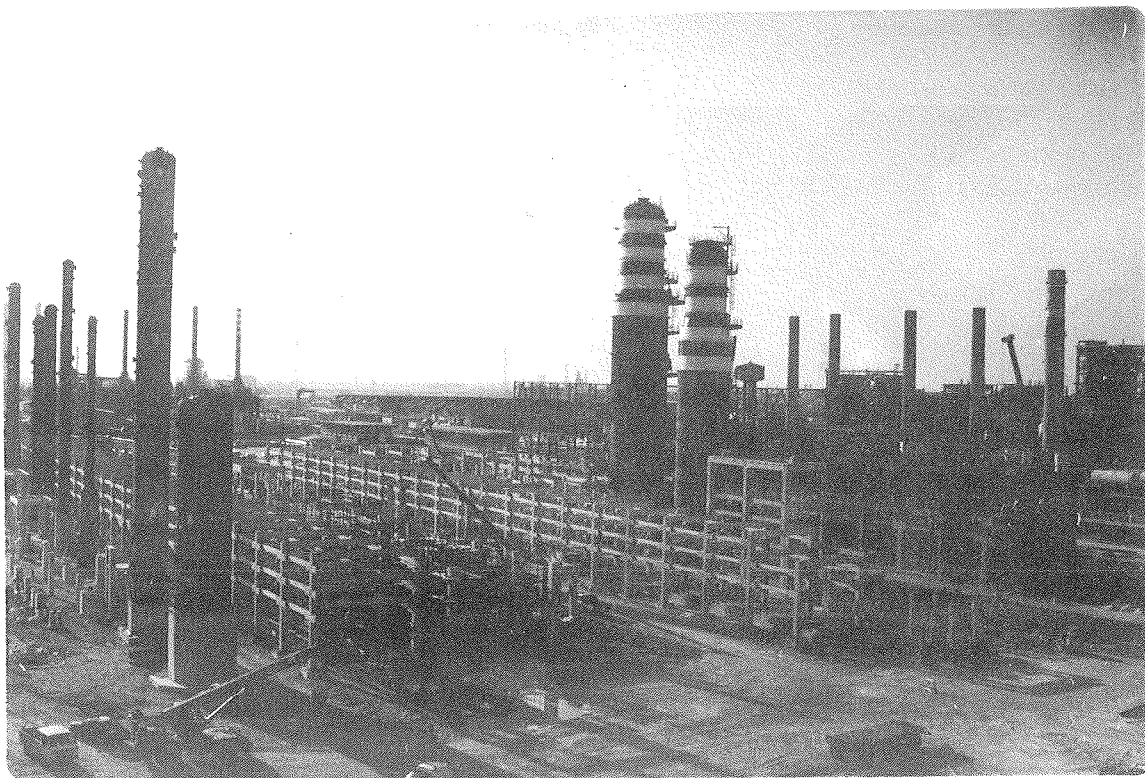
Oltre alla molteplicità di carpenterie sopra richiamata, ulteriori diversità di pezzi si sono presentate in relazione alle armature ed agli inserti.

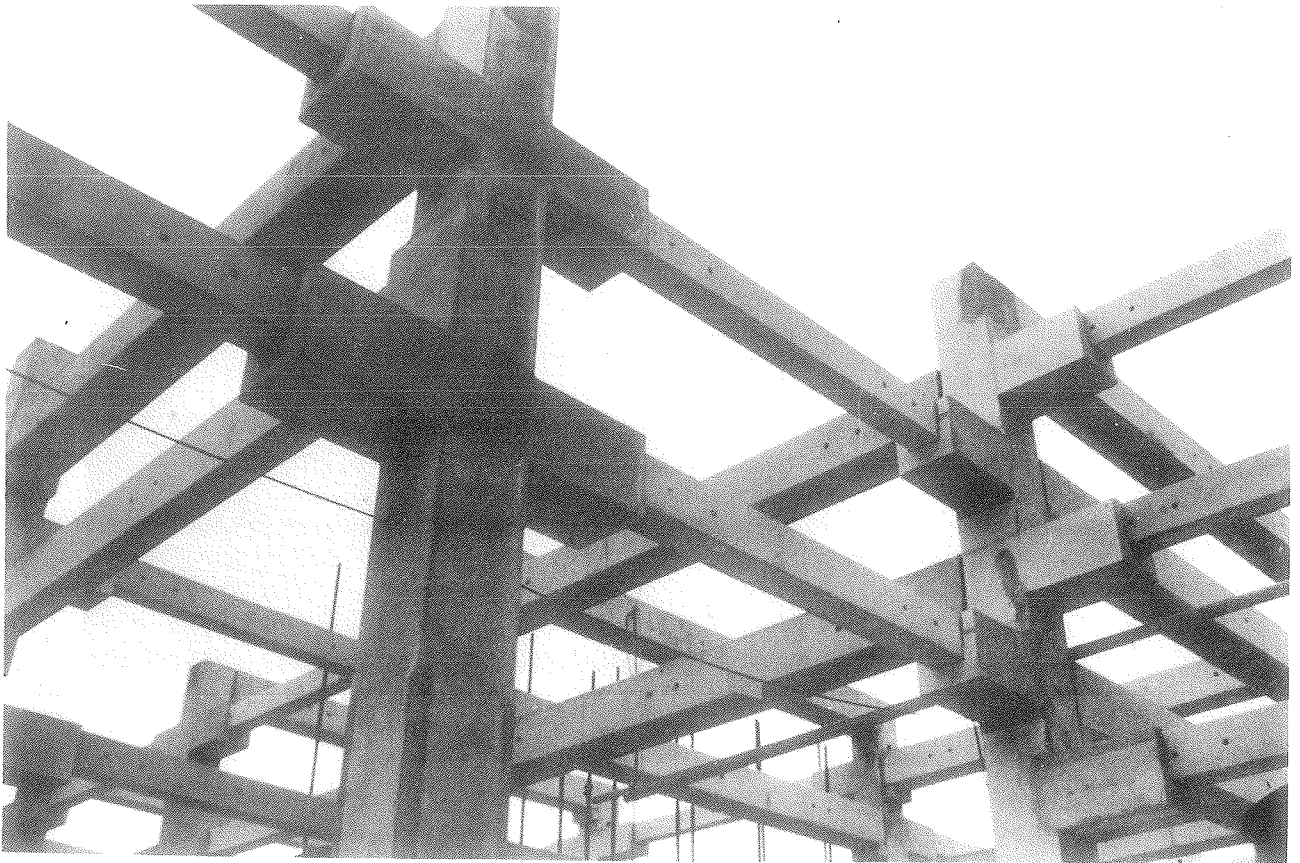
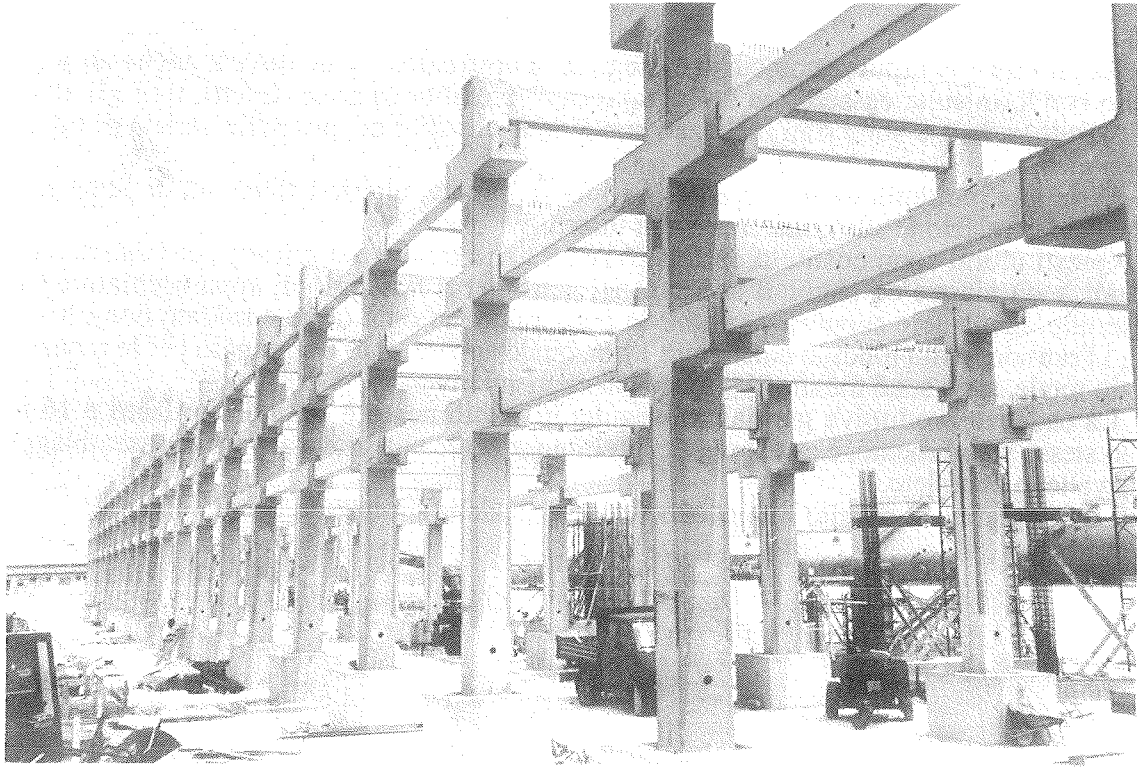
Questi ultimi sono costituiti da fori passanti nelle travi e nei pilastri per l'inserimento di bulloni, e da piastre ed angolari ancorati nel getto per il fissaggio di apparecchiature, scale, passerelle, mensole e supporti per tubi: in particolare, su ogni trave è saldato con continuità lungo l'estradosso un tondino emergente 1 cm, quale apparecchio d'appoggio per le tubazioni.

In totale, sono state trattate 200 schede di elementi diversi.

La cadenza produttiva giornaliera seguita in stabilimento è stata di 5 pilastri e 16 travi. Nello stesso stabilimento, è stata eseguita preliminarmente una prova al vero di assemblaggio di un cavalletto completo.

Le fotografie nel seguito riprendono alcune viste della struttura in opera.





## 5. CONCLUSIONI

La prefabbricazione industriale offre al cemento armato la capacità di competere vantaggiosamente con la carpenteria metallica anche sul piano della velocità di esecuzione, ed è senz'altro conveniente per strutture che richiedano elevata resistenza al fuoco.

La struttura qui illustrata può essere un esempio ulteriore della flessibilità a cui tale tecnica è in grado di adeguarsi, se l'industrializzazione viene intesa non come produzione di pezzi uniformi, ma come adattamento alle specifiche esigenze d'uso razionalizzando ed unificando i parametri del manufatto. L'approfondimento progettuale, organizzativo ed esecutivo, necessario a tale operazione, viene ripagato sicuramente dai risultati.

Purtroppo, l'efficienza raggiungibile dalle strutture è tarpata da normative tecniche che penalizzano il cemento armato senza motivo o, se mai, non sanno prendere atto che il conglomerato può essere anche ben fatto, e tendono così ad appiattirlo su livelli mediocri.

Anche un altro pregiudizio, quello sulla resistenza al fuoco delle strutture precomprese, ostacola l'affinamento di scelte appropriate alle varie applicazioni.

L'esempio applicativo qui illustrato, così come tanti altri e migliori, può offrire lo spunto per rinnovare l'auspicio di un progresso nell'impiego più articolato, in piena sicurezza, di quest'ottimo materiale.

- Committente dell'opera è la ENICHEM Spa, del Gruppo ENI
- Contrattista generale, e responsabile dell'ingegneria di processo è la TPL Spa di Roma.
- Il progetto funzionale delle opere civili è della Sezione Opere Civili della TPL, con:  
Ing. P. Bellotti, coordinatore; Geom. A. Martinelli, Ing. D. Albanese, Ing. G. Tabelli, Ing. F. Sem.
- L'impresa di prefabbricazione ed esecuzione è la VIBROSUD Srl di Vasto (CH), con la direzione tecnica dell'Ing. V. Farina, il quale ha svolto anche la Direzione Lavori.
- Il progetto delle strutture è dello scrivente.



**IL NUOVO COMPLESSO INDUSTRIALE DELLA TEXAS INSTRUMENTS  
AD AVEZZANO**

**Alfonso MERCURIO**  
MMV Architetti Associati - Roma

**Cesare POCCHI**  
Studio Tecnico IN.PR.A. - Roma

**Giovanni VIA**  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica - Università di Roma "La  
Sapienza"



## IL NUOVO COMPLESSO INDUSTRIALE DELLA TEXAS INSTRUMENTS AD AVEZZANO

**Alfonso MERCURIO**

Architetto  
MMV Architetti Associati  
Roma

**Cesare POCCI**

Ingegnere Civile  
Studio Tecnico IN.PR.A.  
Roma

**Giovanni VIA**

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di Roma "La Sapienza"

### SOMMARIO

Il progetto delle strutture per il nuovo complesso Texas Instruments, recentemente realizzato nel Nucleo Industriale di Avezzano, è stato caratterizzato da particolari esigenze nei riguardi degli aspetti funzionali e dei tempi di costruzione; infatti la produzione di componenti elettronici richiede un ambiente rigorosamente pulito e protetto dalle vibrazioni e la rapida obsolescenza del prodotto impone tempi molto brevi tra la decisione dell'investimento e l'inizio della produzione.

Nel presente lavoro si cercherà principalmente di mettere in luce l'influenza che questi problemi e quelli dovuti alla sismicità dell'area hanno avuto sulla progettazione delle strutture, dedicando solo alcuni cenni introduttivi a considerazioni sulle scelte architettoniche ed alla descrizione delle opere.

### SUMMARY

The specific characteristics of the structural design for the new Texas Instruments factory, recently built in the industrial area in Avezzano, have taken into account the particular functional needs and construction time.

For the production of electronic components the environment must be scrupulously clean and protected from vibrations, and the short life of the products requires very little time between investment and the beginning of productions.

This work will try to point out the influence of these problems and those caused by the seismic area on the structural design, making only some references to the architectural choices and the descriptions of the buildings.

### 1. L'ARCHITETTURA DEGLI STABILIMENTI PER L'INDUSTRIA ELETTRONICA

Con il termine Wafer-Fab si definisce, genericamente, il complesso di edifici, singolarmente caratterizzati, che, opportunamente giustapposti o collegati, costituiscono un sistema capace di produrre i cosiddetti chips di memoria a semiconduttori.

Nell'ambito, già complesso, degli stabilimenti "dedicati" all'elettronica, i Wafer-Fabs rappresentano il massimo picco di sofisticazione tecnologica, sia per le strutture contenenti che per gli impianti contenuti.

Il cuore di ogni Wafer-Fab è la camera bianca o *Clean-Room*: all'interno di questa si compie il ciclo completo che porta lo slice di silicio a diventare un microprocessore; essa, tuttavia, non potrebbe funzionare



senza il considerevole supporto di almeno altre tre unità funzionali: quella dedicata agli impianti "pesanti" come chillers, boilers, pompe; quella dedicata ai materiali chimici necessari per il processo ed, infine, quella dedicata alle funzioni di supporto come uffici, magazzini, laboratori, centri di ricerca, servizi logistici vari.

Il tipo di ciclo funzionale all'interno della *Clean-Room* (con particolare riferimento al sistema adottato per la creazione del flusso laminare d'aria ed alla suddivisione, o meno, in aree separate con differenti livelli di purezza dell'aria), assieme alle posizioni reciproche della stessa camera bianca in rapporto ai suoi edifici "satelliti", definiscono il modello di Wafer-Fab e, quindi, la linea di tipologia produttiva prescelta.

La scelta dell'impianto scaturisce, sostanzialmente, dalla necessità di ottimizzare la griglia tecnologica-impiantistica e di saturare tutte le istanze funzionali richieste. A tale riguardo ricordiamo, pur senza addentrarci nell'argomento, che il rischio di contaminazione sul piano di lavoro dovuto a qualsiasi tipo di sostanza chimica di processo è direttamente proporzionale alla lunghezza delle tubazioni che collegano il punto di stoccaggio con quello di utenza ed, analogamente, che il livello di contaminazione creato dagli operatori nella *Clean-Room* è tanto maggiore quanto minore è stata la precauzione nel progettare i sistemi di filtro progressivo che si dispongono fin dagli accessi all'edificio via via che ci si avvicina alla camera bianca e ciò è strettamente dipendente dalla qualità del lay-out generale.

Solo dopo aver messo a punto questo assai vincolativo schema funzionale, ed aver così predeterminato i pesi reciproci dei volumi delle quattro unità principali, peraltro assai differenti, si potrà procedere alla ricerca di un equilibrio e di una immagine architettonica.

Il linguaggio architettonico di una qualsiasi struttura industriale, pur nella sua specificità, ha sempre in sé elementi e stimoli sufficienti per un decoroso risultato finale, nel caso di un Wafer-Fab ciò è più che mai vero: la molteplicità di funzioni e la necessità di ottenere livelli di immagine e di finitura caratteristici di un centro di ricerca o di un palazzo per uffici rendono l'impegno ancor più affascinante.

Per Avezzano lo schema tecnologico-funzionale si basa su una *Clean-Room* aperta o "equivalente" su tutta la sua superficie: a doppio livello più camera pressurizzata sovrastante per la creazione del flusso laminare, di forma rettangolare allungata (circa 160 m x 70 m) con i lati maggiori occupati dalle celle dei ventilatori verticali di ricircolo e dalle torri delle scale di emergenza dove trovano anche posto le unità di trattamento d'aria primaria. Sui due lati corti, a nord si giustappone l'unità monolivello dei prodotti chimici, divisa dalla *Clean-Room* da un semplice muro tagliafuoco onde facilitare il passaggio di centinaia di tubazioni da e per la camera bianca; a sud, per il tramite di un "collo di bottiglia" a due livelli, si innesta l'edificio di supporto a tre piani, ed in prossimità di questo innesto, cruciale sia per lo schema impiantistico che per quello funzionale, si attesta anche il ponte tecnologico proveniente dalla unità meccanica che si dispone parallelamente al lato lungo della camera bianca.

L'inevitabile disquilibrio creato dalla preponderanza dimensionale della *Clean-Room* nei confronti delle altre unità, è stato evitato facendo "avviluppare" quest'ultima, alle due estremità, dall'unità chimica e dall'edificio di supporto ed utilizzando pannelli esterni in cls prefabbricato differenti per la *Clean-Room* (lisci verniciati in bianco) e per i suoi "satelliti" (in cemento naturale con profonde striature verticali). Si è conseguito, in tal modo, un edificio articolato, dove i singoli soggetti compositivi, pur rimanendo evidenti, si integrano in una immagine globale armonica.

## 2. LE CARATTERISTICHE STRUTTURALI DELLO STABILIMENTO DI AVEZZANO

L'intero complesso ha una superficie coperta di circa 26000 m<sup>2</sup> e, come si è detto, comprende quattro edifici: la *Clean-Room*, destinata alla produzione, il *Mechanical* ed il *Chemical*, contenenti gli impianti per l'energia ed i materiali di produzione; il quarto edificio, *Support*, è viceversa destinato a servizi generali ed uffici (Fig. 1).

Tutte le strutture sono in c.a., ad eccezione della copertura della *Clean-Room* e dell'ossatura del *Support*, che sono state realizzate in acciaio. Oltre al vantaggio del minor peso strutturale, la soluzione metallica ha infatti risolto in questi due casi, con il minor ingombro degli elementi portanti, il complesso passaggio dei diversi impianti tecnologici.

Di particolare rilievo è la concezione strutturale della *Clean-Room* (Fig. 2), in cui il piano di lavorazione, che si estende su una zona di 120 m x 55 m, è sorretto da un grigliato di travi con solai forati per il passaggio dell'aria di ricircolo, vincolato a pilastri disposti secondo un reticolo 3,60 m x 3,60 m: tale insieme strutturale, di altezza ~ 8 m compresa la fondazione, è stato completamente isolato dalle strutture perimetrali, allo scopo di essere quanto più possibile protetto da vibrazioni: lungo il perimetro infatti, la *Clean-Room*, è completata da una struttura a setti, notevolmente rigida, che contiene tutti i ventilatori per il condizionamento e che costituisce il sostegno della copertura in acciaio. Quest'ultima, realizzata con 2 luci continue di 30 m e contenente nello spessore della struttura reticolare i percorsi di distribuzione dell'aria pulita, è dotata di appoggi con apparecchi dissipatori in gomma e piombo, che consentono le dilatazioni dovute agli effetti termici.

La tipologia strutturale degli altri edifici si compone di elementi portanti disposti sul modulo 7,80 m x

7,80 m, con travi nelle due direzioni e solai in predalles completati da un getto in opera. Il *Mechanical* ed il *Chemical* hanno pilastri e travi prefabbricati in c.a., mentre nel *Support* sono stati impiegati profilati metallici, assemblati mediante bullonatura, che collaborano con i solai in predalles.

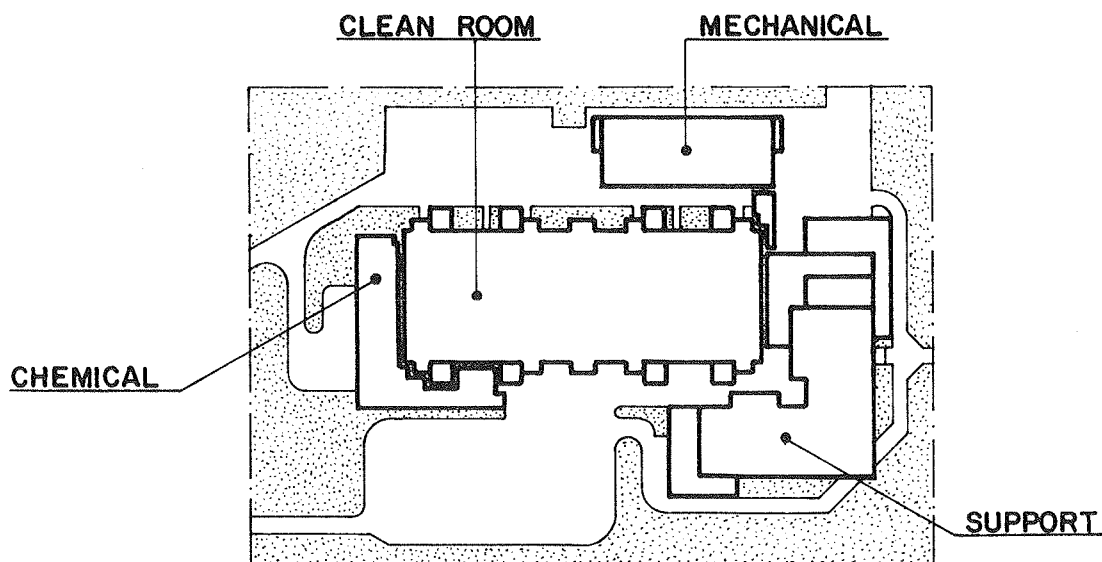


Fig. 1 - Planimetria dello stabilimento

La particolare natura del terreno di fondazione ha richiesto uno studio puntuale, zona per zona, al fine di valutare il carico ad esso affidabile, in relazione alla presenza di vuoti alle diverse profondità. Il sottosuolo interessato dalle opere è risultato infatti costituito da formazioni calcaree, con fratturazioni di entità assai variabile e con vuoti di natura carsica diffusi lungo le superfici di stratificazione. Le fondazioni dirette sono state pertanto dimensionate nell'ipotesi che i vuoti possano provocare il cedimento di un sostegno: sono stati così adottati reticoli di travi rovescie o plinti allargati, al fine di interessare zone più estese di roccia. Per i casi in cui era impossibile allargarsi o quando il livello della roccia sana era più in basso del piano di fondazione, sono stati impiegati micropali  $\phi$  140 mm di lunghezza variabile tra 4 e 6 m.

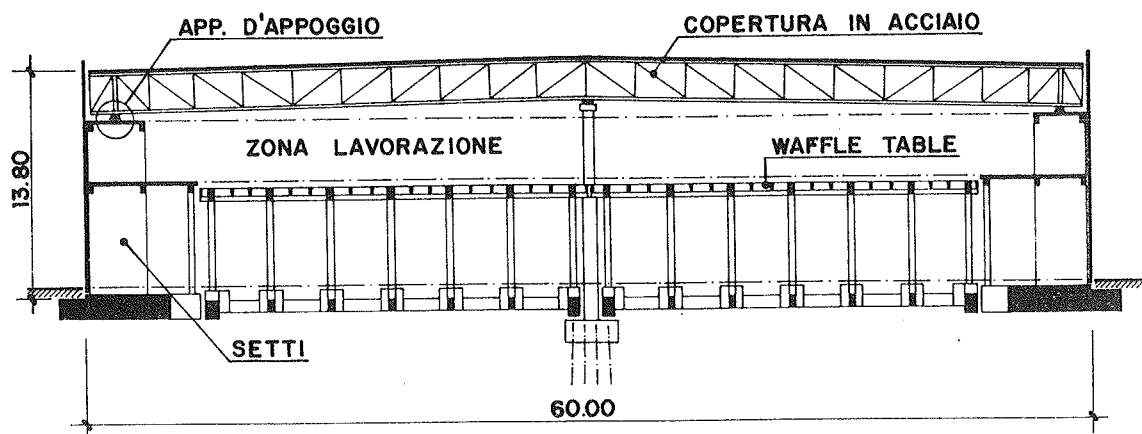


Fig. 2 - Sezione della *Clean-Room*

### 3. IL PROBLEMA DELLE VIBRAZIONI

La *Clean-Room* è l'edificio più importante dello stabilimento per le sue dimensioni, per le sue particolarità strutturali, ma soprattutto perché al suo interno si svolge il ciclo produttivo.

Condizioni indispensabili per la produzione dei componenti elettronici sono la perfetta pulizia dell'aria e la mancanza assoluta di vibrazioni sul piano di lavorazione: infatti, i granelli di polvere, avendo dimensioni dello stesso ordine dei tracciati stampati sui microprocessori, danneggerebbero la produzione e le vibrazioni comprometterebbero il procedimento di riproduzione fotografica dei microcircuiti.

Per soddisfare il primo requisito è previsto un potente sistema di trattamento dell'aria, che viene fatta continuamente circolare attraverso dei filtri; l'ottenimento del secondo requisito dipende da diversi fattori: dalle caratteristiche naturali del sito ove sorge lo stabilimento, dall'efficacia dei provvedimenti adottati per isolare il piano di lavorazione da eventuali sorgenti di vibrazioni, dalle proprietà dinamiche delle strutture che sostengono i macchinari di produzione. Si tenga presente, tra l'altro, che proprio i grossi ventilatori dell'impianto di ricircolo dell'aria sono fonte di vibrazioni.

Dunque, nella scelta di un'area adatta alla realizzazione di stabilimenti di questo tipo, tra i diversi aspetti, bisogna considerare anche il problema delle vibrazioni, verificando la presenza o meno di sorgenti naturali o artificiali in zone vicine e l'attitudine del suolo alla trasmissione di onde elastiche.

Per giudicare l'idoneità del sito e, in prospettiva, per ideare un più efficace sistema di isolamento, è stata svolta una indagine preliminare allo scopo di misurare i livelli vibrazionali ambientali nelle seguenti condizioni:

- nello *stato naturale* si è indagato su eventuali microtremiti di origine sismica e sugli effetti del traffico stradale, ferroviario e di altre sorgenti umane, in diverse fasce orarie;
- nello *stato eccitato* sono state misurate le vibrazioni indotte da sorgenti note, costituite da mezzi di caratteristiche ben definite in transito a velocità prestabilite o in frenata su una strada interna all'area del futuro stabilimento e sulla vicina superstrada Avezzano-Sora, temporaneamente chiusa al traffico.

L'attività sperimentale in sito, l'analisi degli oscillogrammi rilevati, e le successive elaborazioni dei dati raccolti sono state svolte dall'ISMES di Bergamo [1], seguendo i criteri che il Committente, sulla base di precedenti esperienze fatte per altri stabilimenti, aveva indicato.

Le vibrazioni presenti nel terreno sono state misurate in due postazioni, una superficiale in corrispondenza del piano di campagna e l'altra a circa cinque metri di profondità, sul fondo di un apposito scavo. Ogni stazione di misura era costituita da un blocco di calcestruzzo di dimensioni 60 cm x 60 cm x 30 cm su cui erano disposti, secondo direzioni ortogonali, tre sismo-accelerometri con notevoli caratteristiche di sensibilità e di contenimento del rumore elettrico.

I segnali elettrici dei trasduttori di misura, dopo essere stati amplificati e filtrati, venivano inviati al sistema di acquisizione composto da un convertitore analogico-digitale e da un minicalcolatore. In una fase successiva i dati registrati sono stati elaborati con particolari codici di calcolo su un calcolatore più potente.

Per ciascuna registrazione e per ogni postazione di misura, i risultati sono consistiti nella seguente serie di funzioni:

- "spezzone" di "time history" della durata di 10 secondi;
- oscillogramma del valore efficace mobile;
- autodensità spettrale di potenza espressa in termini di accelerazione, velocità e spostamento;
- spettro di vibrazione in spostamento.

Il confronto tra i livelli vibrazionali rilevati nelle diverse posizioni di misura per le diverse condizioni di prova sono stati rappresentati in diagrammi riepilogativi frequenza-spostamento del tipo di quello riportato in Fig. 3, dove la curva continua rappresenta il rumore ambientale medio in superficie e quella tratteggiata, di volta in volta nei diversi grafici, il rumore ambientale medio in profondità, il rumore ambientale con strada chiusa al traffico, il transito dei camion, la frenatura.

Nel diagramma sono riportate anche, come termini di riferimento, le due curve ad accelerazione costante di 10  $\mu\text{g}$  ( $\square$ ) e 0,01  $\mu\text{g}$  (+), lo spettro ammissibile di confronto assunto per lo stabilimento Texas Instruments di Dallas ( $\Delta$ ) e lo spettro di vibrazione corrispondente al rumore della catena di misura ( $\circ$ ).

L'analisi dei risultati ha messo in evidenza che i livelli vibrazionali sono dello stesso ordine di grandezza in profondità e in superficie per tutte le condizioni di prova, ad eccezione dei livelli relativi al transito dei veicoli che appaiono sensibilmente più elevati in superficie che in profondità, dove le vibrazioni risultano invece del tutto analoghe a quelle caratterizzanti la condizione ambientale non perturbata.

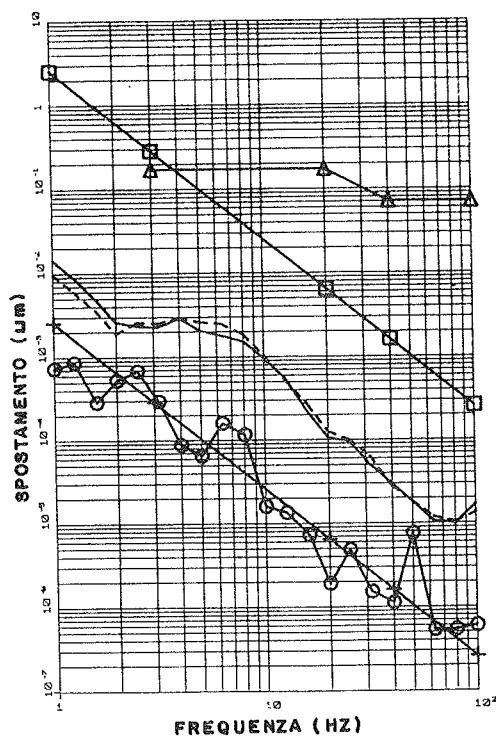


Fig. 3 - Spettro di vibrazione

Si è osservato inoltre che, nel campo di frequenze considerato (tra 1 Hz e 100 Hz), i valori relativi al transito di veicoli sono concentrati in prossimità dell'estremo inferiore dello spettro. Infine con la Avezzano-Sora chiusa al traffico si sono rilevati valori leggermente inferiori al rumore

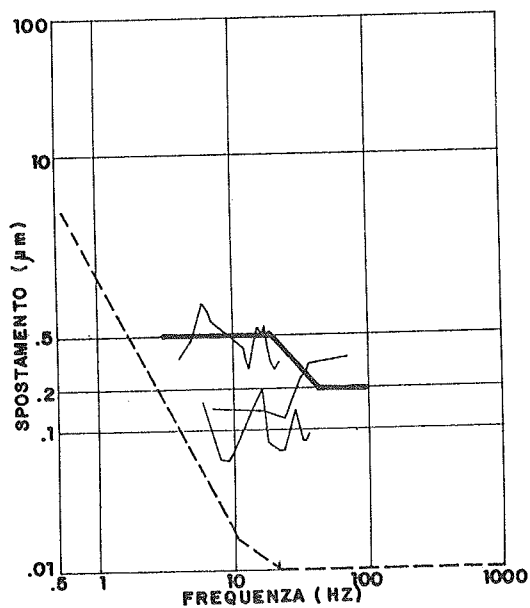


Fig. 4 - Livelli vibrazionali sul piano di lavoro

ambientale medio e, durante il transito dei veicoli di prova, vibrazioni analoghe a quella ambientale media.

L'esame dell'idoneità del sito contribuisce solo in parte a risolvere il problema di fondo, che è quello di contenere, ad opera finita sul piano di lavorazione, il livello delle vibrazioni entro limiti prestabiliti, che possono essere definiti da diagrammi del tipo illustrato in Fig. 4 dove sono rappresentate le curve sperimentali ottenute in vari stabilimenti precedentemente realizzati (linee sottili) e lo spettro ammissibile di confronto (linea marcata).

Una volta accertata l'idoneità dell'area bisogna intervenire a livello progettuale per ridurre l'effetto delle vibrazioni generate dalle sorgenti interne allo stabilimento, in particolare pompe e ventilatori.

Nelle linee generali i provvedimenti adottati a tal fine, sono stati:

- l'introduzione di apparecchi di sospensione dei ventilatori e delle pompe;
- la realizzazione di una completa separazione strutturale della zona di produzione dal resto della *Clean-Room*, mediante giunti;
- l'interposizione di uno strato di sabbia tra le fondazioni del piano di lavorazione e il terreno;
- l'irrigidimento delle strutture di sostegno dei ventilatori e del piano di lavorazione, compatibilmente con altre esigenze funzionali.

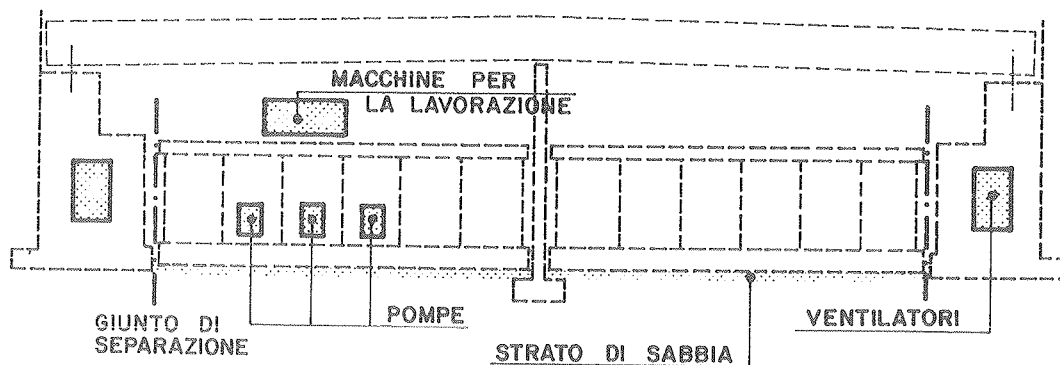


Fig. 5 - Sistemi di isolamento

Nella Fig. 4 sono riportati anche i livelli vibrazionali misurati sul piano di lavoro dello stabilimento di Avezzano (linea tratteggiata), a conferma dei buoni risultati ottenuti con i sistemi di isolamento adottati.

#### 4. IL PROGETTO SISMICO

L'area dello stabilimento è situata al limite Ovest della piana del Fucino nel Nucleo Industriale del Comune di Avezzano e, in base alla classificazione vigente, ricade in zona sismica di 1<sup>a</sup> categoria. Il progetto, pertanto, è stato sviluppato in accordo con la normativa sismica italiana [2].

Per la complessità e la varietà delle strutture dei diversi corpi dello stabilimento, le analisi e le verifiche hanno richiesto un notevole impegno e hanno fornito risultati di un certo interesse.

Qui di seguito ci si limiterà, però, a trattare un aspetto che ha particolarmente caratterizzato il progetto sismico dello Stabilimento di Avezzano.

Data l'importanza delle lavorazioni previste nello stabilimento, i responsabili della società committente hanno richiesto l'adozione di criteri di verifica particolarmente severi: in aggiunta a quanto riportato dalle norme italiane attualmente in vigore – il cui rispetto doveva comunque essere garantito – si è deciso di effettuare le

verifiche sismiche seguendo le indicazioni dei codici nazionali e internazionali più avanzati.

Conseguentemente, su proposta dei progettisti, sono stati adottati i criteri qui di seguito esposti, facendo riferimento in particolare, per le strutture in cemento armato, al codice-modello del C.E.B. [3].

I requisiti fondamentali assunti sono:

- *stato limite di danno*: le strutture sono state dimensionate per resistere ad un evento sismico con periodo medio di ritorno di circa 100 anni, senza subire danni; gli elementi non strutturali, tipo murature, tramezzi, ecc., potranno subire danni parziali, riparabili rapidamente e con spese limitate;
- *stato limite di collasso*: le strutture sono state dimensionate per resistere ad un evento sismico caratterizzato da un periodo medio di ritorno di circa 500 anni, senza collassi di natura totale o locale.

Con riferimento a tali requisiti, sono stati considerati i due spettri di progetto in figura:

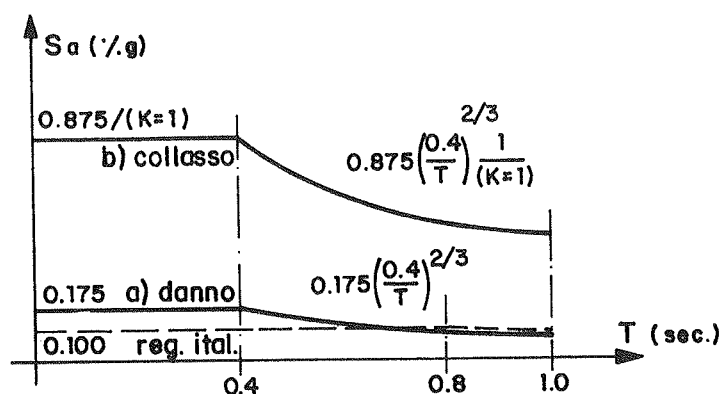


Fig. 6 - Spettri di progetto

Gli spettri sono basati su un picco di accelerazione al suolo rispettivamente per a) di 0,07 g e per b) di 0,35 g; quest'ultimo valore è in accordo con le indicazioni della futura normativa italiana [4] e corrisponde a una probabilità di essere superato (10% in 50 anni) che appare appropriata in relazione all'importanza dell'intervento.

Per tener conto delle capacità dissipative delle strutture oltre il limite di snervamento, le ordinate dello spettro b) sono state ridotte, dividendole per un fattore  $K \geq 1$ , scelto in base al materiale strutturale, alla configurazione geometrica e strutturale dell'edificio considerato, alla qualità dei dettagli costruttivi degli elementi.

In relazione alla tipologia dei diversi edifici, i valori di K sono stati scelti nel campo:

$$2,5 \geq K \geq 3,5$$

ove i valori più bassi si riferiscono agli edifici meno regolari in pianta.

In particolare, per le travi reticolari metalliche della copertura della *Clean-Room*, data la scarsa capacità dissipativa, si è assunto un coefficiente di struttura ridotto pari a  $K = 1,5$ .

Nelle verifiche sono stati adottati i seguenti criteri:

- *stato limite di danno*: si è verificato che, nella combinazione di carichi permanenti, carichi accidentali ridotti, azione sismica relativa allo spettro a), le tensioni non superassero le tensioni ammissibili del regolamento italiano, date per situazioni non sismiche, moltiplicate per un coefficiente di maggiorazione pari a 1,5, e le deformazioni relative e assolute della struttura fossero compatibili con la integrità degli elementi non strutturali;
- *stato limite di collasso*: si è verificato che, nella combinazione di carichi permanenti, carichi accidentali ridotti, azione sismica corrispondente allo spettro b), fosse soddisfatta la relazione:

$$R_d > S_d$$

ove  $R_d$  rappresenta la resistenza ultima dell'elemento e  $S_d$  la corrispondente azione di progetto.

Riassumendo, le due strade seguite nelle verifiche, una secondo la normativa italiana, l'altra secondo i criteri esposti, hanno comportato il confronto tra tre situazioni:

- spettro del regolamento italiano e tensioni ammissibili;
- spettro a) e tensioni ammissibili moltiplicate per 1,5;
- spettro b) e resistenza ultima.

E' interessante osservare che, come risulta evidente dalla Fig. 6, mentre il tratto orizzontale degli spettri a) e b) termina a  $T = 0,4$  sec, quello del regolamento italiano si prolunga fino a  $T = 0,8$  sec; inoltre, nel nostro caso, è notevole l'incidenza sul totale delle sollecitazioni dovute ai carichi verticali, molto elevati. Da ciò consegue che, considerando i diversi livelli di verifica corrispondenti ai tre spettri, per le strutture esaminate, con periodo proprio:

|                   |  |      |     |
|-------------------|--|------|-----|
| <i>Clean-Room</i> | - telaio spaziale del piano di lavorazione | 0,29 | sec |
|                   | - travi reticolari della copertura         | 1,11 | "   |
|                   | - telaio spaziale delle prese d'aria       | 0,51 | "   |
| <i>Mechanical</i> | - telaio spaziale dell'edificio            | 0,58 | "   |
| <i>Chemical</i>   | - telai piani del corpo 1                  | 0,72 | "   |
|                   | - telai piani del corpo 2                  | 0,63 | "   |
|                   | - telaio spaziale del corpo 3              | 0,43 | "   |
| <i>Support</i>    | - telaio spaziale dell'edificio            | 0,77 | "   |

la verifica con lo spettro della normativa italiana e con le tensioni ammissibili sia stata, nella gran parte dei casi, la più significativa.

## 5. LA PREFABBRICAZIONE STRUTTURALE

Per la realizzazione delle strutture era stato fissato dal Committente un periodo di 9 mesi, assai breve se si tiene conto della situazione climatica della zona di Avezzano: lo studio costruttivo delle diverse tipologie è stato perciò decisamente orientato alla prefabbricazione, utilizzando così la possibilità di lavorare in parallelo alla costruzione dei diversi elementi componenti.

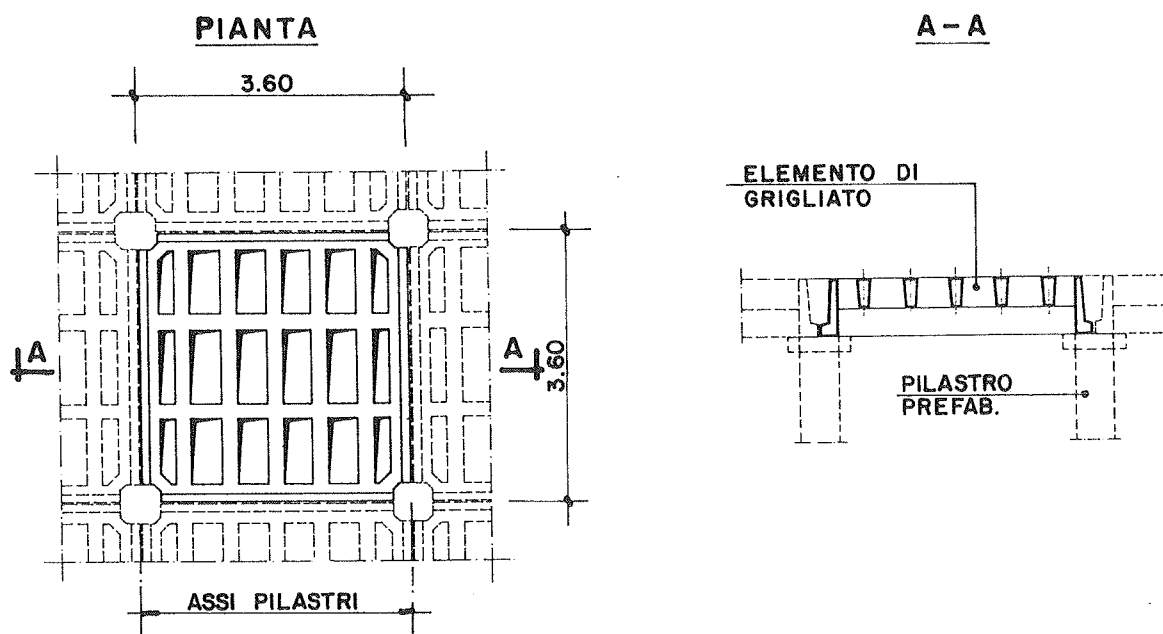
I 6600 m<sup>2</sup> del *Waffle-Table* (piano di lavorazione della *Clean-Room*) sono stati prefabbricati in cantiere contemporaneamente alla realizzazione delle fondazioni: per il montaggio in opera è stato impiegato un periodo di appena 3 mesi.

La struttura principale degli altri edifici è stata invece prefabbricata fuori di Avezzano, presso stabilimenti di ditte specializzate: dopodiché è stata trasportata in cantiere, montata in opera, e completata con solai e getti di collegamento.

Da notare che le particolarità di realizzazione dell'intero complesso, dettate dall'esigenza di rispettare i tempi di montaggio dell'impianto tecnologico, imponevano di rendere minimi sia i tempi di costruzione della struttura, che gli spazi di ingombro delle lavorazioni, data la contiguità dei vari edifici che erano contemporaneamente in costruzione: la prefabbricazione della struttura principale, e l'impiego dei solai in predalles, ha effettivamente consentito di ridurre tempi e ingombri, utilizzando una zona limitrofa al cantiere come parco di stoccaggio degli elementi prefabbricati e limitando il lavoro in opera al completamento delle armature ed ai getti di collegamento.

### 5.1 Waffle Table

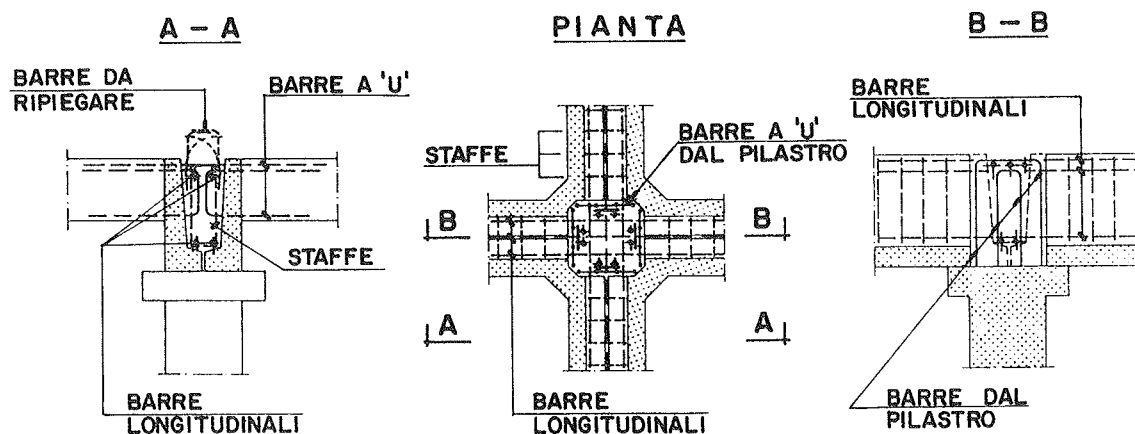
Il piano di lavorazione della *Clean-Room*, oltre a portare un carico di 1200 kg/cm<sup>2</sup>, deve consentire una serie di passaggi verticali degli impianti e funziona da griglia di ripresa dell'aria condizionata in uscita dalla zona di

Fig. 7 - Prefabbricazione del *Waffle-Table*

lavorazione; si presenta perciò come un grigliato a nervature nelle due direzioni, con interessi tali da realizzare una serie continua di asole 40 cm x 100 cm. Il tutto è irrigidito con travi principali, sempre nelle due direzioni, impostate su un reticolo con maglia 3,60 m x 3,60 m ai cui nodi sono posizionati i pilastri.

La complessa tessitura dei travetti e l'esigenza di ridurre il numero dei pezzi da prefabbricare ha portato alla scelta di scomporre secondo elementi quadrati, derivanti dalla suddivisione del piano secondo gli assi del reticolo: il prefabbricato così risultante, del peso di 7,5 t, contiene tutti i travetti e le asole relative al campo tipo, compresa una metà larghezza delle travi principali che corrono lungo i quattro bordi.

I prefabbricati del piano di lavorazione appoggiano ai quattro angoli su pilastri 50 cm x 50 cm, prefabbricati anch'essi (peso ~ 4.0 t) e conformati in sommità con un allargamento che consente l'appoggio degli elementi di

Fig. 8 - Collegamenti dei prefabbricati del *Waffle-Table*



grigliato, lasciando anche lo spazio necessario per il getto di completamento.

La solidarizzazione dell'insieme strutturale composto dai prefabbricati è stata realizzata con il getto in opera delle zone interne delle travi principali, predisposte allo scopo con una sezione ad L; tale getto ha consentito di ottenere:

- la fusione in unica nervatura principale delle due parti accostate di travi perimetrali ad L;
- la continuità delle travi principali;
- il collegamento pilastro-grigliato;
- la continuità delle nervature di grigliato in corrispondenza delle travi principali.

Tutti questi collegamenti sono stati affidati ad armature, in parte predisposte "in attesa" dai prefabbricati e in parte aggiunte in opera, ed al calcestruzzo di completamento, dosato con additivo antiritiro. Grazie alle efficaci connessioni realizzate, la struttura di insieme risulta notevolmente rigida, come verrà poi confermato dalle prove di carico svolte, e quindi adatta a minimizzare gli effetti di possibili vibrazioni: questa esigenza aveva d'altronde già condotto ad un dimensionamento dell'elemento di grigliato esuberante rispetto ai carichi verticali, ed ha poi consentito di eliminare l'uso di sostegni provvisori durante il montaggio.

## 5.2 Travi e pilastri in c.a.

La tipologia strutturale degli elementi principali prefabbricati per gli edifici *Mechanical* e *Chemical* si compone di:

- pilastri a tutta altezza, con seggiole di appoggio per le travi prefabbricate;
- travi prefabbricate ad U, con la zona interna da completare in opera al momento del getto di collegamento con i pilastri e con i solai.

Data l'importanza delle sollecitazioni dovute al sisma, si è deciso di realizzare una completa continuità trave-pilastro, con collegamenti in grado di assorbire componenti sia positive che negative. Sono state così impiegate, per i nodi ai piani intermedi, barre di continuità accoppiate con manicotti tipo CCL lasciati nei pilastri e montate, prima del getto di collegamento, all'altezza dell'estradosso del solaio per le posizioni superiori e dentro la sezione ad U per quelle inferiori. Per i nodi in copertura, il collegamento trave-pilastro è stato realizzato con barre orizzontali passanti sulle teste dei pilastri, alloggiati all'interno delle seggiole ad U delle travi, e predisponendo nei pilastri unicamente le armature verticali in attesa.

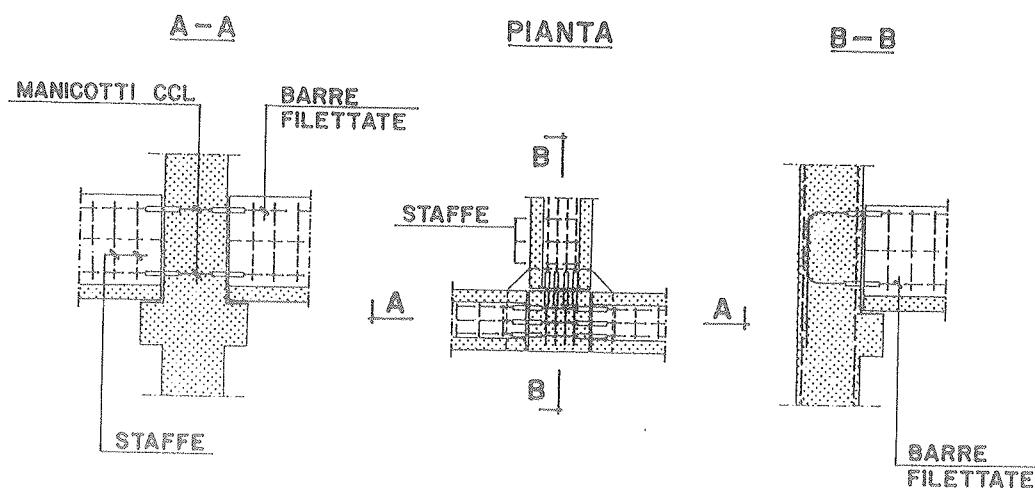


Fig. 9 - Collegamenti dei prefabbricati del *Mechanical* e del *Chemical*

### 5.3 Travi e pilastri in acciaio

Nell'edificio *Support*, eseguito con struttura in acciaio, le travi sono state realizzate con profilati HE mentre per i pilastri è stata studiata una sezione a croce, con uniforme resistenza in tutte le direzioni, adatta per un efficace collegamento con le travi disposte nelle due direzioni ortogonali; i pilastri a nodi rigidi sono stati predisposti in officina con tronchetti saldati ai vari piani, per consentire il collegamento in opera con le travi mediante giunzioni bullonate.

### 5.4 Pannelli di tamponatura

Tutti gli edifici sono stati rivestiti con facciate in pannelli prefabbricati, realizzati in c.a. e c.a.p., e montati in opera con collegamenti alle diverse quote.

Da segnalare il criterio generale seguito per i collegamenti al livello dei solai, i cui dispositivi prevedono una serie di asolature tali da permettere che, per deformazioni lungo piani verticali, la struttura principale possa risultare indipendente dalla facciata, senza cioè chiamare in collaborazione i pannelli.

## 6. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Il progetto dello Stabilimento della Texas Instruments ad Avezzano è stato particolarmente impegnativo per le dimensioni, la complessità e la varietà degli edifici da progettare e realizzare in tempi brevissimi: si pensi che dall'inizio della campagna di indagine geognostica (febbraio 1989) alla conclusione delle opere civili (aprile 1990) sono trascorsi solo 15 mesi.

Inoltre, il progetto delle strutture ha presentato alcuni aspetti di un certo interesse che, nelle linee essenziali, sono stati illustrati nel presente lavoro.

L'esperienza fatta suggerisce le seguenti osservazioni conclusive:

- a) Non è cosa facile garantire che in una certa zona di una struttura le vibrazioni, generate da sorgenti qualsiasi, si mantengano sotto a certi livelli prefissati, specie se molto bassi: i parametri in gioco sono numerosi e poco controllabili, l'efficacia dei sistemi di isolamento è di difficile valutazione preventiva.  
Di qui l'importanza di indagini sperimentali svolte in varie fasi, prima, durante, dopo la costruzione, e la necessità di avviare, in futuro, una ricerca sistematica in questo campo, sulla base di informazioni e dati relativi ad opere simili.
- b) Il rispetto della normativa italiana vigente e il soddisfacimento di criteri più avanzati, richiesto dal Committente, hanno portato allo sviluppo e al confronto di due diversi procedimenti di analisi sismica.  
Per le strutture esaminate, non sono emerse nelle verifiche differenze rilevanti, mentre il rispetto delle regole di dettaglio, secondo il codice C.E.B., ha influito sulla quantità e sulla disposizione delle armature.  
Ancora a proposito del progetto sismico, è da rilevare la particolare concezione dell'edificio principale, la *Clean-Room*, ove le strutture di supporto del piano di lavorazione sono state completamente separate dalle altre, mediante giunti, e la copertura è stata svincolata dai sostegni verticali, tramite apparecchi dissipatori.
- c) La necessità di realizzare strutture prefabbricabili, antisismiche e, in alcuni casi, morfologicamente complesse ha comportato diverse soluzioni per i sistemi costruttivi.  
In particolare, il sistema di prefabbricazione progettato per le strutture del *Waffle-Table*, accolto inizialmente con qualche perplessità per la forma e le dimensioni degli elementi componenti e per la complessità dei collegamenti da realizzare in opera, è risultato molto efficace dal punto di vista sia dei tempi di costruzione, che della monoliticità ottenuta.

### Ringraziamenti

A tutti coloro che hanno collaborato con successo allo sviluppo del progetto strutturale va il più vivo ringraziamento.

In particolare, per il loro contributo di conoscenze e di idee, ai consulenti prof. Beniamino D'Elia, per le questioni geotecniche, prof. Paolo E. Pinto, per il progetto sismico, ing. Eugenio Marsaglia, per i problemi di cantiere.

### Bibliografia

- [1] ISMES, "Nuovo Stabilimento Texas Instruments di Avezzano. Misura dei livelli vibrazionali ambientali", Rapporto sperimentale, Bergamo, aprile 1989.
- [2] Min. LL.PP., D.M. 24.1.86, "Norme relative alle costruzioni sismiche".
- [3] C.E.B., "Codice-modello per la progettazione antisismica delle strutture in cemento armato", ed. italiana AITEC, 1986.
- [4] C.N.R. - G.N.D.T., "Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche", 1984.

SUL NUOVO METODO COSTRUTTIVO A FORO CIECO PER LE GALLERIE  
METROPOLITANE DI MILANO  
FILOSOFIA DI PROGETTO E ANALISI STRUTTURALI

Antonio MIGLIACCI - Danilo CAMPAGNA  
Studio Tecnico M.S.C. e Associati s.r.l. - Milano

Alessandro QUADRIO CURZIO - Benito PREVEDELLO - Dario RIPAMONTI  
Impresa Quadrio Curzio S.p.A. - Milano



**SUL NUOVO METODO COSTRUTTIVO A FORO CIECO PER LE GALLERIE METROPOLITANE  
DI MILANO: FILOSOFIA DI PROGETTO E ANALISI STRUTTURALI**

**A. MIGLIACCI, D. CAMPAGNA,**

Ingegneri Progettisti  
Studio Tecnico M.S.C. e Associati s.r.l.  
MILANO

**A. QUADRIO CURZIO, B. PREVEDELLO, D. RIPAHONTI**

Impresa Quadrio Curzio S.p.A.  
MILANO

**SOMMARIO**

Nella struttura realizzata con la tecnica delle iniezioni cementizie (costituita da terreno naturale, terreno cementato e rivestimenti in calcestruzzo), la resistenza e la rigidità della corona di terreno cementato deve essere garantita per poter essere utilizzata quale fondamentale elemento strutturale. Per questo si fa ricorso ad un'apposita filosofia di progetto che richiede la raccolta di informazioni e di dati dalle costruzioni già eseguite, o addirittura da una costruzione di prova, così come si fa in altre situazioni strutturali [5]. Nella memoria si fa riferimento alla galleria di stazione del lotto 1PC del Passante Ferroviario eseguita dall'Impresa Quadrio Curzio S.p.A.. Si mostrano le linee guida di tale filosofia di progetto, la loro pratica applicazione al caso in questione considerando in particolare le problematiche connesse con l'analisi strutturale.

**SUMMARY**

In the structure realized with the cement grout injections method (and made up with natural and grouted ground, and concrete facings), the resistance and the stiffness of the grouted ground crown have to be assured to use it as a structural element. Therefore we must resort to a design philosophy which requires a collection of data from already built up or testing constructions. In the memory we refer to the station gallery of the lot 1PC of the Railway Conjunction, built by Quadrio Curzio S.p.A. Enterprise. The guide-lines of such a design philosophy are presented, as well their practical application to the present case, considering the problems dealing with the structural analysis.

**1. PREMESSE**

Il metodo costruttivo a foro cieco, con l'impiego di iniezioni cementizie per ottenere il consolidamento del terreno, è ormai assunto a metodologia standard applicabile in Milano (Tab. I, [1], [2]).

Tale metodo costruttivo ha ricevuto dagli scriventi le prime illustrazioni sin dal 1985 (vedi [3], [4]), sulla scorta della sua applicazione sistematica fatta nella linea 3. Lo scopo del metodo è soprattutto quello di creare con il terreno cementato una corona portante di grande resistenza e rigidità capace di svolgere nell'intero complesso strutturale (terreno naturale, terreno cementato, prerivestimento, rivestimento definitivo) la funzione principale (Fig. 1).

|                      | Lunghezza tratti a foro cieco (Km) | Lunghezza totale della linea (Km) | %           |
|----------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-------------|
| Linea 1              | 0,91                               | 24,44                             | 3,7         |
| Linea 2              | 5,50                               | 15,80                             | 34,8        |
| Linea 3              | 8,50                               | 12,74                             | 66,7        |
| Passante Ferroviario | 3,20                               | 3,30                              | 97,0        |
| <b>Totali</b>        | <b>18,11</b>                       | <b>56,28</b>                      | <b>32,1</b> |

Tab. I - Evoluzione del "foro cieco" nelle gallerie metropolitane di Milano

Per garantire tale funzione strutturale è necessario stabilire un'apposita filosofia di progetto, che consenta nel caso specifico di non dover eseguire una galleria di prova per confermare l'attendibilità del metodo, ciò in virtù di alcune motivazioni. Innanzitutto, perchè l'estesa sperimentazione già condotta in passato su diverse gallerie metropolitane ha consentito di stabilire i "ranges" dei principali parametri meccanici del terreno cementato. Poi, perchè è possibile intervenire con successivi miglioramenti del terreno cementato anche dopo aver controllato lo stesso sul fronte dello scavo. Infine, perchè gli eventuali miglioramenti del risultato dell'iniezione possono ottenersi sulla scorta di una serie di controlli e di misure di grandezze significative secondo uno specifico programma teso a verificare le mutue correlazioni, sia tra le grandezze misurate sperimentalmente, sia tra queste e le corrispondenti valutate teoricamente.

Le suddette motivazioni devono quindi dar luogo a regole di progettazione circostanziate da osservare scrupolosamente, così come si è fatto ad esempio nel caso in questione (galleria di stazione del lotto 1PC del Passante Ferroviario).

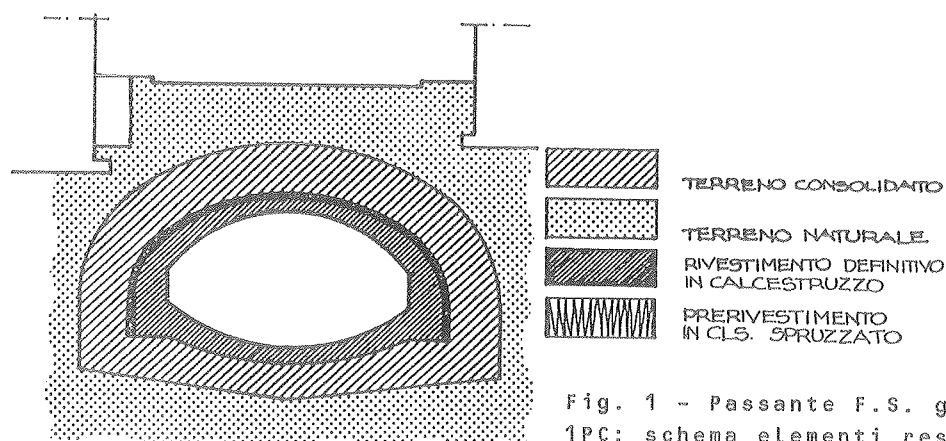


Fig. 1 - Passante F.S. galleria Lotto 1PC: schema elementi resistenti

## 2. REGOLE DI PROGETTAZIONE

Per la galleria di stazione del lotto 1PC, si sono formulate e poi osservate le regole seguenti:

- innanzitutto, i metodi di analisi strutturale devono operare attraverso la discretizzazione della realtà strutturale (terreno naturale, cementato e rivestimenti di calcestruzzo) secondo le tecniche impiegate nei metodi agli

elementi finiti (FEM), con riferimento a: 1) un sistema piano di deformazioni (giacente nella sezione trasversale retta della galleria), 2) valori deterministici delle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali (in particolare, moduli elastici e coefficienti di Poisson, eventuali leggi costitutive per i calcoli non lineari);

- la prima analisi strutturale FEM va fatta assumendo per le caratteristiche del terreno cementato valori paragonabili a quelli già impiegati nel progetto di gallerie consimili e desunti da un'apposita sperimentazione statistica, possibilmente confortata da ulteriori saggi in sito; tale analisi strutturale deve tener conto delle reali fasi costruttive della galleria sino a giungere alla situazione finale ove è presente anche il rivestimento definitivo; in questa prima analisi, sia i calcestruzzi che il terreno cementato possono essere caratterizzati dai soli due parametri modulo elastico e coefficiente di Poisson, ipotizzando un comportamento lineare;
- nei riguardi della pressione idraulica conseguente alla risalita della falda, quale struttura resistente va considerato il solo rivestimento definitivo, efficacemente confinato dalla struttura posta al suo esterno;
- la prima analisi strutturale, attraverso il controllo dello stato tensionale, permette di verificare, sia la geometria del rivestimento definitivo e l'incidenza delle sue eventuali armature metalliche, sia la geometria della corona di terreno cementato mediante le iniezioni, nonché l'efficacia di queste;
- i lavori devono iniziare con le operazioni di iniezione e proseguire poi con lo scavo della galleria seguendo il programma esecutivo introdotto nei calcoli svolti nella prima analisi per le diverse fasi costruttive; nel corso delle iniezioni, il controllo di viscosità, pressione e consumi delle miscele iniettate suggerisce gli eventuali adattamenti da prendere al fine di garantire che l'iniezione sia efficace nella misura corrispondente a quanto ipotizzato nel calcolo;
- l'esame del fronte scavo fornisce le esatte informazioni di quanto è stato raggiunto mediante l'iniezione; quasi sempre si constatano differenziate caratteristiche fisico-meccaniche del terreno cementato per via della stratigrafia locale del terreno, e possono così determinarsi nella realtà almeno i "ranges" di appartenenza dei moduli elastici delle diverse stratigrafie ipotizzabili;
- sulla base dei nuovi dati raccolti per il terreno cementato, va fatta una seconda analisi strutturale FEM; se i livelli tensionali ricavati dalla prima analisi sono modesti, come in genere accade anche nella corona cementata, questa seconda analisi può essere ancora svolta in campo lineare; solo se tali risultati dovessero mostrare significative concentrazioni di sforzi in determinate zone della struttura (specie nella corona cementata), vi può essere ragione di considerare la convenienza di un'analisi non lineare; comunque sia, i risultati di questa seconda fase d'analisi costituiscono i valori teorici di progetto della galleria (stati tensionali, spostamenti, in particolare del suolo superficiale, ecc.);
- l'immediato confronto teorico-sperimentale da svolgere nel corso lavori è il banco di prova delle ipotesi assunte nel calcolo, della validità dei dati introdotti e dei risultati teorici ottenuti, nonché del buon esito della costruzione nel suo complesso;
- in linea generale, per le situazioni urbane più delicate la sperimentazione incrociata, che può altresì dar luogo in modo proficuo al successivo monitoraggio di determinate grandezze, può consistere in:
  - 1) misure di livellazione topografica o idraulica di caposalda disposti sul piano stradale, al piede degli edifici contigui o in altre posizioni significative,



- 2) misure con inclinometri e con pendoli per il controllo della verticalità degli edifici,
  - 3) misure estensimetriche con aste profonde immerse nel terreno dello stato tensionale ivi presente,
  - 4) misure mediante celle di pressione della situazione di spinta a tergo del rivestimento definitivo,
  - 5) misure estensimetriche, dell'evoluzione dello stato tensionale nel calcestruzzo del rivestimento definitivo,
  - 6) indagini secondo varie tecniche sui risultati raggiunti con l'iniezione cementizia del terreno,
  - 7) misure di convergenza all'interno degli scavi e nella galleria ultimata;
- L'esame delle correlazioni tra le diverse misure fatte, e soprattutto il confronto teorico-sperimentale, possono infine suggerire l'opportunità di eventuali integrazioni o adeguamenti da apportare all'opera in costruzione.

La strategia operativa fissata da questa serie di regole va considerata in linea generale come invariabile, mentre possono essere in parte mutate le singole regole per adattare la strategia al caso specifico in relazione alle sue particolari esigenze e a quelle del sito urbano.

Nel complesso di tali regole, pare interessante rivolgere l'attenzione a quelle che fissano l'iter dell'analisi strutturale. Nel prosieguo, si entrerà nel dettaglio di quanto svolto per la galleria di stazione del lotto 1PC. Per quanto attiene i monitoraggi e le sperimentazioni, si rimanda invece a [1], oltre a [3] e [4].

### 3. ANALISI STRUTTURALE

Per meglio seguire l'iter dell'analisi strutturale, è necessario richiamare le fasi costruttive della galleria in questione.

Nella Fig. 2 è riportato lo schema di consolidamento standard attuato per la galleria, tenuto presente che essa ha una larghezza totale di scavo di circa 23,0 m e che per la sua realizzazione si sono dovuti eseguire preventivamente due cunicoli laterali alla stregua di due piccole gallerie provvisorie. Nella Fig. 3 è riportata la sequenza delle diverse fasi costruttive.

Come è noto, una tecnica comune a questo metodo costruttivo consiste

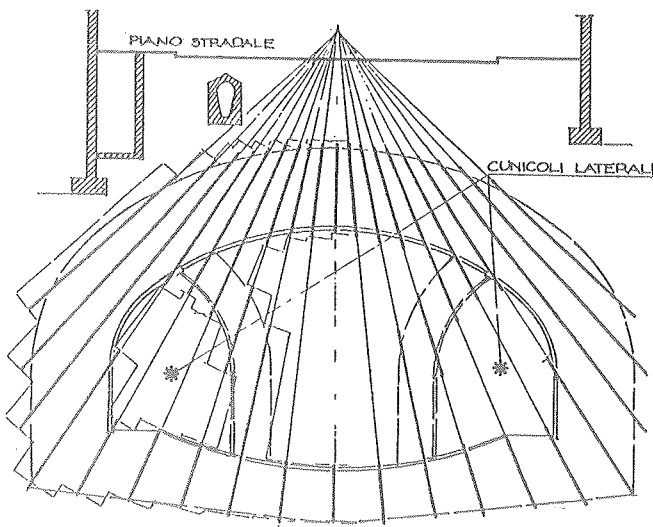


Fig. 2 - Schema perforazioni per il consolidamento terreno

nel proteggere subito lo scavo con un prerivestimento in calcestruzzo spruzzato armato con reti metalliche sostenute da centine in profilati, allo scopo di contenere i possibili distacchi superficiali di terreno laddove la cementazione può risultare localmente insufficiente. In relazione alla sequenza costruttiva adottata per la galleria del lotto 1PC, tale tecnica del prerivestimento è stata impiegata dapprima per la realizzazione dei due cunicoli laterali, quello da un lato e poi quello dall'altro. Con la stessa alternanza, sono stati quindi realizzati nei due cunicoli i massicci piedritti in cemento armato del rivestimento definitivo dell'intera galleria,

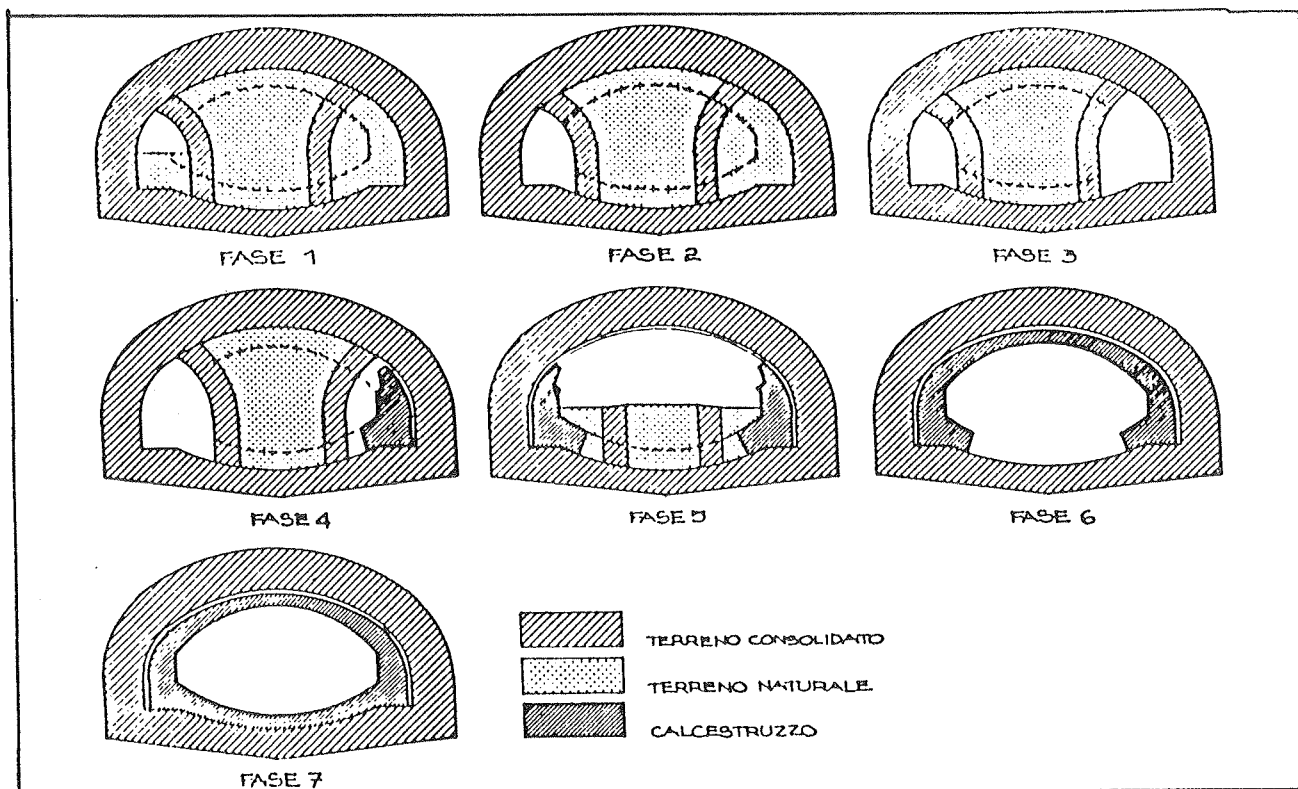


Fig. 3 - Passante F.S. Lotto 1PC: sequenze di scavo galleria e realizzazione del rivestimento definitivo in calcestruzzo

prima di passare allo scavo in calotta di questa e alla posa del relativo pre-rivestimento fino alla sommità dei due piedritti già costruiti. Si è quindi

gettato il rivestimento definitivo in calotta e realizzato lo scavo di strozzo per poi gettare l'arco rovescio che chiude il rivestimento definitivo. Le analisi strutturali sono state svolte seguendo tale evoluzione costruttiva e tenendo conto in sovrappiù di una particolare circostanza valida per la fase di esercizio. Come si vede in Fig. 4, in questa fase per non stabilire vincoli giuridici di servitù con le proprietà adiacenti, si è dovuto pensare che le parti di terreno consolidato esterne ai fili verticali degli edifici contigui fossero costituite da terreno naturale (anche se ovviamente non lo sono), attribuendo al modulo elastico di tali parti il valore medio del terreno naturale in relazione alla profondità ( $E = 2.200 \text{ Kg/cm}^2$ ).

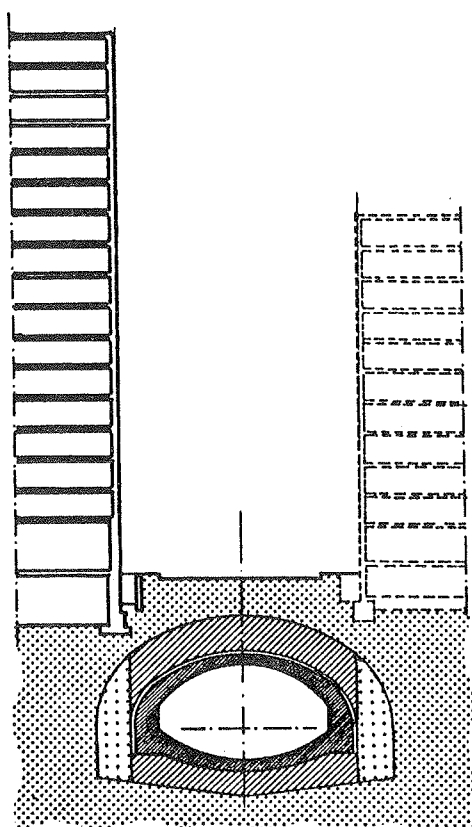


Fig. 4 - Sezione trasversale in piazza della Repubblica, zone di terreno consolidato

### 3.1 - Prima analisi strutturale

La prima analisi di tipo FEM in campo lineare è stata svolta seguendo i principi di calcolo adottati per le gallerie del lotto 4 della linea 3 (vedi [2], [3]), cioè con riferimento al modello di calcolo ad E.F. di Fig. 5 ed assumendo le seguenti caratteristiche dei materiali:

#### a) terreno naturale

Le caratteristiche meccaniche vengono ritenute variabili con la profondità. Per il valore del modulo elastico si è fatto riferimento alla relazione ricavata sperimentalmente da Jambu-Nilmar ([6]):

$$E = K P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n, \quad (1)$$

ove  $P_a$  è la pressione atmosferica,  $\sigma_3$  lo sforzo principale minore,  $K$  ed  $n$  sono due coefficienti adimensionali per i quali sono stati assunti i valori  $K = 2000$  ed  $n = 0.5$ .

Per  $\sigma_3$  si può introdurre il valore della pressione geostatica  $\sigma_3 = K_0 \cdot \gamma \cdot z$  in cui  $z$  è la profondità,  $\gamma$  il peso specifico del terreno e  $K_0$  il coefficiente di spinta a riposo per il quale si può assumere il valore  $K_0 = 0.5$  in base alla legge di Jacky, essendo di circa  $35^\circ$  l'angolo  $\theta$  di attrito del terreno. La relazione precedente (1) rappresenta un'ipotesi accettabile solamente nella regione di terreno non influenzata dai bulbi di pressione dovuti alla presenza di fondazioni. Pertanto, il calcolo va svolto col seguente algoritmo.

Preliminarmente, si determina il regime di sforzi principali, in particolare  $\sigma_3$ , sotto le azioni di tipo geostatico (peso proprio del terreno e carichi imposti dalle eventuali fondazioni). Successivamente, in base alla distribuzione di sforzi ottenuta, viene assegnato con un procedimento automatico il valore del modulo elastico secondo la (1) ad ogni elemento del modello di calcolo ad E.F.. Per semplicità computazionale, la variabilità del modulo elastico  $E$  è stata descritta con cinque differenti valori, due dei quali collocati al di sotto del livello di falda rilevato nel 1980 (quota 99,6 m) ed i restanti tre al di sopra.

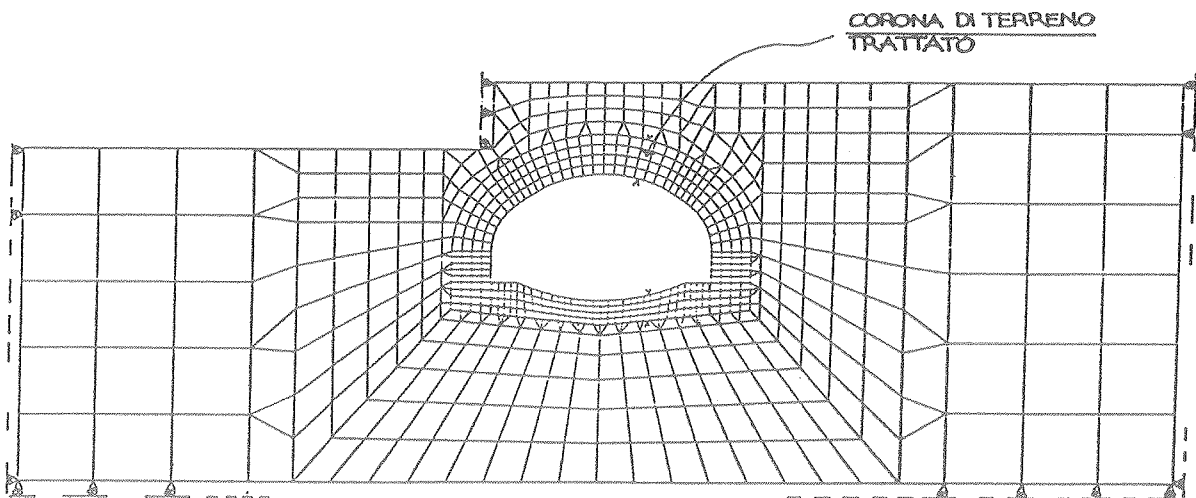
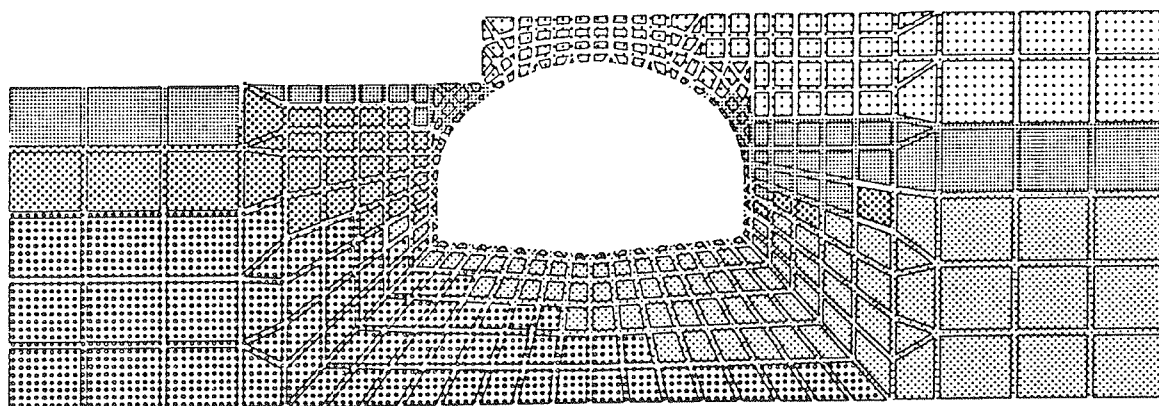


Fig. 5 - Passante F.S. Lotto 1PC: modello del complesso strutturale

Tali valori riportati nel modello (Fig. 6) sono i seguenti:

$E_1 = 3632 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $E_2 = 3098 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $E_3 = 3023 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $E_4 = 2344 \text{ Kg/cm}^2$ ,  
 $E_5 = 1360 \text{ Kg/cm}^2$ .



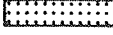
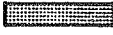



|   |                              |
|---|------------------------------|
|    | $E_5 = 1360 \text{ Kg/cm}^2$ |
|    | $E_4 = 2344 \text{ "}$       |
|    | $E_3 = 3023 \text{ "}$       |
|   | $E_2 = 3098 \text{ "}$       |
|  | $E_1 = 3632 \text{ "}$       |

Fig. 6 - Passante F.S. stazione Repubblica: caratteristiche degli E.F.

Per il coefficiente di Poisson, si è considerato il valore costante  
 $\nu = 0.3$ .

Per il peso specifico, si sono assunti i seguenti valori:

$\gamma_s = 1900 \text{ Kg/mc.}$ , per il terreno secco,

$\gamma_f = 1100 \text{ Kg/mc.}$ , per il terreno in falda considerando una  
 porosità media del 30÷35%.

#### b) terreno cementato

Come si è già indicato, il carattere di questa prima analisi consente di fare riferimento alle esperienze maturate in realizzazioni consimili. Ci si riferisce, in particolare, ai risultati della sperimentazione svolta su provini di terreno cementato relativi al lotto 4 della linea 3. Tralasciando di riportare gli sviluppi di tale sperimentazione e la sua interpretazione statistica, le relative conclusioni hanno consentito di introdurre nel modello di calcolo ad E.F. i seguenti valori:

- modulo elastico,  $E = 9600 \text{ Kg/cm}^2$ .

- coefficiente di Poisson,  $\nu = 0.2$ .

Per il peso specifico, si sono assunti i seguenti valori:

$\gamma_s = 2100 \text{ Kg/mc.}$ , per il terreno secco,

$\gamma_f = 1200 \text{ Kg/mc.}$ , per il terreno in falda.

L'angolo di attrito viene preso di valore  $\theta = 35^\circ$ , mentre per la coesione si assume  $c = 9.4 \text{ Kg/cm}^2$ .

#### c) calcestruzzo del prerivestimento

Si sono assunti le seguenti caratteristiche meccaniche:

$E = 200.000 \text{ Kg/cm}^2$ ,

$R_{ck} = 250 \text{ "}$ ,

$\nu = 0.2$

$\gamma = 2.300 \text{ Kg/mc.}$ ,

facendo astrazione dalla presenza delle centine IPE 120 e IPE 200 (con passo 1,20÷1,50 m) e della rete elettrosaldata.

d) calcestruzzo del rivestimento definitivo

Le caratteristiche meccaniche sono le seguenti:

$$E = 312.000 \text{ Kg/cmq.},$$

$$R_{ck} = 300 \text{ "},$$

$$\nu = 0.2$$

$$\gamma = 2.400 \text{ Kg/mc.},$$

con riferimento a getti non armati.

I risultati di questa prima analisi strutturale sono sintetizzati attraverso le seguenti figure.

Nelle Figg. 7, da a) ad e), sono rappresentate le deformate progressive dell'intero complesso strutturale, facendo attenzione per una corretta loro lettura a quanto è indicato nelle didascalie, poichè nelle figure non sono rappresentate le situazioni relative agli elementi interni della galleria che nel corso dei lavori vengono via via rimossi.

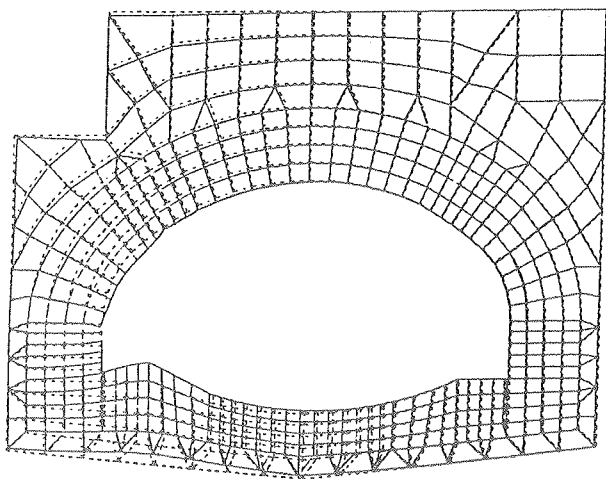


Fig. 7 a) - Fase B - I Scavo sinistro spostamenti totali netti

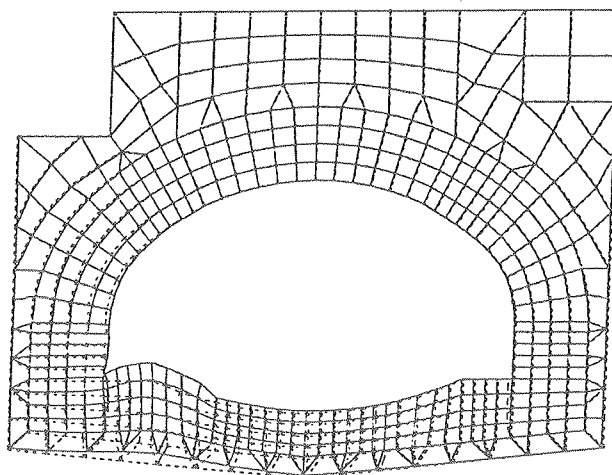


Fig. 7 b) - Fase C - II Scavo sinistro spostamenti totali netti

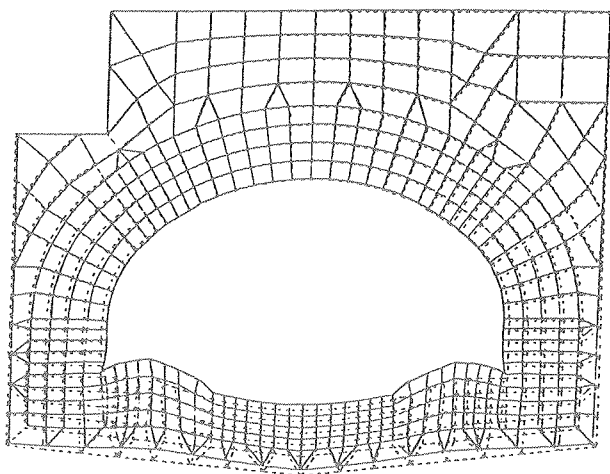


Fig. 7 c) Fase D - Scavo destro spostamenti totali netti

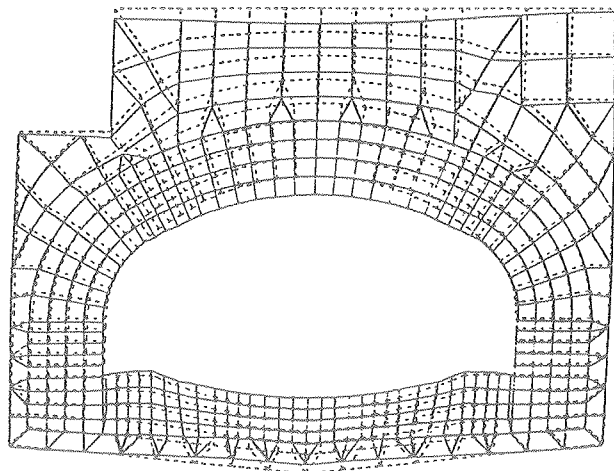


Fig. 7 d) Fase E - Scavo centrale spostamenti totali netti

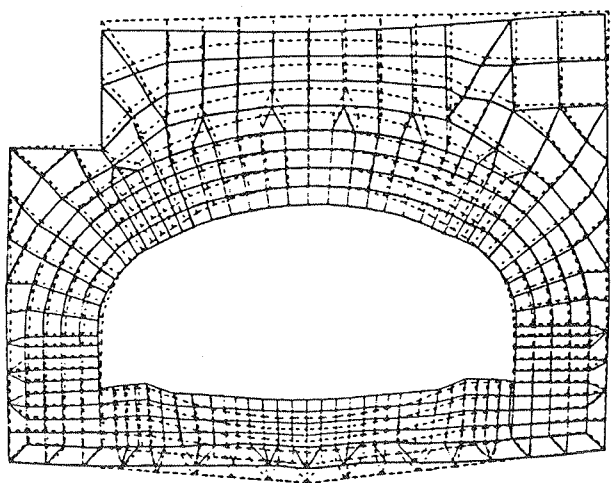


Fig. 7 e) Fase F - II Scavo centrale spostamenti totali netti

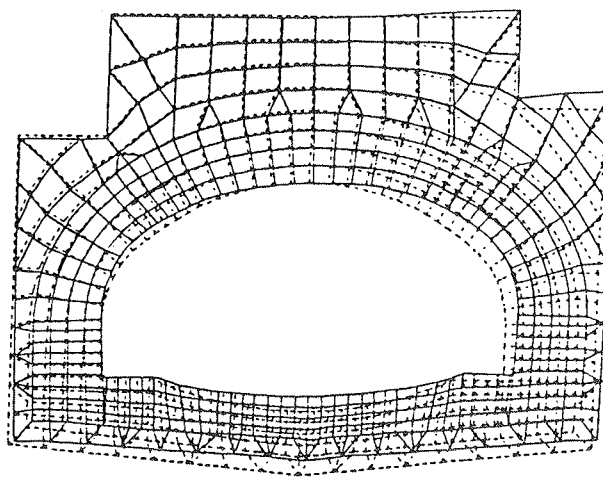


Fig. 8 - Fase G - Esercizio-Spostamenti

Nella Fig. 8, è riportato il quadro degli spostamenti che si avrebbero nella struttura resistente formata solo dai rivestimenti, ove tutte le azioni derivanti dallo scavo, dal peso del terreno, dalla presenza dei fabbricati, da un eventuale scavo adiacente e dai carichi stradali fossero applicate su tali rivestimenti (ipotesi di capitolato), tenuto conto anche di una risalita della falda freatica di circa 12 m (pressapoco fino alla sommità calotta).

Infine, sempre per quanto riguarda gli spostamenti, nella Fig. 9 è riportato il quadro completo di quanto accade in alcuni punti significativi della galleria, del piano stradale ed a livello della fondazione del grattacielo in fregio alla via F. di Savoia durante il corso dei lavori e nelle diverse situazioni analizzate.

Per lo stato tensionale, i risultati sono sintetizzati attraverso le Figg. 10, che in termini di tensioni principali rappresentano sostanzialmente le corrispondenti di quelle prima citate relative agli spostamenti.

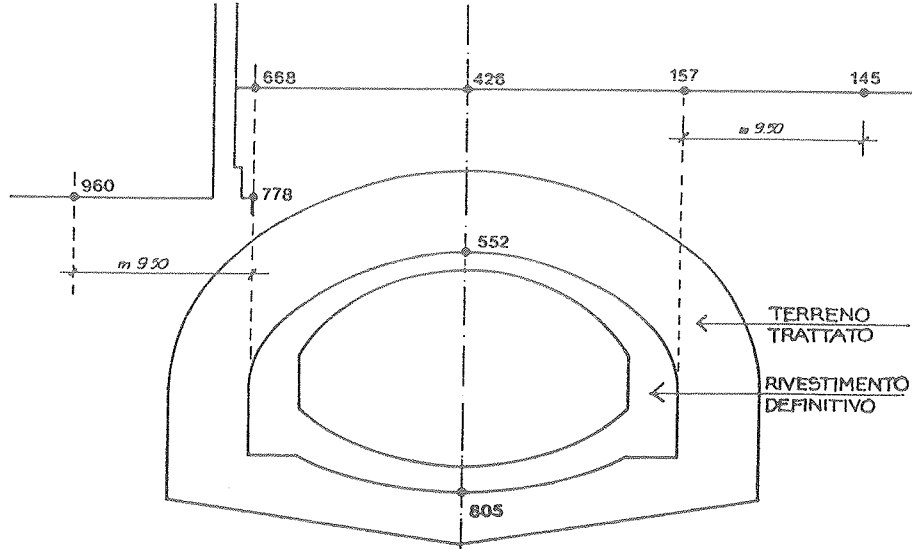
Precisamente, in tali figure sono rappresentati i quadri tensionali progressivi che si instaurano nella struttura resistente (corona cementata più rivestimenti) e negli elementi interni della galleria che verranno poi rimossi.

Nella Fig. 11, per la stessa situazione considerata per la precedente Fig. 8 (esercizio globale), è poi riportato l'intero quadro tensionale.

I risultati così ottenuti, sia per quanto riguarda gli spostamenti, sia per lo stato tensionale, consentono di affermare che il progetto predisposto per il sistema di iniezioni e per le geometria dell'intera galleria nelle sue componenti strutturali e nelle diverse fasi esecutive è sostanzialmente accettabile e quindi può essere dato il via ai lavori.

Infatti, nella corona cementata solo all'intradosso dei piedritti nella loro sezione d'imposta sull'arco rovescio le compressioni presentano un picco di 22 Kg/cmq., mentre in tutta la restante parte della corona i valori non vanno oltre i 5÷8 Kg/cmq. Le trazioni sono modestissime (sull'ordine massimo di 1 Kg/cmq.) e si manifestano sul lato esterno degli archi rovesci che si formano nelle successive fasi esecutive.

Lo stato tensionale nel calcestruzzo del rivestimento definitivo subisce nel corso delle diverse fasi esecutive un'ovvia evoluzione in conseguenza del procedere dei lavori. Le compressioni non superano i 30 Kg/cmq. e sono localiz-



| FASE | PUNTI  | 960               | 778             | 668              | 426            | 157              | 145           | 552             | 805            |
|------|--|-------------------|-----------------|------------------|----------------|------------------|---------------|-----------------|----------------|
| A    | Geostatica preliminare   | -4.17             | -3.40           | -3.62            | -3.26          | -3.29            | -3.50         | -3.05           | -2.21          |
| B    | Scavo cunicolo superiore laterale sinistro                       | -.0003            | -.04            | -.03             | -.01           | -.003            | -.03          | -.01            | -.03           |
| C    | B+C Completamento cunicolo laterale sinistro                     | +0.002<br>+0.0017 | +0.02<br>-.02   | +0.03<br>.00     | +0.01<br>.00   | +0.005<br>+0.002 | -.05<br>-.08  | +0.01<br>.00    | +0.03<br>.00   |
| D    | B+C+D Scavo cunicolo laterale destro                             | -.005<br>-.0033   | +0.005<br>-.015 | +0.006<br>+0.006 | +0.03<br>+0.03 | +0.04<br>+0.042  | +0.01<br>-.07 | +0.02<br>+0.02  | +0.05<br>+0.05 |
| E    | B+C+D+E Scavo porzione centrale superiore                        | -.08<br>-.083     | -.41<br>-.43    | -.66<br>-.65     | -1.06<br>-1.03 | -.49<br>-.45     | -.12<br>-.19  | -1.23<br>-1.21  | +0.56<br>+0.61 |
| F    | B+...+F Fine processo simulazione scavo                          | +0.036<br>-.005   | +0.03<br>-.40   | +0.01<br>-.64    | -.03<br>-1.06  | +0.02<br>-.43    | +0.03<br>-.16 | -.004<br>-1.214 | +0.55<br>+1.16 |
| G    | Config. esercizio - tutti gli effetti/terreno trattato degradato | -4.26             | -3.52           | -3.73            | -3.35          | -2.91            | -2.38         | -3.05           | -1.49          |
| H    | Config. esercizio-no falda terreno trattato degradato            | -4.36             | -3.79           | -4.02            | -3.67          | -3.19            | -2.50         | -3.38           | -1.87          |

Fig. 9 - Prima analisi strutturale - quadro deformativo di alcuni punti significativi (cm).

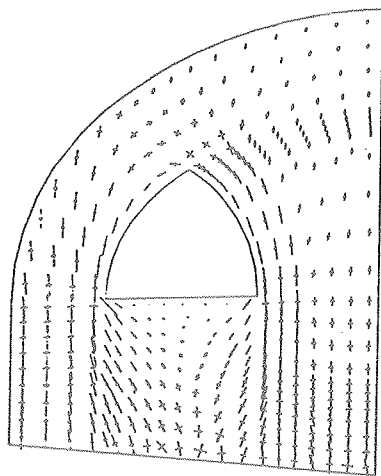


Fig. 10 a) - Fase B - I scavo sinistro tensioni principali

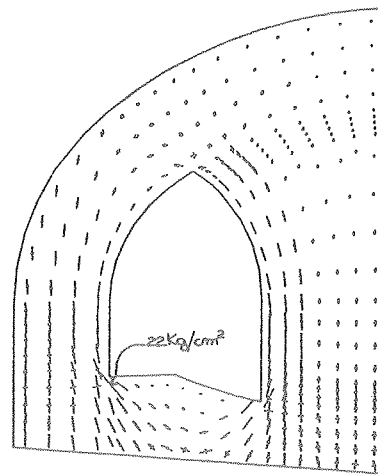


Fig. 10 b) Fase C - II scavo sinistro tensioni principali

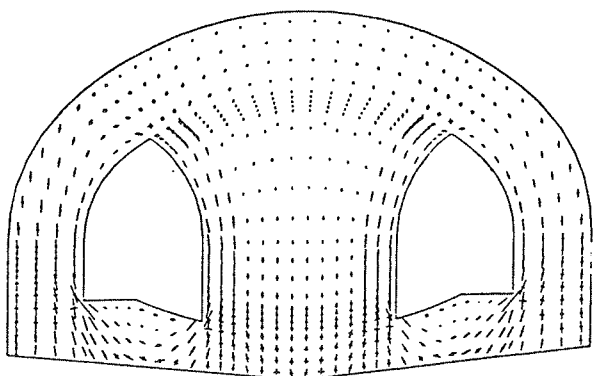


Fig. 10 c) - Fase D - Scavo destro tensioni principali

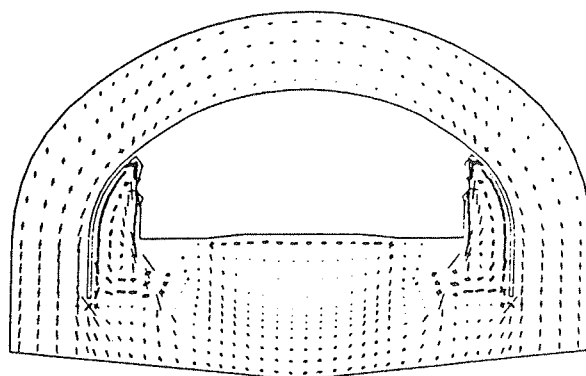


Fig. 10 d) Fase E - I scavo centrale tensioni principali (tratto grosso = trazione)

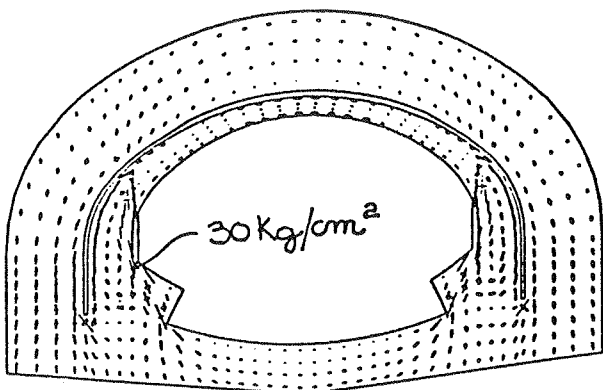


Fig. 10 e) - Fase F - II scavo centrale tensioni principali (tratto grosso = trazioni)

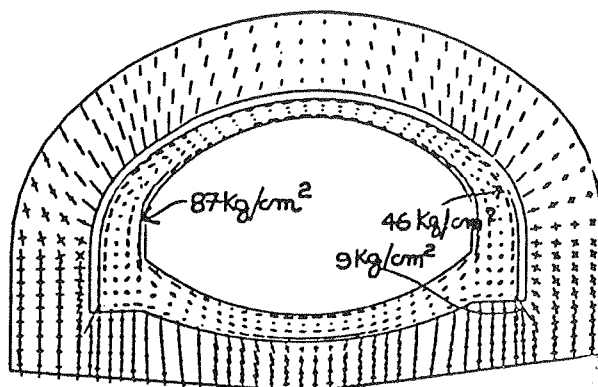


Fig. 11 - Fase G - Esercizio - Tensioni principali (tratto grosso = trazione)

zate nei piedritti, costruiti in precedenza all'interno dei cunicoli, e sono dovute all'iniziale funzionamento a mensola di tali piedritti come "muri di sostegno".

Tale stato tensionale subisce chiaramente un sensibile incremento per la situazione di esercizio globale, nel quale secondo le richieste di capitolato va considerato come resistente il solo rivestimento definitivo. Tuttavia, le compressioni restano contenute entro un valore di picco di circa 87 Kg/cmq. e le trazioni entro circa i 46 Kg/cmq. Naturalmente, tali valori sono indicativi in termini qualitativi giacchè, se si considera il rivestimento definitivo cui tali sforzi sono applicati come struttura in cemento armato, le risultanti di tali sforzi danno luogo nelle sezioni in cemento armato a situazioni tensionali pienamente accettabili con l'impiego di adeguate armature.

Per quanto riguarda gli spostamenti (vedi Fig. 9), le grandezze ottenute rientrano bene nel "range" di valori quale ci si può attendere per una costruzione del genere. Ad esempio, in asse galleria si avrebbe un cedimento del piano stradale di 10,6 mm ed al piede delle fondazioni perimetrali del grattacielo di solo 4,0 mm.



### 3.2 - Seconda fase di analisi strutturale

In accordo con le regole viste in precedenza, dato il via alle operazioni d'iniezione ed agli scavi dei cunicoli laterali, è conveniente svolgere congiuntamente alcuni controlli sperimentali mirati soprattutto alla verifica della corrispondenza tra le ipotesi ed i risultati della prima analisi con quanto mostrato dalla realtà.

Nel caso in questione, la circostanza di dover eseguire i due cunicoli laterali prima di passare allo scavo di calotta della galleria, ha permesso di controllare sui fronti scavo dei due cunicoli la stratigrafia del terreno e l'esito del consolidamento. In tal modo, si è potuto accertare la presenza sostanziale di quattro diverse stratigrafie indicate rispettivamente con i simboli A, B, C, D partendo dalla zona consolidata in calotta e scendendo verso l'arco rovescio (Fig. 12).

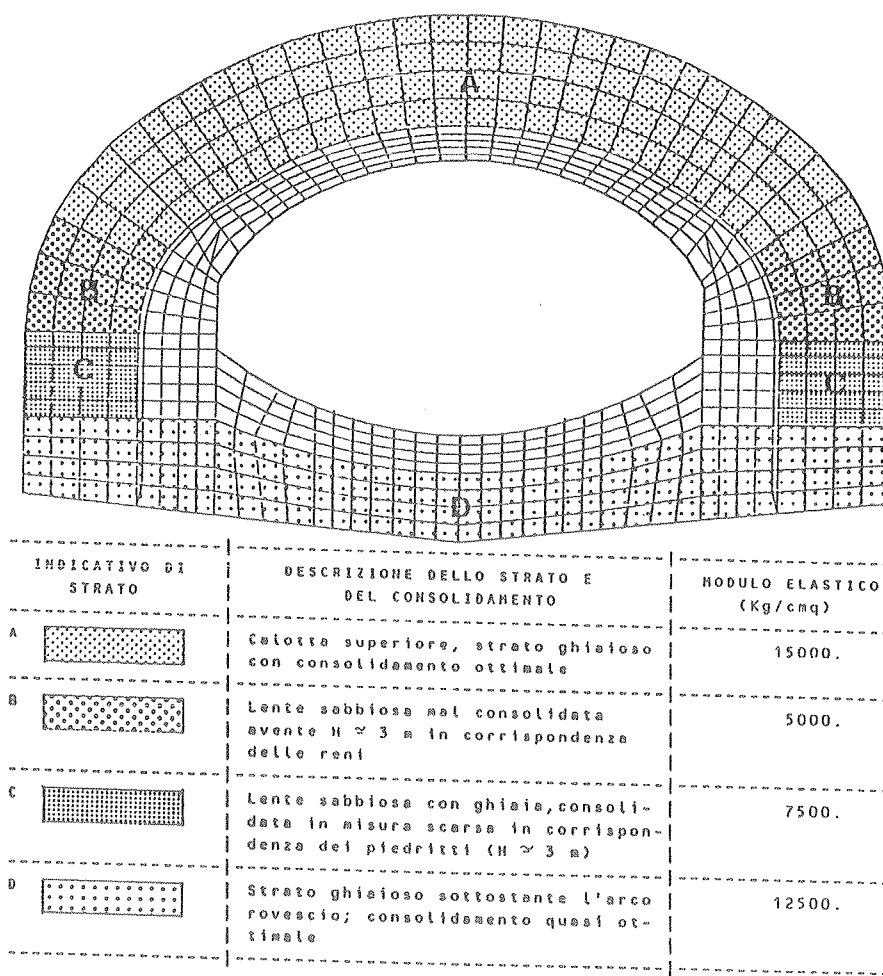


Fig. 12 - Localizzazione degli strati di terreno consolidato nel modello E.F.

Tali stratigrafie, oltre ad evidenziare una diversa provenienza litologica (si hanno infatti sia ghiaie sabbiose con ciottoli che sabbie fini omogenee), hanno mostrato un diversificato consolidamento con cementazione da ottimale nelle ghiaie a limitata nelle sabbie. La parallela sperimentazione compiuta su campioni prelevati da tali stratigrafie, ove è risultato possibile, ha fornito una valutazione più veritiera dei moduli elastici da introdurre nel calcolo, come è riportato nella tabella di Fig. 12.

I principali risultati di questa seconda analisi strutturale che utilizza tali moduli del terreno consolidato variabili lungo l'altezza sono riassunti nelle figure che seguono.

Per quanto riguarda gli stati tensionali, come si vede dalle Figg. 13 a) e b) espresse in termini di tensioni principali - la prima relativa alla situazione di scavo in calotta della galleria e la seconda di scavo di strozzo per la formazione dell'arco rovescio - le compressioni nella corona cementata raggiungono rispettivamente i 23 Kg/cm<sup>2</sup>. e i 25 Kg/cm<sup>2</sup>., mantenendosi però nella restante parte della corona non oltre i 6÷9 Kg/cm<sup>2</sup>. Le trazioni permangono entro valori modesti, mediamente dell'ordine di qualche Kg/cm<sup>2</sup>.

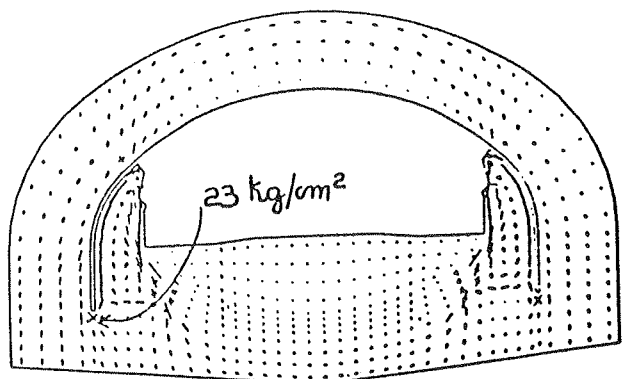


Fig. 13a) - Fase E3 - I scavo centrale tensioni principali (tratto grosso = trazione)

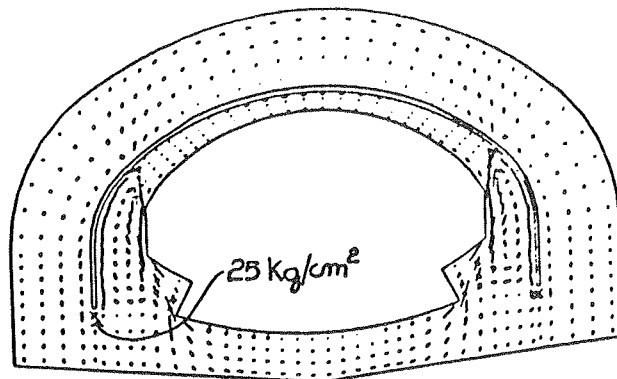


Fig. 3 b) - Fase F3 - II scavo centrale tensioni principali (tratto grosso = trazione)

Nelle Figg. 14 a) e b) sono poi riportati i quadri tensionali relativi all'esercizio globale nell'ipotesi che la corona di terreno cementato, solo per la parte esterna al filo perimetrale del grattacielo di via F. di Savoia, sia fittiziamente riportata ad essere costituita da terreno naturale. I risultati a) e b) corrispondono rispettivamente alle due ipotesi che l'arco rovescio del rivestimento definitivo sia solidale alla sottostante corona di terreno cementato (situazione a), denominata "attrito" infinito) oppure no (situazione b), denominata "attrito" nullo). In entrambe le situazioni, il rivestimento definitivo nella sua parte restante viene considerato soltanto come confinato nei suoi spostamenti verso l'esterno dalla presenza della struttura esistente (pre-rivestimento e corona cementata).

I risultati ottenuti mostrano uno stato di generale trazione nell'arco rovescio del rivestimento definitivo con tensioni massime dell'ordine dei 5 Kg/cm<sup>2</sup>. Questa circostanza, congiunta all'effetto dovuto alla sottospinta della

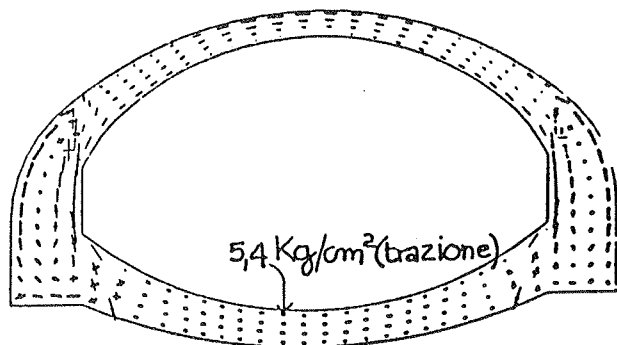


Fig. 14 a) - Fase N.3 - Servitù + storia dello scavo - Attrito infinito

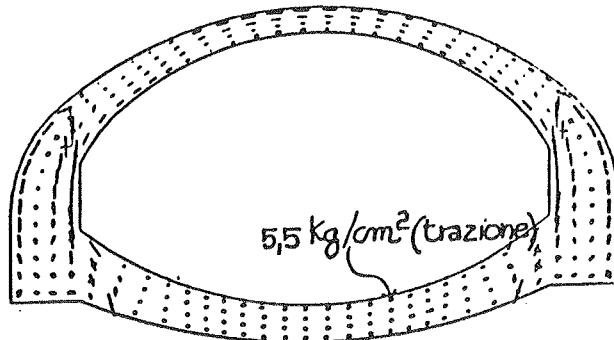
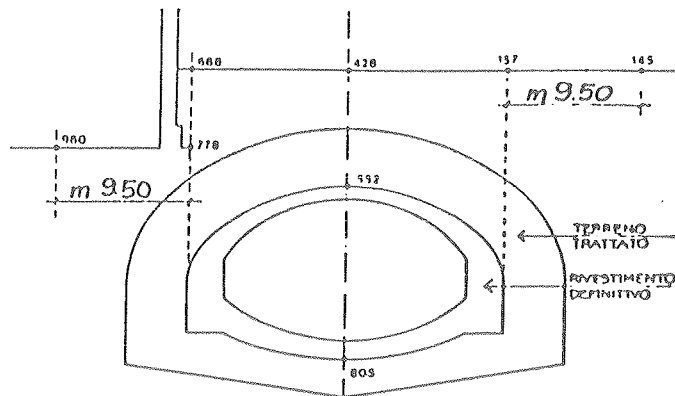


Fig. 14 b) - Fase N.30 - Servitù + storia dello scavo - Attrito nullo

falda, ha portato al progetto di un'apposita armatura nell'intero spessore dell'arco rovescio. Viceversa in calotta, la presenza di limitate trazioni solo in un breve tratto centrale del suo intradosso ha consentito di disporre le armature unicamente a tale lembo ed in quantitativo ridotto.

Per quanto riguarda gli spostamenti, in Fig. 15 è riportato il quadro riassuntivo di quanto si manifesta negli stessi punti significativi precedentemente considerati nella Fig. 9. Come si può vedere dal confronto delle due figure, la differenziazione stratigrafica del terreno consolidato comporta apprezzabili incrementi dei cedimenti: in asse galleria si passa da 10,6 mm a 16,5 mm ed al piede delle fondazioni del grattacielo da 4,00 mm a 8,3 mm.

Nel complesso, tuttavia, il "range" dei risultati, sia in termini tensionali che in termini di deformazioni, non risulta radicalmente modificato rispetto a quanto ottenuto nella prima analisi. In particolare, per gli edifici circostanti il presumibile cedimento perimetrale che rimane minore di 1 cm. è garanzia della possibilità realizzativa dell'opera sotterranea senza alcuna influenza sulle strutture portanti degli edifici, al massimo con modeste influenze su limitate loro opere di finitura (vedasi al riguardo la citata [1]).



| FASE                        | PUNTI | 960              | 778              | 668              | 426              | 157              | 145              | 552              | 805            |
|-----------------------------|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------|
| FASE A3                     |       | -4.34            | -4.05            | -4.27            | -3.96            | -3.80            | -3.68            | -3.47            | -2.35          |
| FASE B3                     |       | -.014            | -.11             | -.096            | -.051            | -.0089           | -.0049           | -.049            | -.03           |
| FASE C3<br>(B3+C3)          |       | +.0048<br>-.0092 | +.018<br>-.092   | +.021<br>-.075   | +.0072<br>-.0438 | -.0028<br>-.0117 | -.0063<br>-.0112 | +.0034<br>-.0456 | +.030<br>+.062 |
| FASE D3<br>(B3+C3+D3)       |       | -.0079<br>-.0171 | -.0036<br>-.0956 | -.0089<br>-.0839 | -.0036<br>-.0474 | .004<br>-.0077   | .005<br>-.0062   | -.0077<br>-.0533 | +.050<br>+.112 |
| FASE E3<br>(B3+C3+D3+E3)    |       | -.154<br>-.1711  | -.735<br>-.831   | -1.08<br>-1.164  | -1.61<br>-1.65   | -.800<br>-.8077  | -.225<br>-.231   | -1.81<br>-1.86   | +536<br>+.648  |
| FASE F3<br>(B3+C3+D3+E3+F3) |       | .136<br>-.035    | .257<br>-.574    | .240<br>-1.457   | .193<br>-.573    | .234<br>-.573    | .152<br>-.079    | .185<br>-1.675   | .864<br>1.512  |
| FASE G3                     |       | -3.98            | -2.69            | -2.95            | -2.47            | -2.29            | -2.17            | -2.31            | -1.48          |

Fig. 15 - Seconda analisi strutturale - quadro deformativo di alcuni punti significativi (cm).

#### 4. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE

La realizzazione della galleria di stazione del lotto 1PC ha offerto lo spunto per verificare la validità e l'applicabilità della serie di regole di cui si è detto al precedente paragrafo 2. Tali regole costituiscono il corredo tecnico progettuale indispensabile per dare attendibilità e garanzia al nuovo metodo costruttivo che impiega le iniezioni cementizie per la formazione di

corone di terreno cementato aventi un ruolo strutturale preminente.

Particolarmente significativa è l'ottima corrispondenza tra i risultati teorici in termini di spostamenti ottenuti nella seconda analisi strutturale, che tiene conto dell'effettiva situazione del terreno cementato, ed i corrispondenti valori letti sperimentalmente nella livellazione topografica, confortati altresì dalle misure di convergenza. Vale la pena di ricordare, infatti, che per le tre progressive 35 m, 65 m e 95 m, il valore sperimentale medio per il cedimento in asse galleria è risultato essere  $(14,4+17,5+15,6)/3 = 15,8$  mm contro un valore teorico di 16,5 mm, e che in fregio al grattacielo di via F. di Savoia i due valori sperimentale e teorico sono risultati 8,0 mm ed 8,3 mm rispettivamente.

L'importanza dell'entità dei cedimenti e la necessità della buona corrispondenza teorico-sperimentale sono ben note se si considera che un cedimento superficiale costituisce, per così dire, l'"integrale" di tutti gli effetti che partecipano alla formazione del cedimento stesso.

Peraltro, nella realtà, a formare i cedimenti superficiali nella fase di scavo ed in quelle successive v'è da pensare che partecipino anche gli effetti dinamici di addensamento del terreno naturale soprastante alla corona di terreno cementato, le cui conseguenze non sono ovviamente valutabili in sede teorica. Pertanto, il valore sperimentale del cedimento in asse galleria dovuto ai lavori di scavo e a quelli successivi, da mettere a confronto con il corrispondente teorico, come ordine di grandezza dovrebbe essere minore dei 16 mm prima indicati ed attestarsi ad esempio sull'ordine dei 14 mm, a confronto di un valore teorico ben superiore (16,5 mm).

Questa circostanza (valori sperimentali dei cedimenti in asse galleria minori di quelli teorici, come può rilevarsi anche per le altre stazioni poste sul piano superficiale), messa in parallelo alle analoghe valutazioni positive che possono farsi per le altre grandezze misurate (basi estensimetriche e celle di pressione pressochè inerti nei loro segnali), fanno pensare che le corone di terreno cementato, così come attualmente vengono realizzate, siano veramente efficienti e capaci di sopportare in pratica la totalità dei carichi della galleria (fatta salva, ovviamente, la sottospinta idraulica). Ciò non può che rappresentare un aspetto assai confortante per la sicurezza e per la garanzia del nuovo metodo costruttivo. Per converso, dà luogo ad un naturale interrogativo: che il sistema delle iniezioni così come ora applicato, con tutti i relativi oneri di costo e di tempo, sia forse cautelativo e che forse potrebbe essere ridotto con indubbi vantaggi economici. Questo pensiero prende ancora più corpo se si pensa che nei capitolati tecnici si è talvolta invitati a considerare come unicamente resistente per l'esercizio globale il rivestimento definitivo.

Si pone così sul tappeto un importante problema riguardante questo nuovo metodo costruttivo, che non è più quello della sua sicurezza e garanzia, ma che è invece connesso alle sue risultanze economiche.

Il modo per potere sciogliere questi interrogativi, nell'ottica dell'ottimizzazione del metodo, può consistere nella realizzazione di una galleria sperimentale di prova, contenuta in un lotto di linea metropolitana da costruire, sulla quale sperimentare diversi sistemi di iniezione, con l'obiettivo di regolarne la potenza (sia come spessore di corona cementata che come intensità di iniezione).

In particolare, saranno di grande interesse le verifiche delle diverse tecniche di valutazione dell'esito delle iniezioni per poter stabilire non solo le qualità raggiunte nel terreno cementato, ma soprattutto con buona approssimazione i "ranges" di appartenenza delle caratteristiche meccaniche ottenute. E questo è appunto quanto gli scriventi hanno messo in atto con la Società MM Strutture e Infrastrutture del Territorio S.p.A.

All'interno di un lotto di galleria metropolitana si individua un tronco

sperimentale di lunghezza complessiva pari a 130 m contenente tre tratti sperimentali (TS) lunghi 30 m. ciascuno, distanziati tra loro e dalla galleria standard a monte e valle con tratti separatori ( $\Delta$ TS) lunghi 10 m, secondo lo schema seguente:

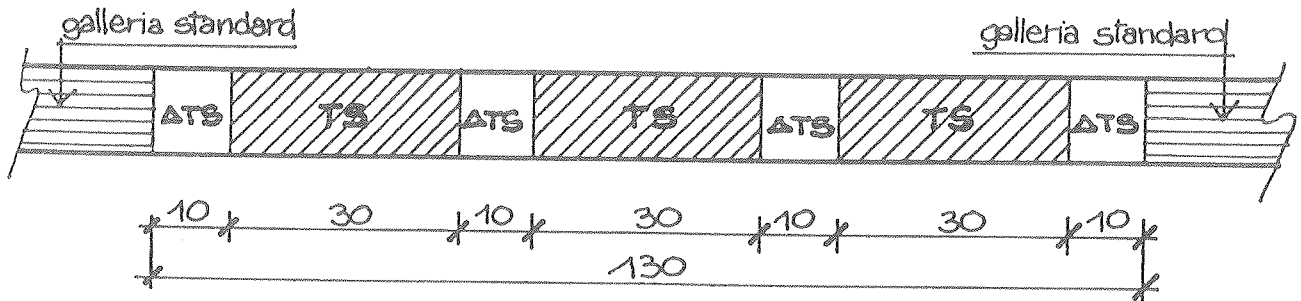


Fig. 16 - Tronco di galleria sperimentale

Ogni tratto sperimentale (TS) viene caratterizzato da un diverso grado di consolidamento del terreno, dosando opportunamente le iniezioni cementizie.

Le linee guida della sperimentazione, sulla scorta di quanto già attuato saranno:

- monitoraggio del terreno naturale, del terreno cementato, dello scavo e dei rivestimenti in calcestruzzo;
- analisi strutturali sulla base dei dati raccolti nei tratti sperimentali.

Quanto prima verrà iniziata la sperimentazione, nello spirito di quanto si attua nel campo della produzione industriale ove, dopo l'invenzione e l'accertamento favorevole dell'impiego, si rende necessaria l'ottimizzazione economica del prodotto.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] MIGLIACCI A. - "Le nuove gallerie della metropolitana a Milano: innovazione costruttiva e filosofia di progetto" - Studi e Ricerche, vol. 11, 1989 - Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, F.lli Perenti, Politecnico di Milano.
- [2] MIGLIACCI A., CAMPAGNA D. e Altri - "Nuovo metodo costruttivo a foro cieco nelle gallerie metropolitane a Milano", COSTRUZIONI, anno XXXIX, n. 420 Novembre 1990.
- [3] MIGLIACCI A., CEDOLIN L., CAMPAGNA D. e Altri - "Il cavo metropolitano di Milano realizzato in terreno cementato", Atti delle Giornate AICAP 1985 di Riva del Garda, AICAP Roma.
- [4] MIGLIACCI A., CAMPAGNA D. e Altri - "Le gallerie scavate in terreno cementato: analisi strutturali e sperimentazioni", Atti del Convegno Internazionale GALLERIE e GRANDI OPERE SOTTERRANEE, Firenze, Giugno 1986.
- [5] "Ancoraggi nei terreni e nelle rocce", Raccomandazioni AICAP, Roma, edizione provvisoria, Maggio 1983.
- [6] JAMBU-NILMAR - "Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests" - Proceedings Europ - Conference on Soil Mech and Foundation Eng. - vol. 1, Wiesbaden 1963.

COMPORTAMENTO SISMICO DI TELAI PIANI IN C.A.  
TIPO "STRONG COLUMN - WEAK GIRDER"

Maria Gabriella MULAS - Carlo GALLI  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano



## COMPORTAMENTO SISMICO DI TELAI PIANI IN C.A. TIPO "STRONG COLUMN - WEAK GIRDER"

Maria Gabriella MULAS, Carlo GALLI

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

### SOMMARIO

Nel presente lavoro si studia il comportamento di telai progettati secondo la filosofia "strong column - weak girder" soggetti ad azioni sismiche di forte intensità. A tal fine un telaio in c.a. di sei piani viene progettato secondo la proposta di normativa "Eurocode 8" ed il suo comportamento dinamico nonlineare è analizzato con un codice numerico, messo a punto dagli autori, che utilizza un modello a plasticità diffusa per le travi e le colonne. Si studia, in particolare, l'evolvere della formazione delle cerniere plastiche nella struttura, l'entità di eventuali plasticizzazioni delle colonne e l'effetto di queste ultime sul comportamento globale del telaio.

### SUMMARY

Scope of this work is to investigate the possible formation of plastic hinges in columns of frames designed with the strong column-weak girder design philosophy. The nonlinear seismic behavior of a six-story R.C. plane frame, designed according to Eurocode n. 8, has been analyzed by means of a numerical code, implemented by the authors, which models beams and columns with the same spread plasticity element.

### 1. INTRODUZIONE

La filosofia di progetto accettata dalla maggior parte dei codici moderni ammette che, per effetto del terremoto di progetto, le strutture subiscano delle deformazioni anelastiche attraverso cui viene dissipata parte dell'energia fornita dal terremoto. Nel caso delle strutture intelaiate, inoltre, alcuni codici utilizzano una filosofia di progetto, detta "strong column-weak girder", che mira a concentrare le deformazioni plastiche nelle travi, progettando le colonne in maniera tale che rimangano sempre in campo elastico. Infatti la formazione delle cerniere plastiche nelle colonne non è desiderabile perché le colonne, specie se soggette a grande compressione, non sono in grado di sostenere una domanda elevata di duttilità, mentre la formazione di un meccanismo di piano conduce a richieste di duttilità locale più elevate. Occorre però ricordare che gli approcci di progetto proposti sono solitamente di tipo deterministico, mentre la resistenza degli elementi strutturali è per sua natura aleatoria; inoltre, a causa del fenomeno dell'incrudimento, il momento nelle travi può superare il valore ultimo di progetto. Non è possibile pertanto escludere a priori la possibilità di plasticizzazione delle colonne. Infine, anche se non desiderata, la formazione di cerniere plastiche alla base delle colonne del piano terra durante sismi di grande intensità appare inevitabile (Paulay [1]).

Al fine di indagare sul comportamento delle strutture intelaiate soggette ad eccitazione



sismica e valutare gli effetti delle disposizioni presenti nelle norme e' vantaggioso un approccio basato su delle analisi numeriche effettuate con dei modelli di calcolo tarati su prove sperimentali di relativa semplicita' e scala ridotta. Con l'analisi mediante elementi finiti bi- o tri-dimensionali il comportamento strutturale puo' essere studiato in dettaglio a livello locale e possono essere modellati fenomeni come la fessurazione, l'aderenza, l'effetto biacca, tenendo in conto le non linearita' geometriche e la variabilita' della storia di carico (Cedolin et al. [2], Kang e Scordelis [3]). Tuttavia la complessita' della formulazione ed il numero delle variabili coinvolte e' tale che i pochi esempi di applicazione riportati sono piu' volti a controllare la validita' del metodo su semplici travi che all'analisi non-lineare di strutture reali. L'approccio con elementi finiti puo' essere semplificato aumentando le dimensioni degli stessi e adottando elementi mono-dimensionali. In tal modo nell'analisi dei telai gli elementi strutturali vengono discretizzati in conci su cui si suppone costante la curvatura; tale ipotesi aumenta tuttavia il numero di elementi necessari e limita la potenzialita' del metodo per le applicazioni ingegneristiche (Aparicio et al. [4], Appleton et al. [5], Cauvin [6], Levi et al. [7]). Lo sforzo computazionale necessario in un'analisi dinamica non-lineare di tipo passo-passo risulta quindi eccessivo e rende tali approcci praticamente inutilizzabili.

Diversi autori hanno proposto vari modelli fenomenologici di aste per descrivere il comportamento dinamico non lineare di travi e colonne ed hanno effettuato delle analisi numeriche su strutture piane a telaio per valutare la bonta' della modellazione adottata. Tra questi Arzoumanidis [8] ha proposto un modello di asta, implementato nel codice di calcolo DRAIN-2D, che presenta ad entrambi gli estremi una zona anelastica che puo' espandersi in conseguenza del livello di sollecitazione raggiunto; la matrice di flessibilita' dell'elemento dipende dal punto di flesso e la relazione momenti curvatura e' descritta tramite il legame isteretico di Takeda [9]. Otani et al. [10] hanno analizzato la risposta di un telaio piano, facente parte di un edificio di 8 piani per uffici, soggetto a tre diversi terremoti, valutando gli effetti dello scorrimento delle barre longitudinali d'armatura nei giunti trave colonna. Gli elementi strutturali sono schematizzati mediante il modello ad una componente di Giberson [11]; le connessioni trave-colonna sono considerate rigide. Roufael e Meyer [12] hanno utilizzato, in uno studio sull'affidabilita' dei telai danneggiati dal sisma condotto impiegando il codice di calcolo DRAIN-2D, un modello di asta, applicato a travi e colonne, che tien conto delle dimensioni finite delle zone plastiche, . Il legame isteretico di Takeda e' stato da essi modificato per tener conto del "pinching" dovuto al taglio e del degrado della resistenza. Il momento di snervamento delle colonne e' calcolato in corrispondenza dell'azione assiale dovuta ai soli carichi statici. Al-Haddad e Wight [13] hanno studiato numericamente, con il codice DRAIN-2D, gli effetti della posizione delle cerniere plastiche nelle travi sulla risposta sismica di tre diversi telai piani in c.a. Il modello di trave da essi adottato consiste in un elemento elastico, due molle rotazionali anelastiche ed una zona rigida ad entrambi gli estremi dell'asta. Il comportamento delle colonne e' simulato mediante un elemento che tiene conto della interazione M-N e adotta un legame isteretico bilineare; le travi seguono una versione modificata del legame isteretico di Clough [14]. Keshavarzian e Schnobrich [15] hanno studiato analiticamente il comportamento non lineare di diverse strutture in scala ridotta, sviluppando un algoritmo che esegue l'analisi di telai piani in c.a. accoppiati con pareti di controvento. Gli elementi sono stati rappresentati con un modello a plasticita' diffusa, derivato da quello di Soleimani [16], in cui vengono tenuti in conto gli effetti della deformabilita' per taglio. L'interazione tra azione assiale e momento flettente e' tenuta in conto sia tramite una funzione di plasticita' che lega il momento di snervamento all'azione assiale presente, sia tramite una modifica della rigidezza in fase elastica. Le forze squilibrate dovute alle non linearita' del sistema vengono trascurate; la loro entita' e' mantenuta limitata tramite una drastica riduzione del passo d'integrazione.

Le campagne sperimentali svoltesi in vari paesi nell'ambito delle strutture in c.a. hanno posto molta attenzione al comportamento delle colonne e delle regioni ove e' possibile la formazione di plasticizzazioni. Un'attenta progettazione e' infatti necessaria al fine di assicurare una duttilita' sufficiente ad evitare che le scosse prodotte dai terremoti violenti causino il collasso della struttura. Le prove condotte sulle colonne, a sezione piena o cava, di forma

circolare e rettangolare (Saatcioglu e Ozcebe [17], Priestley e Park [18], Ang, Priestley e Paulay [19]) hanno mostrato che il confinamento del calcestruzzo tramite una corretta disposizione dell'armatura trasversale porta ad un significativo incremento della resistenza e della duttilita' globale dell'elemento. Tali prove sperimentali hanno infatti evidenziato che un buon confinamento del "core" di calcestruzzo, cui corrispondono una piu' elevata resistenza ed una maggiore ampiezza del ramo di softening del materiale, e' essenziale se si vuole che la colonna abbia una ragionevole capacita' di ruotare plasticamente e possa mantenere la sua resistenza assiale e flessionale in corrispondenza di grandi curvature. In generale, piu' e' alto il carico assiale di compressione, piu' aumenta la quantita' di armatura necessaria per ottenere prestazioni elevate; questo perche' una compressione elevata aumenta il contributo alla capacita' flessionale della colonna da parte degli sforzi nel calcestruzzo. I risultati dei tests effettuati in [17] e [18] in campo statico-ciclico indicano che l'effetto di una azione assiale di compressione costante sulla risposta isteretica di colonne in c.a. e' di accelerare il degrado della resistenza e della rigidezza. In questi test la duttilita' delle colonne e' aumentata significativamente mediante l'utilizzo di un'adeguata disposizione dell'armatura trasversale; per ottenere lo stesso livello di duttilita', a parita' di tutti gli altri parametri di interesse, l'oculato posizionamento delle staffe si e' rivelato una soluzione migliore che non la riduzione del passo. I risultati di diverse prove sperimentali, tra le quali quelle di Ang et al. [19] e Ma, Popov e Bertero [20], hanno portato a riconoscere che anche gli sforzi di taglio ricoprono un ruolo importante: infatti all'aumentare del loro livello aumenta il "pinching" dei cicli d'isteresi e diminuisce l'energia dissipata in un ciclo. Certe normative esistenti (ad es. le ACI-318) limitano il valore degli sforzi di taglio proporzionalmente alla resistenza cilindrica del calcestruzzo. Nelle colonne confinate occorre tenere conto dell'amplificazione degli sforzi taglienti derivante dal miglioramento della resistenza flessionale.

Da quanto sopra esposto si conclude che le eventuali plasticizzazioni, purché limitate, che si possono formare nelle colonne di telai tipo "strong column-weak girder", soggetti a forti terremoti, si possono ritenere accettabili in quanto oltre alla adeguata resistenza, le colonne sono in grado, se correttamente progettate, di fornire un'adeguata duttilita' che protegge dal rischio di un collasso fragile. Col presente lavoro si vuole perciò analizzare numericamente il comportamento dinamico non lineare di un telaio, progettato in maniera tale che le cerniere plastiche si formino solamente nelle travi, permettendo tuttavia nella modellazione adottata l'eventuale formazione di cerniere plastiche anche nelle colonne. Lo strumento di calcolo utilizzato e' il codice numerico RCDYNA (Reinforced Concrete DYNAMIC Analysis), scritto originariamente da Soleimani [16] e profondamente modificato, negli algoritmi risolutivi e nella modellazione adottata, da Mulas e Filippou [21], [22]. Nel presente lavoro il modello di trave a plasticita' diffusa, derivato da Mulas e Filippou sulla base di quello originariamente proposto da Soleimani, e' stato implementato anche per tutte le colonne del telaio. Sono stati risolti i problemi che tale modifica comporta nell'ambito di un programma che utilizza un algoritmo di tipo passo-passo per l'integrazione delle equazioni del moto ed una strategia di iterazione di tipo Newton-Raphson per ristabilire l'equilibrio alla fine di ogni passo di carico. Particolare cura e' stata dedicata al completamento del codice numerico per la parte riguardante l'analisi della risposta. Partendo da un'analisi critica della bibliografia esistente sono stati individuati i parametri piu' significativi al fine della comprensione della risposta strutturale, in termini globali e locali. Il codice numerico e' stato modificato per consentire il calcolo di tali parametri e la memorizzazione della storia temporale delle plasticizzazioni all'interno della struttura con l'individuazione di eventuali meccanismi.

Un telaio piano in c.a., facente parte di un edificio per uffici, e' stato progettato secondo le disposizioni contenute nel draft (maggio '88) dell'Eurocode n.8 [23]. Tale telaio e' stato poi analizzato con la versione aggiornata del codice RCDYNA. Al fine di cogliere le variazioni della risposta dovute all'aleatorietà dell'eccitazione sismica sono stati utilizzati diversi accelerogrammi, alcuni artificiali, alcuni registrati in occasione di eventi reali. I risultati ottenuti, laddove possibile, sono stati poi confrontati con le prescrizioni contenute nelle norme utilizzate nella progettazione.

## 2. MODELLAZIONE DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI

Un elemento di trave o di colonna da utilizzare in un'analisi dinamica non lineare deve conciliare due esigenze opposte: l'aderenza alla realta' ed una relativa semplicita' che ne consenta l'implementazione in un codice che esegue un'analisi di tipo passo-passo. Il modello a plasticita' diffusa presentato in [21] e [22] ed utilizzato nel presente lavoro rappresenta un buon compromesso tra queste due esigenze: utilizza il concetto fondamentale di zona plastica avente lunghezza finita e variabile e puo' tener conto delle rotazioni anelastiche concentrate all'interfaccia trave-colonna; la sua implementazione rimane tuttavia relativamente semplice e poco onerosa. Il modello di asta e' schematicamente rappresentato in Fig. 1; in esso possiamo distinguere tre zone:

1. Il giunto trave-colonna (rigido).
2. La molla rotazionale caratterizzata da un legame  $M-\theta$  non lineare.
3. La trave vera e propria, divisa a sua volta in tre sotto-zone, una centrale elastica e due d'estremita' aventi comportamento anelastico (le cerniere plastiche).

Le molle rotazionali hanno il compito di modellare le rotazioni concentrate all'interfaccia trave-colonna dovute alla perdita di aderenza dell'armatura all'interno del giunto. In questo lavoro non sono state impiegate poiche' i dati a disposizione, utilizzati in [21] e [22], erano relativi a giunti geometricamente diversi.

Nel modello a plasticita' diffusa la matrice di rigidezza tangente viene determinata per inversione della matrice di flessibilita'; tale matrice, che rappresenta la relazione  $\Delta \underline{M} - \Delta \underline{\omega}$  tra gli incrementi di momento e gli incrementi di rotazione agli estremi dell'elemento, e' ricavata per integrazione della distribuzione di curvature  $\Delta \phi$  lungo l'asse dell'asta. La relazione  $M-\phi$  tra il momento e la curvatura corrispondente nella generica sezione, e' determinata tramite il legame isteretico di Clough [14] modificato da Mulas e Filippou [22]. Tale legame, rappresentato in Fig. 2, consta di una curva vergine bilineare, con momenti di snervamento distinti al positivo ed al negativo e pendenza del ramo incrudente diversa da zero; lo scarico e' elastico ed il ricarico avviene con rigidezza degradata. Per evitare la suddivisione delle zone anelastiche in conci e la memorizzazione della storia di carico per ciascuno di essi la determinazione della matrice di flessibilita' viene effettuata sulla base di due ipotesi chiave nell'ambito del modello:

- ogni sezione di ciascuna zona anelastica si trova nella medesima fase (scarico, incrudimento o degrado della rigidezza) della zona di estremita';
- l'intera zona anelastica, di lunghezza contenuta, ha una rigidezza ridotta media pari ad una frazione  $t$  della rigidezza elastica  $k = EI$ , nella quale  $I$  e' la media dei momenti di inerzia della sezione, considerata parzializzata, per i momenti positivi e negativi.

Il valore di  $t$  dipende dalla situazione di carico (incrudimento, scarico o ricarico con rigidezza degradata) della sezione di estremita' della zona plastica e dalla sua precedente storia di carico. La lunghezza  $z$  della zona plastica, che parte da un valore iniziale nullo, puo' espandersi fino a  $z_{max} = 0.25 L_c$ , essendo  $L_c$  la luce libera dell'asta, e viene calcolata con un procedimento iterativo, ipotizzando un diagramma dei momenti lineare e decrescente a partire dagli estremi, mediante la relazione:

$$z_i = \frac{M_i - M_y}{V_i} \quad (1)$$

in cui  $M_i$  e  $V_i$  sono rispettivamente momento e taglio all'estremo  $i$ , e  $M_y$  e' il momento di snervamento, presente al confine tra la zona elastica e la zona plastica. L'espansione della zona plastica puo' avvenire solo se la rigidezza della sezione d'estremita' coincide con quella d'incrudimento.

La matrice di flessibilita' tangente  $f$  puo' essere calcolata una volta noti, ai due estremi  $i$  e  $j$  dell'asta, i coefficienti  $t_i$  e  $t_j$  e le lunghezze  $z_i$  e  $z_j$ ; con riferimento ai simboli di Fig. 3a essa vale:

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_i \\ \Delta\omega_j \end{bmatrix} = \frac{L_c}{6k} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

dove:

$$f_{11} = 2 + 2\gamma_i(1 - (1 - \xi_i)^3) + 2\gamma_j\xi_j^3 \quad (3)$$

$$f_{12} = f_{21} = -1 - \gamma_i(3\xi_i^2 - 2\xi_i^3) - \gamma_j(3\xi_j^2 - 2\xi_j^3) \quad (4)$$

$$f_{22} = 2 + 2\gamma_j(1 - (1 - \xi_j)^3) + 2\gamma_i\xi_i^3 \quad (5)$$

essendo:

$$\xi_i = z_i / L_c \quad \xi_j = z_j / L_c \quad (6)$$

$$\gamma_i = 1 / t_i - 1 \quad \gamma_j = 1 / t_j - 1 \quad (7)$$

Poiche' le travi sono solidali alla soletta di impalcato la loro deformabilita' assiale viene considerata nulla in questa formulazione. La matrice di rigidezza tangente dell'elemento completo, da assemblare opportunamente nella matrice di rigidezza globale della struttura, si ottiene applicando alla matrice  $\underline{k} = \underline{f}^{-1}$  una trasformazione che tiene conto della presenza dei tratti rigidi d'estremita', di lunghezza  $e_i$  ed  $e_j$ , e dei moti rigidi dell'asta (Fig. 3b):

$$\underline{K} = \underline{T}^t \underline{k} \underline{T} \quad (8)$$

dove la matrice di trasformazione  $\underline{T}$  vale:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1+e_i/L & e_j/L & 1/L & -1/L \\ e_i/L & 1+e_j/L & 1/L & -1/L \end{bmatrix} \quad (9)$$

essendo  $L = L_c + e_i + e_j$  la lunghezza totale dell'asta.

Per quanto concerne le colonne si suppone che, anche in campo anelastico, la lunghezza della linea d'asse non si modifichi per effetto delle azioni flessionali: non esiste pertanto accoppiamento tra gradi di liberta' (g.d.l.) flessionali e g.d.l. assiali. La rigidezza flessionale elastica ed il momento di snervamento delle colonne sono calcolati in corrispondenza dell'azione assiale dovuta ai soli carichi statici e non vengono variati durante l'analisi. Sotto tali ipotesi la matrice di flessibilita'  $\underline{f}_c$  delle colonne vale, essendo  $A$  l'area della sezione trasversale dell'asta (Fig. 4a):

$$\underline{f}_c = \begin{bmatrix} \underline{f} & \underline{0} \\ \underline{0} & L_c/EA \end{bmatrix} \quad (10)$$

e con riferimento alla Fig. 4b la matrice di trasformazione  $\underline{T}_c$  vale:

$$\underline{T}_c = \begin{bmatrix} \underline{T} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix} \quad (11)$$

essendo  $\underline{I}$  il vettore unita' di dimensioni 1x2.

Il problema della determinazione dello stato degli elementi, ovvero il problema della determinazione degli incrementi di momento  $\Delta \underline{M}$  agli estremi, dati i corrispondenti incrementi

di rotazione  $\Delta\omega$ , quando durante il passo si verifica una variazione della matrice di rigidezza, non puo' essere risolto con l'usuale tecnica degli elementi finiti perche' le funzioni di forma in questo approccio in termini di flessibilita' non vengono definite. In questo lavoro viene utilizzata una strategia all'evento, presentata da Mulas in [21]. Viene definito come evento, in una sezione di estremita', un cambiamento della rigidezza tangente nel legame M- $\phi$ ; si valuta la frazione  $\lambda$  (event factor) dell'incremento di momento che produce l'evento: poiche' il legame M- $\phi$  e' rettilineo a tratti, e' tale anche il legame tra i momenti e le rotazioni di estremita', che possono essere scalate per lo stesso fattore. Pertanto, in un passo in cui avviene un evento, l'incremento di momento  $\Delta\mathbf{M}$  sara' dato dalla somma  $\Delta\mathbf{M}' + \Delta\mathbf{M}''$  dove:

$$\Delta\mathbf{M}' = \mathbf{f}_u^{-1} \lambda \Delta\omega \quad \Delta\mathbf{M}'' = \mathbf{f}_u^{-1} (1 - \lambda) \Delta\omega \quad (12)$$

essendo  $\mathbf{f}_u$  la matrice di flessibilita' aggiornata dopo l'evento. Tale procedura e' in grado di tenere in conto la presenza, nel medesimo passo, di un evento a ciascun estremo dell'asta o di due eventi nello stesso estremo.

### 3. IL PROGRAMMA RCDYNA

Il codice numerico RCDYNA per l'analisi non lineare di telai piani in c.a. soggetti a carichi sismici e' stato modificato introducendo anche per le colonne l'elemento a plasticita' diffusa descritto al paragrafo precedente. Nel seguito e' riportata una descrizione delle procedure e modellazioni presenti in tale codice. Ulteriori informazioni sono riportate in [21].

Il programma, scritto in linguaggio FORTRAN 77, analizza telai piani costituiti da travi e colonne inserite in una maglia rettangolare. Le coordinate libere descrivono il moto dei nodi, intersezione degli assi di travi e pilastri: in ogni nodo vengono considerati solo due g.d.l., la traslazione verticale e la rotazione. Essendo nulla la deformabilita' assiale delle travi e' sufficiente un ulteriore unico g.d.l. per definire lo spostamento orizzontale dei punti di ciascun piano. A questo sono associate le uniche masse presenti e quindi le uniche forze d'inerzia, avendo trascurato quelle corrispondenti alle accelerazioni verticali.

L'effetto instabilizzante dei carichi verticali (effetto P- $\Delta$ ) e' tenuto in conto mediante una matrice di rigidezza geometrica che rimane costante durante l'analisi.

I carichi statici sono applicati ai nodi come momenti e tagli di incastro perfetto; e' possibile applicare, sempre ai nodi, delle forze concentrate che rappresentano l'effetto di eventuali telai agenti trasversalmente al telaio in esame. Preliminarmente all'analisi dinamica viene eseguita l'analisi statica della struttura soggetta a peso proprio, carichi permanenti, e alla quota parte dei carichi accidentali che si suppone sia presente durante il terremoto (tale dato e' normalmente specificato dalla normativa).

L'analisi dinamica viene effettuata utilizzando un algoritmo di tipo passo-passo; le equazioni del moto, scritte in forma incrementale, sono:

$$\underline{\mathbf{m}} \Delta\ddot{\mathbf{v}}(t) + \underline{\mathbf{c}}_t \Delta\dot{\mathbf{v}}(t) + \underline{\mathbf{k}}_t \Delta\mathbf{v}(t) = -\underline{\mathbf{m}} \underline{\mathbf{r}} \Delta\ddot{v}_g(t) + \underline{\mathbf{R}}_u \quad (13)$$

e vengono integrate con il metodo di Newmark con  $\beta = 1/4$ , ipotizzando cioe' che in ogni passo l'accelerazione si mantenga costante e pari al suo valore medio nell'intervallo  $\Delta t$ . Nell'equazione (13)  $\underline{\mathbf{m}}$ ,  $\underline{\mathbf{c}}_t$  e  $\underline{\mathbf{k}}_t$  sono rispettivamente la matrice tangente delle masse, di smorzamento e di rigidezza;  $\Delta\ddot{\mathbf{v}}$ ,  $\Delta\dot{\mathbf{v}}$  e  $\Delta\mathbf{v}$  sono rispettivamente gli incrementi di accelerazione, velocita' e spostamento ai nodi durante l'intervallo  $\Delta t$ ;  $\Delta\ddot{v}_g$  e' l'incremento di accelerazione del terreno;  $\underline{\mathbf{r}}$  e' un vettore con componenti unitarie in corrispondenza dei g.d.l. paralleli alla direzione di eccitazione (orizzontale) e nulle per tutti gli altri g.d.l.;  $\underline{\mathbf{R}}_u$  e' il vettore che contiene le forze squilibrate residue alla fine del passo precedente. Quest'ultimo vettore, calcolato alla fine di ciascun passo di carico, viene definito nel modo seguente:

$$\underline{R}_u = \underline{R}_e - (\underline{R}_i + \underline{m} \ddot{\underline{v}} + \underline{c}_t \dot{\underline{v}}) \quad (14)$$

dove  $\underline{R}_e$  e' il vettore dei carichi esterni (azioni statiche e dinamiche apparenti) alla fine del passo,  $\underline{R}_i$  e' il vettore delle componenti generalizzate delle azioni interne,  $\underline{m} \ddot{\underline{v}}$  e  $\underline{c}_t \dot{\underline{v}}$  sono rispettivamente le forze d'inerzia e le forze smorzanti. Le componenti di  $\underline{R}_u$  vengono adimensionalizzate tramite un vettore  $\underline{R}_c$  di confronto, definito all'inizio dell'analisi in funzione dei momenti di snervamento di travi e colonne, le cui componenti hanno ordinatamente le stesse dimensioni di  $\underline{R}_u$ :

$$E_i = R_{u_i} / R_{c_i} \quad (15)$$

La norma in base due del vettore  $\underline{E}$  definito dall'equazione (15), divisa per il numero  $n$  di equazioni, fornisce una misura dell'errore ERR sull'equilibrio commesso durante il passo:

$$ERR = \sqrt{\sum_{i=1}^n E_i^2 / n} \quad (16)$$

Quando l'indice ERR supera una tolleranza prefissata dall'analista viene effettuata una iterazione sul passo utilizzando il metodo di Newton-Raphson modificato: il vettore  $\underline{R}_u$  viene posto come termine noto del sistema risolvete e la matrice di rigidezza viene aggiornata solo all'inizio del passo. Il numero delle iterazioni e' comunque limitato superiormente da un valore massimo prescelto dall'analista.

Sono possibili due definizioni della matrice di smorzamento; in un caso lo smorzamento e' alla Rayleigh, cioe' proporzionale alla matrice delle masse ed a quella delle rigidezze:

$$\underline{c}_t = \alpha \underline{m} + \beta \underline{k}_o \quad (17)$$

La matrice di rigidezza elastica iniziale  $\underline{k}_o$  viene utilizzata al posto di quella tangente  $\underline{k}_t$  per evitare i problemi numerici legati alle forze smorzanti non equilibrate che nascerebbero ad ogni variazione di rigidezza del sistema. I coefficienti della combinazione lineare sono stati tarati in modo da ottenere uno smorzamento modale del 5% sui primi due modi di vibrare della struttura in campo elastico. In alternativa e' possibile adottare la procedura proposta da Mulas in [21] che permette di attribuire a tutti i modi un prefissato fattore di smorzamento, in questo caso assunto pari al 5%. Tale procedura, una volta note la matrice  $\underline{m}$  delle masse, le frequenze proprie e gli autovettori del sistema elastico, consente di determinare una matrice di smorzamento  $\underline{c}_t'$  tridiagonale, avente dimensioni pari al numero dei termini diversi da zero sulla diagonale principale di  $\underline{m}$ . Il fatto che la matrice  $\underline{c}_t'$  sia tridiagonale consente di mantenere le caratteristiche di banda della matrice di rigidezza della struttura, sfruttate vantaggiosamente dall'algorithmo risolutore del sistema di equazioni.

#### 4. LA STRUTTURA ANALIZZATA

Un telaio piano in c.a., appartenente ad un edificio di sei piani per uffici, e' stato progettato seguendo le disposizioni contenute nell'EUROCODE No. 8 [23]. L'edificio e' portato da 4 telai, posti ad interasse costante di 6.50m; si e' dimensionato uno dei due telai di spina in quanto piu' sollecitati dalle azioni statiche. Le dimensioni caratteristiche del telaio sono riportate in Fig. 5; nel dimensionamento si ipotizza che le forze agenti ortogonalmente al telaio siano sopportate da setti in c.a. Il dimensionamento di massima e' stato effettuato considerando agenti sull'edificio i carichi permanenti ed i carichi accidentali, combinati in modo da ottenere i risultati piu' sfavorevoli; i risultati ottenuti sono stati verificati con una

analisi dinamica in campo elastico, che ha permesso il dimensionamento definitivo del telaio.

I materiali utilizzati sono calcestruzzo per c.a. avente resistenza caratteristica cilindrica a 28 gg.  $f_c$  pari a  $30 \text{ N/mm}^2$  e acciaio in barre FeB44K ad aderenza migliorata, controllate in stabilimento, avente tensione caratteristica di snervamento  $f_y$  pari a  $430 \text{ N/mm}^2$ .

I carichi permanenti distribuiti sulla porzione di impalcato gravante sul telaio in studio valgono per il solaio del piano tipo  $6.75 \text{ kN/m}^2$  e per il solaio di copertura  $5.50 \text{ kN/m}^2$ . I sovraccarichi accidentali, determinati secondo quanto richiesto dalla C.M. 24/5/82 n. 22631, valgono per il solaio del piano tipo  $3.50 \text{ kN/m}^2$  e per il solaio di copertura  $1.50 \text{ kN/m}^2$ , in quanto si e' adottata una copertura piana accessibile solo per la manutenzione.

L'azione sismica di progetto E viene determinata tramite uno spettro di progetto che e' funzione del fattore di comportamento q; il valore di q dipende dalla classe di duttilita' dell'edificio. Nel caso in esame si e' ipotizzato che l'edificio appartenesse alla classe intermedia M, cui corrisponde un fattore di comportamento q pari a 3. La forma dello spettro di progetto dipende inoltre dalle caratteristiche del terreno di fondazione; nel presente lavoro si e' ipotizzato un terreno di classe B, di deformabilita' intermedia. Si e' assunto inoltre un rapporto tra l'accelerazione di picco del terreno e quella di gravita' pari a 0.4, ed un fattore di smorzamento pari al 5%. Nella determinazione dell'azione E si suppone presente sulla struttura la frazione  $\psi_{ei}$  del carico accidentale, essendo  $\psi_{ei} = \phi \psi_{2i}$  con  $\psi_{2i} = 0.3$  e  $\phi$  pari a 1.0 per l'ultimo piano e a 0.8 per tutti gli altri piani. Nell'eseguire l'analisi spettrale non sono stati considerati gli effetti del secondo ordine in quanto il coefficiente di stabilita', definito nell'EC8, soddisfa il limite imposto. L'analisi modale e' stata effettuata considerando agenti sulla struttura le masse corrispondenti ai carichi gravitazionali presenti durante la determinazione delle azioni E. Il periodo proprio del primo modo di vibrare vale  $T_1 = 0.854 \text{ s}$ ; quello del sesto ed ultimo modo vale  $T_6 = 0.053 \text{ s}$ .

In fase di progettazione e' stata impiegata la seguente combinazione di azioni:

$$\pm \gamma_i E + G + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki} \quad (18)$$

dove  $\gamma_i$  e' il fattore di importanza, che per l'edificio in studio vale 1.0, G e' l'azione dei carichi permanenti e  $Q_{ki}$  e' l'azione dei carichi accidentali. Si e' verificato che sotto l'azione di tali carichi lo spostamento d'interpiano, definito come la differenza tra gli spostamenti orizzontali di due piani adiacenti, soddisfa il limite imposto dalla normativa. La verifica di travi e pilastri e' stata eseguita con il metodo agli stati limite ultimi, cosi' come prescritto dall'Eurocode 2 [24]. Sono state rispettate tutte le disposizioni, riguardanti le dimensioni e le percentuali d'armatura, atte a conferire un'adeguata duttilita' agli elementi. La verifica al taglio viene effettuata sulla base del taglio dovuto alle forze gravitazionali e dei tagli necessari a riequilibrare i momenti flettenti di estremita', quando questi sono pari ai momenti resistenti. Allo scopo di diminuire la probabilita' che le cerniere plastiche si formino nei pilastri, la resistenza flessionale di questi viene determinata in base all'equilibrio rotazionale del nodo trave-pilastro soggetto alla piu' avversa combinazione dei momenti resistenti delle sezioni d'estremita' di tutte le travi adiacenti. Sono state rispettate le disposizioni concernenti l'armatura trasversale di confinamento in tutte le zone di potenziale plasticizzazione dei pilastri; per questi inoltre e' stato verificato che sia superiore a 6 il fattore convenzionale di duttilita', definito come il rapporto tra la curvatura calcolata in corrispondenza della deformazione ultima del calcestruzzo e la curvatura calcolata in corrispondenza dello snervamento dell'acciaio teso. Le dimensioni delle sezioni di travi e pilastri e le relative armature risultano:

- per i piani 1-3:  $0.60 \times 0.45 \text{ m}$  per le travi con  $A_s = 10\phi 24$ ,  $A'_s = 8\phi 24$ ,  $\rho = 0.0183$ ;  $0.75 \times 0.55 \text{ m}$  per i pilastri con  $A_s = 26\phi 24$ ,  $\rho = 0.0285$ .
- per i piani 4-6:  $0.55 \times 0.40 \text{ m}$  per travi e pilastri, con  $A_s = 10\phi 22$ ,  $A'_s = 6\phi 22$ ,  $\rho = 0.0190$  per la trave del piano 4,  $A_s = 7\phi 22$ ,  $A'_s = 4\phi 22$ ,  $\rho = 0.0112$  per le travi piani 5-6;  $A_s = 16\phi 24$ ,  $\rho = 0.0329$  per i pilastri.

Maggiori dettagli sulla progettazione del telaio secondo le procedure proposte dall'EC8 possono essere trovati in [25].

## 5. ANALISI DEI RISULTATI

La struttura studiata al paragrafo precedente e' stata analizzata con la versione aggiornata del programma RCDYNA. Con una serie di analisi preliminari si sono determinati i valori di alcuni dati di ingresso significativi. L'intervallo  $\Delta t$  del passo di integrazione e' stato assunto pari a 0.005 s, cioe' circa un decimo del periodo del sesto modo, per consentire un'integrazione accurata delle equazioni del moto. Le due opzioni possibili per lo smorzamento hanno fornito sostanzialmente gli stessi risultati, sia a livello locale che a livello globale; si e' preferito allora adottare la matrice tridiagonale, che consente il controllo degli smorzamenti modali per tutti i modi. La tolleranza per l'errore sull'equilibrio e' stata assunta pari a 0.00005; il numero massimo di iterazioni sul passo e' stato assunto pari a 10..

L'analisi statica preliminare e' stata eseguita considerando agente sulla struttura il carico permanente ed il 30% del carico accidentale; sotto l'azione di tali carichi la struttura e' in campo lineare. Le analisi dinamiche nonlineari sono state effettuate eccitando la struttura mediante 8 diversi accelerogrammi, 4 naturali e 4 artificiali. Gli accelerogrammi naturali sono i primi 12.8 s di El Centro 1940, componente N-S, accelerazione di picco 0.5g e i primi 20 s di tre accelerogrammi registrati durante il terremoto di Loma Prieta del 1989 [27]. Tali accelerogrammi sono le due componenti orizzontali registrate a Corralitos, con accelerazione di picco rispettivamente pari a 0.479g e 0.630g, e una delle due componenti (0 DEG) registrata a Capitola, con accelerazione di picco pari a 0.472g. Gli accelerogrammi artificiali, denominati EUR5B3, EUR5B8, EUR5B9, EUR5B14, hanno un contenuto in frequenza stazionario e sono di durata pari a 20 s; sono stati generati mediante una procedura messa a punto da Perotti [28] ed il loro spettro e' compatibile con la curva B, smorzamento 5%, dello spettro contenuto nell'EC8, per un'accelerazione di picco del terreno pari a 0.4g.

L'andamento dei massimi spostamenti di piano, riportato in Fig. 6 per i terremoti naturali ed in Fig. 7 per quelli artificiali, ricalca, in tutti i casi, la forma del primo modo di vibrare; la storia degli spostamenti riportata in Fig. 8 per il terremoto di Corralitos 0.48g mostra come, nonostante il danneggiamento subito, la struttura oscilli intorno alla posizione indeformata. Il massimo spostamento in cima all'edificio e' in tutti i casi minore di quello calcolato con l'analisi elastica, che vale 0.196m. Gli spostamenti d'interpiano calcolati con l'analisi nonlineare sono tutti minori del valore limite fissato dall'EC8. In Fig. 9 e' riportato, per gli accelerogrammi naturali, l'inviluppo dei massimi spostamenti d'interpiano (interstory drift). Tale inviluppo mostra come il massimo di tali valori si situi nei piani alti del telaio; andamento analogo si riscontra per effetto degli accelerogrammi artificiali.

Per la comprensione del comportamento dinamico nonlineare del telaio in studio si e' ritenuto opportuno ricavare la successione temporale della formazione delle zone plastiche. In Fig. 10 e' riportata, per il terremoto Corralitos 0.48g, che e' tra i piu' severi per la struttura in studio, la situazione esistente al termine degli intervalli di tempo  $T_i$  indicati in figura. La formazione delle cerniere plastiche risulta infatti, per tutti gli accelerogrammi, concentrata in una serie limitata di piccoli intervalli di tempo. In nessun caso si e' verificata la formazione di un meccanismo di piano; in taluni casi ci si avvicina alla formazione di un meccanismo di parete. Tale fenomeno testimonia della corretta progettazione del telaio. Nella Fig. 11 e' riportata l'estensione delle zone plastiche per l'accelerogramma di Corralitos 0.48g; le plasticizzazioni appaiono ben diffuse su tutto il telaio. Nella gran parte dei casi nelle travi del quinto piano si e' verificato il prevalere dei momenti provocati dai carichi statici sui momenti provocati dai carichi dinamici, con diagramma dei momenti crescente a partire dagli estremi. In tali casi l'equazione (1) cade in difetto e la lunghezza della zona plastica viene posta pari al suo valore massimo. Tale procedura schematizza in maniera insufficiente il reale comportamento dell'elemento in cui si sta formando una cerniera plastica lungo la luce dell'asta, causando una drastica riduzione di rigidezza dell'elemento. Nelle Fig. 12-15 sono riportati i diagrammi isteretici momento-curvatura delle sezioni di alcuni degli elementi maggiormente sollecitati; si puo' notare che i cicli nei quali le sezioni si trovano su un ramo incrudente sono in numero limitato.



La formazione di zone plastiche nelle colonne avviene in tutte le sezioni alla base dell'edificio, in tutti i casi studiati, e nel piano in cui avviene il cambiamento di rigidità (il quarto) in maniera diversa secondo l'accelerogramma utilizzato; per alcuni accelerogrammi si nota la formazione di zone plastiche di entità ridotta anche in colonne del quinto e del sesto piano. L'estensione delle zone plastiche nelle colonne è paragonabile con le lunghezze delle zone d'estremità che possono essere sede, secondo l'EC8, di eventuali plasticizzazioni. L'azione assiale nelle colonne subisce escursioni limitatissime nelle colonne interne, mentre varia in maniera sostanziale per le colonne esterne. Pertanto il valore del momento di snervamento  $M'_y$  corrispondente all'azione assiale effettivamente presente all'istante dello snervamento differisce dal valore  $M_y$ , corrispondente all'azione assiale dovuta ai carichi statici, con differenze dell'ordine del 10% che sono in taluni casi a favore ed in altri a sfavore della resistenza flessionale.

Il codice RCDYNA è stato modificato in maniera da prevedere il calcolo di un coefficiente di duttilità locale  $\mu_0$ , definito come il rapporto, sulla sezione di estremità di un'asta, tra la massima rotazione raggiunta e la rotazione presente all'istante di formazione della cerniera plastica. I valori medi e massimi di tale coefficiente, calcolati sugli 8 accelerogrammi, riportati ordinatamente per i piani dal primo al sesto, valgono per le travi:

|              |      |      |      |      |      |      |
|--------------|------|------|------|------|------|------|
| Val. medio   | 1.33 | 1.57 | 1.71 | 2.06 | 2.30 | 0.86 |
| Val. massimo | 1.59 | 1.90 | 1.99 | 2.26 | 3.18 | 1.70 |

e per le colonne:

|              |      |   |   |      |      |      |
|--------------|------|---|---|------|------|------|
| Val. medio   | 1.48 | - | - | 1.58 | 0.14 | 0.72 |
| Val. massimo | 1.86 | - | - | 3.09 | 1.06 | 1.86 |

Valori medi minori di uno si ritrovano in quelle sezioni in cui, per effetto di uno o più accelerogrammi, non si sono avute plasticizzazioni.

Le rotazioni plastiche all'estremità delle aste sono state ottenute per integrazione della curvatura sulla lunghezza della zona plastica; ipotizzando, coerentemente con quanto fatto nel ricavare la matrice di flessibilità, un andamento lineare della curvatura in tale zona, si può ricavare l'incremento di rotazione plastica  $\Delta\theta_p$  durante il generico passo di carico:

$$\Delta\theta_p = 0.5 z (\Delta M_1 + \Delta M_2) \left[ \frac{1}{t EI} - \frac{1}{EI} \right] \quad (19)$$

dove  $z$  è la lunghezza della zona plastica,  $\Delta M_1$  e  $\Delta M_2$  sono gli incrementi di momento agli estremi di tale zona,  $EI$  è la rigidità elastica e  $t EI$  è la rigidità ridotta media della zona plastica. I valori in radianti, medi e massimi, delle rotazioni plastiche sono, per le travi:

|                               |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Val. medio *10 <sup>2</sup>   | 0.287 | 0.598 | 0.747 | 1.431 | 1.550 | 0.192 |
| Val. massimo *10 <sup>2</sup> | 0.498 | 0.934 | 1.172 | 1.966 | 2.690 | 0.601 |

e per le colonne:

|                               |       |     |     |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-----|-----|-------|-------|-------|
| Val. medio *10 <sup>2</sup>   | 0.343 | 0.0 | 0.0 | 0.135 | 0.002 | 0.077 |
| Val. massimo *10 <sup>2</sup> | 0.669 | 0.0 | 0.0 | 0.325 | 0.015 | 0.187 |

e risultano sensibilmente inferiori a quelli ottenuti sperimentalmente da Ma, Popov e Bertero in [20].

Infine, per ogni sezione di estremità di travi e colonne è stato calcolato il fattore di duttilità locale  $\mu_{1/r}$ , definito come il rapporto tra la massima curvatura raggiunta e la curvatura valutata in corrispondenza dello snervamento. L'EC8 impone che le colonne siano progettate in maniera tale da fornire un valore di  $\mu_{1/r}$  almeno pari a 6. Le colonne dei piani 1-

3 hanno a disposizione un fattore di duttilita' di 9.31; la richiesta di duttilita' varia, a seconda dell'accelerogramma utilizzato, da 1.60 a 7.28. Le colonne dei piani 4-6 hanno a disposizione un fattore di duttilita' di 6.61; la richiesta di duttilita' varia tra 1.44 e 7.97. Il valore limite e' superato per tre accelerogrammi nelle colonne del quarto piano, cioe' in corrispondenza del cambiamento di rigidezza e resistenza di travi e colonne. Per le travi l'EC8 non fornisce alcun valore minimo di duttilita'. Un valore minimo teorico di duttilita' disponibile e' stato calcolato come rapporto tra la curvatura ultima, valutata in corrispondenza del raggiungimento della deformazione limite del calcestruzzo compresso (3.5%), e la curvatura valutata in corrispondenza del primo snervamento dell'acciaio teso. I valori medi e massimi delle richieste di duttilita' e la duttilita' disponibile, riportate ordinatamente per piano, valgono:

|                        |      |      |      |      |      |      |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Val. medio             | 3.17 | 4.03 | 4.66 | 5.60 | 6.21 | 2.25 |
| Val. massimo           | 4.27 | 5.12 | 5.91 | 7.39 | 7.29 | 5.44 |
| Duttilita' disponibile | 6.58 | 6.58 | 6.58 | 6.21 | 9.04 | 9.04 |

La duttilita' richiesta e' pertanto sempre inferiore al valore disponibile calcolato teoricamente ed ai valori limite calcolati da Park et al. in [29].

Nei legami isteretici momento-curvatura non e' stata posta nessuna limitazione al massimo valore raggiungibile, nel ramo incrudente, da momento flettente e curvatura, ipotizzando quindi una duttilita' infinita' delle sezioni. I risultati sperimentali ottenuti da Ma et al [20] indicano che il massimo momento sopportabile da una sezione supera del 15%, in media, il momento di snervamento, il cui valore e' molto vicino al massimo momento di progetto previsto dalle norme. I valori di picco dei momenti massimi nelle travi, causati nella quasi totalita' dagli accelerogrammi naturali, superano i momenti di snervamento, calcolati considerando i valori caratteristici delle resistenze dei materiali, di una quantita' che varia dal 9.7% al 19.3%. I valori medi dei momenti massimi superano il momento di snervamento di una quantita' che varia tra il 2.9% e il 15.6%. Si puo' quindi ritenere che, in media, la capacita' delle sezioni non sia stata sfruttata completamente e che esistano ancora dei margini di resistenza che rendono accettabile l'ipotesi di duttilita' infinita (adottata nell'analisi dinamica nonlineare), anche se per effetto di taluni accelerogrammi si riscontrano delle richieste di duttilita' vicine al valore limite.

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro e' stato implementato, nel codice di calcolo RCDYNA per l'analisi sismica di telai piani in c.a., un modello inelastico di colonna a plasticita' diffusa. Particolare cura e' stata rivolta al completamento del codice numerico per la parte riguardante la determinazione dei parametri della risposta che forniscono stime significative del danno strutturale. Si e' valutata l'influenza che puo' avere la possibile formazione di cerniere plastiche nelle travi e nelle colonne in un telaio progettato secondo la filosofia "strong column-weak girder". I risultati ottenuti sottoponendo un telaio, progettato nel corso del presente lavoro secondo le prescrizioni contenute in [23], all'eccitazione dovuta a diversi sismi hanno portato a riconoscere la presenza di zone plastiche, oltre che nelle travi, anche alla base della struttura e nelle colonne del piano dove si ha una variazione di rigidezza. L'avvenuta formazione di cerniere plastiche nelle colonne non ha tuttavia condotto ad eccessivi aumenti della risposta strutturale; dall'analisi dei risultati si puo' concludere che, per quanto puo' essere colto dal modello adottato, il comportamento della struttura e' soddisfacente e che le prescrizioni contenute nell'EC8 permettono una corretta progettazione antisismica.

Il codice numerico utilizzato appare idoneo a calcolare la risposta sismica di un telaio in c.a. Una modellazione piu' raffinata per la base delle colonne, condizionata pero' dalla

possibilita' di poter effettuare delle iterazioni sul passo d'integrazione al fine di poter ristabilire l'equilibrio, potrebbe essere adottata per tener conto dell'interazione M-N. Inoltre, futuri studi potrebbero essere indirizzati ad un modello di asta che consenta la formazione di una cerniera plastica all'interno dell'elemento, al fine di rappresentare correttamente il comportamento delle travi dei piani alti, in cui l'effetto dei carichi statici e' paragonabile a quello dei carichi sismici. In ultimo, sarebbe auspicabile un ulteriore approfondimento della definizione dello smorzamento in campo non lineare. Non sono emerse infatti chiare indicazioni su quale sia il tipo di smorzamento piu' idoneo a rappresentare la realta' fisica del fenomeno.

### Ringraziamenti

Il presente lavoro si basa sulla tesi di laurea svolta dal secondo autore sotto la guida del primo autore, nell'ambito del corso di Ingegneria Sismica e Problemi Dinamici Speciali tenuto al Politecnico di Milano, di cui e' docente il Prof. Alberto Castellani. Si ringraziano il Prof. Castellani per le proficue discussioni sulle tematiche studiate e l'ing. F. Perotti per avere fornito gli accelerogrammi artificiali utilizzati nel presente lavoro. La presente ricerca e' stata svolta con il contributo del Ministero della Pubblica Istruzione.

### 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Paulay T., "Developments in the Seismic Design of Reinforced Concrete Frames in New Zeland", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 8, 1981, pag. 91-113.
- [2] Cedolin L., Dei Poli S. e Malerba P.G., "Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Beams", Costruzioni in Cemento Armato, Studi e Rendiconti, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, 1977, pag. 15-30.
- [3] Kang Y.J. and Scordelis A.C., "Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Frames", Journal of Structural Division, Vol. 106, Feb. 1980, pag. 445-462.
- [4] Aparicio A.C., Arenas J.J. and Alonso C., "Examples of Moment Redistribution in Continuous P.P.C. Bridges", Int. Symp. on Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete, Preliminary Publication, Vol. 2, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1983, pag. 185-204.
- [5] Appleton J., Camara J. and Almeida J.F., "Elastoplastic Analysis and Design of Partially Prestressed Concrete Beams", Int. Symp. on Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete, Preliminary Publication, Vol. 2, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1983, pag. 77-106.
- [6] Cauvin A., "Nonlinear Analysis of P.C. Continuous Beams and Frames" Int. Symp. on Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete, Preliminary Publication, Vol. 2, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1983, pag. 107-124.
- [7] Levi F., Mancini G. and Munari D., "Hyperstatic Effects of Prestressing between Serviceability and Ultimate Limit State", Int. Symp. on Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete, Preliminary Publication, Vol. 2, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1983, pag. 1-23.
- [8] Arzoumanidis S.G., "Earthquake Response of Reinforced Concrete Frame Structures", Proceedings of the Seventh European Conference on Earthquake Engineering, Vol. 4, Athens, Greece, Sept. 1982.
- [9] Takeda T., Sozen M.A. and Nielsen N.N., "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, Dec. 1970, pag. 2557-2573.
- [10] Otani S., Kitayama K. and Aoyama H., "Beam Bar Bond Stress and

- Behaviour of R.C. Interior Beam-Column Connections", Second U.S.-N.Z.-Japan Seminar on Design of R.C. Beam-Columns Joints, Tokyo, Japan, May 29-30, 1985.
- [11] Giberson M.F., "Two Nonlinear Beams with Definition of Ductility" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, July 1974.
- [12] Roufaiel M.S. and Meyer C., "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of R.C. Frames", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, March 1987, pag. 429-444.
- [13] Al-Haddad M.S. and Wight J.K., "Relocating Beam Plastic Hinges Zones for Earthquake Resistant Design of Reinforced Concrete Buildings", ACI Structural Journal, Mar.-Apr. 1988, pag.123-133.
- [14] Clough R.W., "Effects of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements", Structural Engineering Laboratory, Report No. 66-16, University of California, Berkeley, Oct. 1966.
- [15] Keshavarzian M. and Schnobrich W., "Computed Nonlinear Seismic Response of R/C Wall-Frames Structures", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 515, University of Illinois at Urbana-Champaign, May 1984.
- [16] Soleimani D., Popov E.P. and Bertero V.V., "Nonlinear Beam Model for R/C Frame Analysis", Seventh Conference on Electronic Computation, ASCE, St. Louis, Missouri, Aug. 1979.
- [17] Saatcioglu M. and Ozcebe G., "Response of Reinforced Concrete Columns to Simulated Seismic Loading", ACI Structural Journal, Jan.-Feb. 1989, pag. 3-12.
- [18] Priestley M.J.N. and Park R., "Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns under Seismic Loading", ACI Structural Journal, Jan.-Feb. 1987, pag. 61-76.
- [19] Ang B.G., Priestley M.J.N. and Paulay T., "Seismic Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns", ACI Structural Journal, Jan.-Feb. 1989, pag. 45-59.
- [20] Ma S.M., Bertero V.V. and Popov E.G., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams", Earthquake Engineering Research Center, Report No. EERC 76-2, University of California, Berkeley, May 1976.
- [21] Mulas M.G., "Sul Calcolo della Risposta Sismica di Telai Piani in C.A.", Technical Report No. 2-88, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano, 1988.
- [22] Mulas M.G., Filippou F., "Analytical Procedures in the Study of Seismic Response of Reinforced Concrete Frames", Engineering Structures, Vol. 12, Jan.1990, pag. 37-48.
- [23] EUROCODE No.8 - Structures in Seismic Regions - Design - Part 1: General and Buildings, Commission of the European Communities, May 1988.
- [24] EUROCODE No.2 - Design of Concrete Structures - Part 1 : General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, Dec. 1988.
- [25] Galli C., "Analisi Sismica di un Telaio Piano in C.A. Tipo Strong Column-Weak Girder", Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, Facolta' di Ingegneria, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Dicembre 1989.
- [26] "Plots of the Processed Data for the Interim Set of 14 Records from the Santa Cruz Mountains (Loma Prieta) Earthquake of October 17, 1989, State of California, Department of Conservation, Division of Strong Motion Studies, CSMIP.
- [28] Perotti F., Scarlassara G.P., "Concentrically Braced Steel Frames under Seismic Actions: Nonlinear Behaviour and Design Coefficients", in corso di pubblicazione su Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1991.
- [29] Park R. and Ruitong D., "Ductility of Doubly Reinforced Concrete Beam Sections", ACI Structural Journal, March-April 1988, pag. 217-225.

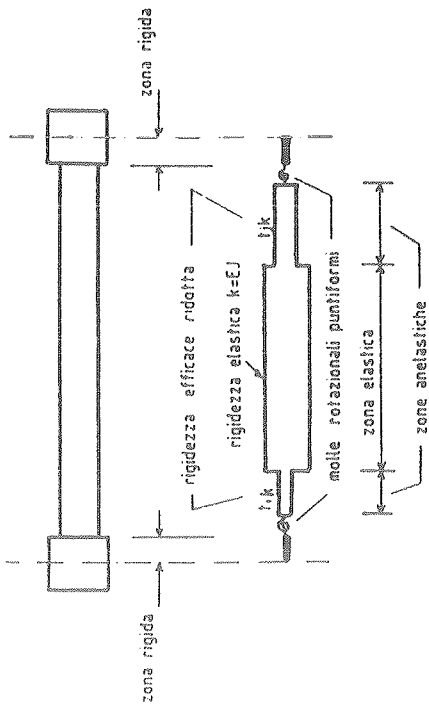


Fig. 1

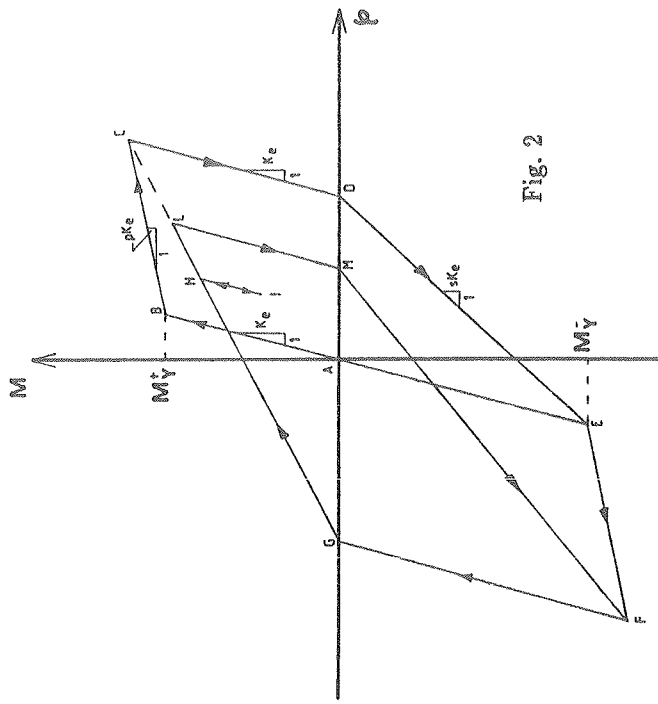


Fig. 2

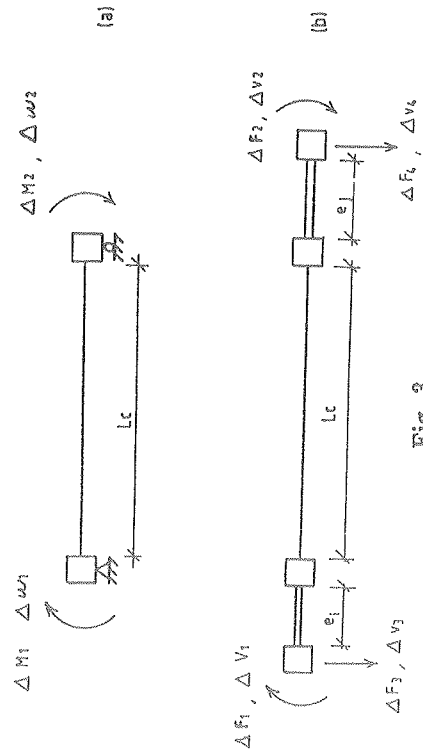


Fig. 3

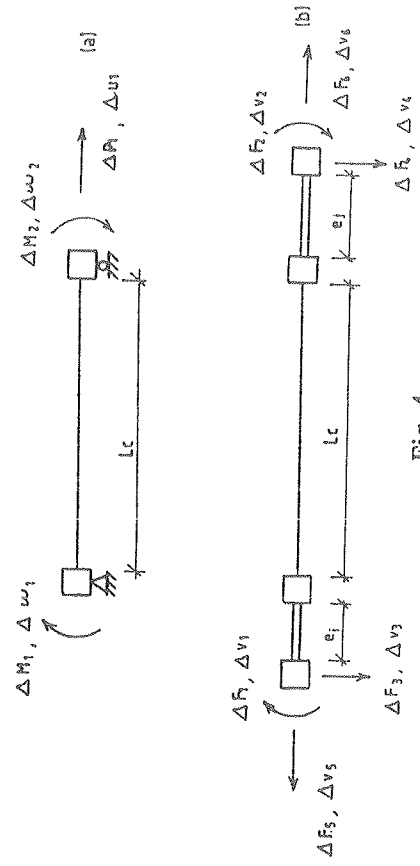


Fig. 4

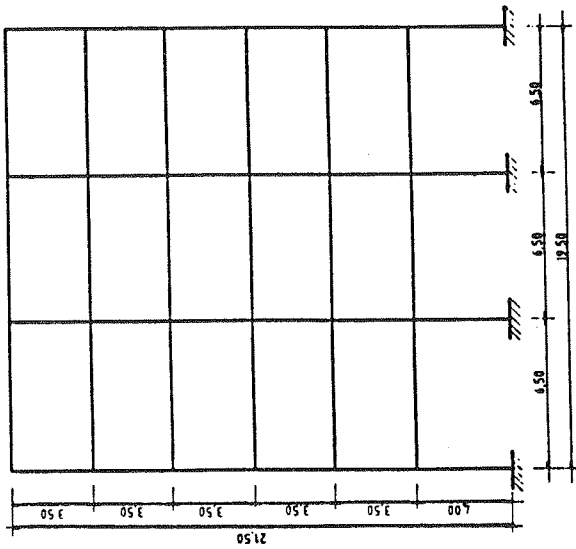


Fig. 5

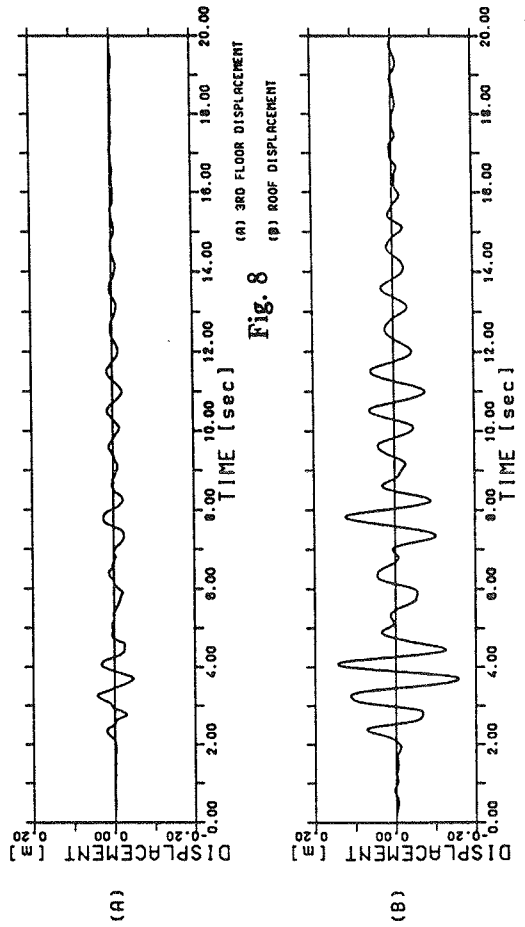
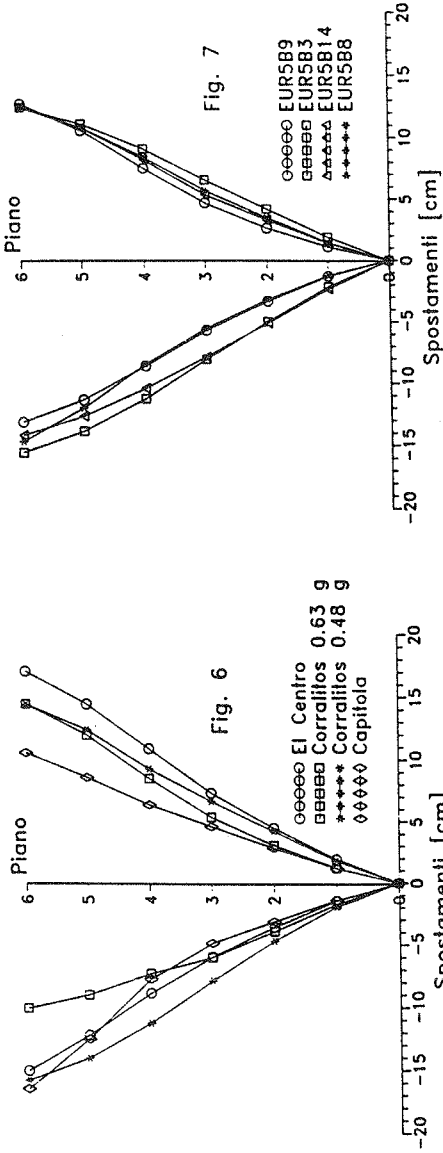


Fig. 8

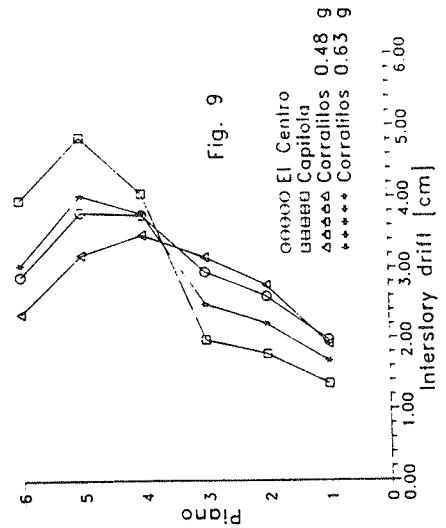


Fig. 9

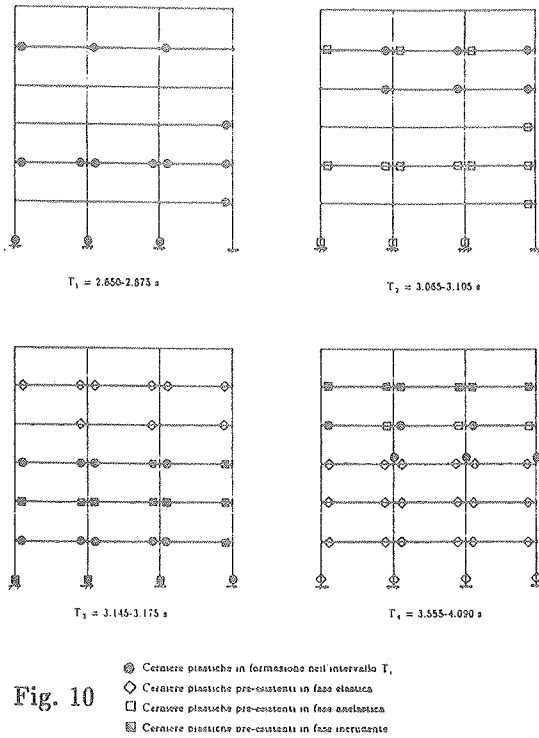


Fig. 10

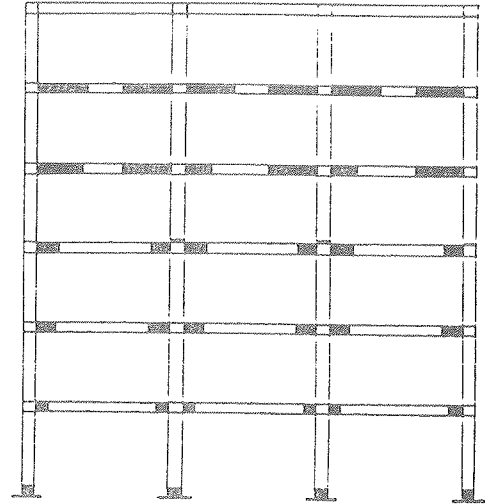


Fig. 11

LOMA PRIETA 1989 EARTHQUAKE - CORRALITOS .49 G  
 SPREAD PLASTICITY MODEL - INELASTIC COLUMNS  
 JOINT POSITION : 1st STORY, 2nd COL. BOTTOM END

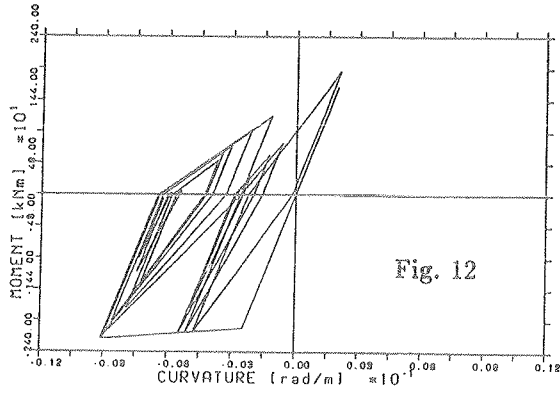


Fig. 12

SIMULATED EARTHQUAKE EC-SPECTRUM-B 9  
 SPREAD PLASTICITY MODEL - INELASTIC COLUMNS  
 JOINT POSITION : 1st STORY, 2nd COL. BOTTOM END

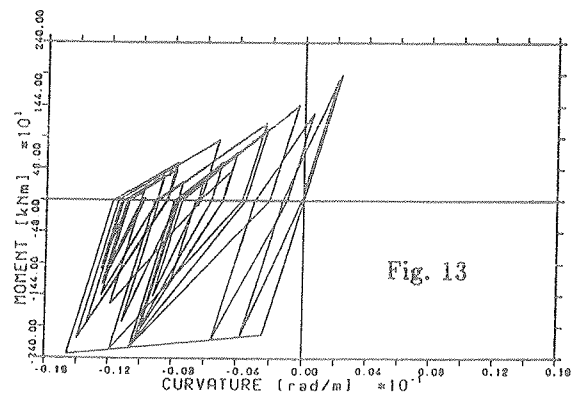


Fig. 13

LOMA PRIETA 1989 EARTHQUAKE - CORRALITOS .49 G  
 SPREAD PLASTICITY MODEL - INELASTIC COLUMNS  
 JOINT POSITION : 3rd STORY, 1st BAY, LEFT END

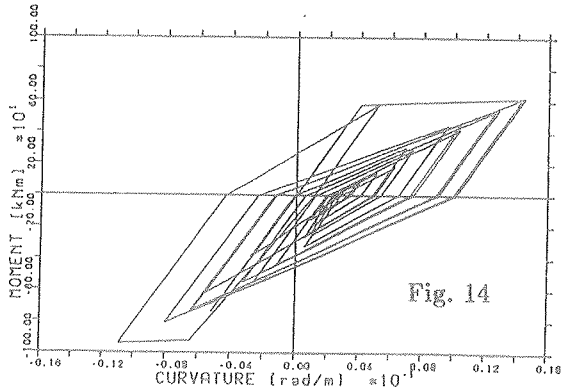


Fig. 14

SIMULATED EARTHQUAKE EC-SPECTRUM-B 9  
 SPREAD PLASTICITY MODEL - INELASTIC COLUMNS  
 JOINT POSITION : 3rd STORY, 2nd BAY, LEFT END

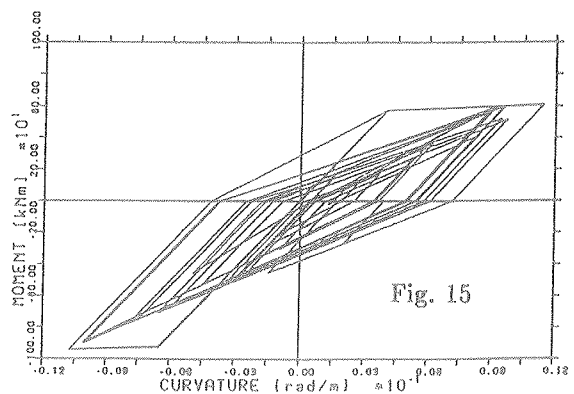


Fig. 15

PIASTRE DI CONGLOMERATO CEMENTIZIO RINFORZATO CON FIBRE  
"MORBIDE" SOTTOPOSTE AD AZIONI IMPULSIVE:  
PROBLEMI DI MODELLAZIONE E VERIFICHE SPERIMENTALI

Emanuele Filiberto RADOGNA - Ezio CARTAPATI - Annibale Luigi MATERAZZI  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Roma "La Sapienza"





PIASTRE DI CONGLOMERATO CEMENTIZIO RINFORZATO CON FIBRE  
"MORBIDE" SOTTOPOSTE AD AZIONI IMPULSIVE: PROBLEMI DI  
MODELLAZIONE E VERIFICHE SPERIMENTALI

E.F. RADOGNA, E. CARTAPATI, A.L. MATERAZZI

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di Roma "La Sapienza"

**SOMMARIO**

L'aggiunta di fibre 'morbide', per esempio polipropilene, migliora il comportamento del conglomerato cementizio nei confronti delle azioni impulsive. Nel presente lavoro vengono presentati i risultati di prove d'urto eseguite su piastre di dimensioni contenute, affiancate da simulazioni numeriche. Il confronto dei risultati ottenuti per via sperimentale con quelli ottenuti per via numerica consente di attivare la discussione sui modelli di calcolo disponibili e di orientare la prosecuzione della ricerca sperimentale.

**SUMMARY**

The addition of 'soft' fibers, like polypropylene, improves concrete behaviour toward impulsive actions. In the present paper the results of impact tests on fiber-reinforced concrete plates, along with those from numerical simulations are reported. The comparison between the experimental results and the numerical ones allows to discuss the performance of the available models and to plan future experimental work.

**1. PREMESSE E SCOPI**

Le fibre utilizzate per la produzione di conglomerato cementizio fibrorinforzato possono classificarsi in a due grandi classi: la prima è quella delle fibre caratterizzate da elevati valori del modulo elastico e della resistenza (fibre cosiddette "dure") e la seconda è

invece quella della fibre che hanno modulo elastico ridotto e minore resistenza (fibre cosiddette "morbide"). Tra le prime ricordiamo le fibre di acciaio, vetro, amianto, carbonio, ecc.; tra le seconde ricordiamo le fibre di polipropilene, nylon, polietilene, ecc. Le prove di laboratorio hanno mostrato che le fibre della prima categoria migliorano il comportamento del composito sia nei confronti delle azioni statiche che di quelle dinamiche, mentre quelle della seconda categoria non migliorano in modo significativo le prestazioni alle azioni statiche, pur continuando a migliorare alle azioni impulsive. In considerazione della relativa scarsità di dati sul comportamento dei conglomerati cementizi rinforzati con fibre "morbide" è stato avviato, presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Roma "La Sapienza", un programma di studio per approfondire le conoscenze sulle caratteristiche di tale materiale composito. Nell'ambito di tale programma di studio, che comprende sperimentazioni sia fisiche che numeriche, sono state effettuate prove sul comportamento all'urto di lastre di conglomerato rinforzato con fibre di polipropilene applicando la tecnica della massa cadente da altezza fissa [1,2].

Lo studio svolto è stato indirizzato all'esame del comportamento delle lastre sotto diversi aspetti, non limitandosi solo a quello della resistenza, già esaminato in altre occasioni, ma considerando anche altre effetti, come la propagazione dell'azione d'urto ed il procedere del danneggiamento del materiale attraverso la formazione e propagazione delle fessure.

Dall'esame comparato dei risultati ottenuti da prove su conglomerati confezionati con diverso contenuto di fibre ed anche, per riferimento, sul calcestruzzo base, viene effettuato un tentativo di interpretazione globale del comportamento della lastra sottoposta alle azioni impulsive, evidenziando quegli aspetti legati alla presenza delle fibre ed in rapporto con il loro dosaggio.

## 2. ASPETTI FENOMENOLOGICI E CLASSIFICAZIONE DEI PROCESSI D'URTO

I processi d'urto sono fenomeni di interazione dinamica tra corpi in moto relativo caratterizzati dal fatto di svolgersi per durate estremamente ridotte, tipicamente millesimi di secondo. Ad esempio è stato trovato per la durata dell'urto longitudinale di due cilindri sottili di acciaio, di ugual lunghezza  $l=30$  cm, il valore  $t=6 \cdot 10^{-4}$  s. Proprio in conseguenza della estrema velocità di evoluzione dei fenomeni le forze scambiate tra i corpi durante il loro contatto possono essere molto elevate, di molti ordini di grandezza superiori a quelle dovute alle forze gravitazionali. Appena avviene l'urto tra due corpi elastici ha inizio una deformazione, per effetto della quale, dalla regione ove è avvenuto il contatto, si propaga in ciascuno dei corpi un sistema di onde elastiche, con velocità che dipendono dalle caratteristiche elastiche del corpo e che si riflettono sulla frontiera del corpo stesso influenzando l'evoluzione dell'urto se questo non è ancora cessato. Non di rado le intense forze scambiate attraverso superfici di area ridotta producono plasticizzazione e danneggiamento nei materiali con conseguente modificazione della

evoluzione stessa del fenomeno, che risulta prolungato e quindi riducendo la grandezza delle forze scambiate.

Numerosi sono i casi in cui opere civili possono essere interessate da fenomeni d'urto durante la loro vita di servizio. Ricordiamo, solo per fare alcuni esempi, le fondazioni di magli, le barriere paramassi, i pontili di attracco per natanti, le piste aeroportuali, le barriere spartitraffico, i rifugi antiaerei.

I processi d'urto possono essere rappresentati, in prima approssimazione, mediante un modello semplificato (Fig. 1), che è utile per definire due casi limite di comportamento ed introdurre una terminologia ricorrente: la definizione di impatto morbido (soft impact) e di impatto duro (hard impact). Il modello è composto di due sole masse:  $M_1$  (il bersaglio) ed  $M_2$  (il proiettile). Una molla di costante elastica  $K_2$  è interposta tra le due masse e simula l'azione di contatto. Una seconda molla rappresenta la rigidità del corpo colpito,  $K_1$ .

Il comportamento del sistema è descritto dalle due equazioni, che derivano dal II e dal III Principio della Dinamica:

$$M_2 \ddot{X}_2 + K_2(X_2 - X_1) = 0 \quad (1)$$

$$M_1 \ddot{X}_1 - K_2(X_2 - X_1) + K_1 X_1 = 0$$

in cui  $X_1$  ed  $X_2$  sono gli spostamenti delle masse  $M_1$  ed  $M_2$  rispetto alle loro posizioni di riposo. La massa  $M_2$  è dotata di una velocità iniziale, che è quella del proiettile al momento dell'impatto con il bersaglio.

Esaminando il sistema di equazioni (1) è possibile identificare due condizioni limite. Quando  $X_2$  è molto più grande di  $X_1$ , il termine  $X_1$  può essere trascurato rispetto ad  $X_2$  e le equazioni possono essere disaccoppiate. E' questo il caso dell'impatto soffice. L'energia cinetica del proiettile viene integralmente trasformata in energia di deformazione del bersaglio. E' possibile calcolare la storia temporale della forza trasmessa tra proiettile e bersaglio (per il tramite della molla  $K_2$ ) ed anche l'andamento della risposta risolvendo indipendentemente le due equazioni del sistema (1).

Quando invece il proiettile è rigido rispetto al bersaglio e viaggia a velocità moderata si verifica il secondo caso limite dell'impatto duro. In questo caso, che è proprio quello delle nostre prove sperimentali, l'energia cinetica del proiettile viene utilizzata principalmente per deformare plasticamente e per danneggiare il corpo colpito. Non è possibile disaccoppiare il sistema (1) ed occorre procedere alla valutazione simultanea della forza generata durante l'urto e della risposta del sistema.

### 3. PROVE D'URTO ESEGUITE SU LASTRE DI CONGLOMERATO RINFORZATO CON FIBRE DI POLIPROPILENE

#### 3.1 Metodologie sperimentali per la valutazione della resistenza all'urto dei conglomerati fibrosi

##### 3.1.1 Metodologie attualmente considerate

Tra le procedure sperimentali disponibili per la caratterizzazione della resistenza all'urto ricordiamo:

- il "drop-weight test";
- il pendolo di Charpy modificato;
- la prova di penetrazione di un proiettile;
- la prova di propagazione di onde d'urto generate mediante un'esplosione.

Il rapporto della Commissione ACI 544 "Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete" [3] (1988) considera tre procedure per la valutazione della resistenza all'urto: una prova del tipo "drop-weight test" non strumentata, e due prove strumentate, la prima sempre del tipo "drop-weight test" e la seconda che utilizza il pendolo di Charpy modificato.

La prima delle tre si realizza mediante una scatola cilindrica d'acciaio, di dimensioni normalizzate, all'interno del quale viene disposto il provino che è appoggiato sul fondo per il tramite di uno strato di lubrificante. Il coperchio della scatola presenta un foro centrale attraverso il quale una sfera d'acciaio mobile appoggia sulla faccia superiore del provino.

La prova avviene colpendo la sfera con un martello e contando il numero dei colpi necessari a produrre la rottura del provino.

Le prove strumentate invece sono dirette al monitoraggio di carichi, deformazioni ed energia dissipata durante singoli eventi d'urto.

Nel caso del sistema "drop-weight" un peso viene rilasciato in caduta libera contro il provino, venendo diretto nella sua traiettoria da apposite guide verticali.

Il metodo del pendolo di Charpy usa invece un pendolo pesante come meccanismo che applica l'azione d'urto. La grandezza della massa e l'altezza di caduta in entrambi i sistemi non sono normalizzate.

Ben note sono peraltro le critiche rivolte da numerosi studiosi a ciascuna delle modalità di prova sopra ricordate. Quella comune a tutte è legata alla difficoltà di individuazione della fessurazione e di definire con precisione il termine della prova stessa, di identificare cioè la condizione di rottura. Tale difficoltà è particolarmente sentita nel caso della prova più semplice, quella normalizzata, nella quale il provino appoggia con tutta la sua superficie inferiore sul banco di prova. Una seconda difficoltà è

quella di tener conto dell'energia cinetica trasportata dai frammenti del provino che si distaccano al momento della rottura. Essa è particolarmente sentita nel caso della prova con il pendolo di Charpy e nelle prove di penetrazione.

Si tende pertanto a sviluppare la sperimentazione secondo la metodologia del "drop weight test" strumentato, che assicura una maggiore ripetitività dei risultati.

### 3.1.2 Metodologia di prova utilizzata

Le prove d'urto sono state eseguite lasciando cadere una sfera d'acciaio avente massa di 1 Kg contro i provini, costituiti da piastre quadrate realizzate con conglomerato cementizio rinforzato con fibre di polipropilene. Nel corso delle prove è stata misurata la forza trasmessa dal proiettile al campione e la storia delle accelerazioni nel campione. Inoltre è stato contato il numero di colpi necessario a rompere il provino.

### 3.2 Procedura di prova

Con riferimento alla disposizione sperimentale rappresentata in Fig. 2, le prove d'urto sono state eseguite lasciando cadere contro il provino una sfera d'acciaio avente massa di 1 Kg dall'altezza fissa di 2 m. Questi valori sono stati prescelti sulla base dei risultati di un'indagine sperimentale preliminare con il criterio di evitare rotture di campioni al primo colpo. La sfera veniva rilasciata dal suo sostegno con velocità iniziale nulla. Dopo l'urto essa veniva recuperata e fatta cadere di nuovo più volte, fino alla rottura del provino.

### 3.3 Strumentazione

La metodologia di prova adottata deve permettere di cogliere gli aspetti essenziali dei fenomeni fisici più importanti che si verificano durante l'urto consentendo la misura delle grandezze dinamiche in gioco durante regimi transitori di durate estremamente ridotte, dell'ordine del decimillesimo di secondo, ben al di sotto dei limiti usuali nei problemi di Ingegneria Civile. A tale scopo è stata messa a punto una strumentazione di misura comprendente:

- celle di carico dinamiche al quarzo modello PCB200B20 applicate alle piastre in corrispondenza del punto di caduta della sfera d'acciaio per misurare la storia temporale della forza applicata;
- estensimetri elettrici a resistenza applicati sulle piastre in prossimità della zona dell'urto;
- accelerometri al quarzo modello PCB303A applicati sulle facce superiori delle piastre alla distanza di 5 cm dal punto colpito dalla sfera;

- oscilloscopio digitalizzatore e memorizzatore modello HP16531A.

Tutti i dispositivi hanno adeguate capacità di risposta nel campo delle alte frequenze, allo scopo di poter registrare fedelmente le uscite dei trasduttori durante l'evento di urto, che, nel caso in esame, si evolve in tempi brevissimi, inferiori al millesimo di secondo.

Le attrezzature utilizzate non si prestano all'esame della fessurazione sotto impulso (diversa dalla fessurazione residua, facilmente visibile), ma solo allo studio degli effetti globali - forze e durate - dell'urto.

Lo studio della evoluzione della fessurazione, previsto nel prosieguo della ricerca richiede l'uso di speciali attrezzature di registrazione cinematografica ad altissima velocità.

### 3.4 Caratteristiche dei campioni

Dopo una serie preliminare di prove condotte secondo la metodologia presentata, ma non strumentate [1], in una fase successiva sono state condotte prove strumentate su piastre quadrate di lato 60 cm e spessore 4 cm, rinforzate con fibre di polipropilene [2]. Sono state sottoposte a prova quattro serie di piastre aventi percentuale di fibre crescente. Le caratteristiche geometriche e meccaniche principali delle quattro serie considerate (ciascuna composta di 4 elementi) sono presentate in Tab. I. Per quanto riguarda la energia di frattura  $G_f$ , essa è stata valutata mediante prove standard di flessione su tre punti su travetti intagliati in condizioni statiche. Ben noti sono peraltro i problemi connessi con la valutazione di tale parametro nel caso di conglomerato fibroso. Questo tipo di prova è stato utilizzato in considerazione della sua semplicità ed al fine di stabilire un paragone tra le energie di frattura di conglomerati confezionati con quantitativi di fibre diversi.

TABELLA 1 - Caratteristiche dei provini

| Serie | $V_f$<br>[%] | S<br>[cm] | B<br>[cm] | $E_c$<br>[kN/mm <sup>2</sup> ] | $\sigma_t$<br>[N/mm <sup>2</sup> ] | $g_c$<br>[N/mm] | $G_f$<br>[N/mm] |
|-------|--------------|-----------|-----------|--------------------------------|------------------------------------|-----------------|-----------------|
| A     | 0.0          | 60.0      | 4.0       | 29.0                           | 3.89                               | 27.5            | 19.0            |
| B     | 0.2          | 60.0      | 4.0       | 21.3                           | 3.51                               | 26.8            | 32.0            |
| C     | 0.4          | 60.0      | 4.0       | 20.6                           | 3.39                               | 28.8            | 58.0            |
| D     | 0.8          | 60.0      | 4.0       | 22.0                           | 3.78                               | 20.6            | 72.0            |

### 3.5 Risultati

I risultati ottenuti sono presentati in Tab. 2 sotto forma di numero di colpi a rottura ed energia corrispondente  $W$ , di intensità massima della forza d'urto  $P_{max}$  e di durata del fenomeno. Tutti i valori sono stati mediati sull'insieme dei risultati sperimentali e per questo motivo si verifica che il numero di colpi a rottura non è un numero intero, ma è in generale un numero reale.

Come si può vedere c'è un sensibile incremento del numero di colpi a rottura man mano che aumenta il tenore di fibre. Corrispondentemente si nota una diminuzione del valore della forza massima  $P_{max}$ .

Questo risultato conferma che il conglomerato contenente un più alto tenore di fibre può sopportare un maggiore danneggiamento, e conseguentemente può risultare meno rigido, fornendo così una forza reattiva di intensità minore.

La durata del fenomeno è poco variabile col tenore di fibre e si aggira intorno a 0.20 ms, come si può anche vedere in Fig. 3, dove è riprodotto il visore dell'oscilloscopio durante una prova tipica. Il diagramma si riferisce alla storia temporale della forza misurata alla cella di carico. La distanza sull'asse dei tempi tra le due linee tratteggiate rappresenta la durata dell'impatto e corrisponde, approssimativamente a 200  $\mu$ s.

TABELLA 2 - Risultati

| Serie | No. di colpi<br>a rottura | $W$<br>[Nm] | $P_{max}$<br>[kN] | Durata<br>[ms] |
|-------|---------------------------|-------------|-------------------|----------------|
| A     | 5.50                      | 107.8       | 48.70             | 0.19           |
| B     | 8.75                      | 171.5       | 43.20             | 0.22           |
| C     | 11.75                     | 230.3       | 41.40             | 0.24           |
| D     | 13.50                     | 264.6       | 42.60             | 0.22           |

## 4. MODELLAZIONE NUMERICA DELLE PROVE SPERIMENTALI

Parallelamente alle prove sperimentali sono state eseguite prove d'urto numeriche utilizzando la stessa disposizione delle prove fisiche. L'obiettivo delle analisi numeriche è stato duplice: da un lato quello di valutare la forza trasmessa nella zona di contatto studiando l'interazione tra proiettile e bersaglio e dall'altro determinare l'energia necessaria per produrre la rottura del campione.

### 4.1 Considerazioni generali sulla modellazione dei processi d'urto

Le prime ricerche sull'urto dei corpi sono dovute a Galileo, che nella sesta giornata dei "Discorsi" tratta dell'"ammirabile problema della percossa", mettendo in rilievo, tra l'altro, che nell'urto diretto di



due corpi interviene essenzialmente la velocità relativa dell'uno rispetto all'altro.

Un notevole contributo fu portato, pochi anni dopo, da Newton, in particolare con il III Principio della Dinamica. Ebbe così inizio la teoria meccanica dell'urto di due o più corpi, la quale riguarda questi come rigidi, prima e dopo l'urto. Tale teoria trascura volutamente l'andamento del fenomeno durante l'urto ed in particolare non è quindi in grado di valutare la grandezza delle forze scambiate tra i corpi durante il contatto. Lo studio dell'urto tra corpi reali, nel senso di deformabili, ha dato luogo a quella che si può chiamare teoria elastica dell'urto.

Un primo tentativo in tal senso è dovuto a Poisson (1833) e poi a de Saint Venant (1867) e a Neumann e Voigt (1882), che studiarono l'urto longitudinale di barre elastiche sottili, dello stesso materiale, o l'urto subito da un barra percossa ad un estremo, l'altro estremo essendo libero o no.

Questi problemi vengono impostati sulle equazioni dell'elasticità per il caso unidimensionale, con speciali condizioni al contorno.

Sono del 1881 i classici studi di Hertz sul comportamento di corpi elastici premuti l'uno contro l'altro in condizioni puramente statiche, sui quali è basata la teoria dell'urto di sfere elastiche collidenti. Secondo tale teoria, la cui applicazione conduce a valori molto rilevanti delle forze di contatto, la deformazione elastica complessiva delle due sfere varia con la potenza  $2/3$  della pressione di contatto.

Nel caso più generale di corpi tridimensionali, l'equilibrio in campo dinamico è espresso dalle equazioni di Navier:

$$(\lambda + \mu) u_{i,ij} + \mu u_{j,ii} + \rho f_j = \rho \ddot{u}_j \quad (2)$$

Partendo da queste considerazioni nel 1889 Rayleigh e Lamb studiarono la propagazione di onde d'urto viaggianti all'interno di piastre in regime di deformazione piana, pervenendo alla seguente equazione differenziale:

$$\nabla_{\frac{z}{z}}^2 u_z = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (3)$$

La soluzione in forma esplicita di questa equazione è possibile soltanto in alcuni casi particolari e comunque esclusivamente in regime di elasticità lineare. Nella maggior parte dei processi d'urto reali il comportamento dei materiali, specialmente nelle immediate vicinanze del punto di impatto, è marcatamente non lineare in conseguenza della elevata intensità delle deformazioni e delle tensioni e del danneggiamento progressivo del materiale. Per questo motivo la soluzione dell'equilibrio dinamico va ricercata per mezzo di tecniche numeriche, che risolvono le equazioni differenziali che governano il problema mediante discretizzazione dei domini di definizione delle variabili, tanto per quanto riguarda lo spazio che il tempo.

#### 4.2 Modello numerico adottato

Al fine di risolvere il problema numerico si è scelto applicata la tecnica degli elementi finiti considerando un modello strutturale assialsimmetrico (vedi Fig. 4) allo scopo di ridurre l'onere di calcolo, trasformando il problema tridimensionale in un problema piano.

Le elaborazioni sono state condotte con riferimento alla percentuale B di fibre (vedi Tab. II), che corrisponde allo 0.2 % in volume.

#### 4.3 Legame costitutivo adottato per il conglomerato fibroso

Particolare attenzione è stata dedicata alla rappresentazione del comportamento non-lineare del conglomerato fibroso.

Tra i vari approcci teorici disponibili è stato adottato quello che prevede uno stato di fessurazione diffuso nel materiale (Crack band model), seguendo la impostazione di Bazant [4].

Come è noto tale modello rappresenta il comportamento post-picco del conglomerato teso mediante una relazione  $\sigma$ - $\epsilon$  con pendenza negativa correlata al valore della energia di frattura  $G_f$  del materiale. L'applicazione di questo modello di fessura diffusa, che può essere giustificato dalla reale ramificazione della fessurazione nel conglomerato fibroso, presenta noti aspetti di praticità legati alla sua facile incorporazione in procedure di calcolo automatico. La obiettività del modello, e cioè la indipendenza dei risultati dal grado di finezza del reticolo di calcolo, viene ottenuta facendo dipendere la tensione di rottura per trazione del materiale dalle dimensioni dell'elemento stesso, in modo da assicurare una corretta dissipazione di energia per unità di superficie.

#### 4.4 Valutazione numerica della forza di contatto

La storia temporale della forza di contatto è stata valutata per via numerica studiando la interazione tra il proiettile ed il bersaglio. A tale scopo la "azione d'urto" è stata assegnata mediante opportune condizioni iniziali (espresse in termini di velocità ed accelerazione) ai nodi della regione rappresentante il proiettile. La storia temporale della forza così calcolata è rappresentata in Fig. 5. La forza d'urto ha una durata complessiva di circa  $1.5 \times 10^{-6}$  s ed una intensità di 150. kN. Come è facile vedere il livello della forza è circa triplo di quello misurato sperimentalmente e, coerentemente, la durata del processo è molto minore.

#### 4.5 Valutazione numerica del numero dei colpi a rottura

Nella seconda parte delle analisi l'azione d'urto è stata invece assegnata come una forzante nota avente andamento triangolare con durata complessiva di  $2 \times 10^{-4}$  s ed intensità massima di 40. kN, valori questi desunti dalle prove sperimentali. Applicando questa procedura è stato determinato il numero di colpi necessario a portare a rottura il

modello, intendendo per rottura la condizione della impossibilità di mantenere in equilibrio dinamico il sistema strutturale. Il numero di colpi così determinato è stato di cinque, valore non molto diverso da quelli sperimentali, che hanno fornito un numero medio di 8.75. Anche l'andamento dello stato di fessurazione della piastra determinato numericamente è risultato in buon accordo con quello sperimentale. Nella Fig. 6 è riportato un dettaglio della zona di contatto con la rappresentazione della zona fessurata a rottura. Come si può vedere la zona di conglomerato fessurata ha l'andamento di un doppio cono avente le basi sulle superfici superiore ed inferiore della piastra. Nelle immediate vicinanze della zona colpita si nota anche la presenza di conglomerato rotto per schiacciamento.

##### 5. CONFRONTO TRA I RISULTATI DELLE PROVE SPERIMENTALI E QUELLI DELLA SIMULAZIONE NUMERICA

Il confronto dei risultati ottenuti durante le prove sperimentali con quelli ricavati dalle simulazioni numeriche conferma l'andamento effettivo, pur evidenziando divari quantitativi. In particolare i valori della durata del processo d'urto e della forza massima trasmessa sono diversi nei due casi. Una probabile causa può essere ricercata nella formulazione del modello adottato per il conglomerato fibroso, che sottostima il danneggiamento locale del conglomerato nelle immediate vicinanze della zona di impatto. Inoltre tale modello non prevede la variabilità dei parametri elastici e di resistenza del materiale con la velocità di applicazione delle tensioni, effetto che è senz'altro importante in processi che si svolgono ad altissima velocità, paragonabile a quella della propagazione del suono nei solidi. Tenuto conto delle modalità di danneggiamento locale caratterizzate da uno stato di fessurazione multidirezionale, è stata esaminata la possibilità di utilizzare nelle immediate vicinanze della zona colpita un modello di materiale di tipo granulare, con un corrispondente criterio di rottura del tipo di quello di Coulomb (modello di Drucker-Prager). I primi risultati numerici ottenuti appaiono incoraggianti, confermando che il modello è idoneo a simulare in modo più realistico l'elevato stato di danneggiamento locale del conglomerato fibroso. Una definitiva calibrazione del procedimento richiede però l'approfondimento delle conoscenze sperimentali sul comportamento del materiale considerato alle alte velocità, che può essere ottenuto utilizzando la attrezzatura sperimentale disponibile, opportunamente integrata per la misurazione del modulo elastico e della resistenza in condizioni dinamiche.

##### 6. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Le prove sperimentali eseguite su lastre di conglomerato rinforzato con fibre di polipropilene hanno confermato l'effetto favorevole dell'aggiunta di tale tipo di fibre nei confronti del comportamento del materiale nei riguardi delle azioni impulsive di elevata intensità e breve durata.

I risultati ottenuti da un modello numerico di previsione sono in buon accordo con quelli sperimentali qualora l'urto venga assegnato mediante una forzante di caratteristiche prefissate. La soluzione numerica del problema completo della interazione tra proiettile e bersaglio ha invece condotto alla determinazione di forze di contatto molto maggiori di quelle effettive. Una stima più realistica di tali forze può essere ottenuta mediante un perfezionamento del legame costitutivo del materiale, specialmente per quanto riguarda la relazione tra resistenza, modulo elastico e velocità di deformazione e per quanto riguarda il comportamento in condizioni di elevato danneggiamento nelle vicinanze del punto di impatto. Il raggiungimento di questo obiettivo richiede tra l'altro un perfezionamento nella conoscenza sperimentale delle proprietà del conglomerato fibroso in condizioni di elevata velocità di deformazione, che può essere ottenuto utilizzando l'attrezzatura sperimentale già disponibile, opportunamente integrata.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] CALAMANI, S.; CARTAPATI, E.; RADOGNA, E.F., Influenza dell'aggiunta di fibre di polipropilene nel conglomerato cementizio per l'impiego in elementi prefabbricati, Giornate AICAP '89, Napoli, 4-6 maggio 1989.
- [2] CALAMANI S.; CARTAPATI, E.; MATERAZZI A.L., Impact behaviour of polypropylene-fiber-reinforced concrete plates, 8th European Conference on Fracture (ECF8), Torino, 1-5 oct. 1990.
- [3] ACI Committee 544, Measurement of properties of fiber reinforced concrete, ACI Materials Journal, November-December 1988.
- [4] BAZANT, Z.P.; CEDOLIN, L., Blunt crack propagation in finite element analysis, Jour. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol 105, No. EM2, Apr. 1979.
- [5] CEB, Concrete structures under impact and impulsive loading, Bulletin d'information No.187, Aug. 1988.

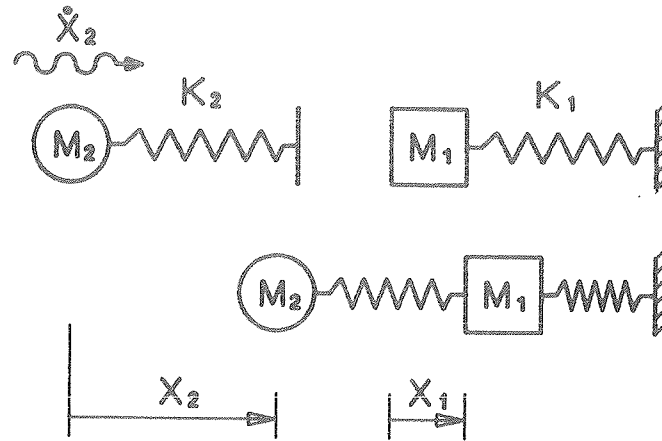


Fig. 1 - Modello di calcolo semplificato per la rappresentazione di processi d'urto.

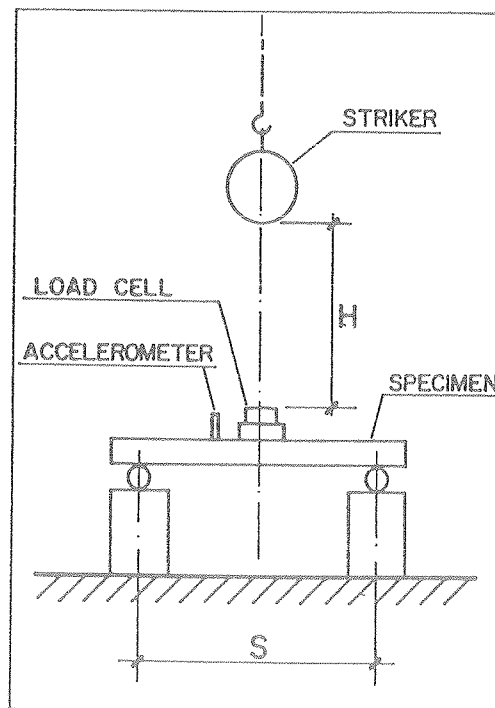


Fig. 2 - Disposizione sperimentale della prova d'urto.

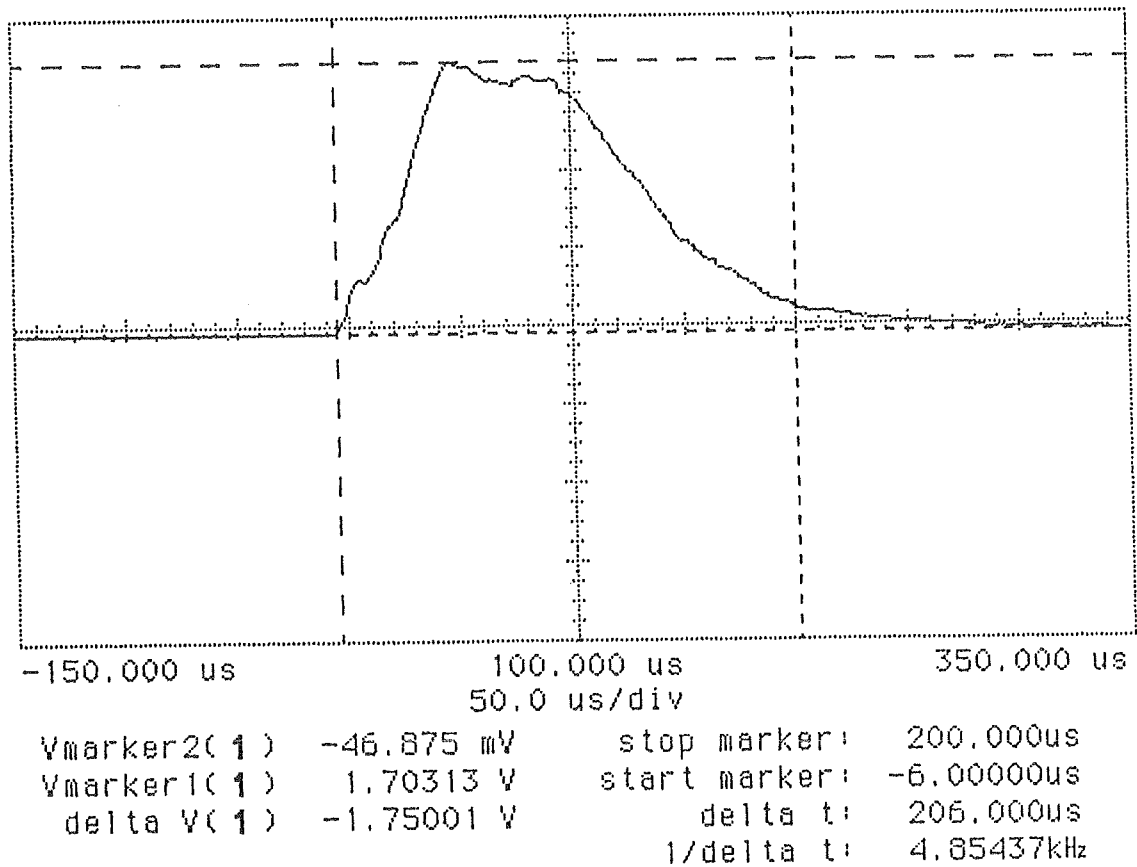


Fig. 3 - Andamento della storia temporale della forza di impatto, misurata durante una prova sperimentale tipica.

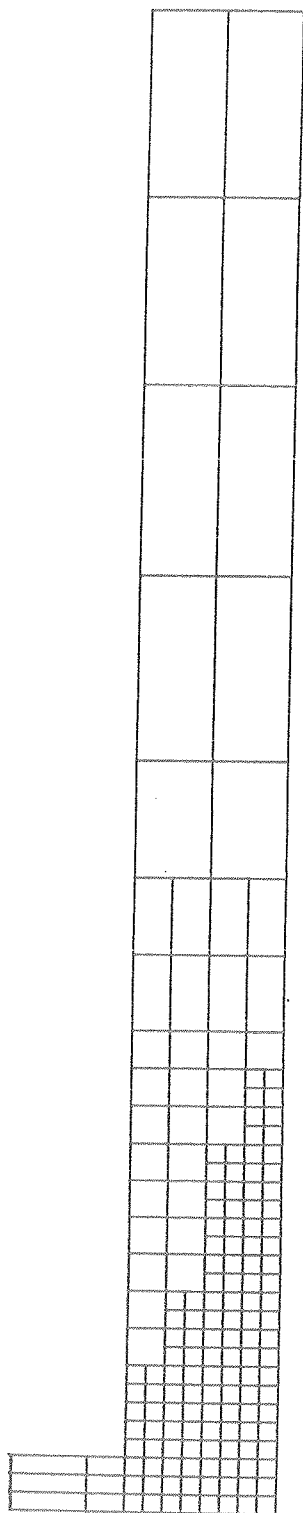


Fig. 4 - Modello di calcolo adottato per le simulazioni numeriche.

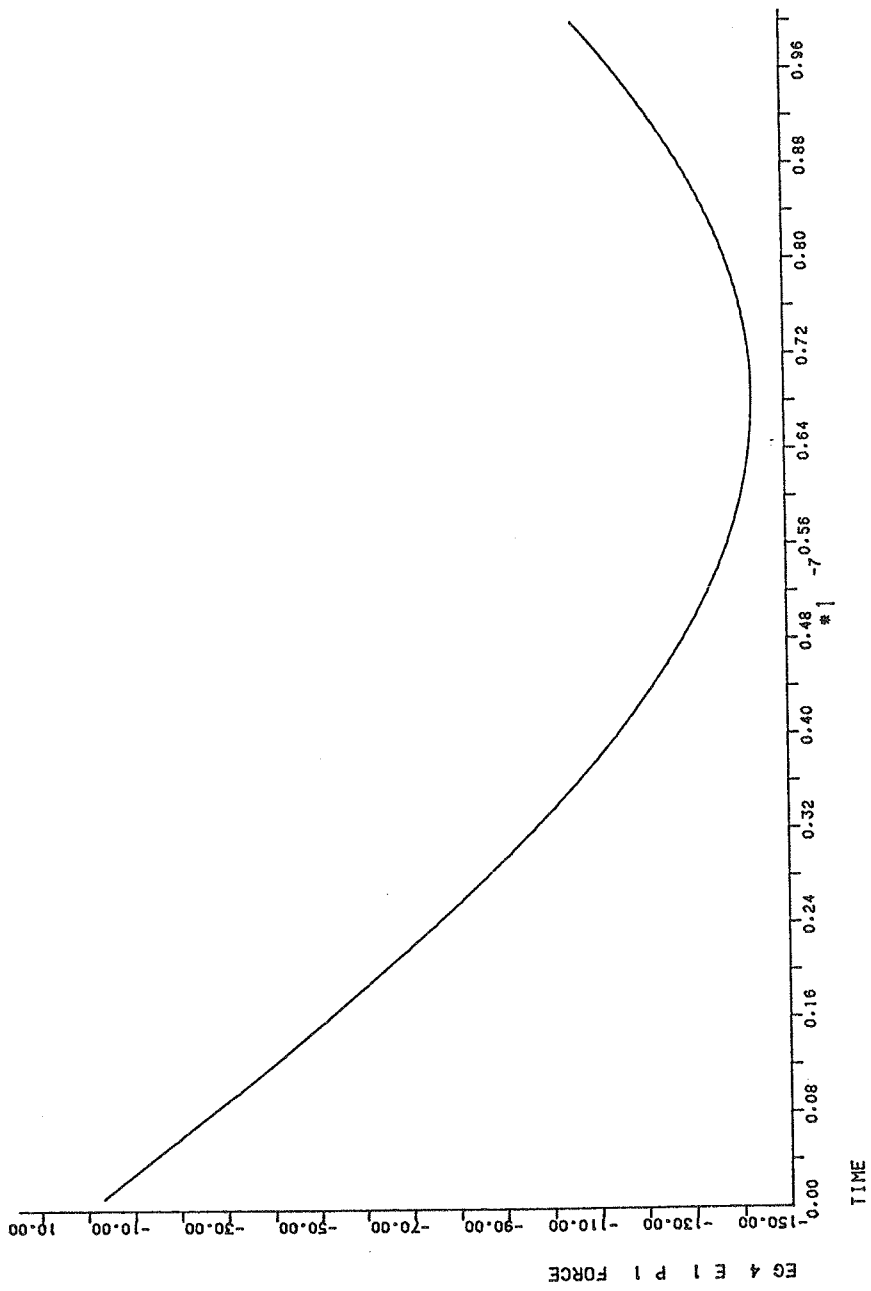


Fig. 5 - Storia temporale della forza d'urto determinata per via numerica.



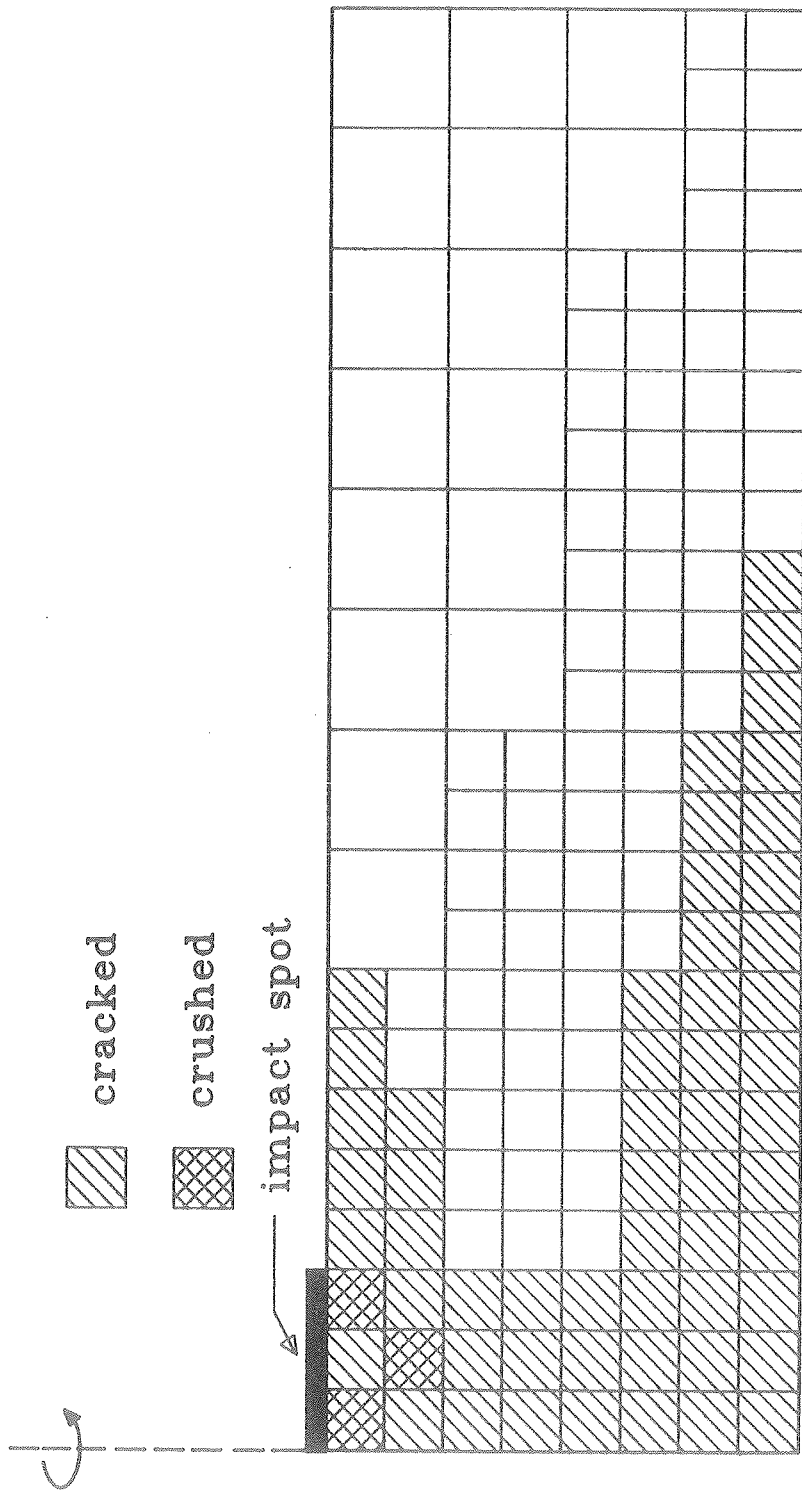


Fig. 6 - Andamento del danneggiamento a rottura determinato per via numerica.

**DUTTILITA' DELLE PARETI SISMICHE IN C.A.**

**Nunzio SCIBILIA - Francesco COSTA - Giacomo CRISCENTI**  
**Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Palermo**



## DUTTILITA' DELLE PARETI SISMICHE IN C.A.

Nunzio SCIBILIA, Francesco COSTA e Giacomo CRISCENTI

Università di Palermo, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica

### SOMMARIO

Si esamina il comportamento strutturale di pareti in cemento armato, soggette ad azioni sismiche.

L'analisi è condotta adottando per il calcestruzzo il legame costitutivo di Kent e Park il quale è in grado di tener conto dell'azione di confinamento esercitata dall'armatura, e per l'acciaio un legame costitutivo trilineare, il cui ultimo tratto rappresenta l'incrudimento.

Si considerano pareti aventi sezione trasversale rettangolare, costante lungo l'altezza, con armatura maggiormente concentrata alle estremità della sezione.

Si valuta l'influenza sulla duttilità globale dell'azione di confinamento esercitata dalle armature cerchianti e dall'altezza delle pareti.

### SUMMARY

We analyze the behaviour of reinforced concrete shear walls resisting to the seismic forces.

The Kent and Park's constitutive law is selected to model the concrete, which accounts for the confining effect due to stirrups and a trilinear stress-strain curve is used for the steel reinforcements, which accounts for the strain hardening effect.

The influence of the stirrups arrangement and of the wall height on the ductility is valued and design curves are presented.

### 1. PREMESSA

La resistenza alle azioni orizzontali sismiche, negli edifici in c.a. ed in acciaio, viene spesso affidata a sistemi di controvento costituiti da pareti in cemento armato, indicate generalmente come muri sismici.

In presenza di sistemi deboli devono essere opportunamente limitati lo spostamento relativo tra due piani consecutivi e quello in sommità dell'edificio.

Tale valutazione comporta la corretta determinazione della rigidità delle pareti, la quale è condizionata dallo sviluppo della fessurazione del conglomerato e dalla deformabilità del terreno di fondazione, la quale può incidere sensibilmente qualora si adottino fondazioni dirette.

Per le configurazioni più semplici è possibile tener conto della fessurazione adottando valori di aree e di momenti d'inerzia opportunamente ridotti [7,8].

In presenza di sistemi violenti la struttura deve possedere sufficienti doti di resistenza e duttilità per scongiurare il crollo.

Secondo quanto evidenziato da numerosi ricercatori [2,5,6] il meccanismo di collasso deve avvenire per formazione di cerniere plastiche flessionali, evitando la rottura per taglio, di tipo fragile.

Specifiche regole di progettazione sono contenute nell'Eurocodice 8, il quale prevede i seguenti tre livelli di duttilità:

H = elevata

M = media

L = bassa

e, per gli edifici regolari, attribuisce alle pareti singole con duttilità H un valore del fattore di struttura  $q$  pari a 3.5, più che doppio rispetto a quello assegnato a quelle a bassa duttilità ( $q=1.5$ ).

Valori superiori del fattore  $q$  sino 4.5 possono essere adottati nei casi per i quali è scongiurata la crisi per taglio.

Risulta, pertanto, fondamentale valutare le modalità di collasso delle pareti, determinandone i valori di duttilità globali, i quali possono essere sensibilmente incrementati attraverso un'efficace armatura di confinamento.

Si sono analizzate pareti aventi sezione trasversale rettangolare, costante lungo l'altezza, nell'ipotesi che queste sostengano interamente l'azione sismica, come si verifica ad esempio negli edifici in acciaio con colonne pendolari.

Si è adottato un approccio di tipo cosiddetto microscopico consistente nel ricavare la descrizione del comportamento meccanico sulla base dei legami costitutivi dei materiali.

## 2. LEGAMI COSTITUTIVI DEI MATERIALI

Il comportamento a compressione del calcestruzzo può essere notevolmente migliorato realizzando un'armatura di confinamento, comunemente costituita da spirali o da staffe.

L'azione dell'armatura trasversale sulla duttilità è sufficientemente apprezzabile; mentre lo stesso non avviene per la resistenza massima.

Si elencano i principali fattori che influenzano la duttilità delle sezioni rettangolari (figura 1):

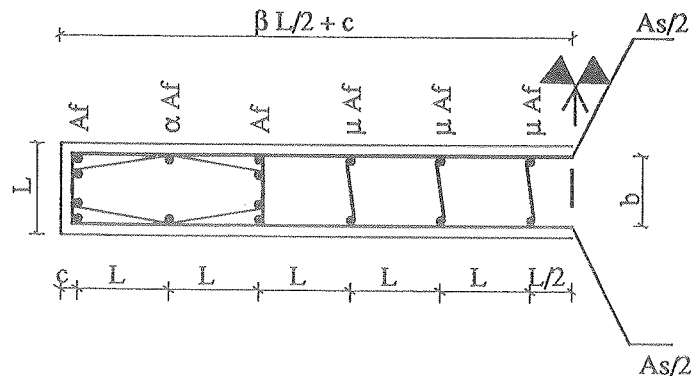
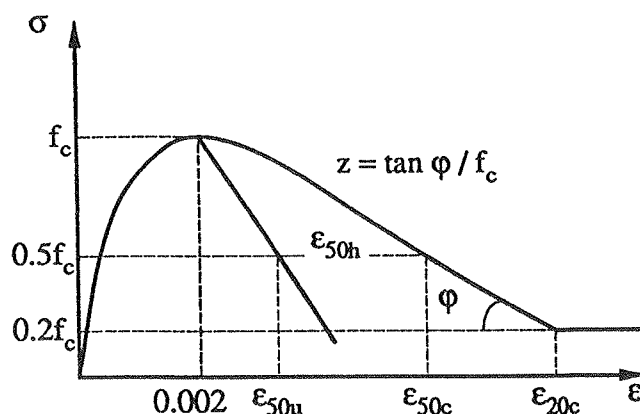


Fig.1 - SEZIONE TRASVERSALE DELLA PARETE

- 1) il rapporto  $r$  tra le aree  $A_c$  del calcestruzzo ed  $A_s$  dell'armatura trasversale;
- 2) la tensione  $f_y$  di snervamento dell'acciaio;
- 3) il rapporto tra il passo  $p$  delle staffe e lo spessore  $b$  del calcestruzzo confinato;
- 4) il rapporto tra il diametro della staffa e la lunghezza del suo lato maggiore, in quanto nel caso di staffe rettangolari o quadrate ne risulta incrementata la rigidezza flessionale;
- 5) la resistenza cilindrica  $f_c$  del calcestruzzo.

Per elevate deformazioni si determina l'espulsione del copriferro, il cui contributo deve essere trascurato.

Nell'analisi si è fatto riferimento al legame costitutivo  $\sigma - \epsilon$  proposto da Kent e Park (figura 2), avente la seguente espressione:

Fig.2 - DIAGRAMMA  $\sigma - \varepsilon$  PER IL CALCESTRUZZO

$$\text{per } \varepsilon_c \leq 0.002 \quad \sigma = f_c [(2\varepsilon_c / 0.002) - (\varepsilon_c / 0.002)^2] \quad (1a)$$

$$\text{per } 0.002 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} \quad \sigma = f_c [1 - z (\varepsilon_c - 0.002)] \quad (1b)$$

dove il parametro  $z$  rappresenta la pendenza del tratto lineare:

$$\begin{aligned} z &= 0.5 / (\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002) \\ \varepsilon_{50u} &= (0.0211 + 0.002 f_c) / (f_c - 7.03) \\ \varepsilon_{50h} &= 0.75 \times r' \times \sqrt{(b/p)} \end{aligned} \quad [f_c \text{ in MPa}]$$

essendo  $r'$  il rapporto tra il volume dell'armatura trasversale e quello del nucleo di calcestruzzo confinato.

La resistenza a trazione del calcestruzzo è stata introdotta soltanto per la determinazione dell'influenza della fessurazione sulla rigidezza.

La deformazione ultima a trazione  $\varepsilon_{ctu}$  dipende, oltre che dalle caratteristiche meccaniche del materiale, anche dalla presenza di armature longitudinali.

In particolare  $\varepsilon_{ctu} = \varepsilon_{ct^0} \times \beta$  dove  $\varepsilon_{ct^0}$  è la deformazione ultima a trazione in assenza di armatura e  $\beta$  è un coefficiente che tiene conto delle armature.

Nel seguito si è assunto:  $\beta = 2$  ed  $\varepsilon_{ct^0} = 0.00015$ , per cui  $\varepsilon_{ctu} = 0.0003$ .

La resistenza a trazione per flessione  $f_{cf}$  è stata determinata in base alla seguente espressione [11]:

$$f_{cf} = 1,3 \times 0,6 \times 0,35 \times (f_c)^{2/3} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (2)$$

Per l'acciaio si è adottato un legame costitutivo trilineare, il cui ultimo lato tiene conto dell'incrudimento (figura 3).

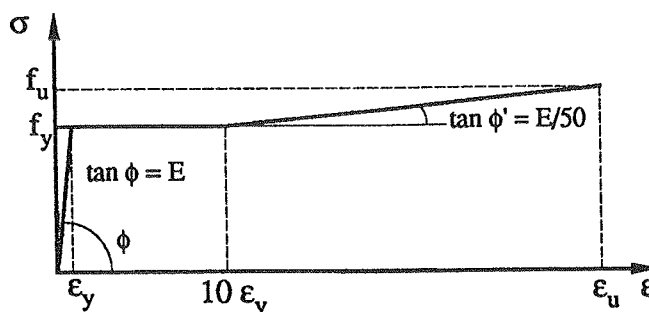


Fig. 3 - DIAGRAMMA TRILINEARE DELL'ACCIAIO

Sperimentalmente questo tratto presenta andamento curvilineo con tangente tendente all'orizzontale ed ha inizio in corrispondenza ad un valore di deformazione pari a dieci volte  $\varepsilon_y$ ; tuttavia, per semplicità di

calcolo, è schematizzabile come rettilineo, la cui pendenza oscilla tra 1/20 ed 1/50 del valore del modulo di Young.

Si è preferito fare riferimento al valore più basso pari ad  $E/50$  e cioè a  $4200 \text{ N/mm}^2$ .

La zona di incrudimento è stata limitata dal raggiungimento della tensione ultima, assunta pari ad 1.3 volte quella di snervamento [12].

Per i tipi di acciaio utilizzati i valori  $\sigma$  ed  $\epsilon$  adottati sono riportati nella seguente Tabella I:

| acciaio  | $f_y$<br>[N/mm <sup>2</sup> ] | $\epsilon_y$ | $f_u$<br>[N/mm <sup>2</sup> ] | $\epsilon_u$ |
|----------|-------------------------------|--------------|-------------------------------|--------------|
| Feb 38 K | 380                           | 0,1810 %     | 494                           | 4,5153 %     |
| Feb 44 K | 440                           | 0,2095 %     | 572                           | 5,2381 %     |

Tabella I

### 3. DEGRADAZIONE DELLA RIGIDEZZA

Sotto l'azione dei carichi sismici, anche di intensità modesta, il muro va incontro ad una progressiva degradazione della rigidezza.

Il fenomeno è dovuto alla fessurazione del calcestruzzo, che si manifesta a partire dalla sezione di base dove agisce il massimo momento flettente.

La degradazione può essere quantificata calcolando un coefficiente riduttivo per il quale moltiplicare il momento d'inerzia e l'area della sezione del muro.

Detto calcolo può effettuarsi con l'ausilio del diagramma  $m - \delta$  rappresentato in figura 4, essendo  $m$  il momento al piede del muro e  $\delta$  lo spostamento alla testa.

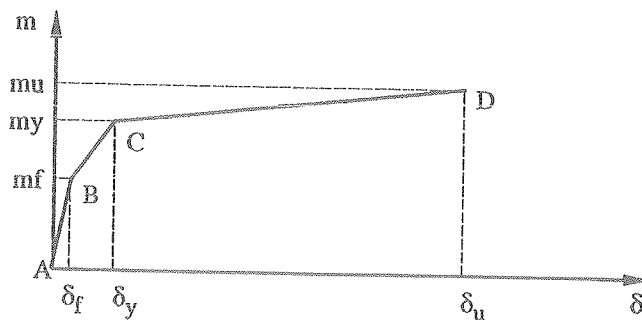


Fig. 4 - DIAGRAMMA MOMENTO-SPOSTAMENTO IN TESTA

Il diagramma, in forma semplificata, presenta tre tratti caratteristici:

- 1) il tratto AB che si estende fino al momento di fessurazione, in cui la rigidezza non è degradata;
- 2) il tratto BC che va dal momento di fessurazione a quello di snervamento dei ferri tesi alla base del muro, e quindi di formazione della cerniera plastica. La rigidezza passa dal valore definito al punto 1, al valore raggiunto allo snervamento dell'acciaio teso, pari al rapporto  $m_y/\delta_y$ ;
- 3) la terza regione (CD) si estende sino al collasso.

Questo segmento in generale è rappresentato come parallelo all'asse degli spostamenti, indicando una fase di comportamento perfettamente plastico, trascurando l'incremento del momento dovuto all'incrudimento.

In questo campo la rigidezza è modesta scendendo anche sotto il 10% di quella iniziale.

Il coefficiente di degradazione può essere definito attraverso il rapporto tra la rigidezza degradata e quella originaria.

Risulta sempre opportuno effettuarne la determinazione sotto l'azione dei sismi medio-deboli, al fine di controllare le limitazioni imposte agli spostamenti assoluti e relativi.

In questo caso i valori del coefficiente di degradazione, riscontrati in alcune applicazioni progettuali, delle quali per brevità si tralasciano i dettagli numerici, sono risultati superiori al valore 0.6 suggerito in bibliografia [7].

Sotto l'azione dei sismi distruttivi non è richiesta in modo esplicito la valutazione della rigidità. Tuttavia può essere interessante effettuarne la determinazione qualora la resistenza sismica venga offerta anche da altri sistemi strutturali, quali ad esempio i telai [8].

I valori del coefficiente di degradazione riscontrato per i suddetti casi sono risultati prossimi a 0.32.

#### 4. DUTTILITA'

Le sezioni in c.a. soggette a tensioni normali presentano un comportamento duttile se l'acciaio teso si snerva prima che sia raggiunta la deformazione ultima del calcestruzzo compresso.

Si assume come misura della duttilità della sezione il rapporto tra la curvatura ultima  $\phi_u$  e quella corrispondente allo snervamento  $\phi_y$ .

Le armature longitudinali sono caratterizzate attraverso la percentuale meccanica di armatura

$$\omega = A_f f_y / N_u.$$

Per conseguire elevata duttilità occorre:

- 1) ridurre la percentuale meccanica di armatura tesa;
- 2) aumentare la percentuale meccanica di armatura compressa;
- 3) infittire la staffatura, effettuando un'efficace cerchiatura del calcestruzzo nelle zone compresse.

Il collasso nei muri può sopraggiungere secondo meccanismi flessionali o di taglio.

Quando una struttura è soggetta all'azione di carichi ciclici, come avviene durante i sismi, occorre conoscerne il ciclo isteretico, in modo da valutarne la resistenza residua alla quale fare riferimento in fase di progetto.

Il tipo di collasso per flessione o per taglio caratterizza l'andamento dei cicli d'isteresi, essendo: quelli per flessione sufficientemente stabili, mentre quelli per taglio con degradazione.

Un elemento caratteristico per la modalità del collasso è il rapporto tra l'altezza  $H$  del muro e la sua lunghezza, indicata come  $\beta L + 2c$  nel seguito; si ritiene [7,12] che un valore di tale rapporto superiore a 2 determini la crisi per flessione.

Essendo la curvatura ultima della sezione definita dal rapporto tra la deformazione limite del conglomerato e la distanza  $x_c$  dell'asse neutro dal bordo compresso, risulta opportuno, a parità di  $\epsilon_{cu}$ , ridurre lo sforzo normale al fine di limitare  $x_c$ .

In presenza di elevati sforzi normali si incrementa la zona di calcestruzzo reagente con aumento della distanza  $x_c$  e diminuzione della curvatura.

Quando tale riduzione non è ammissibile occorre incrementare nelle zone critiche i valori di deformazione ultima, ricorrendo al confinamento per mezzo di armature trasversali.

Esso va esteso per una altezza maggiore della lunghezza di cerniera plastica  $l_p$ , valutabile con riferimento alla simbologia indicata, secondo la nota espressione:

$$l_p = 0.5 \beta L + 0.05 H \quad (3)$$

Nel presente studio si è calcolata la duttilità globale  $q$  attraverso il rapporto tra gli spostamenti orizzontali, ultimi  $\delta_u$  e ed allo snervamento  $\delta_y$  alla testa del muro, sottoposto ad una distribuzione di forze orizzontali triangolari, crescente verso l'alto.

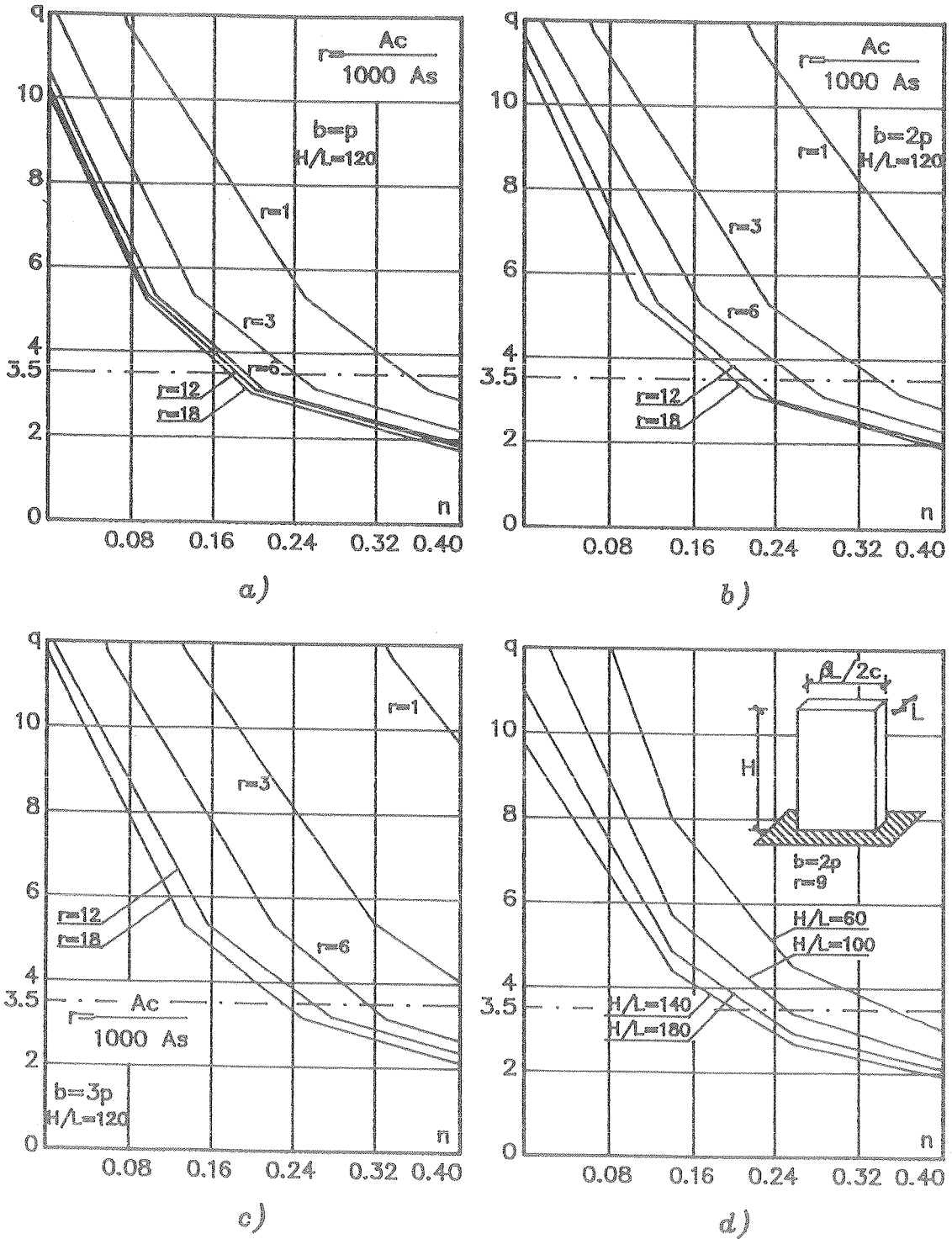
Trascurando la riduzione della rigidità nel tratto fessurato, le rotazioni al piede dovute a cedimenti delle fondazioni ed allo scorrimento delle barre tese per perdita dell'aderenza [9] e le deformazioni indotte dal taglio, si calcola lo spostamento ultimo adottando la seguente espressione:

$$\delta_u = 11/40 \phi_y H^2 + (\phi_u - \phi_y) l_p (H - 0.5l_p) \quad (4)$$

Per la valutazione della duttilità delle pareti rappresentate in figura 1, aventi sezione trasversale rettangolare di base  $L$  ed altezza  $\beta L + 2c$ , provviste di due nuclei terminali cerchiati di sezione  $2L \times b$ , è stato redatto un programma di calcolo automatico.

Si sono adottati i seguenti parametri adimensionali:





Acciaio Fe B 44k    Calcestruzzo  $R_{ck}=30$  MPa  
 $\pi=0.005$      $\beta=20$      $\omega=0.023$      $\alpha=0.33$      $\mu=0.25$

Fig. 5 DIAGRAMMI DI DUTTILITA' GLOBALE DEI MURI SISMICI DI FIG. 3

- il rapporto  $\pi$  tra il copriferro  $c$  e l'altezza della sezione;
- i rapporti  $\alpha$  e  $\mu$  tra le aree delle armature intermedie e di estremità della sezione (figura 1);
- il rapporto  $r$  tra l'area di tutta la sezione di calcestruzzo all'interno delle staffe e l'area di una staffa ( $\beta L \times b / A_s$ );
- il rapporto  $b/p$  tra lo spessore del nucleo cerchiato ed il passo delle staffe.
- la snellezza  $H/L$ .

I risultati ottenuti possono rappresentarsi in diagrammi adimensionali nel piano  $n$ - $q$  al fine di evidenziare l'influenza dei suddetti parametri  $r$ ,  $b/p$  ed  $H/L$  sulla duttilità.

In figura 5 sono riportati alcuni dei suddetti diagrammi relativi ad un esempio di interesse per le applicazioni progettuali, caratterizzato dai seguenti valori: acciaio Feb 44k, calcestruzzo con  $R_{ck} = 30$  MPa,  $\pi = 0.005$ ,  $\beta = 20$ ,  $w = 0.023$ ,  $\alpha = 0.33$ ,  $\mu = 0.25$ . Per i primi tre diagrammi si è posto  $H/L = 120$  e  $b/p$  variabile tra 1 e 3, mentre il diagramma d è relativo ad  $r = 9$  e  $b/p = 2$ .

## 5. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI

I risultati sintetizzati in figura 5 confermano l'importanza di limitare lo sforzo normale; per valori di  $n$  inferiori a 0.16 la duttilità globale è risultata superiore al valore di 3.5 richiesto per le pareti di classe H.

I diagrammi a, b e c evidenziano la maggiore importanza del valore del passo delle staffe, rispetto al loro diametro.

Infatti, per un passo pari allo spessore del nucleo cerchiato ( $b=p$ ) la duttilità raggiunta con staffe  $\phi 10$  è pressoché uguale a quella relativa a staffe  $\phi 6$ . Mentre, riducendo il passo alla metà o ad un terzo si evidenziano notevoli incrementi della duttilità. Per i valori ricorrenti di  $n = 0.16$  ed  $r = 6$  il valore di  $q$  si eleva da 4.2 ( $p = b$ ) a 7.8 ( $p = 0.33b$ ).

Tali risultati sono conformi alle indicazioni regolamentari [12], le quali prescrivono di adottare staffe  $\phi 8$ , disposte ad un interasse pari ad  $1/4$  dello spessore del nucleo cerchiato in zona ad alta sismicità, e ad  $1/3$  in media sismicità.

Il diagramma d evidenzia l'influenza negativa della snellezza sulla duttilità; per  $n = 0.20$  il valore di  $q$  si riduce da 6 per  $H/L = 60$  a 3.5 per  $H/L = 180$ . Nelle pareti aventi spessore di 0.3 m sarebbe possibile raggiungere valori di  $q$  pari a 3.5 con un'altezza  $H$  di 54 m.

L'applicabilità dei risultati sopra indicati richiede ulteriori verifiche di stabilità: globale e locale nei confronti delle barre longitudinali compresse.

Tuttavia, è confermata la possibilità di realizzare pareti duttili attraverso un idoneo confinamento del conglomerato.

## BIBLIOGRAFIA

[1] Park, R. and Paulay, T. "REINFORCED CONCRETE STRUCTURES", John Wiley and sons, 1975.

[2] Bertero, V.V. "SEISMIC BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE WALL STRUCTURAL SYSTEMS", Proc. Seventh W.C.E.E. Istanbul 1980, Vol. VI.

[3] Paulay, T. "EARTHQUAKE-RESISTING SHEARWALLS-NEW ZELAND DESIGN TRENDS", A.C.I. Journal, Maggio/Giugno 1980.

[4] Rega, G. e Vestroni, F. "SUI REQUISITI DI DUTTILITA' DI STRUTTURE SOGGETTE AD AZIONE SISMICA", CISM, 1980.

[5] Bertero, V.V. and Vulcano, A. "ANALYTICAL MODELS FOR PREDICTING THE LATERAL RESPONSE OF RC SHEAR WALLS: EVALUATION OF THEIR RELIABILITY" UCB/EERC N. 87/19 NOV. 1987.

[6] Colotti, V. e Vulcano, A. "COMPORAMENTO DI PARETI STRUTTURALI IN CALCESTRUZZO ARMATO SOGGETTE AD AZIONI CICLICHE DI NOTEVOLE INTENSITA'" Atti delle Giornate A.I.C.A.P. 1987 Stresa.

[7] Paulay, T. "THE DESIGN OF DUCTILE REINFORCED CONCRETE STRUCTURAL WALLS FOR EARTHQUAKE RESISTANCE", Earthquake Spectra, vol. II N. B4, 1987.

[8] Yang, C. and Liu, D. "THE EFFECT OF STIFFNESS DEGRADATION OF SHEAR WALLS AND FLOOR HORIZONTAL DEFORMATION ON THE FRAME-SHEAR WALL BUILDINGS", Proceedings of Ninth W.C.E.E. Tokio/Kioto 1988 (vol.VI 9- 1-3).

[9] El Metwally, S.E. and Chen, F.W. "MOMENT ROTATION MODELLING OF REINFORCED CONCRETE BEAM-COLUMN CONNECTIONS" A.C.I. Journal, Vol 85 N. 36, 1988.

[10]- C.N.R.-G.N.D.T. "NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI IN ZONE SISMICHE".

[11] Eurocodice N. 2 "STRUTTURE IN C. A."

[12] Eurocodice N. 8 "STRUTTURE IN ZONE SISMICHE".

**LA STRUTTURAZIONE INTEGRATA NEL PROGETTO ARCHITETTONICO E  
IMPIANTISTICO: IL CENTRO SERVIZI DI MESTRE DELLA CASSA DI RISPARMIO  
DI VENEZIA**

**Carlo SOLA - Elio SOLA - Emiliano BERNASCONI  
Architetti e Ingegneri Progettisti - Milano**



LA STRUTTURA INTEGRATA NEL PROGETTO ARCHITETTONICO E IMPIANTISTICO  
IL CENTRO SERVIZI DI MESTRE DELLA CASSA DI RISPARMIO DI VENEZIA

C. SOLA, E. SOLA, E. BERNASCONI

Architetti e Ingegneri Progettisti

Milano

SOMMARIO

Ad ulteriore dimostrazione delle validità della progettazione coordinata integrale, se ne illustra un esempio con particolare riferimento all'integrazione della struttura nell'architettura e nell'impiantistica; si propone anche una valutazione dei suoi vantaggi economici e temporali.

SUMMARY

To further demonstrate the validity of the integral coordinate project an example is given with particular reference to the integration between structure and architecture as well as technical plants; a proposal is also put forward on how to evaluate of its economical and time advantages.

1. IL PROGETTO

1.1. Responsabili

|            |   |
|------------|---|
| Architetti | Gian Antonio Bernasconi<br>Emiliano Bernasconi<br>Enrico Chiappetti<br>Vittorio Bussi |
| Strutture  | Carlo Sola<br>Elio Sola   |
| Impianti   | Intertecno S.p.A.<br>M. Costantino e P.L. Cattaneo                                    |
| Impresa    | Guerrino Pivato - Onè di Fonte  |

1.2. Note caratteristiche

L'area su cui sorge il Centro ha una superficie di mq. 17.274 ed è compresa tra la via Torino e il tratto cieco del Canal Salso.

La forma del terreno ad elle, le condizioni idrogeologiche, le regole imposte dal P.R.G. e la necessità di spazi della Cassa hanno condizionato la distribuzione dei corpi di fabbrica e la forma, anche in relazione alla superficie a disposizione.

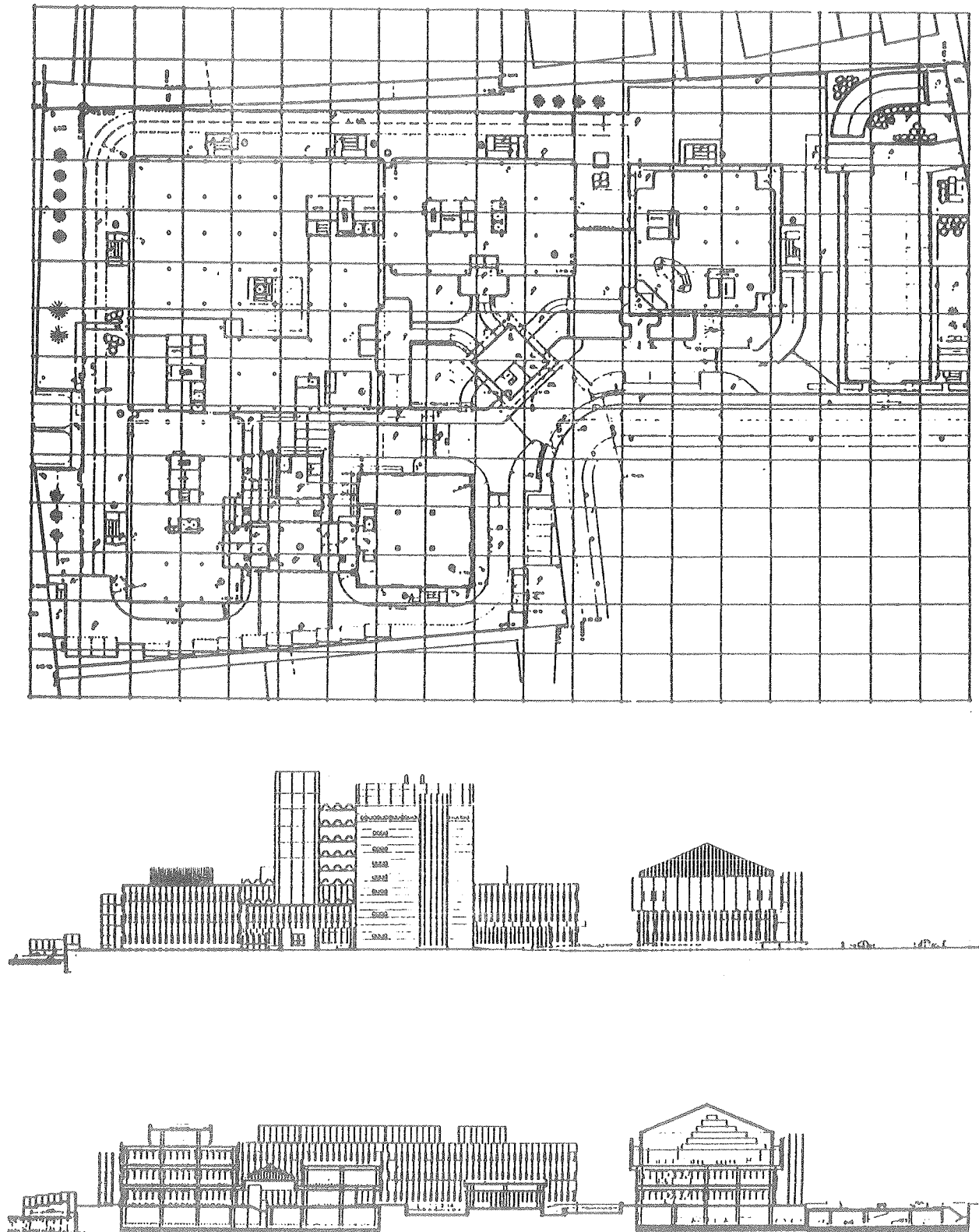


Fig. 1 - Centro Servizi di Mestre della Cassa di Risparmio di Venezia : pianta - prospetto - sezione

Sull'area dovevano trovare posto il centro elaborazione dati, gli uffici ad esso collegati, i servizi tecnici, gli archivi, i magazzini, i posteggi, le autorimesse, le centrali tecnologiche e il centro di rappresentanza.

La necessità di ordinare in modo logico le diverse funzioni ha guidato la compilazione del progetto che ha assunto la forma definitiva dopo otto diverse soluzioni, ciascuna valutata ogni volta con un lavoro continuo di aggiornamento anche degli obiettivi della Cassa.

La superficie complessiva è di mq. 29.000 e la cubatura totale di mc. 118.500.

Il complesso è costituito da diversi corpi di fabbrica con funzioni specializzate.

### 1.3. Criteri informativi del progetto

Progettare vuol dire prefigurare l'oggetto che si vuole realizzare, fornendo agli esecutori tutte le informazioni necessarie.

Queste informazioni sono raccolte in documenti scritti e in elaborati grafici e si devono riferire a tutta l'opera, niente escluso.

Il progetto però non è la somma dei progetti delle singole componenti strutturali tecnologiche architettoniche, ma è un "unicum" iniziato e finito da più persone che collaborano in équipe fissa, non raccogliatrice, e non scelta in funzione politica o a capriccio del Committente.

In questo "unicum" devono essere trasferite tutte le informazioni che si riferiscono ai bisogni del Committente, filtrate attraverso le scelte generali dell'Architetto e della sua équipe.

Il progetto deve essere completo, neppure il numero delle viti deve essere lasciato al caso.

Sembra facile, ma è ancora, almeno da noi, una cosa eccezionale: edifici realizzati con questo metodo unitario sono meta di continui pellegrinaggi da parte di committenti e progettisti.

Affinché un'architettura abbia il più basso costo di costruzione, di gestione e di manutenzione, con il massimo benessere fisico e psichico, è necessario che siano rispettate due condizioni:

1. deve essere fatta un'analisi di costo globale, che tenga conto dei costi di costruzione, gestione e manutenzione, senza cercare di far apparire minimi i costi dei singoli componenti a scapito degli altri (per esempio, lasciando in sospeso la valutazione dei costi delle opere murarie accessorie per il montaggio degli impianti);
2. deve essere fatto un bilancio energetico globale; solo in questo modo si può confrontare un'architettura con un'altra al fine del risparmio, e per questo è importante che il progetto sia unico e le verifiche siano preventive.

Progetti somma di progetti singoli in genere non tengono conto di queste due caratteristiche, per cui solo apparentemente e in fase preventiva sono a basso costo e a basso consumo energetico.

Un progetto, poi, deve essere realizzabile per quanto possibile per componenti reperibili sul mercato o costruiti "ad hoc", fuori opera, da normali imprese, meglio se improntate a una spiccata attitudine al montaggio. Al contrario, la industrializzazione pesante che comporta limiti di scelte ed è determinante per l'aspetto architettonico, essendo essa stessa progetto, non consente libertà di espressione e di utilizzazione.

Si è cercato di trasferire tutto ciò nella progettazione del Centro Servizi di Mestre.

In esso base della composizione progettuale è il modulo di m. 2,40 x 2,40 con multipli e sottomultipli.

I pilastri hanno una maglia di m. 7,20 x 7,20. Particolare importanza ha il sottopmultiplo di m. 0,60 x 0,60 che corrisponde alla modulazione tipica di molti prodotti di finitura, quali, ad esempio i pavimenti componibili sopraelevati.

La composizione parte, appunto dal reticolo di m. 0,60 x 0,60 del pavimenti: la collocazione dei collegamenti verticali, dei pilastri, dei muri, dei montanti delle finestre, e delle facciate è determinata rigidamente in base a questo reticolo. Un sistema ragionato consente di predeterminare le tolleranze di montaggio. Tutti i componenti progettati o acquistati rispettano il modulo.



Il montaggio di tutti gli elementi fabbricati, fuori opera e avvenuto con dadi e bulloni fissati a una trama di ferri ad omega che, con cadenza di m. 1,20, sono predisposti e distribuiti in tutte le strutture orizzontali o verticali, per cui nessun foro è stato praticato al di fuori di quelli previsti dal progetto e nessun chiodo sparato o tassello inserito.

Tutto è stato appeso, supportato o fissato ai ferri ad omega che complessivamente raggiungono la lunghezza totale di cinquanta chilometri: questo ha consentito un rapido e ordinato montaggio di pannelli, serramenti, canali, tubi, parti elettriche, controsoffitti e così via, secondo un programma preordinato, e con punti di attacco a soffitto su un reticolo di m. 1,20 x 1,20.

#### 1.4. Le strutture

Il progetto si basa su una struttura di calcestruzzo armato parzialmente fabbricata fuori opera, corredata di tutti gli accessori e delle forature necessari, e completata e legata da getti in opera di calcestruzzo, specialmente per le parti verticali, in modo da unire ai vantaggi della prefabbricazione i pregi caratteristici delle strutture in opera: la monoliticità e l'alta iperstaticità. Anche in caso di eventi sismici la struttura è capace di resistere efficacemente.

Poiché il massimo storico dell'acqua alta a Mestre è di circa m. 2,00 sopra il livello medio del mare e il piano di appoggio delle fondazioni era a m. 3,20 sotto il livello medio del mare, si è ricorso all'impiego di diaframmi continui perimetrali, esterni ai fabbricati, gettati con l'ausilio di bentonitee profondi fino a raggiungere uno strato impermeabile, in modo da costruire una grande vasca entro la quale si è potuto lavorare all'asciutto. Inoltre si sono adottate fondazioni indirette, isolando la platea di fondo ed i muri perimetrali dai locali sotterranei dalle fondazioni e dal terreno con uno strato formato da cartoni contenenti bentonite di sodio purissima che, al contatto con l'acqua, acquista uno stato colloidale autostagnante in pressione, che assicura l'impermeabilità della platea di fondo e dei muri perimetrali dei locali sotterranei. (v. fig. 2)

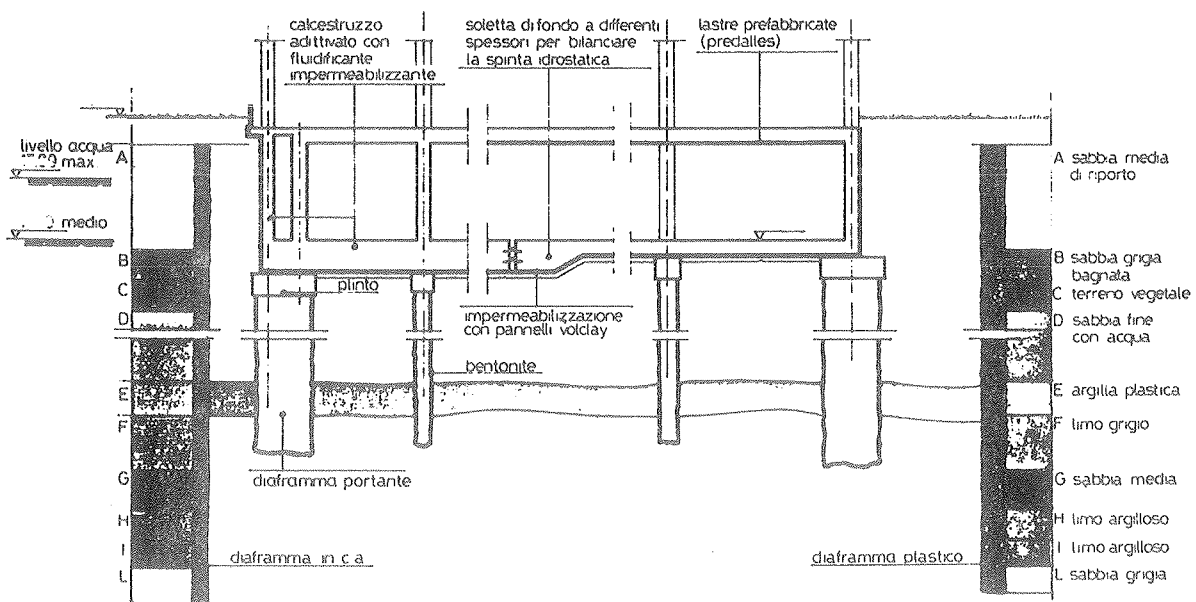


Fig. 2 - Schema fondazioni

Per meglio spiegare, cosa intendiamo per integrazione della struttura nel progetto, illustriamo solo alcuni particolari studiati al Centro Servizi di Mestre.

Il disegno delle lastre prefabbricate per i solai e per le travi (predalles), è stato particolarmente curato.

Questi elementi strutturali da un certo tempo, non costituiscono più novità; qui, però, sono stati pensati nel progetto generale come vere e proprie lastre attrezzate, in funzione del montaggio dei vari impianti e delle finiture in genere, corredate ciascuna dalla sua parte di reticolo di ferri a omega: il disegno di tutti gli elementi è stato consegnato alle imprese in sede di appalto (v. fig. 3).

I getti di completamento sono stati additivati opportunamente in modo da renderli il più impermeabile possibile. Anche questo accorgimento comporta una discreta maggioranza del costo della sola struttura, ma si traduce in una grossa economia di tempo, poiché permette di anticipare l'esecuzione di varie operazioni di finitura alla impermeabilizzazione dei solai di copertura.

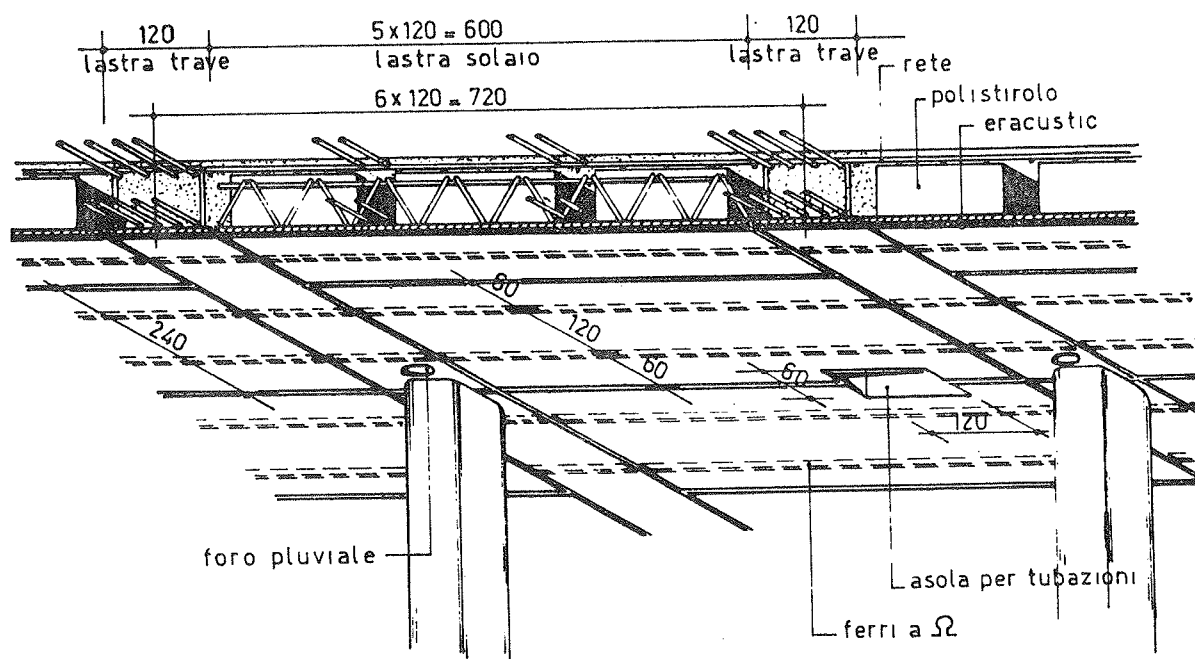


Fig. 3 Impalcato tipo

Interessante, ci sembra, l'equipaggiamento dei pilastri e dei muri di cemento armato, nei quali, in sede di getto sono state inserite le canaline per i comandi elettrici e per il collegamento delle apparecchiature di controllo per l'impianto di condizionamento.

Il sistema adottato - schematizzato in fig. 4 - comporta indubbiamente un costo maggiore dovuto al maggior onere di cassetta e di getto, ma esclude qualsiasi altro intervento successivo di supporto all'impiantistica da parte del capomastro, sostituendo ad una spesa sempre dubbia in sede di assistenza muraria, un importo certo e inseribile in sede di appalto nel forfait delle opere in cemento armato. Si risolve, poi, brillantemente il problema del posizionamento dei comandi elettrici e simili nel caso di distribuzione aperta degli spazi o di trasformazione degli spazi stessi nel tempo.

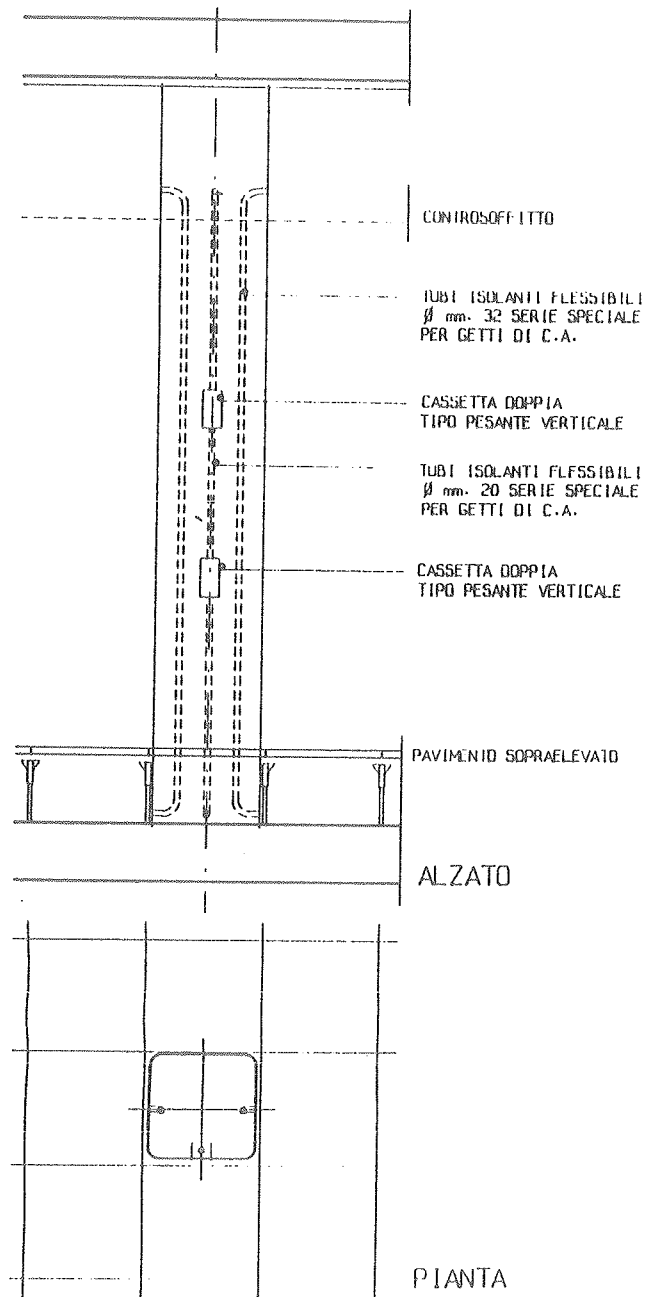


Fig. 4 - Pilastro attrezzato

A dimostrazione di quanto dichiarato in premessa sull'accoppiamento di componenti reperibili facilmente sul mercato con elementi prefabbricati fuori opera e della integrazione di questi nel progetto generale e nelle sue caratteristiche, si porta la copertura del corpo "semi-industriale", realizzata con travi in c. a. e copponi in c. a. p., solidamente connessi e collegati ai pilastri (V. fig. 5)

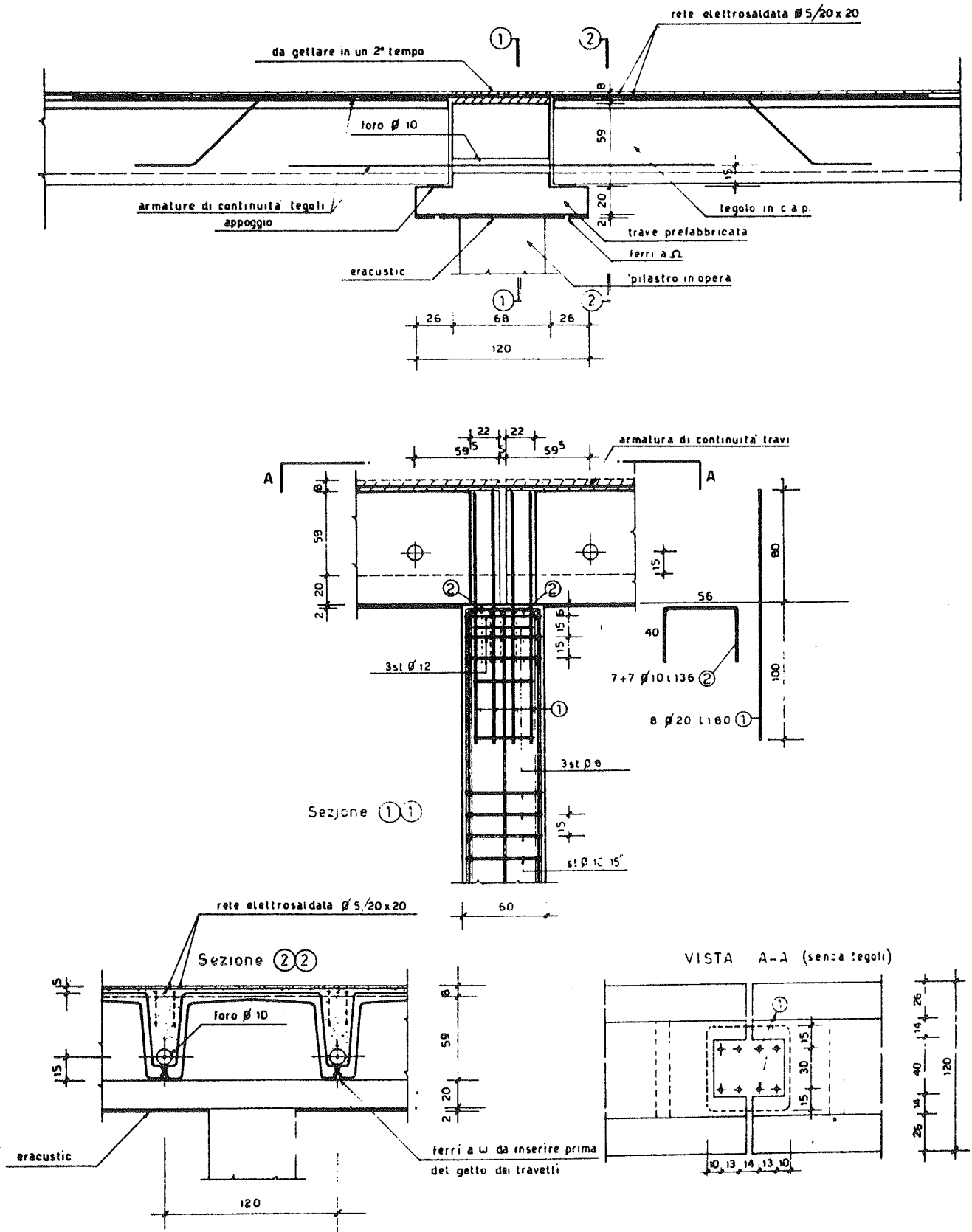


Fig. 5 - Nodo pilastro - trave prefabbricata - tegoli in c. a. p.

Gli edifici sono progettati come organismi viventi che, racchiusi da un involucro - facciata con formazione di "pelle" con notevoli qualità termoregolatrici e dotati di impianti "intelligenti", si adattano al passare delle ore e al variare delle stagioni, assumendo l'assetto più confacente alle particolari condizioni di luce e di clima, al fine di assicurare il benessere delle persone che vi trascorrono circa un terzo della loro vita attiva.

La "pelle" presenta una parte dinamica, formata dalle tende esterne motorizzate, e una statica, costituita da due componenti:

- a) una superficie continua esterna di lega di alluminio fuso, senza trattamento superficiale, dello spessore di 9 mm., costituita da pannelli di m. 1,20 x 2,10,
- b) un pannello interno di calcestruzzo prefabbricato pesante che sulla superficie esterna ha conglobata, all'atto del getto, una lastra isolante Erapur di m. 0,07 di spessore protetta contro gli agenti atmosferici, nelle parti esposte alla circolazione d'aria, da una speciale vernice.

Da questo poche note appare già chiaro che la struttura così integrata nel progetto architettonico è formata da varie parti o componenti; queste impongono l'adozione di materiali e tecniche diverse: dal cemento armato ordinario, al precompresso, all'acciaio.

Il tutto determinato dall'esigenza di ottimizzare l'economia generale non solo della costruzione, ma anche della gestione e della manutenzione dell'edificio.

### 1.5. Resistenza al fuoco

Merita un cenno particolare l'attenzione posta al problema della resistenza al fuoco degli edifici e quindi delle loro parti.

È un argomento di grande attualità, che viene, però, in genere risolto con l'adozione di provvedimenti in sede di ultima finitura per ottenere un parere positivo dall'Autorità preposta.

Solo da poco tempo ci si comincia a preoccupare di proteggere le armature con idonee ricoperture o a considerare in sede di calcolo le forti riduzioni di resistenza dell'acciaio indotte dal riscaldamento del materiale.

Nel caso delle strutture del Centro di Mestre la soluzione è stata trovata nell'insieme della progettazione esecutiva; in accordo con Architetti e Impiantisti si è pensato di rivestire le strutture orizzontali con pannelli di Eracustic disposti nel cassero, che avevano anche la funzione di isolante acustico e di contenimento dei ferri a omega di sostegno degli impianti.

Va detto che il sistema ha ricevuto un severo collaudo prima della consegna del Centro, poiché un violento incendio scoppiato per cause fortuite in una zona di interrato e propagatosi attraverso i cavedi non ancora chiusi e isolati, durato inoltre alcune ore per aver attaccato un deposito di vernici, non ha provocato il minimo danno alle strutture interessate.

## 2. PROGETTAZIONE COSTRUTTIVA INTEGRALE: SCOPI E VANTAGGI

Scopo del presente intervento non è, però, quello di illustrare il progetto generale o quello delle strutture in particolare; ma si vuole contribuire a dimostrare come e in quale misura la progettazione preventiva integrale e coordinata di un'opera sia fattore determinante di una buona riuscita architettonica, tecnica ed economica.

### 2.1. Aspetto tecnico-progettuale

Come già premesso è indispensabile disporre di una équipe progettuale ben selezionata e ben coordinata e, in particolare, di una componente strutturalistica, che sia non soltanto garanzia statica dell'opera, ma che sia orientata a comprendere le esigenze delle altre parti e capace di rendere una

risposta integrata armonicamente nell'insieme progettuale: dovrebbe essere il compito dell'"architetto-strutturista".

In tempi di normative sempre più precise e più particolari, in tempi in cui, di conseguenza e sempre più facile computerizzare il progetto strutturale e ottenere risposte praticamente sicure, - ancorchè sicuri siano gli input dati alla macchina, - questa potrebbe essere la rivalutazione professionale dell'ingegnere strutturista.

Quanto detto vale evidentemente anche per l'impiantistica, data l'importanza sempre maggiore di questa componente nell'architettura moderna.

Tutto ciò quando ancora oggi è consuetudine affidare all'impresa vincitrice dell'appalto l'onere e la responsabilità della progettazione esecutiva strutturale, - o di quella impiantistica, - fornendo di conseguenza, in sede di offerta un progetto non costruttivo dell'insieme e determinando già in partenza un gran numero di incertezze esecutive, che inevitabilmente si traducono in incertezze economiche e, quindi, in spiacevoli sorprese di consuntivo. Ciò ammesso e non concesso che il tutto non comporti anche un peggioramento dell'opera in termini di risultato tecnico-funzionale, di gestione e manutenzione.

## 2.2. Aspetto economico

Scopo ulteriore di questo intervento è quello di impostare sulla base dell'esperienza del Centro Servizi di Mestre, ma anche di numerose altre realizzazioni così condotte dallo stesso gruppo di progettazione, un raffronto economico e di tempi tra l'esecuzione di un progetto così concepito e l'esecuzione di un'opera progettata secondo la consuetudine normale.

Occorre precisare che il complesso è stato oggetto di trenta appalti diversi, dalle opere da capomastro fino all'arredamento interno, tutti condotti a forfait sulla base di disegni costruttivi.

In particolare per le opere da capomastro era esclusa ogni incertezza o dubbio dalle strutture fino alle opere murarie relative agli impianti, fornendo in questa sede tutti i disegni esecutivi di tutte le opere e richiedendo quindi una esplicita conferma, con la quale l'Appaltatore dichiarava di aver attentamente studiato e verificato il progetto in ogni sua parte e di approvarlo pienamente, risolvendo eventuali riserve od obiezioni prima dell'aggiudicazione dei lavori.

L'Appaltatore si impegnava, quindi, ad eseguire esattamente il progetto in tutti i particolari tecnici e geometrici sia nella costruzione che nel montaggio, senza apportare nessuna modifica e attenendosi ai tempi e ai modi di montaggio stabiliti dal progetto.

In particolare, poiché erano state previste tutte le tracce, fori, cunicoli, cavidotti, cavedi, ferri ad omega, piastre e quant'altro necessario per montare gli impianti e i componenti di finitura senza ricorrere a successive rotture per murare zanche o per permettere il passaggio di parti di impianti, veniva fatto espressamente divieto a tutti gli esecutori di sparare chiodi, forare, immurare, rompere le strutture o di usare tecniche diverse da quelle indicate nei disegni o prescritte dai capitolati.

Inoltre, essendo appunto il progetto esecutivo ed essendo state determinate le dimensioni dei singoli componenti e la loro posizione assoluta e reciproca rispetto alle strutture, agli impianti e agli elementi di finitura, erano compresi nell'importo totale del forfait tutti i tracciamenti e rilievi necessari affinché fossero rispettate in modo assoluto tutte le prescrizioni geometriche del progetto, nonché tutti gli oneri per la fornitura e l'esatta collocazione nelle strutture e nei componenti di tutte le predisposizioni, come ferri ad omega, piastre e quanto altro previsto nel progetto e nel capitolato, compresa la loro pulizia al termine della posa.

Quanto sopra corrisponde praticamente all'azzeramento delle voci "assistenza murarie ed economie", ridotte quest'ultime ai soli interventi per piccole modifiche o aggiustamenti e le prime al trasporto ai piani dei materiali.

Non esiste chiaramente un riscontro diretto con uguale opera realizzata con sistema di progetto e di appalto diversi: è chiaro che il costo di talune categorie di opere, (casseri, getti, posa in opera di armature, esecuzioni di solai, etc.), si rivela maggiore che nel sistema tradizionale in conseguenza di magisteri più onerosi.

Occorre poi sottolineare che quanto qui riportato è frutto di esperienza maturata non solo nel corso di questa realizzazione, ma anche di altre consimili condotte con gli stessi criteri.

In base ai confronti eseguiti su prezzi unitari, considerando il peso di queste opere sul totale, si può affermare che le opere da capomastro così condotte costano meno del 10% in più.

Viceversa è possibile più facilmente valutare l'economia generale relativa al quasi totale annullamento della voce "assistenza murarie".

A tale proposito i bollettini dei prezzi informativi delle opere edili di alcune Camere di Commercio Italiane suggeriscono le seguenti incidenze medie delle assistenze murarie sugli importi delle varie categorie di lavori:

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| - impianto di climatizzazione | 25% |
| - impianto idro-sanitario     | 28% |
| - impianto elettrico          | 15% |
| - impianti ascensori          | 28% |
| - pavimenti galleggianti      | 10% |
| - controsoffitti appesi       | 10% |
| - facciate continue           | 10% |
| - finiture varie              | 10% |

La percentuale per l'impianto elettrico in genere riportata è del 50%, ma si riferisce a stabili di tipo residenziale.

Andrebbe poi applicata una maggiorazione del 15% poiché le forniture di cui sopra sono scorporate dall'appalto delle opere da imprenditore edile.

L'incidenza di tali opere sul costo globale della costruzione può essere ritenuto mediamente pari a:

|   |     |
|---|-----|
| - impianto di climatizzazione                       | 15% |
| - impianto idro-sanitario                           | 5%  |
| - impianto elettrico                                | 10% |
| - impianti ascensore                                | 5%  |
| - pavimenti galleggianti<br>e controsoffitti appesi | 15% |
| - facciate continue                                 | 15% |
| - finiture varie                                    | 10% |

Applicando le percentuali indicate alle incidenze delle voci riportate, si ottiene un importo, sempre percentuale sul costo globale dell'opera, del 12,5%, cui va sottratto il maggior onere indicato per la struttura, pari a 1% del 25%, e cioè 2,5%, (25% è l'incidenza della struttura sul costo globale dell'opera).

Si ottiene quindi un vantaggio economico del 10% dell'importo totale.

Evidentemente il calcolo così condotto è estremamente approssimato e non può che avere un valore semplicemente indicativo.

È però esatta la sua impostazione concettuale e la morale di fondo: la progettazione integrata costruttiva posta a base di appalto e l'appalto condotto con i criteri esposti portano ad una economia delle opere individuabile in un valore ragionevolmente vicino al 10% dell'importo totale.

### 2.3. Tempi di esecuzione

Ancora più complessa si presenta la traduzione in termini economico-finanziari dei vantaggi ricavabili con questo sistema di progettazione in termini di tempo di esecuzione.

Se è vero, - come è vero, - che almeno si raddoppiano i tempi di studio del progetto a monte dell'appalto, e senz'altro realistico affermare che il tempo di esecuzione può essere tranquillamente contenuto nel 70% di quello tradizionalmente necessario.

Cio soprattutto perchè si da modo all'Appaltatore di organizzare a dovere il suo intervento e alla Direzione dei Lavori di intervenire a tempo e luogo opportuno con i vari appalti e le varie commesse.

Se quindi si può ipotizzare un tempo di quattro mesi per tradurre il progetto approvato dalle Autorità in progetto di appalto tradizionale, nel caso in oggetto si verifica un perditempo di quattro mesi: sempre nel caso in oggetto, però è ragionevole individuare in almeno dodici mesi il risparmio di tempo esecutivo, (sono occorsi quattro anni per la realizzazione del Centro Servizi di Mestre).

Come premesso non è possibile supportare con elementi più probanti questo ragionamento, anche perchè non è possibile una controprova.

### 3. CONCLUSIONE

La progettazione integrale e coordinata impone le sue regole che non possono essere disattese da nessuno senza pregiudizio del tutto.

L'integrazione della struttura nel progetto architettonico e impiantistico è uno dei presupposti della buona riuscita estetica, funzionale ed economica dell'opera.

L'ingegnere strutturista, inteso come "architetto della struttura" ancor prima che come garante della staticità delle strutture, diventa fondamentale nella composizione dell'equipe progettuale e assume un nuovo risvolto professionale.





**COMPORTAMENTO SISMICO DI STRUTTURE INTELAIATE IN CEMENTO  
ARMATO IRRIGIDITE DA CONTROVENTI METALLICI CON DISPOSITIVO  
DISSIPATIVO**

**Alfonso VULCANO**  
**Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria - Arcavacata di Rende**



# COMPORTAMENTO SISMICO DI STRUTTURE INTELAIATE IN CEMENTO ARMATO IRRIGIDITE DA CONTROVENTI METALLICI CON DISPOSITIVO DISSIPATIVO

Alfonso VULCANO

Dipartimento di Strutture - Università della Calabria  
Arcavacata di Rende (Cosenza)

## SOMMARIO

Vengono proposti criteri per la progettazione di controventi metallici provvisti di dispositivo dissipativo allo scopo di migliorare le prestazioni strutturali di telai in c.a.. Per valutare l'efficacia di tali criteri viene condotta un'indagine numerica variando le caratteristiche dei controventi e dei dispositivi dissipativi. I risultati ottenuti mettono in evidenza che i controventi risultano molto efficaci anche quando viene assunta una rigidezza relativamente modesta rispetto a quella della parte intelaiata.

## SUMMARY

Design criteria are proposed for damped steel cross-bracing to be adopted for improving the structural performance of r.c. frames. In order to evaluate the effectiveness of these criteria, a numerical investigation is carried out by assuming different properties of the braces and the damping devices. The results emphasize that the braces are very effective, even when assuming a stiffness of the braces relatively small in comparison with that of the framed part of the structural system.

## 1. INTRODUZIONE

Nella progettazione di costruzioni antisismiche viene comunemente accettato che anche la struttura possa subire deformazioni inelastiche per effetto di azioni sismiche di notevole intensità. Comunque, è necessario controllare che tali deformazioni siano contenute entro limiti ritenuti accettabili, sia per evitare fenomeni di collasso locale o globale che per limitare i danni degli elementi non strutturali.

Un approccio progettuale alternativo a quello precedente consiste nel mitigare gli effetti sismici sulle costruzioni attraverso l'uso di adeguati dispositivi che consentano in qualche modo il disaccoppiamento del moto della struttura rispetto a quello del terreno, ossia, in alternativa o in aggiunta, di dissipare buona parte dell'energia ceduta dal sisma alla struttura [1-13]. Nonostante l'extra-costi di detti dispositivi, i vantaggi conseguibili mediante tale approccio sono evidenti: maggiore livello di protezione sismica a parità di resistenza/rigidezza, notevole riduzione degli eventuali interventi di riparazione, mantenimento della funzionalità ed operatività delle costruzioni anche a seguito di terremoto violento. Quest'ultimo

aspetto risulta particolarmente importante nella progettazione di costruzioni che, nel corso di un evento sismico violento, sono ritenute vitali (per es., ospedali, caserme, centri operativi, infrastrutture di trasporto, etc.) o presentano un elevato rischio connesso al loro funzionamento (per es., centrali nucleari, impianti industriali, etc.). Inoltre, i suddetti dispositivi si prestano ad essere efficacemente utilizzati anche ai fini dell'adeguamento antisismico.

Nel corso di precedenti lavori [12-13] è stato esaminato il problema dell'adeguamento antisismico di strutture intelaiate in c.a. facendo uso di controventi metallici disposti a croce di S. Andrea e provvisti di dispositivo dissipativo ad attrito. Nel presente lavoro l'attenzione viene rivolta più in generale alla progettazione di sistemi di controventamento provvisti di dispositivi dissipativi ai fini del controllo della risposta sismica di strutture intelaiate in cemento armato. Dopo una breve descrizione dei suddetti sistemi di controventamento il problema della progettazione del sistema strutturale (telaio e controventi con dispositivo dissipativo) viene affrontato utilizzando criteri progettuali piuttosto semplici. Al fine di saggiare l'efficacia di tali criteri viene condotta un'indagine numerica mediante analisi dinamica diretta dell'intero sistema strutturale in campo non lineare.

## 2. SISTEMI DI CONTROVENTAMENTO CON DISPOSITIVI DISSIPATIVI

### 2.1 Premesse

Come schematicamente evidenziato in fig. 1, l'adozione di un sistema di controventamento tradizionale con diagonali disposte a croce di S. Andrea (fig. 1a) comporta una scarsa capacità dissipativa per sollecitazioni cicliche alternate di notevole intensità, come, in particolare, quelle prodotte da un sisma violento. Infatti, se una diagonale temporaneamente compressa va in carico di punta, essa non rientra in funzione all'invertirsi del verso della sua deformazione prima che sia riguadagnata nell'altra direzione la deformazione precedentemente subita (fig. 1b). Di conseguenza il contributo complessivo fornito dalle diagonali, ai fini dell'equilibrio a traslazione orizzontale del piano generico, dà luogo alla risposta schematicamente illustrata in fig. 1c nell'ipotesi in cui il carico critico delle diagonali sia praticamente trascurabile.

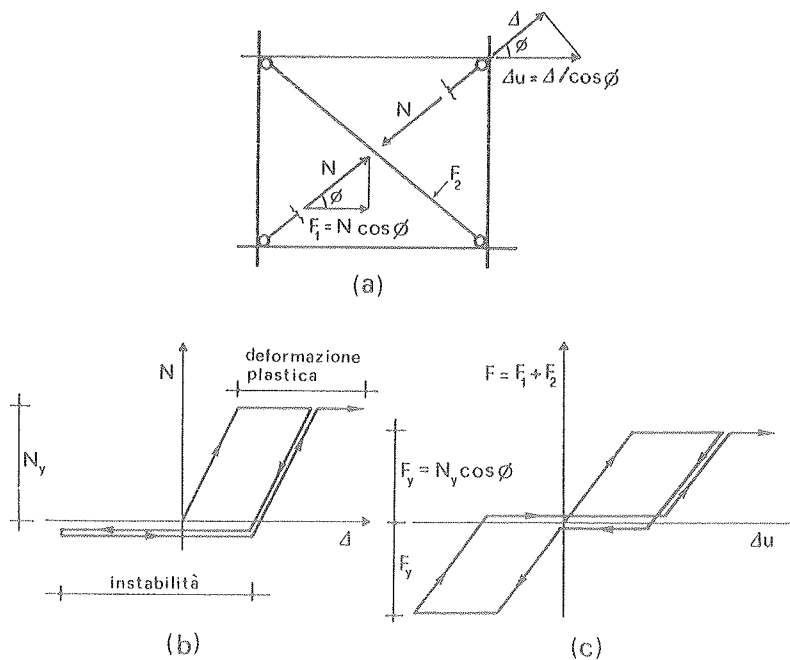


Fig. 1 - Sistema di controventamento tradizionale e sua risposta

La capacità dissipativa del sistema di controventamento può essere migliorata, almeno nel caso di strutture interamente in acciaio, adottando controventi eccentrici, il cui uso comporta però, in occasione di sismi violenti, un danneggiamento notevole in corrispondenza degli impalcati dell'edificio. Inoltre, va tenuto presente che estenderne l'uso a strutture intelaiate in c.a. risulta problematico.

Pertanto, gli ordinari sistemi di controventamento vengono provvisti di un apposito dispositivo dissipativo, tale da risultare facilmente accessibile, anche per consentirne l'ispezione, e facilmente sostituibile, qualora se ne ravveda la necessità a seguito di sismi violenti e di lunga durata. Il dispositivo è predisposto in maniera tale che, sotto particolari condizioni di carico dei controventi, si ha dissipazione di energia: per attrito in appositi giunti con scorrimento fra superfici volutamente scabre, oppure per isteresi con plasticizzazione di elementi di opportuna resistenza.

## 2.2 Giunti semplici (ad attrito)

Un dispositivo dissipativo molto semplice può essere realizzato predisponendo un giunto scorrevole (ad attrito) per ognuna delle diagonali di controvento in fig. 1a. A seconda di come le diagonali sono state progettate, detto giunto viene dimensionato in modo che si abbia scorrimento in entrambe le direzioni di carico per uno sforzo  $N_0$  inferiore al carico critico  $N_{cr}$  delle diagonali (fig. 2a), oppure che si abbia scorrimento solo nell'eventualità che la corrispondente diagonale sia sollecitata da uno sforzo di trazione  $N_0$  inferiore a quello di plasticizzazione  $N_y$  (fig. 2b). Nel primo caso le diagonali restano sempre in campo elastico (lineare), mentre nel secondo caso le diagonali presentano snellezza  $\lambda$  abbastanza elevata ( $\lambda > 200$ ) da assicurare che ciascuna di esse, se compressa, sbandi in campo elastico per uno sforzo  $N_{cr}$  relativamente modesto da essere praticamente trascurabile.

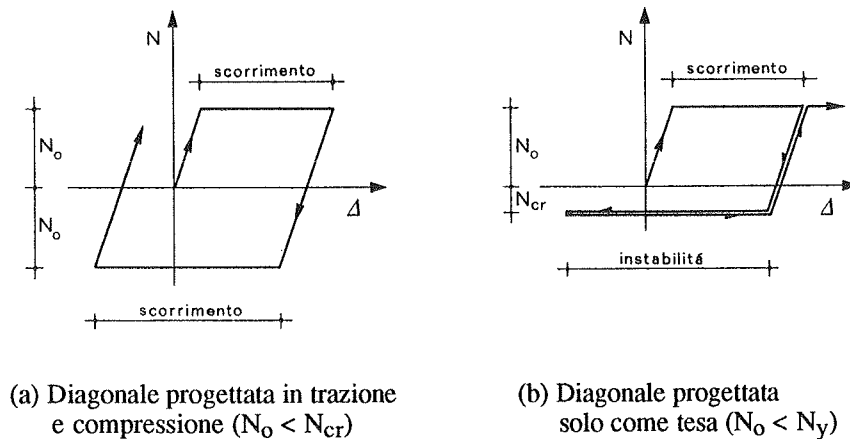


Fig. 2 - Risposta di una diagonale di controvento provvista di giunto scorrevole (ad attrito)

Il dispositivo dissipativo sopra descritto risulta, però, poco conveniente in entrambi i due casi prospettati. Infatti, nel primo caso il dimensionamento delle diagonali è poco conveniente da un punto di vista economico, non potendo sfruttare al meglio la capacità portante in trazione delle diagonali stesse; nel secondo caso si ha, invece, una ridotta capacità dissipativa, dal momento che nei cicli di carico successivi al primo si ha scorrimento nel giunto solo se la diagonale, ancora una volta tesa, raggiunge la massima lunghezza attinta durante la precedente fase di carico.

E' opportuno notare che, se le diagonali sono piuttosto tozze, il dimensionamento del giunto comporta una risposta del tipo in fig. 2a. Invece, nell'eventualità piuttosto frequente in cui le diagonali presentano snellezza abbastanza elevata almeno in uno dei piani principali, la risposta è del tipo in fig. 2b, cioè caratterizzata da scarsa capacità dissipativa.

### 2.3 Controventi diagonali con meccanismo dissipativo a quadrilatero articolato

Nell'ultima eventualità considerata la capacità dissipativa del sistema di controventamento può essere sensibilmente migliorata se, in alternativa al dispositivo sopra descritto, viene installato un dispositivo predisposto in maniera tale da consentire, in una stessa fase di carico, di recuperare in tutto o in parte l'accorciamento che subisce la diagonale compressa a causa del suo sbandamento in campo elastico. Dispositivi di questo tipo sono quelli proposti da Pall e Marsh [5] (fig. 3) e da Ciampi [9] (fig. 4), che vengono installati in corrispondenza della zona d'incrocio delle diagonali di controvento e sono utilizzabili, peraltro, anche nell'eventualità in cui le diagonali risultano piuttosto tozze.

Più precisamente, il dispositivo proposto da Pall e Marsh utilizza una cella di dissipazione costituita da giunti scorrevoli, nei quali le superfici a contatto sono ricoperte di materiale ad elevato coefficiente di attrito, come, per esempio, il ferodo (fig. 3b). Lo sforzo che produce scorrimento nei giunti può essere regolato osservando che, per l'equilibrio fra le forze agenti durante la fase di scorrimento, si ha (fig. 3c):

$$N_g = 2 N_l - N_{cr} \quad (1)$$

avendo indicato con  $N_g$  lo sforzo nella diagonale tesa durante lo scorrimento e con  $N_l$  il corrispondente sforzo nel generico giunto. Se vengono adottate aste abbastanza snelle da assicurare lo sbandamento in campo elastico, il carico critico  $N_{cr}$  può essere trascurato e, quindi, si può assumere semplicemente:

$$N_g \simeq 2 N_l \quad (2)$$

relazione in base alla quale il dispositivo stesso può essere tarato intervenendo opportunamente sulla forza di serraggio del bullone che regola lo scorrimento nei giunti.

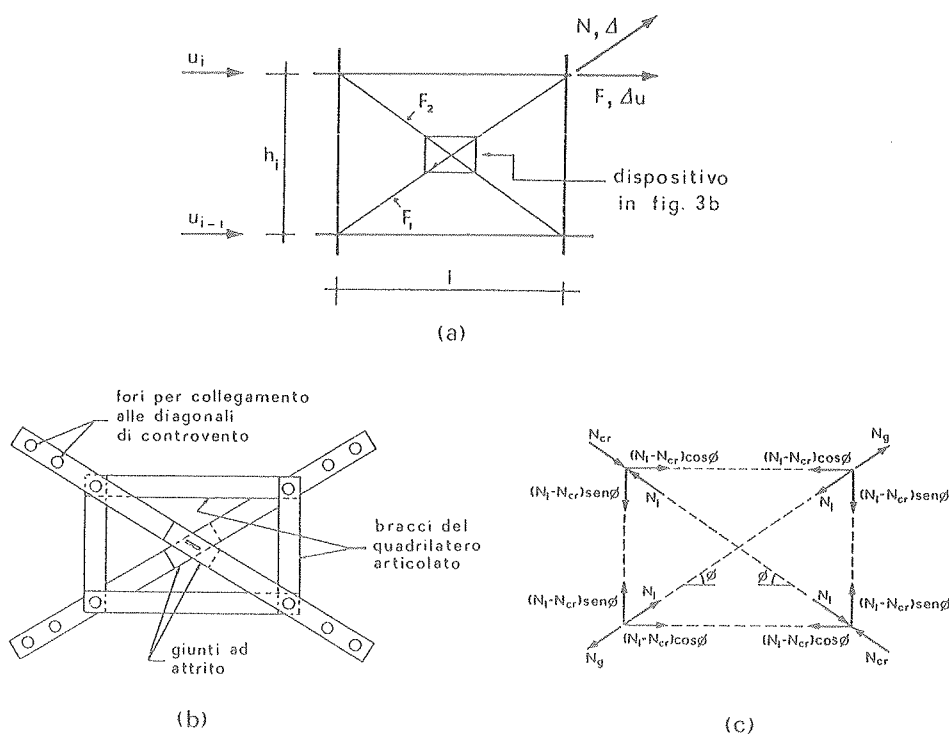


Fig. 3 - Sistema di controventamento con dispositivo dissipativo ad attrito, proposto da Pall e Marsh [5]

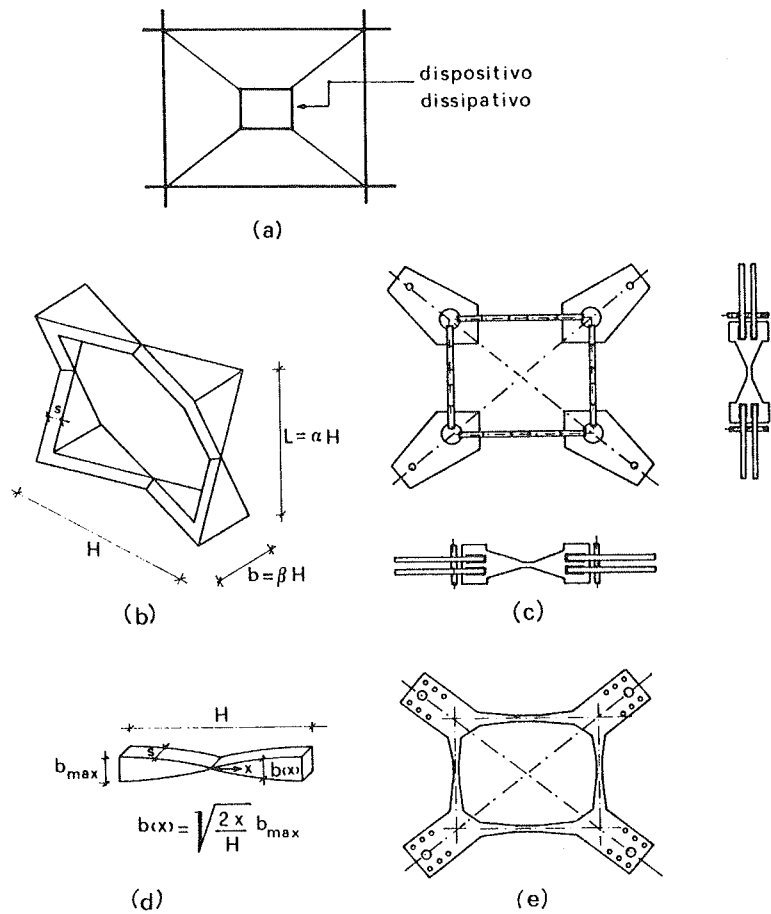


Fig. 4 - Sistema di controventamento con dispositivo dissipativo per isteresi, proposto da Ciampi [9]

Il dispositivo dissipativo proposto da Ciampi consiste, invece, in un telaio metallico interno, geometricamente simile alla maglia di telaio in cui le diagonali sono inserite (fig. 4a). Nelle figg. 4b,c e 4d,e ne sono indicati due tipi, entrambi a sezione variabile, opportunamente sagomata al fine di avere una plasticizzazione diffusa e, quindi, un'elevata capacità dissipativa; si differenziano per il fatto che nel primo tipo l'unica dimensione variabile  $b$  della sezione trasversale è quella ortogonale al piano del telaio (figg. 4b,c), mentre nell'altro tipo è quella parallela al piano stesso (figg. 4d,e). Per tale motivo il primo tipo di dispositivo richiede, in corrispondenza dei nodi del dispositivo, delle saldature, che, come evidenziato sperimentalmente, possono presentare una rottura prematura se troppo vicine alle zone a più elevata deformazione; il secondo tipo può essere ricavato, invece, da un unico pezzo di lamiera, ma, come le stesse prove sperimentali hanno evidenziato, si richiede di disporre lateralmente e in parallelo con il dissipatore delle barre che, funzionando solo estensionalmente in campo elastico, siano in grado di contrastare il fenomeno di allungamento delle diagonali, che potrebbe compromettere il funzionamento del dispositivo.

Come mostrato in [9], per tarare lo sforzo  $N_p$  che produce plasticizzazione completa nei suddetti tipi di dispositivo, una volta scelto il tipo di materiale da adottare e, quindi, la tensione di snervamento  $\sigma_y$ , è sufficiente fissare i parametri geometrici in fig. 4 secondo le formule seguenti:

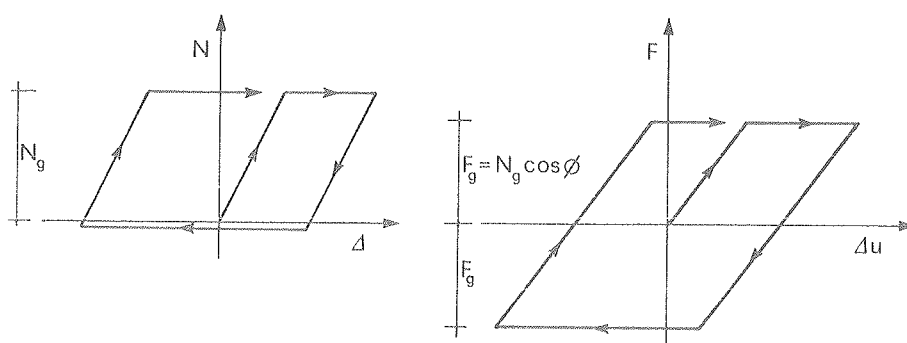
$$N_p = \beta \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} s^2 \sigma_y ; \quad N_p = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} \frac{s}{H} b_{max}^2 \sigma_y \quad (3a,b)$$

che si riferiscono, rispettivamente, al tipo di dispositivo nelle figg. 4b,c ed a quello nelle figg. 4d,e.



Sebbene i dispositivi in fig. 3 e in fig. 4 utilizzino meccanismi differenti per la dissipazione dell'energia (attrito e isteresi, rispettivamente), essi presentano strette analogie di funzionamento. Infatti, la loro prerogativa è che, quando si verifica uno scorrimento (cinematico o plastico) nella direzione della diagonale tesa, viene attivato un meccanismo di quadrilatero articolato, che produce il contemporaneo scorrimento nella direzione della diagonale compressa. Se quest'ultima diagonale è sufficientemente snella, viene compensato in tutto o in parte l'accorciamento precedentemente subito a causa del suo sbandamento in campo elastico. Inoltre, se lo scorrimento nella direzione delle due diagonali è stato sufficientemente grande, la diagonale compressa riassume la configurazione rettilinea e risulta immediatamente attiva in trazione a seguito di un'inversione di carico. Ne consegue un sensibile aumento della capacità dissipativa della singola diagonale (fig. 5a) rispetto al caso illustrato in fig. 2b e, quindi, complessivamente delle due diagonali (fig. 5b) rispetto al caso dei controventi tradizionali (fig. 1c).

A titolo di esempio, nei paragrafi successivi si farà riferimento al dispositivo in fig. 3 e sarà adottata la schematizzazione in fig. 5, che viene ritenuta sufficientemente affidabile ai fini del presente lavoro. Comunque, è opportuno notare che tale schematizzazione può comportare una sovrastima dell'effettiva capacità dissipativa del dispositivo suddetto. Infatti, come evidenziato da Filiatrault e Cherry [7], se durante un ciclo di carico il giunto relativo alla diagonale tesa non subisce scorrimento, il quadrilatero articolato non viene attivato e la diagonale compressa permane nel suo stato deformativo subito a causa dello sbandamento laterale, presentando una risposta del tipo in fig. 2b. Inoltre, con la schematizzazione in fig. 5 si assume che lo scorrimento nel dispositivo sia abbastanza grande da raddrizzare perfettamente la diagonale compressa che ha subito sbandamento; se, però, lo scorrimento non è sufficientemente grande, il giunto corrispondente a tale diagonale non dissipa completamente l'energia relativa alla schematizzazione suddetta.



(a) Risposta di una diagonale

(b) Risposta complessiva delle due diagonali

Fig. 5 - Risposta delle diagonali di controvento adottando dispositivi dei tipi illustrati nelle figg. 3 e 4 ( $N_{cr} = 0$ )

#### 2.4 Altri sistemi di controventamento con dispositivo dissipativo

Più recentemente altri sistemi di controventamento con dispositivi dissipativi sono stati proposti e, quindi, sottoposti a prove sperimentali presso l'Università di Berkeley [10-11]. Tali sistemi, schematicamente rappresentati in fig. 6 e in fig. 7, sono provvisti di dispositivi che dissipano energia per attrito e per isteresi, rispettivamente. In particolare, il sistema in fig. 6 si avvantaggia di una "doppia linea di difesa" dal sisma. Infatti, esso può utilizzare la capacità dissipativa connessa all'uso dei controventi eccentrici, qualora, in occasione di sismi violenti, il dispositivo dissipativo ad attrito non dovesse entrare in funzione per cause accidentali.

In entrambi i dispositivi in fig. 6 e in fig. 7 la forza che produce scorrimento (cinematico o plastico, rispettivamente) è tarata in modo tale che lo sforzo massimo attinto nei controventi risulti inferiore al carico critico. Pertanto, i controventi presentano una risposta del tipo in fig. 2a, che, per quanto detto in precedenza, comporta una minore convenienza dal punto di vista economico rispetto al caso in cui si ha una risposta del tipo in fig. 5a.

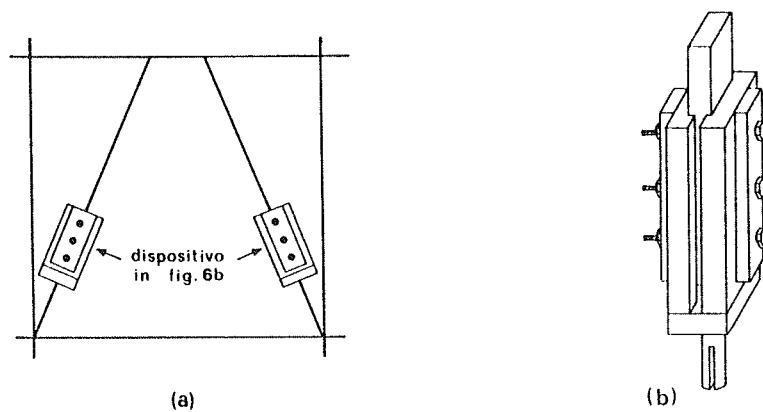


Fig. 6 - Sistema di controventamento con dispositivo dissipativo per attrito, proposto in [10]

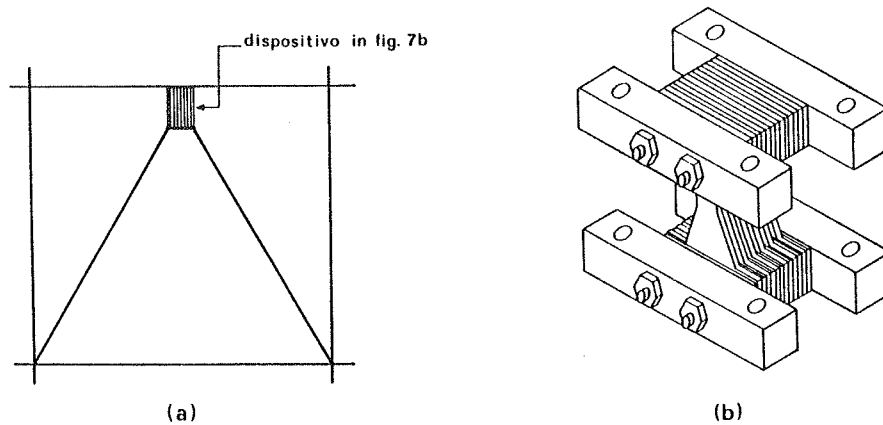


Fig. 7 - Sistema di controventamento con dispositivo dissipativo per isteresi, brevettato dalla Bechtel Power Corporation e sottoposto a prove sperimentali presso l'Università di Berkeley [11]

Altri tipi di dispositivi possono essere impiegati secondo uno schema analogo ad uno di quelli illustrati nelle figg. 6a e 7a: ad esempio, dissipatori sollecitati assialmente, fra i quali quelli prodotti dalla Sumitomo Metals, in Giappone, che sfruttano un meccanismo di dissipazione per attrito, secondo lo schema in fig. 8 analogo a quello in fig. 7a.

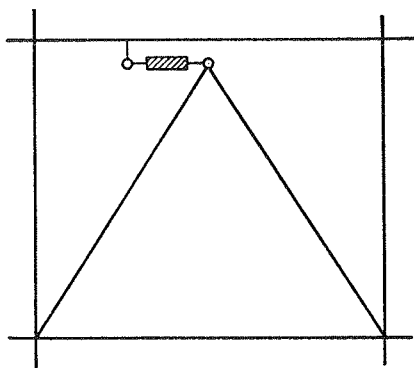


Fig. 8 - Sistema di controventamento con dissipatori sollecitati assialmente

E' opportuno notare che i vari sistemi di controventamento con dispositivi dissipativi precedentemente descritti sono stati inizialmente concepiti per strutture in acciaio. Comunque, successivamente il sistema in fig. 3 ha trovato applicazione anche nelle strutture in c.a., come, per es., nel caso della biblioteca dell'Università di Concordia, in Canada [6], allo scopo di controllarne la risposta sismica. Pertanto, nel seguito si farà esplicito riferimento a tale tipo di sistema, ma i risultati cui si perverrà potranno essere direttamente applicabili, con le dovute particolarizzazioni, al tipo di dispositivo in fig. 4. Nè può essere esclusa a priori la possibilità che i dispositivi nelle figg. 6, 7 e 8 possano essere utilizzati, con le dovute cautele e gli accorgimenti opportuni, anche nel caso in cui la parte intelaiata è in c.a.. Fra l'altro, l'uso di quest'ultimi dispositivi presenta, rispetto ai dispositivi in fig. 3 e in fig. 4, il vantaggio di una drastica riduzione di eventuali vibrazioni fuori piano delle aste di controvento, avendo ora posizionato i dispositivi dissipativi, le cui masse potrebbero essere consistenti, nelle zone terminali delle aste, ossia zone più prossime ai piani e quindi più rigide.

### 3. CRITERI PROGETTUALI

Il problema della progettazione antisismica dell'intero sistema strutturale può essere posto in diversi modi a seconda degli obiettivi che s'intendono perseguire. Un obiettivo è quello di progettare le parti del sistema strutturale (telaio e controventi con dispositivo) in modo tale da conseguire per le stesse gli usuali coefficienti di sicurezza. Un obiettivo diverso può essere, invece, quello di progettare il sistema di controventamento con dispositivo dissipativo in modo da elevare il grado di sicurezza della parte strutturale intelaiata (per es., ai fini dell'adeguamento antisismico) e/o limitare le deformazioni in misura adeguata per soddisfare particolari esigenze (per es., per assicurare la funzionalità dell'opera anche in condizioni di carico eccezionali).

Nel seguito vengono esaminati aspetti legati al perseguimento di quest'ultimo obiettivo e, per meglio fissare le idee, si fa riferimento ad una struttura intelaiata in c.a., già oggetto di studio in un precedente lavoro [14] al fine di studiare l'efficacia delle prescrizioni progettuali previste dal codice sismico proposto dal C.E.B. [15]. Le caratteristiche principali di tale struttura sono indicate in fig. 9 e in tab. 1. In fig. 9 sono riportati dimensioni geometriche e valori assoluti  $M_u$  dei momenti ultimi negativi relativi alle sezioni estreme delle travi e dei momenti ultimi dei pilastri calcolati con riferimento agli sforzi normali prodotti dai soli carichi verticali. Le dimensioni delle sezioni trasversali degli elementi strutturali, nonché i valori assunti ai vari piani dal rapporto  $T_u/T_d$  fra il tagliante ultimo e quello di calcolo sono riportati, insieme al periodo fondamentale di vibrazione  $T_0$ , in tab. 1.

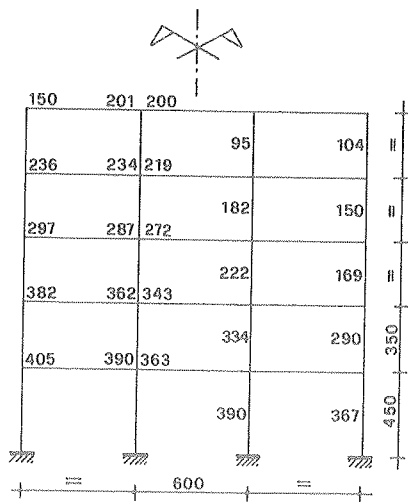


Fig. 9 - Struttura intelaiata in c.a.  
(misure in cm;  $M_u$  in kNm)

| Piano           | Sezioni (cm) |       | $T_u/T_d$ |
|-----------------|--------------|-------|-----------|
|                 | Pilastri     | Travi |           |
| 5               | 30x30        | 30x50 | 1.34      |
| 4               | 40x40        | 30x50 | 1.25      |
| 3               | 40x40        | 30x50 | 1.09      |
| 2               | 50x50        | 30x60 | 1.47      |
| 1               | 50x50        | 30x60 | 1.26      |
| $T_0 = 0.947$ s |              |       |           |

Tab. 1 - Caratteristiche della struttura in fig. 9

E' il caso di rilevare che la struttura intelaiata considerata soddisfa le condizioni di minimo imposte dal già citato codice sismico per la percentuale d'armatura dei pilastri (1%) e per l'armatura delle travi (in particolare, area dell'armatura in compressione pari ad almeno il 50% di quella in trazione), ma sono violate alcune prescrizioni come quelle relative al rapporto fra le resistenze compressive dei pilastri e delle travi afferenti ai nodi interni dei piani 3° e 4° e quelle relative alla variazione del rapporto  $T_u/T_d$  lungo l'altezza del telaio in corrispondenza dei piani 2° e 3°. In particolare, il valore più elevato assunto da quest'ultimo rapporto in corrispondenza del 2° piano dipende dal fatto che per i pilastri di tale piano la resistenza corrispondente alla percentuale minima d'armatura prevale sulla resistenza di calcolo. Comunque, come già evidenziato in [14], la struttura considerata presenta una risposta inelastica soddisfacente; pertanto, in quanto segue non si ritiene strettamente necessario correggerne le "irregolarità di resistenza" attraverso un'opportuna taratura dei dispositivi dissipativi (per es., sulla base dei criteri suggeriti in [12-13]).

Una volta note le caratteristiche della struttura intelaiata in c.a., si pone il problema di predisporre il sistema di controventamento con dispositivo dissipativo in maniera opportuna al fine di perseguire l'obiettivo prestabilito. Come anticipato nel precedente paragrafo, senza nulla togliere alla validità più generale di quanto segue, per fissare le idee s'ipotizza l'uso del dispositivo dissipativo in fig. 3 e si fa riferimento alla disposizione dei controventi secondo lo schema illustrato in fig. 10. Restano, pertanto, da definire le seguenti caratteristiche del sistema di controventamento:

- legge di distribuzione della rigidezza e della resistenza dei controventi, o meglio dello sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo, lungo l'altezza della struttura;
- valore ottimale del suddetto sforzo di scorrimento ai vari piani in base alla legge di distribuzione assunta.

Per quanto riguarda la legge di distribuzione da assumere per la rigidezza dei controventi si ritiene opportuno assecondare quella della struttura intelaiata in c.a., in base alla quale è stata determinata del resto la resistenza degli elementi costituenti la struttura stessa. Ciò equivale ad assumere come costante il rapporto  $K^* = K_c^{(i)} / K_t^{(i)}$  fra le rigidezze elastiche di piano dei controventi e del telaio, che possono essere espresse, rispettivamente, come:

$$K_c^{(i)} = \beta_i (E_s A_s)_i / h_i ; \quad \beta_i = (1/h_i)^2 / [1 + (1/h_i)^2]^{3/2} \quad (4a,b)$$

$$K_t^{(i)} = 12 \alpha_i \sum (E_c I_c)_{\text{pilastri piano } i} / h_i^3 , \quad \alpha_i \leq 1 \quad (5)$$

avendo valutato  $K_c^{(i)}$  trascurando il contributo della diagonale compressa (v. fig. 3a) e  $K_t^{(i)}$  in base al "metodo della mensola equivalente" [16], che tiene conto della deformabilità flessionale delle travi attraverso il coefficiente  $\alpha_i$ . Pertanto, una volta fissato il valore di  $K^*$ , è immediato calcolare, in base alle equazioni (4) e (5), la rigidezza assiale  $(E_s A_s)_i$  da assegnare ad ognuna delle diagonali di controvento al generico piano  $i$ .

Per quanto riguarda, invece, la legge di distribuzione da assegnare allo sforzo di scorrimento  $N_g$  nel dispositivo dissipativo ai vari piani, si ritiene opportuno assumerla affine a quella dello sforzo normale prodotto nelle diagonali tese dalle forze sismiche di progetto nell'ipotesi di comportamento lineare e in assenza di scorrimento nel dispositivo stesso. Ciò allo scopo di tendere ad ottenere lo scorrimento contemporaneo dei dispositivi ai vari piani, realizzando, quindi, una capacità dissipativa quanto più elevata è possibile.

Come rilevato dall'autore in precedenti lavori [12-13], anche se specificatamente per il problema dell'adeguamento antisismico di strutture intelaiate in c.a., la scelta del valore ottimale da assegnare ai vari piani allo sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo è piuttosto complessa. Nei lavori appena citati si è fatto riferimento al criterio proposto da Filiatrault e Cherry [7], ricercando il valore ottimale di  $N_g$  come quello che rende minima, nel generico istante  $t$ , la funzione:

$$\Delta E_t(N_g, t) = \int_0^t (E_I - E_F) dt \quad (6)$$

essendo  $E_I$  l'energia ceduta dal sisma al sistema strutturale ed  $E_F$  l'energia complessivamente dissipata (per attrito) dai dispositivi. L'applicazione di tale criterio risulta, però, molto laboriosa, dovendo svolgere varie analisi in campo non lineare.

Al fine di rendere più agevole la scelta del valore ottimale di  $N_g$  nella pratica progettuale, gli autori sopra citati in un lavoro più recente [17] propongono, almeno per un sistema ad un grado di libertà, di utilizzare anche per  $N_g$  il concetto dello spettro di risposta facendo riferimento ad alcuni parametri caratteristici, quale, in particolare, il rapporto fra i periodi di vibrazione dei sistemi con e senza controventi. Comunque, in attesa che sia dimostrata l'applicabilità di una procedura di quest'ultimo tipo anche a strutture a più gradi di libertà, nel presente lavoro si continua a far riferimento al criterio di minimizzazione della funzione definita dalla (6).

E' opportuno notare che la scelta di  $N_g$  al generico piano é condizionata, in ogni caso, da altre considerazioni. Innanzitutto, affinché lo scorrimento nel dispositivo ad un generico piano avvenga prima della plasticizzazione della struttura intelaiata é bene assumere  $N_g < N_{max}$ , essendo  $N_{max}$  lo sforzo che, in assenza di scorrimento, sarebbe attinto nel controvento teso al piano considerato per effetto dei carichi sismici che producono la prima plasticizzazione della struttura intelaiata. D'altra parte, al fine di evitare lo scorrimento nel dispositivo per effetto dei carichi sismici di esercizio é necessario assumere  $N_g > N_{min}$ , potendo ragionevolmente assumere  $N_{min} = 0.50 N_{max}$ .

Ulteriori limitazioni riguardanti la scelta di  $N_g$  sono legate ovviamente ai limiti di resistenza dei controventi ( $N_g < N_y$ ) ed al controllo dello sforzo assiale nei pilastri al fine di evitare, sia notevoli sforzi di compressione, maggiori dello sforzo di "rottura bilanciata" (con schiacciamento del calcestruzzo compresso contemporaneo allo snervamento dell'armatura tesa), sia l'attingimento di condizioni di decompressione.

Nel prossimo paragrafo la risposta della struttura intelaiata in fig. 9 viene messa a confronto con quella della struttura in fig. 10, per la quale vengono considerate diverse scelte assumendo le rigidezze dei controventi e lo sforzo di scorrimento nei dispositivi secondo le indicazioni in tab. 2, in cui sono riportati le leggi di distribuzione, nonché i valori di riferimento ed i periodi fondamentali di vibrazione corrispondenti a tre diversi valori del rapporto  $K^* = K_c / K_t$ .

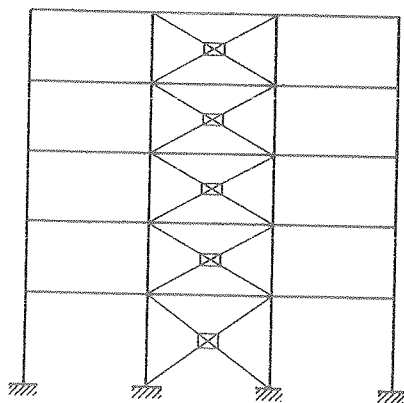


Fig. 10 - Struttura in fig. 9 con sistema di controventamento in fig. 3

| Piano | $\frac{E_s A_s}{EA}$ | $\frac{N_g}{N_{g1}}$ |
|-------|----------------------|----------------------|
| 5     | 0.238                | 0.294                |
| 4     | 0.441                | 0.527                |
| 3     | 0.507                | 0.708                |
| 2     | 0.804                | 0.839                |
| 1     | 1.000                | 1.000                |

| $K_c/K_t$ | $\bar{EA}$ (kN) $\times 10^5$ | $\bar{N}_{max}$ (kN) | $T_o$ (s) |
|-----------|-------------------------------|----------------------|-----------|
| 0.50      | 3.228                         | 334.47               | 0.773     |
| 1.00      | 6.456                         | 668.94               | 0.670     |
| 2.00      | 12.912                        | 1337.88              | 0.547     |

$\bar{EA}$ ,  $\bar{N}_{max}$ : valori di riferimento (1° piano)

Tab. 2 - Caratteristiche del sistema di controventamento in fig.10

#### 4. ANALISI DELLA RISPOSTA DINAMICA

L'efficacia del sistema di controventamento con dispositivo dissipativo ai fini del controllo della risposta sismica della struttura viene valutata mettendo a confronto la risposta dinamica non lineare della struttura intelaiata in fig. 9 con l'analoga risposta delle diverse strutture del tipo in fig. 10, le cui caratteristiche sono state definite nel precedente paragrafo. A tale scopo viene utilizzata la procedura di analisi proposta in un precedente lavoro [18] e successivamente adottata in [12-14]. Analogamente a

quanto già fatto in [12-14], per limitare il costo dell'analisi si fa riferimento alle azioni sismiche orizzontali corrispondenti a tre accelerogrammi generati artificialmente, in merito ai quali si rinvia alla memoria [14] per ulteriori dettagli. I risultati che seguono sono stati ottenuti mediando quelli ottenuti adottando i tre accelerogrammi suddetti, per i quali è stato assunto un valore di picco dell'accelerazione al suolo pari a 0.35g.

In tab. 3 sono riportati, con riferimento al telaio senza controventi ( $K^* = K_c / K_t = 0$ ) ed ai telai con controventi caratterizzati da diversi valori dei rapporti  $K^*$  e  $N^* = N_g / N_{max}$ , alcuni parametri caratteristici della risposta: massimo spostamento orizzontale di piano  $u_{max}$ , massimo spostamento relativo di piano  $(\Delta u/h)_{max}$  in percentuale, valori massimi della duttilità richiesta per le travi ( $\mu_{Gmax}$ ) e per i pilastri ( $\mu_{Cmax}$ ), nonché valori medi della duttilità ( $\mu_{med}$ ) calcolati sulla base dei valori massimi attinti in ognuna delle sezioni estreme di tutti gli elementi costituenti il telaio.

L'andamento della funzione  $\Delta E_t(N_g, t_f)$  in corrispondenza dell'istante finale  $t_f = 12$  s dell'eccitazione sismica è, invece, illustrato nella fig. 11, in cui è possibile osservare una riduzione sempre maggiore dei valori assunti dalla funzione stessa al crescere della rigidità dei controventi rispetto a quella del telaio: è il caso di rilevare che il valore di  $\Delta E_t$  corrispondente a  $N^* = 0$  è quello relativo al telaio senza controventi ( $E_F = 0$ ). Si osserva, inoltre, che, mentre le curve corrispondenti all'assunzione dei valori 0.50 e 1 per il rapporto  $K^*$  presentano un andamento con gradiente trascurabile nel campo utile ai fini progettuali ( $0.50 \leq N^* \leq 1$ ) e l'attingimento del minimo intorno al valore  $N^* \approx 0.75$ , la curva corrispondente al valore  $K^* = 2$  presenta una maggiore curvatura con un punto di minimo di poco inferiore al valore  $N^* = 0.50$ , limite inferiore del campo di valori praticamente utili. Di tale circostanza è opportuno tener conto, tra l'altro, nello scegliere le caratteristiche dei controventi, in quanto in casi come quelli contemplati dalle prime due curve si ha maggiore libertà nella scelta del valore ottimale di  $N_g$ , oltre ad una discreta riserva di sicurezza quando è necessario compensare eventuali errori di taratura del dispositivo e, comunque, in tutti quei casi in cui per cause accidentali il dispositivo non dovesse entrare in funzione durante un sisma di notevole intensità.

In tab. 3 si può rilevare che, come già osservato in [12-13], la condizione di minimo per la funzione  $\Delta E_t$  non implica necessariamente la situazione ottimale nei riguardi di tutti i parametri di risposta, i cui valori più favorevoli sono evidenziati dall'aver riportato a fianco l'aliquota percentuale calcolata rispetto ai corrispondenti valori attinti per il telaio senza controventi ( $K^* = 0$ ). È interessante osservare che è sufficiente assumere un valore  $K^* = 0.50$ , valore questo che può essere ritenuto abbastanza contenuto, per avere una drastica riduzione della deformabilità della struttura e della duttilità media, ma in misura ancora più marcata, dei valori massimi locali di duttilità.

| $K_c/K_t$ | $N_g/N_{max}$ | $u_{max}$ (cm) | $(\Delta u/h)_{max}$ (%) | $\mu_{Gmax}$ | $\mu_{Cmax}$ | $\mu_{med}$ |
|-----------|---------------|----------------|--------------------------|--------------|--------------|-------------|
| 0         | -             | 15.37          | 1.136                    | 8.81         | 6.70         | 3.04        |
| 0.50      | 0.50          | 8.43           | 0.694                    | 2.91 (33%)   | 3.09         | 1.63        |
|           | 0.57          | 7.72 (50%)     | 0.621 (55%)              | 3.00         | 2.99         | 1.58 (52%)  |
|           | 0.68          | 8.45           | 0.649                    | 3.29         | 2.79 (42%)   | 1.60        |
|           | 0.75          | 8.41           | 0.662                    | 3.31         | 2.85         | 1.59        |
|           | 1.00          | 8.67           | 0.717                    | 3.43         | 3.09         | 1.70        |
| 1.00      | 0.50          | 9.21           | 0.797                    | 3.89         | 3.40         | 1.48        |
|           | 0.63          | 8.31           | 0.786                    | 3.59         | 3.41         | 1.41        |
|           | 0.75          | 6.51           | 0.688                    | 2.99         | 3.02         | 1.36        |
|           | 0.85          | 6.20           | 0.601                    | 2.53         | 2.64         | 1.33        |
|           | 1.00          | 6.14 (40%)     | 0.492 (43%)              | 2.05 (23%)   | 2.22 (33%)   | 1.27 (42%)  |
| 2.00      | 0.50          | 5.16 (34%)     | 0.415 (37%)              | 1.77         | 1.88 (28%)   | 1.09 (36%)  |
|           | 0.60          | 5.20           | 0.418                    | 1.70         | 1.94         | 1.09        |
|           | 0.75          | 5.55           | 0.436                    | 1.68 (19%)   | 1.97         | 1.09        |
|           | 1.00          | 6.68           | 0.481                    | 2.44         | 1.95         | 1.21        |

Tab. 3 - Risultati dell'analisi dinamica non lineare

Ulteriori riduzioni sono conseguibili attraverso scelte di controventi sempre più rigidi, ma l'impiego del maggior volume di materiale (e, quindi, il maggior costo) non è ripagato in egual misura dai vantaggi conseguibili. Ciò trova giustificazione per le strutture esaminate soprattutto nella forma spettrale relativa agli accelerogrammi considerati, che presenta un ramo di curva decrescente per periodi  $T_0 > 0.52$  s (cfr. valori dei periodi fondamentali di vibrazione delle strutture considerate nelle tabb. 1 e 2).

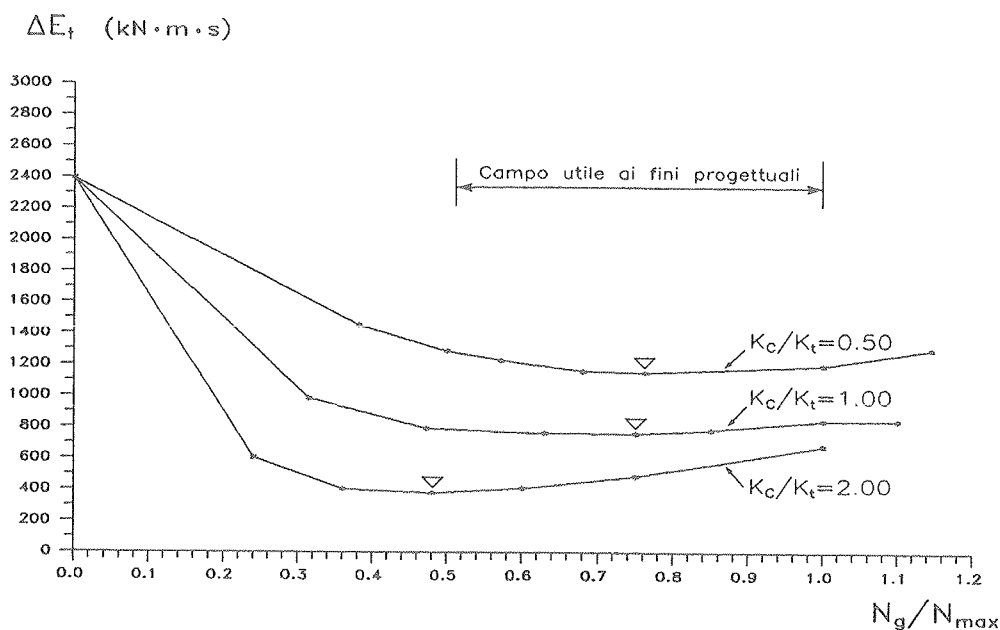


Fig. 11 - Andamento della funzione considerata ai fini dell'ottimizzazione dello sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo ( $t_f = 12$  s)

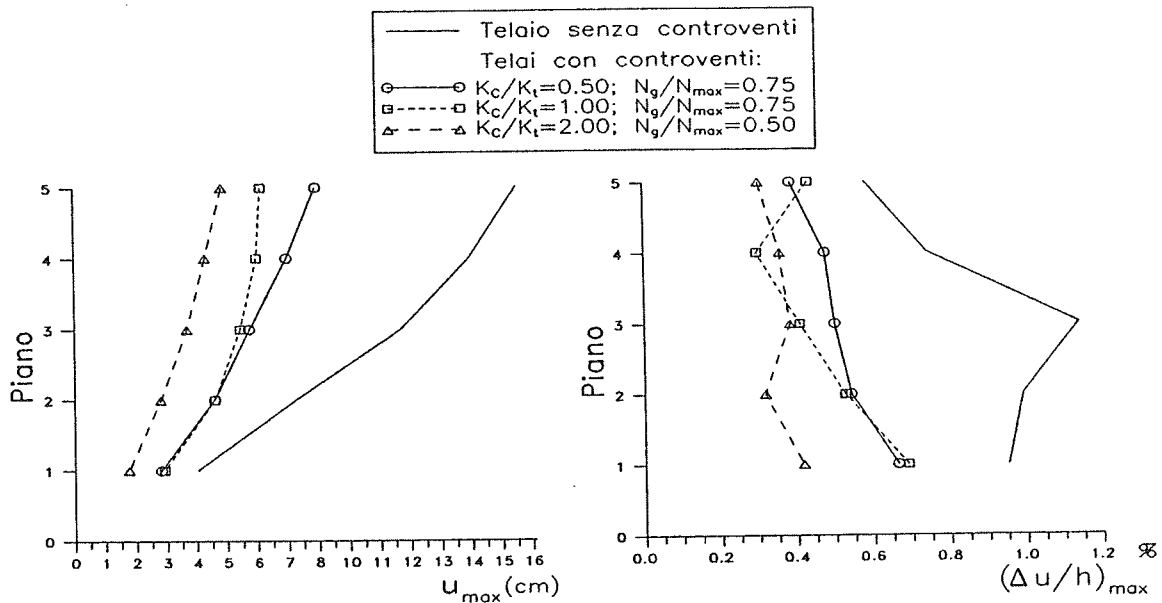
Infine, in fig. 12 sono messi a confronto gli andamenti dei parametri caratteristici della risposta ai vari piani per il telaio senza controventi e per i telai con controventi di diversa rigidezza nei rispettivi casi in cui lo sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo minimizza la funzione  $\Delta E_t$ . Si osserva che i valori dei suddetti parametri di risposta non decrescono necessariamente a tutti i piani se si assume una rigidezza dei controventi sempre più grande. Inoltre, la presenza dei controventi produce una drastica riduzione dei valori più elevati riscontrabili per i parametri di risposta nel caso del telaio senza controventi, determinando sempre un andamento soddisfacente; soprattutto nel caso relativo al valore  $K^* = 2$  si hanno gli andamenti più regolari, come del resto è lecito attendersi dal momento che il comportamento della struttura intelaiata tende a divenire più prossimo a quello elastico al crescere del contributo dei controventi in termini di rigidezza e di resistenza.

## 5. CONCLUSIONI

Sono stati proposti criteri per la progettazione di controventi diagonali provvisti di dispositivo dissipativo. Per valutare l'efficacia di tali criteri nel controllare la risposta dinamica non lineare del sistema strutturale è stata condotta un'indagine numerica variando le caratteristiche dei controventi e dei dispositivi dissipativi. In base ai risultati ottenuti si possono trarre le seguenti conclusioni:

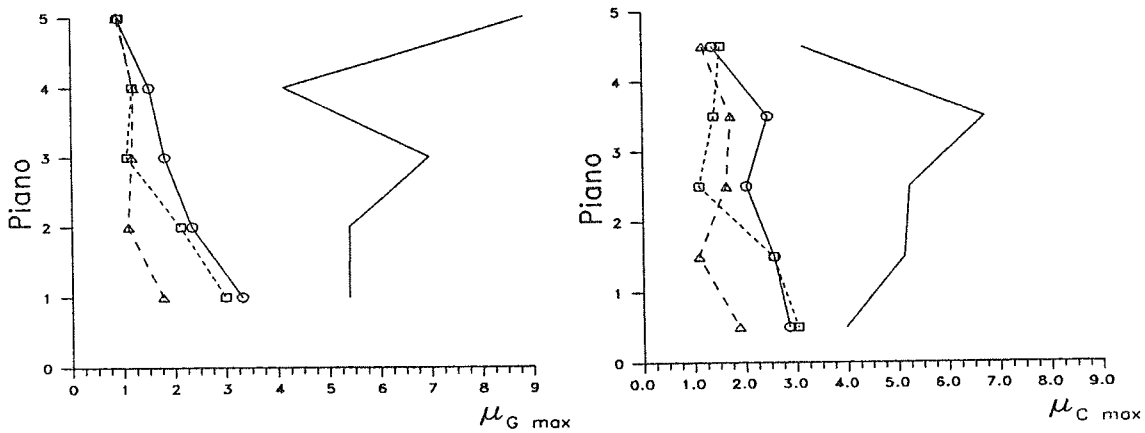
- la scelta della legge di distribuzione delle rigidezze dei controventi analoga a quella della struttura intelaiata, così come la scelta della legge di distribuzione degli sforzi di scorrimento nel dispositivo dissipativo affine a quella degli sforzi assiali elastici nelle diagonali tese, sono da ritenere adeguate;
- la presenza dei controventi, anche quando la loro rigidezza è relativamente modesta rispetto a quella della parte intelaiata, risulta molto efficace nel ridurre drasticamente i massimi valori attinti dai parametri caratteristici della risposta strutturale (spostamenti assoluti e relativi di piano, nonché richieste di duttilità) rispetto agli analoghi valori ottenuti per la struttura intelaiata;

- inoltre, la presenza dei controventi comporta distribuzioni dei massimi valori attinti dai suddetti parametri ai vari piani caratterizzate da andamento sempre più regolare al crescere del contributo di rigidità e di resistenza dei controventi;
- occorre tener presente, però, oltre che considerazioni di tipo economico, anche il tipo di andamento della funzione  $\Delta E_t$  al variare dello sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo, che, per valori più elevati della rigidità dei controventi, potrebbe essere poco favorevole in presenza di errori di taratura del dispositivo, ma soprattutto nell'ipotesi in cui il dispositivo dissipativo non dovesse entrare in funzione in occasione di un sisma violento;
- altre indagini numeriche, estese a strutture con diverse caratteristiche dinamiche, sono necessarie per sviluppare e verificare procedure progettuali più agevoli, soprattutto al fine di stabilire il valore ottimale dello sforzo di scorrimento nel dispositivo dissipativo.



(a) Massimi spostamenti orizzontali di piano

(b) Massimi spostamenti relativi di piano in percentuale



(c) Richieste di duttilità per le travi

(d) Richieste di duttilità per i pilastri

Fig. 12 - Confronto fra risultati numerici



## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [ 1] DE LUCA A., SERINO G.: "Nuovi sistemi strutturali per la difesa dal rischio sismico", *Ingegneria Sismica*, anno VI, n. 1, gennaio-aprile, 1989.
- [ 2] MELE M., CIAMPOLI M.: "I dispositivi riduttori delle forze: una nuova strada per la progettazione sismoresistente", *Costruzioni Metalliche*, n. 1, 1989.
- [ 3] PARDUCCI, A.: "Isolamento sismico e sistemi dissipativi - Relazione generale", *Proceedings of the International Meeting on Base Isolation and Passive Energy Dissipation*, Assisi, 8-9 giugno 1989.
- [ 4] ANTONUCCI R., GIACCHETTI R.: "La riduzione della vulnerabilità sismica degli edifici mediante sistemi non convenzionali", *L'Edilizia ex La Prefabbricazione*, anno IV, n. 6 (1<sup>a</sup> parte) e n. 7/8 (2<sup>a</sup> parte), 1990.
- [ 5] PALL A.S., MARSH C.: "Response of friction damped braced frames", *Journal of the Structural Division, ASCE*, June, 1982.
- [ 6] PALL A.S., VERGANELAKIS V., MARSH C.: "Friction dampers for seismic control of Concordia University Library Building", *Proceedings of the 5th Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Ottawa, 1987.
- [ 7] FILIATRAULT A., CHERRY S.: "Comparative performance of friction damped systems and base isolation systems for earthquake retrofit and aseismic design", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 389-416, 1988.
- [ 8] AIKEN I.D., KELLY J.M., PALL A.S.: "Seismic response of a nine-story steel frame with friction damped cross-bracing", Report No. UCB/EERC-88/17, *Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley*, november 1988.
- [ 9] CIAMPI V. : "Un sistema di controventi dissipativi per strutture antisismiche in acciaio", *International Meeting on Base Isolation and Passive Energy Dissipation*, Assisi, june 1989.
- [10] GIACCHETTI R., WHITTAKER A.S., BERTERO V.V., AKTAN H.M.: "Seismic response of a DMRSF retrofitted with friction-slip devices", *International Meeting on Base Isolation and Passive Energy Dissipation*, Assisi, june 1989.
- [11] WHITTAKER A.S., BERTERO V.V., ALONSO L.J., THOMPSON C.L., SCHOLL R.E.: "Passive energy dissipation using steel plate added damping and stiffness elements", *International Meeting on Base Isolation and Passive Energy Dissipation*, Assisi, june 1989.
- [12] VULCANO A.: "Adeguamento antisismico di strutture intelaiate in cemento armato: uso di controventi metallici con dispositivi dissipativi per attrito", *Atti delle Giornate AICAP '89, Napoli*, maggio 1989; vedi anche *Atti del XII Congresso C.T.A., Vol. II, Isola di Capri*, ottobre, 1989.
- [13] VULCANO A.: "Uso di controventi metallici con dispositivi dissipativi nell'adeguamento antisismico di strutture intelaiate", *Costruzioni Metalliche*, n. 5, 1991 (in corso di stampa).
- [14] REGA G., VESTRONI F., VULCANO A.: "Effectiveness of design prescriptions of CEB seismic code for satisfactory inelastic behaviour of reinforced concrete frames", *European Earthquake Engineering* (in corso di stampa).
- [15] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON: "Seismic Design of Concrete Structures", *CEB Bull. No. 160*, 1983.
- [16] SARÀ G. (coordinatore): "Ingegneria Antisismica", *Liguori Editore*, Vol. 1, pp. 241-253, Napoli, 1985.
- [17] FILIATRAULT A., CHERRY S.: "Seismic design of simple friction damped braced frames", *Procs. 9th World Conf. on Earth. Eng.*, Vol. V, Tokyo-Kyoto, Japan, august 1988.
- [18] VULCANO A.: "Analisi sismica di strutture intelaiate piane in campo elasto-plastico", *Atti del 1° Convegno Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, CISM Courses and Lectures, No. 271, Udine, 1981.

**MULTIADDRESS**  
di Gnola Lucia e Silvana Soc. di Fatto  
00159 Roma - Via Maffio Maffii, 13/13A - Tel. 43.18.27  
Stampato Maggio 1991





**aicap** - associazione italiana cemento armato e precompresso  
00197 roma - via giovanni antonelli 41 - telefono 06/8082226

