

EFFETTI DELLA VISCOSITA' DEL CALCESTRUZZO SULLO STATO DI TENSIONE  
NELLE SEZIONI DI CEMENTO ARMATO PARZIALMENTE PRECOMPRESSO

R. DI MARCO

Ingegnere civile  
Libero professionista  
Roma

A.E. ZINGALI

Associato di Tecnica delle Costruzioni  
Facoltà d'Ingegneria  
Università di Roma "La Sapienza"

SOMMARIO

Con riferimento alle cadute di precompressione per viscosità e ritiro che, nelle travi parzialmente precomprese assumono particolare rilevanza, si presenta un'indagine numerica su tale fenomeno. Vengono presi in considerazione tre diversi tipi di sezioni soggette ciascuna a tre diversi valori del momento dovuto al carico permanente, nonché tre diverse percentuali totali di armatura, usando un metodo di risoluzione al passo delle equazioni integrali che governano il fenomeno.

I risultati mostrano come, in pratica, nei casi esaminati, l'indice di precompressione non può scendere al di sotto di certi valori, e che per questi valori le perdite di precompressione, anche se in taluni casi elevate, non sono mai così forti da vanificare la precompressione stessa.

SUMMARY

One presents a numerical investigation on the loss of prestressing due to creep and shrinkage in partially prestressed beams, which are especially affected by this phenomenon. Three kinds of transversal sections, each one subjected to three different values of the moment due to the dead load, as well as three different total percentages of reinforcing steel, are considered, using a step by step method for the solution of the integral equations by which the phenomenon is described.

Results show that, in the practical cases which are examined, the prestressing ratio can not be less than some values, and for these values the loss of prestressing, in spite of being important in some cases, is not so large to make the prestressing useless.

1. PREMESSA

Il comportamento di elementi strutturali in calcestruzzo nei quali l'armatura resistente sia costituita da un'associazione di acciaio ad alto limite elastico preteso, e di acciaio ordinario da cemento armato, è, in fase di esercizio, intermedio fra quello di elementi di c.a., per i quali si ammette la fessurazione anche per il solo carico permanente, e quello di elementi in c.a.p. in cui, sotto l'azione del carico massimo le sezioni risultano non fessurate.

La riduzione dell'ampiezza delle lesioni per effetto della forza di precompressione, determina una riduzione delle deformazioni in fase di esercizio rispetto al caso di c.a.; la sostituzione di parte dell'acciaio da precompresso con acciaio ordinario riduce il pericolo di un comportamento fragile, proprio delle strutture in c.a.p., e ne incrementa la capacità dissipativa in presenza di azioni alternate (per es. sismiche).

Dosando opportunamente la quantità delle armature (I),(II),(III) è possibile adeguare la risposta della struttura alla natura dei carichi applicati.

La precompressione parziale è permessa solo dai regolamenti di alcuni paesi, come messo in evidenza da un'inchiesta internazionale promossa dall'A.I.P.C. (IV) e consiste generalmente nell'ammettere che la sezione si mantenga integralmente reagente sotto l'azione dei carichi permanenti ed un'aliquota di quelli accidentali, e che si parzializzi invece sotto l'azione dei carichi massimi di esercizio con una variazione di tensione negli acciai inferiore ad un limite prefissato per ridurre l'ampiezza delle lesioni ed il pericolo di fenomeni di fatica negli acciai da pre-compresso.

Nel funzionamento di una sezione parzialmente precompressa, assume quindi grande importanza il valore della tensione residua di compressione nel calcestruzzo perchè da essa derivano la probabilità di fessurazione e l'entità della variazione di tensione nei cavi.

La presenza, accanto alle armature di acciaio preteso, di forti quantità di acciaio ordinario, superiori a quelle normalmente presenti nelle travi in c.a.p., da un lato riduce la perdita di tensione nei cavi poichè ostacola l'evolversi della deformazione viscosa, dall'altro diminuisce fortemente l'entità della forza di precompressione effettivamente presente nel calcestruzzo, perchè la viscosità introduce una sfavorevole ridistribuzione delle tensioni dal calcestruzzo all'acciaio, riducendo conseguentemente l'entità del momento di decompressione.

Oggetto della presente ricerca è la determinazione, attraverso un'ampia sperimentazione numerica con un modello in grado di definire in modo rigoroso le perdite, degli effetti di una serie di parametri su tale fenomeno.

## 2. MODELLO PER LO STUDIO DEGLI EFFETTI DELLE DEFORMAZIONI LENTE DEL CALCESTRUZZO

### 2.1 Ricerche precedenti

La determinazione dell'entità della riduzione della precompressione causata dalle deformazioni lente del calcestruzzo, in presenza di forti quantità di armatura non pretesa, è stata oggetto di un'ampia serie di studi teorici e prove sperimentali (V),(VI),(VII),(VIII),(IX).

I metodi proposti sono però generalmente basati su una trattazione semplificata dell'effetto delle deformazioni lente, e quindi risultano adatti più ad un uso tecnico in fase di progettazione che ad un'indagine rigorosa di tipo parametrico, oggetto della presente ricerca.

Si è quindi pensato di adottare una trattazione, la più accurata possibile, degli effetti di tali deformazioni, che consentisse anche di mettere in evidenza, nell'ambito del problema esaminato, i limiti di validità di metodi semplificati.

### 2.2 Formulazione del problema

Con riferimento alla sezione di fig.1, supposta appartenente ad una struttura isostatica e quindi libera di deformarsi, e per cui valga l'ipotesi di conservazione della planarità, com'è noto, la deformazione  $\varepsilon$  in ogni fibra, può essere messa in relazione con la deformazione  $\bar{\varepsilon}$  della fibra baricentrica e con la curvatura  $\chi$  della sezione mediante la relazione:

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}(t) + \chi(t)y \quad (1)$$

Nell'ipotesi che il conglomerato abbia un comportamento elasto-viscoso lineare,

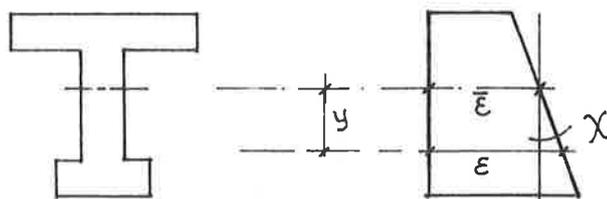


fig.1

per il quale sia quindi valida la usuale ipotesi di sovrapponibilità degli effetti, vale la relazione

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t d\sigma_c(\tau) \phi(t, \tau) + \varepsilon_{c_n}(t) \quad (2)$$

essendo  $\phi(t, t_0)$  la funzione di viscosità definita da:

$$\phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} (1 + \psi(t, t_0)) \quad (3)$$

con  $\psi(t, t_0)$  il coefficiente di viscosità e  $\varepsilon_{c_n}(t)$  la deformazione indipendente dalla tensione (ritiro).

Per l'acciaio è valida invece la relazione:

$$\varepsilon_a(t) = \frac{\sigma_a(t)}{E_a} + \varepsilon_{a_0} \quad (4)$$

con  $\varepsilon_{a_0}$  deformazione iniziale.

Sostituendo le (2) e (4) nella (1), moltiplicando poi la (1) una volta per  $dA_c$  ed una seconda per  $y dA_c$ , integrando poi le due relazioni sull'intera sezione e ricordando che, per la condizione di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione, in assenza di incrementi di carico esterno, sono valide le relazioni

$$\int_{A_c} d\sigma_c dA_c + \int_{A_a} d\sigma_a A_a = 0 \quad (5)$$

$$\int_{A_c} d\sigma_c y dA_c + \int_{A_a} d\sigma_a y A_a = 0 \quad (6)$$

e ricordando che all'istante iniziale è:

$$\sigma_c(t_0) = E_c(t_0) [\bar{\varepsilon}(t_0) + \chi(t_0) y] \quad (7)$$

posto  $\chi_0 = \chi(t_0), \quad \bar{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}(t_0), \quad E_{c_0} = E_c(t_0)$

risultano valide le due relazioni, con ovvio significato dei simboli:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}(t) A_c + \chi(t) S_c = E_{c_0} A \bar{\varepsilon}_0 \phi(t, t_0) + E_{c_0} S_c \chi_0 \phi(t, t_0) - \left( \int_{t_0}^t (E_a A_a d\bar{\varepsilon}(\tau) + E_a S_a d\chi(\tau)) \phi(t, \tau) + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^t \varepsilon_{c_n}(\tau) dA_c \right) \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}(t) S_c + \chi(t) J_c = E_{c_0} S_c \bar{\varepsilon}_0 \phi(t, t_0) + E_{c_0} J_c \chi_0 \phi(t, t_0) - \left( \int_{t_0}^t (E_a S_a d\bar{\varepsilon}(\tau) + E_a J_a d\chi(\tau)) \phi(t, \tau) + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^t \varepsilon_{c_n}(\tau) y dA_c \right) \quad (9) \end{aligned}$$

essendo c ed a gli indici riferiti al calcestruzzo ed all'acciaio rispettivamente.

### 2.3 Metodi di soluzione

La soluzione del sistema di due equazioni integrali di Volterra presenta due ordini di difficoltà: il primo riguarda la definizione di leggi costitutive del calcestruzzo che consentano di rappresentare in modo realistico l'ampia serie di dati

sperimentali, il secondo riguarda la complessità della trattazione matematica delle equazioni.

In (X) è riportata un'ampia sintesi dei modelli di rappresentazione dei legami costitutivi del calcestruzzo e le tecniche più collaudate per la soluzione delle relazioni matematiche che derivano dall'applicazione di tali modelli ai problemi strutturali più usuali, unitamente ad un'estesa bibliografia.

Seguendo la classificazione ivi proposta, i metodi di analisi delle strutture a comportamento elasto-viscoso lineare, di differente complessità e grado di approssimazione raggiungibile decrescente, sono:

- il metodo generale che consiste in una soluzione al passo delle equazioni integrali ed è basato sull'approssimazione dell'integrale con una somma finita di termini (XI), (XII). Il metodo consente quindi di utilizzare leggi costitutive di forma arbitraria e di ottenere, con i vincoli della precisione numerica, una soluzione approssimata al grado voluto, ma ha l'inconveniente di rendere necessaria l'automazione dell'algoritmo.

- I metodi algebrizzati (XIII), (XIV), che consistono nel risolvere in maniera approssimata le equazioni integrali trasformandole in equazioni algebriche, sostituendo all'equazione effettiva una forma di quadratura approssimata a diversi livelli di precisione. Il metodo mantiene il requisito di permettere l'adozione di legami costitutivi arbitrari.

- I metodi semplificati (XV), (XVI), (XVII), consentono una soluzione analiticamente esatta del problema attraverso una descrizione semplificata dei legami costitutivi del calcestruzzo: tali metodi hanno quindi il requisito di una soluzione analiticamente rigorosa del problema, ma la rappresentazione del comportamento del materiale è generalmente poco accurata.

#### 2.4 Modello utilizzato nella sperimentazione numerica

Nello spirito dell'indagine, per la soluzione del sistema è stato adottato il metodo generale: suddiviso l'intervallo di tempo  $t-t_0$  in una serie di sottointervalli  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  mediante i tempi  $t_i$  la (2) può essere sostituita da una somma finita ed essere scritta, applicando la regola dei trapezi:

$$\varepsilon_c(t_k) = \varepsilon_{c_n}(t_k) + \sum_{i=1}^k (\phi(t_k, t_i) + \phi(t_k, t_{i-1})) / 2 \Delta \sigma(t_i) \quad (10)$$

Posto:  $(\phi(t_k, t_i) + \phi(t_k, t_{i-1})) / 2 = 1/E_{k,i}$  e  $\bar{\varepsilon}_k = \bar{\varepsilon}(t_k)$ ,  $\chi_k = \chi(t_k)$

e sostituita la (10) nella (2), è valida la relazione incrementale:

$$\Delta \sigma(t_k) = E_{k,k} [\bar{\varepsilon}_k + \chi_k y - \varepsilon_{c_n}(t_k)] - \sum_{i=1}^{k-1} \Delta \sigma(t_i) / E_{k,i} \quad (11)$$

Per l'acciaio risulta invece valida la relazione ricavata dalla (4):

$$\Delta \sigma_a(t_k) = E_a [(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + (\chi_k - \chi_{k-1}) y] \quad (12)$$

Introducendo le (11) e (12) nelle (5) e (6), valide anche nel caso in cui vi sia l'applicazione di un carico esterno a patto di assumere per esso  $\Delta t = 0$ , è possibile determinare per ogni tempo  $t_k$  il valore di  $\bar{\varepsilon}_k$  e  $\chi_k$ , una volta che si conoscano i valori  $\Delta \sigma_i$  dei tempi  $t_i < t_k$ .

Per la determinazione, ad ogni istante  $t_k$  dei valori  $\bar{\varepsilon}$  e  $\chi$ , è stato messo a punto un programma di calcolo automatico nel quale non sono considerati i valori di  $\Delta N$  e  $\Delta M$  indotti dal rilassamento dell'acciaio preteso.

Seguendo quanto indicato in (X) si è adottato, per il primo intervallo dalla da-

ta di applicazione del carico il valore  $\Delta t = 0.05$  gg. e per gli intervalli successivi la relazione ricorrente:

$$\Delta t_i = 1.15 t_{i-1}$$

2.5 Legge di viscosità e ritiro adottate (Formulazione C.E.B. in appendix D)

Viscosità:

$$\Phi(t, t_0) = \frac{1}{E_{28}} (\beta_e(t_0) + \beta_a(t_0) + \psi_a \beta_d(t-t_0) + \psi_f (\beta_f(t) - \beta_f(t_0)))$$

con

$$\beta_e(t_0) = 0.875 \left( \frac{t_0 + 47}{t_0} \right)^{1/7.35}$$

$$\beta_a = 0.8 \left( 1 - \left( \frac{t_0}{t_0 + 47} \right)^{1/2.45} \right)$$

$$\beta_d(t-t_0) = \left( \frac{t-t_0}{t-t_0+328} \right)^{1/4.2}$$

$$\psi_a = 0.4, \quad \psi_f = 2.5$$

$$\beta_f(t) = \left( \frac{t}{t+k_1} \right)^{k_2} \quad \text{con}$$

$$k_1 = e^{[5.02/h_0 + \ln(6.95h_0^{1.25})]}$$

$$k_2 = e^{[0.00144 - 1.1/h_0 - \ln(1.005h_0^{0.2954})]}$$

$h_0$  : spessore nominale

Ritiro:

$$\varepsilon_s(t-t_0) = \varepsilon_{s_0} (\beta_s(t) - \beta_s(t_0))$$

con

$$\beta_s(t) = \left( \frac{t}{t+k_3} \right)^{k_4}$$

e

$$k_3 = 11.8h_0 + 16$$

$$k_4 = e^{[-0.00257h_0 + 0.32/h_0 + \ln(0.22h_0^{0.4})]}$$

## 2.6 Il metodo semplificato

Il metodo semplificato è ricavato da quanto esposto in (XV). Esso si basa sulle seguenti ipotesi fondamentali:

-comportamento del calcestruzzo di tipo "invecchiante" con totale irreversibilità delle deformazioni lente.

-Modulo elastico costante ad intervalli (v.fig.2).

-Sollecitazioni esterne costanti nei medesimi intervalli.

-Sezione di calcestruzzo omogenea (tutta della medesima età).

In tale ambito, imponendo la congruenza fra la velocità di deformazione del calcestruzzo alla quota dell'armatura, e quella dell'acciaio dell'armatura stessa, si perviene all'equazione differenziale:

$$\frac{d\Delta N}{d\varphi} + A \left( N + \frac{N_p k_{na}}{k_{aa}} \right) = 0 \quad (13)$$

dove  $\Delta N$  è la variazione della forza di precompressione iniziale  $N_p$  ed  $N_t$  è la risultante di  $N_p$  e della forza fittizia:

$$N^* = \frac{E_c(t_0)A_c}{\varphi_\infty} \varepsilon_r(\infty)$$

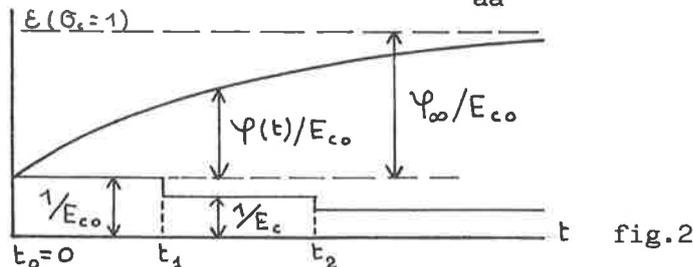
equivalente al ritiro  $\varepsilon_r$ .  $\varphi(t, t_0)$  è il coefficiente di viscosità (fig.2), mentre i coefficienti  $A$ ,  $k_{na}$ ,  $k_{aa}$  sono dati rispettivamente da:

$$A = \frac{1}{\frac{E_{c0}}{E_c} + \frac{E_{c0}A_c}{E_a A_a k_{aa}}}, \quad k_{na} = 1 + \frac{e_n e_a}{\rho_c^2}, \quad k_{aa} = 1 + \frac{e_a^2}{\rho_c^2}$$

con  $e_n$  ed  $e_a$  eccentricità della forza  $N_t$  e dell'armatura, ed ovvio significato degli altri simboli.

La soluzione della (13), relativa ad un generico intervallo  $t_2 - t_1$  è data da:

$$\Delta N(t_2) = \Delta N(t_1) e^{-A(\varphi(t_2) - \varphi(t_1))} + N_t \frac{k_{na}}{k_{aa}} (e^{-A(\varphi(t_2) - \varphi(t_1))} - 1)$$



Poichè, una volta definita la funzione  $\varphi(t_0, t)$ , la precedente espressione è immediatamente calcolabile, è facile procedere successivamente al calcolo relativo ai diversi intervalli.

Nel caso specifico, nello spirito della massima semplificazione, si è usata, quale espressione di  $\varphi$ , la vecchia formulazione di Dischinger:

$$\varphi(t_0, t) = \varphi_\infty e^{-\alpha t_0} (1 - e^{-\alpha(t-t_0)})$$

Il valore del coefficiente  $\alpha$  definisce, a parità di  $\varphi_\infty$ , la tangente iniziale della curva, e può essere determinato imponendo un valore di  $\varphi$ , per un tempo  $t'$  pari, ad esempio ad un mese od un anno, desumendolo da funzioni di viscosità più sofisticate:

$$\alpha = - \frac{1}{t'} \ln(1 - \varphi(t')/\varphi_\infty)$$

### 3. LA SPERIMENTAZIONE NUMERICA

#### 3.1 Forma della sezione

E' stato studiato il comportamento delle tre sezioni riportate in fig.3, coincidenti, in forma e dimensioni, con quelle oggetto dell'indagine internazionale dell'A.I.P.C.

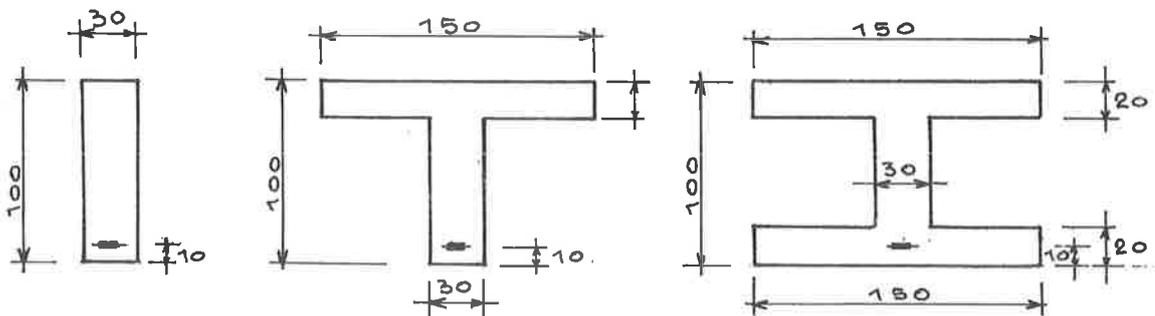


fig.3

### 3.2 Percentuali di armatura

Sono state considerate tre percentuali di armatura:

$$\omega = A_a/A_c \times 100 = 0.6, 1.2, 1.8,$$

essendo quella intermedia  $\omega=1.2$  coincidente con quella delle sezioni dell'indagine A.I.P.C., e

$$A_a = A_o + kA_p$$

con  $k$  coefficiente di equivalenza tra le armature ordinarie  $A_o$  e le armature da pre-compresso  $A_p$  assunto pari a:

$$k = f_{ptd}/f_{yd}.$$

Se la rottura della sezione è di tipo duttile, al variare di  $A_o$  e di  $A_p$  si mantiene costante il valore del momento ultimo.

### 3.3 Indice di precompressione

Per ognuno dei valori di  $\omega$  indicati al punto precedente, sono stati esaminati 5 valori dell'indice di precompressione:

$$I.P. = A_p f_{ptd} / (A_p f_{ptd} + A_o f_{yd}) = 1.0, 0.85, 0.60, 0.40, 0.10.$$

che, nel caso in cui i livelli dei baricentri dei due tipi di armature coincidano, e la rottura sia di tipo duttile, rappresenta il rapporto tra il momento resistente di calcolo della sola armatura di precompressione e quello totale della sezione.

### 3.4 Entità dei carichi permanenti

Per ognuna delle combinazioni di forma di sezione, percentuale di armatura, indice di precompressione, sono stati considerati tre valori del momento dei carichi permanenti, supposti applicati interamente in epoca prossima a quella di precompressione, e pari a 0.2, 0.4, 0.6 del momento di rottura diviso per il fattore 1.5, per un totale di 135 casi.

### 3.5 Caratteristiche dei materiali

- Calcestruzzo:  $R'_{bk} = 350 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_{ca} = 350.000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\psi = 2.5$ ,  $\epsilon_{sco} = 0.00025$
- Acciaio ordinario:  $f_{yk} = 4400 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\gamma_{ao} = 1.15$
- Acciaio da precompresso:  $f_{yptk} = 16500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\gamma_{ap} = 1.15$

In conseguenza :

$$k = 3.75, \quad n = E_a/E_c = 6.$$

## 4. RISULTATI DELLA SPERIMENTAZIONE

I risultati dell'indagine numerica sono riportati nelle figg.4-21 in cui, in funzione dell'indice di precompressione IP sono diagrammati i valori di:

-a) rapporto tra il momento di decompressione della sezione e il corrispondente per sezione totalmente precompressa (IP=1).

-b) rapporto tra il momento di decompressione della sezione ed il corrispondente in assenza di caduta di tensione ( $\Delta N=0$ ).

Le curve risultano interrotte in corrispondenza di quei valori dell'indice di precompressione per i quali l'entità del momento di decompressione coincide con quella del momento dei carichi permanenti: tale limitazione corrisponde alla condizione di sicurezza che, per effetto dei carichi permanenti non vi siano tensioni nel calcestruzzo.

Le tre linee di ogni figura si riferiscono ai tre valori del momento del carico permanente indicati in 3.4: le curve contrassegnate con c) si riferiscono a  $M_p = 0.6M_r/1.5$ , quelle contrassegnate con b) a  $M_p = 0.4M_r/1.5$ , e quelle contrassegnate

con a) a  $M_p = 0.2M_r/1.5$ .

Nelle figg.22-24 sono poi riportati, sempre in funzione dell'indice di precompressione, per i tre tipi di sezione la percentuale di armatura intermedia  $\omega = 1.2$ , i valori degli incrementi di tensione negli acciai, a partire dallo stato di decompressione, indotti dall'applicazione di un momento flettente pari al momento di decompressione nel caso di precompressione totale (IP=1).

Il calcolo viene effettuato nella ipotesi di assenza di resistenza a trazione del calcestruzzo e adottando il coefficiente di omogeneizzazione il valore 6 (v. par 3.5).

#### 4.1 Curve $M_{dec} / M_{dec(IP=1)}$

Il confronto tra i diagrammi mostra che le curve corrispondenti hanno un andamento pressochè analogo al variare dei parametri esaminati; in particolare l'entità del rapporto  $M_{dec}/M_{dec(IP=1)}$  dipende essenzialmente dal valore dell'indice di precompressione e dell'aliquota del carico permanente sul totale, mentre risulta scarsamente influenzata dalla forma della sezione e dalla percentuale di armatura totale.

Nella tabella seguente sono riportati, per le tre sezioni esaminate, per  $\omega = 0.6$  e  $\omega = 1.8$ , e per  $M_p/(M_r/1.5) = 0.2$  e  $0.6$  i valori di  $M_{dec}/M_{dec(IP=1)}$  :

IP	sez. rettangolare				sez. a T				sez. a doppio T			
	$\omega = 0.6$		$\omega = 1.8$		$\omega = 0.6$		$\omega = 1.8$		$\omega = 0.6$		$\omega = 1.8$	
	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c
0.85	0.808	0.828	0.772	0.814	0.735	0.822	0.745	0.805	0.813	0.823	0.781	0.803
0.65	0.569	0.615	0.522	0.612	0.552	0.611	0.492	0.613	0.571	0.533	0.530	0.591

#### 4.2 Curve $M_{dec} / M_{dec}(N=0)$

Nell'ipotesi di trascurare l'incremento dell'inerzia della sezione per effetto della omogeneizzazione dell'armatura, tale rapporto coincide con quello

$$N_{t=\infty} / N_{t=0}$$

essendo  $N_{t=\infty}$  il valore della forza di precompressione effettivamente presente nel calcestruzzo.

I diagrammi mettono in evidenza che il fenomeno della perdita di tensione per effetto delle deformazioni lente del calcestruzzo in presenza di forti quantità di acciaio è sensibile, ma che per gli indici di precompressione più bassi fra quelli normalmente adottati per la precompressione parziale è sempre sufficientemente contenuto.

Nella tabella seguente sono riportate per le varie sezioni le riduzioni percentuali massime della forza di precompressione dal caso di IP=1 a quello di IP=0.65, per gli stessi rapporti  $M_p/(M_r/1.5)$ .

sez. rett.		sez. a T		sez. a doppio T	
a	c	a	c	a	c
0.901	0.930	0.860	0.980	0.868	0.930

#### 4.3 Effetto del modello adottato

Nella tabella seguente sono riportati, per le tre sezioni, per  $\mu=1.2$ , per quattro valori dell'indice di precompressione e per il valore più basso di  $M_p$ , i valori dello sforzo normale iniziale e della perdita di precompressione calcolata con il metodo generale (g) e quello semplificato (s) descritto in par. 2.6. In quest'ultimo sono stati considerati due soli intervalli: uno di trenta giorni con modulo  $E_c$  pari a  $250.000 \text{ kg/cm}^2$  e sola armatura passiva, ed uno fino a tempo infinito con modulo  $E_c=350.000 \text{ kg/cm}^2$  ed armatura mista.

I valori di  $\varphi_\infty$  e di  $\alpha$  atti ad assimilare la funzione del C.E.B. adottata nel metodo generale sono rispettivamente  $\varphi_\infty=2.07$  e  $\alpha=0.6$ .

IP	sez. rettangolare			sez. a T			sez. a doppio T		
	$N_p$	N(g)	N(s)	$N_p$	N(g)	N(s)	$N_p$	N(g)	N(s)
1.00	115.2	-11.6	-12.9	207.4	-28.1	-32.3	299.5	-26.7	-29.4
0.85	97.9	-14.0	-14.8	176.2	-32.4	-34.6	254.6	-33.1	-34.3
0.65	74.9	-15.2	-15.1	134.8	-32.9	-32.3	134.7	-37.6	-37.6
0.40	32.4	-11.0	-12.4	58.3	-19.6	-24.2	84.2	-31.1	-35.2

Il confronto tra i valori corrispondenti mette in evidenza il buon accordo tra i risultati ottenuti, che mostrano uno scarto tra loro mediamente del 10% e massimo del 18%.

#### 4.4 Variazione di tensione negli acciai

Per il calcolo dei diagrammi relativi alla variazione di tensione negli acciai è stato assunto, come si è visto (par.3.5), un valore del coefficiente di omogeneizzazione  $n=6$ . Ciò è stato fatto nella considerazione che dette variazioni sono indotte dai soli carichi accidentali e quindi di breve durata.

La parte tratteggiata nei diagrammi corrisponde ai casi nei quali l'applicazione dei soli carichi permanenti induce tensioni di trazione al calcestruzzo.

L'esame dei diagrammi mostra che, se si limita il valore della variazione massima di tensione a  $\Delta\sigma_a=1500 \text{ kg/cm}^2$  come previsto dai regolamenti svizzero e austriaco, l'indice di precompressione non può scendere al di sotto di valori compresi tra 0.6 e 0.7. Tale condizione contribuisce a mantenere, nei casi pratici, l'indice di precompressione entro valori per i quali le cadute di tensione non sono eccessive.

### 5. CONCLUSIONI

Un'ampia indagine parametrica sugli effetti della forma della sezione, della percentuale totale di armatura e dell'indice di precompressione sulla riduzione delle tensioni di precompressione ha mostrato che l'entità del fenomeno dipende essenzialmente dall'indice di precompressione, quindi dalla percentuale di armatura ordinaria su quella totale e dall'entità del carico permanente applicato, e cioè dallo stato di tensione nella sezione, ma è scarsamente influenzata dalla forma della sezione stessa e dalla percentuale totale di armatura. Tale risultato può essere messo in relazione con il fatto che in presenza di forti quantità di armatura ordinaria l'entità della precompressione è modesta e quindi anche i fenomeni viscosi; per valori superiori di precompressione invece, la quantità di armatura ordinaria è modesta e quindi anche le cadute di tensione ad essa riferibili. L'esame poi degli effetti di limiti all'entità delle variazioni di tensione negli acciai in fase di esercizio, riduce il campo di variabilità dell'indice di

precompressione che deve essere superiore a 0.6-0.7, eliminando quei casi nei quali il fenomeno studiato risulta più rilevante. Si può quindi dire che nella pratica corrente la presenza di armatura ordinaria insieme a quella pretesa introduce una riduzione delle tensioni nel calcestruzzo di entità non trascurabile, ma tale da non diminuire in modo eccessivo gli effetti della coazione impressa.

#### BIBLIOGRAFIA

- (I) MOUSTAFA S.E. Design of Partially Prestressed Concrete Flexural Members  
PCI Journal May-June 1977 pp. 12-29
- (II) SIRIAKSORN A., NAAMAN A.E. Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams PCI Journal Part 1 March-April 1979  
pp.64-89 Part 2 May-June 1979 pp.40-60
- (III) BACHMANN H. Partial Prestressing of Concrete Structures IABSE Surveys  
November 1979 pp. 1-19
- (IV) INOMATA S. A Design Procedures fo Partially Prestressed Concrete Beams  
Based on Strength an Serviceability PCI Journal September-October  
1982 pp.100-116
- (V) BAUS.R,DEPAUW V. Enquete sur la precontrainte partielle Annales des Travaux  
Publics de Belgique n.2 1956 pp.141-156
- (VI) ABELES P.W. The Effect of Non Tensioned Steel on Prestressed Concrete  
The Reiforced Concrete Review June 1961 pp.635-642
- (VII) SHAIKH F., BRANSON D.E. Non Tensioned Steel in Prestressed Concrete Beams  
PCI Journal February 1970 pp. 14-36
- (VIII) TADROS, MAHER K. e alii Effect of Non-Prestressed steel on Prestress Loss  
and Deflections PCI Journal March-April 1977 pp.50-63
- (IX) HUTTON G.S., LOOV R. Flexural Behaviour of Prestressed, Partially Prestressed  
Concrete Beams Journal of American Concrete Institute  
December 1966 pp.1401-1409
- (X) C.E.B. Design Manual on Structural Effects of Time Dependent Behaviour of  
Concrete Georgi Publishing Company St. Saphorin Switzerland 1984
- (XI) BAZANT Z.P. Numerical determination of Stres Response to a Given Strain Histo-  
ry on Concrete Internal Research Report in C.E.B. Bullettin n.80  
Fevrier 1972
- (XII) MOLA F. Metodo generale e metodo approssimato per la risoluzione di strutture  
non omogenee a comportamento elastico viscoso lineare Studi e Ricerche  
Corso Fratelli Pesenti Vol 1 1979 Milano
- (XIII) BAZANT Z.P. Prediction of Concrete Creep Effects usig Age Adjusted Effective  
Modulus Method ACI Journal Vol n.4 1972 pp.212-217
- (XIV) MOLA F. Metodi di analisi di strutture in C.A. e C.A.P.a comportamento ela-  
sto viscoso lineare Studi e Ricerche Corso Fratelli Pesenti Vol. 3  
1981 pp.251-283
- (XV) ZINGALI E.A. Sulla redistribuzione delle tensioni per viscosità del conglome-  
rato nelle sezioni di Cemento armato precompresso "miste" o ad "Arma-  
tura mista" Il Cemento n. 11 1964 Vol. 61
- (XVI) RUSCH H., JUNGWIRTH D., HILSDORF H. Kritische Sichtung der Verfahren zur  
Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons  
Beton-und Stahlbetonbau Vol. 68 1973 pp. 49-60, 76-86, 152-158
- (XVII) RUSCH H., JUNGWIRTH D. Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden  
auf das Verhalten der Tragwerke " Werner-Verlag Dusseldorf 1976
- (XVIII) ACI Committee 209 Prediction of Creep; Shrinkage and temperature Effects in  
Concrete Structures ACI Publication SP 27 1971

SEZIONE RETTANGOLARE  $\Omega = 0.0$

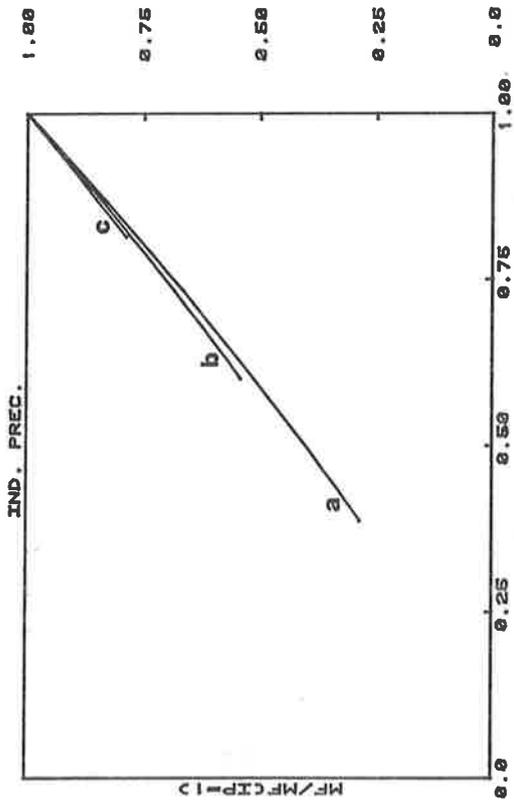


fig. 4

SEZIONE RETTANGOLARE  $\Omega = 0.0$

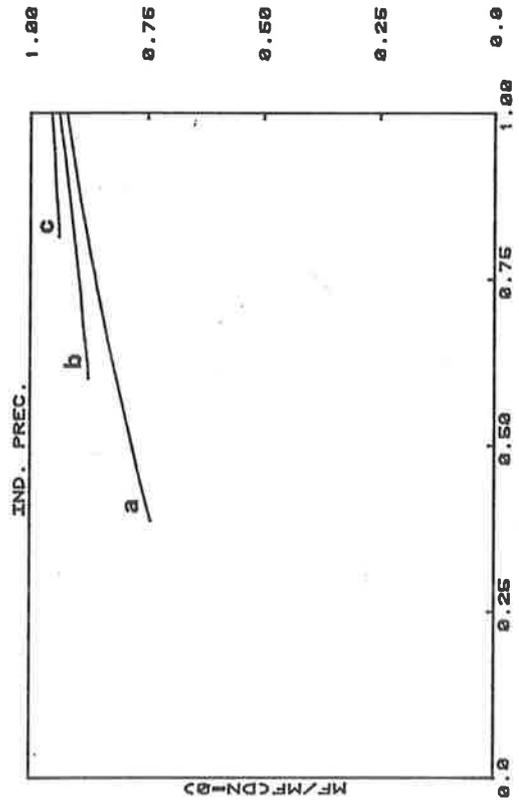


fig. 6

SEZIONE RETTANGOLARE  $\Omega = 1.2$

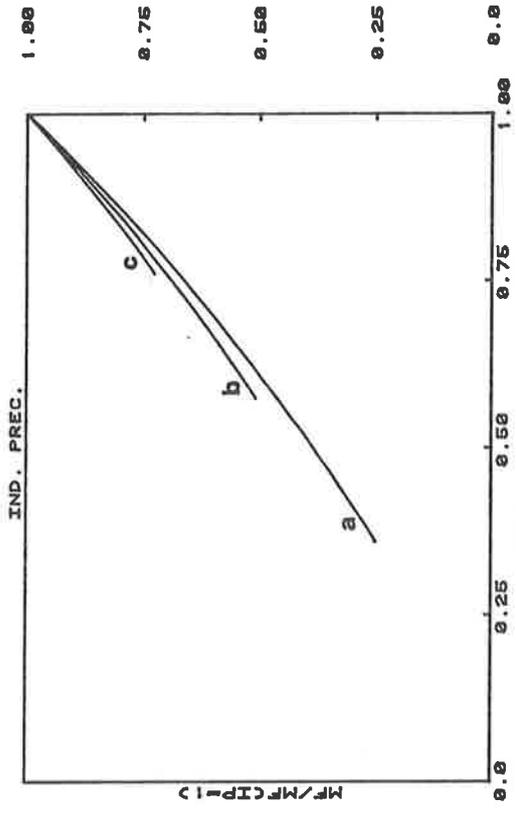


fig. 5

SEZIONE RETTANGOLARE  $\Omega = 1.2$

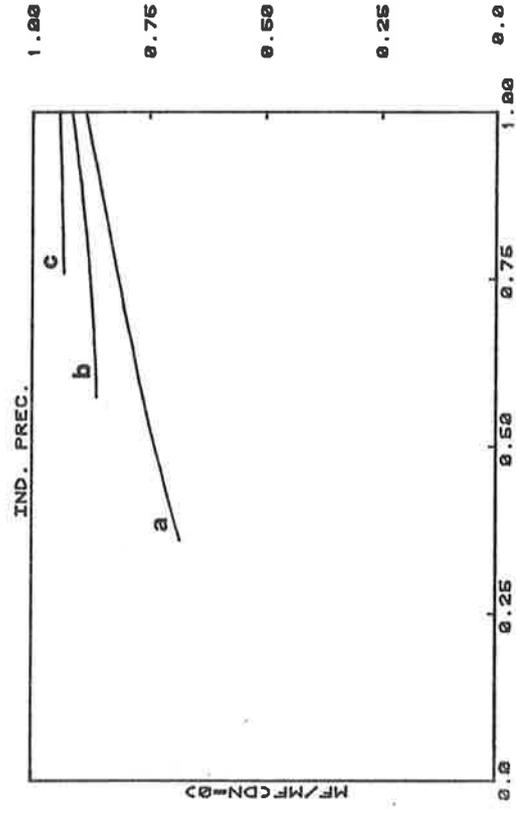


fig. 7

SEZIONE RETTANGOLARE OMEGA= 1.8

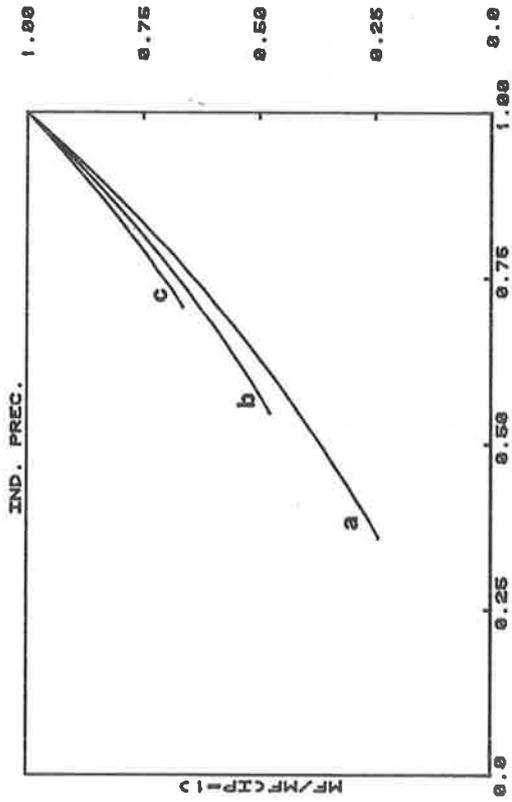


fig. 8

SEZIONE RETTANGOLARE OMEGA= 1.8

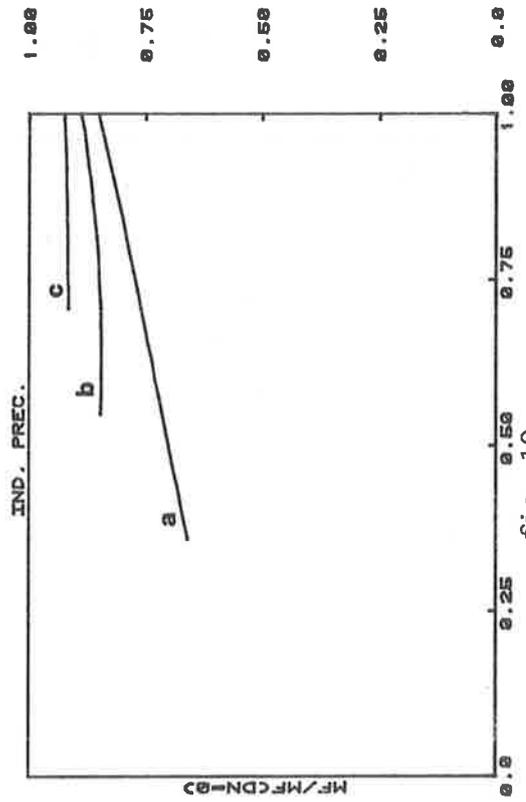


fig. 10

SEZIONE A T OMEGA= 0.6

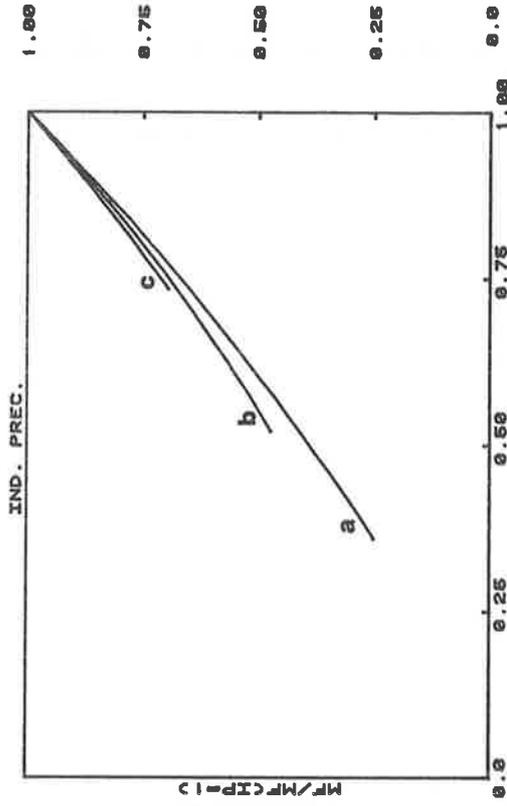


fig. 9

SEZIONE A T OMEGA= 0.6

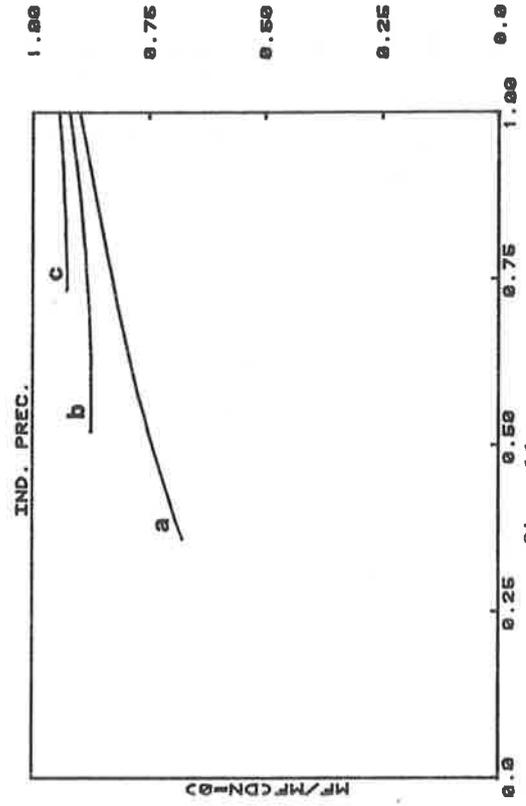


fig. 11

SEZIONE A T OMEGA= 1.2

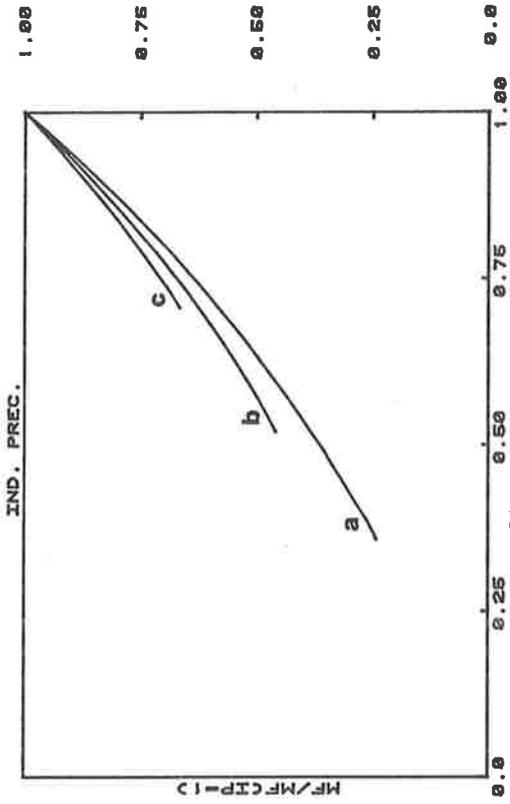


fig. 12

SEZIONE A T OMEGA= 1.2

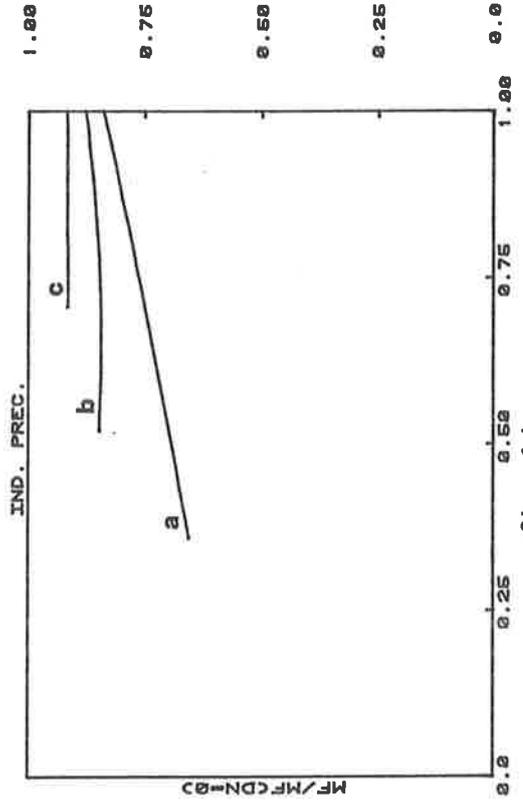


fig. 14

SEZIONE A T OMEGA= 1.6

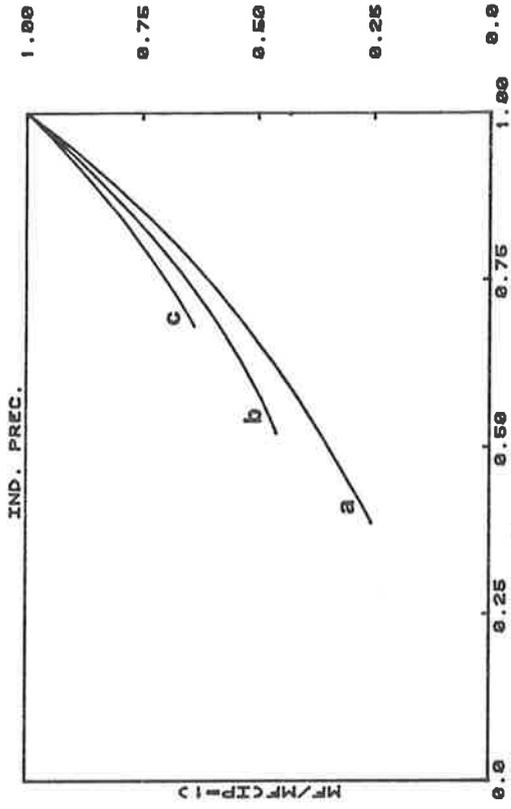


fig. 13

SEZIONE A T OMEGA= 1.6

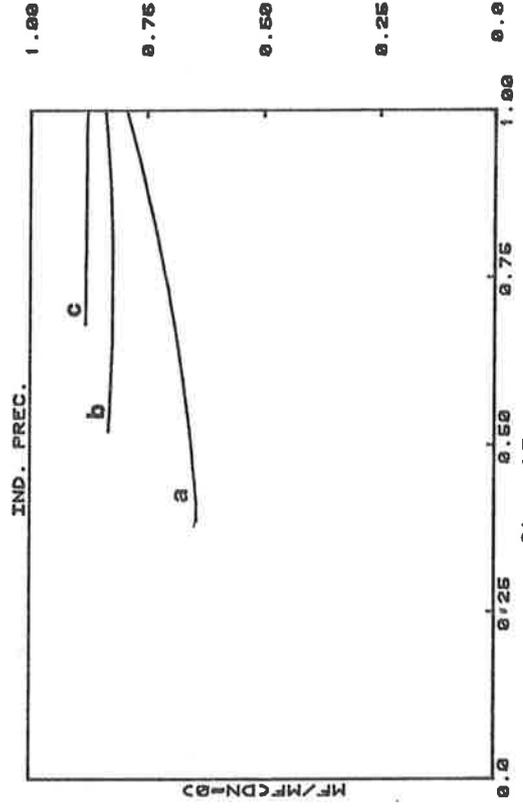


fig. 15

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 0.6

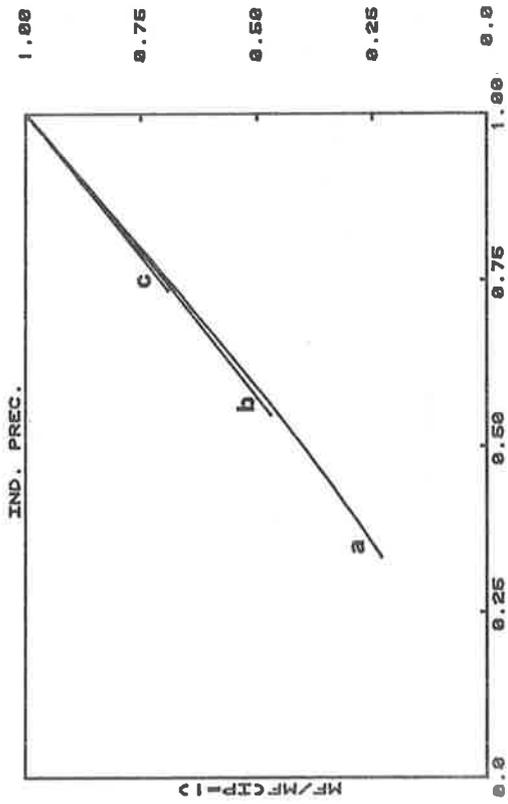


fig. 16

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 0.6

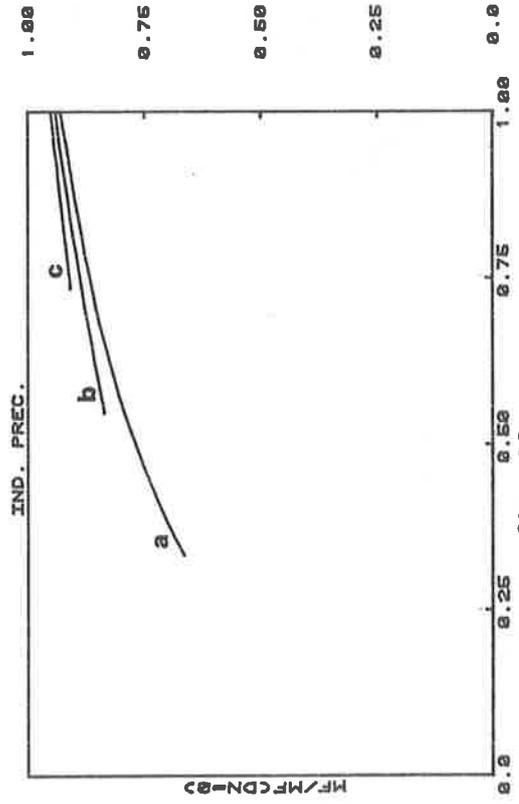


fig. 18

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 1.2

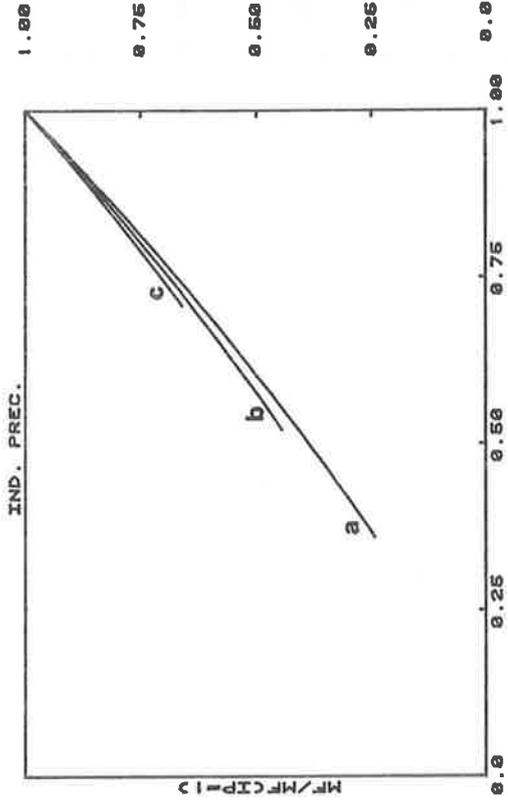


fig. 17

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 1.2

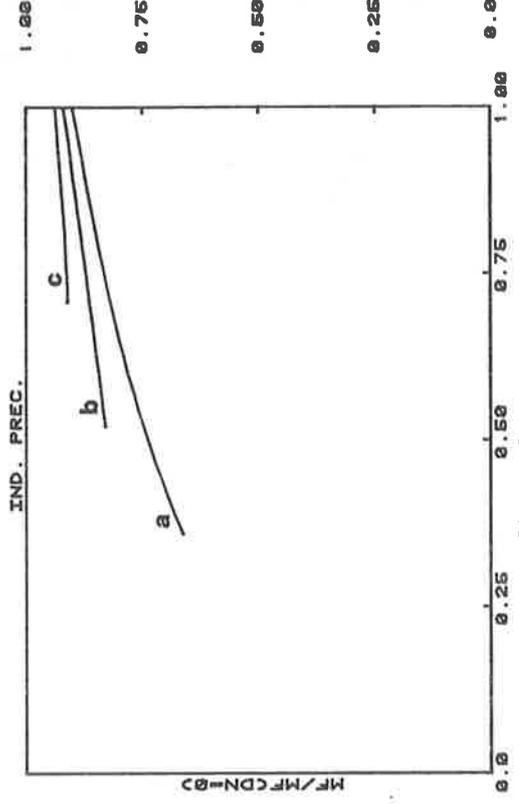


fig. 19

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 1.0

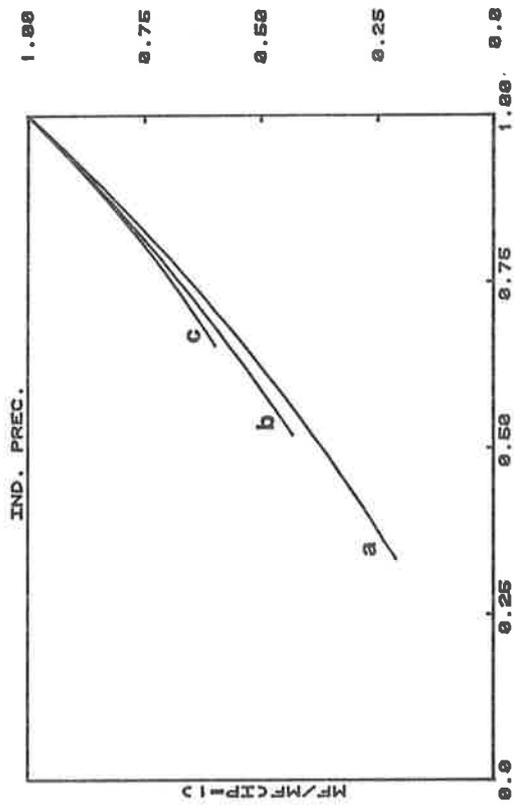


fig. 20

SEZIONE A DOPPIO T OMEGA= 1.0

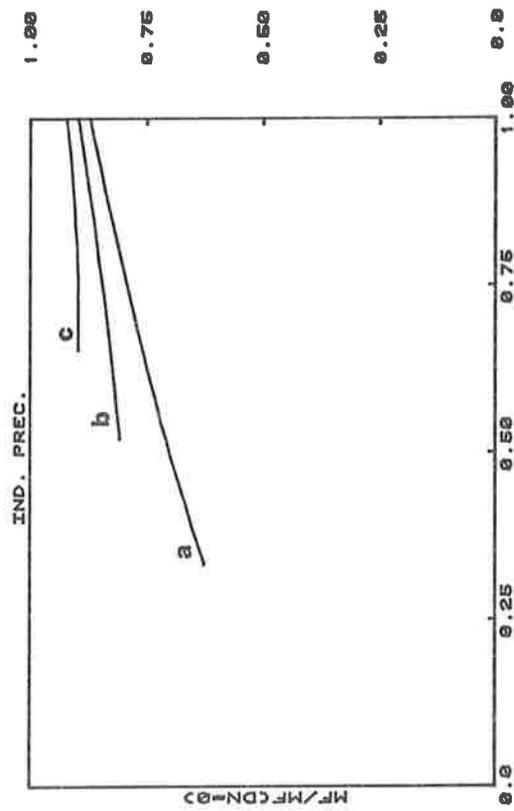


fig. 21

SEZIONE RETTANGOLARE

SEZIONE A T

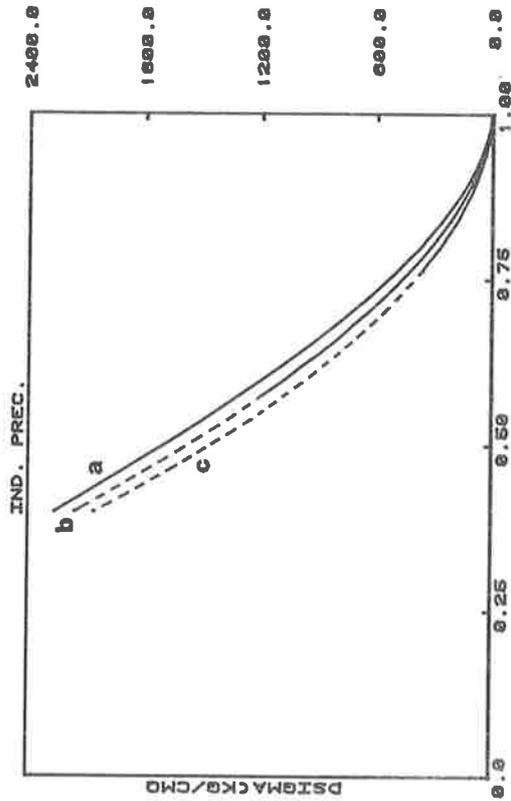


fig. 22

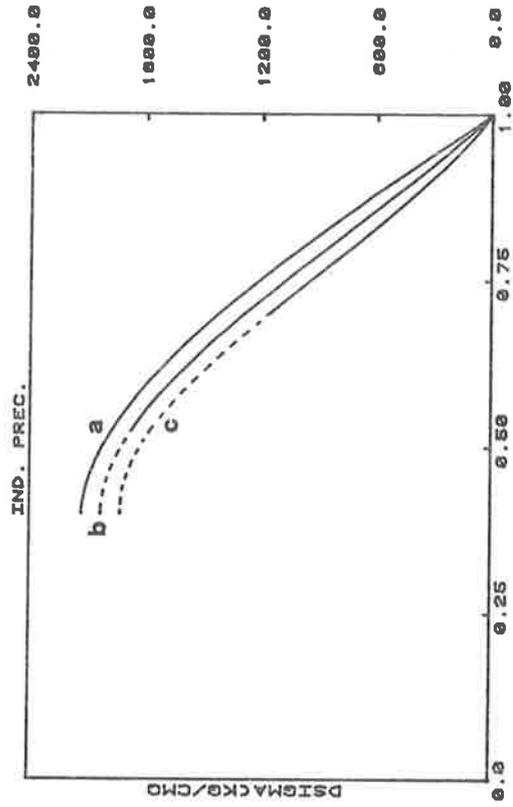


fig. 23

SEZIONE A DOPPIO T

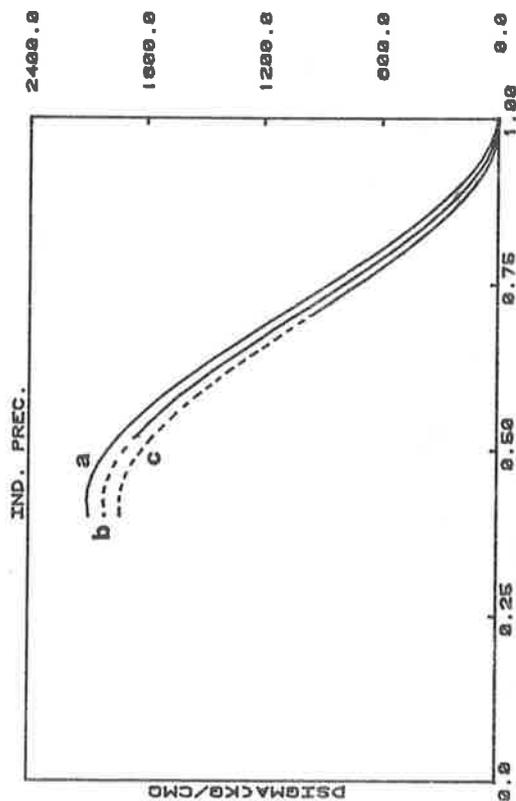


fig. 24

INDAGINE TEORICO-SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO FLESSIONALE  
DI TRAVI IN C.A. PARZIALMENTE PRECOMPRESSE  
SOTTOPOSTE A CARICHI CICLICI

NOTA I: Sperimentazione

D.GALEOTA

M.M. GIAMMATTEO

F. GRILLO

Incaricato di Tecnica  
delle Costruzioni.  
Istituto di Scienza  
delle Costruzioni.  
Facoltà d'Ingegneria.  
Università dell'Aquila

Incaricato di Scienza  
delle Costruzioni  
Istituto di Scienza  
delle Costruzioni.  
Facoltà d'Ingegneria.  
Università dell'Aquila.

Incaricato di Organizzazione  
del Cantiere.  
Istituto di Scienza delle  
Costruzioni.  
Facoltà d' Ingegneria.  
Università dell'Aquila.

## SOMMARIO

Si riportano i risultati relativi alle prove a flessione alternata effettuate su 24 travi in c.a. e c.a. parzialmente precompresse. Sono state effettuate misure di curvatura, apertura delle lesioni nonché di deformazione delle armature, su un elemento centrale della trave sottoposta a carichi ciclici di elevata intensità. Sono stati altresì studiati gli effetti del diverso rapporto di precompressione e del diverso materiale (calcestruzzo normale e leggero), sul legame momento-curvatura e sulla capacità di dissipare energia.

Ulteriori confronti vengono effettuati tra le curve momento-curvatura sperimentali e quelle dedotte con un modello numerico.

## SUMMARY

Results from 24 beam test were used to investigate the cracking behaviours and the ultimate strengths of reinforced concrete and partially prestressed concrete sections in flexure. Measurements were made of rotations and crack widths, for short term and high-cyclic loadings, to study the effects of the partial prestressing ratio and materials (normal and lightweight concrete) on the moment-curvature characteristics and on hysteretic energy-dissipation capabilities.

Experimentally measured moment-curvature relations are also compared with analytical moment-curvature relations derived for the sections.

## 1. INTRODUZIONE

Gli studi teorici e sperimentali effettuati da diversi anni in molti paesi (1), (3), (4), (5), (6), (8), hanno generalmente indicato che una opportuna associazione di armature pretese ed ordinarie, definita come precompressione parziale, consente di realizzare strutture che offrono prestazioni particolarmente favorevoli in esercizio e sono suscettibili di interessanti applicazioni in zona sismica e nella realizzazione di elementi prefabbricati (11). Tuttavia le informazioni relative a molti aspetti del comportamento di strutture

realizzate secondo questa tecnologia sono ancora limitate e necessitano di ulteriori chiarimenti. Recentemente Naaman (10) ha proposto un programma generale di ricerca sulla precompressione parziale, che può essere sintetizzato nei seguenti punti:

- a) unificare le procedure di verifica e di progetto per il c.a., c.a. parzialmente ed integralmente precompresso, mettendo a punto una metodologia che affermi chiaramente la continuità esistente nel passaggio dall'uno all'altro;
- b) generare ulteriori dati sperimentali relativi all'intero campo che va dal c.a. al c.a. integralmente precompresso, passando per la precompressione parziale;
- c) formulare proposte normative che posseggano doti di semplicità e uniformità internazionale, in modo da incoraggiare il pratico impiego della precompressione parziale.

Il presente lavoro vuole essere un contributo alle tematiche espresse nei succitati punti a) e b).

## 2. FINALITA' DELLA RICERCA

Il lavoro, la cui parte sperimentale è stata condotta presso il laboratorio dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria dell'Aquila, consiste in un'indagine teorico-sperimentale atta ad esaminare il comportamento flessionale di travi in c.a. parzialmente precomprese sotto l'azione di carichi ciclici di elevata intensità.

La ricerca in particolare è consistita nello studiare il comportamento di travi costituite da materiale diverso - calcestruzzo normale e leggero - con diverso rapporto di precompressione. Tutto questo al fine non solo di confrontare travi costituite da diverso materiale a pari rapporto di precompressione e travi costituite dallo stesso materiale al variare di tale rapporto, ma anche al fine di ricavare dei parametri necessari alla definizione di un modello matematico atto a simulare la risposta in termini momento-curvatura di tali elementi sottoposti a carichi di tipo ciclico. L'interesse del confronto tra c.a. normale e leggero deriva dal fatto che l'impiego di quest'ultimo materiale non è ancora così diffuso in Italia come in molti paesi esteri ed inoltre il suo impiego è disciplinato da un regolamento di recente emanazione.

L'interesse poi per la precompressione parziale deriva dal fatto che con questa tecnologia si ottengono condizioni intermedie tra il c.a. ordinario (rapporto di precompressione uguale a zero) e quello totalmente precompresso (rapporto di precompressione uguale ad uno); condizioni intermedie sia da un punto di vista fessurativo, che di dissipazione di energia, di deformazioni residue permanenti, di resistenza nonché di duttilità.

Il parametro scelto per governare le prove è stata la curvatura di elemento centrale delle travi: elemento sufficientemente corto da potersi ritenere costante sia la sollecitazione che le caratteristiche di resistenza, e nello stesso tempo sufficientemente esteso da essere interessato da almeno 3-4 lesioni. In tali condizioni si è po

tuto ragionevolmente parlare di comportamento medio di una sezione.

Per quanto riguarda la forma delle travi provate, si è scelta una che presentava una zona centrale di sezione ridotta, al fine di localizzare sicuramente in quel tratto di trave i fenomeni che interessavano: formazione di cerniera plastica e fessurazione.

La precompressione delle travi è stata realizzata utilizzando il sistema a cavi post-tesi con cavo centrato. Questa scelta è stata fatta con l'intento di riprodurre e simulare situazioni reali quali ad esempio assemblaggio di elementi prefabbricati, operazioni di riparazione di strutture danneggiate da sisma, operazioni di adeguamento. D'altra parte alcuni autori (12) concordano nel ritenere che una sezione con doppia armatura ordinaria riceve un beneficio in termini di resistenza a fessurazione e di resistenza ultima, senza diminuzione di duttilità, dall'introduzione di un cavo centrato.

### 3. SPERIMENTAZIONE

Le caratteristiche geometriche degli elementi provati, e le relative armature ordinarie e di precompressione sono riportate nelle figg. 1 e 2. Il tipo e la qualità dei materiali impiegati per confezionare le travi sono riportate nelle tabelle 1 e 2. La precompressione delle travi è stata eseguita dopo 28 gg. dal getto, utilizzando cavi post-tesi ed iniettando successivamente nelle guaine malta antiritiro a pressione.

Sono state confezionate e successivamente provate, con le modalità di seguito riportate, 6 serie di travi, aventi le caratteristiche indicate nella tabella 3. Ogni serie era composta da 4 travi che sono state progettate per avere all'incirca lo stesso momento ultimo.

I campioni sono stati vincolati secondo lo schema statico di trave appoggiata su una luce di 3,00 metri e sollecitati, nel piano orizzontale in modo da prescindere dall'effetto del peso proprio del campione, con due carichi concentrati disposti simmetricamente rispetto la mezzera (fig. 3). Con tale tipo di schema statico e di carico si aveva la zona centrale della trave sollecitata a momento flettente costante e taglio nullo.

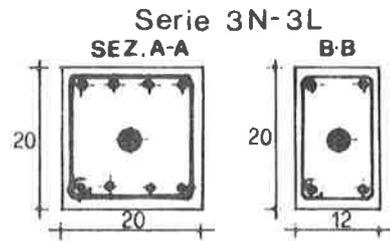
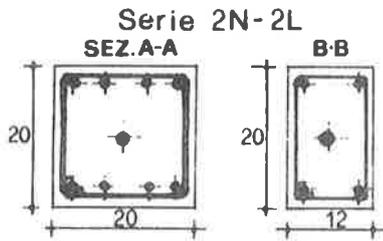
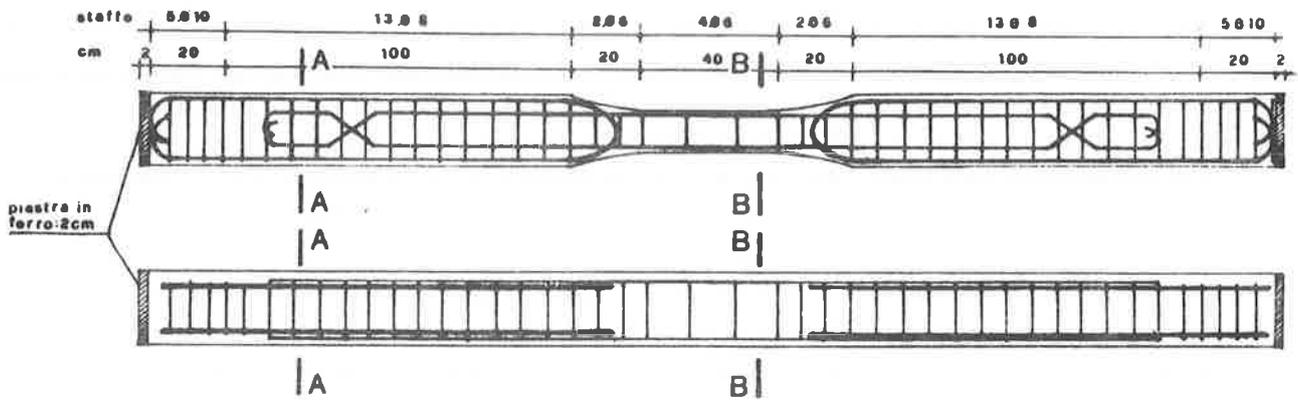
Nel corso delle prove sono state rilevate mediante opportuna strumentazione le seguenti grandezze:

- carico di prova;
- rotazione media di un tratto centrale della trave lungo 35 cm.;
- ampiezza ed interasse delle lesioni, sempre nel tratto centrale della trave, a vari livelli di carico;
- deformazione delle armature ordinarie e di precompressione.

Tutti gli strumenti di misura, ad eccezione di quello per la misura dell'ampiezza delle lesioni, erano collegati ad una centralina elettronica di alimentazione e commutazione a sua volta collegata ad un computer da tavolo. Mediante quest'ultimo si controllava la sequenza e la frequenza delle letture che venivano memorizzate, stampate e, per quanto riguarda i momenti e le curvature, diagrammate su plotter in tempo reale.

La storia di carico a cui sono stati sottoposti i campioni è

DIMENSIONI ED ARMATURA DELLA TRAVE DI PROVA



Acciaio ordinario: 2+2  $\varnothing$  14, A = 616  $\text{mm}^2$

2+2  $\varnothing$  8, A = 202  $\text{mm}^2$

Acciaio preteso: trefolo 1/2", A = 924  $\text{mm}^2$

2 trefoli 1/2", A = 184,8  $\text{mm}^2$

Fig. 1

DIMENSIONI ED ARMATURA DELLA TRAVE DI PROVA

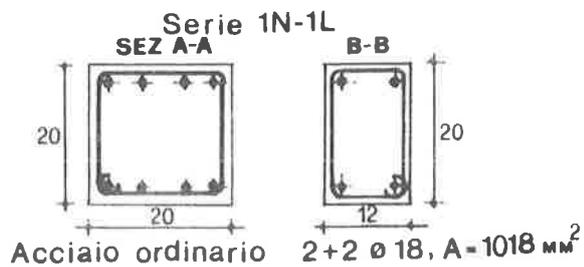
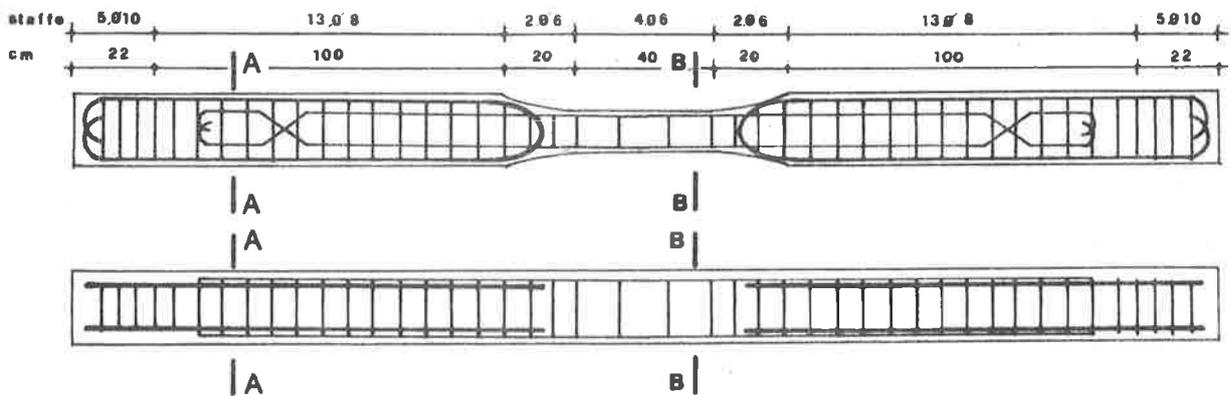


Fig. 2

TAB. 1 - Calcestruzzo.

	Normale	Leggero
Dosaggio cemento (tipo 425) (kg/mc)	300	400
Dosaggio inerti (kg/mc)		
sabbia (di cava)	800	600
ghiaia (di cava) 5 - 15 mm	1200	---
inerte leggero (argilla espansa strutturale)		
1 - 3 mm	---	192
3 - 8 mm	---	215
8 - 12 mm	---	90
Rapporto A/C	0.6	0.57
Densità media all'atto della prova (kN/mc)	24.3	17.90
Resistenza media all'atto della prova (N/mm <sup>2</sup> )		
{ P.P.R. = 0	43	39
{ P.P.R. = 0.35	40	40
{ P.P.R. = 0.70	42	40

TAB. 2 - Acciaio (valori determinati sperimentalmente).

- Armatura ordinaria - acciaio ad aderenza migliorata (armature longitudinali e staffe)				
$\phi$ (mm)	18	14	8	6
$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	460	446	439	637
$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	632	685	696	873
- Cavi da precompressione (trefoli costituiti da 6 fili ed una anima - Area = 93.4 mm <sup>2</sup> )				
$f_p(0,2)$ (N/mm <sup>2</sup> )	1900			
$f_{pt}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2000			

TAB. 3

Serie	Tipo conglomerato	Rapporto di precompressione PPR	Rapporto meccanico di armatura	Rapporto dello stress block e la intera altezza della sezione
1N	normale	0	0.27	0.17
2N	normale	0.35	0.37	0.26
3N	normale	0.70	0.44	0.37
1L	leggero	0	0.29	0.18
2L	leggero	0.35	0.37	0.26
3L	leggero	0.70	0.46	0.38

- rapporto di precompressione (8)  $PPR = \frac{Mu(p)}{Mu(p+s)}$

- rapporto meccanico di armatura (9)  $q = \frac{Asfy}{bdf'c} + \frac{Apsfps}{bdf'c}$

- rapporto dell'altezza dello stress block e l'intera altezza della sezione (11)

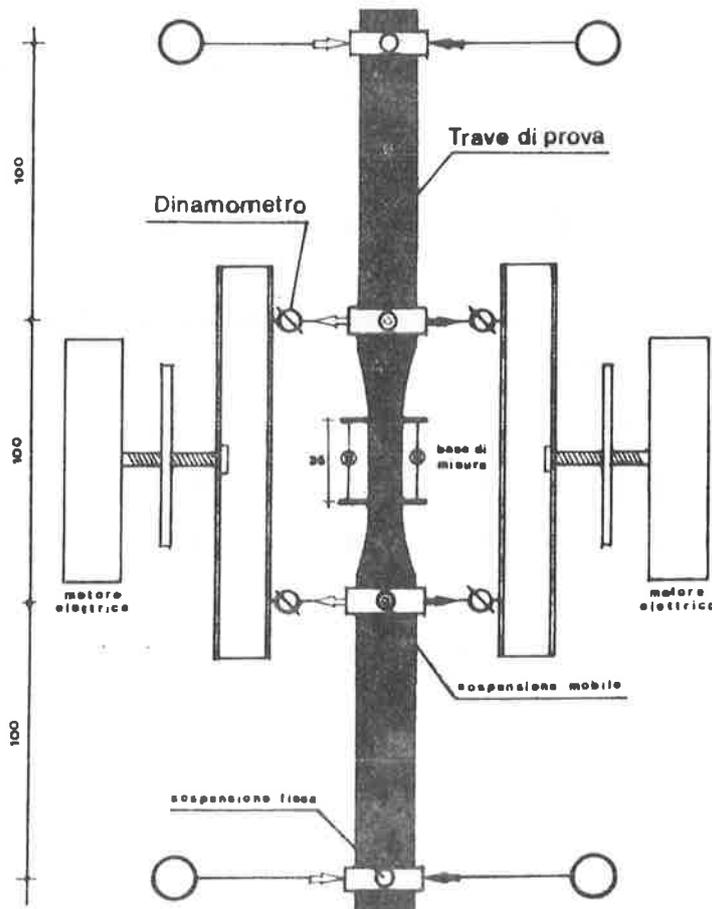
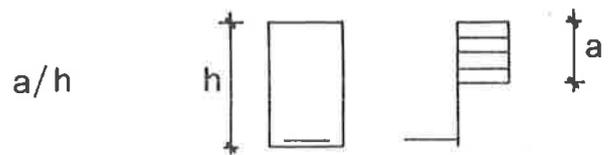


Fig. 3 - Schema dell'attrezzatura di prova.

schematizzata in fig. 4. Essa comprendeva:

- una I fase durante la quale si operava controllando il momento; in questa fase sono state eseguite due sequenze di tre cicli; la prima con momento limite pari al 40% circa del momento ultimo, la seconda con momento limite pari al 70% circa sempre del momento ultimo;
- una II fase durante la quale si operava controllando la rotazione; in questa fase sono stati eseguiti cicli con rotazione limite pari a multipli interi successivi della curvatura di plasticizzazione fino a completo degrado del campione.

I valori del momento e della curvatura di plasticizzazione sono stati stimati a priori sulla base di valutazioni numeriche ottenute con un programma di calcolo di analisi non lineare messo a punto per lo studio del comportamento flessionale di elementi piastra in c.a. e c.a.p. valido però anche per elementi di trave (2).

Per ogni serie di travi, tre sono state provate con la storia di carico sopra descritta, la quarta invece è stata sottoposta a carico monotono.

I dati ottenuti durante le prove sono stati successivamente normalizzati rispetto a delle grandezze stabilizzate. In particolare i valori dei momenti e delle rotazioni sono stati adimensionalizzati rispetto al momento ed alla rotazione convenzionale di plasticizzazione; momenti e rotazioni quest'ultimi definiti come valori calcolati assumendo un comportamento elastico della sezione fino alla sua massima resistenza (12).

E' stato indispensabile introdurre questa definizione convenzionale della rotazione di plasticizzazione in quanto si avevano in esame sezioni di c.a.p. per le quali è difficile definire con precisione il punto di inizio di plasticizzazione anche a causa della non linearità del comportamento dell'acciaio da precompressione.

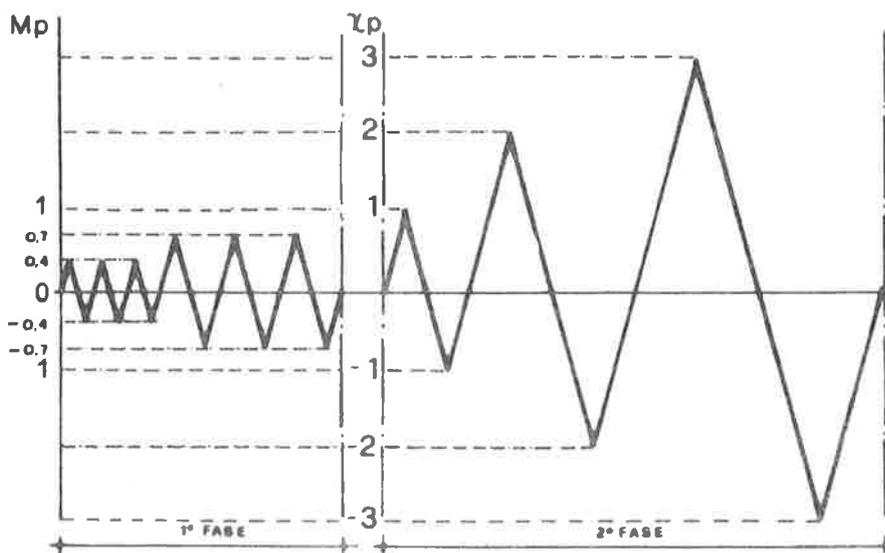


Fig. 4

#### 4. ANALISI DEI RISULTATI

Un primo esame dei risultati è consistito nel confrontare le prove cicliche con quelle monotone (fig. 5). È interessante osservare come la curva momento-rotazione della prova monotona (tratto più marcato nella figura) coincida abbastanza bene con la curva involucro dei carichi ciclici in tutte le sezioni provate e quindi sia per i diversi materiali che per i diversi rapporti di precompressione. Questo è un elemento molto importante in quanto consente, con la sola prova monotona, di calibrare bene alcuni parametri atti alla definizione del modello matematico del comportamento di sezioni sottoposte a carichi ciclici.

Effettuando un confronto tra sezioni a pari grado di precompressione si nota in generale (fig. 5), passando dal calcestruzzo normale a quello leggero, un più accentuato decadimento della resistenza per elevate rotazioni, soprattutto nelle sezioni con rapporto di precompressione elevato. In termini quantitativi il fenomeno è riassunto nella tab. 4. Durante le prove si è notato per le sezioni in calcestruzzo leggero una rottura più pronunciata: si è avuto cioè un danneggiamento maggiore ed una rottura di tipo fragile.

Per quanto riguarda l'ampiezza e l'evoluzione delle lesioni non si è rilevata un'apprezzabile differenza tra i due materiali. L'incremento dell'ampiezza media delle lesioni (fig. 6) è risultato proporzionale al momento flettente per valori di momento inferiori al momento ultimo. Dal diagramma si nota inoltre che l'ampiezza 0,3 mm ad esempio, si verifica in corrispondenza del momento di prima plasticizzazione per rapporto di precompressione uguale a zero mentre si verifica per valori di momento più bassi all'aumentare del rapporto di precompressione. Durante le prove si è notato che l'interasse delle lesioni tendeva a stabilizzarsi intorno al 70% del valore del momento ultimo.

Confrontando invece sezioni costituite dallo stesso materiale (fig. 5) ma aventi diverso rapporto di precompressione si nota passando da rapporti bassi a quelli elevati, innanzitutto che le rotazioni residue sono minori e poi una più accentuata diminuzione della resistenza per rotazioni maggiori a quelle corrispondenti al momen-

TAB. 4

	PPR = 0			PPR = 0,35			PPR = 0,70		
	$M_5/M_u$	$M_{10}/M_u$	$M_{15}/M_u$	$M_5/M_u$	$M_{10}/M_u$	$M_{15}/M_u$	$M_5/M_u$	$M_{10}/M_u$	$M_{15}/M_u$
c.a.n.	0,96	0,84	1,16	0,96	0,88	0,88	0,93	0,67	0,41
c.a.l.	0,96	1,03	1,13	0,96	0,75	0,47	0,78	0,42	0,15

$M_5$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{15}$  sono momenti rilevati in corrispondenza di rotazioni pari a 5, 10, 15 volte quella di plasticizzazione convenzionale ed il  $M_u$  è il momento ultimo misurato.

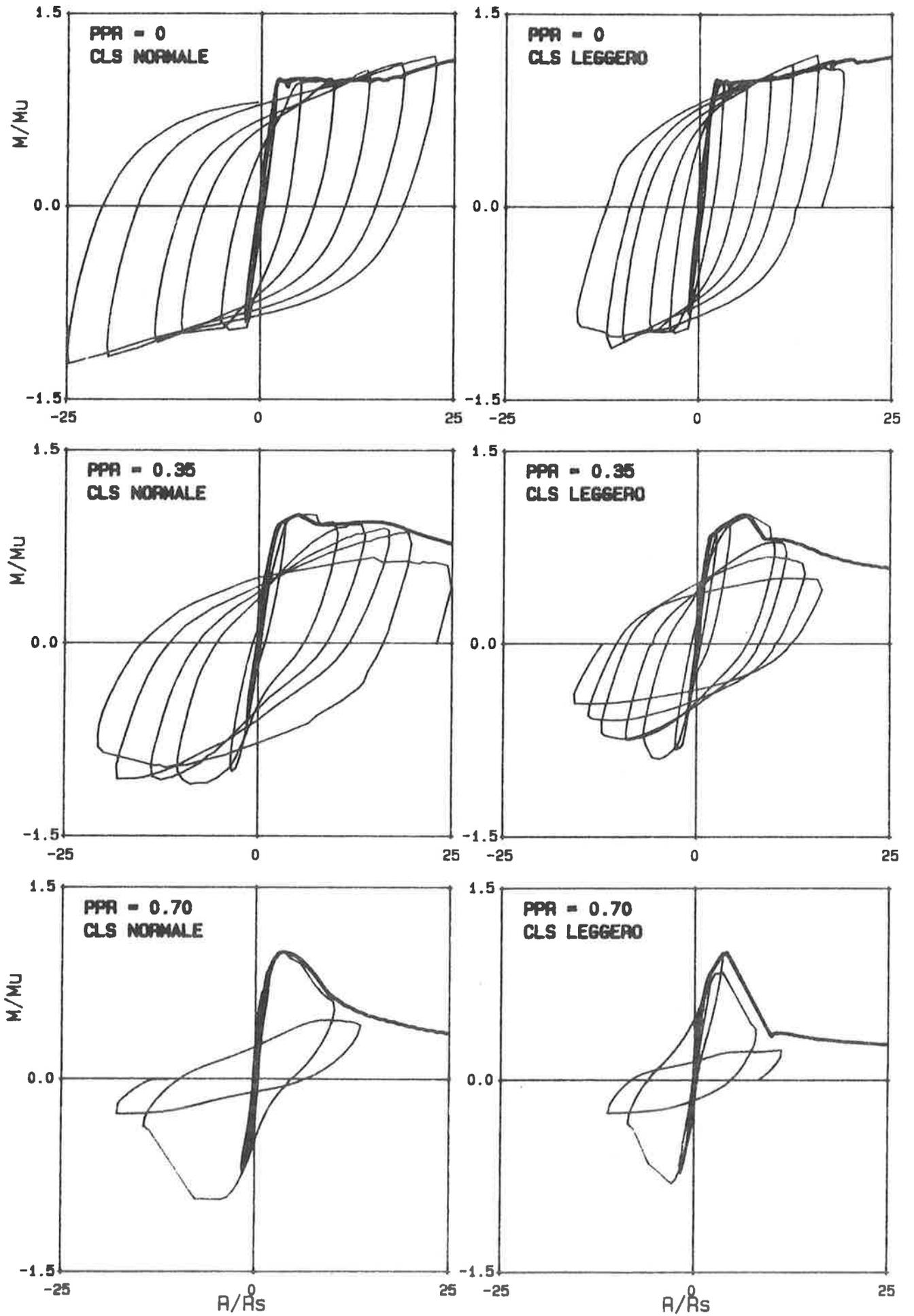
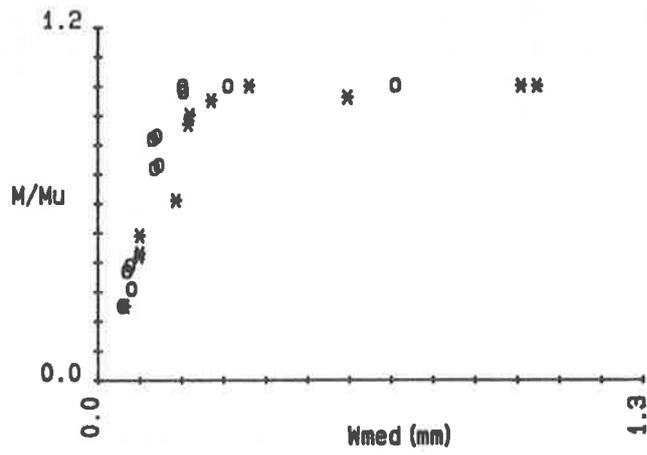
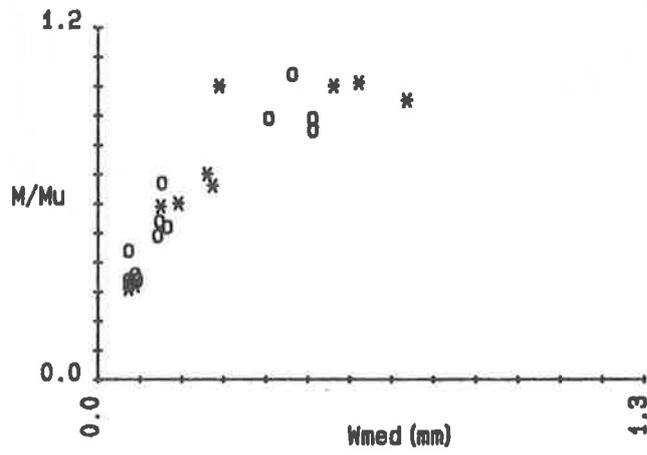


Fig. 5

PPR = 0 (\* CLS NORMALE - o CLS LEGGERO)



PPR = 0.35



PPR = 0.70

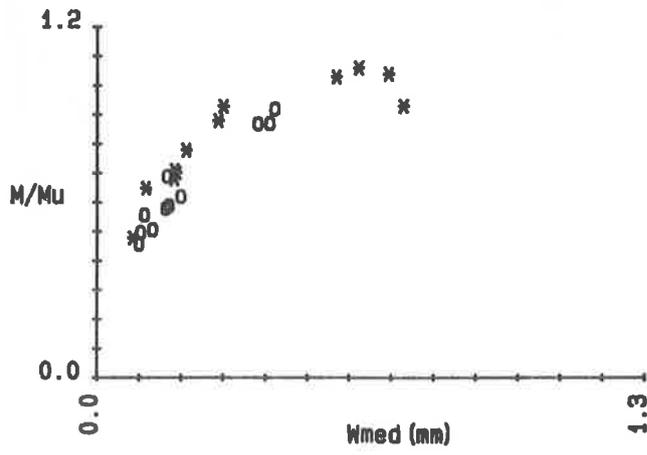


Fig. 6

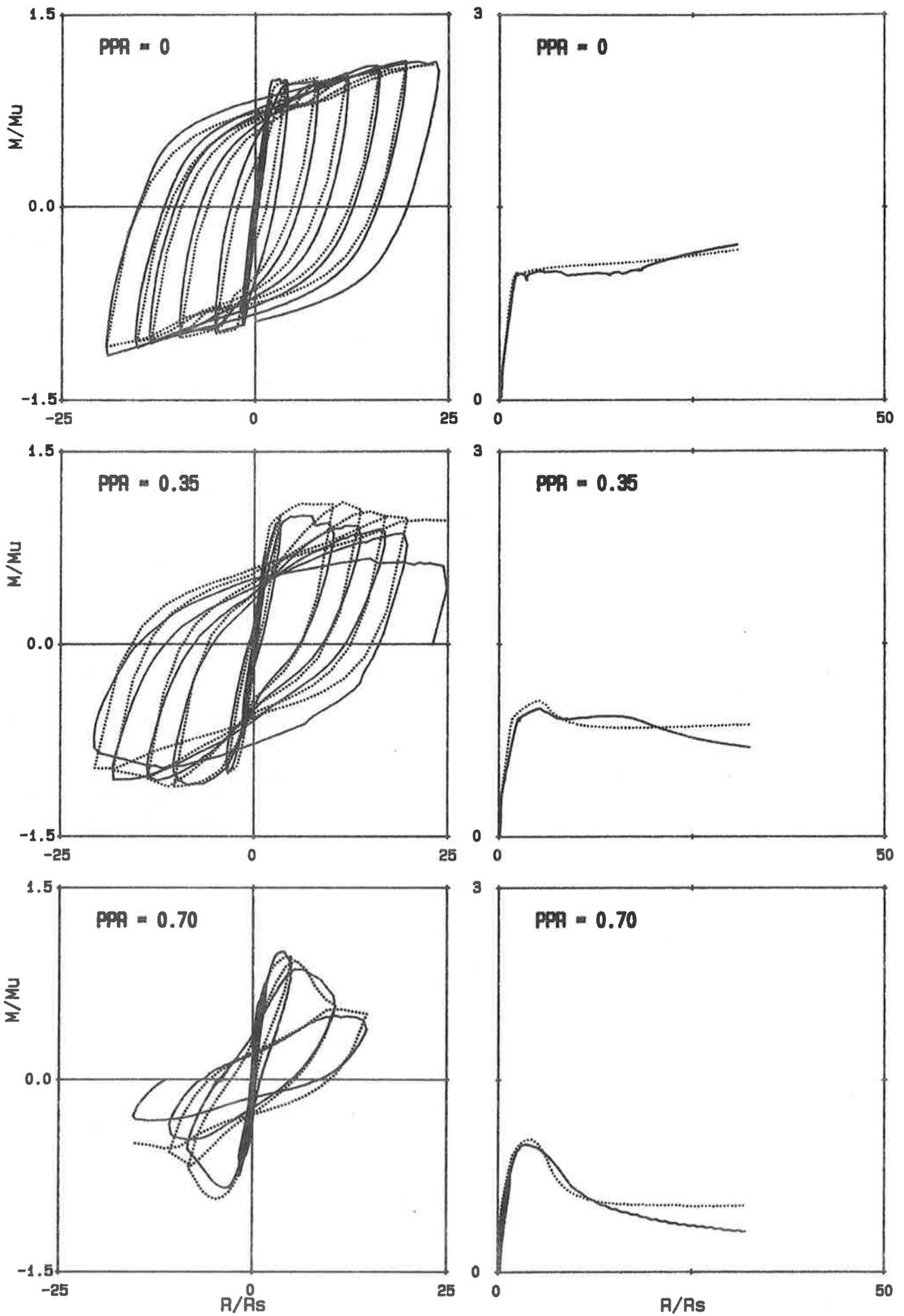


Fig. 7

to ultimo. Durante le prove si è notata, per le sezioni aventi un rapporto di precompressione più elevato, una chiusura pressoché totale delle lesioni anche dopo un numero elevato di cicli ed un numero minore di lesioni.

I dati sperimentali sono stati inoltre utilizzati come dati di ingresso di un modello numerico elaborato in precedenza (2) atto a produrre il legame momento-curvatura di una sezione.

Sia nel caso di carichi ciclici che monotoni si è riscontrata una soddisfacente corrispondenza tra le curve teoriche (a tratteggio nella figura) e quelle sperimentali come si vede nella fig. 7 che riproduce il caso di sezioni dello stesso materiale, calcestruzzo normale, con diverso grado di precompressione.

Un ulteriore interessante confronto tra le sezioni provate è fornito dalla valutazione dell'energia assorbita e dissipata nel corso delle prove cicliche e monotone.

Bisogna innanzitutto dire che dall'esame delle curve momento-rotazione (fig. 5) e dall'osservazioni effettuate nel corso delle prove è risultato che le sezioni con elevato rapporto di precompressione presentano, per effetto del marcato recupero elastico, una piccola dissipazione di energia durante i cicli precedenti la rottura per schiacciamento del calcestruzzo. Tuttavia, avvenuta tale rottura, si può disporre ancora di una certa riserva di energia anche se c'è da osservare che in questa fase la struttura è seriamente danneggiata. Inoltre si deve osservare che nella fase di avvenuta rottura del calcestruzzo si verifica una rilevante perdita di rigidità sempre nel caso di rapporti di precompressione elevati. I valori dell'energia derivati dai diagrammi sperimentali momento-rotazione sono stati normalizzati rapportandoli ai valori ottenuti dai diagrammi momento-rotazione di un oscillatore elastoplastico avente rigidità iniziale, momento ultimo e storia di rotazioni identiche a quelle realizzate per ciascuna prova (fig. 8). In particolare l'energia dei generici semicicli sperimentali positivi (area a) e negativi (area b) è sta-

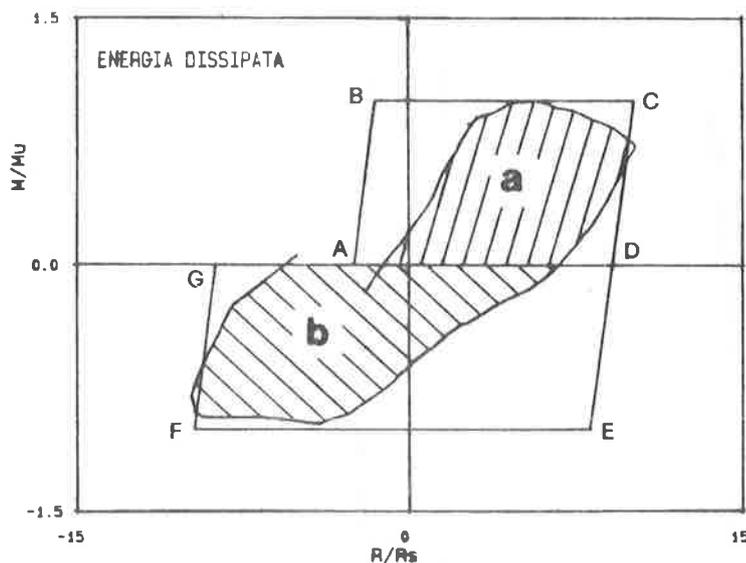


Fig. 8

# CALCESTRUZZO NORMALE

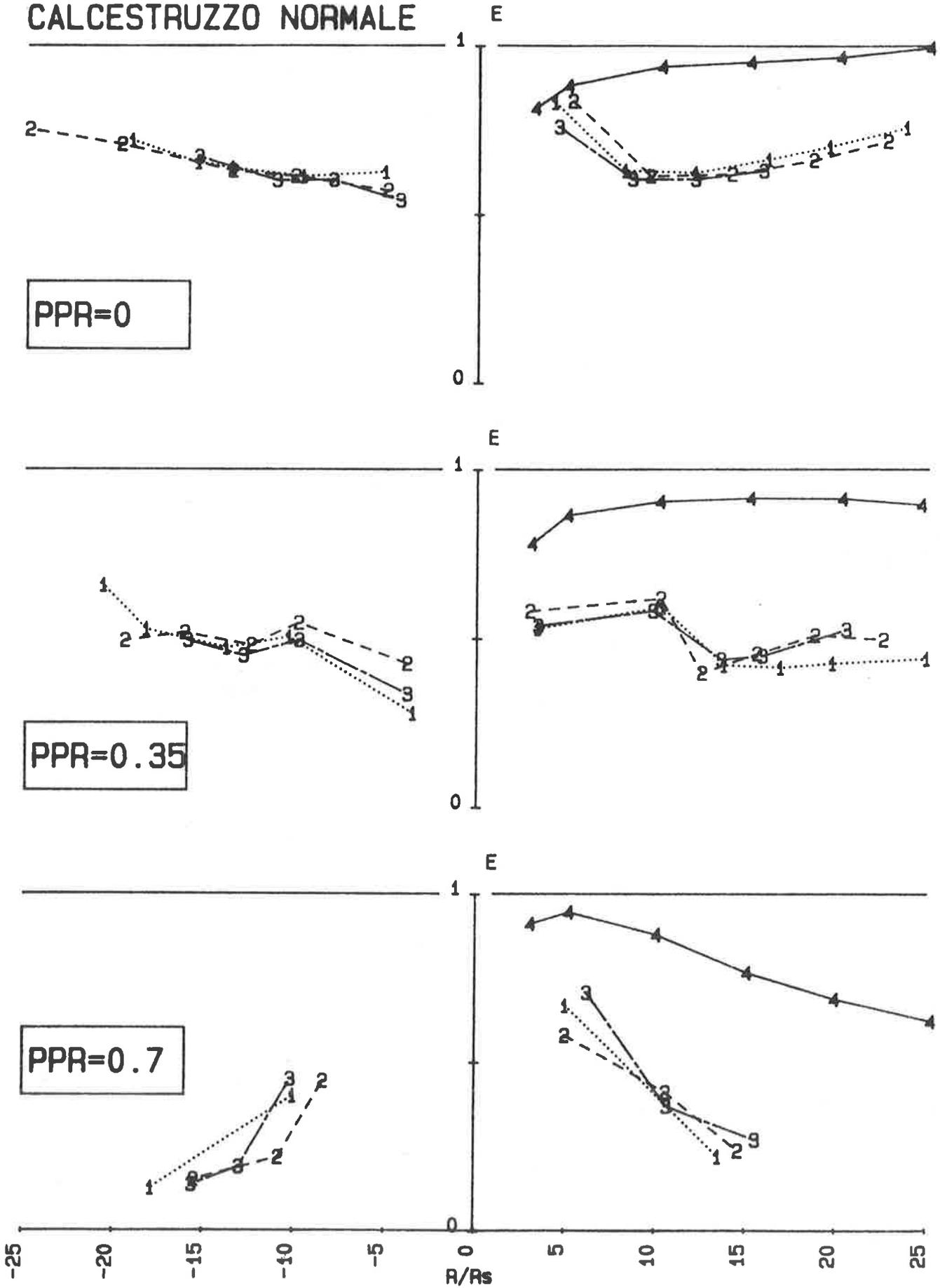


Fig. 9

# CALCESTRUZZO LEGGERO

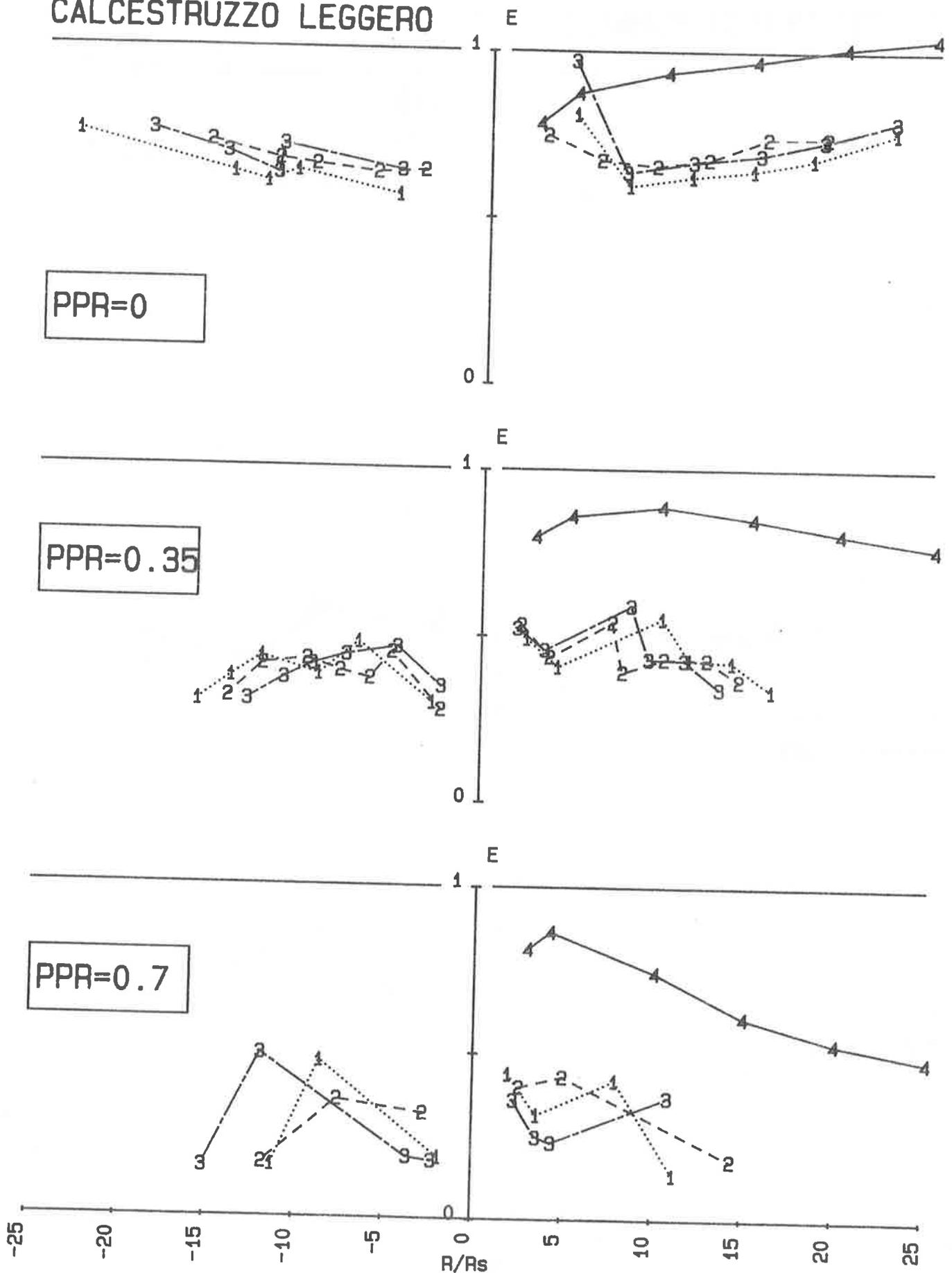


Fig. 10

ta rapportata rispettivamente a quella dei semicicli convenzionali A B C D e D E F G.

Nelle figure 9 e 10 sono riportati i valori, normalizzati come sopra detto, della energia dissipata (prove cicliche: linee tratteggiate 1, 2, 3) ed assorbita (prove monotone: linee continue 4), riferite all'energia dell'oscillatore elastoplastico, rappresentata dalle linee continue  $E = 1$ ; i grafici nella parte destra delle figure sono relativi ai semicicli positivi mentre quelli nella parte sinistra ai semicicli negativi.

Confrontando sezioni dello stesso materiale si osserva che all'aumentare del rapporto di precompressione (fig. 9 e 10) l'energia dissipata diminuisce rispetto a quella dell'oscillatore elastoplastico restando abbastanza costante al crescere della rotazione per valori del rapporto di precompressione 0 e 0,35, mentre per valori del rapporto di precompressione pari a 0,70 si nota una decisa diminuzione di tale energia al crescere della rotazione (tab. 5). Lo stesso andamento si nota per l'energia assorbita. Operando un confronto tra le sezioni di materiale diverso a pari grado di precompressione si nota che per quelle non precomprese non c'è differenza tra i due materiali sia per quanto riguarda l'energia dissipata che quella assorbita; passando alle sezioni parzialmente precomprese ed in particolare nel caso di rapporto di precompressione più elevato si ha una diminuzione dell'energia dissipata delle sezioni in calcestruzzo leggero rispetto a quelle in calcestruzzo normale; tale diminuzione è ancora più accentuata per quanto riguarda l'energia assorbita.

TAB. 5

	PPR = 0			PPR = 0,35			PPR = 0,70		
	$E_5/E_p$	$E_{10}/E_p$	$E_{15}/E_p$	$E_5/E_p$	$E_{10}/E_p$	$E_{15}/E_p$	$E_5/E_p$	$E_{10}/E_p$	$E_{15}/E_p$
c.a.n.	0,79	0,61	0,63	0,56	0,59	0,44	0,66	0,41	0,21
c.a.l.	0,81	0,64	0,68	0,46	0,47	0,34	0,34	0,30	0,21

$E_5$ ,  $E_{10}$ ,  $E_{15}$  sono valori dell'energia valutati in corrispondenza a rotazioni pari a 5, 10, 15 volte la rotazione di plasticizzazione convenzionale.  $E_p$  è l'energia dell'oscillatore elastoplastico valutata in corrispondenza delle rotazioni suddette.

## 5. CONCLUSIONI

Dall'esame dei risultati della campagna sperimentale effettuata si possono trarre le seguenti considerazioni.

E' stata riscontrata una buona coincidenza tra le curve momento-rotazione delle prove monotone e l'involuppo delle prove cicliche, per entrambi i materiali e per i diversi rapporti di precompressione.

Il confronto tra le curve momento-curvatura sperimentali e quelle ottenute mediante un modello numerico elaborato in precedenza è risultato soddisfacente.

Confrontando i risultati ottenuti da prove su travi di diverso materiale, i campioni in c.a. leggero hanno presentato un maggior de cadimento della resistenza e della rigidezza all'aumentare del rapporto di precompressione, mentre in termini fessurativi non è stata notata un'apprezzabile differenza di comportamento tra i due materiali.

Confrontando poi i due materiali a pari rapporto di precompressione si è osservato che le sezioni in c.a. leggero dissipano e soprattutto assorbono una quantità di energia minore rispetto alle sezioni in c.a. normale soprattutto per elevati rapporti di precompressione.

L'organizzazione delle prove è stata impostata secondo uno schema fattoriale, in modo da evidenziare l'influenza del materiale e del rapporto di precompressione, nonché della loro interazione, sul comportamento flessionale di elementi in c.a. e c.a. parzialmente precompressi: lo sviluppo dell'analisi dei suddetti effetti è stato oggetto di una ulteriore nota (7).

## 6. RINGRAZIAMENTO

Gli autori esprimono un vivo ringraziamento ai signori M. Emiliani e L. Fatigati, tecnici dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, per la fattiva collaborazione prestata nel corso dell'indagine sperimentale.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) BACHMANN H.: "Partial Prestressing of Concrete Structures", IABSE Surveys, S-11/79, November 1979, pp. 1-20.
- 2) BEOLCHINI G.C., GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M.: "Modello a comportamento non lineare per piastre in c.a. e c.a.p.", Atti delle Giornate AICAP 1983, Bari 26-29 Maggio, pp. 31-48.
- 3) BERTERO V.V.: "Seismic Behaviour of Structural Concrete Linear Elements (Beams, Columns), and Their Connections", Proceedings of the AICAP-CEB Symposium, Rome, Italy, May 1979, pp. 123-212.
- 4) BRUGGELING A.S.G.: "Partially prestressed concrete-theory and experiments", HERON vol. 23, No. 1, 1978.
- 5) BRUGGELING A.S.G.: "Le Defi du Beton Precontraint Partiel", Annales, No. 416, Beton 215, Juillet-Aout 1983, pp. 98-114.
- 6) CESTELLI GUIDI C., RADOGNA E.F.: "Contributo teorico sperimentale allo studio della precompressione parziale", Istituto Scienza delle Costruzioni, Facoltà Ingegneria - Roma 1966.
- 7) GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M., GRILLO F.: "Indagine teorico-sperimentale sul comportamento flessionale di travi in c.a. parzialmente precomprese sottoposte a carichi ciclici. Nota II: Analisi statistica dei risultati". Seminario AICAP "Precompressione parziale", 4-5 ottobre 1984 L'Aquila.

- 8) NAAMAN A.E., SIRIAKSORN A.: "Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams", PCI Journal, V.24, No.2, March-April 1979, pp. 64-89.
- 9) NAAMAN A.E.: "Partially Prestressed Beams: A Unified Design Procedure for Strength and Serviceability", Proceedings of the FIP Symposium on Partial Prestressing and Practical Construction in Prestressed and Reinforced Concrete, Bucharest, Romania, Sept. 1980, pp. 236-249.
- 10) NAAMAN A.E.: "Partially Prestressed Concrete Design, American Viewpoint", International Symposium Non Linearity and Continuity in Prestressed Concrete, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, July 1983, pp. 147-170.
- 11) PARK R.: "Partially Prestressed Concrete in Seismic Design of Frames", Proceedings of the FIP Symposium on Partial Prestressing and Practical Construction in Prestressed and Reinforced Concrete, Bucharest, Romania, Sept. 1980, pp. 105-117.
- 12) THOMPSON K.J., PARK R.: "Ductility of Prestressed and Partially Prestressed Concrete Beam Sections", PCI Journal V. 25, No. 2, March-April 1980, pp. 46-70.



INDAGINE TEORICO SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO FLESSIONALE  
DI TRAVI IN C.A. PARZIALMENTE PRECOMPRESSE  
SOTTOPOSTE A CARICHI CICLICI

Nota II: Analisi statistica dei risultati

DANTE GALEOTA  
MATTEO M. GIAMMATTEO  
FRANCESCO GRILLO

*Facoltà d'Ingegneria  
Università dell'Aquila*



INDAGINE TEORICO-SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO FLESSIONALE  
DI TRAVI IN C.A. PARZIALMENTE PRECOMPRESSE  
SOTTOPOSTE A CARICHI CICLICI

Nota II: Analisi statistica dei risultati

D.GALEOTA

Incaricato di Tecnica  
delle Costruzioni.  
Istituto di Scienza  
delle Costruzioni.  
Facoltà d'Ingegneria.  
Università dell'Aquila

M.M. GIAMMATTEO

Incaricato di Scienza  
delle Costruzioni  
Istituto di Scienza  
delle Costruzioni.  
Facoltà d'Ingegneria.  
Università dell'Aquila.

F. GRILLO

Incaricato di Organizzazione  
del Cantiere.  
Istituto di Scienza delle  
Costruzioni.  
Facoltà d' Ingegneria.  
Università dell'Aquila.

SOMMARIO

Sui risultati di una serie di prove sperimentali relative a travi in c.a.p.p. sottoposte a carichi ciclici flessionali è stata eseguita una analisi di varianza multivariata, allo scopo di valutare la significatività degli effetti dovuti al conglomerato, normale e leggero, ed ai diversi rapporti di precompressione.

L'analisi è stata condotta attraverso numerosi parametri, rappresentativi del comportamento preso in esame, ed ha consentito di mettere in luce il ruolo predominante del rapporto di precompressione.

SUMMARY

The results of experimental tests on several partially prestressed concrete beams, subjected to cyclic flexural loads, are analysed with MANOVA technique; the significance of the effects of concrete (normal and lightweight) and different partial prestressing ratios (PPR) is estimated.

The analysis, involving many parameters, representative of the examined behaviour, has focused the predominance of PPR effect.

1. INTRODUZIONE

In una nota precedente (II), gli autori hanno riferito su una campagna di prove sperimentali, condotta su 24 travi, sottoposte a carichi flessionali ciclici e monotonici, il cui obiettivo è stato di studiare il comportamento, nelle condizioni di carico e di vincoli realizzate, di sezioni in conglomerato normale e leggero strutturale, soggette ad un rapporto di precompressione (PPR) variabile, con valori 0 - 0,35 - 0,7.

Nell'intento di evidenziare gli effetti del diverso conglomerato e del PPR variabile, la sperimentazione è stata impostata secondo uno schema fattoriale, provando tutte le combinazioni dei fattori suddetti, non escludendo a priori possibili interazioni tra questi.

In particolare, per ciascun tipo di conglomerato e per ciascun valore di PPR, sono state realizzate quattro travi, di cui tre sono state provate ciclicamente ed una monotonicamente. Oggetto di questa nota è l'esposizione dell'analisi effettuata sui risultati di tali prove, in modo da valutare la significatività dei vari fattori e della loro interazione su una serie di parametri, intesi a rappresentare il comportamento in esame.

La scelta dei parametri, il cui dettaglio è esposto nel seguito, è stata fatta sulla base dei diagrammi momento-rotazione (M-R) sperimentali; essa è stata guidata sia dall'esigenza di studiare le variazioni prodotte dai fattori considerati sul comportamento delle varie sezioni, sia da quella di ottenere gruppi di parametri sufficienti a definire modelli empirici di comportamento, del tipo di quelli proposti da altri Autori (V). Pertanto da ciascuna prova ciclica sono stati ricavati parametri dei seguenti tipi:

- a) momenti flettenti in corrispondenza di punti caratteristici;
- b) rigidzze dei rami di inviluppo nelle fasi elastica iniziale, fessurata e plastica, nonché dei rami di scarico;
- c) energia dissipata durante i cicli di carico e scarico;
- d) rotazione corrispondente al momento ultimo  $M_u$ .

Complessivamente per ogni diagramma M-R sono stati valutati 27 parametri: il numero è particolarmente elevato, nell'intento di non escludere a priori grandezze ritenute in qualche modo significative; l'analisi effettuata consente peraltro di individuare i parametri sovrabbondanti, riducendo così il numero di quelli necessari.

## 2. DESCRIZIONE DEI PARAMETRI

I parametri osservati sono grandezze in parte rilevate direttamente sui diagrammi M-R, in parte frutto di calcoli o stime convenzionali.

Per alcuni sono stati usati i valori effettivi, per altri invece valori normalizzati, laddove si è ritenuto che fosse più importante studiare le variazioni dei rapporti con grandezze di riferimento.

Di seguito si riporta, per ciascun parametro, il simbolo per esso adottato, il suo significato e le modalità di valutazione; nel caso di valori non normalizzati sono indicate le dimensioni.

(1)  $M_u$  [kNm]. È il valore del momento ultimo ottenuto nel corso della prova (fig. 1). Insieme alla pendenza della fase elastica  $K_1$ , definisce il punto  $P_s$ , a cui, come alcuni autori suggeriscono (IV), si conviene di associare la rotazione di "prima plasticizzazione"  $R_s$  utile al calcolo del fattore di duttilità;  $P_s$  rappresenta quindi il punto di passaggio tra le fasi elastica e plastica, nel caso di un ipotetico comportamento elastico-plastico.

Appunto in virtù di questo significato le coordinate del punto  $P_s$  sono state assunte come base di normalizzazione per ciascun diagramma M-R.

(2)  $M_{cr}$  [kNm]. È il valore del momento di fessurazione (fig. 1). La sua determinazione è avvenuta convenzionalmente, mediante l'interse

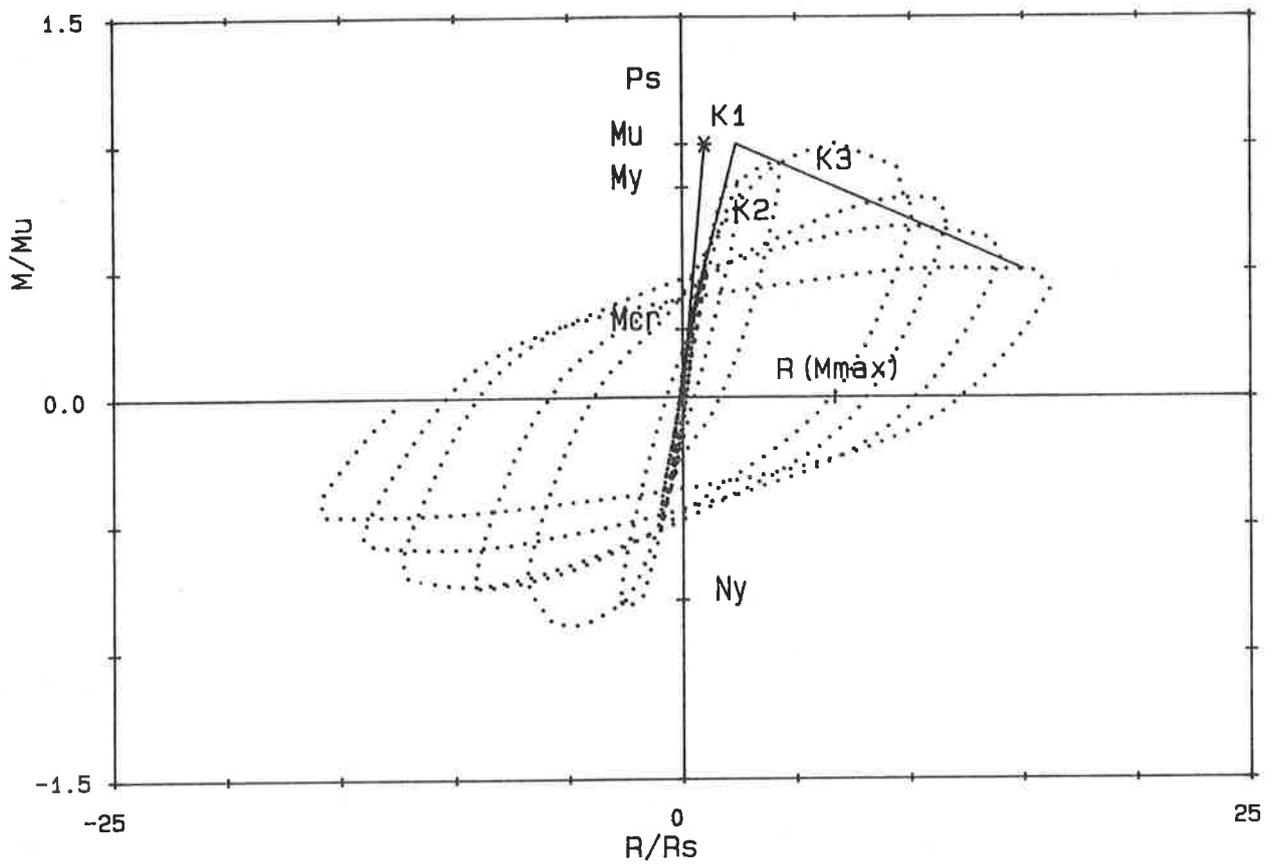


Fig.1

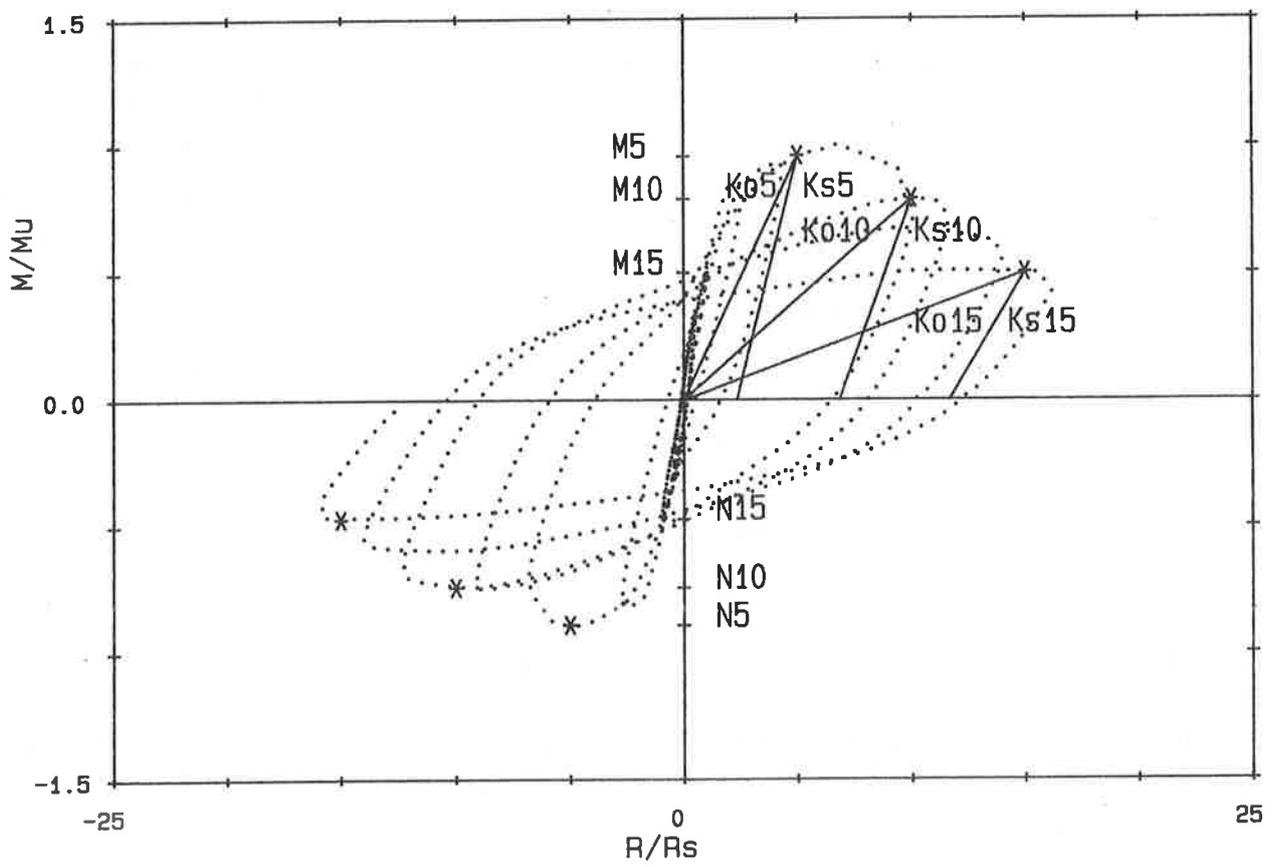


Fig.2

zione tra la tangente al diagramma nella fase elastica,  $K_1$ , e quella al tratto successivo ai cicli di fessurazione,  $K_2$ .

(3)  $M_y$ . E' il valore del momento, normalizzato su  $M_u$ , in corrispondenza del quale si è raggiunto per la prima volta lo snervamento dell'armatura ordinaria (fig. 1).

(4)  $M_5$ , (5)  $M_{10}$ , (6)  $M_{15}$ . Nel corso delle prove effettuate, le rotazioni registrate nelle sezioni strumentate hanno raggiunto valori fino a oltre 20 volte  $R_s$ .

Allo scopo di osservare l'evoluzione del momento flettente nella fase plastica, sono stati rilevati i momenti ottenuti per rotazioni pari a 5, 10, 15, volte  $R_s$  (fig. 2) normalizzandoli su  $M_u$ .

(7)  $N_y$ . E' il valore del momento, normalizzato su  $M_u$ , in corrispondenza del quale si è raggiunto, dopo l'inversione del carico, lo snervamento dell'armatura ordinaria (fig. 1).

(8)  $N_5$ , (9)  $N_{10}$ , (10)  $N_{15}$ . Le sezioni di prova, simmetricamente armate, sono state sottoposte a cicli di carico, tra rotazioni estreme opposte in segno e di valore uguale (nei limiti consentiti dalla attrezzatura, nonché, per alcuni campioni, dalla fragilità di comportamento mostrata) e successivamente variabile come descritto in (II).

Pertanto i diagrammi  $M-R$  presentano dei cicli di carico pressoché simmetrici; ciò è qualificabile mediante i rapporti tra i momenti ottenuti per rotazioni pari a -5, -10, -15 volte  $R_s$  e quelli corrispondenti, relativi agli stessi multipli positivi di  $R_s$  (fig. 2).

(11)  $D_5$ , (12)  $D_{10}$ , (13)  $D_{15}$ . Le prove sotto carico ciclico possono essere confrontate con quelle a carico monotono, mediante il rapporto tra i momenti ottenuti nei due casi, per rotazioni pari a 5, 10, 15 volte  $R_s$ .

(14)  $K_1$ , (15)  $K_2$ , (16)  $K_3$  [ $kNm$ ]. L'andamento della rigidezza, relativamente all'inviluppo dei diagrammi di prova ciclici, può essere descritto mediante la pendenza di tre rette (fig. 1), che approssimano il suddetto inviluppo:

- tangente al tratto elastico iniziale ( $K_1$ ),
- tangente al successivo tratto fessurato ( $K_2$ ),
- secante, interpolante il ramo plastico ( $K_3$ ).

La determinazione di  $K_3$  è stata fatta convenzionalmente, nel modo indicato in fig. 1, mentre  $K_1$  e  $K_2$  sono state desunte dai diagrammi  $M-R$ , in base alle rispettive definizioni.

(17)  $K_{s5}$ , (18)  $K_{s10}$ , (19)  $K_{s15}$ . La rigidezza dei rami di scarico è uno dei fattori che interessano particolarmente nella formulazione di un modello di comportamento.

Per stimare l'evoluzione di tale parametro sono state introdotte le pendenze normalizzate su  $K_1$  delle secanti, che uniscono i punti di inizio scarico, per rotazioni pari a 5, 10, 15 volte  $R_s$ , con quelli di fine scarico (fig. 2).

(20)  $K_{o5}$ , (21)  $K_{o10}$ , (22)  $K_{o15}$ . Come ulteriore indice del diverso andamento dei cicli, ottenuti imponendo rotazioni di valore elevato,

sono state adottate le pendenze, normalizzate su  $K_1$ , delle secanti che uniscono con l'origine i punti di inizio scarico, per rotazioni pari a 5, 10, 15 volte  $R_s$  (fig. 2). Con tali parametri è possibile osservare il differente degrado delle varie sezioni, potendoli assimilare a pendenze medie dei cicli di carico e scarico.

(23)  $E_5$ , (24)  $E_{10}$ , (25)  $E_{15}$ , (26)  $E_{10-}$ . Nelle prove cicliche, un elemento di particolare rilievo è l'energia dissipata nell'ambito dei cicli di carico e scarico.

Tenendo presente la specifica realizzazione delle prove, si è proceduto al calcolo dell'energia relativa a ciascun semiciclo (inteso come il tratto compreso tra il punto di inversione di segno del momento e il punto successivo); i valori trovati, riferiti alla rotazione del punto di inizio scarico, hanno fornito l'andamento della energia dissipata in ciascuna prova; da esso sono stati desunti i valori  $E_5$ ,  $E_{10}$ ,  $E_{15}$ , corrispondenti all'energia dissipata per rotazioni pari a 5, 10, 15 volte  $R_s$ .

Per rendere più significativi tali parametri, essi sono stati riferiti all'energia dissipata, calcolata per un oscillatore elasto-plastico, sottoposto ad una identica storia di carico; per maggiori chiarimenti si veda (II).

Il confronto con i semicicli dovuti a rotazioni di segno opposto è stato limitato all'energia dissipata per rotazioni pari a  $-10 R_s$  ( $E_{10-}$ ) valutata in rapporto a  $E_{10}$ .

(27)  $R(M_{max})$ . È la rotazione rilevata in corrispondenza del massimo valore raggiunto dalle sezioni durante le prove, normalizzata su  $R_s$  (fig. 1).

Tale parametro può essere assunto, in particolare per i campioni con PPR pari a 0,35 e 0,7, come indicativo del grado di duttilità delle varie sezioni.

### 3. ANALISI STATISTICA

#### 3.1 Metodologia

Come già osservato, per esaminare gli effetti del diverso tipo di conglomerato e dei diversi valori di PPR sul comportamento ciclico di elementi in c.a.p.p. inflessi, è stata realizzata una sperimentazione fattoriale; per una migliore stima dei vari fattori, ciascun caso, derivante dalla loro combinazione, è stato replicato tre volte.

Lo studio del comportamento ciclico suddetto è avvenuto attraverso i numerosi parametri descritti in precedenza. Per ciascuno di essi è stata condotta una analisi di varianza (I) consistente nella suddivisione della varianza di tutte le osservazioni in parti, esprimendo ciascuna la variabilità attribuibile ai vari fattori considerati ed alla loro interazione; la significatività dei singoli contributi è stata verificata mediante test F.

L'analisi è stata effettuata simultaneamente per tutti i parametri, utilizzando la tecnica dell'analisi di varianza multivariata (MANOVA) (III), operando nel modo seguente. Per ciascun parametro,

indicato con  $v_{ijklk}$  il generico valore osservato, con  
 $i$  = indice di conglomerato (1 - normale, 2 - leggero);  
 $j$  = indice di PPR (1 - 0; 2 - 0,35; 3 - 0,7);  
 $l$  = indice di campione (1, 2, 3 - prove cicliche);  
 $k$  = indice di parametro (1...27 -  $\mu_{...R}(M_{max})$ ),

sono state dapprima calcolate le medie:

$$v_{ij.k} = \frac{1}{3} \sum_l v_{ijklk} \text{ su una serie di 3 travi, per ogni } i, j, k$$

$$v_{i..k} = \frac{1}{3} \sum_j v_{ij.k} \text{ su un gruppo di 9 travi, per ogni } i, k$$

$$v_{.j.k} = \frac{1}{2} \sum_l v_{ij.k} \text{ su un gruppo di 6 travi, per ogni } j, k$$

$$v_{...k} = \frac{1}{2} \sum_i v_{i..k} \text{ sul campione di 18 travi, per ogni } k$$

e successivamente le deviazioni:

conglomerato	$\tilde{v}_{i..k} = v_{i..k} - v_{...k}$	}	effetti
PPR	$\tilde{v}_{.j.k} = v_{.j.k} - v_{...k}$		fissi
interazione	$\tilde{v}_{ij.k} = v_{ij.k} - v_{...k} - \tilde{v}_{i..k} - \tilde{v}_{.j.k}$		
errore	$\tilde{v}_{ijklk} = v_{ijklk} - v_{ij.k}$		residui

Da queste sono state ricavate le somme dei quadrati:

			gradi di libertà
conglomerato	$SS_{i..k} = 3 \cdot 3 \sum_i \tilde{v}_{i..k}^2$		1
PPR	$SS_{.j.k} = 2 \cdot 3 \sum_j \tilde{v}_{.j.k}^2$		2
interazione	$SS_{ij.k} = 3 \sum_{ij} \tilde{v}_{ij.k}^2$		2
errore	$SS_{ijklk} = \sum_{ijl} \tilde{v}_{ijklk}^2$		12
totale	$SS_{tot,k} = SS_{i..k} + SS_{.j.k} + SS_{ij.k} + SS_{ijklk}$		17

e gli scarti quadratici medi:

conglomerato	$MSE_{i..k} = SS_{i..k}/1$
PPR	$MSE_{.j.k} = SS_{.j.k}/2$
interazione	$MSE_{ij.k} = SS_{ij.k}/2$
errore	$MSE_{ijkl} = SS_{ijkl}/12$

Come test di significatività degli effetti fissi è stato eseguito un test F, a livello 5%:

		valore critico
conglomerato	$F = MSE_{i..k}/MSE_{ijkl}$	$F_{95}(1,12)$
PPR	$F = MSE_{.j.k}/MSE_{ijkl}$	$F_{95}(2,12)$
interazione	$F = MSE_{ij.k}/MSE_{ijkl}$	$F_{95}(2,12)$

Per tutto l'insieme dei parametri sono state costruite dapprima le matrici di SS, totale e dei residui (errore):

		gradi di libertà
totale	$\underline{\underline{SS}} = \sum_{ijl} (\tilde{v}_{ijl} \tilde{v}_{ijl}^T) (*)$	17
errore	$\underline{\underline{SS}} = \sum_{ijl} (\tilde{v}_{ijl} \tilde{v}_{ijl}^T)$	12

quindi le matrici di covarianza:

totale  $\underline{\underline{MSE}} = \underline{\underline{SS}}/17$

errore  $\underline{\underline{MSE}} = \underline{\underline{SS}}/12$

ed infine le matrici di correlazione:

totale  $\underline{\underline{SS}} \text{ con } \underline{\underline{SS}}_{pk} = \underline{\underline{MSE}}_{pk} / \left( \sqrt{\underline{\underline{MSE}}_{pp}} \cdot \sqrt{\underline{\underline{MSE}}_{kk}} \right),$

errore  $\underline{\underline{SS}} \text{ con } \underline{\underline{SS}}_{pk} = \underline{\underline{MSE}}_{pk} / \left( \sqrt{\underline{\underline{MSE}}_{pp}} \cdot \sqrt{\underline{\underline{MSE}}_{kk}} \right),$

$p = 1 \dots 27; k = 1 \dots 27$

### 3.2 Sviluppo dell'analisi

Il valore di ciascun parametro, secondo quanto visto in 3.1, è stato dapprima ricondotto ad un valore medio globale più gli effetti fissi ed il residuo:

$$V_k = \bar{V}_k + C_k + P_k + M_k + E_k$$

(\*)  $\tilde{v}_{ijl}$  vettore di 27 elementi, ciascuno pari a:

$$\tilde{v}_{ijkl} = v_{ijkl} - v_{...k}$$

con:

$V_k = v_{ijklk}$	generico valore	
$\bar{V}_k = v_{...k}$	v.m. globale sul campione	
$C_k = \tilde{v}_{i..k}$	conglomerato	} effetti fissi
$P_k = \tilde{v}_{.j.k}$	PPR	
$M_k = \tilde{v}_{ij.k}$	interazione	
$E_k = \tilde{v}_{ijklk}$	residuo	

E' stata quindi effettuata l'analisi di varianza e successivamente, mediante l'uso del test F, è stata valutata la significatività, al livello del 5%, dei vari effetti.

In tab. 1 è descritta la situazione dei contributi significativi per ogni parametro; i più significativi sono marcati in grassetto. Le figg. 3, 4 e 5 illustrano i risultati per tutti i parametri; dal loro esame si può trarre conferma delle conclusioni dei test di significatività.

In ciascun grafico è riportata in tratto continuo la variazione attorno al v.m. globale del valore del parametro relativo; dovuta al PPR, indipendentemente dal materiale; con linee tratteggiate sono riportate le variazioni ottenute tenendo conto anche del conglomerato.

Gli estremi dei tratti di ciascuna spezzata sono quindi, nel primo caso, i valori medi di 6 campioni, dei due conglomerati, con lo stesso PPR; negli altri casi sono i valori medi di 3 campioni di un dato calcestruzzo, con un dato PPR; attorno a questi ultimi è riportata la deviazione standard relativa al singolo gruppo di 3 campioni.

Confrontando i modelli dei vari parametri (tab. 1) con i relativi grafici si può riscontrare quanto segue:

- un marcato allontanamento del diagramma a linea continua dalla linea del valore medio è connesso con un'alta significatività del PPR (v. R(Mmax));
- un andamento dei diagrammi a linea tratteggiata parallelo a quello a linea continua indica un significativo effetto del materiale, senza che vi sia interazione tra materiale e PPR (v. K1);
- l'interazione è significativa laddove i diagrammi tratteggiati si intersecano (v. Mcr), o comunque procedono non parallelamente (v. E5).

#### 4. OSSERVAZIONI SUI RISULTATI

Dall'esame dell'elenco riportato in tab. 1 risulta in modo evidente come il contributo più significativo sia quello del PPR: in altri termini la maggior parte dei parametri considerati varia in modo significativo soprattutto per effetto del PPR, anche se la situazione descritta nella stessa tabella mostra una diffusa presenza dell'effetto del conglomerato e più ancora dell'interazione dei due.

# ANALISI DI VARIANZA - MANOVA

1	<b>Mu</b>	$V_1 = \bar{V}_1 + P_1 + M_1 + E_1$
2	<b>Mcr</b>	$V_2 = \bar{V}_2 + C_2 + P_2 + M_2 + E_2$
3	<b>My</b>	$V_3 = \bar{V}_3 + C_3 + P_3 + M_3 + E_3$
4	<b>M5</b>	$V_4 = \bar{V}_4 + P_4 + E_4$
5	<b>M10</b>	$V_5 = \bar{V}_5 + C_5 + P_5 + M_5 + E_5$
6	<b>M15</b>	$V_6 = \bar{V}_6 + C_6 + P_6 + M_6 + E_6$
7	<b>Ny</b>	$V_7 = \bar{V}_7 + P_7 + M_7 + E_7$
8	<b>N5</b>	$V_8 = \bar{V}_8 + E_8$
9	<b>N10</b>	$V_9 = \bar{V}_9 + E_9$
10	<b>N15</b>	$V_{10} = \bar{V}_{10} + P_{10} + M_{10} + E_{10}$
11	<b>D5</b>	$V_{11} = \bar{V}_{11} + E_{11}$
12	<b>D10</b>	$V_{12} = \bar{V}_{12} + E_{12}$
13	<b>D15</b>	$V_{13} = \bar{V}_{13} + C_{13} + P_{13} + M_{13} + E_{13}$
14	<b>K1</b>	$V_{14} = \bar{V}_{14} + C_{14} + P_{14} + E_{14}$
15	<b>K2</b>	$V_{15} = \bar{V}_{15} + C_{15} + P_{15} + E_{15}$
16	<b>K3</b>	$V_{16} = \bar{V}_{16} + P_{16} + M_{16} + E_{16}$
17	<b>Ks5</b>	$V_{17} = \bar{V}_{17} + P_{17} + E_{17}$
18	<b>Ks10</b>	$V_{18} = \bar{V}_{18} + P_{18} + E_{18}$
19	<b>Ks15</b>	$V_{19} = \bar{V}_{19} + P_{19} + M_{19} + E_{19}$
20	<b>Ko5</b>	$V_{20} = \bar{V}_{20} + P_{20} + E_{20}$
21	<b>Ko10</b>	$V_{21} = \bar{V}_{21} + C_{21} + P_{21} + M_{21} + E_{21}$
22	<b>Ko15</b>	$V_{22} = \bar{V}_{22} + C_{22} + P_{22} + M_{22} + E_{22}$
23	<b>E5</b>	$V_{23} = \bar{V}_{23} + C_{23} + P_{23} + M_{23} + E_{23}$
24	<b>E10</b>	$V_{24} = \bar{V}_{24} + C_{24} + P_{24} + M_{24} + E_{24}$
25	<b>E15</b>	$V_{25} = \bar{V}_{25} + P_{25} + E_{25}$
26	<b>E10-</b>	$V_{26} = \bar{V}_{26} + E_{26}$
27	<b>R (Mmax)</b>	$V_{27} = \bar{V}_{27} + P_{27} + E_{27}$

Tab. 1

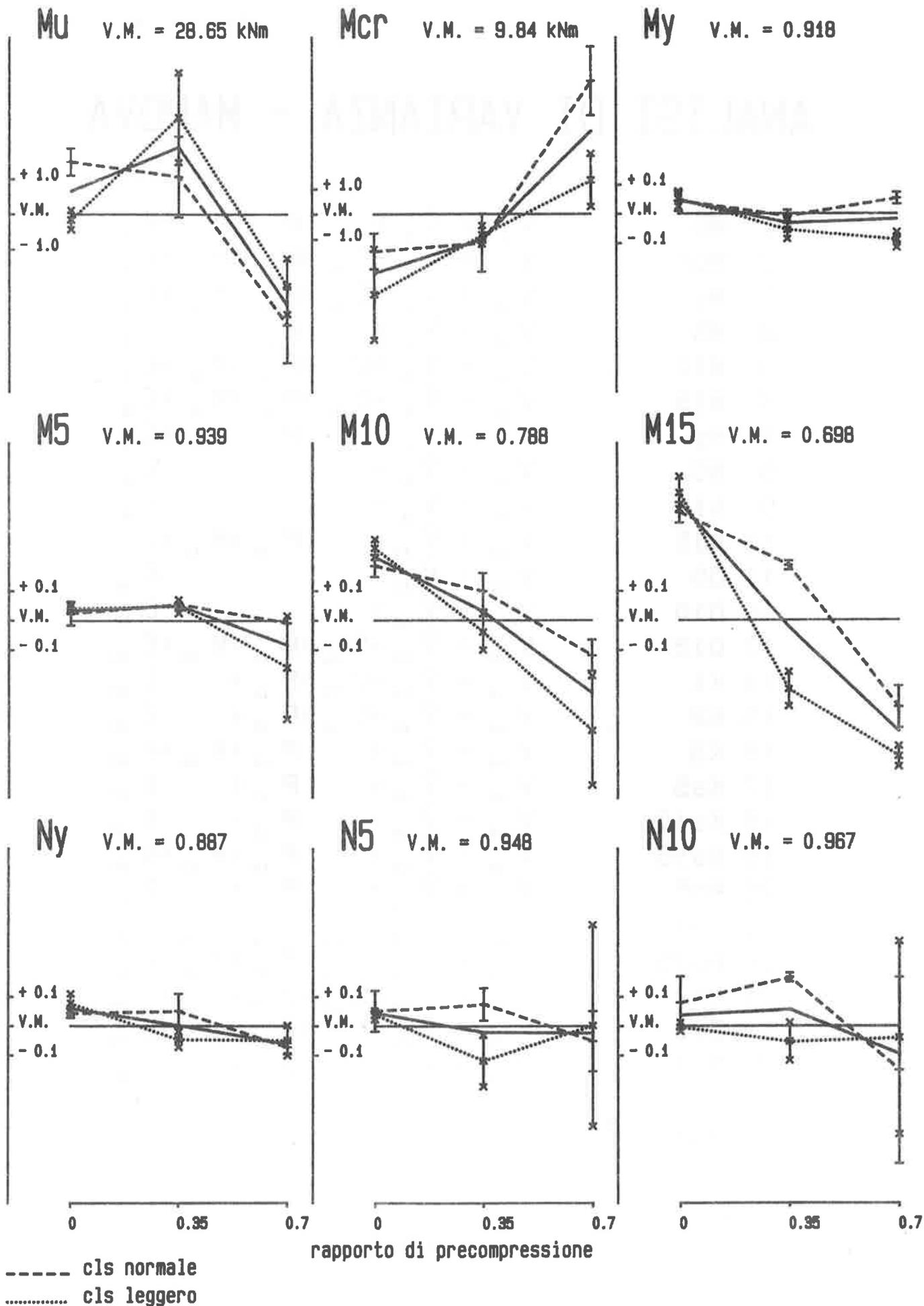


Fig.3

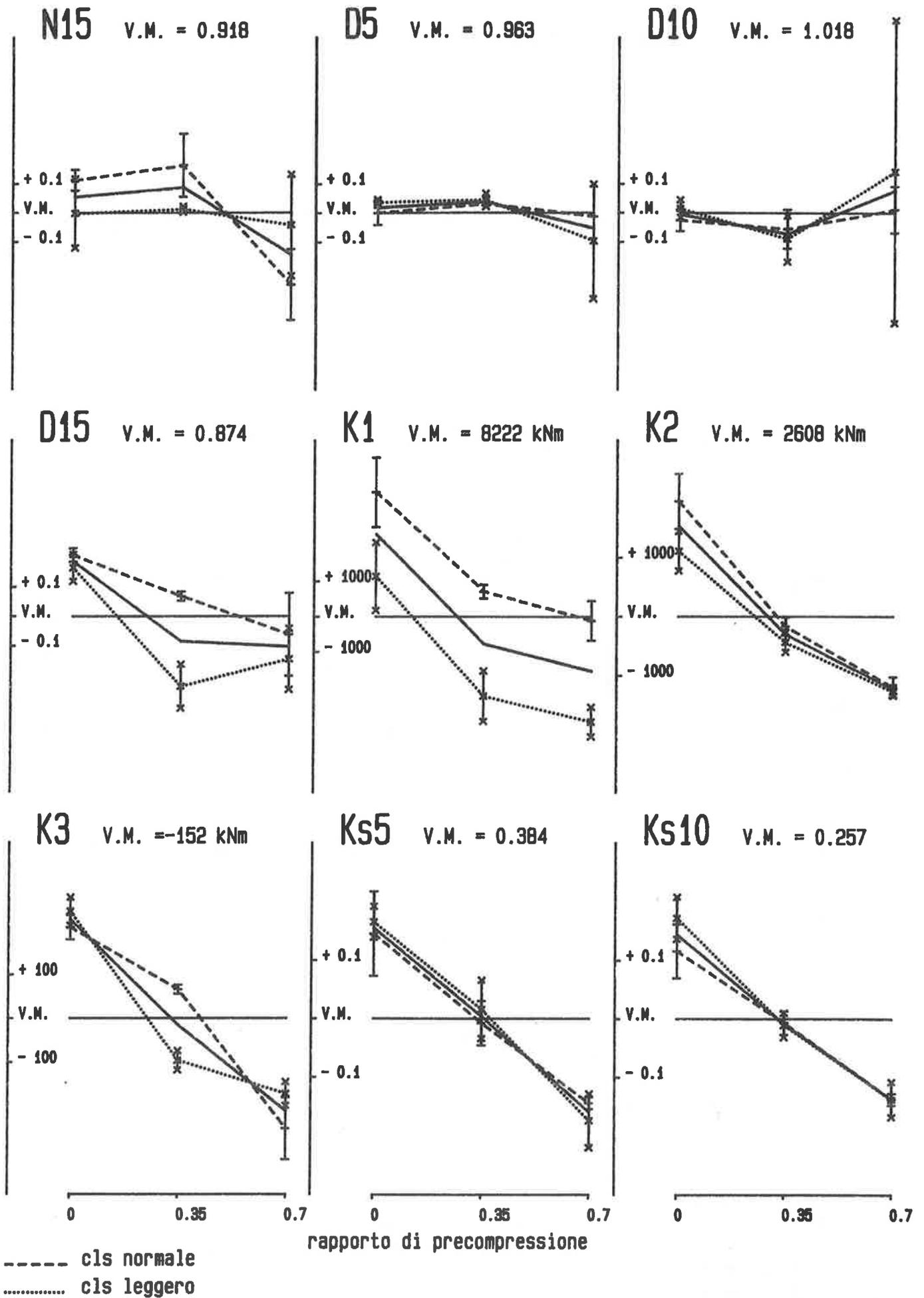


Fig.4

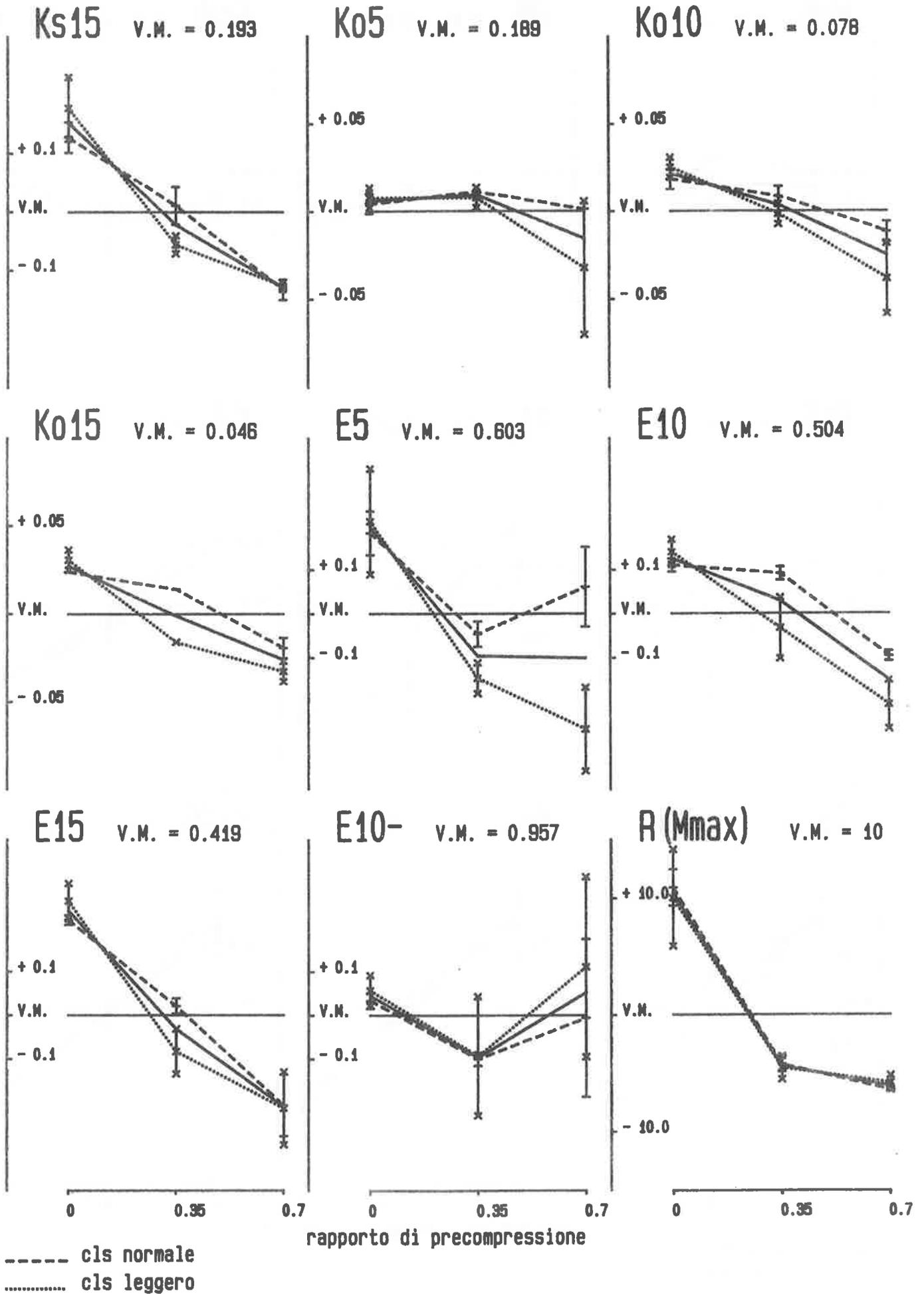


Fig.5

L'esame dettagliato dell'andamento dei vari parametri, come è illustrato dalle figg. 3, 4 e 5, consente di osservare quanto segue.

(1) *Mu*. L'andamento, pur presentando contributi significativi del PPR e dell'interazione, è da ritenere imputabile a oscillazioni nella resistenza dei materiali impiegati, che hanno influito sul momento ultimo, assunto come costante nelle condizioni di progetto.

(2) *Mcr*. Complessivamente l'effetto del PPR conferma la tendenza, generalmente riconosciuta, di produrre, al suo crescere, momenti di fessurazione sempre più elevati; sono significativi anche gli effetti del conglomerato e dell'interazione.

(3) *My*. Questa grandezza si presenta influenzata significativamente da tutti gli effetti fissi.

E' da notare la particolare concentrazione dei valori, che si traduce in deviazioni standard molto contenute in ogni caso: si tratta indubbiamente di un dato sperimentale di individuazione molto stabile.

(4) *M5*, (5) *M10*, (6) *M15*. L'esame di queste grandezze evidenzia l'infusso di forti PPR sul calo di resistenza delle sezioni, via via che cresce l'intensità delle rotazioni imposte; in altri termini, tanto più ci si avvicina alla precompressione totale, tanto più si riduce la resistenza delle sezioni sottoposte a cicli di ampiezza elevata.

(7) *Ny*. Questa grandezza presenta un andamento analogo a quella della sua corrispondente, dovuta a rotazioni di segno opposto.

Si può rilevare che essa ha un valore medio globale inferiore a quello di *My*; ciò è quasi sicuramente dovuto al fatto che, quando si raggiunge il momento *Ny*, la sezione è pressoché arrivata al momento ultimo nella sollecitazione di segno opposto.

(8) *N5*, (9) *N10*, (10) *N15*. L'andamento di questi rapporti non presenta globalmente effetti significativi di rilievo; ciò è segno di una loro sostanziale stabilità, ed è indice a sua volta di un comportamento "simmetrico" delle varie sezioni, quando sono sottoposte a cicli tra rotazioni estreme uguali ed opposte; ciò conferma quanto era stato previsto.

(11) *D5*, (12) *D10*, (13) *D15*. Valgono in questo caso considerazioni analoghe a quelle del caso precedente.

L'indicazione fornita da questi rapporti tra momenti ottenuti in prove cicliche ed i corrispondenti ottenuti in prove monotoniche è di una sostanziale coincidenza tra il diagramma M-R di queste ultime, e l'involuppo di quelle cicliche.

Ciò è confermato dalla forte correlazione calcolata tra queste grandezze e le corrispondenti *M5*, *M10*, *M15*.

(14) *K1*, (15) *K2*, (16) *K3*. La pendenza *K1*, corrispondente alla rigidità elastica, si presenta nettamente distinta tra i due materiali; ciò conferma quanto è noto sul diverso modulo elastico dei calcestruzzi normali e leggeri.

La dipendenza dal PPR si può spiegare in funzione delle diverse

percentuali di armatura ordinaria e della posizione baricentrica delle armature pretese.

La pendenza  $K_2$ , relativa alla rigidezza del ramo fessurato, mostra anch'essa una significativa influenza sia del PPR che del conglomerato, interpretabile allo stesso modo di  $K_1$ .

La pendenza  $K_3$ , indice convenzionale della rigidezza del ramo plastico dipende essenzialmente dal PPR.

(17)  $K_{s5}$ , (18)  $K_{s10}$ , (19)  $K_{s15}$ . Le pendenze dei rami di scarico risultano influenzate marcatamente dal PPR.

I valori relativi denunciano in ogni caso il progressivo abbattimento dei rami di scarico, al crescere sia della precompressione che della rotazione.

La dispersione dei valori è molto contenuta.

(20)  $K_{o5}$ , (21)  $K_{o10}$ , (22)  $K_{o15}$ . Anche queste grandezze sono influenzate significativamente dal PPR: al crescere di questo si ha un progressivo abbassamento di tali pendenze, che sono significative, come già detto, della pendenza media dei cicli di carico e scarico.

(23)  $E_5$ , (24)  $E_{10}$ , (25)  $E_{15}$ , (26)  $E_{10-}$ . I contenuti di energia dissipata relativi a vari livelli di rotazione risultano in ogni caso decrescenti al crescere del PPR, e, salvo nel caso delle rotazioni più ampie, mostrano di dipendere significativamente anche dal conglomerato e dalla sua interazione con la precompressione.

Il confronto con i contenuti energetici dei semicicli dovuti a carichi di segno opposto mostra di non dipendere da alcun effetto fisso, e questa è un'ulteriore conferma della simmetria dei cicli di carico e scarico.

(27)  $R(M_{max})$ . La rotazione associata al massimo valore del momento flettente, dipende esclusivamente ed in maniera molto marcata, dal PPR.

Sia pure con qualche cautela, essa può essere assunta come espressione della duttilità delle sezioni realizzate; come tale mostra in modo molto evidente la diversa capacità delle sezioni in c.a. e in c.a.p.p. ad assorbire rotazioni elevate, a parità di momento ultimo.

Per completare l'analisi, occorre rilevare alcune correlazioni più o meno marcate esistenti tra alcune grandezze; in particolare si ha:

- i momenti  $M_5$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{15}$  sono fortemente correlati con i corrispondenti rapporti  $D_5$ ,  $D_{10}$ ,  $D_{15}$ , e pertanto l'andamento del diagramma  $M-R$  delle prove monotoniche si può ritenere corrispondente all'inviluppo delle prove cicliche;
- analoga correlazione si ha tra  $M_5$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{15}$  e le corrispondenti pendenze  $K_{o5}$ ,  $K_{o10}$ ,  $K_{o15}$ : ciò è senz'altro conseguenza del modo come sono state definite queste ultime grandezze, utilizzando secanti passanti per l'origine e i punti di inizio scarico, a rotazioni 5, 10, 15 volte  $R_s$ ; di riflesso, le stesse correlazioni si hanno tra  $D_5$ ,  $D_{10}$ ,  $D_{15}$  e  $K_{o5}$ ,  $K_{o10}$ ,  $K_{o15}$ ;
- correlazioni di vario livello sono presenti tra i rapporti  $N_5$ ,  $N_{10}$ ,  $N_{15}$  e i momenti corrispondenti  $M_5$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{15}$ ; i loro valori negati

vi indicano come al decrescere dei momenti dovuti a rotazioni positive crescenti, si ottengano rapporti crescenti coi momenti dovuti a carichi di segno opposto.

## 5. CONCLUSIONI

L'analisi effettuata mette in luce il significativo effetto del PPR sul comportamento flessionale ciclico di travi in c.a.p.p..

Ciò è derivato dall'esame dell'andamento di numerosi parametri, ottenuti dai diagrammi M-R sperimentali di 18 travi sottoposte a carichi flessionali ciclici e di 4 travi sottoposte a carichi flessionali monotonic.

Per ottenere una stima obiettiva della significatività dei vari effetti (conglomerato, PPR, interazione) è stata condotta una analisi di varianza multivariata sui valori osservati per tutti i parametri; la costruzione della matrice di correlazione ha consentito di individuare i legami esistenti tra alcuni gruppi di parametri.

Il lavoro eseguito è preliminare alla individuazione dei parametri occorrenti alla definizione di un modello del comportamento ciclico di elementi inflessi in c.a.p.p..

## 6. RINGRAZIAMENTO

Gli autori esprimono un vivo ringraziamento al Prof. Daniele Veneziano del M.I.T. per i preziosi suggerimenti forniti a supporto del lavoro svolto.

## BIBLIOGRAFIA

- (I) DIXON W.J., MASSEY F.J.: "Introduction to Statistical Analysis", Mc Graw-Hill Book Company, Ch. 10,15.
- (II) GALEOTA D., GIAMMATTEO M.M., GRILLO F.: "Indagine teorico-sperimentale sul comportamento flessionale di travi in c.a. parzialmente precomprese sottoposte a carichi ciclici. Nota I: sperimentazione". Seminario AICAP "Precompressione Parziale", 4-5 ottobre 1984 L'Aquila.
- (III) KRISHNAIAH P.R.: "Handbook of Statistics 1-Analysis of Variance", North-Holland, Ch. 2.
- (IV) PARK R., THOMPSON K.J.: "Cyclic Load Tests on Prestressed and Partially Prestressed Concrete Beam-Column Joints", Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol.22, No.5, Sept.-Oct., 1977, pp. 84-110.
- (V) THOMPSON K.J., PARK R.: "Seismic Response of Partially Prestressed Concrete", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST8, August 1980, pp. 1755-1775.



INDAGINE NUMERICA E CONSIDERAZIONI CRITICHE SUL PROGETTO DI SEZIONI IN C.A.  
PARZIALMENTE PRECOMPRESSO

M. GIANGRASSO

dott.ing.  
E.N.E.A.  
Roma

M. MAURO

dott.ing.  
Consiglio Superiore  
Ministero LL.PP.  
Roma

C. MUSCARITOLI

dott.ing.  
Ministero Agricoltura  
e Foreste  
Roma

1. CONSIDERAZIONI INTRODUTTIVE

Il progetto delle sezioni in c.a. parzialmente precompresso ad armatura mista per sollecitazioni che provocano tensioni normali è caratterizzato dalla scelta del rapporto fra il momento di decompressione ed il momento totale di servizio. In base a questo rapporto il campo di variazione del momento esterno, somma del momento del permanente  $M_g$  e di quello dell'accidentale massimo  $M_s$ , è diviso in due parti: in corrispondenza della prima parte, delimitata superiormente dalla somma  $M_g + cM_s$ , in cui  $c$  è un coefficiente positivo minore di uno, la sezione deve risultare interamente compressa (I stadio); in corrispondenza della seconda parte, nella quale l'incremento del momento esterno può raggiungere il valore massimo  $(1-c)M_s$ , la sezione è parzializzata (II stadio).

Poichè il valore di  $c$  deriva da una analisi delle caratteristiche dei carichi accidentali effettivi con particolare riguardo alle loro leggi temporali, la suddivisione fra il comportamento nel I stadio e quello del II stadio è influenzata in modo prevalente dal rapporto fra il momento del permanente ed il momento totale: al diminuire di questo rapporto, aumenta il campo di sollecitazione ammesso per il II stadio, che è quello attribuito, per definizione, alla precompressione parziale.

Al variare del rapporto

$$\frac{M_g}{M_g + M_s}$$

o del suo complemento all'unità

$$\frac{M_s}{M_{tot}}$$

e del coefficiente  $c$  variano, a parità delle altre condizioni, i quantitativi dell'acciaio da presollecitazione e di quello ordinario, con due vincoli, derivanti dalla sicurezza allo stato limite ultimo per collasso statico e dalla limitazione dell'ampiezza delle lesioni, dettata a sua volta dalla esigenza di durabilità dei due tipi di armatura.

Allo scopo di chiarire l'influenza dei parametri suddetti sul dimensionamento delle sezioni di c.a. parzialmente precompresso, si è svolta una indagine numerica impostata nel modo seguente.

Sono state progettate sezioni di travi CAPP, attraverso un algoritmo che prevede in in-put:

a) le caratteristiche meccaniche dei materiali (curva  $\sigma - \epsilon$  per l'acciaio armonico e ordinario,  $R_{bk}$ , perdite lente)

- b) alcune caratteristiche geometriche della sezione (spessore anima e soletta superiore, spessore soletta inferiore ove occorre, altezza determinata in funzione della luce, posizione dei cavi e delle armature ordinarie)
- c) carichi accidentali massimi e l'aliquota c degli stessi da prendere in considerazione per la valutazione della condizione di carico quasi permanente.

Il procedimento di progetto è basato sul soddisfacimento di due stati limite ultimi (sotto carico massimo e sotto carico minimo) e dallo stato limite di decompressione.

- L'out-put è costituito:

- a) dalla larghezza delle solette superiore e inferiore
- b) dalla armatura (area) di acciaio preteso e ordinario
- c) dalle caratteristiche statiche della sezione.

- L'indagine ha riguardato il caso di due travetti appoggiate, la prima di 25 metri di luce, la seconda di 40 metri, sottoposte a carichi accidentali di diversa entità; precisamente 1.5 t/m, 2.5 t/m, 4.0 t/m/

Per ciascuna condizione di carico sono stati valutati gli effetti derivanti dalla variazione dell'aliquota c di carico accidentale assunta nella condizione di carico quasi permanente:

$M_{quasi p} = M_g + c M_a$ , assumendo per c i seguenti valori:

0.1/ 0.2/ 0.3/ 0.4/ 0.5/ 0.6.

Le sezioni, ricavate dal procedimento di dimensionamento, sono state verificate controllando lo stato limite di ampiezza delle lesioni, non incluso fra le condizioni di progetto, tenuto conto del fatto che l'armatura è mista e quindi diversamente sensibile alla corrosione.

L'esame dei risultati, oltre a confermare la validità del procedimento di progetto adottato, mette in evidenza i valori di c ai quali corrisponde, nei vari casi esaminati, la quantità minima di armatura mista, nonché la correlazione fra il rapporto

$$\frac{M_g}{M_g + M_s}$$

il coefficiente c e l'ampiezza delle lesioni.

Il criterio cautelativo adottato nella verifica delle ampiezze, limitando, in sostanza, la variazione di tensione nell'armatura ordinaria al passaggio dal I al II stadio, fornisce inoltre un controllo implicito della sicurezza allo stato limite ultimo di fatica.

## 2. RICHIAMI SUL METODO DI PROGETTAZIONE

Il procedimento adottato per il progetto della sezione parzialmente precompressa è quello indicato in uno studio precedente (\*) (R. Calzona, M. De Cesare, P. E. Pinto, E. F. Radogna "Considerazioni critiche ed indagini numeriche sul progetto della sezione in cemento armato integralmente o parzialmente precompresso secondo i principi del comitato misto FIP/CEB" - Ingegneria Civile N. 31 - 1969) e viene qui sinteticamente ripreso.

In accordo con gli orientamenti normativi ormai consolidati anche nel nostro Paese sono stati considerati i seguenti stati limite:

- 1) - Stato limite di decompressione sotto carico max
- 2) - Stato limite di rottura per flessione sotto carico min
- 3) - Stato limite di fessurazione

Non sono stati considerati gli stati limite connessi a fenomeni di instabilità di fessurazione e rottura per effetto combinato di taglio e flessione.

Il problema della progettazione di una sezione in c.a.p.p. si pone come obiettivo la determinazione dei seguenti parametri (fig. 1):

- a) area della soletta superiore  $B_s$
- b) area della soletta inferiore  $B_i$

c) area dell'armatura pretesa  $A_p$

d) area dell'armatura ordinaria  $A_s$

le rimanenti caratteristiche geometriche della sezione sono quindi da ritenersi assegnate.

L'armatura ordinaria, ad aderenza migliorata, si intende disposta al di sotto dell'armatura pretesa.

Il procedimento impiegato utilizza i diversi stati limite in successione ordinata ricavando da ciascuno di essi, mediante alcune semplificazioni, le incognite della sezione.

#### A) Stato limite di rottura sotto carico max

Da tale condizione deriva il dimensionamento della soletta superiore attraverso la condizione di equilibrio alla traslazione orizzontale e alla rotazione rispetto al baricentro della zona compressa.

Condizione di equilibrio delle forze orizzontali: fig. 2

$$B' \cdot \sigma_b^* + A'_a \sigma'_a - A_a \sigma_a - A_p \sigma_{ap} = 0 \quad (1)$$

Condizione di equilibrio dei momenti:

$$A'_a \sigma_a^* z'_a + A'_a \sigma'_a z_a + A_p \sigma_{ap} z_p = M_u = 1,75 (M_g + M_s) \quad (2)$$

essendo  $M_u$  il valore del momento ultimo.

Dalla (1), trascurando il contributo dell'eventuale armatura compressa si ricava:

$B' = F/\sigma_b^*$ ; dalla (2) si ricava  $F = M_u/z_u$ , avendo chiamato con  $z_u$  la distanza della risultante delle tensioni di trazione  $F$  rispetto al punto di applicazione della risultante delle tensioni di compressione ed.

assumendo  $z_u = H - d - s_s/2$

oppure  $z_u = H - d - x/2$

a secondo che l'asse neutro cada all'interno o all'esterno della soletta. Dalle precedenti relazioni si ricava  $B' = M_u(z_u \cdot \sigma_b^*)$  da cui si ricava l'area della soletta superiore e quindi il valore di

$$b s = \frac{B'_s}{s} + b_0, \text{ essendo:}$$

$$B'_s = \frac{M_u}{z_u} \cdot \frac{1}{b} - 0,194 \cdot b_0 \cdot h$$

#### B) - Stato limite di decompressione

Da tale stato deriva il dimensionamento della armatura pretesa.

In particolare si impone che sotto l'azione di un momento  $M_d$  pari ad  $M_g + c \cdot M_s$ , cioè dovuto al peso proprio e ad un'aliquota  $c$  del carico accidentale, la risultante di precompressione si porti al baricentro dei cavi al punto di nocciolo superiore della sezione percorrendo la distanza  $e_2$ .

Si ha cioè:

$$A_p = \frac{M_d}{e_2} \cdot \frac{1}{\sigma_{ap}}$$

#### C) - Stato limite di rottura sotto carico minimo

Da tale stato deriva il dimensionamento della soletta inferiore. Le sollecitazioni presenti sono (fig.3);

$$M_{\min} = \gamma_g \cdot M_g \quad \text{momento minimo di calcolo}$$

$$N_0 = \gamma_p \cdot \left( A_p \cdot \frac{\sigma_{ap}}{(1-\alpha)} \right) \quad \text{sforzo di precompressione iniziale}$$

in cui è  $\gamma_p = 1,2$ ;  $\alpha = 0,25$  (% cadute di tensione).

$$\gamma_g = 1$$

Le condizioni di equilibrio delle forze orizzontali, avuto riguardo al diagramma delle  $\epsilon$ , per il quale è prefissato il valore al lembo inferiore, fornisce la seguente relazione:

$$B'_i \cdot \sigma_b^* + A_a \cdot \sigma_a (\epsilon'_a) - A'_a \cdot \sigma'_a (\epsilon'_a) - N_0 = 0$$

Equilibrio dei momenti rispetto al lembo inferiore:

$$B'_i \cdot \sigma_b^* \bar{z} + A_a \cdot \sigma_a (\epsilon'_a) \cdot \bar{z}_a - A'_a \cdot \sigma'_a (\epsilon'_a) \cdot \bar{z} - N_0 (e_1 + d) = 0$$

Da queste due equazioni si ottiene una equazione di secondo grado nell'incognita  $B'_i$ , la cui radice valida è:

$$B'_i = L - \sqrt{L^2 - M}$$

$$\text{essendo } L = \frac{N_0}{\sigma_b^*} - \frac{b_0 - S_i}{2}$$

$$M = \frac{N_0}{\sigma_b^*} \left[ \frac{N_0}{\sigma_b^*} - 2 b_0 (e_1 + d) \right]$$

Ovviamente, se  $B'_i = 0$  allora  $b_i = b_0$ ; nel caso in cui è  $B'_i > 0$  occorrerà modificare di conseguenza la sezione ricalandone le caratteristiche statiche, in particolare  $J$  ed  $e_2$ . Ne consegue un procedimento di calcolo di tipo iterativo.

#### D) - Calcolo dell'armatura ordinaria

I criteri per il dimensionamento dell'armatura di una sezione parzialmente precompressa possono sostanzialmente ricondursi a 3 tipi, secondo che si basino sullo stato limite di rottura statica, su quello di rottura per fatica oppure su quello di ampiezza delle lesioni in condizioni di esercizio.

Nel primo caso l'armatura si determina dalla condizione di equilibrio allo stato limite ultimo ponendo:

$$A_a = \frac{F_u \cdot A_p \cdot \sigma_{ap}}{R_{ysk}}$$

Nel secondo e nel terzo criterio l'area dell'acciaio viene progettata limitando opportunamente il tasso di lavoro dello stesso in modo che sotto l'azione di momenti esterni compresi fra  $c \times M_S$  e  $M_S$  non si producano ampiezze delle lesioni superiori a valori prefissati. In sostanza si tratta di un controllo indiretto dello stato di fessurazione nel cls. teso attraverso la limitazione dell'acciaio ordinario.

Pertanto si impone la condizione che all'applicazione del carico  $q = g + q_{acc}$  l'esecuzione tensionale al livello delle armature non superi il livello ammissibile predeterminato. Deve cioè essere soddisfatta la relazione:

$$A_s = \frac{M_{TOT} + N(d - C_o)}{0.9 \cdot (H - C_o) \sigma_s} - \frac{N}{\sigma_s} \quad C_o = \text{copriferro}$$

Tenuto conto della specifica rilevanza che ha il dimensionamento dell'armatura ordinaria nella progettazione della sezione parzialmente precompressa ad armatura mista, nel presente lavoro si è cercato di fornire un quadro comparativo dei due predetti criteri, anche in funzione dei limiti che si possono assumere nell'ambito di ciascun criterio.

Per completare la considerazione relativa al progetto dell'armatura ordinaria occorre prendere in esame ancora due questioni:

La prima riguarda la necessità di procedere alla verifica a fessurazione per la condizione di carico rara:

$$M_g + M_s$$

Si adopera la formula riportata nell'attuale regolamento, calcolando la  $\sigma_s$  per una sezione presso inflessa al II stadio

$$\text{con } M = M_g + M_s \quad \text{e} \quad N = N_p$$

e la  $\sigma_{sz}$  con lo stesso criterio assumendo però  $M = M_{fess}$

$$\text{con } M_{fess} = W_{inf} (|\sigma_{op}| + |\sigma_{ctm}|)$$

La seconda questione è relativa alla redistribuzione degli sforzi interni tra acciaio e conglomerato, dovuti allo scorrimento viscoso.

Riguardo agli effetti provocati dalla redistribuzione delle tensioni (migrazione degli sforzi dal conglomerato compresso all'acciaio ordinario) si osserva che esistono più fenomeni che incidono in maniera opposta.

Un primo fenomeno riguarda il fatto che in presenza di armatura ordinaria la predetta migrazione riduce la deformazione viscosa e quella per ritiro del cls, affievolendo di conseguenza l'entità delle perdite di tensione nell'acciaio presolle citato dovute - appunto - al ritiro e fluage del calcestruzzo.

Di converso la caduta di tensione per rilassamento risulta maggiore in quanto si riduce conseguentemente l'influenza delle cadute di tensione per ritiro e fluage su quella di rilassamento.

Peraltro, in fase di verifica dell'apertura delle lesioni, la migrazione degli sforzi, da un lato, penalizza il cls. in quanto la  $\epsilon_{tot}$  che ad esso compete ( $\epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \epsilon_{vis}$ ) risulta ridotta (rispetto al caso di assenza di armatura ordinaria); dall'altro lato tale armatura, in fase di trazione, risente dell'effetto benefico dell'incremento di compressione indotta dalla migrazione degli sforzi. Tale ultima componente pare assumere maggiore rilevanza, almeno nell'ambito delle usuali ipotesi utilizzate per il calcolo dell'apertura delle lesioni ( $\epsilon_c \approx 0$ , formula del Regolamento).

### 3. PROGRAMMA DELLE APPLICAZIONI NUMERICHE

Sono state progettate sezioni di travi CAPP, attraverso un algoritmo che prevede in input:

- le caratteristiche meccaniche dei materiali (curva  $\sigma - \epsilon$  per l'acciaio armonico e ordinario,  $R_{bk}$ , perdite lente)
- alcune caratteristiche geometriche delle sezioni (spessore anima e soletta superiore, spessore soletta inferiore ove occorra, altezza determinata in funzione della luce, posizione dei cavi e delle armature ordinarie)

c) carichi accidentali massimi e l'aliquota c degli stessi da prendere in considerazione per la valutazione della condizione di carico semi permanente.

Per la specificazione dell'algoritmo adoperato si rimanda alla pubblicazione (\*).

- L'out-put è costituito:

- a) dalla larghezza delle solette superiore e inferiore
- b) dalla armatura (area) di acciaio preteso e ordinario
- c) dalle caratteristiche statiche delle resine

L'indagine ha riguardato il caso di travi appoggiate variamente caricate:

$$\begin{array}{rcl}
 & & q = 1,5 \text{ t/m} \\
 l = 20 \text{ m} & & q = 2,5 \text{ " } \\
 & & q = 4 \text{ " }
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & & q_a = 1,5 \text{ t/m} \\
 l = 40 \text{ m} & & q_a = 2,5 \text{ " } \\
 & & q_a = 4 \text{ " }
 \end{array}$$

Per ciascuna condizione di carico sono stati valutati gli effetti derivanti dalla variazione dell'aliquota c di carico accidentale assunta nella condizione di carico frequente o quasi permanente essendosi fatto variare c dal valore di 0,1 al valore di 0,6.

Nel prospetto che segue vengono sintetizzati i dati posti a base dell'indagine numerica.

Vengono inoltre riportati per i sei tipi di trave esaminati i valori dei momenti flettenti in mezzzeria dovuti separatamente al carico permanente ed al sovrac carico accidentale totale.

#### DATI RELATIVI ALLE TRAVI IMPIEGATE NELL'INDAGINE

LUCI:	L 1 = 25 m
	L 2 = 40 m
ALTEZZE:	H1 = $\frac{l}{20}$ L1 = 1,25 m
	H2 = $\frac{l}{20}$ L2 = 2,00 m
CARICHI ACCIDENTALI:	q 1 = 1,5 t/m
	q 2 = 2,5 t/m
	q 3 = 4,0 t/m

L (m)	h (m)	q (t/m)	Trave
25	1,25	1,5	1.1
		2,5	1.2
		4,0	1.3
40	2,00	1,5	2.1
		2,5	2.2
		4,0	2.3

Per ciascuno dei 6 casi indicati a fianco, il progetto della sezione è stato effettuato considerando 6 possibili valori del momento di decompressione  $M_d = Mg + c Ms$  originati da valori del coefficiente c pari a 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, dando luogo a 36 casi diversi.

MATERIALI:

cls Classe RbK 45Q

Acciaio per C.A.P. (Trefoli):

R a K 197 Kg/mm<sup>2</sup>  
R a K (a2) 187 " "  
R a K (1) 181,7 "

Acciaio per C.A. tipo:

F e b 38K c. in st.  
F e b 44K "

- TRAVE 1.1. - H = 125 cm;  $q_3 = 1,5$  t/m; L = 25 m  
Mg = 4.726.000 Kg.cm  
Mq = 11.718.000 " "
- TRAVE 1.2 - H = 125 cm;  $q_a = 2,5$  t/m; L = 25 m  
Mg = 6.895.000  
Mq = 19.530.000
- TRAVE 1.3 - H = 125 cm;  $q_a = 4$  t/m; L = 25 m  
Mg = 9.023.000  
Mq = 31.250.000
- TRAVE 2.1 - H = 200 cm;  $q_a = 1,5$  t/m; L = 40 m  
Mg = 25.380.000  
Mq = 30.000.000
- TRAVE 2.2 - H = 200 cm;  $q_a = 2,5$  t/m; L = 40 m  
Mg = 30.240.000  
Mq = 50.000.000
- TRAVE 2.3 - H = 200 cm;  $q_a = 4$  t/m; L = 40 m  
Mg = 43.140.000  
Mq = 80.000.000

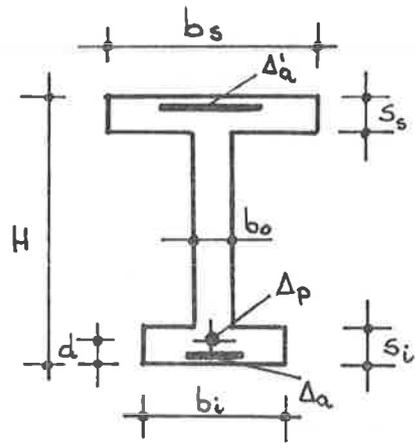


FIG. 1

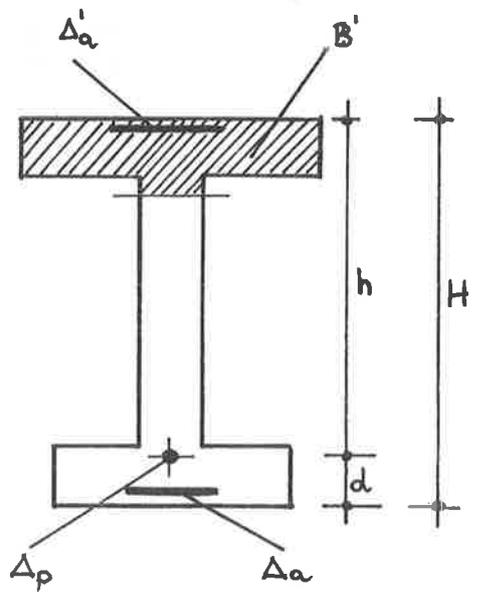
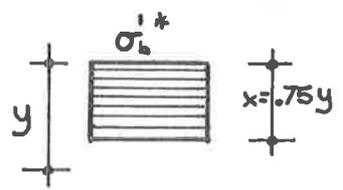
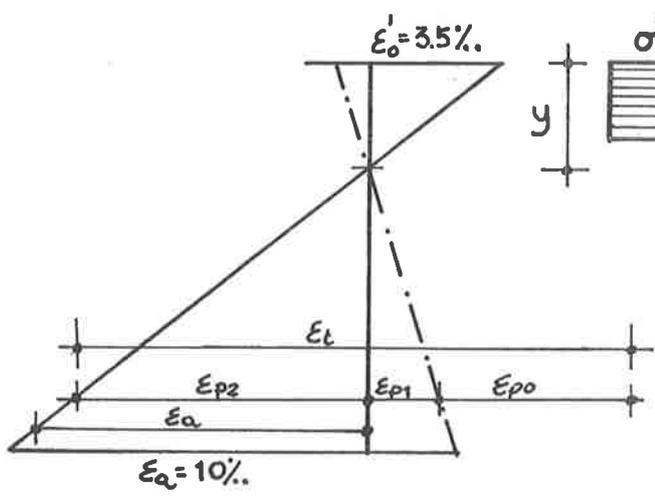


FIG. 2

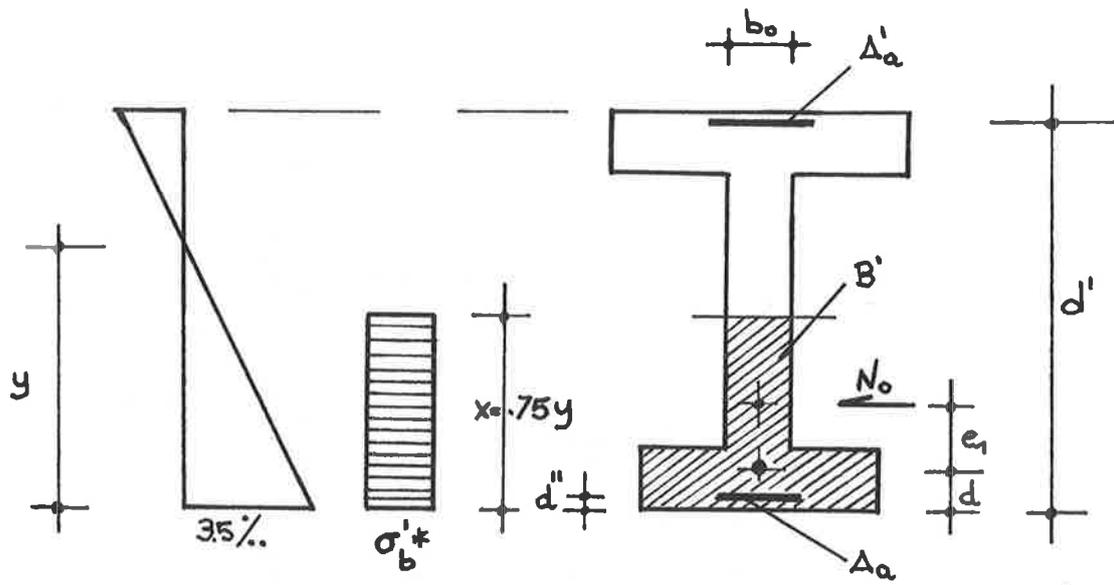


FIG. 3

#### 4. RISULTATI DELLA SPERIMENTAZIONE NUMERICA

##### 4.1 Dimensionamento delle sezioni di conglomerato e della armatura pretesa ed ordinaria

Tab. 1										ss=1600Kg/cm <sup>2</sup>
c	B <sub>0</sub>	S <sub>s</sub>	S <sub>i</sub>	B <sub>s</sub>	B <sub>i</sub>	A <sub>p</sub>	A <sub>s'</sub>	A <sub>s''</sub>	Md/Mtot	
0.1	14	16	-	62	14	6.8	55.1	43.7	0.36	
0.2	14	16	-	62	14	8.2	47.3	35.7	0.43	Sezione 1.1
0.3	14	16	-	62	14	9.5	39.5	27.7	0.5	
0.4	14	16	-	62	14	10.9	31.7	19.7	0.57	L=25m; H=1.25m
0.5	14	16	-	62	14	12.2	23.9	11.7	0.64	q=1.5t/m
0.6	14	16	-	62	14	13.6	16.1	3.7	0.72	Ms/Mtot=0.71
0.1	16	18	-	94	16	9.9	94.8	78	0.34	
0.2	16	18	-	94	16	12	82.3	65.2	0.41	Sezione 1.2
0.3	16	18	-	94	16	14.2	69.7	52.3	0.48	
0.4	16	18	-	94	16	16.4	57.2	39.4	0.56	L=25m; H=1.25m
0.5	16	18	25	94	20	18.6	44.8	26.7	0.63	q=2.5t/m
0.6	16	18	25	94	24	20.8	32.7	14.3	0.7	Ms/Mtot=0.74
0.1	18	18	-	144	18	13.1	155.5	130.2	0.3	
0.2	18	18	-	144	18	16.5	136	110.2	0.38	Sezione 1.3
0.3	18	18	-	144	18	19.8	116.6	90.2	0.46	
0.4	18	18	30	144	24	23.3	97.2	70.4	0.53	L=25m; H=1.25m
0.5	18	18	30	144	30	26.8	78.4	51	0.61	q=4.0t/m
0.6	18	18	30	144	38	30.4	60	32.25	0.69	Ms/Mtot=0.78
0.1	18	18	-	100	18	19.5	81.2	51.9	0.512	
0.2	18	18	-	100	18	21.5	69	39.7	0.567	Sezione 2.1
0.3	18	18	-	100	18	23.6	56.9	27.5	0.62	
0.4	18	18	-	100	18	25.7	44.7	15.3	0.675	L=40m; H=2.00m;
0.5	18	18	-	100	18	27.7	32.5	3.1	0.729	q=1.5t/m
0.6	18	18	-	100	18	29.8	20.4	-	0.783	Ms/Mtot=0.54
0.1	18	18	-	154	18	23.1	148	105.7	0.439	
0.2	18	18	-	154	18	26.3	128.7	86.3	0.501	Sezione 2.2
0.3	18	18	-	154	18	29.6	109.4	66.9	0.564	
0.4	18	18	-	154	18	32.9	90	47.5	0.626	L=40m; H=2.00m
0.5	18	18	-	154	18	36.1	70.7	28.1	0.688	q=2.5t/m
0.6	18	18	30	154	25	39.6	52.2	9.5	0.75	Ms/Mtot=0.62
0.1	20	20	-	224	20	32.5	244.4	181.5	0.415	
0.2	20	20	-	224	20	37.5	214.4	151.4	0.48	Sezione 2.3
0.3	20	20	-	224	20	42.6	184.4	121.3	0.545	
0.4	20	20	35	224	25	47.8	154.8	91.6	0.61	L=40m; H=2.00
0.5	20	20	35	224	36	53.2	126.2	63	0.675	q=4.0
0.6	20	20	35	224	44	58.5	98.5	35.1	0.74	Ms/Mtot=0.65

Tab. 2

-----  
 ss=2600kg/cm2  
 -----

c	B0	Ss	Si	Bs	B1	Ap	As'	As''	Md/Mtot	
0.1	14	16	-	62	14	6.8	33.1	31.8	0.36	
0.2	14	16	-	62	14	8.2	27.8	26	0.43	Sezione 1.1
0.3	14	16	-	62	14	9.5	22.5	20.16	0.5	
0.4	14	16	-	62	14	10.9	17.1	14.34	0.57	L=25m;H=1.25m
0.5	14	16	-	62	14	12.2	11.8	8.52	0.64	q=1.5t/m
0.6	14	16	-	62	14	13.6	9.9	2.7	0.72	Ms/Mtot=0.71
0.1	16	18	-	94	16	9.9	57.7	56.8	0.34	
0.2	16	18	-	94	16	12	50.6	47.4	0.41	Sezione 1.2
0.3	16	18	-	94	16	14.2	43.5	38	0.48	
0.4	16	18	-	94	16	16.4	34.6	28.68	0.56	L=25m;H=1.25m
0.5	16	18	25	94	20	18.6	27.4	19.4	0.63	q=2.5t/m
0.6	16	18	25	94	24	20.8	18.5	10.4	0.7	Ms/Mtot=0.74
0.1	18	18	-	144	18	13.1	95.9	94.7	0.3	
0.2	18	18	-	144	18	16.5	83.5	80.1	0.38	Sezione 1.3
0.3	18	18	-	144	18	19.8	71	65.6	0.46	
0.4	18	18	30	144	24	23.3	59.6	51.2	0.53	L=25m;H=1.25m
0.5	18	18	30	144	30	26.8	47.9	37.1	0.61	q=4.0t/m
0.6	18	18	30	144	38	30.4	36.8	23.5	0.69	Ms/Mtot=0.78
0.1	18	18	-	100	18	19.5	49.8	37.7	0.512	
0.2	18	18	-	100	18	21.5	42.5	28.9	0.567	Sezione 2.1
0.3	18	18	-	100	18	23.6	34.8	19.9	0.62	
0.4	18	18	-	100	18	25.7	26.1	11.1	0.675	L=40m;H=2.00m;
0.5	18	18	-	100	18	27.7	18.8	2.24	0.729	q=1.5t/m
0.6	18	18	-	100	18	29.6	12.3	-	0.783	Ms/Mtot=0.54
0.1	18	18	-	154	18	23.1	91.2	76.9	0.439	
0.2	18	18	-	154	18	26.3	79.2	62.8	0.501	Sezione 2.2
0.3	18	18	-	154	18	29.6	67.2	48.6	0.564	
0.4	18	18	-	154	18	32.9	54.8	34.5	0.626	L=40m;H=2.00m
0.5	18	18	-	154	18	36.1	43.5	20.42	0.688	q=2.5t/m
0.6	18	18	30	154	25	39.6	31.9	6.93	0.75	Ms/Mtot=0.62
0.1	20	20	-	224	20	32.5	150.5	132.1	0.415	
0.2	20	20	-	224	20	37.5	131.9	110.1	0.48	Sezione 2.3
0.3	20	20	-	224	20	42.6	113.4	88.2	0.545	
0.4	20	20	35	224	25	47.8	95.2	66.6	0.61	L=40m;H=2.00
0.5	20	20	35	224	36	53.2	77.7	45.8	0.675	q=4.0
0.6	20	20	35	224	44	58.5	59.5	25.5	0.74	Ms/Mtot=0.65

#### 4.2 Tensioni massime effettive nel conglomerato e nell'armatura ordinaria nella condizione di carico rara "permanente + Accidentale totale"

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .1 y= 68.1522708 cmss= 1626.67685 kg/cm2sb= 139.850501 kg/cm2

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .2 y= 68.5213748 cmss= 1611.51908 kg/cm2sb= 140.277434 kg/cm2

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .3 y= 68.8507727 cmss= 1598.39051 kg/cm2sb= 140.714998 kg/cm2

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .4 y= 69.3993303 cmss= 1572.48919 kg/cm2sb= 140.99261 kg/cm2

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .5 y= 70.025531 cmss= 1541.66028 kg/cm2sb= 141.189085 kg/cm2

sezione n# 1.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .6 y= 71.2307825 cmss= 1477.0443 kg/cm2sb= 140.931854 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .1 y= 71.1113158 cmss= 1615.52284 kg/cm2sb= 153.517719 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .2 y= 71.4369072 cmss= 1603.3727 kg/cm2sb= 154.066235 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .3 y= 71.8165687 cmss= 1587.86686 kg/cm2sb= 154.571226 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .4 y= 72.4081827 cmss= 1559.55774 kg/cm2sb= 154.929709 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .5 y= 73.3058149 cmss= 1513.2934 kg/cm2sb= 155.061818 kg/cm2

sezione n# 1.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .6 y= 74.9374988 cmss= 1426.03036 kg/cm2sb= 154.663983 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .1 y= 70.368231 cmss= 1601.62984 kg/cm2sb= 148.396762 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .2 y= 70.7390476 cmss= 1587.38804 kg/cm2sb= 148.943083 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .3 y= 71.2092826 cmss= 1567.22532 kg/cm2sb= 149.42677 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .4 y= 71.9904276 cmss= 1529.00337 kg/cm2sb= 149.730758 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .5 y= 73.2851385 cmss= 1462.20409 kg/cm2sb= 149.719711 kg/cm2

sezione n# 1.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
c= .6 y= 75.4896898 cmss= 1348.97692 kg/cm2sb= 149.173303 kg/cm2

Tab. 3

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .1 y= 114.915457 cmss= 1455.35087 kg/cm2sb= 137.504474 kg/cm2

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .2 y= 113.454885 cmss= 1511.26418 kg/cm2sb= 138.478053 kg/cm2

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .3 y= 114.582688 cmss= 1474.04745 kg/cm2sb= 138.300087 kg/cm2

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .4 y= 116.102684 cmss= 1424.00271 kg/cm2sb= 137.952517 kg/cm2

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .5 y= 117.721103 cmss= 1372.02243 kg/cm2sb= 137.556011 kg/cm2

sezione n° 2.1 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .6 y= 120.505574 cmss= 1284.5382 kg/cm2sb= 136.693547 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .1 y= 114.466143 cmss= 1515.19147 kg/cm2sb= 141.812765 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .2 y= 115.284828 cmss= 1490.06767 kg/cm2sb= 141.883441 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .3 y= 116.311513 cmss= 1458.09246 kg/cm2sb= 141.879917 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .4 y= 117.675855 cmss= 1415.30949 kg/cm2sb= 141.759399 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .5 y= 119.367894 cmss= 1362.82518 kg/cm2sb= 141.522553 kg/cm2

sezione n° 2.2 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .6 y= 123.253353 cmss= 1244.60067 kg/cm2sb= 140.580322 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .1 y= 115.770714 cmss= 1507.39862 kg/cm2sb= 145.011564 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .2 y= 116.575888 cmss= 1483.24573 kg/cm2sb= 145.137025 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .3 y= 117.636485 cmss= 1450.74262 kg/cm2sb= 145.186837 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .4 y= 119.256161 cmss= 1400.35509 kg/cm2sb= 145.072207 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .5 y= 122.121137 cmss= 1312.22473 kg/cm2sb= 144.606428 kg/cm2

sezione n° 2.3 sigma acciaio di prog.: 1600 kg/cm2  
 c= .6 y= 126.436816 cmss= 1186.33357 kg/cm2sb= 143.750598 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .1 y= 56.7421695 cmss= 2569.34515 kg/cm2sb= 151.255462 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .2 y= 56.9717884 cmss= 2559.53744 kg/cm2sb= 151.87039 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .3 y= 57.1233956 cmss= 2557.55615 kg/cm2sb= 152.477563 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .4 y= 57.4161429 cmss= 2541.09203 kg/cm2sb= 152.973527 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .5 y= 57.6813431 cmss= 2527.32756 kg/cm2sb= 153.487829 kg/cm2

sezione n° 1.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .6 y= 64.0734718 cmss= 1963.87363 kg/cm2sb= 147.362112 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .1 y= 59.4468245 cmss= 2549.02301 kg/cm2sb= 164.119693 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .2 y= 60.3014117 cmss= 2477.90496 kg/cm2sb= 164.112732 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .3 y= 61.3606648 cmss= 2389.53897 kg/cm2sb= 163.900441 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .4 y= 61.8203429 cmss= 2359.7121 kg/cm2sb= 164.333735 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .5 y= 63.7608515 cmss= 2198.8057 kg/cm2sb= 163.288853 kg/cm2

sezione n° 1.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .6 y= 65.2609505 cmss= 2084.95059 kg/cm2sb= 162.741511 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .1 y= 58.5467473 cmss= 2523.93881 kg/cm2sb= 157.737616 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .2 y= 59.0384853 cmss= 2489.9146 kg/cm2sb= 158.163538 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .3 y= 59.6613702 cmss= 2443.8966 kg/cm2sb= 158.471337 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .4 y= 61.0323510 cmss= 2330.53115 kg/cm2sb= 158.107255 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .5 y= 62.8694172 cmss= 2183.37455 kg/cm2sb= 157.424289 kg/cm2

sezione n° 1.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
 c= .6 y= 66.1034956 cmss= 1939.18515 kg/cm2sb= 155.671017 kg/cm2

Tab. 5

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .1 y= 96.3290017 cmss= 2282.00219 kg/cm2sb= 147.032401 kg/cm2

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .2 y= 97.7926633 cmss= 2207.23026 kg/cm2sb= 146.527359 kg/cm2

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .3 y= 99.7956942 cmss= 2107.53855 kg/cm2sb= 145.74765 kg/cm2

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .4 y= 101.459053 cmss= 2029.23395 kg/cm2sb= 145.181645 kg/cm2

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .5 y= 104.994738 cmss= 1867.26749 kg/cm2sb= 143.620456 kg/cm2

sezione n# 2.1 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .6 y= 112.155142 cmss= 1574.46312 kg/cm2sb= 140.405457 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .1 y= 96.3140434 cmss= 2319.73293 kg/cm2sb= 149.417809 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .2 y= 97.587519 cmss= 2257.12085 kg/cm2sb= 149.213339 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .3 y= 99.3533654 cmss= 2171.10337 kg/cm2sb= 148.793887 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .4 y= 101.417808 cmss= 2073.89622 kg/cm2sb= 148.252016 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .5 y= 104.816198 cmss= 1920.1145 kg/cm2sb= 147.145361 kg/cm2

sezione n# 2.2 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .6 y= 110.56533 cmss= 1682.72665 kg/cm2sb= 145.180113 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .1 y= 96.7831177 cmss= 2337.20305 kg/cm2sb= 151.991471 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .2 y= 98.0567358 cmss= 2275.41024 kg/cm2sb= 151.86976 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .3 y= 99.7258928 cmss= 2195.2155 kg/cm2sb= 151.59481 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .4 y= 102.183106 cmss= 2079.87371 kg/cm2sb= 151.023229 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .5 y= 106.288861 cmss= 1897.44853 kg/cm2sb= 149.871868 kg/cm2

sezione n# 2.3 sigma acciaio di prog.: 2600 kg/cm2  
c= .6 y= 112.507162 cmss= 1648.42429 kg/cm2sb= 148.084188 kg/cm2

#### 4.3 Dipendenza dei parametri relativi all'armatura ordinaria dai rapporti

$$\frac{M_d}{M_{tot}} \cdot \frac{M_s}{M_{tot}} = 1 \cdot \frac{M_g}{M_{tot}} \text{ e del coefficiente } c$$

							----- ss = 1000kg/cm <sup>2</sup> -----
$\lambda$	$\mu$	SP	$\frac{M_d}{M_{tot}}$	$\frac{M_s}{M_{tot}}$	$\frac{M_g}{M_{tot}}$		
0.10	55.10	1626.70	1.02	0.36	0.71	Sezione 1.1	
0.10	94.80	1510.50	1.01	0.34	0.74	Sezione 1.2	
0.10	155.50	1601.60	1.00	0.30	0.78	Sezione 1.3	c=0.1
0.10	81.20	1455.40	0.91	0.51	0.54	Sezione 2.1	
0.10	148.00	1515.19	0.95	0.44	0.62	Sezione 2.2	
0.10	244.40	1507.40	0.94	0.42	0.65	Sezione 2.3	
0.20	47.30	1611.50	1.01	0.43	0.71	Sezione 1.1	
0.20	82.30	1603.40	1.00	0.41	0.74	Sezione 1.2	
0.20	136.00	1587.40	0.99	0.38	0.78	Sezione 1.3	c=0.2
0.20	69.00	1511.30	0.94	0.57	0.54	Sezione 2.1	
0.20	128.70	1490.10	0.93	0.50	0.62	Sezione 2.2	
0.20	214.40	1483.20	0.93	0.48	0.65	Sezione 2.3	
0.30	39.50	1598.40	1.00	0.50	0.71	Sezione 1.1	
0.30	69.70	1587.90	0.99	0.48	0.74	Sezione 1.2	
0.30	116.60	1567.20	0.98	0.46	0.78	Sezione 1.3	c=0.3
0.30	56.90	1474.10	0.92	0.62	0.54	Sezione 2.1	
0.30	109.40	1458.10	0.91	0.56	0.62	Sezione 2.2	
0.30	184.40	1450.70	0.91	0.55	0.65	Sezione 2.3	
0.40	31.70	1572.50	0.98	0.57	0.71	Sezione 1.1	
0.40	57.20	1559.60	0.97	0.56	0.74	Sezione 1.2	
0.40	97.20	1529.00	0.96	0.53	0.78	Sezione 1.3	c=0.4
0.40	44.70	1424.00	0.89	0.68	0.54	Sezione 2.1	
0.40	90.00	1415.30	0.88	0.63	0.62	Sezione 2.2	
0.40	154.80	1400.40	0.88	0.61	0.65	Sezione 2.3	
0.50	23.90	1541.70	0.96	0.64	0.71	Sezione 1.1	
0.50	44.80	1513.30	0.95	0.63	0.74	Sezione 1.2	
0.50	78.40	1462.20	0.91	0.61	0.78	Sezione 1.3	c=0.5
0.50	32.50	1372.00	0.86	0.73	0.54	Sezione 2.1	
0.50	70.70	1362.80	0.85	0.69	0.62	Sezione 2.2	
0.50	126.20	1312.22	0.82	0.68	0.65	Sezione 2.3	
0.60	16.10	1477.00	0.92	0.72	0.71	Sezione 1.1	
0.60	32.70	1426.00	0.89	0.70	0.74	Sezione 1.2	
0.60	60.00	1349.00	0.84	0.69	0.78	Sezione 1.3	c=0.6
0.60	20.40	1284.50	0.80	0.78	0.54	Sezione 2.1	
0.60	52.20	1244.60	0.78	0.75	0.62	Sezione 2.2	
0.60	98.50	1186.30	0.74	0.74	0.65	Sezione 2.3	

Tab. 6

ss\*=2600 g/cm<sup>2</sup>

ss	ss/ss*	Md/Htot	Ms/Htot		
2523.94	0.97	0.30	0.78	Sezione 1.3	
2549.02	0.98	0.34	0.74	Sezione 1.2	
2569.35	0.99	0.36	0.71	Sezione 1.1	
2337.20	0.90	0.42	0.65	Sezione 2.3	c=0.1
2319.73	0.89	0.44	0.62	Sezione 2.2	
2282.00	0.88	0.51	0.54	Sezione 2.1	
2489.91	0.96	0.38	0.78	Sezione 1.3	
2477.90	0.95	0.41	0.74	Sezione 1.2	
2559.54	0.98	0.43	0.71	Sezione 1.1	
2275.41	0.88	0.48	0.65	Sezione 2.3	c=0.2
2257.12	0.87	0.50	0.62	Sezione 2.2	
2207.23	0.85	0.57	0.54	Sezione 2.1	
2443.90	0.94	0.46	0.78	Sezione 1.3	
2389.54	0.92	0.48	0.74	Sezione 1.2	
2557.56	0.98	0.50	0.71	Sezione 1.1	
2195.22	0.84	0.55	0.65	Sezione 2.3	c=0.3
2171.10	0.84	0.56	0.62	Sezione 2.2	
2107.54	0.81	0.62	0.54	Sezione 2.1	
2330.53	0.90	0.53	0.78	Sezione 1.3	
2359.71	0.91	0.56	0.74	Sezione 1.2	
2541.09	0.98	0.57	0.71	Sezione 1.1	
2079.87	0.80	0.61	0.65	Sezione 2.3	c=0.4
2073.90	0.80	0.63	0.62	Sezione 2.2	
2029.23	0.78	0.68	0.54	Sezione 2.1	
2183.37	0.84	0.61	0.78	Sezione 1.3	
2198.81	0.85	0.63	0.74	Sezione 1.2	
2527.33	0.97	0.64	0.71	Sezione 1.1	
1897.45	0.73	0.68	0.65	Sezione 2.3	c=0.5
1920.11	0.74	0.69	0.62	Sezione 2.2	
1867.27	0.72	0.73	0.54	Sezione 2.1	
1939.19	0.75	0.69	0.78	Sezione 1.3	
2084.95	0.80	0.70	0.74	Sezione 1.2	
1963.87	0.76	0.72	0.71	Sezione 1.1	
1648.42	0.63	0.74	0.65	Sezione 2.3	c=0.6
1682.73	0.65	0.75	0.62	Sezione 2.2	
1574.46	0.61	0.78	0.54	Sezione 2.1	

Tab. 10

1950. 5

	0.78	0.74	0.71	0.65	0.62	0.54	Ms/Mtot
	1601.60	1615.50	1626.70	1507.40	1515.19	1455.40	SS
c=0.1	1.00	1.01	1.02	0.94	0.95	0.91	SS/SS*
	0.30	0.34	0.36	0.42	0.44	0.51	Md/Mtot
<hr/>							
	1597.40	1603.40	1611.50	1483.20	1490.10	1511.30	SS
c=0.2	0.99	1.00	1.01	0.93	0.93	0.94	SS/SS*
	0.38	0.41	0.43	0.48	0.50	0.57	Md/Mtot
<hr/>							
	1567.20	1587.90	1598.40	1450.70	1458.10	1474.10	SS
c=0.3	0.98	0.99	1.00	0.91	0.91	0.92	SS/SS*
	0.46	0.48	0.50	0.55	0.56	0.62	Md/Mtot
<hr/>							
	1529.00	1559.60	1572.50	1400.40	1415.30	1424.00	SS
c=0.4	0.96	0.97	0.98	0.88	0.88	0.89	SS/SS*
	0.53	0.56	0.57	0.61	0.63	0.68	Md/Mtot
<hr/>							
	1462.20	1513.30	1541.70	1312.22	1362.80	1372.00	SS
c=0.5	0.91	0.95	0.96	0.82	0.85	0.86	SS/SS*
	0.61	0.63	0.64	0.68	0.69	0.73	Md/Mtot
<hr/>							
	1349.00	1426.00	1477.00	1186.30	1244.60	1284.50	SS
	0.84	0.89	0.92	0.74	0.78	0.80	SS/SS*
	0.69	0.70	0.72	0.74	0.75	0.78	Md/Mtot

	0.78	0.74	0.71	0.65	0.62	0.54	Ms/Mtot
	2523.94	2549.02	2569.35	2337.20	2319.73	2282.00	SS
c=0.1	0.97	0.98	0.99	0.90	0.89	0.88	SS/SS*
	0.30	0.34	0.36	0.42	0.44	0.51	Md/Mtot
<hr/>							
	2489.91	2477.90	2559.54	2275.41	2257.12	2207.23	SS
c=0.2	0.96	0.95	0.98	0.88	0.87	0.85	SS/SS*
	0.38	0.41	0.43	0.48	0.50	0.57	Md/Mtot
<hr/>							
	2443.90	2389.54	2557.56	2195.22	2171.10	2107.54	SS
c=0.3	0.94	0.92	0.98	0.84	0.84	0.81	SS/SS*
	0.46	0.48	0.50	0.55	0.56	0.62	Md/Mtot
<hr/>							
	2330.10	2359.71	2541.09	2079.87	2073.90	2029.23	SS
c=0.4	0.90	0.91	0.98	0.80	0.80	0.78	SS/SS*
	0.53	0.56	0.57	0.61	0.63	0.68	Md/Mtot
<hr/>							
	2183.37	2198.81	2527.33	1897.45	1920.11	1867.27	SS
c=0.5	0.84	0.85	0.97	0.73	0.74	0.72	SS/SS*
	0.61	0.63	0.64	0.68	0.69	0.73	Md/Mtot
<hr/>							
	1939.19	2084.95	1963.97	1648.42	1682.73	1574.46	SS
c=0.6	0.75	0.80	0.76	0.63	0.65	0.61	SS/SS*
	0.69	0.70	0.72	0.74	0.75	0.78	Md/Mtot

## 5) ESAME DEI RISULTATI

In primo luogo si è controllato il valore della tensione nella armatura ordinaria: i risultati di tale analisi sono riportati nelle tabelle del paragrafo 4.2, ove, per ogni classe sezionale, sono indicati i valori della tensione nell'acciaio ordinario, dedotti dal classico procedimento di verifica valido per il caso di pressione eccentrica.

Essendosi progettata l'armatura per tassi di lavoro pari, rispettivamente, a 1600 e 2600 Kg/cm<sup>2</sup>, si può notare come tutti i valori risultanti dalle verifiche rientrino sostanzialmente entro tali limiti. Poichè in un certo numero di casi i valori della tensione suddetta sono risultati inferiori a quelli adottati nella procedura di dimensionamento, ciò che è favorevole dal punto di vista della sicurezza alla fessurazione ed alla fatica, si è comunque approfondito l'esame, mediante il riordino dei risultati della sperimentazione numerica nelle tabelle del paragrafo 4.3. Tali tabelle forniscono un quadro riassuntivo significativo dei risultati delle verifiche in funzione dei rapporti:

$$\frac{M_s}{M_{tot}} = 1 - \frac{M_g}{M_{tot}} ; \quad \frac{M_d}{M_{tot}}$$

Da esso si rileva come, per ogni valore del parametro  $c$ , i valori  $\sigma_s$  tendono a variare nello stesso senso del rapporto

$$\frac{M_s}{M_{tot}}$$

e, di conseguenza, inversamente al rapporto

$$\frac{M_d}{M_{tot}}$$

I due suddetti rapporti infatti, presentano andamenti inversi: più viene a ridursi l'incidenza del sovraccarico sul carico totale più aumenta l'aliquota del momento di decompressione ( $M = M_g + c M_s$ ) rispetto al momento totale ( $M_{tot} = M_g + M_s$ ). Il segnalato andamento di  $\sigma_s$  si giustifica considerando che all'aumentare del rapporto  $M_d/M_{tot}$  cresce l'influenza dell'area di acciaio di precompressione, e quindi dello sforzo normale, in sede di verifica; con la conseguente alterazione della approssimazione adottata, nella formula di progetto dell'area medesima, riguardo il valore del braccio della coppia interna, assunto pari a 0,9 h.

Anche al crescere di  $c$ , e quindi per valori crescenti del rapporto  $M_d/M_{tot}$ , si registra la tendenza alla riduzione dei valori delle  $\sigma_s$  di verifica rispetto al valore di progetto.

Pertanto la combinazione delle due circostanze - l'affievolirsi del sovraccarico rispetto al carico totale e la crescente incidenza sul momento totale del momento di decompressione - evidenzia, nella tabella 9 e 10 ad una zona ristretta, caratterizzata appunto da elevati valori di  $c$  e da bassi valori del rapporto  $M_s/M_{tot}$ , per la quale il secondo procedimento di progetto della armatura ordinaria risulta sensibilmente influenzato dalle semplificazioni insite nell'algoritmo adottato, con conseguenti scostamenti rispetto ai valori di  $\sigma_{sadm}$ .

Per quanto riguarda l'influenza del coefficiente  $c$ , si formulano in proposito le seguenti considerazioni:

Con carico accidentale di 4 t/m, il valore  $c=0,1$  comporta una esagerata richiesta di armatura ordinaria, anche in rapporto alla sua collocazione all'interno della sezione di conglomerato.

L'indagine numerica evidenzia che già con carichi accidentali di 2,5 t/m, per  $c = 0,1$ , sorgono difficoltà per il piazzamento delle armature nella sezione. Considerando poi insieme le aree di armatura pretesa ed ordinaria si conferma che - a parità di ogni altra condizione - al crescere di  $c$ , esse presentano variazioni di segno opposto:

l'area pretesa  $A_p$  cresce, mentre l'area di armatura ordinaria diminuisce. L'aumento di  $A_p$  dipende ovviamente dall'aumento dello sforzo di precompressione derivante dall'accrescimento del momento di decompressione  $M_{dec} = M_g + c M_a$ ; di conseguenza a tale aumento di  $A_p$  corrisponde una minore necessità di armatura per assicurare al

la sezione un prefissato coefficiente di sicurezza a rottura.

La somma geometrica delle aree delle due armature  $A_p$  ed  $A_a$ , nei vari casi, al variare di  $c$ , assume quindi un andamento variabile e risulta minimo - per la luce di 25 m e per un carico accidentale di 1,5 t/m - in corrispondenza di  $c = 0,6$ . Aumentando il carico - a parità di luce e altezza della sezione - l'area totale risulta minima per il caso di precompressione totale ( $c=1$ ).

Viceversa, per la luce di 40 m, e per i carichi  $q = 1,5$  e  $q = 2,5$  t/m, risulta minima l'armatura in corrispondenza di  $c = 0,6$ ; mentre solo per il caso di  $q = 4$  t/m appare minima l'area metallica nel caso di precompressione totale. Ovviamente, ai fini di una valutazione di carattere economico, il confronto deve essere svolto sulla base di costi unitari dell'acciaio armonico e di quello ordinario. Poichè il prezzo dell'acciaio ordinario è circa 1/3 di quello dell'acciaio armonico ne deriva che il minimo tende a spostarsi verso valori di  $c$  inferiori a 0,6. Per i casi per i quali è razionale l'uso della tecnica della precompressione parziale (carichi accidentali elevati) sembra quindi significativo riferirsi a valori di  $c$  attorno a  $0,4 \div 0,6$ .

A questo punto si hanno anche gli elementi per chiarire se l'assunzione di un valore pari a 1,1 Mg - quale condizione di carico quasi permanente, possa costituire una utile limitazione inferiore per il momento di decompressione: nel caso di carichi accidentali elevati rispetto al carico permanente, tale limitazione non sembra calibrata alle esigenze progettuali. Infatti ponendo:

$$1,1 Mg = Mg + c Ms$$

$$c = \frac{0,10}{Ms} \quad Mg = 0,10 \quad \frac{q_g}{q_s}$$

$$\text{ed essendo in media } \frac{q_g}{q_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 luci elev.            luci medie

si ha:  $c = 0,05 \div 0,03$

valori molto bassi sui quali si sono già fatte alcune osservazioni.

#### OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

La sperimentazione numerica svolta ha permesso di saggiare in modo organico la intera procedura di progetto della sezione di conglomerato ad armatura mista, parzialmente precompressa, confermandone la validità - al pari di lavori precedenti - ed arricchendola con un metodo alternativo per il dimensionamento dell'armatura ordinaria, particolarmente efficace in presenza di carichi variabili ripetuti un gran numero di volte e, quindi, di fatica, ciò che si verifica nel caso dei ponti.

Si è altresì rilevato che il maggiore interesse dal punto di vista della convenienza economica - sistematicamente messa in discussione in tema di precompressione parziale - si dovrebbe avere per valori di  $c$  compresi fra 0,4 e 0,6, pur senza escludere l'opportunità di adottare valori di  $c$  inferiori a quelli indicati, specialmente negli interventi di consolidamento ovvero quando il carico accidentale è una frazione limitata di quello totale.

La positiva impressione di versatilità, fornita dalla precompressione parziale nel corso della presente indagine, sembra dipendere, in definitiva, dalla presenza della armatura ordinaria ad aderenza migliorata, che consente, a sua volta, di controllare in modo semplice ed efficace la fessurazione del conglomerato e la fatica di entrambi i tipi di acciaio, limitando i valori della tensione di trazione nelle armature ordinarie.



INTERVENTI DI RISPRISTINO SUL VIADOTTO QUERCIA-SETTA DELL'AUTOSTRADA MILANO - ROMA - NAPOLI CON PARTICOLARE RIFERIMENTO ALLA RISTRUTTURAZIONE DELLE CAMPATE DA 23 M. MEDIANTE PRECOMPRESSIONE PARZIALE DELLE STESSE

L. MALISARDI

dott.ing.

S.P.E.A. S.p.A. - Milano

SOMMARIO

La memoria tratta in particolare i lavori di ristrutturazione e rinforzo mediante precompressione aggiuntiva delle campate portate della struttura "cantilever" costituente il Viadotto Quercia Setta (tratto Bologna-Firenze dell'Autostrada Milano-Napoli). Vengono analizzati gli ammaloramenti verificati e le varie fasi degli interventi di riparazione.

SUMMARY

The paper deals, in particular, with reconstruction and reinforcing work by additionally prestressing the bays borne by the "cantilever" structure constituting the Quercia Setta Viaduct (Bologna-Florence sector of the Milan-Naples Motorway). The worsening ascertained and the various phases of repair are analyzed.

1. PREMESSA

In adempimento a quanto previsto dalla Circolare Ministeriale numero 6736-61-A1 del 19/7/67, la S.P.E.A.-S.p.A. ha effettuato per incarico della AUTOSTRADE-S.p.A. i controlli periodici delle opere d'arte della rete autostradale IRI. A tale scopo la S.P.E.A.-S.p.A. ha organizzato gli Uffici Tecnici Speciali ai quali sono stati delegati gli incarichi della effettuazione dei controlli delle strutture, della progettazione delle eventuali opere di ripristino e della direzione lavori degli stessi. I rilievi, la progettazione e l'esecuzione dei lavori, oggetto della presente memoria, si riferiscono a un'opera autostradale ubicata nel tronco di competenza dell'autore.

2. DESCRIZIONE DELL'OPERA

Il Viadotto è costituito da n. 31 campate per uno sviluppo compless

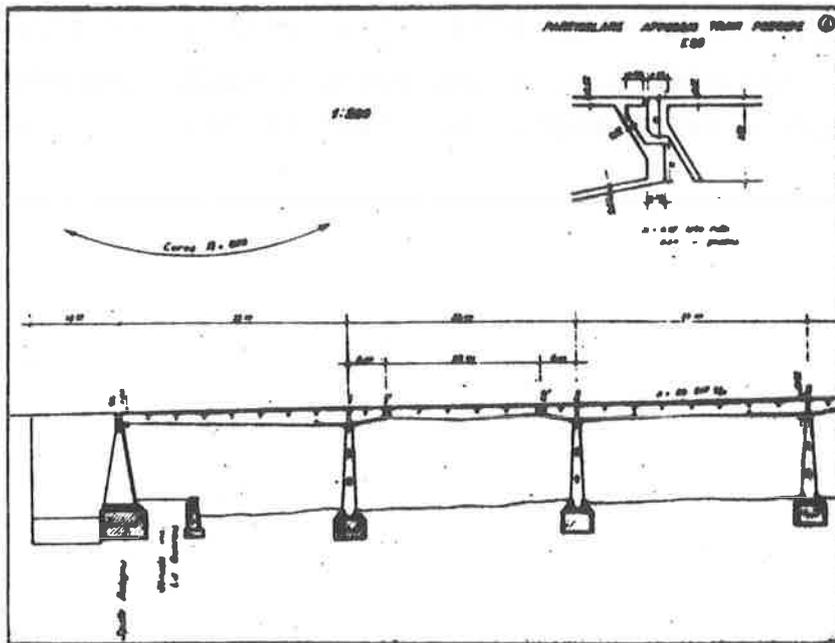


Fig. n. 1

sivo di ml 1054. Realizzato in cemento armato secondo lo schema "cantilever" ( $l=35+6+23+6+35\dots$ ) Fig.n. 1, è per ogni via di corsa costituita da cinque nervature con interasse di ml 2,12 da traversi, da solette di impalcato originariamente di spessore variabile da cm 12 a cm 19 nonchè da controsoletta nelle zone soggette a momenti flettenti negativi.

### 3. DEFICIENZE RISCONTRATE

L'opera fu aperta al traffico nell'autunno del 1960; durante il periodo di esercizio (circa 23 anni) le strutture hanno presentato le seguenti deficienze:

3.1 Mensole portanti le campate da 23 m. - A causa della esiguità della sede di appoggio (Fig. n. 2) sia gli appoggi fissi (piastre di metallo) che quelli mobili (rulli) sono stati ubicati in prossimità dello spigolo dello sbalzo con conseguenti rotture degli spigoli stessi (Fig. n. 3 e Fig. n. 4); questo fenomeno è stato accentuato dallo spostamento progressivo dei rulli verso l'estremità dello sbalzo provocato dal materiale proveniente dai giunti che si accumulava a tergo dei rulli stessi, impedendo il ritorno durante la fase di dilatazione delle campate.

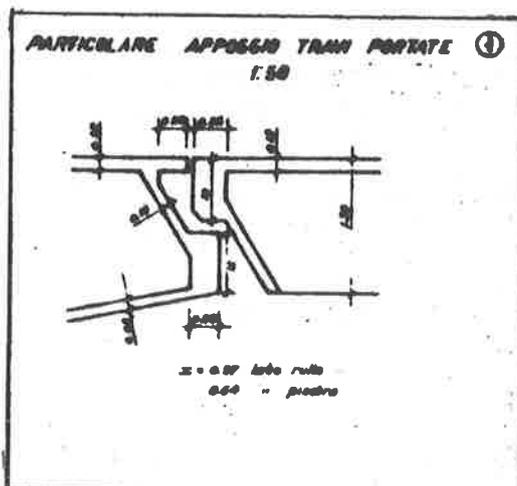


Fig. n. 2



Fig. n. 3



Fig. n. 4

3.2 Soletta di impalcato - Prive di impermeabilizzazione all'atto della costruzione e di idonea pendenza trasversale, a causa del ristagno delle acque ricche di cloruri durante la stagione invernale, sono state soggette a forti ammaloramenti dovuti sia all'aggressione di tali sali sulla superficie del calcestruzzo sia all'ossidazione con conseguente rigonfiamento delle armature di acciaio di estradosso.



Fig. n. 5



Fig. n. 6

congiuntamente ai lavori necessari per l'allargamento della sede autostradale di mt. 0,50 per via di corsa. Tratteremo in particolare degli interventi di ristrutturazione delle travi portate e delle mensole portanti, interventi con i quali

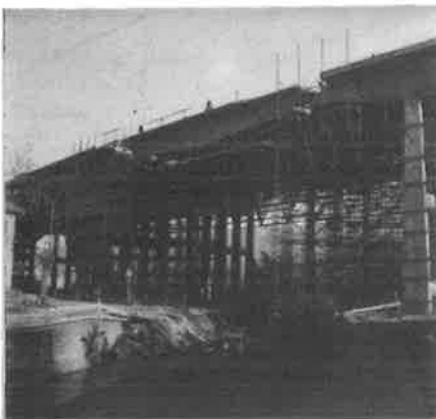


Fig. n. 7

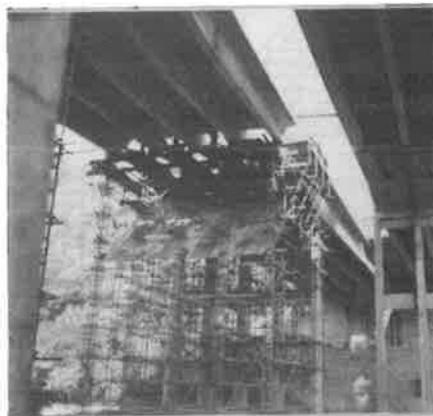


Fig. n. 8

3.3 Giunti - In costruzione i giunti furono realizzati con andamento planimetrico a spezzata e coperti con un semplice lamierino. Risultano completamente permeabili, inoltre per il dissesto della soletta soggetta ad azioni di urto si verificarono dei veri e propri fenomeni di sfondamento. (Fig.n.5 e Fig. n. 6).

3.4 Travi portate da ml 23 - Si riscontrano numerose lesioni di ritiro, di tagli in prossimità degli appoggi e di trazioni nelle sezioni prossime alla mezzeria.

3.5 Appoggi a pendolo portanti gli impalcato in corrispondenza delle pile, fissi e mobili - Furono realizzati in cemento armato e presentarono fino dai primi tempi di esercizio fenomeni di schiacciamento.

#### 4. LAVORI DI RIPRISTINO ESEGUITI

Dal 1973 al 1975 si procedette ai lavori di ripristino dell'opera

si pose rimedio alle deficienze di cui a punti: 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 del precedente capitolo e che si articolano come segue:

4.1 Puntellamento delle campate da 23 metri e sollevamento delle stesse (Fig.n.7 e Fig. n. 8).



Fig. n. 9

4.2 Demolizione di un tratto di ml 4,00 a cavallo del giunto delle mensole portanti e delle travi portate (Fig. n. 9) e asportazione dello strato ammalorato dell'estradosso della soletta.

4.3 Posa in opera di n. 3 cavi da pre compressione con gli ancoraggi alloggiati nelle testate delle campate portate e fatti scorrere in un opportuno ingrossamento del bulbo della trave (Fig. n. 10 e Fig. n. 11)

4.4 Posa in opera di idonea armatura delle parti da ricostruire; mensole portanti, estremità delle travi, ringrosso del bulbo, estradosso soletta e getto con calcestruzzo di adeguate caratteristiche

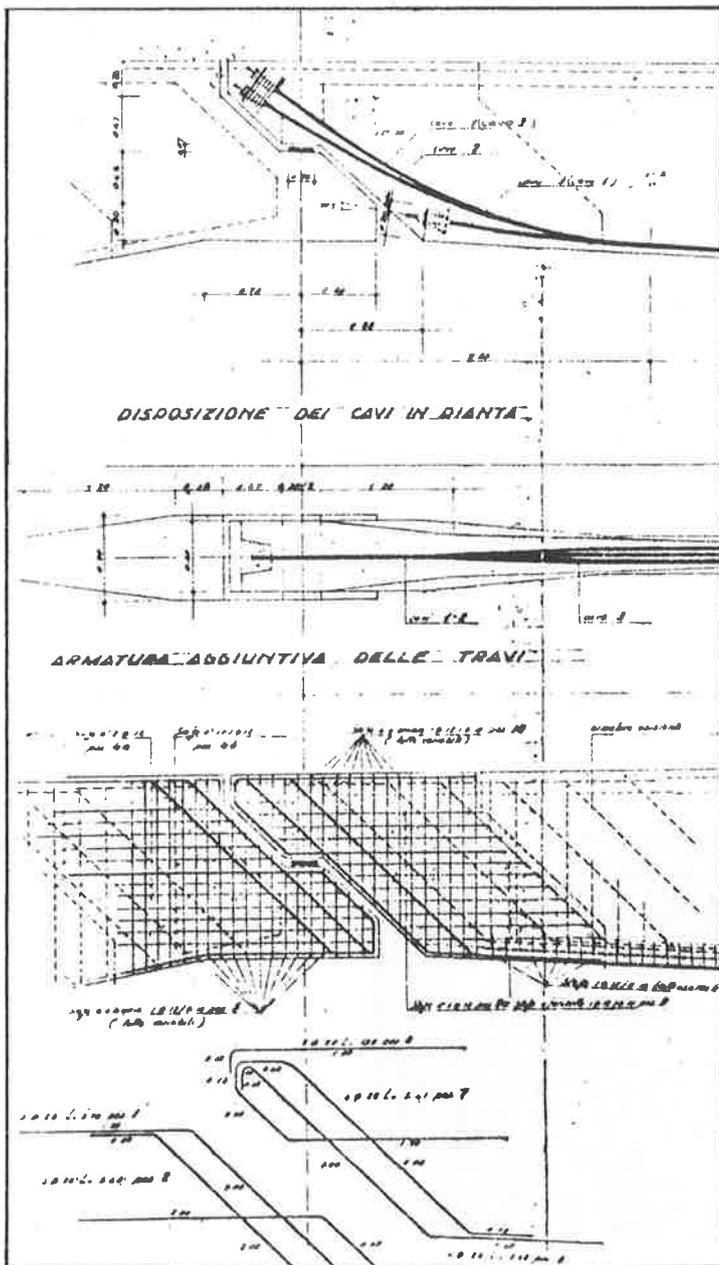


Fig. n. 10

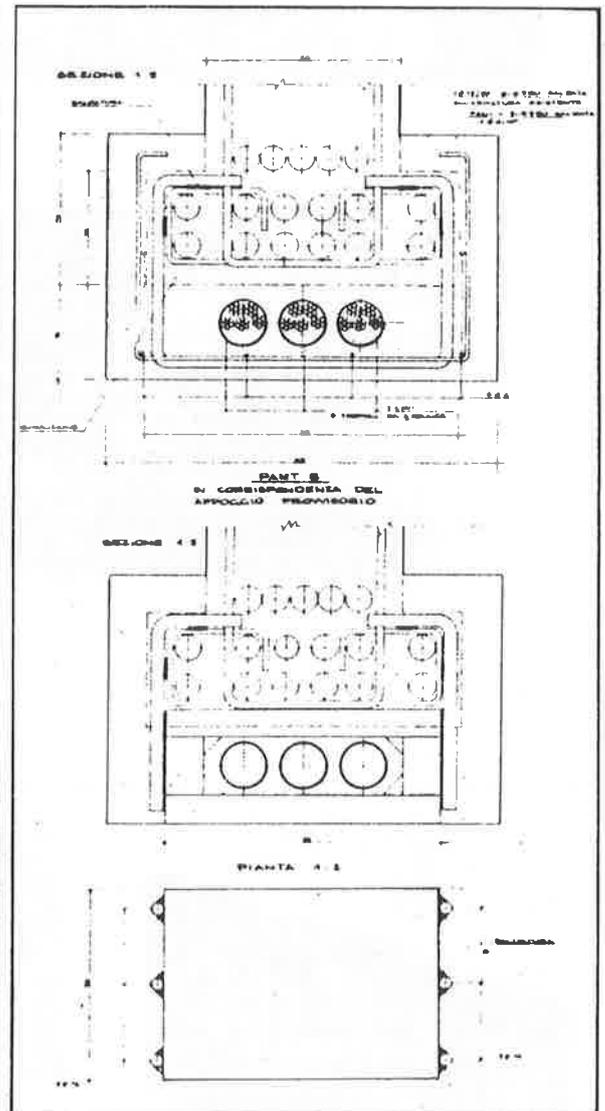


Fig. n. 11 - Particolare di disposizione cavi aggiunti in mezzeria e nella sezione di appoggio provvisorio.

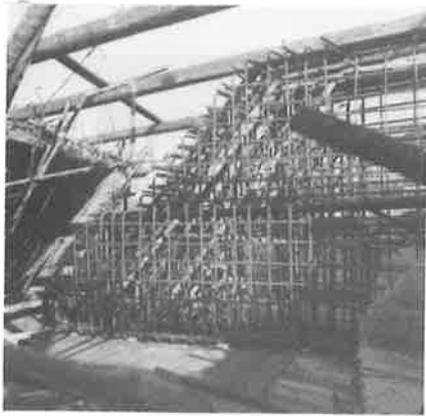


Fig. n. 12

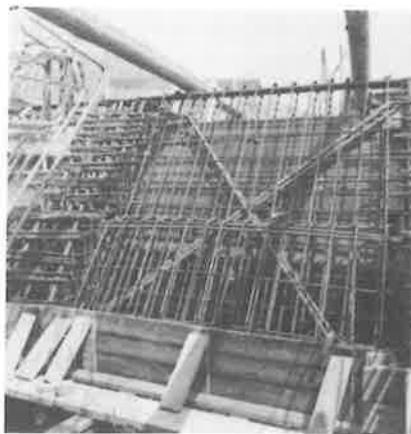


Fig. n. 13



Fig. n. 14

meccaniche e a ritiro compensato (Fig. n. 12, Fig. n. 13 e Fig. n. 14).

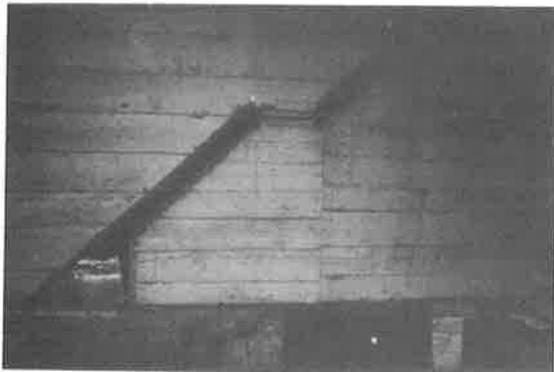


Fig. n. 15

4.5 A maturazione dei getti avvenuta, calaggio delle campate portate sulle mensole opportunamente sagomate (Fig. n. 15) su appoggi neo-arm.

4.6 Tesatura dei trefoli fuoriuscenti dalle testate mediante opportuni vani lasciati in sede di getto (Fig. n. 16 e Fig. n. 17).

4.7 Iniezione a riempimento delle guaine con resine epossidiche caricate con il 40% di filler; tali iniezioni furono eseguite da appositi tubi dalla sezione di mezzeria (Fig. n. 18 e Fig. n. 19)



Fig. n. 16



Fig. n. 17



Fig. n. 18

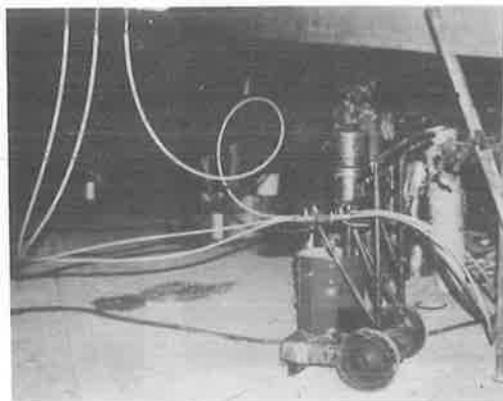


Fig. n. 19

Mediante le tensioni indotte dalla tesatura dei cavi si è ottenuto : un rinforzo delle travi stesse (necessario per le mutate condizioni di carico dovuto all'allargamento dell'impalcato) e la chiusura delle lesioni esistenti nelle travi, nonché una garanzia di collegamento fra getti nuovi ed esistenti.

Il coefficiente di precompressione parziale, definito come il rapporto fra il momento di decompressione ed il momento totale di servizio, risulta per la trave più sollecitata pari ad  $\alpha = \frac{M_{d1}}{M_g + M_q} = 0,5$ . Nella seguente tabella (Fig. n. 20) sono riportate le sollecitazioni della sezione di mezzeria della trave n. 1 nelle successive condizioni di carico (lavorazione ed esercizio).

SOLLECITAZIONI SEZ. MEZZERIA		$G_s$	$G_i$
1	effetto dei carichi esistenti prima della tesatura	22,16	-58,96
2	effetto tesatura	-16,00	104,60
1+2	<u>EFFETTO RISULTANTE</u>	6,16	45,73
3	effetto caduta di tensione	4,30	-27,80
1+2+3	<u>EFFETTO RISULTANTE</u>	10,46	17,93
4	effetto sovraccarichi permanenti aggiunti	3,60	-9,40
1+2+3+4	<u>EFFETTO RISULTANTE (sollecitazioni a ponte rinforzato statico)</u>	14,06	8,54
5	effetto carichi accidentali	24,60	-63,50
1+2+3+4+5	<u>EFFETTO RISULTANTE (sollecitazioni a ponte rinforzato carico)</u>	+38,66	-54,96
CONSIDERANDO IL SOLO RINGROSSO DEL BULBO ( $G_i$ ) E DELL'ESTRADOSSO DELLA NUOVA SOLETTA ( $G_s$ )			
	condizione 1	0,00	0,00
	condizione 2	-16,00	104,70
	condizione 3	4,30	-27,80
	condizione 4	3,60	-9,40
	condizione 5	24,60	-63,50
	<u>sollecitazione a ponte carico</u>	+16,50	+2,00

Fig. n. 20

Da notare che il calcestruzzo di rinforzo in estradosso della trave raggiunge sotto carico una compressione massima  $\overline{\sigma}_s = 16,50 \text{ kg/cm}^2$  massima trazione a ponte scarico  $\overline{\sigma}_s = - 8,10 \text{ kg/cm}^2$ ) mentre il calcestruzzo di ringrosso del bulbo a ponte carico resta all'intradosso sempre compresso  $\overline{\sigma}_i = 2,00 \text{ kg/cm}^2$ ).

I valori calcolati hanno trovato buona corrispondenza con le misure estensimetriche fatte sia in fase di tesatura che in fase di prove di carico delle campate.

Le misure vennero eseguite con tensotast Hggenberger base 10 e le furono valutate applicando una  $E = 300.000 \text{ kg/cm}^2$  - desunta sia dalle prove di carico fatte a suo tempo sulla struttura esistente, sia dalle prove di rottura eseguite su provini provenienti dalla struttura esistente che da provini confezionati con il calcestruzzo dei getti di ripristino.

Il ripristino completo dell'opera richiese inoltre i seguenti interventi:

4.8 Sollevamento degli impalcati poggianti sulle pile e sostituzione degli appoggi in calcestruzzo con appoggi vasoflon fissi e mobili; naturalmente questo intervento è stato eseguito quando le campate da 23 m. erano sostenute dal basso mediante i ponteggi, e la soletta era stata privata della pavimentazione e dello strato deteriorato, questo per rendere minori i pesi da sollevare e quindi le sollecitazioni indotte sul traverso di sommità delle pile.

4.9 Posa in opera di pluviali per lo smaltimento delle acque meteoriche.

4.10 Trattamento delle superfici delle travi e delle sommità delle pile con vernice protettiva (resine epossidiche e poliuretatiche).

4.11 Impermeabilizzazione dell'impalcato e pavimentazione dello stesso.

4.12 Posa in opera di nuovi giunti impermeabili ad andamento bettilineo

## 5 CONCLUSIONI

Per quel che riguarda gli interventi, oggetto specifico di questa memoria, si può affermare che i risultati ottenuti sono stati ottimi, infatti nel corso delle ispezioni periodiche all'opera non sono stati riscontrati nè distacchi fra getti di ripristino e getti esistenti, nè aperture di lesioni nelle travi assoggettate a precompressione parziale. (Fig. n. 21)



Fig. n. 21



# OSSERVAZIONI SUL LIVELLO DI PRETENSIONE DELLE ARMATURE IN RELAZIONE ALLA "DUTTILITA' SISMICA" DELLE STRUTTURE

Camillo NUTI

dott.ing.

ricercatore - Istituto di Scienza

e Tecnica delle Costruzioni

Fac. d'Architettura

Univ. di Roma "La Sapienza"

## 1. INTRODUZIONE

Il cemento armato precompresso (C.A.P.) puo' essere considerato un materiale giovane nelle applicazioni antisismiche cosicche' mentre lo stato dell'arte, e della pratica, per le situazioni "normali" puo' ritenersi ormai ad un livello di conoscenze pressoché definitivo o almeno all'altezza di quello di altri materiali quali il cemento armato, altrettanto non puo' dirsi per quanto riguarda il comportamento ciclico oltre la soglia elastica e quindi la risposta dinamica ad eccitazioni sismiche di forte intensita'.

Il cemento armato parzialmente precompresso (C.A.P.P.) e' un materiale di ancor piu' recente adozione, almeno nella sua definizione autonoma, tuttavia, dal punto di vista delle conoscenze nei confronti della risposta sismica si puo' affermare che si trovi in una situazione analoga al C.A.P. e che anzi lo studio dei due materiali possa e debba progredire nell'ambito delle stesse ricerche, presentando in tali situazioni gli stessi problemi sia concettuali che operativi.

Una rassegna completa delle problematiche relative al comportamento sismico dei due materiali e' stata illustrata nei riff. (1) e (2), viene qui affrontato il problema della duttilita' delle strutture precomprese e parzialmente precomprese, in relazione alla percentuale di armatura di precompressione presente ed al livello di tensione dei cavi.

Questo parametro non esaurisce certo il problema della determinazione della sicurezza sismica di tali strutture, tuttavia, la complessita' del comportamento che esse manifestano impone di analizzare uno alla volta i numerosi parametri che lo governano, per cercare di eliminare i meno influenti e poter giungere cosi' a pochi semplici indicatori che da un lato ne garantiscano il comportamento duttile e dall'altro offrano garanzie sulla previsione e sul controllo della risposta dinamica oltre la soglia elastica.

Il collasso di una struttura dipende dal verificarsi

della condizione:

$$R-S = 0$$

(1)

essendo R il parametro di resistenza ed S quello di sollecitazione. Assegnata una carpenteria, l'aumento di precompressione, influisce verosimilmente sia su R che su S. Se si ipotizza di fissare anche la quantità di armatura, all'aumentare del livello di tensione di tiro dei cavi è prevedibile il verificarsi di alcuni fenomeni:

- a) aumenta il valore della soglia di fessurazione;
- b) aumenta la rigidità e quindi la frequenza propria di oscillazione;
- c) aumenta, in genere, l'accelerazione di risposta, (come conseguenza di b);
- d) aumentano le sollecitazioni (come conseguenza di c);
- e) tendono a diminuire le deformazioni;
- f) non si verifica praticamente nessuna variazione di  $\mu$  che infatti dipende dalla quantità di armatura.

Quanto affermato ai punti c) d) ed e) è valido fino al raggiungimento della soglia elastica oltre la quale non sembra facile a priori definire il comportamento strutturale (ad esempio l'accelerazione massima di risposta possibile è definita in maniera univoca dalla resistenza ultima della struttura ma non altrettanto chiara è la definizione dello spostamento massimo).

Meno chiaro è a priori ciò che avviene della duttilità, se infatti da un lato l'escursione dell'acciaio tra tensione di esercizio e di snervamento diminuisce, tendendo quindi a far diminuire la curvatura di snervamento, dall'altro la coazione indotta nel calcestruzzo ne riduce la distanza dalla deformazione di collasso. La duttilità disponibile è quindi funzione del rapporto tra le due diminuzioni od aumenti di curvatura.

Un secondo problema è rappresentato dal contributo delle armature di precompressione al lembo compresso generalmente presenti nelle strutture sismoresistenti per fronteggiare l'inversione dei carichi. Se da un lato esse tendono ad au-

mentare la duttilita', facendo aumentare l'inerzia della zona compressa, dall'altro ne aumentano la compressione a causa della coazione che inizialmente introducono. Va inoltre osservato che a parita' di percentuale meccanica di armatura nel lembo compresso, il contributo e' circa un quarto se si dispone acciaio armonico anziche' acciaio dolce da C.A.

Essendo infatti la percentuale meccanica:

$$w = A * f_y / (B * H * f_c) \quad (2)$$

ove:

A l'area di acciaio  
f<sub>y</sub> tensione di snervamento  
B, H base ed altezza della sezione  
f<sub>c</sub> tensione di rottura del conglomerato

nel caso in cui l'armatura sia di acciaio armonico anziche' acciaio dolce come nel C.A. il rapporto tra le quantita' di acciaio predisposte nei due casi risulta pari al rapporto tra le tensioni di snervamento ed e' quindi all'incirca un quarto rispetto al caso del C.A. Il modulo E dei due acciai e' praticamente coincidente, risultando quindi il contributo relativo delle armature compresse nei due casi pari al rapporto tra le relative aree.

Nel presente rapporto vengono infine mostrati alcuni risultati analitici relativi alla risposta dinamica di strutture precomprese al variare della tensione di pretensione dei cavi. Mentre pero', per quanto riguarda la duttilita' della sezione al variare delle armature e del loro livello di pretensione e' possibile fin dal presente lavoro trarre alcune considerazioni di carattere definitivo, una sintesi conclusiva sul comportamento dinamico delle strutture precomprese sembra ancora al di la' delle attuali risultanze. L'analisi dei risultati ad oggi ottenuti non sembra tuttavia priva di interesse costituendo d'altronde l'unico esempio di indagine condotto ad un tale livello di accuratezza e mancando dei riscontri di laboratorio o di osservazioni "sul campo".

## 2. DUTTILITA' DELLE SEZIONI IN C.A.P. E C.A.P.P.

Il presente studio e' condotto ai fini della valutazione della sicurezza sismica, vengono percio' analizzate sezioni simmetriche armate simmetricamente.

Come gia' osservato nell'introduzione sono considerati i seguenti problemi:

- come varia la duttilita' al variare della percentuale meccanica di armatura;
- come varia la duttilita', per la stessa quantita' di armatura, al variare della tensione di tiro nei cavi.

### 2.1 ILLUSTRAZIONE DEI CASI ANALIZZATI

Si sono analizzate 2 sezioni tipo, una quadrata, di dimensioni 50x50 cm. e la seconda a doppio T simmetrico, nella quale per semplicita' di studio e' stata trascurata l'anima. Si e' considerato il caso di sezione in C.A. e C.A.P.P. La sezione in C. A.P.P. qui studiata ha una armatura ordinaria di 13 cmq. su ciascun lembo. Le caratteristiche dei materiali impiegate sono le seguenti:

Conglomerato

$f_c = 350 \text{ kg/cmq.}$

$E_b = 350.000 \text{ kg/cmq.}$

$\epsilon_{ps}(0,2) = 0,008$  (deformazione residua al 20% di resistenza)

Acciaio dolce

$f_{ay} = 4.000 \text{ kg/cmq.}$

$E_a = 2.100.000 \text{ kg/cmq.}$

incr. = 0,00 (incrudimento)

Acciaio di precompressione

$f_{py} = 18.000 \text{ kg/cmq.}$

$E_p = 2.100.000 \text{ kg/cmq.}$

incr. = 0,00

Va notato come l'acciaio armonico sia stato analizzato come elastoplastico privo di incrudimento. Questa semplificazione e' stata introdotta volutamente, al fine di eliminare da un lato difficolta' nella definizione della duttilita' della sezione, dall'altro eventuali influenze di parametri quali appunto l'incrudimento, che danno luogo a particolari di comportamento che possono definirsi di eccessivo dettaglio rispetto ai fenomeni di base che vogliono essere qui colti, e che potranno comunque essere oggetto di successivi affinamenti.

Viene considerata solo la condizione di carico esterno nullo, le strutture precomprese d'altronde sono in genere soggette a carichi assiali modesti, e comunque l'effetto del carico esterno inoltre e' quello di ridurre in maniera uniforme la duttilita' non modificando il problema in termini qualitativi.

I casi analizzati sono mostrati in tabella 1 con riferimento alle sezioni illustrate in fig. 1.

Caso N.	SEZ.	Aa (cmq.)	Ap (cmq.)	Sigma p
1	1	--	Var.	12.000
2	1	13	Var.	12.000
3	1	--	6,50	0-12.000
4	1	13	3,24	0-12.000
5	2	--	Var.	12.000
6	2	--	6,00	0-12.000

Tab. 1 Enumerazione dei casi analizzati

L'analisi e' stata condotta considerando le curve dei materiali illustrata in fig. 2 (3) (4).

L'esponente R della curva dell'acciaio che modula il raccordo tra tratto elastico e tratto plastico, e' stato assunto pari a 20 sia per l'acciaio normale che di precompressione, ottenendo cosi' un punto di ginocchio definito per entrambi.

I casi 1, 2 e 5 indagano l'influenza della percentuale meccanica di armatura di precompressione sulla duttilita', mentre con i casi 3,4 e 6 si e' analizzata l'influenza della tensione di precompressione dei cavi.

## 2.2 INFLUENZA DELLA PERCENTUALE MECCANICA DI ARMATURA

### CAP

In fig. 3 e' illustrata la variazione di duttilita' ultima DU al variare dell'armatura Ap:

$$Du = CURVU/CURVS \quad (3)$$

essendo: CURVU = curvatura ultima, nella situazione in cui la deformazione del conglomerato compresso raggiunge il 4 per mille (linea continua) o il 6 per mille, (a tratteggio).

CURVS = curvatura alla quale l'acciaio armonico raggiunge il limite elastico.

In figura e' anche illustrato l'andamento del momento ultimo della sezione.

Si puo' subito osservare come la duttilita' diminuisca rapidamente all'aumentare della percentuale meccanica di armatura benché questa sia doppia e simmetrica, a differenza di quello che succede nelle strutture in C.A. Come si potra' osservare nel seguito questa diminuzione non va imputata all'effetto della precompressione, praticamente ininfluyente, bensì alla scarsa o praticamente trascurabile efficacia delle armature di precompressione nel lembo compresso stante la loro esigua quantita'.

Mentre al lembo teso il parametro significativo e' in-

fatti la forza ultima che l'armatura puo' esercitare, al lembo compresso il contributo delle armature dipende dal prodotto dell'area per il modulo di elasticita'. Questo risulta, a parita' di percentuale meccanica, pari a circa un quarto di quello dell'acciaio dolce con le ovvie conseguenze sul contributo alla duttilita'.

In fig. 3 si puo' notare come la duttilita' sia appena dell'ordine di 2 per una percentuale meccanica di armature  $w_p = 0,12$  ( $D_u = 3$  se  $e_{bu} = 0,006$ ). Questa armatura corrisponde all'incirca ad una tensione media di precompressione di 60 kg/cmq., ancora ben al di sotto degli usuali valori di precompressione utilizzati nella progettazione in zona non sismica, ove si raggiungono precompressioni medie dell'ordine anche degli 80-90 kg/cmq.

Si osserva inoltre come la duttilita' decresca piu' rapidamente di quanto aumenti la resistenza per duttilita' superiori a 3.5, che sono quelle di interesse in campo sismico. Nell'ipotesi, ritenuta valida per strutture elastoplastiche, che un'aumento della resistenza dia luogo a seguito di un'eccitazione sismica, ad una richiesta di duttilita' inversamente proporzionale, un aumento della resistenza della struttura fa diminuire la distanza tra duttilita' richiesta e disponibile e quindi la sicurezza della struttura. La duttilita' richiesta diminuisce infatti proporzionalmente alla resistenza, mentre la disponibile diminuisce in maniera piu' sensibile.

La conclusione sembra abbastanza paradossale, in realta' il problema e' piu' complesso, in quanto viene variata in maniera sostanziale la rigidezza della struttura e quindi l'andamento della richiesta di duttilita', non essendo quindi applicabile quanto valido per le strutture elasto-plastiche.

In fig. 4 e' mostrata la variazione di duttilita' in curvatura nel caso in cui sia presente una armatura lenta di 13 cmq.:  $w_a = 13 \times 4000 / 50 \times 50 \times 350 = 0,06$ .

Le duttilita' sono valutate rispetto alla curvatura di snervamento sia dell'acciaio dolce che di precompressione, per una deformazione ultima del conglomerato del 4 per mille e del 6 per mille.

La duplice valutazione della duttilita' e' dovuta alla mancanza di un criterio soddisfacente che stabilisca un punto di riferimento univoco e significativo a partire dal quale considerare la sezione snervata nel caso di C.A.P.P. D'altronde la dissipazione inizia con lo snervamento delle armature lente, tuttavia e' chiaro che la dissipazione massima ha inizio con il superamento della soglia elastica da parte delle armature di precompressione. La dissipazione reale e' funzione della duttilita' calcolata a partire dallo snervamento dell'acciaio lento moltiplicata per la quantita' di acciaio lento e della duttilita' calcolata a partire dallo snervamento dell'acciaio di precompressione moltiplicato per la sua quantita', risultando quindi intermedia tra le due. Considerare la duttilita' a partire dallo snervamento dell'acciaio di precompressione rappresenta percio' una scelta cautelativa ma ragionevole per percentuali di armatura lenta quali quelle in genere adottate nel C.A.P.P. Nel confronto delle figg. 3 e 4 si puo' osservare come la duttilita' riferita allo snervamento dell'acciaio armonico e' identica nei due casi, a parita' di percentuale meccanica di acciaio armonico, la resistenza viceversa e' maggiore nel C.A.P.P. grazie al contributo dell'armatura lenta. Questa osservazione sembra suggerire un semplice procedimento che permette di garantire la duttilita' minima della sezione, che viene illustrato in fig. 5. Nella figura e' riportata la curva duttilita'-percentuale meccanica di armatura di precompressione di fig. 3 e 4 per una deformazione ultima del conglomerato del 6 per mille (1 sola curva essendo coincidenti i valori), nonche' le curve momento ultimo - percentuale meccanica di armatura. Si puo' osservare come la differenza tra le curve  $M_u$  si mantiene pressoché costante, pari al momento della sezione in cui  $w_p = 0$ .

Dato il momento ultimo di progetto  $M_u$  e la duttilita' ultima della sezione, si puo' entrare nella curva di duttilita' in corrispondenza del valore di duttilita' desiderato, e ricavare il corrispondente valore di percentuale di armatura meccanica di precompressione.

Sulla curva relativa al C.A.P. si legge il corrispondente valore del momento  $M_{ap}$  relativo a tale armatura. La differenza tra tale momento ed il momento di progetto sara' forn-

ta con l'introduzione di apposita armatura di acciaio dolce (doppia e simmetrica) pari all'incirca a =

$$A_a = (\mu - \mu_{ap}) / (0,9 * H * f_{ay})$$

Con le due situazioni considerate, ad esempio, e' possibile ottenere un momento ultimo di circa 600 KN\*m utilizzando una struttura in C.A.P., disponendo circa 9 cmq. di acciaio armonico, cui corrisponde una duttilita' pari a 2, certamente insufficiente per le usuali utilizzazioni in zona sismica, oppure disponendo 13 cmq. di acciaio dolce e circa 5 cmq. di acciaio di precompressione, cui corrisponde una duttilita' pari a 4. Il criterio e' sicuramente cautelativo, ma andrebbe affinato per tener conto, almeno in parte, del contributo che l'armatura di acciaio dolce da' alla dissipazione.

In fig. 6 e' illustrato l'andamento della duttilita' ultima e della resistenza ultima di una sezione a doppio t simmetrico al variare della armatura di precompressione per una tensione di tiro dei cavi pari a 12000 kg/cmq.

Dal confronto con la figura 3 si osserva come le curve sia di resistenza che di duttilita' siano praticamente coincidenti nei due casi, sino ad una percentuale di armatura ove la duttilita' decresce bruscamente per la rottura fragile della sezione ( $w_p$  0,25).

Il caso nel quale e' presente armatura di acciaio dolce simmetrica, non viene illustrato ma ha andamento analogo al caso della sezione rettangolare con le limitazioni appena osservate.

Quanto sin qui illustrato sulla base di una indagine numerica puo' ricavarsi analiticamente in maniera semplice anche manualmente nell'ipotesi che il conglomerato abbia una curva tensioni deformazioni del tipo parabola rettangolo, l'acciaio una curva elasto-plastica, per una sezione rettangolare ad armatura doppia e simmetrica.

Con tali ipotesi, e con alcune semplificazioni l'espressione della duttilita' della sezione puo' porsi nella espressione:

$$D_u = e_{py} * (e_{cu} - e_o / 3) / w_p / (e_{py} - e_{cu} + e_p) / (e_{py} - e_p) \quad (2)$$

nella quale:

- ep<sub>y</sub> = deformazione unitaria dell' acciaio armonico allo snervamento
- eo = deformazione unitaria alla quale il conglomerato raggiunge la resistenza massima
- wp = percentuale meccanica di armatura di precompressione su ciascuna estremita' della sezione.

I passaggi analitici con cui e' ricavata la (2) sono riportati in appendice.

La (2) evidenzia come la duttilita' dipende fondamentalmente dalla percentuale meccanica di armatura di precompressione, diminuendo in maniera inversamente proporzionale ad essa, mentre l'armatura lenta non influisce sulla duttilita', non comparando affatto nella espressione di Du, come gia' osservato commentando le figg. 3,4 e 5.

Il contributo della tensione di precompressione non e' facilmente definibile in quanto compare nella (2) in entrambi i termini a denominatore, nel primo termine a somma, facendo quindi diminuire la duttilita', nel secondo a differenza, facendola quindi aumentare. Il contributo di ep richiede quindi una valutazione piu' attenta e viene analizzato nel seguente paragrafo.

### 2.3 INFLUENZA DELLA TENSIONE DI PRECOMPRESSIONE DEI CAVI

Come illustrato al punto 2, l'analisi numerica ha riguardato 3 sezioni aventi il medesimo momento ultimo. Nei primi due casi i cui risultati sono mostrati in fig. 7a, e' uguale anche la carpenteria della sezione (nel caso di C.A.P. = Aa = 0 ed Ap = 6,47 cmq., nel C.A.P.P.: Aa = 13 cmq. Ap = 3,3 cmq.). Per entrambi il momento ultimo e' circa 47 tm.

Nella figura si puo' notare come per deformazioni ultime modeste (sezioni poco staffate), la duttilita' risenta in maniera modesta della tensione di tiro dei cavi, mentre piu' sensibile e' l'effetto nel caso in cui sia possibile una deformazione ultima del conglomerato del 6 per mille, con incrementi, sia nel caso di C.A.P. ma in particolare nel

C.A.P.P., dell'ordine del 30% - 40 %.

Analogo e' il comportamento per la sezione a doppio T, come illustrato in fig. 7b.

E' comodo far riferimento all'espressione 2 per poter generalizzare quanto osservato nelle figure.

La variazione di  $D_u$  con la tensione si puo' studiare derivando la (2) rispetto ad  $e_p$ .

$$G = \frac{\partial D_u}{\partial e_p} = \frac{e_{py} * (e_{cu} - e_o/3) / w_p}{-(e_{py} * e_{py} e_{cu} * e_{py} + e_{cu} * e_p - e_p * e_p)^{**2}} * (e_{cu} - 2e_p) \quad (3)$$

La (3) risulta maggiore di 0 se  $(e_{cu} - 2e_p) > 0$  cioe' se  $e_p$  e' maggiore di  $e_{cu}/2$ .

La duttilita' quindi cresce all'aumentare di  $e_p$ , per valori di  $e_p$  maggiore di  $e_{cu}/2$ , altrimenti diminuisce.

L'influenza della deformazione ultima del conglomerato sull'espressione (3) e' illustrata in fig. 8, per diversi valori della tensione di precompressione. Si puo' notare come, al di sotto di un certo valore della tensione di precompressione, (all'incirca 4000 kg/cmq.,  $e_p = 0,002$ ) l'aumento di  $e_{cu}$  e' praticamente ininfluenza sulla variazione di duttilita' viceversa per valori della tensione di precompressione elevati l'aumento di  $e_{cu}$  da' luogo a notevoli aumenti della variazione di duttilita' disponibile, confermando i risultati analitici della fig. 6.

In conclusione si puo' affermare che la tensione di precompressione nei cavi da' luogo ad un aumento di duttilita' per valori elevati della tensione di precompressione dei cavi e che il beneficio dell'aumento di precompressione e' particolarmente sensibile nelle sezioni ben staffate ove possono essere ottenuti aumenti di duttilita' dell'ordine anche del 30%.

Nella fig. 7a sono inoltre riportati i valori del rapporto  $x/h$  a rottura per alcune situazioni esaminate.

Nel caso di sezione rettangolare e cavi tesati a 12.000 Kg/cmq., con  $e_{bu} = 0,004$  si e' ottenuto il valore  $x/h = 0,24$ , nel caso di C.A.P.P. ed  $e_{bu} = 0,006$  il valore di  $x/h = 0,15$ .

Alcune normative prescrivono un valore minimo di  $x/h$  a

rottura, generalmente pari a 0,20.

In questo caso si osserva come la sezione piu' duttile abbia un valore  $x/h$  insufficiente, mentre nella prima situazione con una duttilita' pari solamente a 2 il valore di  $x/h$  soddisferebbe le prescrizioni normative.

In definitiva non sembra come gia' osservato nei riff. 1 e 2 che tale rapporto possa rappresentare "per se" un buon indicatore della duttilita' disponibile.

### 3. EFFETTO DELLA TENSIONE DI PRECOMPRESSIONE SULLA RISPOSTA DINAMICA

Nel presente paragrafo si illustrano brevemente alcuni risultati ottenuti numericamente con un modello molto accurato della struttura, capace di cogliere gli aspetti piu' complessi della risposta dinamica non lineare all'azione sismica di forte intensita'.

Sono state studiate strutture in C.A.P. e C.A.P.P.

In ciascun caso si e' mantenuta costante la quantita' di armatura e si e' fatta variare la tensione di tiro dei cavi considerando i tre valori: 4000 Kg/cmq., 8000 Kg/cmq., 12000 Kg/cmq.

#### 3.1 MODELLAZIONE DEL PROBLEMA

##### STRUTTURA

La struttura e' rappresentata da una mensola con massa concentrata alla sommita', la cui rigidezza dipende da 3 parametri: rigidezza tangente della sezione di base, lunghezza della cerniera plastica, lunghezza della zona fessurata.

La sezione di base e' studiata ad ogni passo di integrazione suddividendola in strisce orizzontali, e valutando per ciascuna di esse lo stato di tensione-deformazione in base alla legge costitutiva ciclica gia' illustrate al par. 2.1.

Le curve costitutive dell'acciaio sono state anch'esse illustrate al paragrafo 2.1, nell'analisi dinamica e' stato pero' considerato un incrudimento dell'acciaio dell'1%, mentre per i cavi di precompressione il passaggio dal tratto elastico a quello plastico e' ottenuto con un raccordo piu' dolce, utilizzando un esponente  $R=8$  nella legge tensioni deformazioni (rif. 3). Il modello e' stato descritto in maniera estesa dall'autore nel rif. 1 a cui si rimanda. Come gia' detto sono state considerate strutture in C.A.P. e C.A.P.P.

Le strutture hanno tutte massa  $M = 50$  t. ed un carico verticale di 50 t.

Sono state analizzate due altezze:  $H = 6$  m. ed  $H = 3$  m., la cui sezione trasversale ha misure  $50 \times 50$  cm.

Il periodo proprio iniziale, a sezione interamente reagente, risulta:  $T (H=6) = 0,88$  sec.,  $T (H=3) = 0,3$  sec.

Le armature su ciascuna estremita' sono riportate in tabella 2.

Lo sforzo assiale presente e' 500 KN.

	H = 3		H = 6	
	C.A.P.	C.A.P.P.	C.A.P.	C.A.P.P.
Aa	0	9,50	0	11,85
Ap	5	2,20	7,50	3,20

Tab. 2: armatura delle sezioni su ciascuna faccia (cmq.)

#### AZIONE SISMICA

E' stato utilizzato un accelerogramma il cui spettro di

risposta riproduce lo spettro di risposta elastico proposto dal CEB (1983) per condizioni di suolo "duro".

Ai fini dell'analisi esso e' stato scalato ai valori del picco di accelerazione massima di 0,2 g., 0,3 g., 0,4 g.

### 3.2 RISULTATI DELL'ANALISI

Un primo atteso risultato si puo' osservare in fig. 9, ove sono confrontate le storie delle risposte degli spostamenti alla sommita' della struttura, nel caso di C.A.P.P.,  $H = 6$  m. e tensioni di 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>. e 4.000 Kg/cm<sup>2</sup>. per una accelerazione massima del terreno di 0,3 g. La struttura con un minor grado di precompressione ha periodi di oscillazione piu' lunghi di quella maggiormente precompressa. In figura si nota tra l'altro come in questo caso lo spostamento massimo sia maggiore della struttura con minor precompressione. Questo risultato, che puo' sembrare ovvio, non e' generalizzabile, come si puo' vedere nei risultati riportati nel seguito del paragrafo.

#### STORIA DELLA RISPOSTA CICLICA: FORZA-SPOSTAMENTO.

In fig. 10 e' riportata la storia Momento-Curvatura alla base per  $H = 6$  C.A.P.P., nei casi in cui la tensione di precompressione sia di 4.000 Kg/cm<sup>2</sup>. e 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>. ed  $A_{max} = 0,3$  g.

Si puo' osservare la grande differenza tra i cicli di isteresi, nonche' l'effetto della minor precompressione che riduce sensibilmente la rigidezza.

Si nota inoltre come le richieste di curvatura siano maggiori nel caso di tensione iniziale pari a 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>.

La duttilita' richiesta alla sezione, circa pari a 4 per una tensione di 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>. e 2,5 per 4000 Kg/cm<sup>2</sup>., risulta inferiore alla duttilita' disponibile, variabile all'incirca tra 4, 5 e 7 come si puo' osservare nelle fig. 3 e 4.

In fig. 11 sono mostrate le storie delle risposte in termini di Forza di richiamo-Spostamento in sommita' negli

stessi casi del diagramma momento curvatura.

Anche in questo diagramma il ciclo di isteresi e' notevolmente minore, anzi praticamente inesistente, per la tensione di tiro di 4000 Kg/cmq. e minore risulta la rigidezza, stante il quasi immediato insorgere della fessurazione.

Si osserva che, mentre la domanda in termini di curvatura e' minore per la struttura a tensione di precompressione minore, gli spostamenti massimi in sommita' sono sensibilmente piu' grandi nel caso di minor tensione iniziale stante la maggior deformabilita' della struttura a causa della fessurazione.

Andamento analogo per entrambi i diagrammi si ottiene nel C.A.P.

#### SPOSTAMENTI MASSIMI

In fig. 12 sono illustrati gli spostamenti massimi delle strutture per tutti i casi analizzati (H = 3 e 6 m, C.A.P. e C.A.P.P.) al variare della intensita' sismica. Nella figura appare evidente come le deformazioni massime siano dello stesso ordine di grandezza indipendentemente dalla tensione iniziale dei cavi, sia nelle strutture in C.A.P. che in C.A.P.P. Tuttavia, mentre nelle strutture a cavi fortemente tesi, la deformazione e' contribuita in maniera sostanziale dalla curvatura della sezione di base, e quindi dalla rotazione della cerniera plastica, nelle strutture debolmente precomprese la deformazione e' data dalla notevole diffusione della fessurazione lungo l'altezza.

La riparazione della struttura dopo il sisma puo' quindi concentrarsi sulle sole zone di cerniera plastica per le strutture ad elevata precompressione, mentre potrebbe dover essere estesa all'intera struttura per la struttura poco precompressa.

#### DEFORMAZIONI MASSIME DEL CONGLOMERATO

In fig. 13 sono illustrate le deformazioni unitarie e massime del conglomerato nella sezione di base al varia-

re della intensita' nel caso  $H = 3$ , C.A.P. e C.A.P.P., e nel caso  $H = 6$  per la struttura precompressa.

Nelle strutture con  $H = 3$  m. le deformazioni unitarie sono dello stesso ordine di grandezza, c'e' quindi da attendersi un equivalente degrado della sezione di base per le strutture sia che la tensione nei cavi sia elevata, sia che sia bassa. La richiesta di curvatura alla base, risulta pero' minore nelle strutture poco precomprese, nonostante, come gia' osservato, lo spostamento alla sommita' sia praticamente coincidente. Questo conferma le osservazioni precedenti sul possibile danneggiamento diffuso della struttura. Nel caso  $H = 6$  m. la richiesta di deformazione ultima e' sensibilmente inferiore per la tensione di tiro di 4000 Kg/cm<sup>2</sup>. Il risultato sembra pero' piu' una deviazione casuale che non una tendenza, si osservi infatti come i casi con tensione di 8000 Kg/cm<sup>2</sup>. e 12000 Kg/cm<sup>2</sup>. diano risultati praticamente coincidenti a quelli per le strutture con  $H = 3$ .

Nelle strutture con  $H = 6$  m., la risposta e' tra l'altro ulteriormente complicata dalla forte variazione dello spettro di risposta nelle zone di interesse per tali strutture, mentre le strutture con  $H = 3$  m., trovandosi al centro del tratto piatto dello spettro, non subiscono variazioni di "intensita' di eccitazione" all'aumentare del degrado e quindi del periodo di oscillazione apparente.

E' comunque opinione dell'autore che, anche per le strutture con  $H = 6$  m., la tensione di precompressione sia poco influente sullo spostamento massimo della struttura per intensita' sismiche che spingano la struttura ben al di la' della soglia elastica.

#### ALLUNGAMENTI MASSIMI DELL'ACCIAIO ARMONICO

In fig. 14 e' mostrata la deformazione unitaria massima nei cavi di precompressione.

Anche per questa grandezza gli scostamenti sono piuttosto modesti, in particolare per  $H = 3$ .

Negli altri casi vi e' una leggera tendenza di maggior

richiesta nel caso di tensione di tiro maggiore. Se però alla deformazione totale si sottrae la deformazione unitaria di tiro, le differenze tendono a diminuire in maniera sensibile.

Va tuttavia osservato come l'armatura rimanga comunque ben lontana da una possibile crisi.

E' inoltre importante osservare che, a parità di allungamento totale dei cavi di precompressione, le sezioni meno precomprese subiscono danneggiamenti maggiori.

La deformazione unitaria delle fibre adiacenti al cavo e' infatti pari all'incirca alla deformazione unitaria totale meno la deformazione del cavo all'atto della precompressione. Con i valori ottenuti nella presente indagine ad esempio l'ampiezza delle lesioni nel caso  $H = 3$ , C.A.P.P,  $A_{max} = 0,3$  g., può quindi ridursi anche del 25% nelle sezioni con cavi tesi a 12.000 Kg/cmq. rispetto a quelli con 4.000 Kg/cmq.

In conclusione si può affermare che la tensione nei cavi ha poca influenza sul loro allungamento massimo, ma un basso livello di precompressione dà luogo sia ad un danneggiamento diffuso nella struttura a causa della notevole diffusione delle lesioni lungo l'altezza, che ad un possibile maggior danneggiamento della sezione di base a causa del maggior allungamento richiesto alle fibre tese (che si traduce in una delle lesioni).

#### 4. CONCLUSIONI

Si è analizzato il problema della duttilità (in curvatura) delle strutture in C.A.P. e C.A.P.P. ad armatura doppia e simmetrica.

L'analisi della sezione ha mostrato come la duttilità dipenda fondamentalmente, a parità di forma della sezione, dalla percentuale meccanica di armatura.

Si è inoltre osservato come la presenza di armatura di acciaio dolce, doppia e simmetrica, non modifichi la duttilità, misurata a partire dallo snervamento dell'armatura di precompressione. Questo fatto ha suggerito la proposta di

un criterio di progettazione a duttilita' assegnata, in base alla quale disporre l'armatura di precompressione e quindi arrivare al momento ultimo richiesto con l'introduzione di armatura doppia e simmetrica di acciaio dolce.

Si e' analizzata l'influenza sulla duttilita' della tensione di tiro nei cavi. Si e' osservato come la duttilita' aumenti all'aumentare della tensione di tiro nei cavi se quest'ultima e' maggiore del 50% della deformazione ultima del conglomerato. L'aumento di duttilita' ottenibile puo' raggiungere anche valori del 40%.

Si e' notato come la necessita' di disporre di una duttilita' minima superiore ad almeno 3,5, costringa a limitare le percentuali di armatura di precompressione a valori modesti, a meno di non permettere al conglomerato deformazioni unitarie notevoli. E' percio' necessaria una forte armatura di confinamento delle zone compresse.

Si e' rilevato come il parametro  $X/H$ , profondita' dell'asse neutro a rottura, suggerito da alcune normative come controllo della duttilita' di progetto, sia privo di significato nel precompresso se utilizzato come unico indicatore. Si ritiene che debbano piuttosto essere assunti come parametri di controllo la percentuale meccanica di armatura di precompressione, eventualmente funzione della percentuale meccanica di armatura dolce lenta, integrata da altri parametri che tengano conto della forma della sezione, nonche' della tensione iniziale dei cavi ed eventualmente anche del valore  $X/H$ .

Si sono infine mostrati i risultati dell'analisi dinamica di strutture precomprese con diversa tensione di tiro nei cavi. L'analisi ha mostrato che:

- le deformazioni massime in sommita' non dipendono dalla tensione di tiro;
- la richiesta di duttilita' della sezione di base aumenta all'aumentare del tiro;
- la fessurazione lungo l'altezza aumenta al diminuire del tiro, facendo presupporre un danneggiamento sensibile diffuso nella struttura;
- la richiesta di duttilita' nei cavi risulta equivalente ed

indipendente dal valore del tiro;

- le deformazioni unitarie del conglomerato alla base sono praticamente indipendenti dalla tensione di tiro.

Le due ultime considerazioni fanno presupporre che il danneggiamento della tensione di base non dipenda in maniera determinante dalla tensione di tiro dei cavi.

Come considerazione di carattere generale si può osservare che la pur semplice analisi statica della sezione qui esposta, sembra aver chiarito gli aspetti fondamentali della duttilità disponibile in una sezione precompressa ad armatura doppia e simmetrica. Ulteriori studi sono invece indispensabili per chiarire i complessi aspetti della risposta dinamica, pur limitandosi ai casi illustrati nel presente lavoro. Va infatti quanto meno analizzata l'influenza della "forma" dell'azione sismica, che può aver modificato in maniera sensibile i risultati, in particolare per le strutture a periodo più lungo, nonché l'influenza della degradazione ciclica del conglomerato, che per semplicità era stata omessa nella presente analisi.

Come osservazione conclusiva si nota come l'analisi numerica qui illustrata, pur condotta con un modello strutturale estremamente raffinato, che può essere considerato quanto di più progredito oggi disponibile per lo studio del problema, necessita comunque di un riscontro sperimentale in campo dinamico non lineare nonché, nel tempo, della continua osservazione "sul campo" del comportamento sismico di questo tipo di strutture.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1) Giannini R. , Menegotto M., Nuti C., 1984, "Comportamento Sismico delle Strutture Precomprese" - 2° Convegno Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia - Rapallo, Giugno.

2) Giannini R. , Menegotto M., Nuti C., 1984, "Influence of Prestressing on Seismic Response of Structures. A Numerical Study" - Nato ARW Partial Prestressing from Theory to Practi-

ce, Parigi, Luglio.

3) Menegotto M. , Pinto P.E., 1973, "Method of Analysis for Cyclically Loaded R. C. Frames Including Changes in Geometry and Nonelastic Behaviour of Elements under Combined Normal Force and Bending" Symposium "Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads" Lisbon 1973 - IABSE Reports Vol. 13.

4) Blakeley W. G., Park R., 1973, "Prestressed Concrete Sections with Cyclic Flexure" ASCE Jnl Struct Div. Vol. 99 n. St 8 Aug.

5) Okamoto S. , 1980, "Experimental Study on the Ductility of Partially Prestressed Concrete Beams" Proc. of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest.

6) Park R., 1980, "Partially Prestressed Concrete in Seismic Design of Frames" (Ibid).

Il presente lavoro e' stato eseguito col contributo del CNR Gruppo Nazionale Difesa dai Terremoti.

## A P P E N D I C E

### ESPRESSIONE APPROSSIMATA DELLA DUTTILITA' IN CURVATURA PER UNA SEZ. IN CAP E/O CAPP RETTANGOLARE AD ARMATURA DOPPIA E SIMMETRICA

Si assume che il conglomerato abbia una curva tensioni deformazioni di tipo parabola-rettangolo.

L'acciaio viene assunto a comportamento elastoplastico.

Considerando valida l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, lo stato di deformazione della sezione e' definito dalla deformazione del conglomerato al lembo compresso e dalla deformazione unitaria della fibra della sezione in corrispondenza dell'acciaio teso.

Gli sforzi interni risultanti della sezione sono:

Calcestruzzo compresso

$$C = (e_{cu} - e_o/3) * f_c * \alpha * b * H / (e_{cu} + e_a) \quad (a)$$

Acciaio compresso:

$$T' = A_p' * E_p (e_{cu} - (e_{cu} + e_a)(1/\alpha - 1) - e_p(1 + 2E_p * f_c * w_p / E_b / f_{py})) + A_a' * E_a (e_{cu} - (e_{cu} + e_a)(1/\alpha - 1)) ; (e_a < e_y) \quad (b)$$

Acciaio teso:

$$T = A_p f_{py} + A_a f_{ay} \quad (c)$$

essendo:

$e_{cu}$ : deformazione unitaria di rottura del conglomerato;

$e_o$ : deformazione unitaria del conglomerato cui corrisponde la tensione massima;

$e_a$ : deformazione della fibra della sezione in corrispondenza dell'acciaio teso;

ep : deformazione unitaria di precompressione dei cavi (post tesi);

epy: deformazione unitaria di snervamento dei cavi di precompressione;

fc : resistenza massima del conglomerato;

fpy: tensione di snervamento dei cavi di precompressione;

fay: tensione di snervamento dell'acciaio dolce;

wp : percentuale meccanica di armatura di precompressione su ciascun lembo di sezione.

Il termine  $2*E_p*fc*wp/E_b/f_{py}$ , e' la deformazione unitaria di precompressione della sezione.

A rottura, l'acciaio dolce compresso ha in genere oltrepassato la soglia plastica, il termine T' diviene quindi

$$T' = A_p' * E_p (e_{cu} - (e_{cu} + e_a)(1/\alpha - 1) - e_p(1 + 2E_p * f_c * w_p / E_b / f_{py})) + A_a * f_{ay}$$

Imponendo l'equilibrio alla traslazione, nel caso di copriferro di dimensioni trascurabili rispetto all'altezza della sezione ( $\alpha=1$ ) e con l'ipotesi che la deformazione della sezione alla precompressione sia piccola rispetto alla deformazione di tiro dei cavi:

$$C + T' - T = 0 \quad (d)$$

$$(e_{cu} - e_o/3) / (e_{cu} + e_a) + w_p / e_{py} * (e_{cu} - e_p) + w_a - w_p - w_a = 0 \quad (e)$$

dall'eq. (e) si ricava  $e_a$ :

$$e_a = (e_{cu} - e_o/w) * e_{py} / w_p / (e_{py} - e_{cu} + e_p) - e_{cu} \quad (e')$$

la curvatura e' data dall'espressione:

$$\text{cur} = \frac{\text{ea+ec}}{h} = (\text{ecu-eo}/3) * \text{epy}/\text{wp}/(\text{epy-ecu+ep})/H \quad (\text{f})$$

Nelle applicazioni di interesse in sismica, le strutture sono ben lontane dalla situazione di rottura fragile (schiacciamento del conglomerato prima dello snervamento dell'armatura tesa). La curvatura di snervamento risulta quindi dipendere dal solo allungamento dell'acciaio tra deformazione di tiro e di snervamento:

$$\text{curs} = (\text{epy-ep})/h \quad (\text{g})$$

la duttilita' si ottiene quindi utilizzando le espressioni (e (g):

$$\text{Du} = \text{cur}/\text{curs} = (\text{ecu-eo}/3) * \text{epy}/\text{wp}/(\text{epy-ecu+ep})/(\text{epy-ep})$$

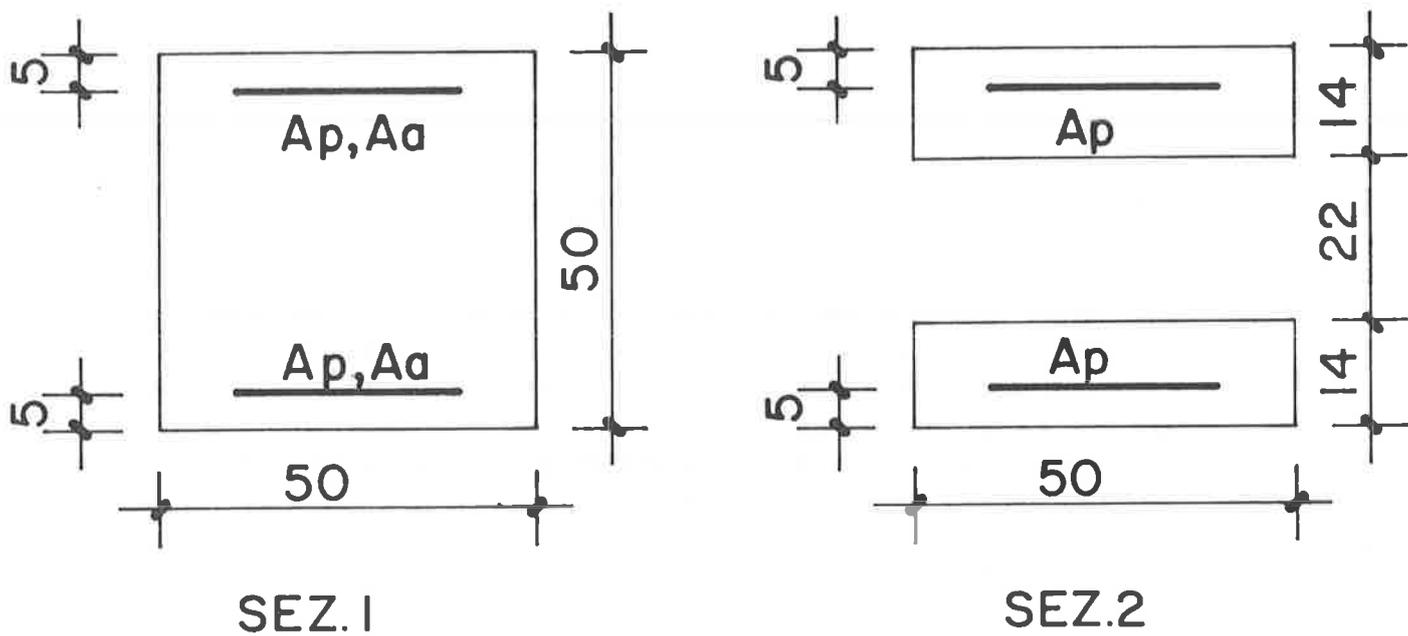


Fig. 1 Sezioni utilizzate nell'analisi.

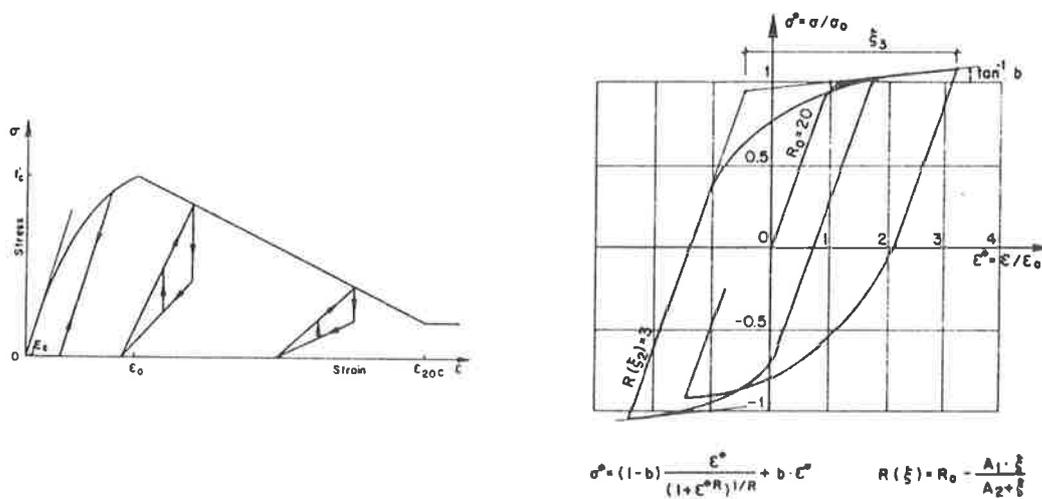


Fig. 2 Curve caratteristiche dei materiali.  
A sinistra: conglomerato; a destra acciaio.

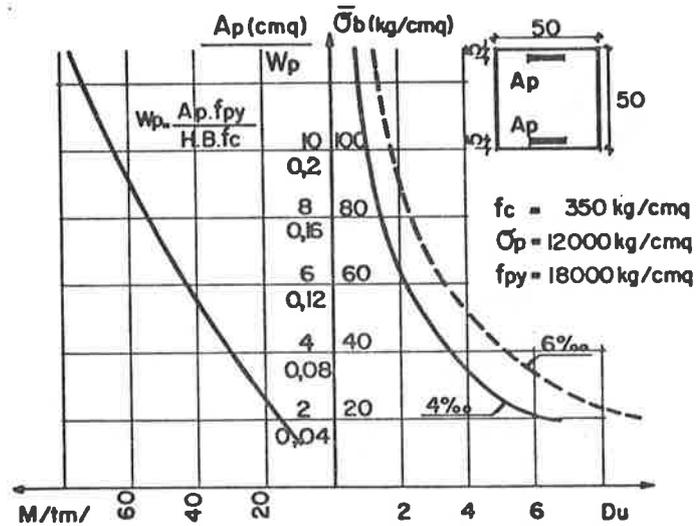


Fig. 3 Duttilita' in curvatura e momento ultimi in funzione della quantita' di armatura di precompressione per la sez. in C.A.P., con tensione di tiro 12.000 Kg/cmq. La duttilita' e' calcolata per una deformazione unitaria ultima del conglomerato pari a 0,004 e 0,006 (curva tratteggiata).

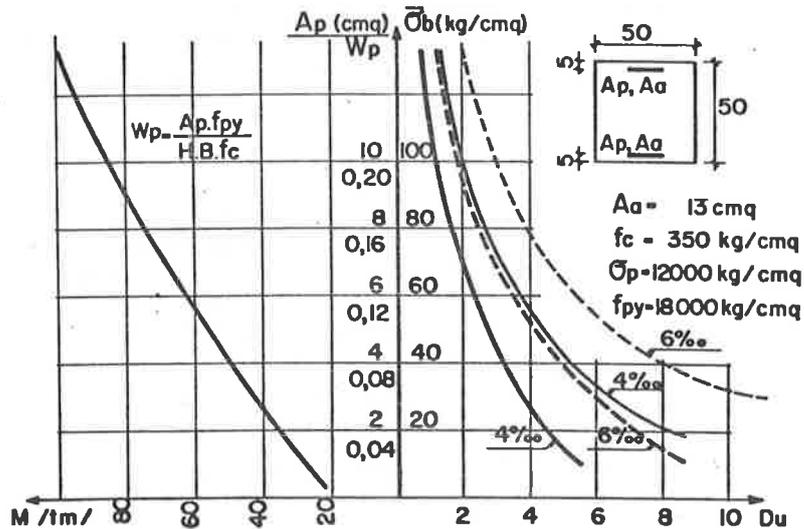


Fig. 4 Duttilita' in curvatura e momento ultimi in funzione della quantita' di armatura di precompressione per la sezione quadrata in C.A.P.P., con tensione di tiro 12.000 Kg/cmq. La duttilita' e' calcolata per una deformazione unitaria ultima del conglomerato del 4 e del 6 per mille calcolando la duttilita' a partire dallo snervamento dell'acciaio di precompressione (tratto grosso) o dallo snervamento dell'acciaio dolce (tratto sottile).

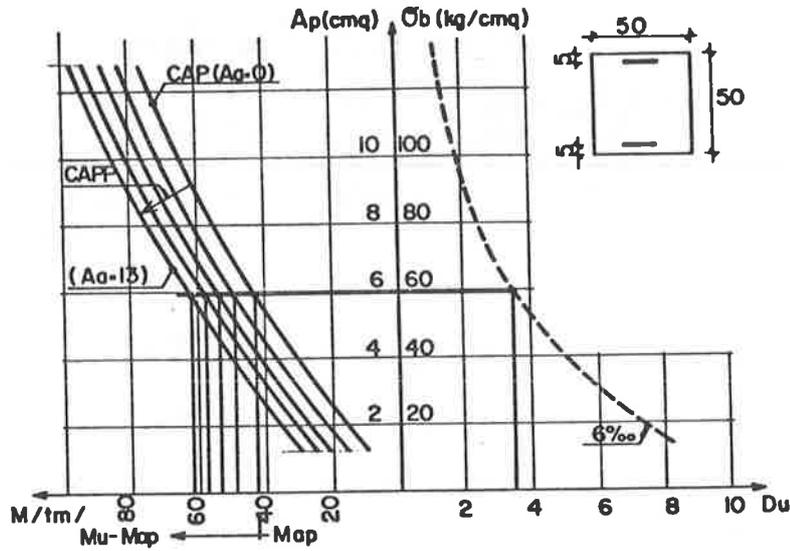


Fig. 5 Procedimento di calcolo dell'armatura lenta stabiliti carpenteria, duttilita' minima e momento ultimo. Si entra con la duttilita' desiderata e si ottiene l'armatura di precompressione corrispondente alla desiderata duttilita'. La differenza di momento resistente e' ottenuta con armatura lenta ed e' pari alla quantita' necessaria a fornire il momento  $M_u - M_{ap}$ , essendo  $M_{ap}$  il momento fornito dalla sola armatura di precompressione.

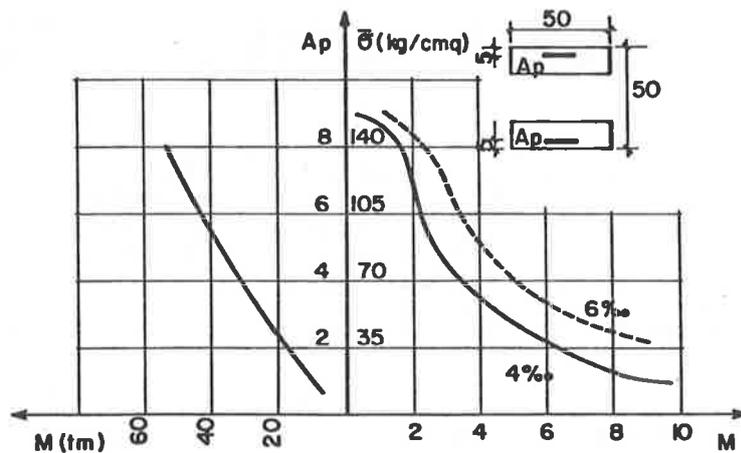


Fig. 6 Duttilita' in curvatura e momento ultimi per la sezione a doppio T simmetrico in C.A.P. La duttilita' e' calcolata per una deformazione unitaria ultima del conglomerato pari a 0,004 e 0,006 (curva tratteggiata)

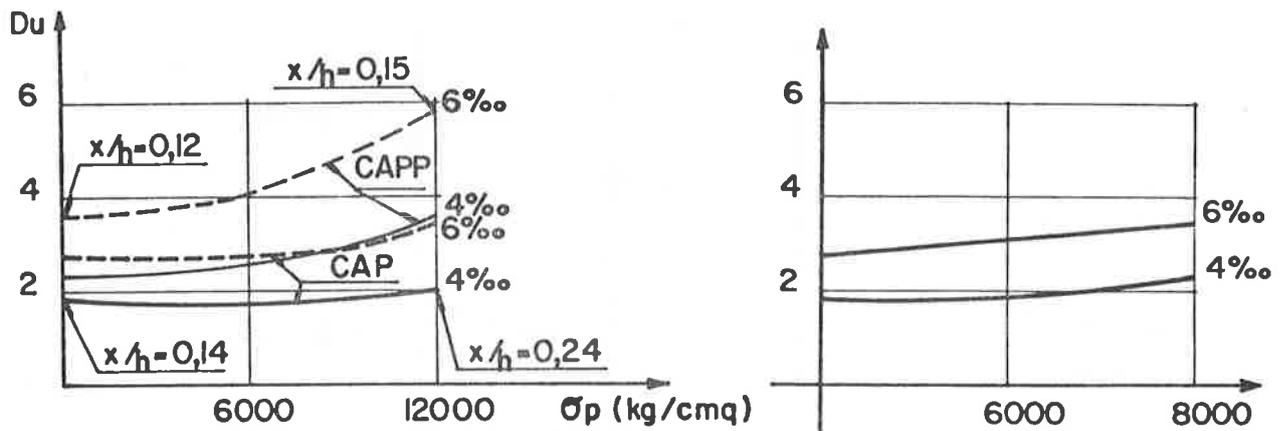


Fig. 7 Variazione della duttilita' al variare della tensione di tiro dei cavi in C.A. e C.A.P. nel caso di deformazione unitaria ultima del conglomerato pari a 0,004 e 0,006 (C.A.:  $A_a = 0$ ,  $A_p = 6,4$  cmq., C.A.P.  $A_a = 13$  cmq.  $A_p = 3,23$  cmq.), a sinistra: sez. quadrata fig. 7a, a destra: sezione a doppio T simmetrico, Fig. 7b.

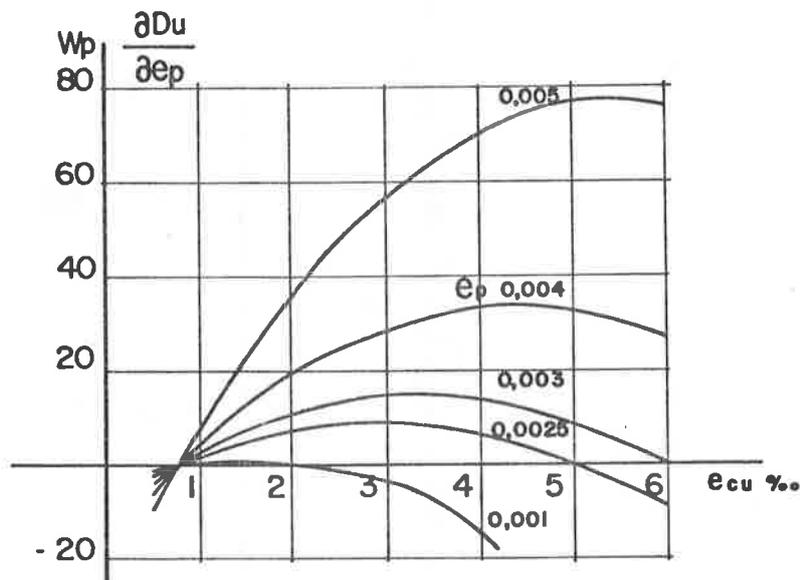


Fig. 8 Variazione della funzione (3, derivata della duttilita' ultima rispetto alla deformazione unitaria ultima del conglomerato, per diversi valori della tensione di precompressione dei cavi; ( $\epsilon_p$  e' la deformazione unitaria di tiro dei cavi).

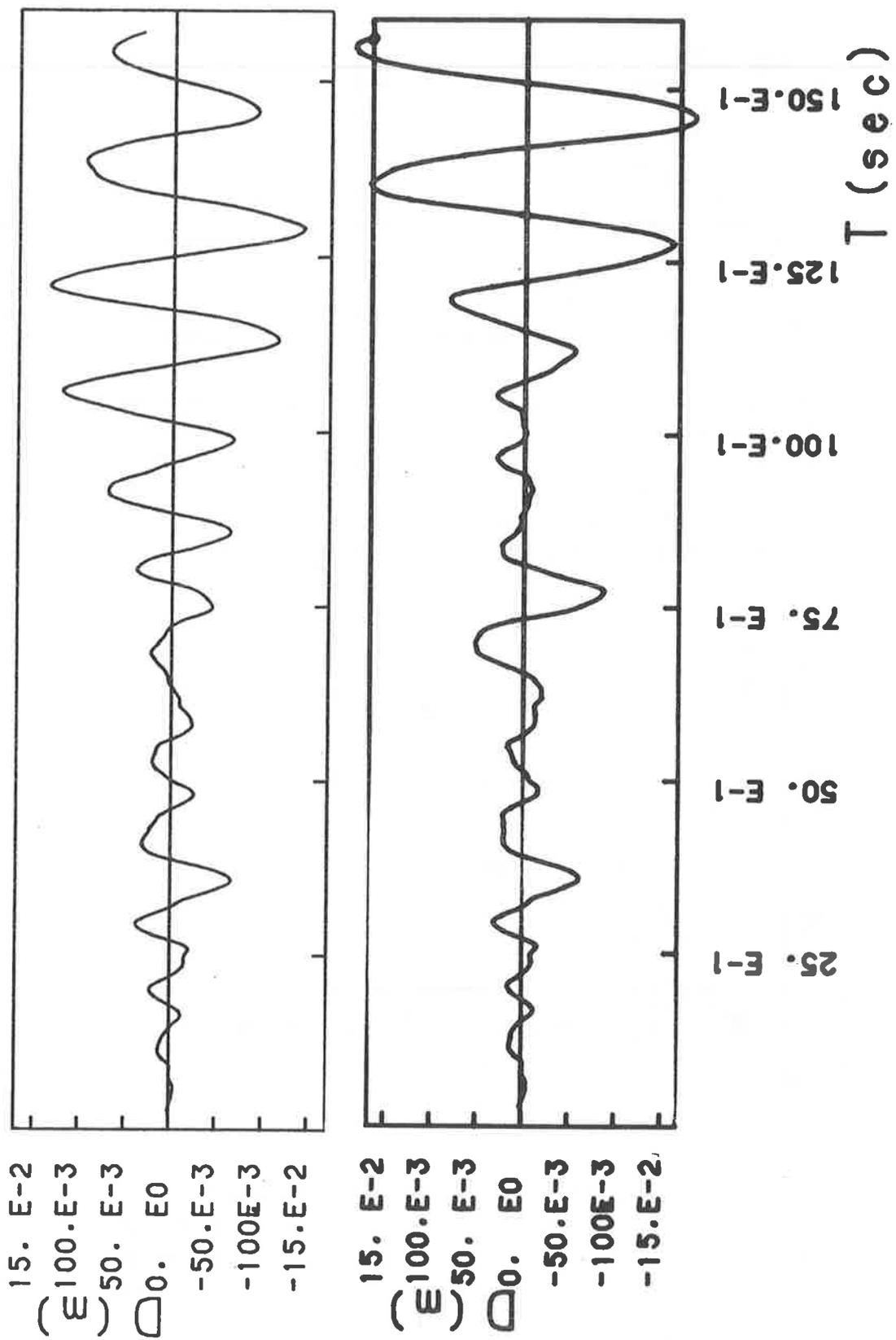


Fig. 9 Storia della risposta in spostamento in sommita' nel caso H = 6 m., C.A.P.P. In alto: tensione di precompressione 12.000 Kg/cmq., in basso: 4.000 Kg/cmq.

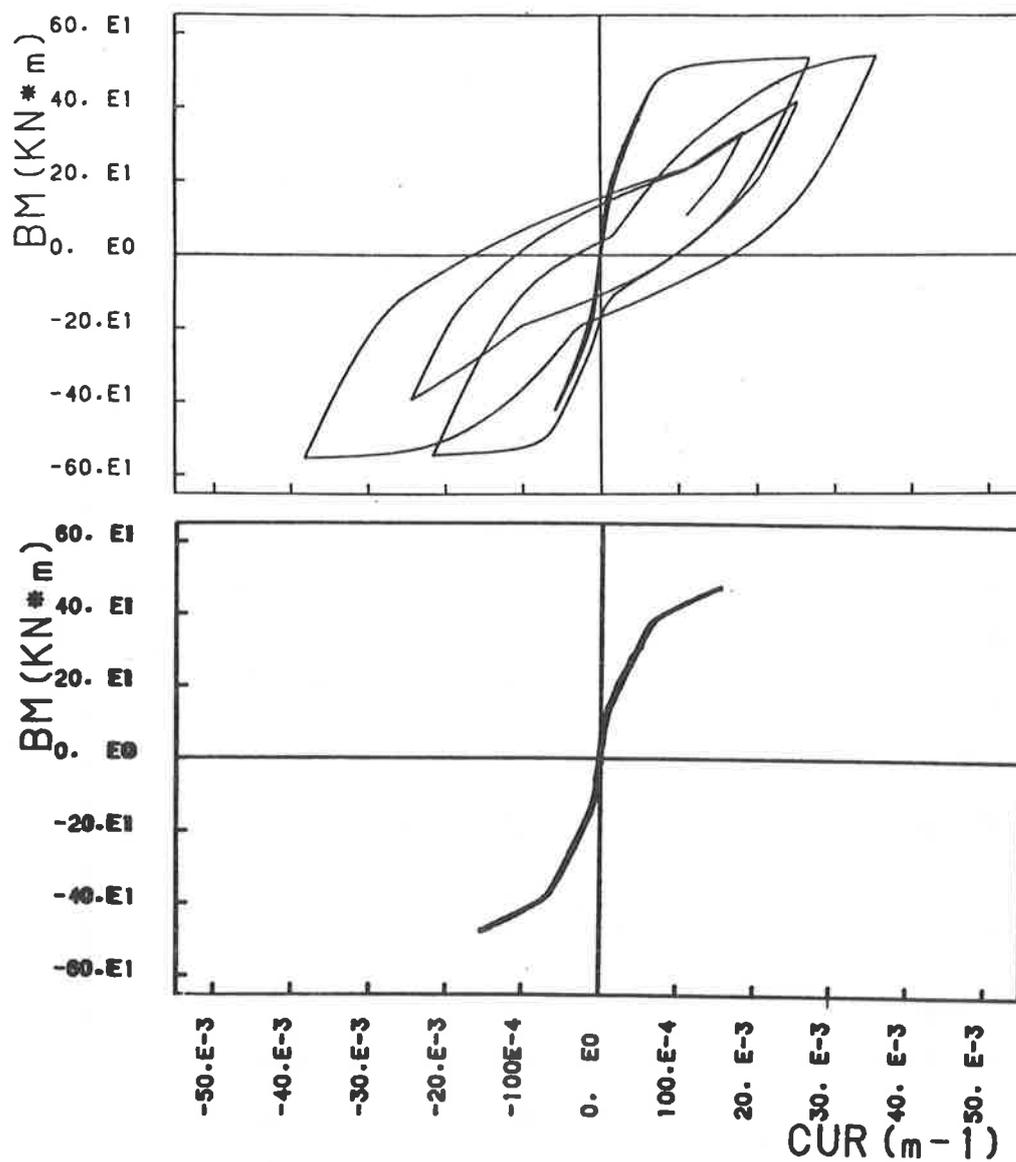


Fig.10 Diagramma Momento-Curvatura ottenuti come risposta all'azione sismica nel caso C.A.P.P. In alto: struttura con tensione di precompressione 12.000 Kg/cmq., in basso: tensione di precompressione 4.000 Kg/cmq.

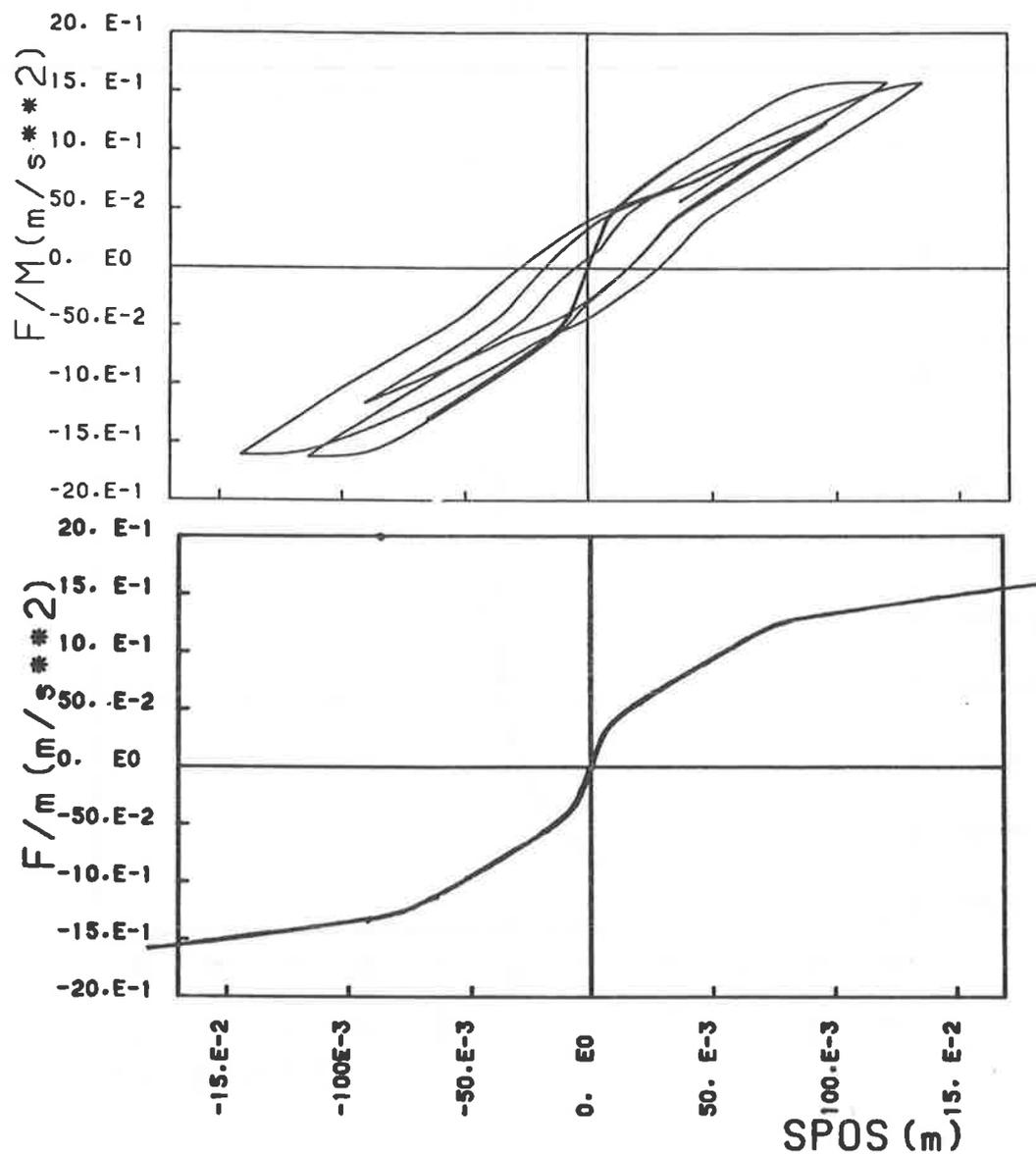
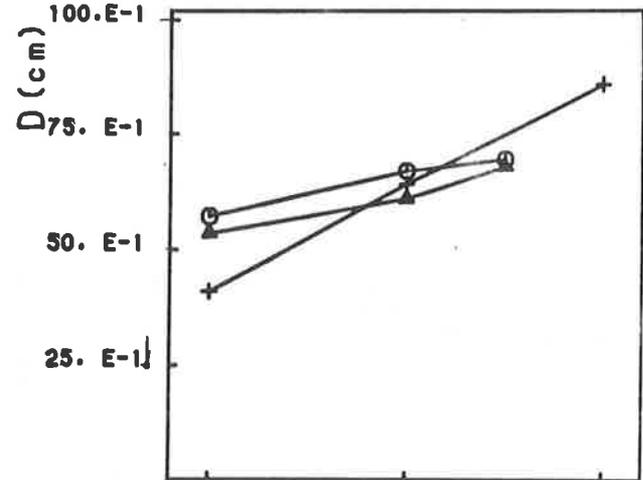
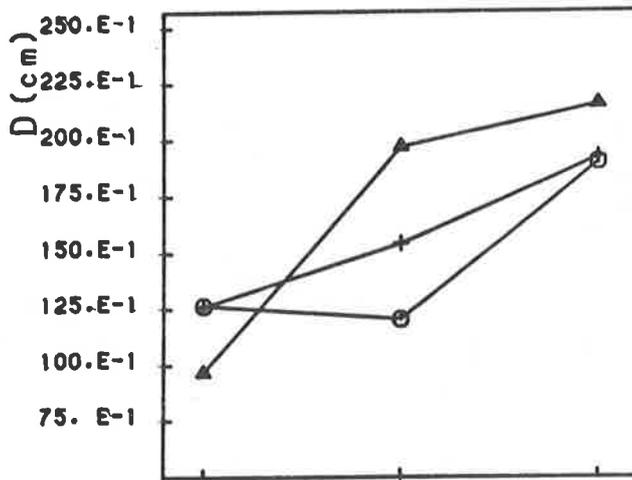
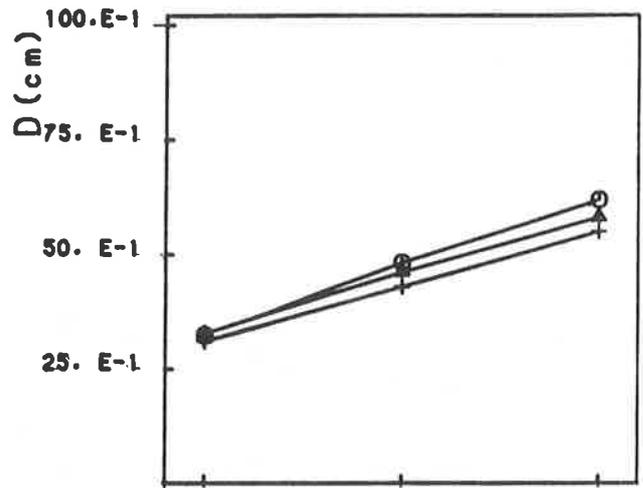
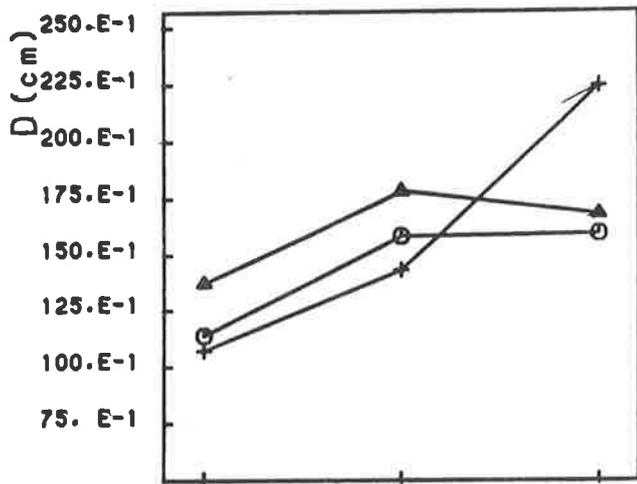


Fig.11 Diagramma Forza-Spostamento in sommita' ottenuti come risposta all'azione sismica nel caso C.A.P.P. In alto: struttura con tensione di precompressione 12.000 Kg/cmq., in basso: tensione di precompressione 4.000 Kg/cmq.



20. E-2      30. E-2      40. E-2  
PGA (g)

20. E-2      30. E-2      40. E-2  
PGA (g)

Fig.12 Spostamenti massimi della struttura al variare della intensita' sismica per  $H = 6$  m., a sinistra; per  $H = 3$  m., a destra. In alto C.A.P.P., in basso C.A.P.  
Croce : Sigma tiro = 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>.  
Triangolo: Sigma tiro = 8.000 Kg/cm<sup>2</sup>.  
Cerchio : Sigma tiro = 4.000 Kg/cm<sup>2</sup>.

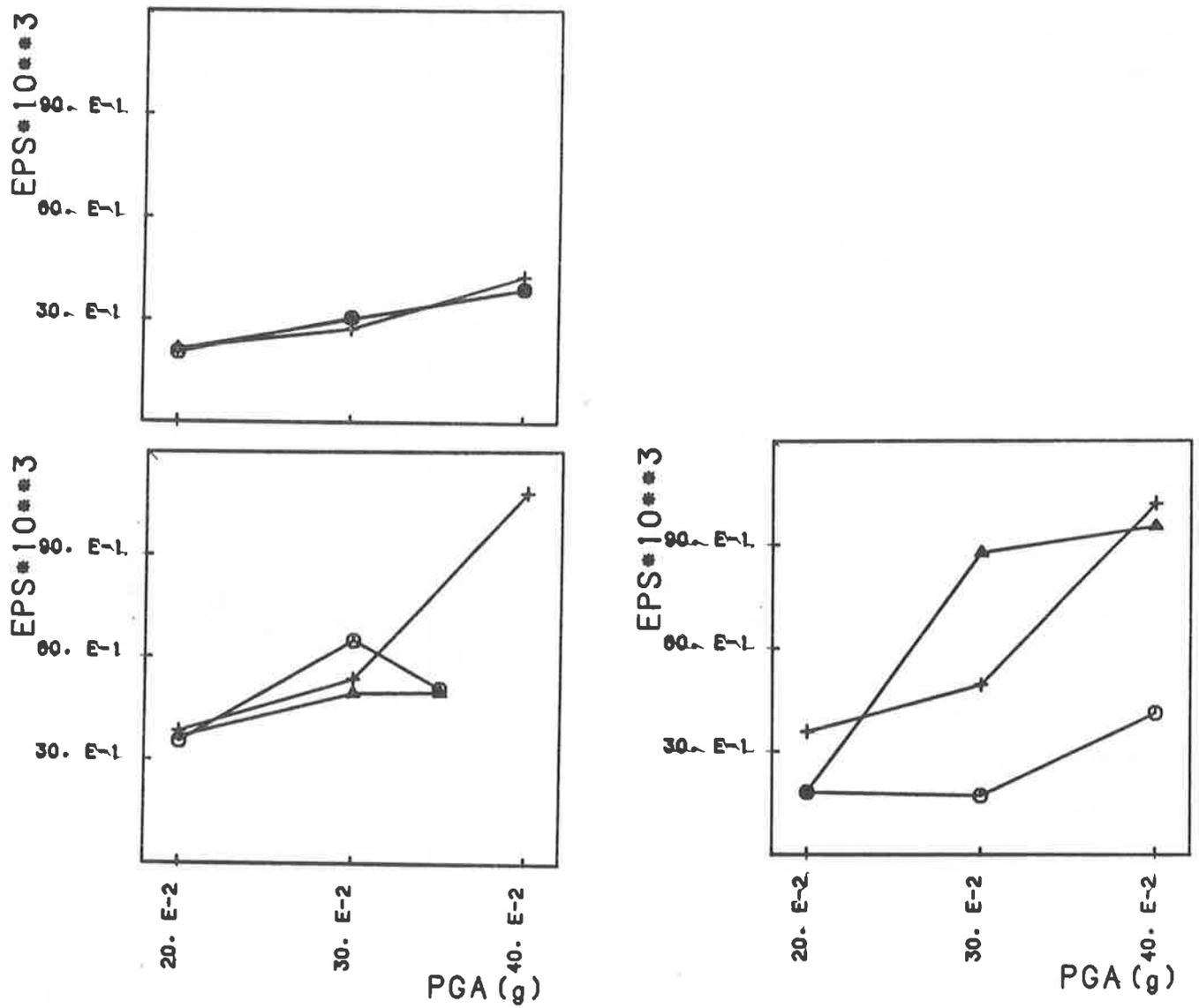


Fig.13 Deformazioni unitarie massime del conglomerato al variare dell'intensita' sismica, a sinistra H = 3, in alto: C.A.P.P., in basso: C.A.P.; a destra H=6, C.A.P.  
 Croce : Sigma tiro = 12.000 Kg/cm<sup>2</sup>.  
 Triangolo: Sigma tiro = 8.000 Kg/cm<sup>2</sup>.  
 Cerchio : Sigma tiro = 4.000 Kg/cm<sup>2</sup>.

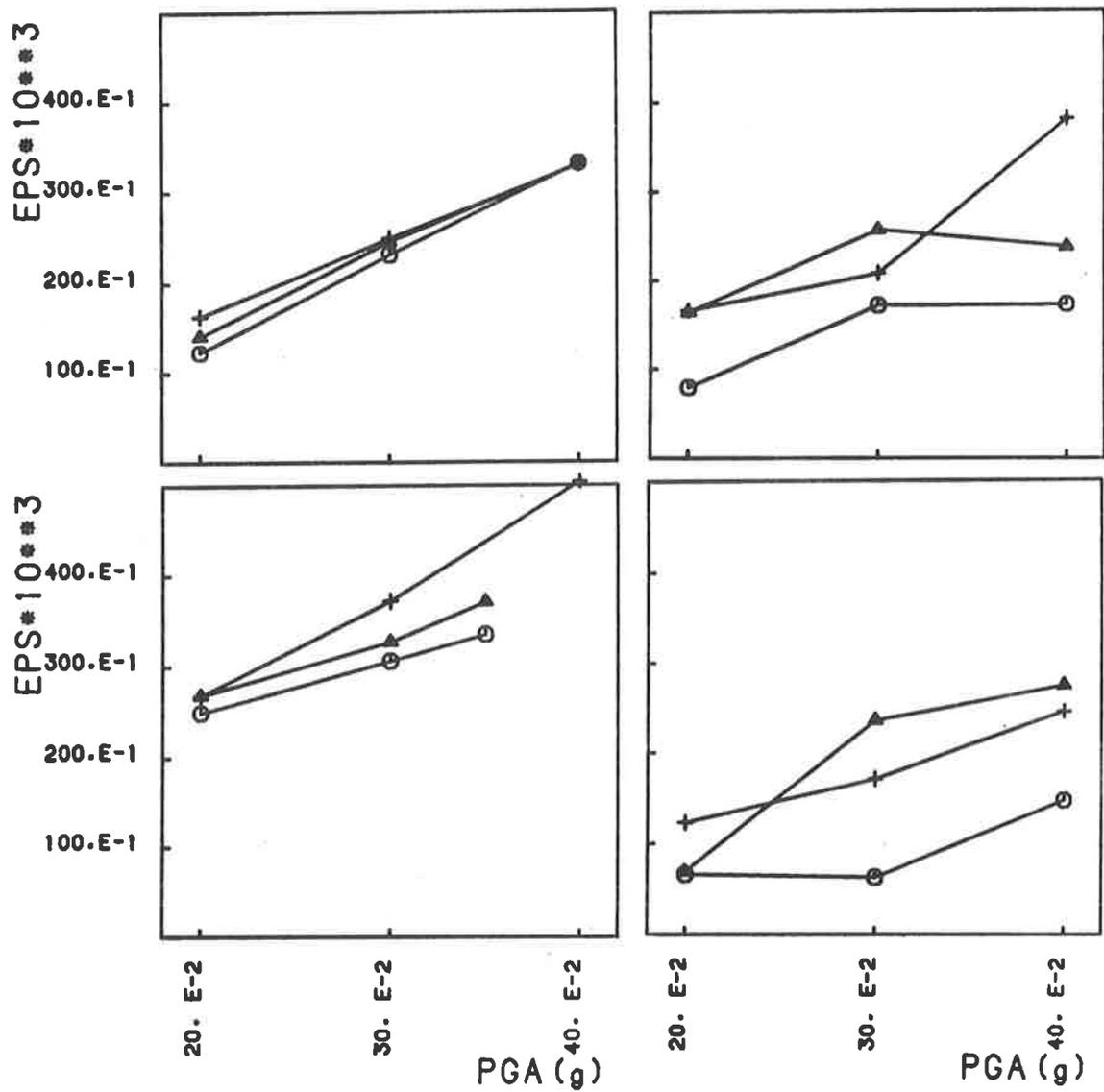


Fig.14 Deformazione unitaria massima nei cavi di precompressione al variare dell'intensita' sismica per H = 3 m. a sinistra, per H = 6 m., a destra.  
 In alto: C.A.P.P., in basso: C.A.P.  
 Croce : Sigma tiro = 12.000 Kg/cmq.  
 Triangolo: Sigma tiro = 8.000 Kg/cmq.  
 Cerchio : Sigma tiro = 4.000 Kg/cmq.



CONSIDERAZIONI CRITICHE SUL PROBLEMA DELLA SICUREZZA ALLA FATICA DI TRAVI IN  
CEMENTO ARMATO PARZIALMENTE PRECOMPRESSO

E. F. Radogna

Ordinario di  
Tecnica delle Costruzioni  
Facoltà di Ingegneria.  
Università di Roma "La Sa-  
pienza".

A. L. Materazzi

dott. ing.  
I anno del Dottorato di ricerca  
in Ingegneria delle Strutture.

SOMMARIO

Il presente lavoro è diviso in due parti: la prima parte è dedicata all'analisi critica delle conoscenze attuali sul comportamento a fatica dell'acciaio e del conglomerato, alla caratterizzazione delle azioni dinamiche che provocano fatica, ai metodi in uso per effettuare la verifica delle sezioni resistenti di c.a. parzialmente precompresso nei confronti dello stato limite ultimo di fatica. Emerge dalla disamina che la verifica basata su tensioni di rottura per fatica ottenute in corrispondenza di due milioni di cicli non tiene conto della differenza di comportamento esistente fra l'acciaio delle armature ed il conglomerato: l'acciaio presenta un ben definito limite di durata illimitata a circa due milioni di cicli, mentre per il conglomerato tale limite non è stato determinato, almeno fino a venti milioni di cicli.

La seconda parte del lavoro è dedicata quindi alla messa a punto di un procedimento di analisi della sicurezza, con particolare riferimento alle sezioni di c.a. parzialmente precompresso, che tenga conto della differenza suddetta: ciò si ottiene agevolmente effettuando la verifica con riferimento alla durata limitata della vita di servizio, descrivendo i carichi ed i loro effetti mediante funzioni cumulative dette collettivi delle sollecitazioni, considerando le proprietà dei materiali direttamente per il tramite delle curve S - N ed adottando un opportuno criterio di danneggiamento.

Lo studio dei collettivi delle sollecitazioni è effettuato considerando i carichi variabili nel tempo in modo aleatorio come un processo stocastico ed adottando quindi i metodi che operano nel dominio delle frequenze.

Il lavoro si conclude con una applicazione numerica riferita ad un ponte a trave di c.a. parzialmente precompresso.

SUMMARY

This paper is divided into two parts: the first part deals with the critical analysis of the present knowledge on fatigue behaviour of steel and concrete, the modelling of dynamic actions which produce fatigue, the methods adopted to verify partially prestressed sections with reference to the U.L.S. of fatigue. Among other observations, the remark is made that the procedure of safety analysis based on two million cycles does not take into account the difference existing between steel and concrete: steel exhibits a well defined endurance limit more or less at two million cycles, for concrete, on the contrary, such a

limit is not known at least until twenty million cycles.

The second part deals with procedures of safety analysis which overcome these shortcomings, with special reference to partially prestressed sections.

The procedure proposed is based on the concept of the limited service life, it utilizes the so called "stress collective" in connection with the S - N curves, adopting a given damaging hypothesis. The analysis of stress collectives is performed on the basis of the stochastic process theory in the frequency domain. A numerical application of the proposed method is made by considering a partially prestressed bridge beam.

## 1. CONSIDERAZIONI INTRODUTTIVE

Come è noto, la rottura per fatica è la conclusione di un processo di danneggiamento progressivo dovuto a tensioni oscillanti, ripetute un gran numero di volte. L'aspetto singolare ed insidioso di tale fenomeno è quello di essere il solo stato limite ultimo determinato direttamente dai carichi di servizio.

Peraltro nel campo delle costruzioni di cemento armato e di cemento armato pre-compresso non risulta che le rotture per fatica occupino un posto significativo nelle statistiche degli incidenti alle strutture, al contrario di quanto avviene nelle costruzioni metalliche.

Per questa ragione le norme tecniche sul c.a. e sul c.a.p. dedicano poco spazio alla fatica e richiedono, quasi sempre, verifiche a fatica per il solo acciaio teso; documenti più recenti, come il Model Code 78 del CEB/FIP, prendono in considerazione anche la verifica a fatica del conglomerato compresso.

Per quanto riguarda la precompressione parziale, dopo un periodo iniziale di perplessità, derivante dalla eterogeneità e molteplicità delle realizzazioni costruttive, si è riconosciuto che l'impiego di armatura mista, in parte di acciaio da precompresso ed in parte di acciaio ad aderenza migliorata da c.a. ordinario, conferisca alla sezione resistente parzialmente precompressa un buon comportamento sotto carichi ripetuti. Ciò dipende dall'efficace controllo della fessurazione esplicito dalla armatura ordinaria, che deve essere disposta in prossimità del lembo teso, su uno o più strati esterni rispetto ai cavi post-tesi. La limitazione dell'ampiezza delle lesioni richiede di ridurre il valore della tensione nell'acciaio ordinario, operando nella stessa direzione della verifica a fatica, le cui tensioni ammissibili sono minori di quelle previste per carichi statici.

In attesa che anche in Italia vengano emanate norme tecniche che disciplinino l'impiego delle strutture parzialmente precomprese ad armatura mista, nel presente lavoro si esaminano e si discutono i metodi disponibili per effettuare le verifiche della sicurezza allo stato limite ultimo di fatica, con particolare riguardo al caso della precompressione parziale.

Una prima distinzione va fatta fra i materiali che hanno un limite di durata illimitata, come l'acciaio da cemento armato e da precompresso, e quelli che non l'hanno o per i quali tale limite non è stato ancora individuato, come il conglomerato cementizio. In tal caso si parla di verifiche a fatica per durata limitata, per svolgere le quali conviene approfondire la conoscenza delle curve cu-

mulative delle frequenze di realizzazione delle sollecitazioni (collettivo delle sollecitazioni). Un ulteriore affinamento delle procedure di analisi della sicurezza è offerto dall'impiego dei metodi statistici della meccanica strutturale.

Tale impostazione risulta anche particolarmente adatta a chiarire l'influenza che ha la scelta della combinazione di carico sull'esito della verifica a fatica, quando uno dei materiali non presenta una definita tensione di durata illimitata.

## 2. LA CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI SOTTOPOSTI A FATICA PER MEZZO DEI DIAGRAMMI S - N.

Tutte le informazioni sul comportamento a fatica dei materiali sono dedotte sperimentalmente: nella maggior parte dei casi si applicano cicli di tensione aventi ampiezza costante per tutta la durata della prova. I risultati di una singola prova sono espressi da tre numeri: la tensione massima e la tensione minima del ciclo ed il numero N di ripetizioni che ha determinato la rottura per fatica del provino. I risultati di più prove, eseguite tenendo costante la tensione media  $\frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$  e facendo variare l'ampiezza  $\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ , si rappre-

sentano sul piano S - N sotto forma di curve continue, ottenute per interpolazione dei valori sperimentali. Con il simbolo S si intende a volte l'ampiezza, a volte la tensione massima. In questo secondo caso sul diagramma S - N deve essere tassativamente annotato il rapporto  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ , detto anche coefficiente

di asimmetria, perchè le durate N della vita a fatica dipendono non solo dalla tensione massima ma anche da quella minima.

Dopo questi richiami di carattere generale, si svolgono alcune considerazioni integrative sull'acciaio e sul conglomerato cementizio.

### 2.1 ACCIAIO.

Nel caso dell'acciaio e dei materiali metallici in generale la prova di fatica più diffusa è quella di flessione su provino rotante: il provino, una barretta cilindrica calettata sull'albero di un motore elettrico a corrente continua, viene sollecitato mediante pesi da una distribuzione di momenti flettenti contenuti in un piano avente giacitura fissa, verticale.

Facendo ruotare il provino con velocità angolare costante intorno al proprio asse longitudinale, la tensione in un punto qualsiasi della circonferenza varia secondo la legge temporale  $\sigma = \frac{M}{J} R \cos \omega t$ .

Durante una rotazione completa si realizza in ciascun punto della sezione trasversale del provino un ciclo di tensione alterno simmetrico, avente tensione media nulla e ampiezza pari alla tensione massima. Il coefficiente di asimmetria del ciclo suddetto vale  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{-\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} = -1$ .

Lo scopo della prova è quello di determinare la durata della vita del provino in funzione della ampiezza del ciclo; tale durata è espressa nel modo più semplice per mezzo del numero totale N di giri, compiuti dal provino dall'inizio della prova fino alla rottura. E' importante notare che se si ripete la prova su

altri provini, mantenendo invariata la ampiezza del ciclo, si ottengono, di regola, valori diversi di  $N$ , uno per ciascun provino. Facendo variare la ampiezza del ciclo si ottengono, con la stessa procedura tante serie di punti, cioè di valori di  $N$ , allineati sulle correlative linee orizzontali a  $S = \text{cost}$ . Per arrivare a tracciare un diagramma continuo sul piano  $S - N$  occorre associare a ciascuna ampiezza  $S$  un unico valore di  $N$ . Dato che  $N$  può considerarsi come una variabile aleatoria, avente distribuzione normale su ogni livello  $S = \text{cost}$ , è possibile determinare, su ciascuno dei suddetti livelli, il valore di  $N$  associato ad un prefissato frattile e, quindi, tracciare la curva  $S(N)$  associata al frattile medesimo. Molto frequentemente i diagrammi  $S - N$  si riferiscono tacitamente al frattile 50%, ma la tendenza attuale della normativa è quella di riferirsi alle curve  $S - N$  relative al frattile 10% (v. Model Code 78) e di commisurare ad esse il coefficiente parziale di sicurezza  $\gamma_{\text{fat}} = 1,15$ .

Una caratteristica saliente degli acciai a basso tenore di carbonio, impiegati normalmente nelle costruzioni civili, è quella che la curva  $S - N$  tende ad un asintoto orizzontale: ad esso corrisponde un particolare valore dell'ampiezza del ciclo  $S = \sigma_{\text{max}}$ , al di sotto del quale non si hanno rotture per danneggiamento cumulativo, comunque elevato sia il numero di cicli applicato, (limite di fatica oppure limite di durata illimitata). Ai fini pratici il limite di fatica viene assunto pari al valore di  $S = \sigma_{\text{max}}$  che corrisponde alla durata di due milioni di cicli.

Si deve rilevare che nel campo delle costruzioni civili, nel quale i carichi permanenti sono una frazione non trascurabile del carico totale, le curve  $S - N$  relative ai cicli alterni simmetrici e, quindi, a tensione media nulla, sono poco significative. Sono necessarie le curve  $S - N$ , relative a cicli di carico asimmetrici, per ottenere le quali occorre applicare un precarico assiale al provino, mediante un pulsatore. Nel caso di cicli asimmetrici sull'asse verticale  $S$  si può riportare sia l'ampiezza che il valore massimo della tensione. Quando si riporta sull'asse della ordinata l'ampiezza dei cicli, le curve  $S - N$  si abbassano al crescere del precarico, cioè della tensione media; quando invece si riporta sulla ordinata la tensione massima, le curve  $S - N$  si abbassano al diminuire del precarico.

## 2.2 CONGLOMERATO CEMENTIZIO.

Nel caso del conglomerato cementizio non armato (plain concrete) le esperienze più esaurienti riguardano la sollecitazione pulsante (ciclo asimmetrico con coefficiente di asimmetria nullo o positivo) di compressione centrata. Con riferimento alla rappresentazione sul piano  $S - N$  non è stata dimostrata l'esistenza di un asintoto orizzontale, almeno fino a 20 milioni di cicli. Non si conosce quindi il limite di durata illimitata, senza escludere, peraltro, che esso possa esistere al di sotto della tensione  $0,50 f_c$ , che corrisponde a circa 10 milioni di cicli.

A due milioni di cicli la resistenza alla fatica è circa il 60% della tensione di rottura statica.

Anche per la tensione tangenziale di aderenza fra barre di acciaio e conglomerato si riscontra una diminuzione con l'aumento del numero di cicli di tensione pulsante: sempre con riferimento a 2 milioni di cicli, la tensione di aderenza si riduce a circa il 60% di quella statica.

Prima di concludere l'argomento, si ricorda che dalle curve S - N sovrapposte, relative a diversi valori del coefficiente di asimmetria si ricava un altro diagramma, relativo ad un valore prefissato di N, di solito due milioni, che mette in relazione la tensione media, in ascisse, con la tensione massima, in ordinata (diagramma di Goodman).

Diagrammi di questo tipo o similari ( $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{min}$  oppure  $\sigma_{max}$ , R) sono largamente presenti nelle normative, che prescrivono verifiche per un numero N di cicli assegnato.

### 3. LA CARATTERIZZAZIONE DELLE AZIONI DINAMICHE CHE PROVOCANO FATICA: METODI DI CONTEGGIO, CURVE CUMULATIVE DELLE FREQUENZE, SPETTRI DI POTENZA.

Si è visto che nelle prove di fatica dei materiali, i provini sono sottoposti ad eccitazione forzata con legge, di regola, sinusoidale. Invece le azioni dinamiche, effettivamente applicate alle costruzioni, presentano leggi temporali molto varie e complesse, in dipendenza dei fenomeni fisici che ne sono all'origine: transiti di autoveicoli, di treni, vento, moto ondoso, sisma, ecc.

Ai fini delle verifiche di sicurezza è sufficiente, in generale,

- a) utilizzare forze statiche "equivalenti,
- b) considerare opportuni frattili come valori caratteristici,
- c) applicare idonei coefficienti di ponderazione dei carichi, per caratterizzare le combinazioni di carico rare, frequenti, quasi permanenti, previste dalla norma.

Nel caso delle verifiche allo stato limite ultimo di fatica è necessario disporre di informazioni più dettagliate, per quanto riguarda il numero di ripetizioni di cicli di carico di data ampiezza, cioè la frequenza di realizzazione dei cicli medesimi.

La descrizione dei fenomeni variabili nel tempo si basa sulla registrazione di una data grandezza  $x_i(t)$ , osservata periodicamente, ad intervalli di tempo uguali, ovvero, in certi casi, con continuità. La rappresentazione grafica corrispondente, sul piano che ha per ascisse il tempo e per ordinata la misura della grandezza rilevata, fornisce la linea delle successioni naturali. I risultati di tale registrazione non sono, nella maggior parte dei casi, utilizzabili, ma devono essere sottoposti a procedimenti di riordino e di condensazione secondo criteri che dipendono dal tipo di applicazione che interessa.

Nel caso del rilevamento dei fenomeni vibratorii stocastici un problema caratteristico è quello della decomposizione della registrazione in cicli elementari di data ampiezza per poterli contare e classificare.

Queste elaborazioni si avvalgono di tecniche numeriche di conteggio, che possono essere dei seguenti tipi:

- peak counting, determinazione della distribuzione dei picchi;
- level crossing, conteggio del superamento di un livello prefissato;
- rainflow counting, decomposizione del segnale in cicli di frequenza diversa.

I risultati sono, in genere, presentati nelle seguenti forme:

- distribuzione delle frequenze dei valori di picco;
- distribuzione delle frequenze dei conteggi "rainflow";
- distribuzione delle frequenze dei "levelcrossing".

A volte, per motivi di ordine economico, la elaborazione numerica dei dati acquisiti avviene in tempo reale e i dati non vengono conservati nella loro sequenza temporale.

In tal caso le informazioni disponibili risultano finalizzate, in modo rigido, al loro impiego in un modello matematico, che deve essere già completamente definito all'atto della rilevazione.

In effetti, uno dei più importanti procedimenti di riordino è quello che porta alla costruzione della linea delle frequenze, diagramma sulle cui ascisse si riportano i valori della grandezza misurata, di solito disponendoli in successione crescente; l'asse delle ascisse è diviso in intervalli (classi) ai quali si fanno corrispondere, sull'asse delle ordinate, le frequenze, cioè il numero delle volte che i valori della grandezza misurata  $x_i(t)$  sono stati osservati nell'intervallo considerato.

Un passo ulteriore e, spesso, definitivo nel lavoro di elaborazione è rappresentato dalla linea delle frequenze cumulate: sull'asse delle ascisse si riporta la stessa successione crescente dei valori misurati  $x_i(t)$  e per ogni valore prefissato  $x_1$  si riporta sulle ordinate la somma delle frequenze di tutti i valori  $x_i$  minori o uguali di  $x_1$ , ottenendo la distribuzione delle frequenze cumulate dal basso.

In alcune applicazioni, come nell'idrologia e nella fatica, si preferisce associare al generico valore  $x_1$  la somma delle frequenze di tutti i valori di  $x_i$  maggiori o uguali di  $x_1$ , ottenendo la linea delle frequenze cumulate dall'alto. Nella idrologia la curva della durata è un esempio di tale rappresentazione.

Nel campo della fatica il Prof. Gassner ha introdotto l'uso di diagrammi detti "collettivi delle sollecitazioni" (Beanspruchungskolletive), che sono curve delle frequenze cumulate dall'alto delle sollecitazioni  $S$ .

Poichè nel caso di cicli di sollecitazioni ripetute la frequenza cumulata è espressa dal numero totale di cicli  $N$  per i quali la sollecitazione  $S$  è maggiore o uguale di un dato valore  $S$ , i collettivi della sollecitazione si rappresentano sullo stesso riferimento cartesiano delle curve  $S - N$ , come si vede dalla fig. 1

I collettivi delle sollecitazioni hanno un ruolo determinante nelle verifiche di fatica a durata limitata, come si vedrà nel par. 7.

Va sottolineato che il collettivo delle sollecitazioni è basato sul rilevamento sperimentale delle tensioni, per il tramite delle deformazioni, e non su quello delle azioni applicate. Ciò dipende dal fatto che la deduzione delle tensioni effettive, in base ai carichi, è molto problematica e che il carattere localizzato della crisi per fatica richiede la conoscenza delle tensioni effettive, tenuto conto di eventuali fattori di concentrazione e di amplificazione.

Anche la deduzione del numero dei cicli delle tensioni da quello dei cicli di carico risulta non semplice quando ci si riferisce ai casi reali di eccitazione delle strutture.

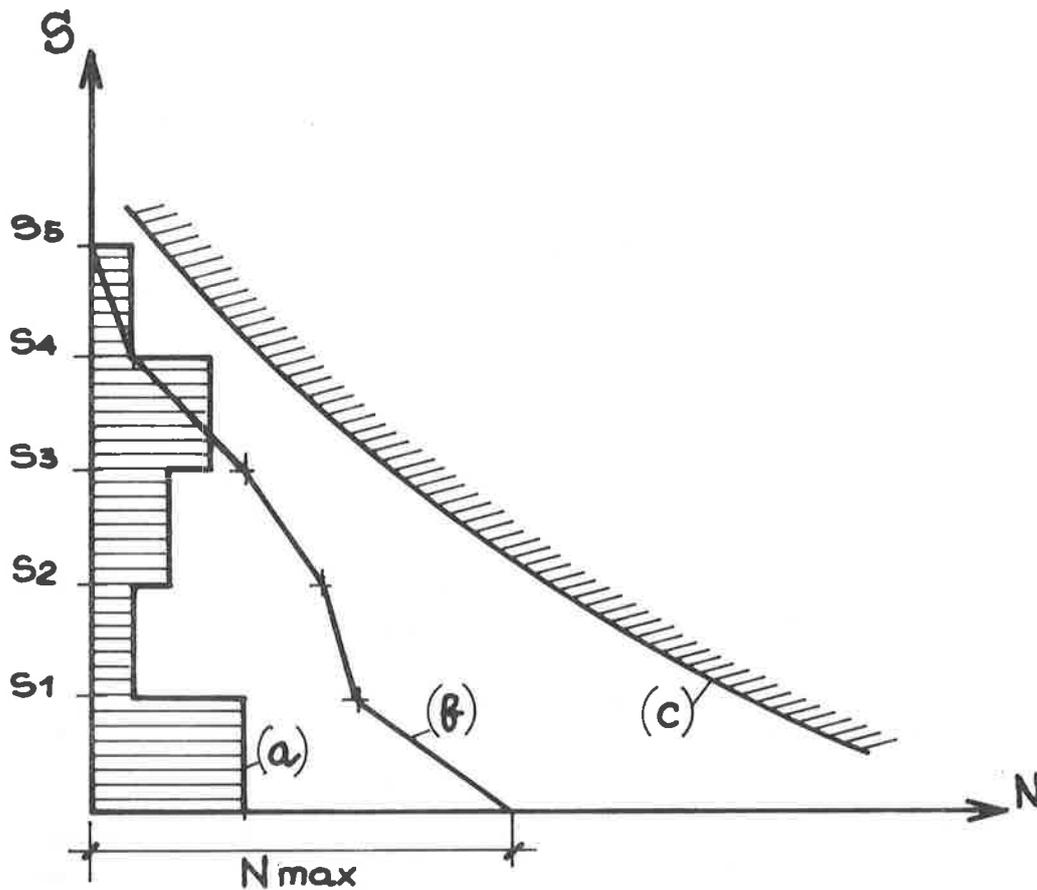


Fig. 1 - (a) istogramma delle frequenze  
 (b) linea delle frequenze cumulate dall'alto  
 (Beanspruchungskolletive)  
 (c) curva S-N del materiale

Un importante perfezionamento rispetto al metodo dei collettivi delle tensioni, reso possibile in tempi più recenti dallo sviluppo del calcolo automatico, consiste nella determinazione dello spettro di potenza sperimentale del segnale. Tale tecnica che passa attraverso il calcolo preliminare della funzione di autocorrelazione e prosegue con l'utilizzo di procedure di calcolo ormai ben consolidate, come la Trasformata Rapida di Fourier (F.F.T.), è particolarmente adatta ad essere applicata su rilevazioni digitali.

Questo procedimento risulta piuttosto oneroso, in quanto generalmente, non può essere eseguito in tempo reale ed inoltre, affinché si ottengano risultati utili, sono necessarie registrazioni di dati piuttosto lunghe.

Lo spettro di potenza così determinato viene utilizzato, ai fini della verifica a fatica, dai procedimenti esposti nei paragrafi 6 e 7.

Giova in proposito formulare le seguenti osservazioni integrative:

- a) occorre determinare la durata della rilevazione in modo da ottenere un campione sufficientemente rappresentativo di un processo stazionario, durata che, per molte applicazioni, coincide con un periodo di un anno;
- b) occorre, nel corso della elaborazione, determinare il valore medio del segnale allo scopo di decomporre il processo stocastico in una parte deterministica, costituita dal valore medio e che non dà contributo alla fatica, e da una parte puramente aleatoria;
- c) occorre determinare la durata complessiva della parte puramente aleatoria, come frazione della durata totale, al fine di valutare, nell'ambito della vita di servizio dell'opera, la durata del processo di danneggiamento.

#### 4. LA VERIFICA A FATICA DELLE SEZIONI PARZIALMENTE PRECOMPRESSE PER UN NUMERO DI CICLI PREFISSATO AD AMPIEZZA E FREQUENZA COSTANTI.

Il procedimento di verifica a fatica delle sezioni di c.a. parzialmente precompresso costituisce una estensione di quello classico, relativo al cemento armato già noto nel metodo delle tensioni ammissibili.

Poichè i carichi ripetuti un gran numero di volte sono quelli di esercizio, la analisi delle tensioni è svolta, con ragionevole approssimazione, in campo elastico.

A differenza della realtà, si suppone che i carichi ripetuti varino mantenendo costante l'ampiezza per un numero di cicli convenzionale, pari a 2 milioni. Si osserva in proposito che nel metodo delle tensioni ammissibili la verifica prevede una unica combinazione di carichi "permanenti + accidentali massimi" disposti nel modo più gravoso per la sezione in esame, mentre nel metodo agli stati limite va considerata la combinazione dei carichi permanenti con i carichi accidentali frequenti.

Entrambi i metodi si fondano sulla esistenza di un limite di fatica per gli acciai, che corrisponde infatti all'incirca alla tensione a due milioni di cicli.

Per quanto riguarda il conglomerato cementizio, si rileva che nel metodo delle tensioni ammissibili le norme non richiedono, esplicitamente, di verificarlo, mentre ciò è previsto nel Model Code 78 del CEB.

Poichè, come si è visto in precedenza, non è stato trovato per il conglomerato un vero e proprio limite di fatica nemmeno per 20 milioni di cicli, la verifica richiesta anche per il conglomerato con riferimento alla tensione corrispondente a 2 milioni di cicli non può che avere un carattere convenzionale, che deve essere correlato al livello di sollecitazione utilizzato per la combinazione di carico prescelta per la fatica.

Da questo punto di vista la combinazione "rara" è certamente più cautelativa di quella "frequente" a parità di due milioni di cicli.

Per tenere conto della tensione media si adottano i diagrammi di Goodman a 2 milioni di cicli.

La verifica consiste nel calcolare le oscillazioni di tensione  $\Delta\sigma$ , dovute ai carichi esterni, nel ricavare dai diagrammi di Goodman le corrispondenti oscillazioni  $\Delta\sigma_R$ , per le quali si verifica la rottura e nel calcolare per tutti e tre i materiali costitutivi i valori dei coefficienti parziali di sicurezza

$$\gamma_c = \frac{\Delta\sigma_{cR}}{\Delta\sigma_c}; \quad \gamma_s = \frac{\Delta\sigma_{sR}}{\Delta\sigma_s}; \quad \gamma_{sp} = \frac{\Delta\sigma_{spR}}{\Delta\sigma_{sp}}$$

Ciascuno dei tre coefficienti di sicurezza deve essere superiore al valore minimo prescritto dai regolamenti.

Il procedimento suddetto non consente di tenere conto di cicli di carico di ampiezza variabile: a tale scopo occorre operare direttamente sui diagrammi S - N ed adottare un criterio di danneggiamento cumulativo.

Nell'approccio probabilistico, secondo il quale i carichi variabili sono considerati processo stocastico, e quindi di ampiezza variabile in modo aleatorio, solo quest'ultima procedura è applicabile, come sarà più dettagliatamente illustrato nei paragrafi 6. e 7.

## 5. MODELLI PROBABILISTICI DELLA CURVA S - N DEI MATERIALI.

La formulazione più generale delle proprietà statistiche della curva S - N consiste nell'assegnare una funzione di distribuzione congiunta delle due variabili aleatorie S ed N.

$$P ( S < s; N < n ) = F ( s, n )$$

Questa distribuzione può essere rappresentata nel piano S, N da una famiglia di curve  $F ( s, n ) = \text{cost}$ , ciascuna delle quali corrisponde ad una particolare probabilità di frattura.

Questa famiglia di curve è costituita dalle curve di livello della funzione di distribuzione.

Sezionando la funzione di distribuzione secondo piani perpendicolari agli assi N ed S si ottengono rispettivamente le distribuzioni condizionate  $F ( s/n )$  ed  $F ( n/s )$  e cioè le probabilità  $P ( S < s/N = n )$  e  $P ( N < n/S = s )$ .

Per ricavare queste distribuzioni si assume che la frattura per fatica cominci dalla frattura del più debole aggregato di grani nel materiale (elementi primari) e che tale aggregato possieda una sua propria funzione  $F_0 ( s/n )$ . La corrispondente distribuzione del solido  $F ( s/n )$  è legata a quella degli elementi primari:

$$F ( s/n ) = 1 - [ 1 - F_0 ( s/n ) ]^{k\omega}$$

in cui k è il numero di elementi per unità di superficie ed  $\omega$  è la superficie del corpo, nella ipotesi che gli elementi situati sulla superficie siano responsabili dello sviluppo della frattura.

Detta  $S_0 ( n )$  la resistenza minima degli elementi primari, funzione del numero n di cicli di carico, approssimiamo la funzione  $F_0 ( s/n )$  con il suo sviluppo in serie di Taylor, arrestato al termine di ordine  $\alpha(n)$ :

$$F_0 ( s/n ) \simeq c ( n ) [ s - s_0 ( n ) ]^{\alpha(n)}$$

in cui c ( n ) è un numero reale e  $\alpha(n)$  è un numero intero.

Poichè  $k\omega$  è molto grande:

$$\begin{aligned} [1 - F_0(s/n)]^{k\omega} &= e^{\{-c(n)k\omega[s - s_0(n)]\}^{\alpha(n)}} \\ F(s/n) &= 1 - e^{\{-c(n)k\omega[s - s_0(n)]\}^{\alpha(n)}} \end{aligned}$$

Questa distribuzione è anche nota come distribuzione di Weibull.

Si può porre poi:

$$c(n) \cdot k = \frac{1}{\omega_0 [S_c(n) - S_0(n)]^{\alpha(n)}}$$

in cui  $\omega_0$  è la superficie del campione e  $S_c(n)$  è una grandezza avente dimensioni di tensione, caratteristica del campione.

Quindi si ha:

$$F(s/n) = 1 - e^{\left\{-\frac{\omega}{\omega_0} \left[ \frac{S - S_0(n)}{S_c(n) - S_0(n)} \right]^{\alpha(n)}\right\}}$$

Per utilizzare questa distribuzione occorre specificare le funzioni  $S_0 = S_0(n)$ ;  $S_c = S_c(n)$ ;  $\alpha = \alpha(n)$ .

Questo si può fare assegnando la curva di fatica dell'elemento primario, ad esempio nella forma seguente:

$$n = n_0 + (n_c - n_0) \cdot \left( \frac{S_{nc} - S_0}{S - S_0} \right)^m$$

dove  $n_0$ ,  $n_c$ ,  $S_{nc}$  ed  $m$  sono v.a. con densità di probabilità congiunta:

$$f(n_0, n_c, S_{nc}, m)$$

in cui  $S_{nc}$  è il valore della resistenza dell'elemento primario sotto  $n_c$  cicli di carico,  $n_0$  è il valore del numero di cicli al di sotto del quale non si presentano fenomeni di fatica ed  $S_0$  è la resistenza minima.

In via semplificativa si può supporre che  $n_0$ ,  $n_c$  ed  $m$  siano costanti e solo  $S_{nc}$  sia una v.a. con distribuzione  $F_{nc}(S_{nc})$ .

Evidentemente per l'elemento primario  $F_{nc}(S_{nc}) = F_0(S/n_c)$

Si ricava poi:

$$S_{nc} = (S - S_0) \cdot \left( \frac{n - n_0}{n_c - n_0} \right)^{1/m}$$

$$F_0(S/n) = F_{nc} \left[ (S - S_0) \cdot \left( \frac{n - n_0}{n_c - n_0} \right)^{1/m} \right]$$

Approssimando questa funzione col primo termine del suo sviluppo in serie:

$$F_0(S/n) \simeq c \cdot (S - S_0)^{\alpha} \left( \frac{n - n_0}{n_c - n_0} \right)^{\alpha/m}$$

si giunge alla espressione asintotica di  $F(S/n)$ :

$$F(S/n) = 1 - e^{\left\{ -\frac{\omega}{\omega_0} \left( \frac{S - S_0}{S_c - S_0} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{n - n_0}{n_c - n_0} \right)^\beta \right\}}$$

ove  $\beta = \alpha/m$

Utilizzando questa espressione è possibile ottenere una famiglia di curve di fatica  $S = S(n)$  corrispondenti a valori assegnati della probabilità di frattura.

Ponendo  $p = F(S/n)$ , si perviene, infine, alla ricercata curva di fatica:

$$\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \left( \frac{S - S_0}{S_c - S_0} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{n - n_0}{n_c - n_0} \right)^\beta = -\ln(1-p)$$

$$S = S_0 + (S_c - S_0) \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/\alpha} \cdot \left( \frac{n_c - n_0}{n - n_0} \right)^{\beta/\alpha} \cdot \left[ -\ln(1-p) \right]^{1/\alpha}$$

Pregio della precedente trattazione è quello di non richiedere alcuna descrizione della propagazione dei difetti interni, di cui si postula solo la esistenza.

## 6. MODELLI PROBABILISTICI DELLE AZIONI VARIABILI

Tenuto conto di quanto detto nel paragrafo 3, appare naturale schematizzare le azioni applicate come processi stocastici e cioè come insiemi di funzioni del tempo e dello spazio di forma non nota.

La risposta strutturale è anch'essa un processo stocastico, in particolare un processo continuo in tempo continuo.

Con l'obiettivo di studiare il processo di risposta strutturale in una prefissata sezione, anche il processo di input si può, in prima approssimazione, considerare continuo ed in tempo continuo, ed inoltre dipendente solo dal tempo. Nel caso che le funzioni di distribuzione non dipendano dal tempo, il processo si dice stazionario e si potrà supporre che questa proprietà sia verificata nei processi di carico.

Il processo di carico  $x(t)$  viene caratterizzato da alcune informazioni di natura statistica: le funzioni di distribuzione del primo e del secondo ordine, il valor medio, l'autocorrelazione e lo spettro di potenza.

Le informazioni relative allo spettro di potenza ed alle funzioni di distribuzione debbono provenire da misure sperimentali, con le modalità indicate nel paragrafo 3.

Considerando la struttura sottoposta al carico variabile come un sistema lineare a parametri costanti nel tempo la sua risposta al processo di input  $x(t)$  sarà anche essa un processo stocastico stazionario  $y(t)$ .

Lo spettro di potenza di input è costituito da una matrice quadrata  $S_x(\omega)$  avente dimensioni pari al numero di gradi di libertà della struttura. Lo stesso accade per lo spettro di output  $S_y(\omega)$ .

Come è noto tra lo spettro di potenza di input e quello di output esiste la relazione:

$$\underline{S}_y(\omega) = \underline{H}(-\omega) \underline{S}_x(\omega) \underline{H}(\omega)$$

in cui  $H(\omega)$  è la risposta in frequenza della struttura ed ha dimensioni che dipendono dalle dimensioni delle grandezze  $y(t)$  ed  $x(t)$  che esso collega. In genere  $y(t)$  sarà un processo di caratteristiche di sollecitazione. Il passaggio alle tensioni verrà fatto, in via approssimata, secondo i metodi classici della teoria del cemento armato.

7. LA VERIFICA A FATICA DELLE SEZIONI PARZIALMENTE PRECOMPRESSE SOTTOPOSTE A CICLI DI CARICO DI AMPIEZZA E FREQUENZA VARIABILI, PER UNA DURATA PREFISSATA DELLA VITA DI SERVIZIO.

A causa del filtraggio esercitato dalla struttura ogni componente della matrice  $S(\omega)$  può essere considerata rappresentativa di un processo a banda stretta  $y_i(t)$ .

Ogni ciclo del processo di output  $y_i(t)$  infligge al materiale un incremento di danno. Per studiare il fenomeno occorre disporre di un criterio di sovrapposizione dei vari danneggiamenti elementari.

Un criterio frequentemente adottato è quello proposto da Palmgren e Miner, che ipotizza una sovrapposizione lineare del danno.

Secondo questa ipotesi quando  $n$  cicli di tensione di ampiezza costante  $S$  sono stati applicati al materiale, esso ha "consumato" una frazione della sua vita utile prima della rottura per fatica pari a  $n/N$  dove  $N$  è il numero di cicli al quale avverrebbe la rottura per fatica sotto un carico alternato di ampiezza costante  $S$ .

Si assume poi che il danneggiamento parziale a questo livello di carico possa essere semplicemente sommato ai danneggiamenti parziali dovuti ad altri livelli di carico per ottenere il danneggiamento totale.

Perciò se il campione è sottoposto a  $K$  gruppi di livelli di carico, ciascuno caratterizzato da una ampiezza  $S_i$  e da un numero di cicli di applicazione  $n_i$ ,

il danneggiamento totale è:

$$D = \sum_{i=1}^K \frac{n_i}{N_i}$$

Il campione si romperà non appena  $D$  avrà raggiunto l'unità.

E' da notare come questo criterio non tenga in alcun conto l'ordine di applicazione dei livelli di carico, ma comunque fornisca un semplice modello di comportamento che ha molte somiglianze con la situazione reale.

Passando ora ad applicare il criterio di Palmgren - Miner al processo  $y_i(t)$  delle tensioni, supponiamo di possedere la curva  $S - N$  per il materiale nella forma:

$$N = N(S)$$

valida per il voluto valore della probabilità di rottura.

Ogni singolo picco di tensione di ampiezza  $S$  causa un danno incrementale  $1/N(S)$ .

Detto  $\nu$  il valor medio della frequenza di  $y_i(t)$  e  $p(s)$  la densità di probabilità dei picchi, il danneggiamento dovuto a tutti i cicli di tensione aventi picchi compresi tra  $S$  ed  $S+dS$  è:

$$\frac{n(s)}{N(S)} = \nu T \frac{p(S)}{N(S)} dS$$

in cui  $T$  è la durata in secondi del processo  $y_i(t)$ .

Il valor medio del danno si ottiene sommando tutti gli infiniti contributi elementari di tensione compresi fra il valore di soglia  $S_0$ , il limite di fatica del materiale, e l'infinito.

Nel caso che il processo  $y_i(t)$  abbia media nulla e sia normale, cioè che la sua densità di probabilità sia gaussiana, i suoi picchi seguono la distribuzione di Rayleigh (fig. 2)

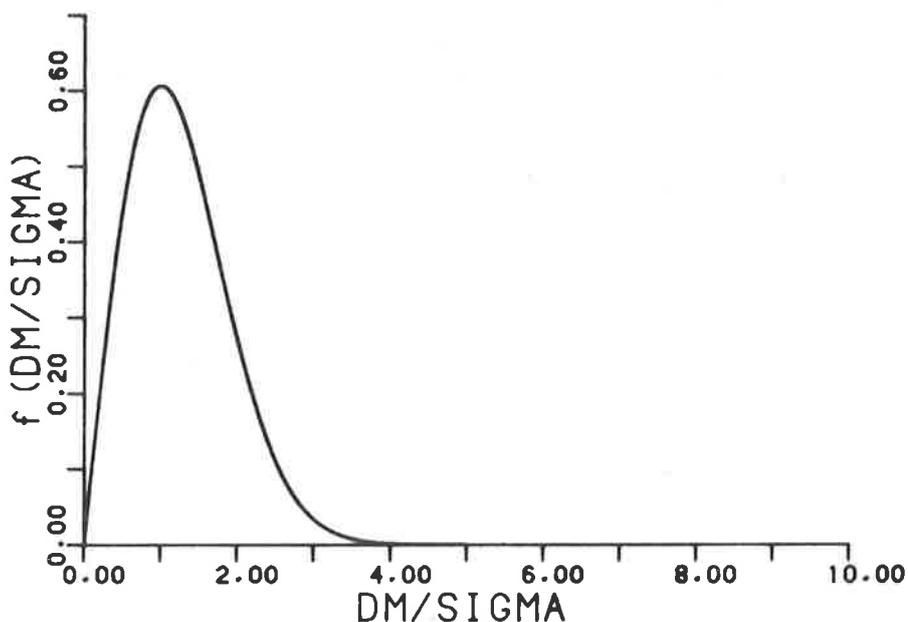


Fig. 2 - Funzione di distribuzione di Rayleigh

$$P(S) = \frac{S}{\text{var}(y_i)} \exp\left(-\frac{S^2}{2 \cdot \text{var}(y_i)}\right)$$

ed il valor medio della frequenza è:

$$\nu = \left( \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{y_i}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{y_i}(\omega) d\omega} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

E' possibile quindi ricavare, il valor medio del danno prodotto dal processo  $y_i(t)$ :

$$E[D_i(T)] = \frac{\omega_i}{2\pi} \cdot T \cdot \int_{S_0}^{\infty} \frac{S}{\text{var}(y_i)} \exp\left(-\frac{S^2}{2 \text{var}(y_i)}\right) \frac{dS}{N(S)}$$

Nel caso in cui il materiale non possieda limite di fatica, tutti i cicli di

tensione, comunque piccoli di ampiezza, contribuiscono al danno ed  $S_0$  è uguale a zero.

Questo procedimento viene ripetuto per tutti i gradi di libertà ed il danno  $t_0$  tale può essere ricavato cumulando i danni elementari, con le regole usuali della sovrapposizione modale.

La misura della sicurezza può essere effettuata determinando i moltiplicatori  $\gamma_c, \gamma_s, \gamma_{sp}$  dei carichi variabili in corrispondenza dei quali si raggiunge il danneggiamento unitario e nel controllare che essi siano non inferiori ai valori considerati ammissibili.

Una utile rappresentazione che si può ricavare da questa formulazione è quella dei collettivi modali delle tensioni. Difatti, ricordando che il collettivo di una grandezza è il numero di volte in cui quella grandezza viene superata, si ricava:

$$N_i = \nu \cdot T \cdot \exp \left( \frac{-S^2}{2 \text{ var } (y_i)} \right)$$

che è il collettivo associato alla coordinata generalizzata  $i$  della struttura. (fig. 3)

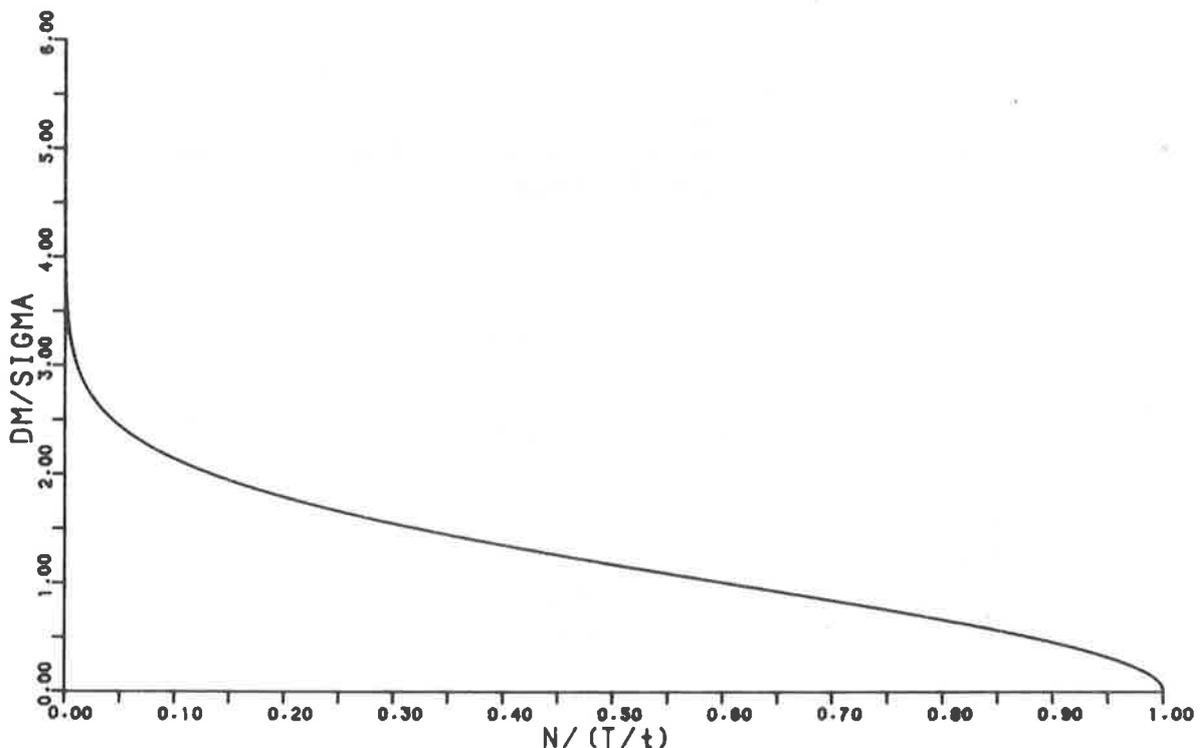


Fig. 3 - Collettivo delle sollecitazioni normalizzato: T è la durata del processo (in secondi) e t è il periodo proprio di vibrazione (in secondi)

## 8. APPLICAZIONE NUMERICA DEL CRITERIO DI VERIFICA A FATICA A DURATA LIMITATA NEL CASO DI UN PONTE DI C.A.P.P.

E' stato esaminato il caso di un ponte di 32 m di luce, realizzato con quattro travi in c.a.p.p. (fig. 4).

Lo schema statico della struttura è quello di trave semplicemente appoggiata. La precompressione, conferita mediante 3 cavi di 12 trefoli da 0,6" per trave, è stata proporzionata in modo che la decompressione della sezione si verifichi sotto una frazione del carico accidentale pari al 65% del valore massimo di progetto.

### 8.1 Determinazione del collettivo delle sollecitazioni nella sezione di mezzeria.

E' stato applicato il procedimento discusso nel paragrafo 7, nella ipotesi che il processo di carico abbia una durata di 10 anni. Con riferimento al sistema continuo elastico che rappresenta il ponte a trave appoggiata, si è eseguita una analisi modale e si è utilizzato, in prima approssimazione, il primo modo di vibrazione per valutare il valore atteso del numero di cicli in corrispondenza della sezione di mezzeria, che è risultato di circa  $50 \times 10^6$  cicli.

Si è poi determinato il collettivo  $\Delta M_{max}$ , delle oscillazioni di momento intorno al valor medio  $E(M)$ .

La varianza  $\sigma_{\Delta M}^2$  del processo  $\Delta M(t)$  è stata calcolata applicando le due condizioni seguenti:

$$a) \text{ Prob } \left\{ |\Delta M| > [M_{max, prog} - E(M)] \right\} \leq 0.05$$

$$b) \text{ Prob } \left\{ |\Delta M| > E(M) \right\} \leq 0.01$$

La prima condizione equivale a dire che  $M_{max, prog}$ , il momento massimo di progetto, è il frattile di ordine 0,95 della distribuzione statistica dei momenti e la seconda garantisce che il momento in mezzeria sia positivo con probabilità 0,99.

Per  $E(M)$  è stato assunto il valore del momento di decompressione:  $E(M) = M_q + 0.65 M_{max, prog}$  e per  $M_{max, prog}$  il valore prescritto dalle norme attuali.

Il collettivo così determinato è riportato in fig. 5

### 8.2 La verifica a fatica per una durata della vita di 10 anni.

Le tensioni nelle armature ordinarie, in quelle di precompressione e nel conglomerato sono state calcolate nel II stadio con le ipotesi della analisi elastica. Come di consueto si sono ritenute accettabili tali ipotesi, tenuto conto che i carichi applicati sono dell'ordine di grandezza di quelli di servizio.

Il danneggiamento è stato valutato applicando la regola di Palmgren - Miner con  $D = 1$  e sono stati determinati i moltiplicatori dei carichi  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$  e  $\gamma_{sp}$  per i tre materiali in corrispondenza dei quali si raggiunge il danneggiamento totale. Per il calcestruzzo è stata utilizzata la curva S - N - P proposta da McCall:

$$L = 1 - P = 10^{-0.0957 R^{3.32} (\log N)^{3.17}}$$

in cui  $R = S/R_{bk}$ , valida per una sollecitazione di flessione alternata.

Per l'acciaio presollecitato si è usato il legame S - N - P di Warner e Hulsbos:

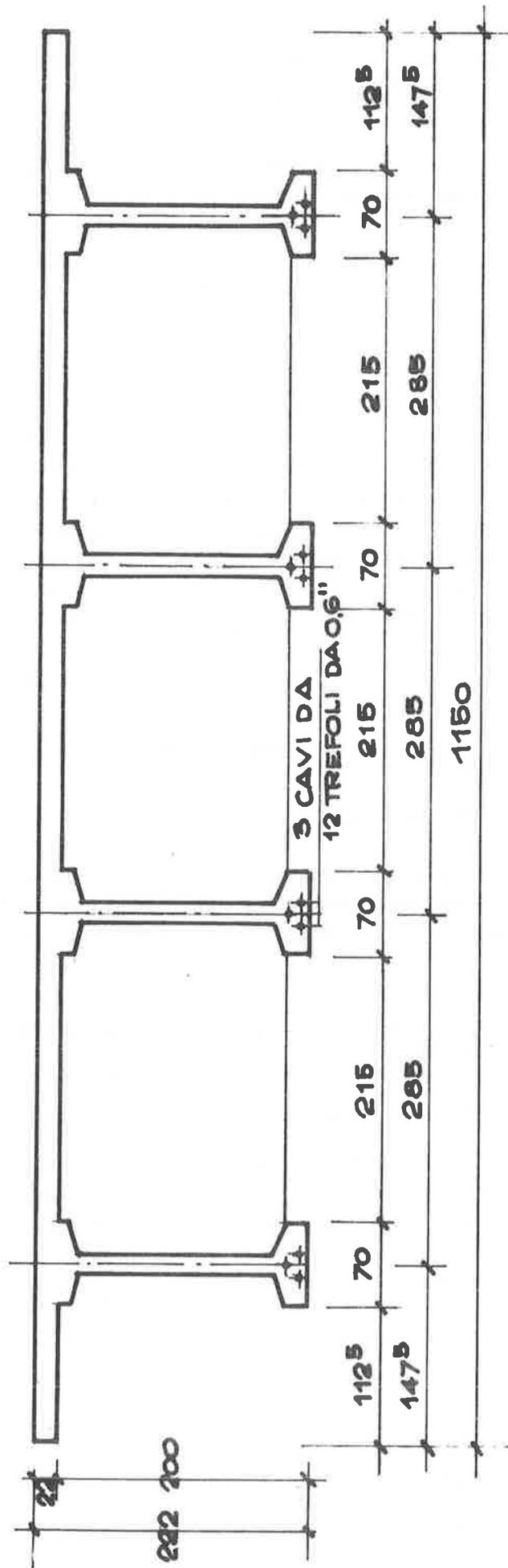


Fig. 4 - Sezione trasversale dell'impalcato

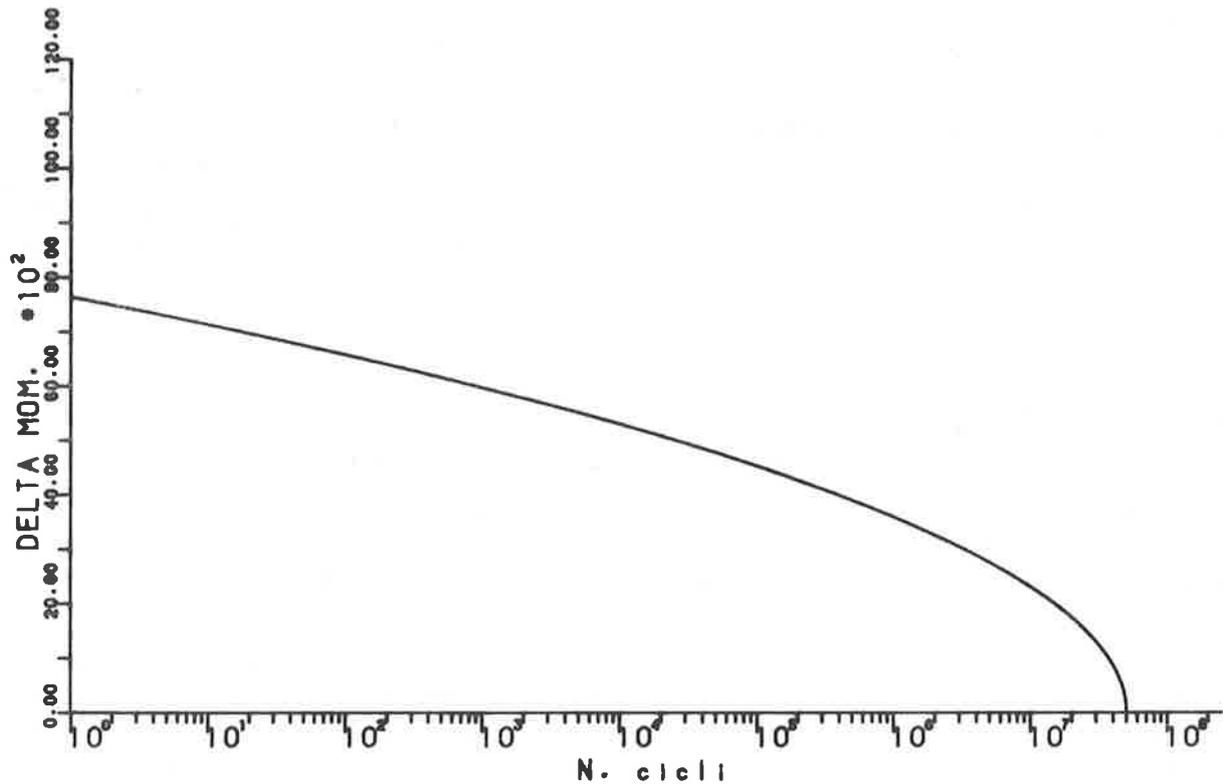


Fig. 5 - Collettivo delle sollecitazioni nella sezione di mezzeria.

$$E(\log N) = 1.4332/R + 5.5212 - 0.0486 R$$

$$R = S - S_L ; S_L = 0.8 S_{\min} + 23$$

per l'acciaio ordinario si è utilizzato il legame S - N proposto da Mac Gregor, Jhamb e Nuttall, con  $P = 0.50$ :

$$N \cdot R^{16} = 4.292 \cdot 10^{59}$$

$$\text{in cui } R = S - S_{\min} = S - 0.1 R_{sk}$$

Si è operato con un valore della probabilità di collasso  $P = 0.50$  e per i tre materiali si è trovato rispettivamente:

P	$\gamma_c$ (calc.)	$\gamma_{sp}$ (acc.presoll.)	$\gamma_s$ (acc.ord.)
0.50	1.73	1.25	1.02

Dall'esame dei risultati si rileva che la situazione del conglomerato delle travi principali è sostanzialmente favorevole mentre relativamente meno buona è quella dell'acciaio ordinario. Ciò si spiega facilmente tenendo presente le assunzioni fatte sul collettivo delle sollecitazioni nella zona compresa tra 0

e  $10^4$  cicli. In questa zona infatti i corrispondenti valori delle tensioni sono di poco superiori al limite di fatica ed incidono quindi sensibilmente nella formula di Palmgren - Miner.

Tali conclusioni non possono essere generalizzate agli altri elementi strutturali dell'impalcato - soletta e traversi - in quanto per essi è maggiore la percentuale del carico mobile rispetto a quello permanente ed è diverso, in particolare maggiore, il numero delle oscillazioni dovute al passaggio di carichi mobili.

## 9. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

I risultati di ricerche sperimentali svolte da circa dieci anni e le informazioni sul comportamento in servizio di ponti parzialmente precompressi, realizzati nei Paesi che ammettono la precompressione parziale, concordano nell'attribuire un giudizio positivo sulla resistenza a fatica di travi di c.a. parzialmente precompresso ad armatura mista.

Tale comportamento risulta simile a quello delle travi di c.a. normale, perchè la presenza delle armature ordinarie ad aderenza migliorata, disposte verso il perimetro della sezione rispetto ai cavi di precompressione, permette di controllare la fessurazione e di contenere la oscillazione delle tensioni nell'acciaio in limiti sicuramente accettabili.

A sua volta il buon comportamento alla fatica delle travi di c.a. normale esistenti sembra essere dovuto sostanzialmente alla adozione di una combinazione di carico molto severa, quella "rara".

La tendenza attuale della normativa, di sostituire la combinazione "rara" con quella "frequente" è senz'altro razionale, ma richiede particolare cautela nella precisazione dei collettivi delle tensioni e della durata convenzionale della vita a fatica delle strutture in c.a. e c.a.p., tenuto conto della attuale non provata esistenza del limite di durata illimitata per il conglomerato compresso e per l'aderenza acciaio - calcestruzzo.

Il procedimento proposto permette di valutare la durata limitata della vita a fatica di travi in c.a. parzialmente precompresso a partire dai collettivi delle sollecitazioni. Va segnalato che l'impiego dei collettivi delle sollecitazioni permette di superare il problema della definizione dei carichi frequenti e della loro combinazione, dal momento che ogni livello di tensione pulsante compare con la sua frequenza cumulata.

Le valutazioni numeriche effettuate con il metodo proposto, forniscono per ora indicazioni essenzialmente orientative, perchè si basano sull'impiego di collettivi "nominali" delle sollecitazioni, in attesa di poter utilizzare collettivi "regolamentari" dedotti da sistematiche campagne di rilevamenti su costruzioni esistenti aventi la medesima tipologia e soggette alle medesime condizioni di impiego.

La sperimentazione numerica continua considerando altre tipologie di travi da ponte in c.a. parzialmente precompresso.

## BIBLIOGRAFIA

1. ROS M. Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbeton-Bauweise, EMPA - Bericht Nr 162, Zurigo 1950.
2. ABELES P.W. Fatigue tests on partially prestressed concrete, IV Congress I.A.B.S.E. (Cambridge). Final Report pp. 463-467, 1952.
3. NORDBY G.M. Fatigue of concrete - A review of research. A. C. I. Journal, Aug. 1958, pp. 191 - 219.
4. MAC CALL J.T. Probability of fatigue failure of plain concrete, A.C.I. Journal, Aug. 1958, pp. 233-254.
5. FREUDENTHAL A.M. Prediction of fatigue failure, Journal of Applied physics, Vol. 31, Dec. 1960, pp. 2196- 2198.
6. CRANDALL S.H. (Editor) Random vibration, Vol. 2. The M.I.T. Press, Cambridge, 1963.
7. MURDOCK J.W. A critical review of research on fatigue of plain concrete, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Bulletin 475, 1965.
8. WARNER R.F., HULSBOS C.L. Fatigue properties of prestressing strand, P.C.I. Journal, Feb. 1966, pp. 32-52.
9. REEMSNYDER H.S. Service histories and laboratory testing, A.S.C.E. Journal of the Structural Division, Dec. 1968, pp. 2699-2711.
10. STALLMEYER J.E. Cumulative damage theories and application, A.S.C.E. Journal of the Structural Division, Dec. 1968, pp. 2739-2750.
11. WALKER W.H. Statistical methods in structural mechanics. Holden-Day, 1969.
12. BOLOTIN V.V. Lebensdaueranalyse bei unregelmässig schwankender Beanspruchung (random load fatigue). Atti del Kolloquium 22 April 1969. Institut für Festigkeit der Deutschen Forschungs und Versuchsanstalt für luft und Raumfahrt e. V., Mulheim/Ruhr. Fortschr. Ber. VDI-Z Reihe 5 Nr. 7.
13. AUTORI VARI Das ermüdungsverhalten des betons, Stand der Kenntnisse und Forschung, Beton Heft 5/Heft 6, 1970.
14. FREITAG W. Fatigue and breakdown of class III structures, Proc. of the Sixth Congress of the F.I.P., Prague, 1970, pp. 36-53.
15. BAUS R. Fatigue strenght of hot rolled deformed reinforcing bars, A.C.I. Journal, March 1971, pp. 169-179.
16. MAC GREGOR J.G. JHAMB I.C. NUTTAL N. La fatica nel cemento armato precompresso
- 16A CERADINI G. Considerazioni generali
- 16B RADOGNA E.F. Le esperienze
- 16C GIUFFRE' A. Analisi probabilistica della resistenza a fatica di una trave in cemento armato precompresso. A.I.C.A. - A.N.I.C.A.P., Convegno 1971, Trieste.
17. PAPOULIS A. Probabilità, variabili aleatorie e processi stocastici, Boringhieri, Torino, 1973.

18. RADOGNA E.F. Problemi speciali: la sicurezza nei confronti dei fenomeni di instabilità e di fatica. Atti delle Giornate A.I.C.A.P. 1973 - Firenze 25 - 26. Ottobre 1973.
19. RADOGNA E.F. Stato limite di rottura per fatica di travi di cemento armato parzialmente precompresso: considerazioni teoriche ed indagini sperimentali. Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, Università degli Studi di Roma, Pubbl. n. II-148, Roma, 1974.
20. HANSON J. Considerations for design of concrete structures subjected to fatigue loading, A.C.I. Journal, March 1974, pp. 97-121.
21. BALLINGER C.A. HAWKINS N.M. Fatigue design considerations for reinforcement in concrete bridge decks, A.C.I. Journal, Febr. 1976, pp. 104-115.
22. ANG A.H.S. Bases of the reliability approach to structural fatigue, Proc. of the 2nd ICOSSAR, Munich, 1977, pp. 97-114.
23. TEPFERS R. A study of the applicability to the fatigue of concrete of the Palmgren - Miner partial damage hypothesis, Magazine of Concrete Research, vol. 29, No 100, Sept. 1977.
24. FRIDEN C. GEORGSSON L. CEB - FIP Model Code 1978.
25. AUTORI VARI Structural safety and reliability, proc. of ICOSSAR '81, Trondheim, June 23-25, 1981.
26. AUTORI VARI Fatigue of steel and concrete structures, IABSE Colloquim, Lausanne 1982.

ANALISI ELASTO-PLASTICA DI TRAVI IN CEMENTO ARMATO PARZIALMENTE PRECOMPRESSO  
MEDIANTE LA TECNICA DEGLI ELEMENTI FINITI

E. F. RADOGNA

Ordinario di Tecnica delle Costruzioni  
Facoltà d'Ingegneria  
Università di Roma "La Sapienza"

G. VALENTE

Incaricato di Costruzioni di Ponti  
Facoltà d'Ingegneria  
Università dell'Aquila

SOMMARIO

Per l'armatura metallica si usano elementi finiti lineari con due nodi ed una legge delle tensioni del tipo elastica perfettamente plastica; per i cavi di precompressione si tiene conto dello stato di deformazione iniziale.

Per il calcestruzzo, si usano elementi finiti di tensione piana con quattro nodi e di tipo isoparametrico; una legge curvilinea per la compressione uniassiale; una legge elasto-fragile per la trazione uniassiale; un comportamento ortotropo per lo stato piano di tensione; si considera il dominio di resistenza del calcestruzzo per stati triassiali di tensione.

Si esegue un'analisi elasto-plastica incrementale di tipo statico modificando la matrice di rigidezza ad ogni passo di carico ed eseguendo iterazioni di equilibrio ad intervalli regolari degli incrementi di carico esterno.

Si analizzano numericamente alcune travi soggette a vari livelli di precompressione, le stesse travi erano già state oggetto di prove sperimentali ampiamente documentate. Si rileva un ottimo accordo fra i risultati sperimentali e gli analoghi numerici per quanto riguarda le leggi degli spostamenti, di deformazione e di sviluppo delle fessure.

SUMMARY

Truss elements and stresses law elasto-perfectly plastic are used for steel reinforcement; initial strains are taken into account for prestressing reinforcement. Isoparametric plane elements with four nodes are used for concrete; a nonlinear law for uniaxial compression; an elastic-brittle behaviour for uniaxial tension; an orthotropic stiffness matrix for the plane stress field; the failure domain for triaxial stresses is considered.

An incremental elastic-plastic analysis is performed by changing the stiffness matrix at each load step and the equilibrium iterations are accomplished at constant space of load steps.

Some beams with variable prestressing, already really tested, are analyzed with the proposed method.

A good agreement is remarked between experimental and numerical results regarding displacements, strains and cracks growth.

## 1. ANALISI STATICA NONLINEARE

Il procedimento di analisi nonlineare è sostanzialmente basato su una estensione dell'analisi lineare.

La stabilità numerica e la precisione sono molto più difficili da ottenere che nel caso dell'analisi lineare e dipendono da diversi fattori.

Nell'analisi dinamica è inoltre necessario usare metodi di integrazione numerica, che introducono ulteriori errori.

Il comportamento nonlineare globale deriva dalla nonlinearietà dei diagrammi di tensione dei due materiali acciaio e calcestruzzo, dalla possibilità di fessurarsi di quest'ultimo e dalla nonlinearietà geometrica della struttura.

Nel presente procedimento tutte le variabili statiche e cinematiche sono riferite alla configurazione assunta all'istante  $t$ , si tratta del cosiddetto "Updated Lagrangian Method".

Il carico agente sulla struttura viene applicato in maniera incrementale con passi di carico sufficientemente piccoli da ammettere una risposta incrementale lineare della struttura.

La matrice di rigidezza è riformata ad ogni passo di carico.

Al termine di ciascun incremento di carico si calcola una nuova matrice di rigidezza della struttura con riferimento alla configurazione raggiunta dalla struttura col passo precedente, e quindi si passa ad un nuovo incremento di carico.

Tuttavia, anche con tali accorgimenti, si manifestano inevitabilmente alcuni errori come illustrato nella seguente Fig.1.

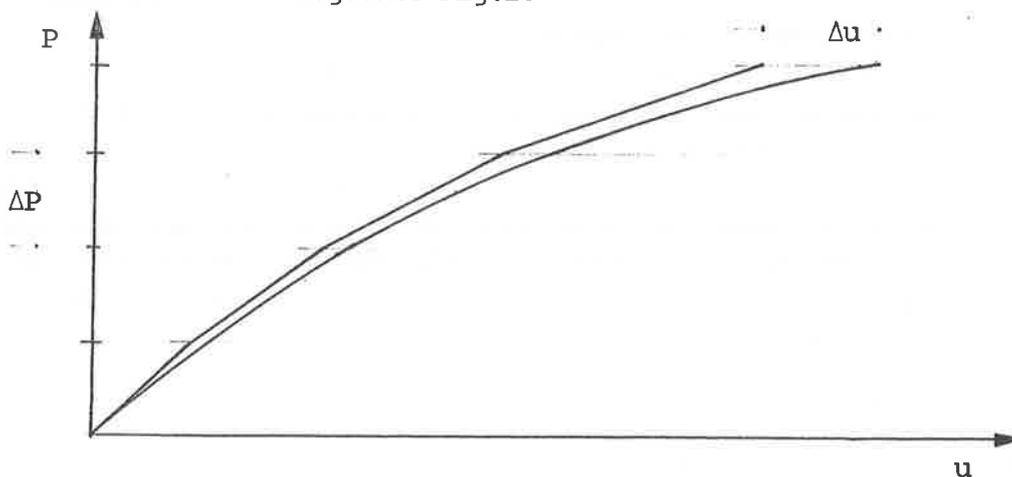


FIG.1 - Legge carico-deformazioni.

Una maniera per riassorbire gli scarti cinematici è quella di eseguire delle iterazioni di equilibrio nei nodi finché il carico squilibrato rientri entro limiti preassegnati.

Tale procedimento corrisponde al famoso metodo di Newton-Raphson con matrice di rigidezza variabile descritto in (II).

## 2. EQUAZIONI DI EQUILIBRIO.

Facendo riferimento alla nota (III), le equazioni incrementali nell'analisi statica nonlineare, per integrazione con tempo implicito, sono:

$$\underline{t}_{K} \underline{U} = \underline{t+\Delta t}_{R} - \underline{t}_{F} \quad (1)$$

dove valgono le notazioni seguenti:

$\underline{K}^t$  : matrice di rigidezza tangente al tempo  $t$ ;  
 $\underline{R}^{t+\Delta t}$  : vettore dei carichi esterni applicati all'istante  $(t+\Delta t)$ ;  
 $\underline{F}^t$  : vettore di forze nodali equivalenti alle tensioni all'istante  $t$ ;  
 $\underline{U}$  : vettore degli incrementi di spostamenti nodali dall'istante  $t$  all'istante  $(t+\Delta t)$ , cioè  

$$\underline{U} = \underline{U}^{t+\Delta t} - \underline{U}^t$$

La soluzione dell'Eq. (1) fornisce, in genere, un valore approssimato dell'incremento di spostamento  $\underline{U}$ .

Per migliorare l'accuratezza della soluzione ed in alcuni casi per prevenire lo sviluppo di fenomeni di instabilità numerica, può essere necessario usare iterazioni di equilibrio a passi di carico prescelti.

In questo caso, consideriamo le equazioni di equilibrio:

$$\underline{K}^t \underline{\Delta U}^i = \underline{R}^{t+\Delta t} - \underline{F}^{t+\Delta t, i-1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

dove:

$$\underline{U}^{t+\Delta t, i} = \underline{U}^{t+\Delta t, i-1} + \underline{\Delta U}^i \quad (3)$$

sono i valori approssimati degli spostamenti ottenuti nell'iterazione  $i$ -esima. La prima iterazione per  $i=1$  nell'Eq.(2) corrisponde alla soluzione dell'Eq.(1) dove:

$$\underline{\Delta U}^1 = \underline{U} \quad (4)$$

$$\underline{U}^{t+\Delta t, 0} = \underline{U}^t \quad (4')$$

$$\underline{F}^{t+\Delta t, 0} = \underline{F}^t \quad (4'')$$

Il vettore di forze nodali  $\underline{F}^{t+\Delta t, i-1}$  è equivalente alle tensioni dell'elemento nella configurazione corrispondente agli spostamenti:

$$\underline{U}^{t+\Delta t, i-1} \quad (4''')$$

Nel programma sono definiti tre distinti intervalli relativamente ai passi dei carichi esterni:

- di applicazione dei carichi esterni stessi;
- di riformazione della matrice di rigidezza;
- di esecuzione delle iterazioni di equilibrio.

### 3. SUDDIVISIONE IN ELEMENTI FINITI.

Sono fornite le coordinate globali XYZ di ciascun punto.

Si usano elementi tipo "truss" per l'acciaio capaci di sopportare solo sforzi normali; essi sono elementi monodimensionali con due nodi.

Si assume:

- elemento con area costante;
- comportamento del materiale elastico-perfettamente plastico come nella seguente Fig.2;
- capace di seguire gli spostamenti prodotti dalla fessurazione del calcestruzzo.

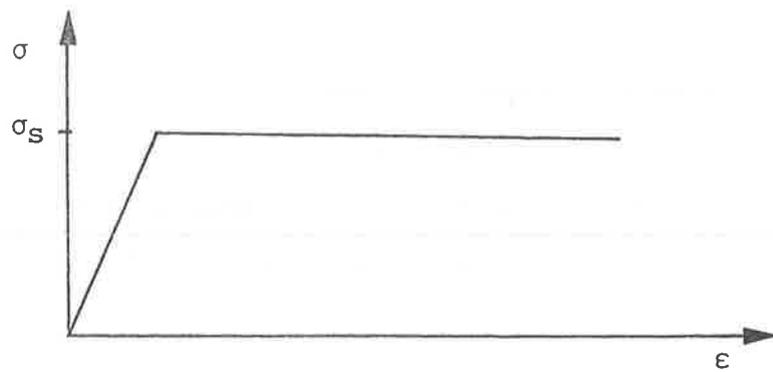


FIG.2 - Comportamento elastico-perfettamente plastico dell'acciaio.

Per il calcestruzzo, si usano elementi finiti piani isoparametrici con quattro nodi per stati di tensione piana.

Si assume che l'elemento giaccia nel piano Y-Z di coordinate globali come mostra to nella Fig.3.

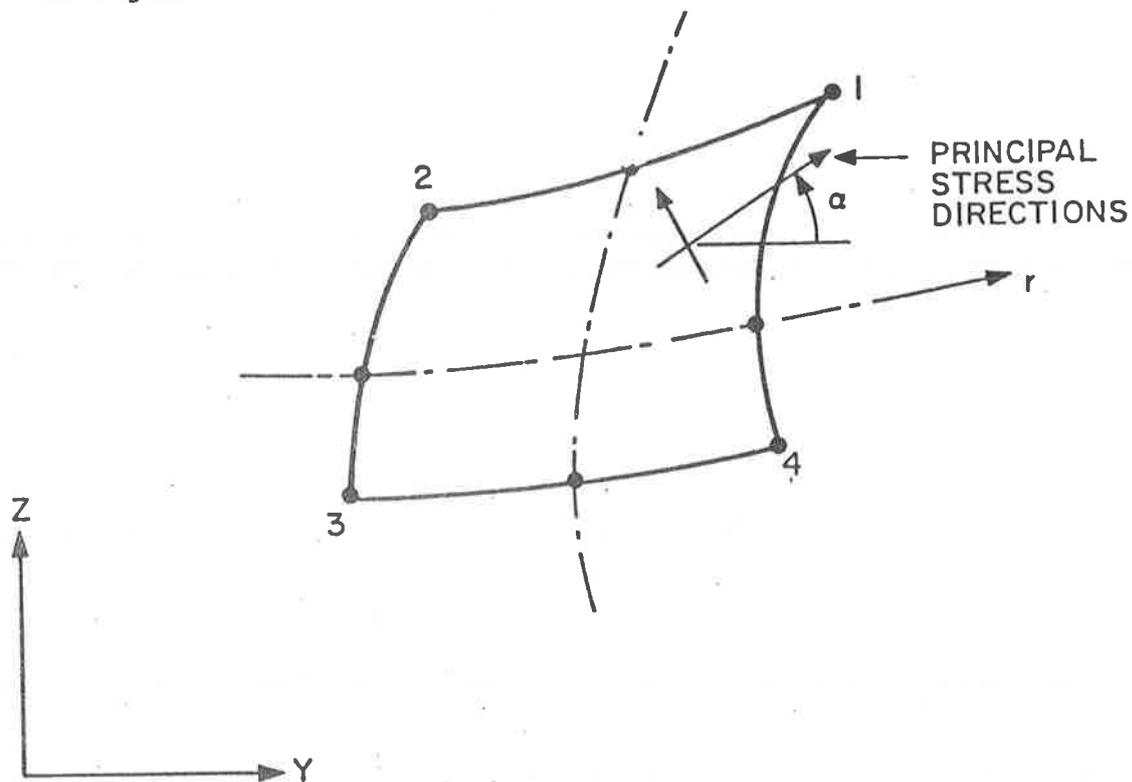


FIG.3 - Sequenza dei nodi per un elemento bidimensionale di calcestruzzo.

Le caratteristiche del calcestruzzo sono definite dai valori seguenti:

$E_0$  : modulo di elasticità iniziale;

$\nu$  : coefficiente di Poisson costante ed indipendente dallo stato di tensione;

$\sigma_t$  : tensione massima di trazione uniassiale;

$\sigma_c$  : tensione massima di compressione uniassiale;

$e_c$  : deformazione corrispondente a  $\sigma_c$ ;

$\sigma_u$  : tensione ultima di compressione uniassiale;

$e_u$  : deformazione corrispondente a  $\sigma_u$ ;

il cui significato é illustrato dalla seguente Fig. 4.

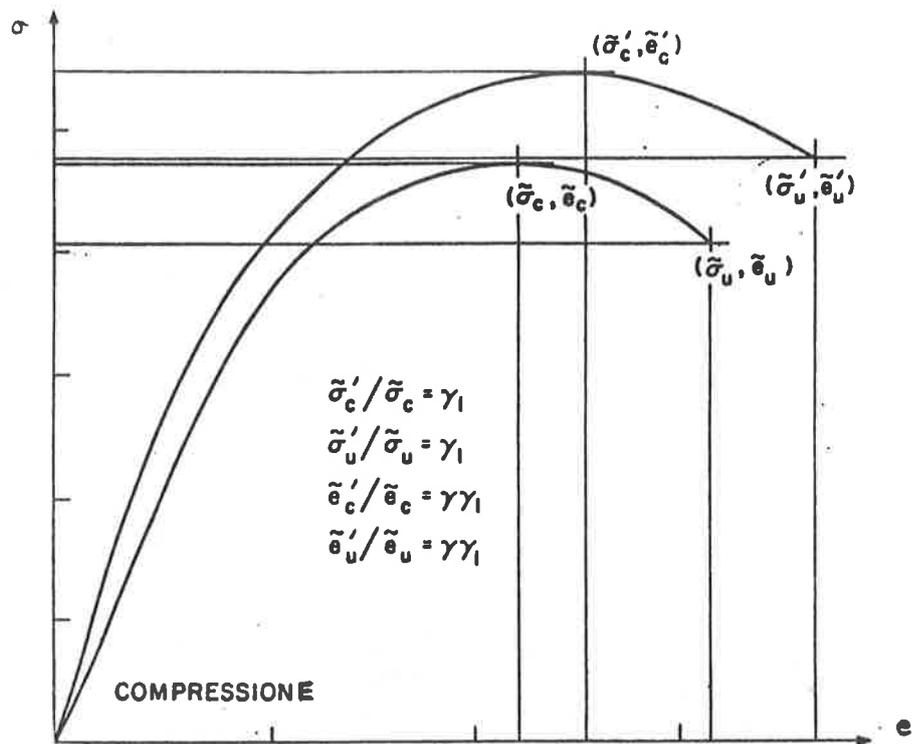


FIG.4 - Incremento dei parametri di resistenza del calcestruzzo soggetto ad uno stato di tensione composto.

Il modello usa la seguente funzione per approssimare il modulo di elasticità tangente in compressione:

$$t_E = \frac{E_0 [1 - B (t_e/e_c)^2 - 2 C (t_e/e_c)^3]}{[1 + A (t_e/e_c) + B (t_e/e_c)^2 + C (t_e/e_c)^3]^2} \quad (5)$$

dove:

$$A = [E_0/E_u + (p^3 - 2 p^2) E_0/E_S - (2 p^3 - 3 p^2 + 1)] / [(p^2 - 2 p + 1) p] \quad (6)$$

$$B = [(2 E_0/E_S - 3) - 2 A] \quad (7)$$

$$C = [(2 - E_0/E_S) + A] \quad (8)$$

Dai valori input

$$E_0, \sigma_c, e_c, E_S = \sigma_c/e_c, \sigma_u, e_u, E_u = \sigma_u/e_u, p = e_u/e_c$$

vengono calcolati i valori delle costanti  $A, B, C$ .

Si assume un comportamento elastico lineare del calcestruzzo soggetto a trazione uniassiale.

Il dominio di resistenza del calcestruzzo soggetto ad uno stato di tensione triassiale deve essere fornito mediante 24 punti come mostrato nella seguente Fig.5.

Tali punti sono ottenuti sezionando il dominio triassiale con i piani:

$$\begin{cases} \sigma_1/\sigma_c = \text{cost} \\ \sigma_2 = \sigma_3 \\ \sigma_2 = \beta \sigma_3 \quad (\beta = \text{cost}) \\ \sigma_2 = \sigma_1 \end{cases} \quad (9)$$

Nel caso di di uno stato di tensione triassiale, la compressione massima del calcestruzzo cresce mediante i coefficienti:

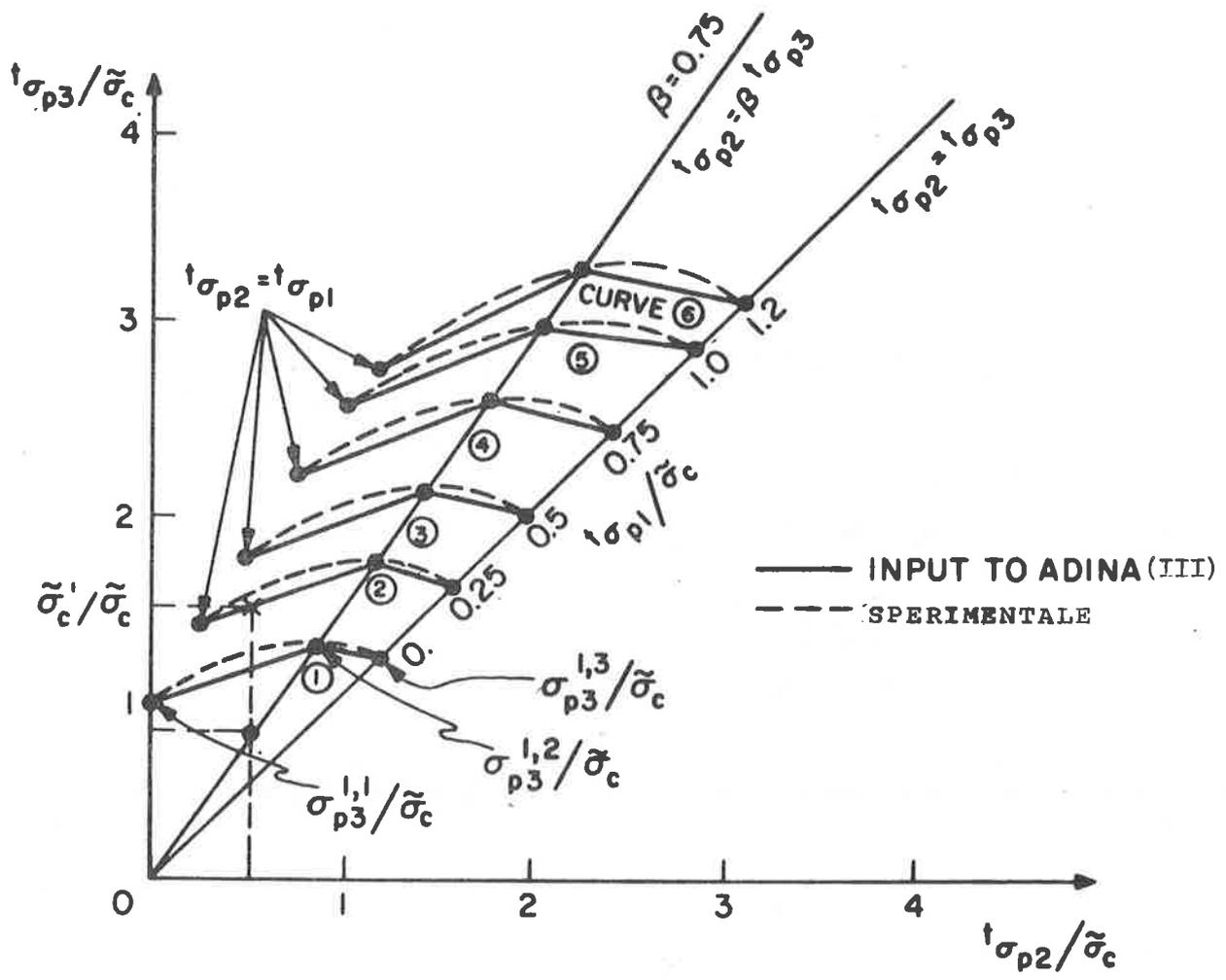


FIG.5 - Modello del dominio di resistenza triassiale del calcestruzzo.

$$\gamma_1 = \sigma'_C / \sigma_C = \sigma'_U / \sigma_U \quad (10)$$

$\gamma$  fornito come input.

La matrice di rigidità dell'elemento di calcestruzzo è ortotropa.

Per identificare se il materiale è in fase di carico o scarico ad un certo passo di carico, il programma calcola la funzione:

$$t_F = t_s + 3 \alpha t_{\sigma_m} \quad (11)$$

dove sono:

$$t_s = [t_{s_{ij}} \quad t_{s_{ij}}/2]^{1/2} \quad \text{l'attuale tensione equivalente;}$$

$$t_{s_{ij}} \quad \text{il tensore deviatore;}$$

$$t_{\sigma_m} = \sigma_{ij}/3 \quad \text{la tensione media.}$$

Se la massima tensione principale supera la tensione limite di trazione, viene definito un piano di fessurazione perpendicolare a tale tensione, come illustrato nella Fig.6.

Una volta che tale piano si sia formato, la rigidità normale a tale piano viene annullata se l'elemento è in fase di carico, e la rigidità tangente a tale piano viene ridotta mediante il coefficiente SHEFAC che tiene conto del fenomeno di ingranamento.

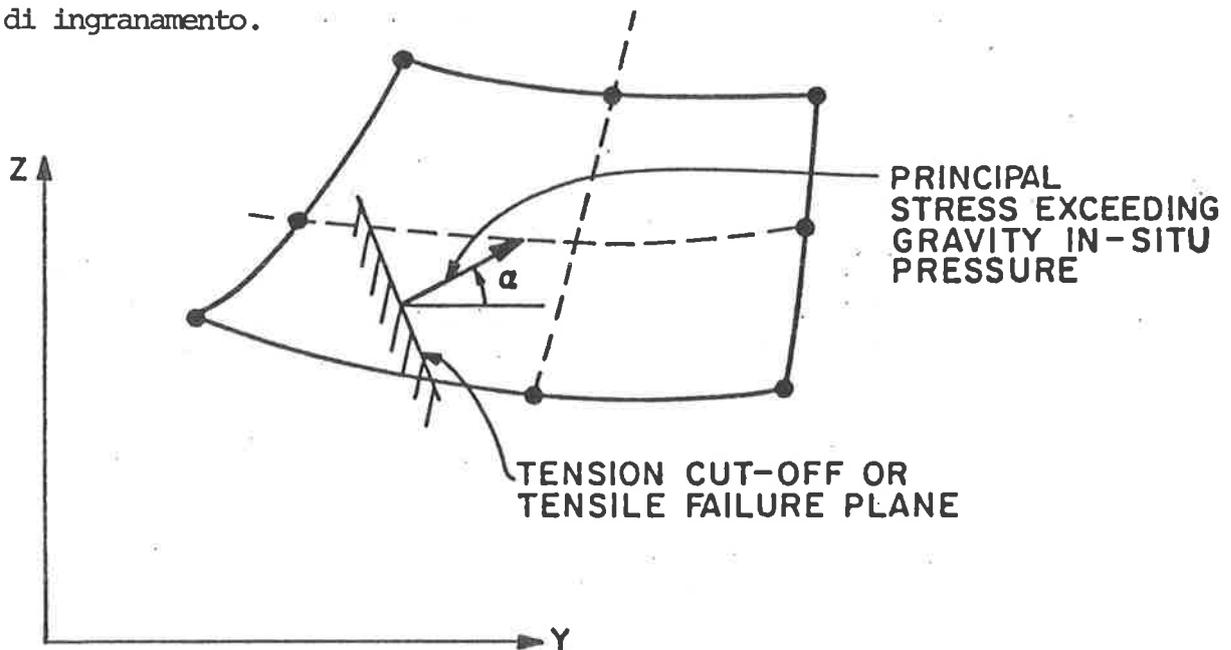


FIG.6 - Piano di fessurazione.

#### 4. SIMULAZIONE NUMERICA.

Si prendono in esame le prove sperimentali eseguite dai Proff. C.Cestelli Guidi ed E.F.Radogna nella nota (I).

Si tratta di cinque tipi di travi aventi le stesse dimensioni esterne del calcestruzzo, mentre variano sia l'armatura di precompressione che lo sforzo di precompressione stesso secondo le Tabb. I, II, III seguenti.

TABELLA I  
Armature longitudinali

Gruppo	Armature pretese		Armature ordinarie							Armature ordinarie equivalenti		Area ideale $A_i$ [cm <sup>2</sup> ]	% Armat. pretese $\mu = \frac{A}{A_i}$	% Armate ordinar. $\frac{1-\mu}{\alpha}$	
	N° $\emptyset$ 5	A [cm <sup>2</sup> ]	N° $\emptyset$ 6 superiori	A [cm <sup>2</sup> ]	N° $\emptyset$ 6 inferiori	A [cm <sup>2</sup> ]	(1) [cm <sup>2</sup> ]	N° $\emptyset$ 12	A [cm <sup>2</sup> ]	$\Sigma A$ ordin. tesse	$\alpha_1 \Sigma A_t$				$\alpha_2 \Sigma A_t$
I	12	2,356	4	1,13	4	1,13	1,19	0	0	1,19	0,318	0,350	2,706	0,871	0,439
II	8	1,577	4	1,13	4	1,13	1,19	3	3,39	4,52	1,209	1,329	2,906	0,543	1,554
III	6	1,178	4	1,13	4	1,13	1,19	4	4,52	5,71	1,527	1,679	2,857	0,412	1,999
IV	4	0,785	4	1,13	4	1,13	1,19	6	6,78	7,97	2,132	2,344	3,129	0,251	2,547
V	0	0	4	1,13	4	1,13	1,19	8	9,04	10,23	2,737	3,008	2,737	0,000	3,400

TABELLA II

Percentuali geometriche delle armature pretese e ordinarie

Gruppo	$\bar{A}$ (cm <sup>2</sup> )	$\bar{\varphi}$	$A$	$\varphi$
I	2,356	0,258	1,19	0,130
II	1,577	0,173	4,52	0,495
III	1,178	0,129	5,71	0,626
IV	0,785	0,086	7,97	0,873
V	0,000	0,000	10,23	1,121

TABELLA III

Tensioni indotte dalla precompressione

Gruppo	I	II	III	IV
$N$ iniz. (kg)	26.640	17.760	13.320	8.880
$e$ (cm)	16,50	15,96	15,80	15,46
$N_i$ e (kgcm)	439.560,00	283.449,60	214.456,00	137.284,80

$$\varphi = \frac{100 \bar{A}}{bd} = \frac{100 \bar{A}}{25 \times 36,5} = \frac{100 \bar{A}}{912,5} = \frac{\bar{A}}{9,125} \%$$

$$\varphi = \frac{100 A}{bd} = \frac{A}{9,125} \%$$

Le caratteristiche degli acciai sono:

$$E_0 = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = 19.400 \text{ kg/cm}^2 \text{ per i cavi da precompressione;}$$

$$\sigma_s = 7.700 \text{ kg/cm}^2 \text{ per le barre ordinarie } \emptyset 6;$$

$$\sigma_s = 8.100 \text{ kg/cm}^2 \text{ per le barre ordinarie } \emptyset 12.$$

Le caratteristiche del calcestruzzo sono:

$$E_0 = 450.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\nu = .195$$

$$\sigma_t = 40 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = 500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_c = -0,0025$$

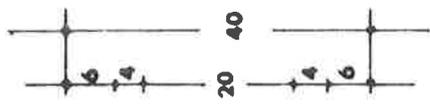
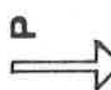
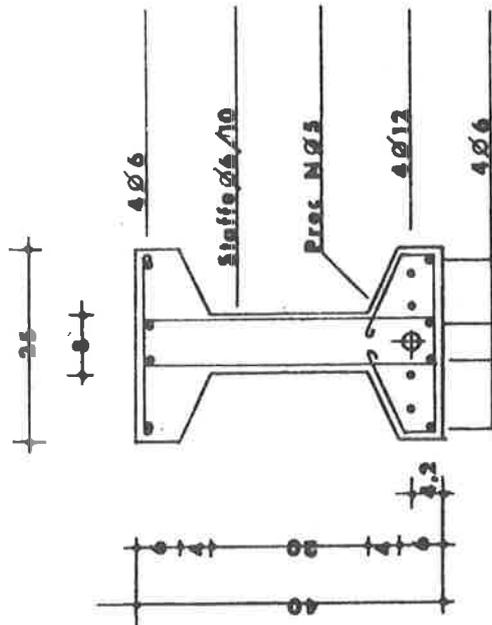
$$\sigma_u = 450 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_u = -0,0035$$

Nelle seguenti Figg. 7, 8, 9, 10 sono riportate le caratteristiche geometriche delle travi in oggetto.

# CARPENTERIA

$\sigma'_c = 440 \text{ Kg/cm}^2$



S = 25

S = 8

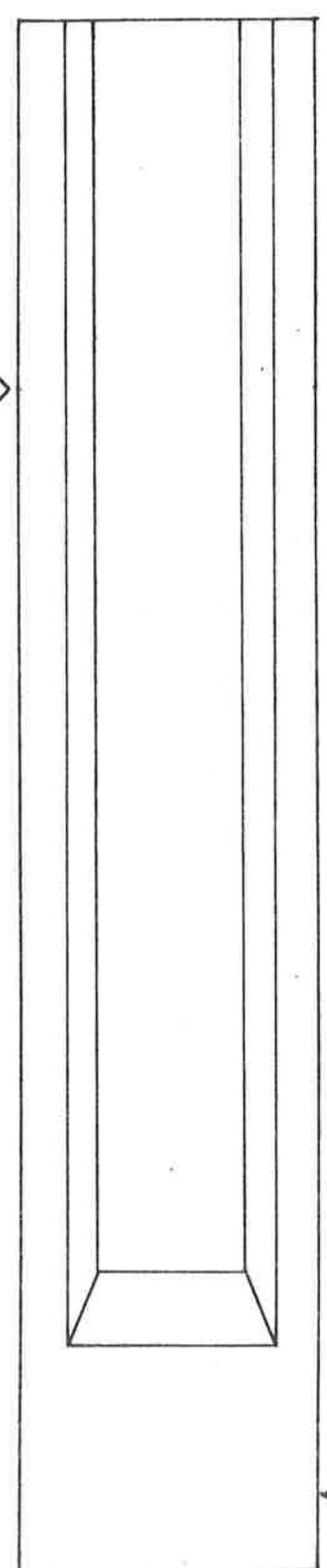
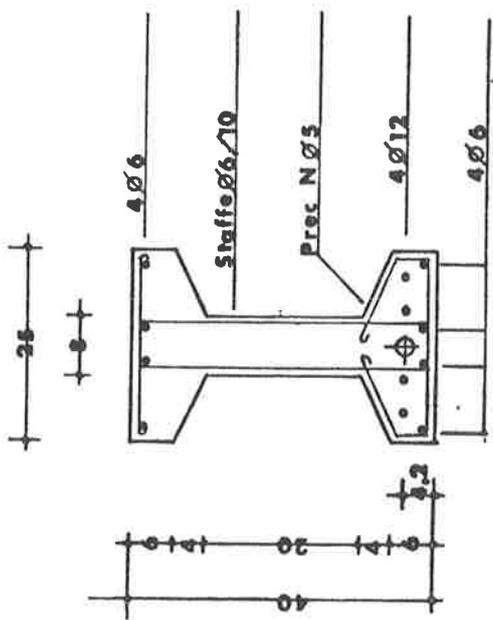


FIG. 7 - Carpentaria.



MESH EL. CLS.

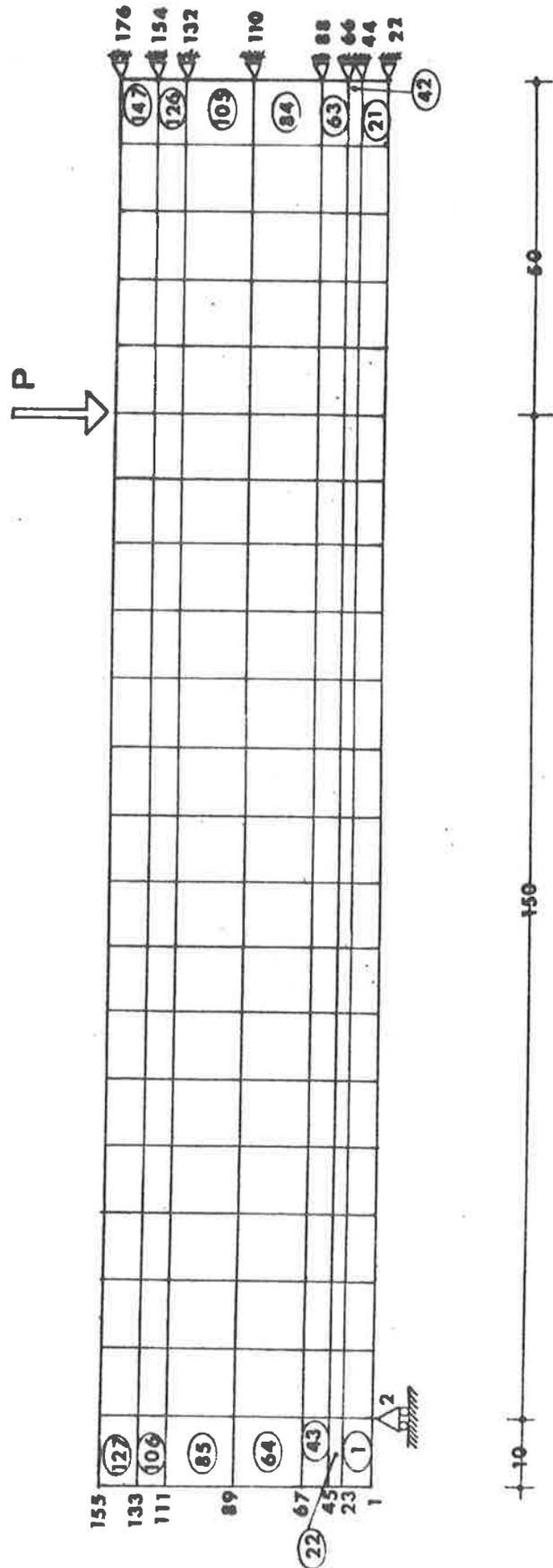
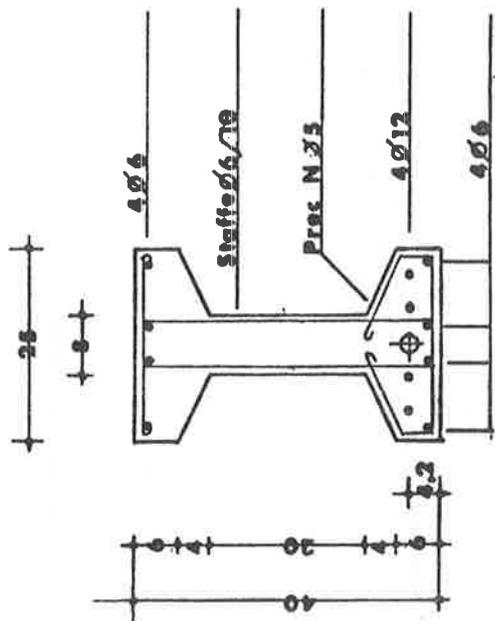


FIG.8 - Numerazione dei nodi e suddivisione in elementi finiti di calcestruzzo.



MESH STEEL ELEMENTS

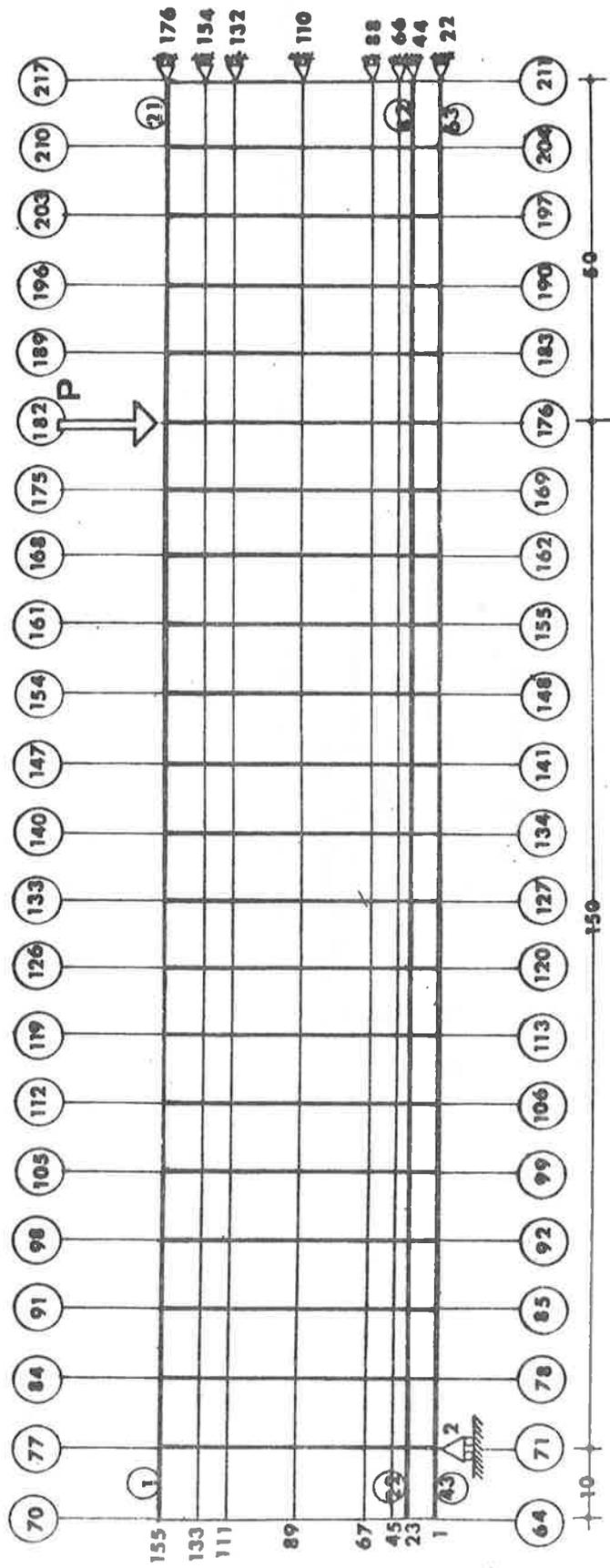
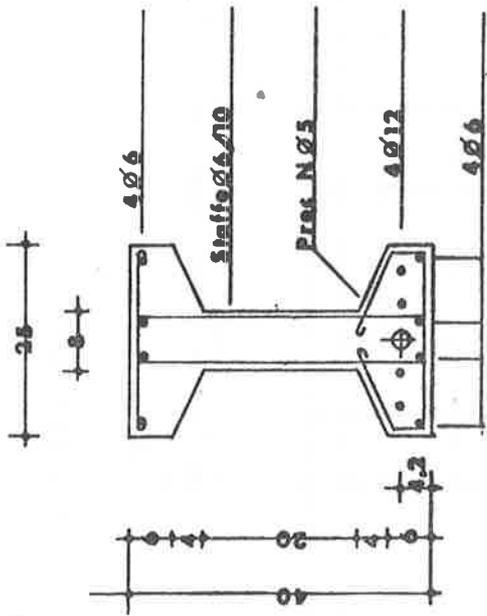


FIG. 9 - Elementi finiti di armatura ordinaria.



MESH EL. CAVO PREC.

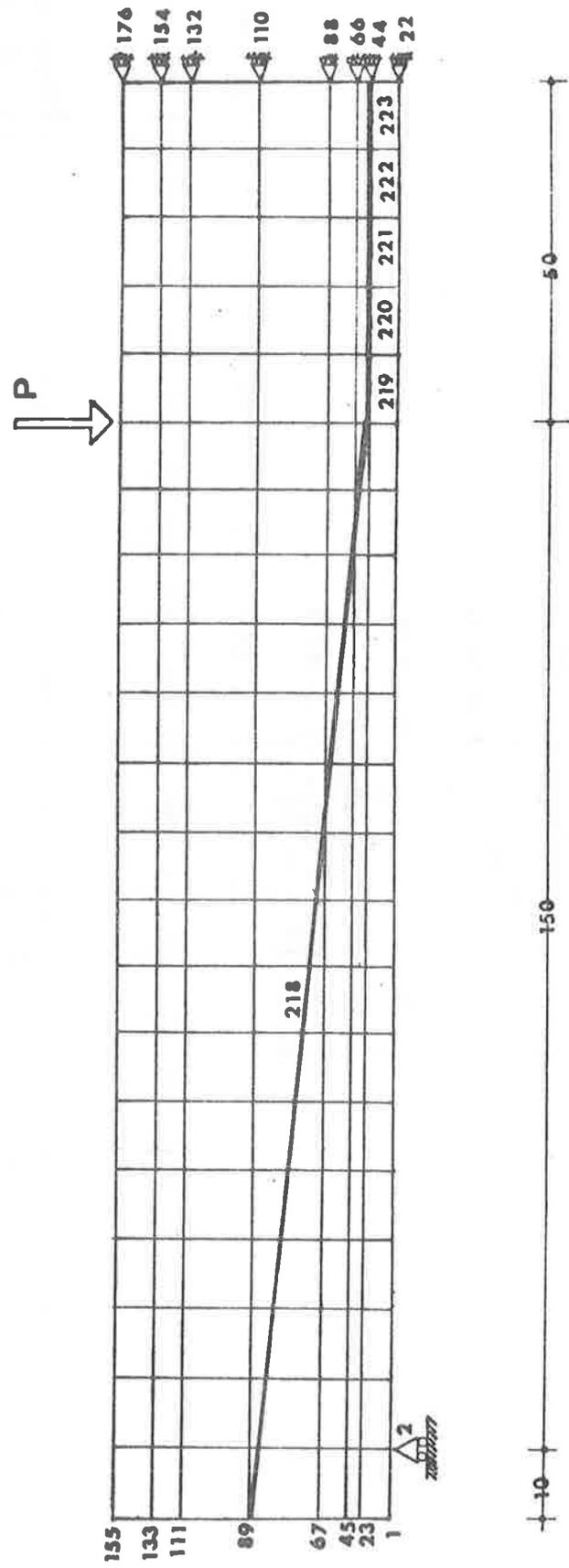


FIG.10 - Elementi finiti per l'armatura di precompressione.

## 5. CONFRONTO FRA RISULTATI SPERIMENTALI ED ANALITICI.

Si eseguono incrementi di carico pari a 500 kg.

La matrice di rigidezza viene riformata ad ogni passo tenendo conto sia della non linearità dei materiali (acciaio e calcestruzzo) che di quella geometrica dell'intera struttura.

Si eseguono iterazioni di equilibrio ogni quattro passi di carico.

Sulle travi provate sperimentalmente erano disposti estensimetri meccanici come mostrato dalla Fig.11.

Nelle Figg. 12-18 sono mostrati i confronti per le varie travi, effettuati sia per le frecce massime che per le deformazioni unitarie massime.

Con la sperimentazione analitica non è stato possibile arrivare in prossimità del carico di rottura ultimo in quanto per valori elevati dei carichi esterni si ha:

- problemi di instabilità numerica della matrice di rigidezza;
- problemi di divergenza delle iterazioni di equilibrio;
- l'uso del coefficiente SHEFAC per seguire il fenomeno di ingranamento non dà garanzie di attendibilità in quanto variandolo anche di poco si hanno curve carichi-deformazioni molto diverse fra di loro.

Per la trave tipo III, sono illustrati nella Fig.19:

- le prime fessure inferiori per  $P = 4.000$  kg;
- gli elementi di calcestruzzo fessurati per  $P = 9.000$  kg.

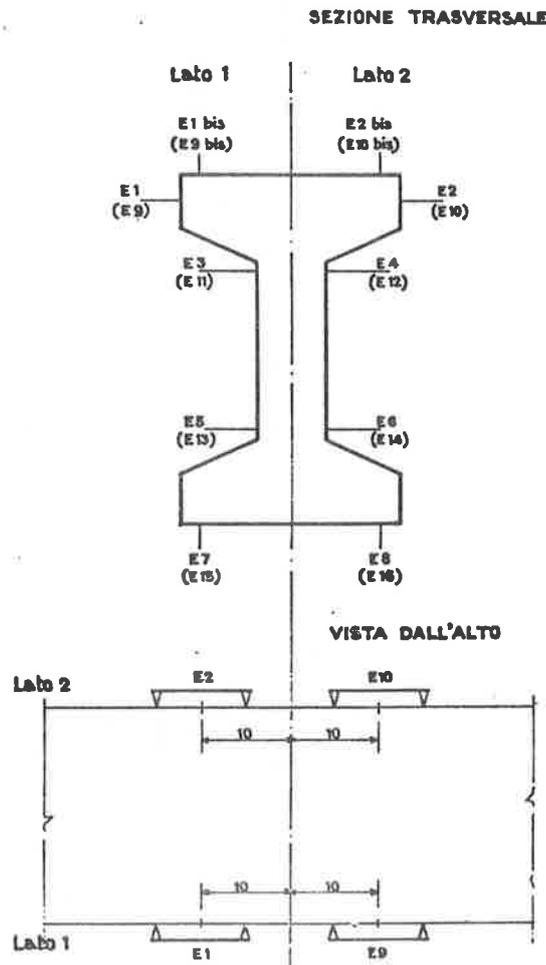


FIG.11 - Disposizione degli estensimetri meccanici.

Fig. 12. - Trave I<sub>2</sub>: I ciclo - Diagrammi P, δ; P - ε

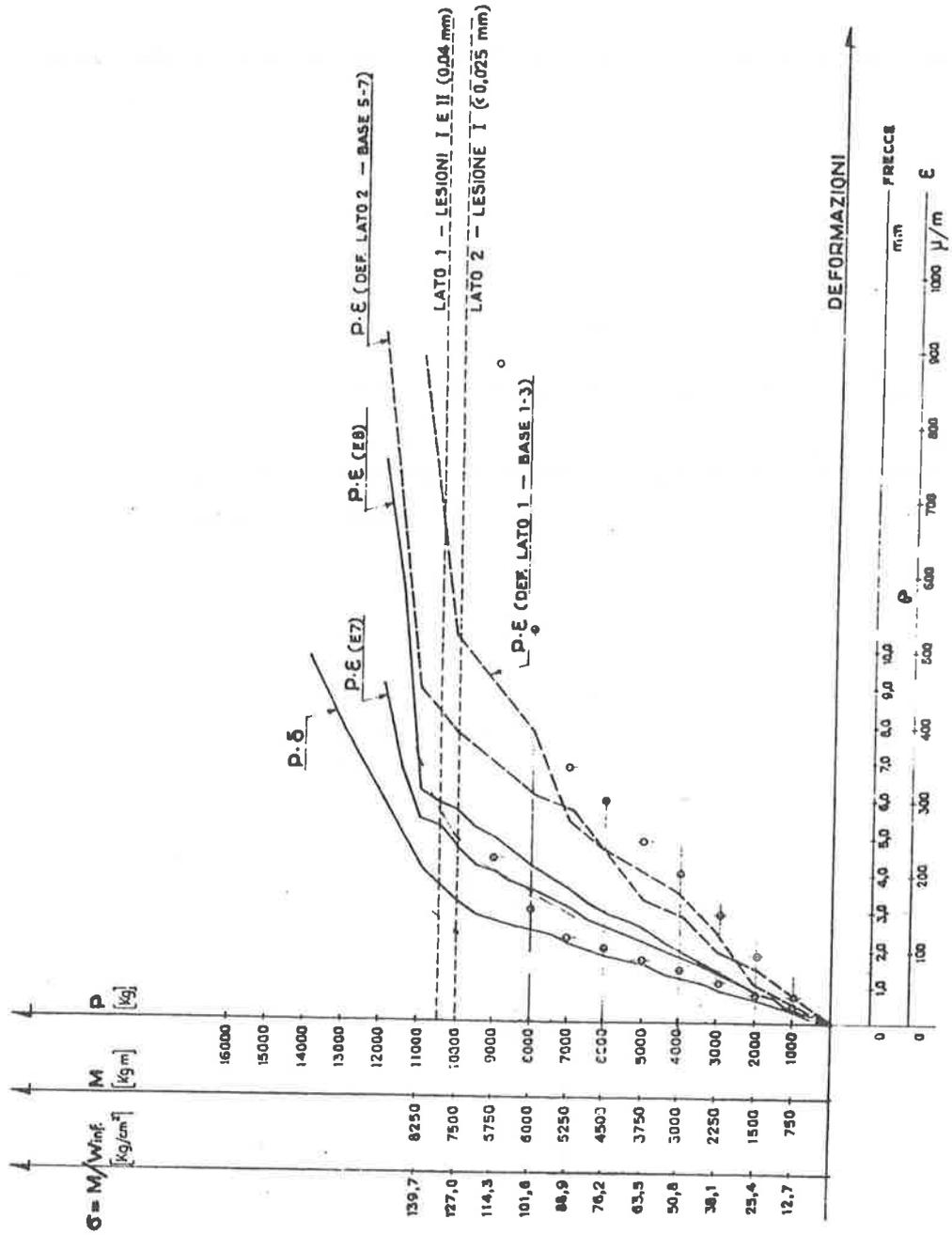
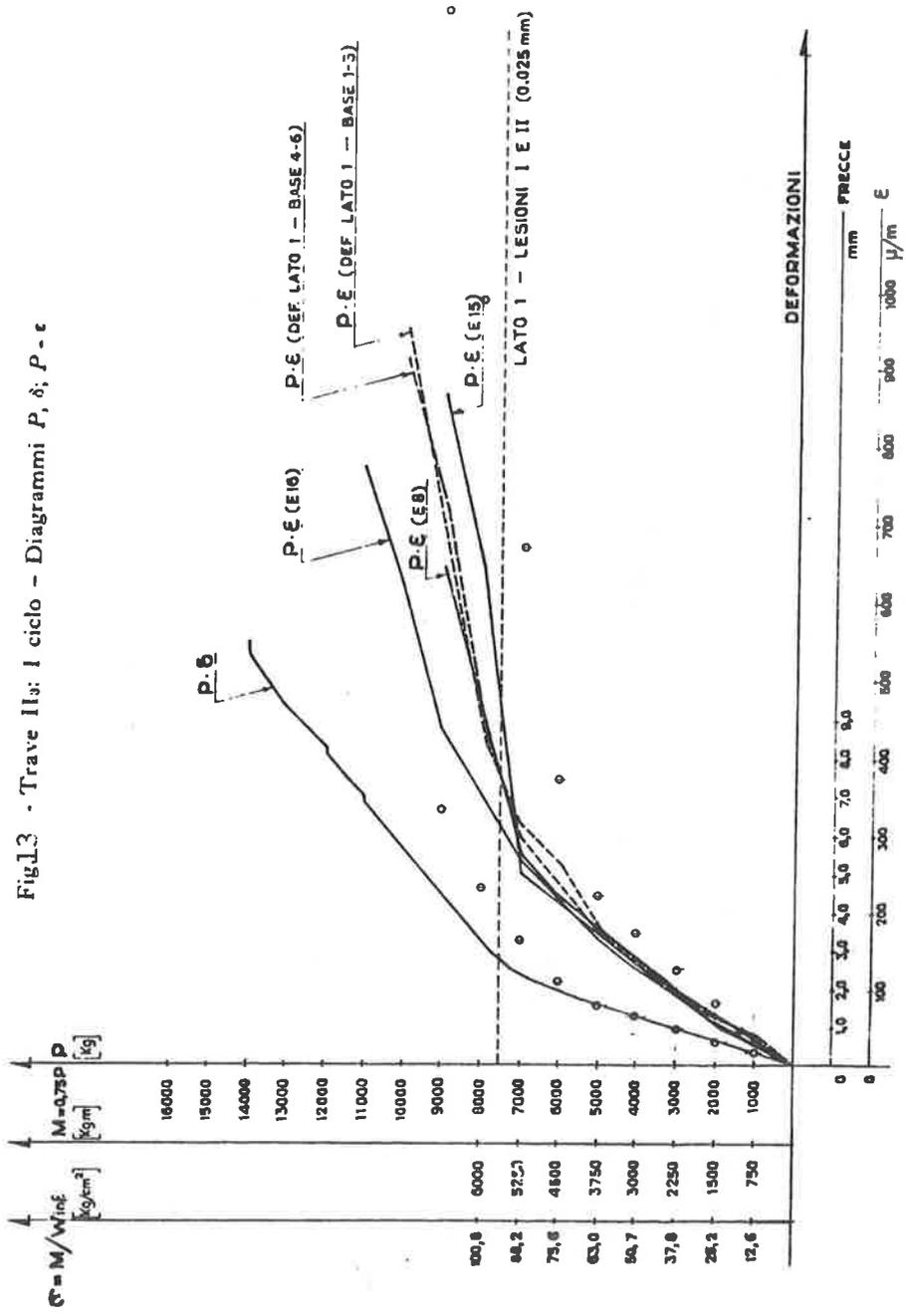


Fig.13 - Trave II: 1 ciclo - Diagrammi P,  $\delta$ ; P -  $\epsilon$



E8 - E15 - E16 : Estensimetri HUGENBERGER all'introdosso base cm 10  
 $\delta$  : Freccia del comparatore C5 in mezzeria  
 DEF. : Misura eseguita con deformometro WHITTMORE base 10 pollici

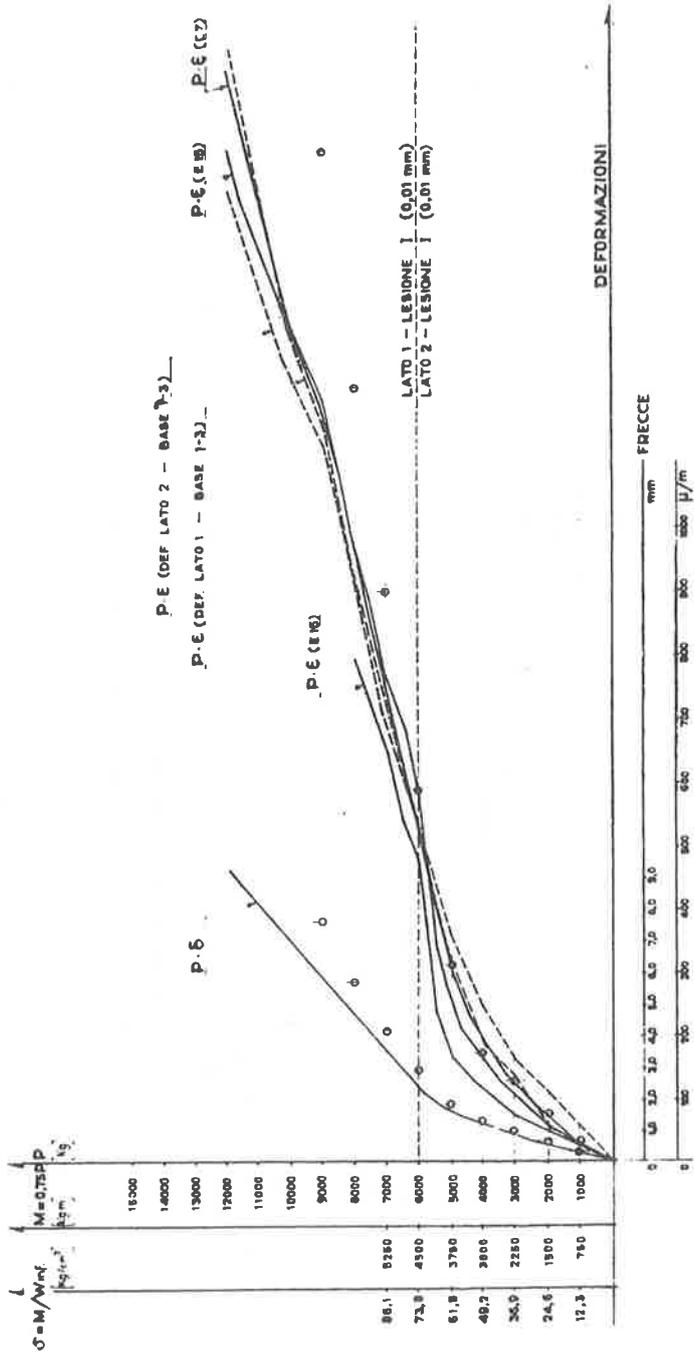
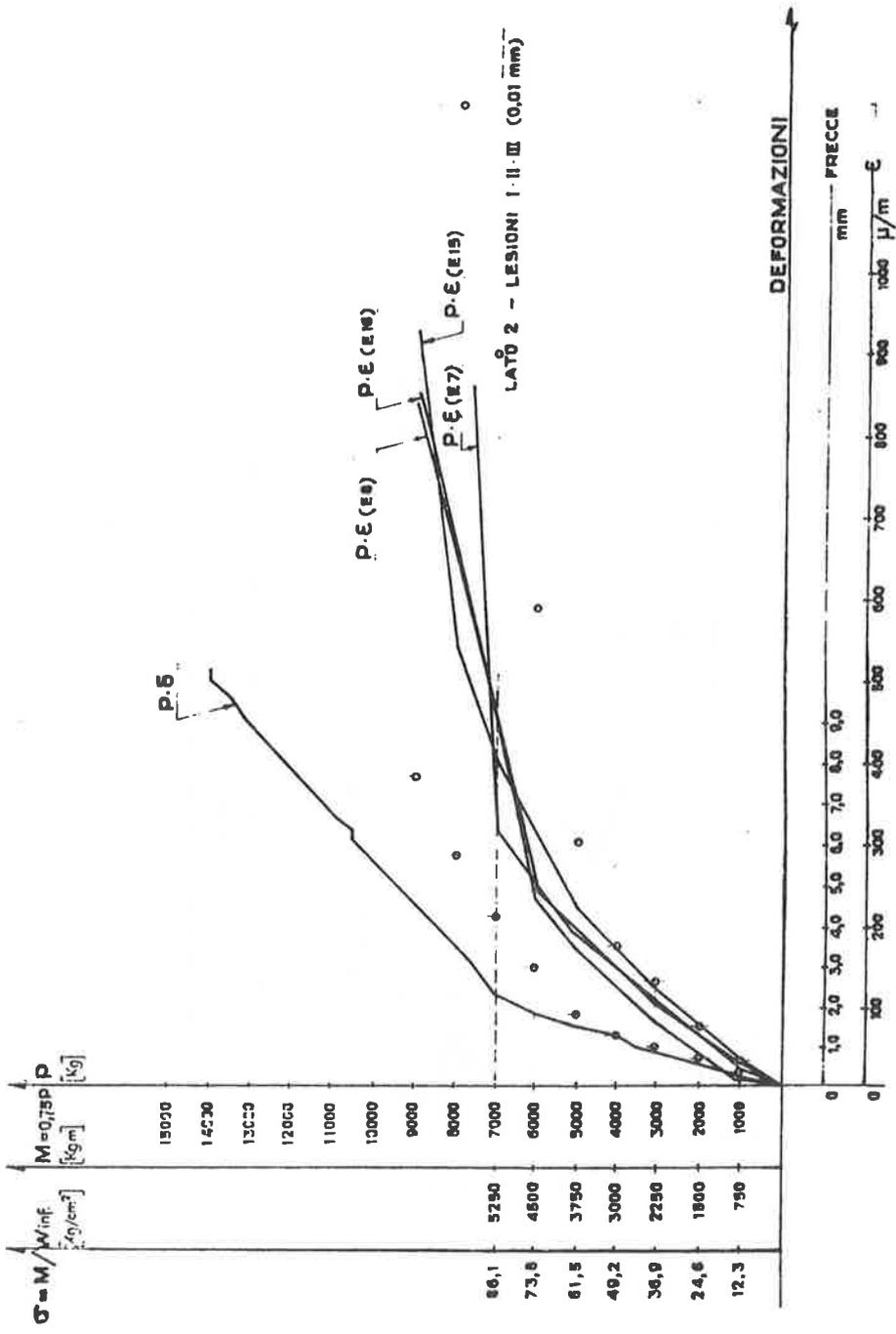
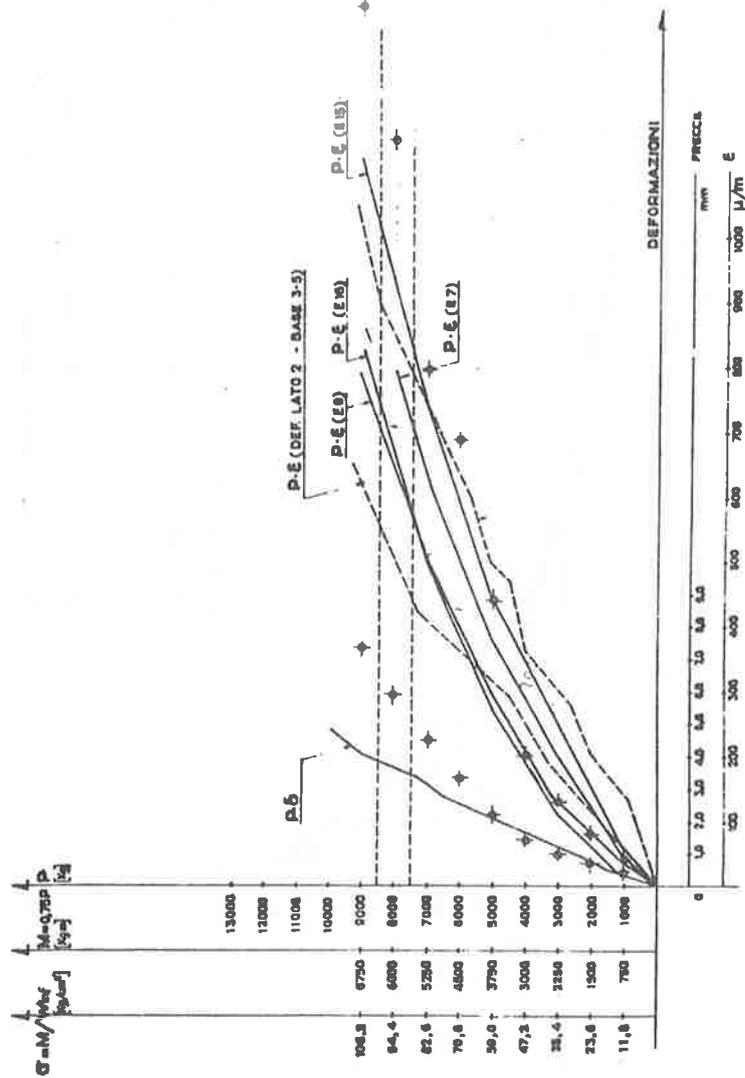


Fig. 14 - Trave III: 1 ciclo - Diagrammi P,  $\delta$ ; P -  $\epsilon$



E7 - E8 - E15 - E16 : Estensimetri HUGGENBERGER all'introdosso base cm 10  
 δ : Freccia del comparatore C5 in mezzaria

Fig. 1.5- Trave III: I ciclo - Diagrammi P, δ; P - ε



E7-E8-E15-E16 : Estensimetri HUGGENBERGER all'introduzione base cm 10  
 δ : Freccia del comparatore C5 in mezzaria  
 DEF. : Misura eseguita con deformometro WHITTEMORE base 10 pollici

Fig. 1.6- Trave IV2: I ciclo - Diagrammi  $P, \delta, P - \epsilon$

Fig. 1.7 - Trave V<sub>2</sub>: I ciclo - Diagrammi P, δ; P - ε

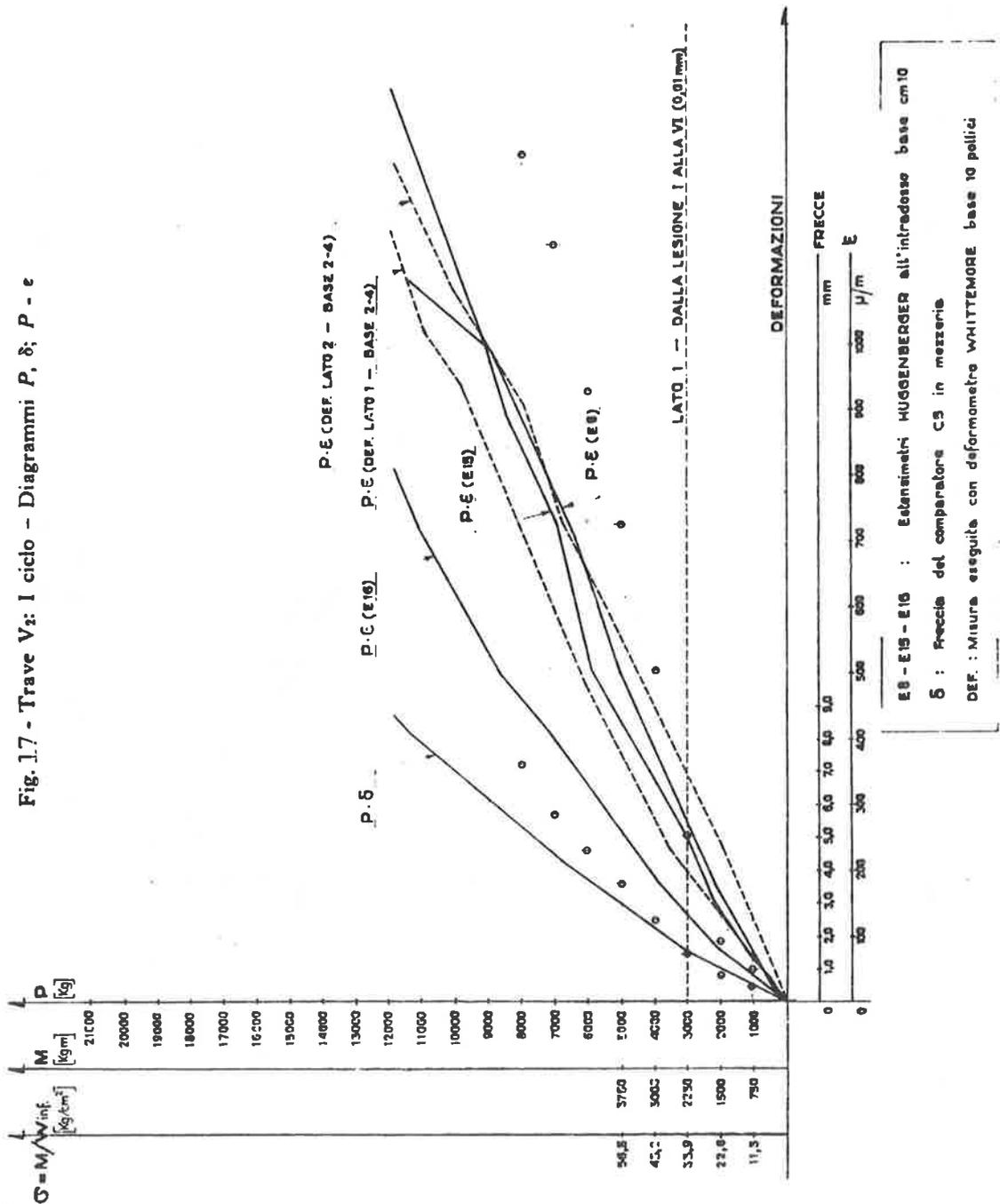
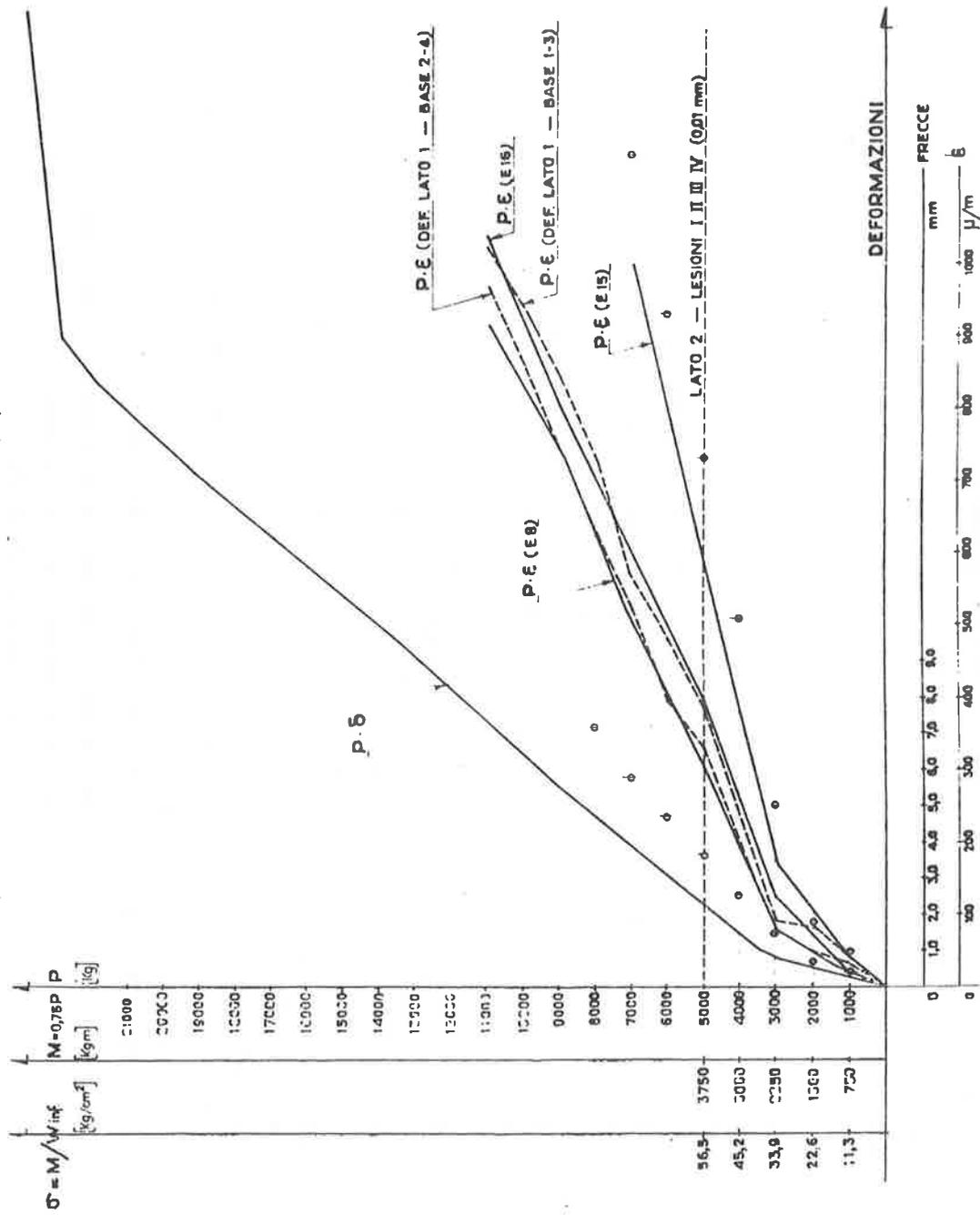


Fig. 18 - Trave Va: Ciclo unico - Diagrammi P,  $\delta$ ; P -  $\varepsilon$



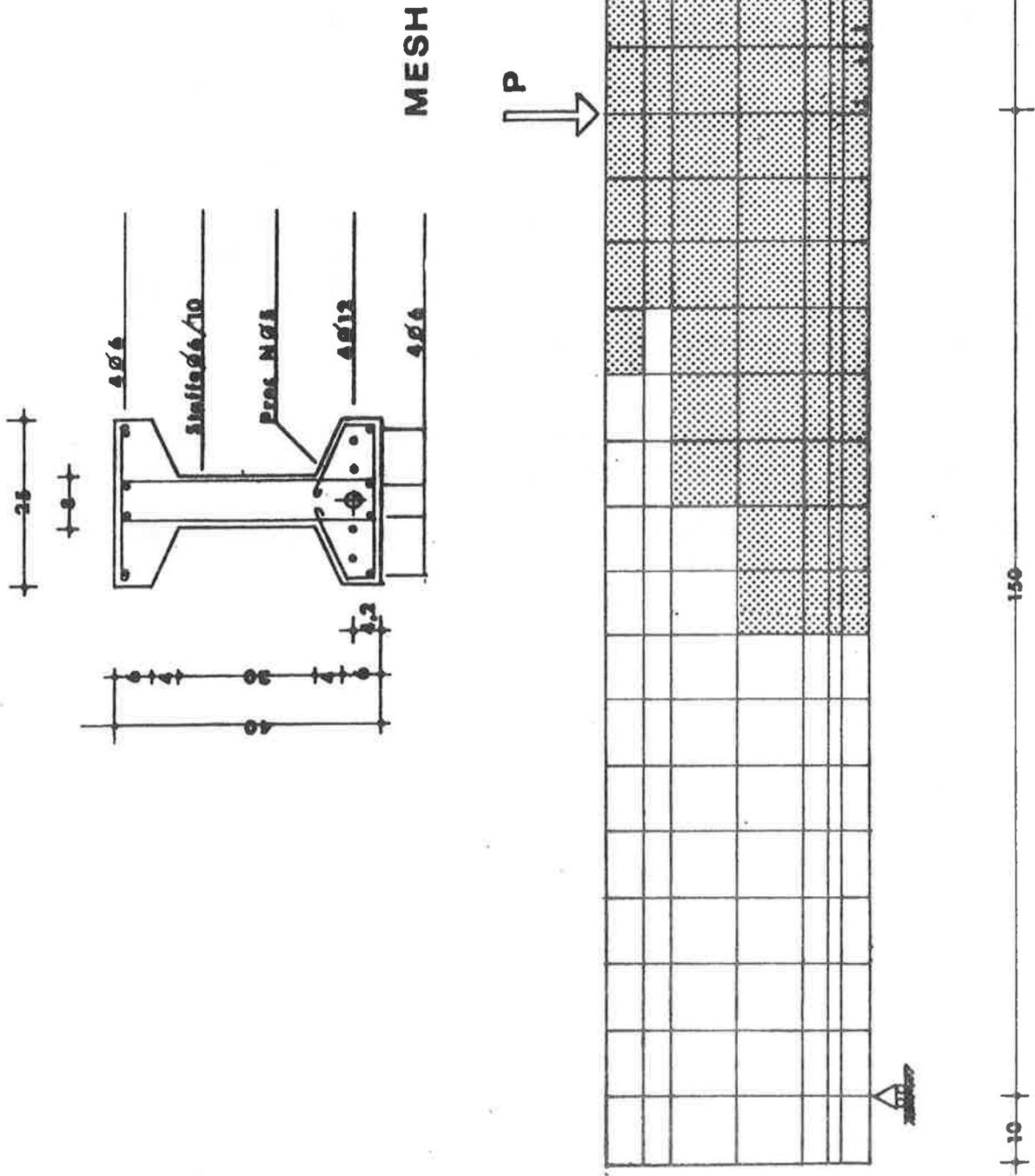


FIG.1.9- Prima fessurazione per  $P=4\ 000\ \text{kg}$  ed elementi fessurati per  $P=9\ 000\ \text{kg}$ .

## 6. CONCLUSIONI.

Nelle seguenti Figg. 20 e 21 si esegue il confronto fra le curve sperimentali delle travi III<sub>1</sub> e III<sub>2</sub> e le analoghe ricavate per via analitica al variare di:

- E<sub>0</sub> modulo di elasticità iniziale del calcestruzzo;
- $\sigma_t$  tensione di rottura a trazione monoassiale del calcestruzzo.

Si nota che:

- le curve analitiche si avvicinano nel tratto rettilineo iniziale sempre più a quelle sperimentali al crescere del modulo di elasticità iniziale del calcestruzzo;
- i ginocchi dei due tipi di curve sono sempre più prossimi al crescere della tensione di rottura uniassiale del calcestruzzo;
- impedendo lo spostamento relativo orizzontale dei vincoli esterni la curva analitica passa sopra le curve sperimentali.

Da quanto sopra si deduce che i risultati sperimentali e quelli analitici delle precedenti Figg. 12-18 sono in ottimo accordo fra di loro, il leggero scostamento fra i due tipi di curve potrebbe attribuirsi agli inevitabili attriti dei dispositivi di vincolo nei modelli sperimentali.

La presente nota conferma la validità di tale procedimento comparativo fra prove sperimentali ed analitiche in quanto:

- i risultati dei due metodi sono complementari fra di loro;
- da tale confronto è possibile calibrare meglio ciascuna delle due metodologie.

Il confronto dello sviluppo delle fessure ottenuto per via sperimentale e numerica sarà oggetto di una prossima nota.

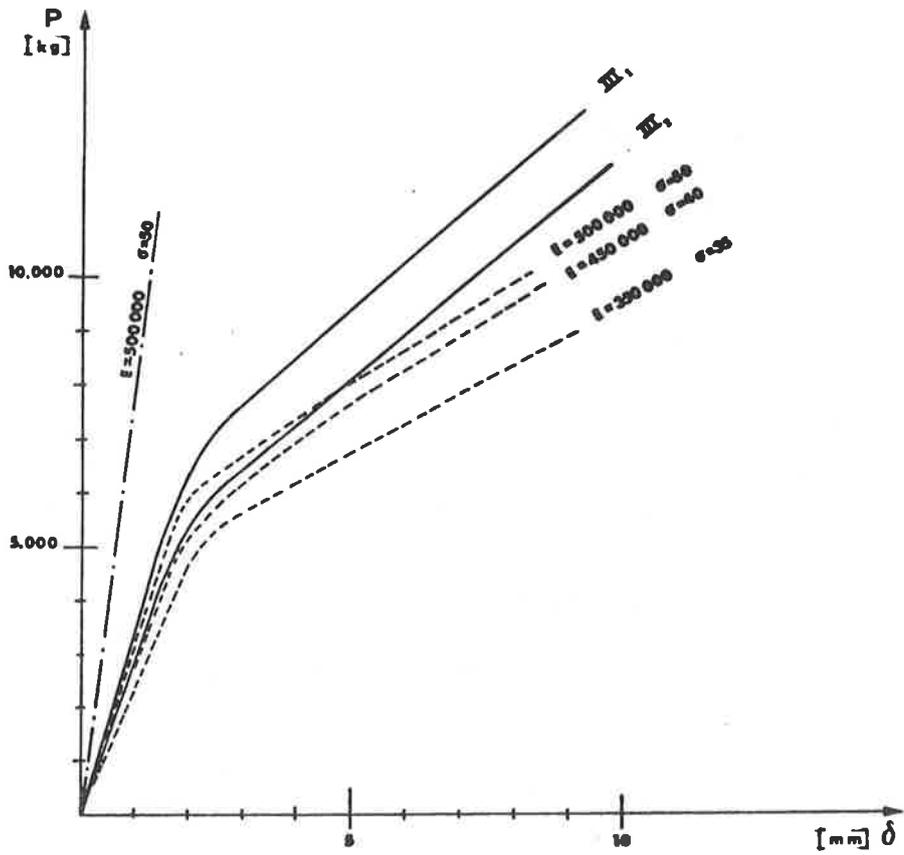


FIG. 20 - Diagrammi carico-abbassamenti sperimentali e numerici.

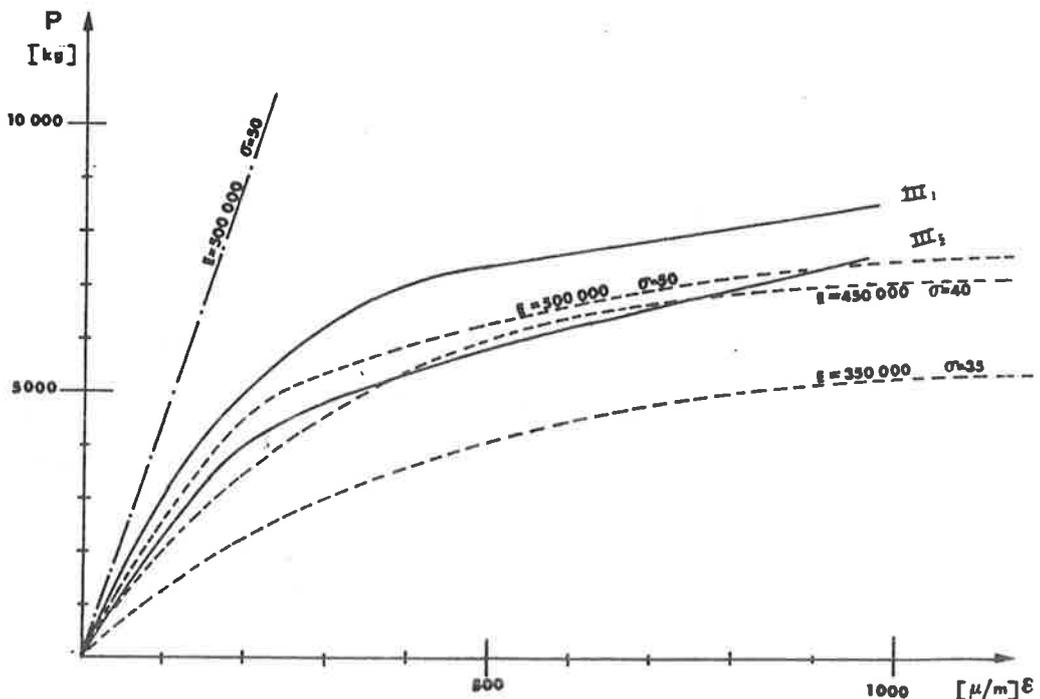


FIG. 21 - Diagrammi carico-deformazioni sperimentali e numerici.

## BIBLIOGRAFIA

I) CESTELLI GUIDI, C. e RADOGNA, E.F.

"Contributo teorico sperimentale allo studio della precompressione parziale",  
Atti delle giornate del Precompresso, Venezia, Ottobre 1963, Edizioni A.I.T.  
E.C., Roma.

II) ODEN, J.T.

"Finite elements of nonlinear continua", Mc Graw Hill, 1972.

III) BATHE, K.J.

"Static and dynamic geometric and material nonlinear analysis using ADINA",  
Report 82448-2, Acoustic and Vibration Laboratory, Mechanical Engineering De-  
partment, Massachusetts Institute of Technology, May 1976, (Rev. May 1977).

IV) RADOGNA, E.F.

"Special Report on Prestressing-Part I", T.C.C. Conference, London Dicembre  
1978, Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Inge-  
gneria dell'Università la Sapienza di Roma, n.250, 1979.

V) RADOGNA, E.F. e DI MARCO,

"Influenza del grado di precompressione sulle leggi momento-curvatura di se-  
zioni di calcestruzzo ad armatura mista", Atti delle giornate A.I.C.A.P., 81.

## I CEMENTI ESPANSIVI NELLA PRECOMPRESSIONE

G. SCOCCIA

Ricercatore  
Istituto di Chimica Applicata e Industriale  
Facoltà d'Ingegneria - Università dell'Aquila

Per cemento espansivo si intende, secondo una definizione dell'American Concrete Institute, un cemento che mescolato con acqua produce una pasta che durante la presa e l'indurimento aumenta sensibilmente di volume.

Negli ultimi anni sono stati prodotti e studiati diversi tipi di cementi espansivi. Tutti però, con meccanismi più o meno simili, portano, durante l'idratazione, alla formazione di una fase (l'ettringite) che per il suo notevole aumento di volume rispetto ai costituenti anidri di partenza, genera la forza di espansione nella pasta, così come nella malta o nel calcestruzzo a seconda del tipo di impasto.

Tralasciamo in questa sede ogni riferimento alla chimica della idratazione dei cementi espansivi. Del resto il meccanismo di formazione dell'ettringite è stato studiato ed è già noto da tempo, indipendentemente dal cemento espansivo, proprio perchè ha interessato e interessa lo studio e le applicazioni dei calcestruzzi normali.

Diremo semplicemente che in genere un cemento espansivo è costituito da una miscela di cemento portland ed un componente espansivo, in un rapporto che, a seconda delle esigenze, può essere variabile.

Uno dei cementi espansivi di maggiore impiego sembra essere, sempre secondo una classificazione data dall'A.C.I., il cemento espansivo tipo K, costituito da una miscela di: cemento portland, solfoalluminato di calcio anidro ( $C_4A_3\bar{S}$ ), solfato di calcio ( $\bar{CS}$ ) e calce (C). L'espansione provocata nel conglomerato cementizio, se opportunamente contrastata, genera una presollecitazione di compressione. In funzione del livello di tale presollecitazione indotta nel calcestruzzo, e quindi in funzione del grado di espansione impedita, si distinguono due categorie

di calcestruzzi espansivi:

- calcestruzzo a ritiro compensato : è un calcestruzzo di cemento espansivo nel quale l'espansione, se ostacolata, produce sforzi di compressione che approssimativamente compensano gli sforzi di trazione che si generano durante il ritiro per essiccamento;

- calcestruzzo autocompresso: è un calcestruzzo di cemento espansivo nel quale l'espansione, se ostacolata, produce sollecitazioni di compressione tali da mantenere nel conglomerato una significativa pre-compressione anche dopo l'esaurimento del fenomeno del ritiro.

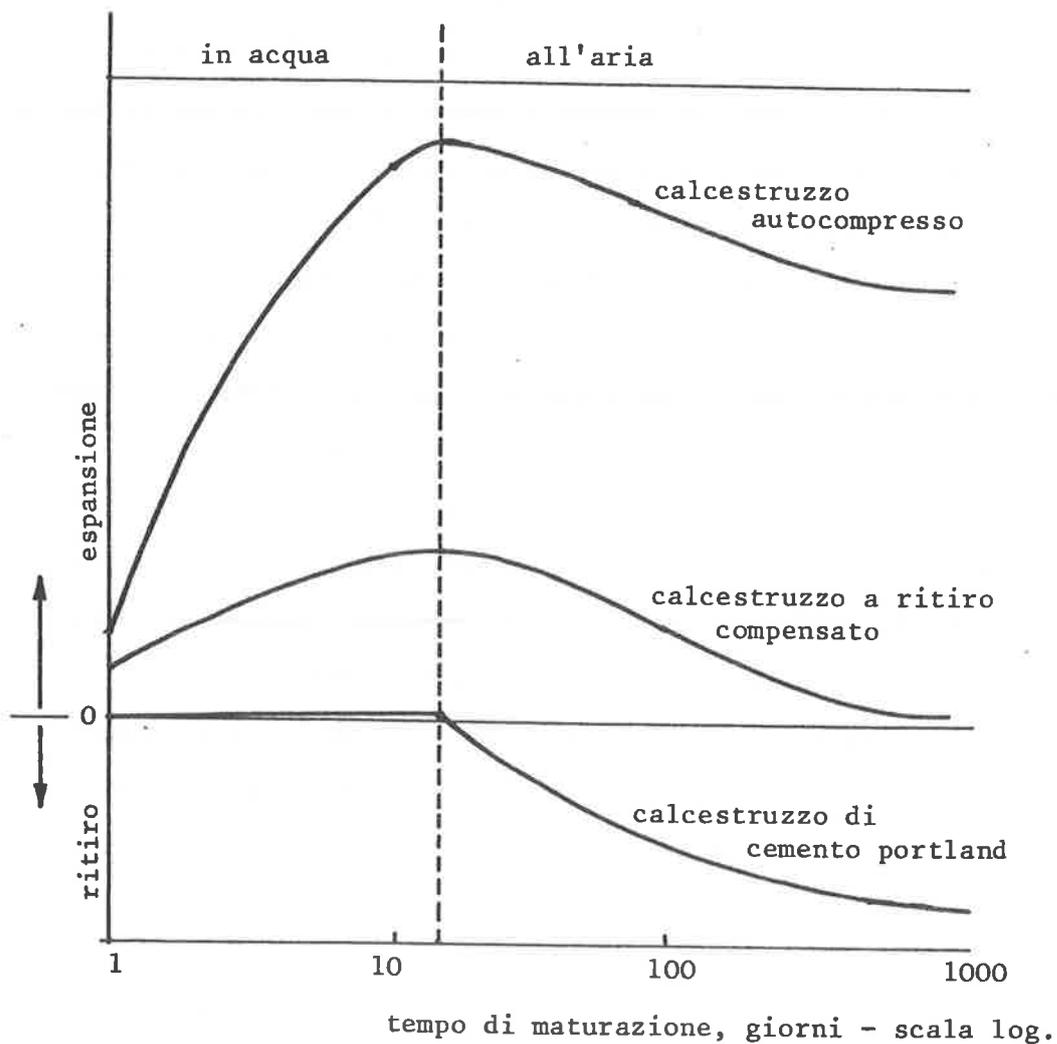


Fig. 1 - Espansione-ritiro per diversi tipi di calcestruzzo.

Faremo qui riferimento ai calcestruzzi autocompresi.

A questo riguardo va subito precisato che un calcestruzzo risulta utilmente espansivo soltanto se il fenomeno di espansione si manifesta nel periodo di indurimento iniziale e se si esaurisce prima che l'impasto abbia acquistato la gran parte delle caratteristiche di resistenza meccanica. Se infatti l'espansione avviene quando l'impasto non ha ancora raggiunto una certa resistenza, essa non può essere utilmente sfruttata in quanto viene a dissiparsi nella deformazione della massa ancora plastica; d'altra parte se la forza espansiva è ancora sensibilmente attiva dopo che l'impasto ha sviluppato valori elevati di resistenza, si può determinare un decadimento delle proprietà meccaniche, e perfino la disgregazione del manufatto, in conseguenza delle tensioni interne venutesi a creare.

In termini pratici si può dire che la maggior parte dell'espansione deve avvenire entro 2 o 3 giorni per arrivare ad un 70-90% a 7 giorni ed essere praticamente esaurita a 28 giorni.

In generale quindi tutti i fattori che tendono ad aumentare la velocità di formazione dell'ettringite portano ad una diminuzione del grado di espansione, proprio perchè una parte importante dell'espansione stessa si può verificare mentre l'impasto è ancora fresco.

Agisce così la finezza di macinazione dell'agente espansivo, un aumento di temperatura e, come si vedrà più avanti, un aumento dei tempi di lavorazione del calcestruzzo fresco.

Per quanto riguarda il rapporto acqua/cemento, generalmente i risultati di diverse sperimentazioni convergono nell'indicare che, a parità di slump, per i calcestruzzi espansivi la richiesta d'acqua è maggiore rispetto ai calcestruzzi normali; in termini di rapporto a/c la quantità addizionale è di 0,05-0,10. La proprietà è strettamente collegata alla velocità di formazione dell'ettringite: i cristalli del composto separandosi dalla fase liquida in uno stato finemente suddiviso, sono dotati di notevole attività superficiale e quindi capaci di trattenere films di molecole d'acqua. Di conseguenza via via che la loro quantità aumenta,

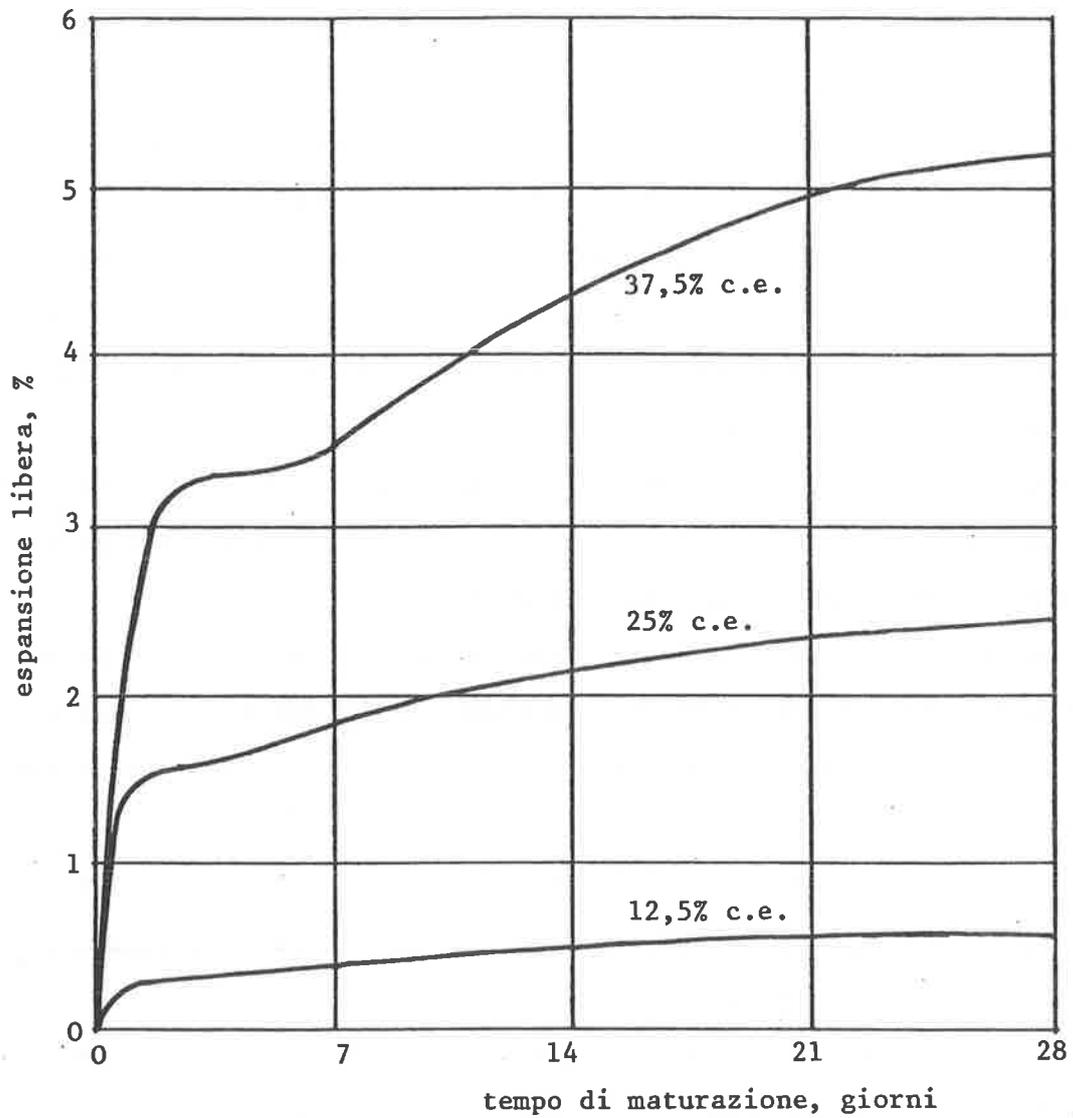


Fig. 2 - Effetto della quantità del componente espansivo sulla espansione libera di un calcestruzzo.

l'impasto diventa sempre più consistente e ciò si traduce in una perdita di slump.

Il fenomeno assume andamento spedito in clima caldo e al prolungarsi della fase di lavorazione; in questo caso infatti il rimescolamento della massa plastica favorisce il rinnovarsi continuo delle interfacies solido/liquido.

Deriva da tutto questo, la necessità di una serie di accorgimenti da adottare (tempi di lavorazione rapidi, conservazione del materiale al riparo dal sole, raffreddamento, se necessario, dei materiali stessi ecc.) per non incorrere in errori di valutazione del grado di espansione. Anche l'uso di ritardanti la formazione di ettringite può, in certi casi, essere di qualche utilità.

Le caratteristiche dell'espansione libera dei calcestruzzi espansivi sono poi strettamente collegate alla quantità del componente espansivo. A titolo di esempio, nella Fig. 2 si vede anche l'effetto della percentuale di componente espansivo sull'espansione libera di un calcestruzzo.

L'effetto della quantità del componente espansivo sulle caratteristiche di espansione di un calcestruzzo in cui in qualche modo sono stati posti dei contrasti all'espansione, non è invece un parametro facile da stabilire. Questo perché le caratteristiche di espansione sono fortemente influenzate dal tipo e dal grado di contrasto realizzato, specie al crescere della percentuale di componente espansivo. Certo la miglior cosa che si possa pensare è quella di realizzare dei contrasti all'espansione in tutte le direzioni. In realtà, per problemi pratici, succede che ci si accontenta di contrasti che, a seconda del tipo di struttura, possono essere monoassiali o biassiali; ben difficilmente, salvo qualche caso, si è arrivati al contrasto triassiale, anche a livello sperimentale.

Ci sono in pratica due possibilità di realizzare dei contrasti all'espansione, a meno di non ricorrere a contrasti esterni.

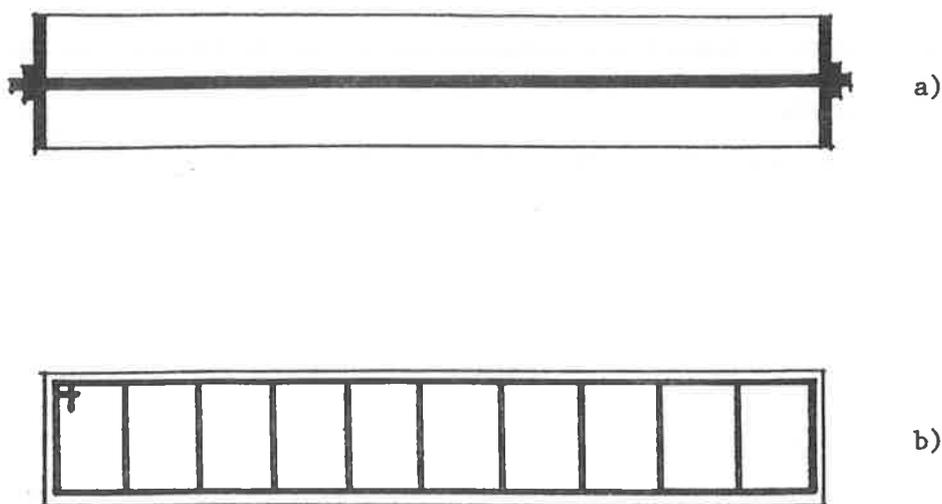


Fig. 3 - Due possibili tipi di contrasto.

Con riferimento alla Fig. 3 si possono predisporre una o più barre di acciaio lungo l'elemento, con bloccaggio alle estremità mediante piastre bullonate; diversamente si può pensare di affidare il contrasto ad un sistema di armature secondo una schema classico del cemento armato.

In questo secondo caso, pur riscontrando una minore efficienza di contrasto longitudinale, una buona staffatura può contribuire al conferimento di un certo grado di contrasto anche trasversale.

Si può, ancora meglio, ricorrere ad entrambi i sistemi.

In ogni caso è l'armatura di contrasto che va sotto tensione e che, facendo in modo che si deformi ovviamente in campo elastico, conferisce la sollecitazione di compressione al calcestruzzo.

A titolo di esempio si riporta in Fig. 4 l'andamento dell'espansione di un elemento in calcestruzzo espansivo con contrasto monoassiale, al variare della percentuale di armatura di contrasto.

Si è trovato che una legge del tipo  $e = m p^{-n}$  possa descrivere sufficientemente bene il fenomeno. Nel caso particolare si è ricavato  $e = 14 p^{-0,76}$ .

La Fig. 5 riporta alcuni tipi di strutture realizzate a Barckley in California.

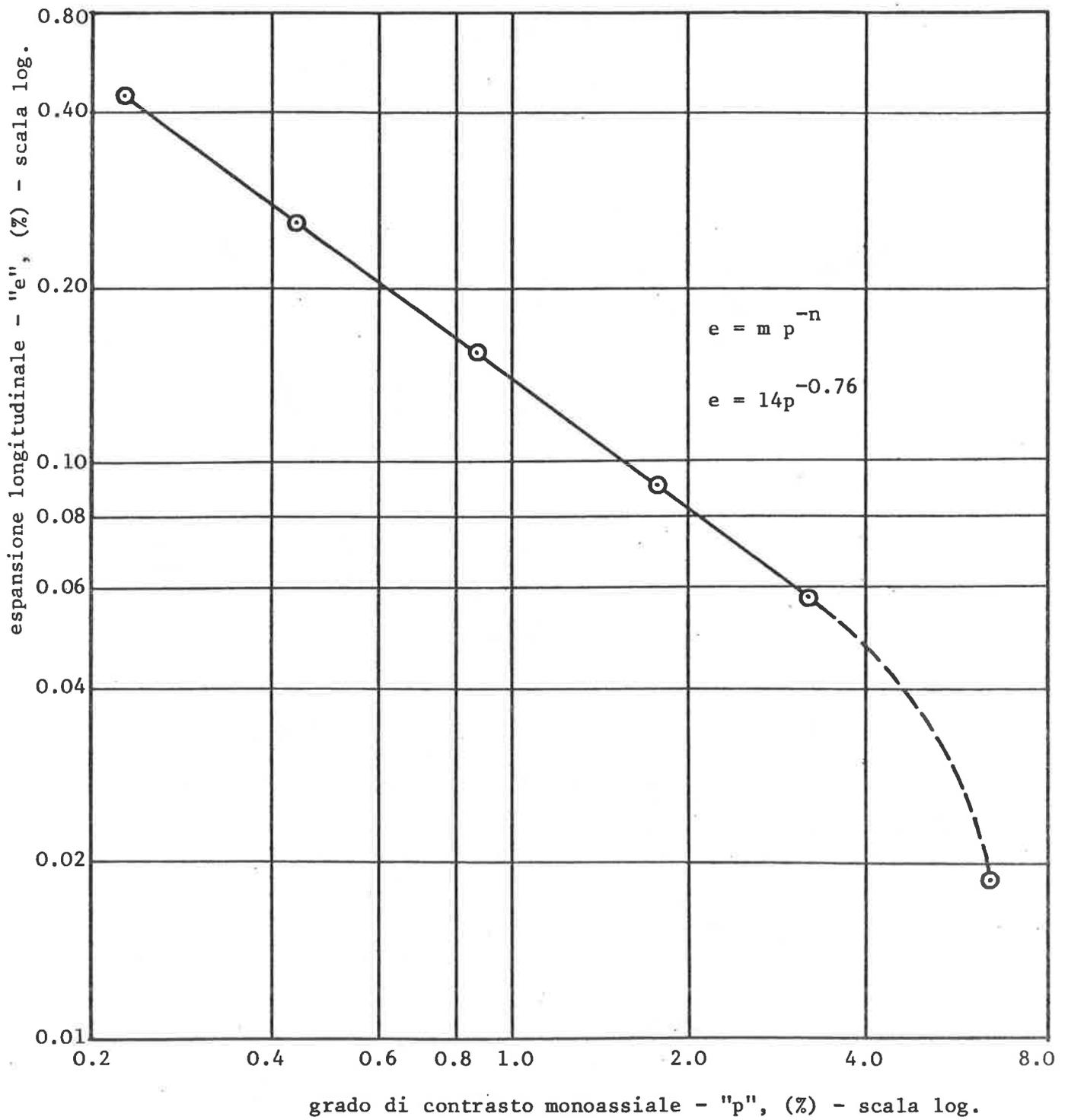


Fig. 4 - Espansione longitudinale in funzione del grado di contrasto (p = percentuale di armatura).

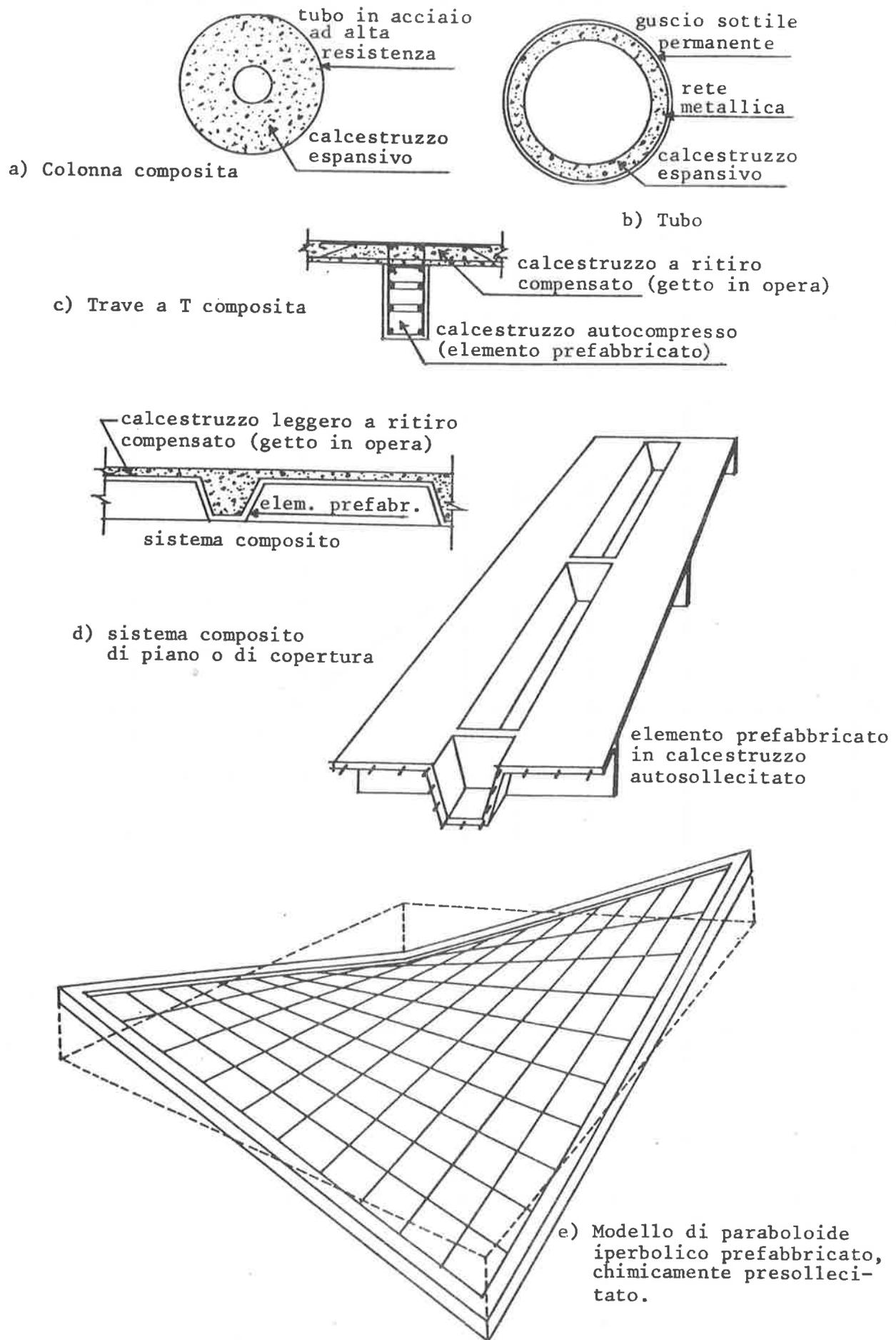


Fig. 5 - Esempi di strutture chimicamente presollecitate.

Numerosissimi sono gli studi effettuati sulle proprietà meccaniche dei calcestruzzi autocompresi. In pratica tutte le indicazioni convergono decisamente sul fatto che la resistenza a compressione di un calcestruzzo autosollecitato, e così le altre grandezze che ne sono funzione, risulta inversamente proporzionale all'entità dell'espansione. Se si tiene presente che l'entità dell'espansione risulta inversamente proporzionale al grado di contrasto, si può dire, entro limiti pratici, che ad un aumento del grado di contrasto corrisponde un aumento della resistenza del calcestruzzo. Sempre a titolo di esempio si può vedere in Fig. 6 l'andamento della resistenza a compressione e del modulo elastico, in funzione della percentuale di armatura di contrasto monoassiale.

In Fig. 7 è riportato l'andamento della presollecitazione indotta nel calcestruzzo in funzione della percentuale di armatura di contrasto (elemento a contrasto monoassiale). Una percentuale del 13-15% di componente espansivo sembra essere un buon compromesso tra livello di presollecitazione e resistenza del calcestruzzo presollecitato.

Nel paraboloide di cui alla Fig. 5 si è arrivati ad una presollecitazione di circa  $30 \text{ kg/cm}^2$ .

Altri dati sperimentali, ricavati da prove condotte su elementi a contrasto triassiale, arrivano a  $70 \text{ kg/cm}^2$  di presollecitazione nel calcestruzzo. Sembra comunque abbastanza accertato che, a prescindere dalle situazioni particolari, il passaggio da un contrasto monoassiale ad uno triassiale, per uno stesso elemento, comporta un aumento della presollecitazione di circa il 25%.

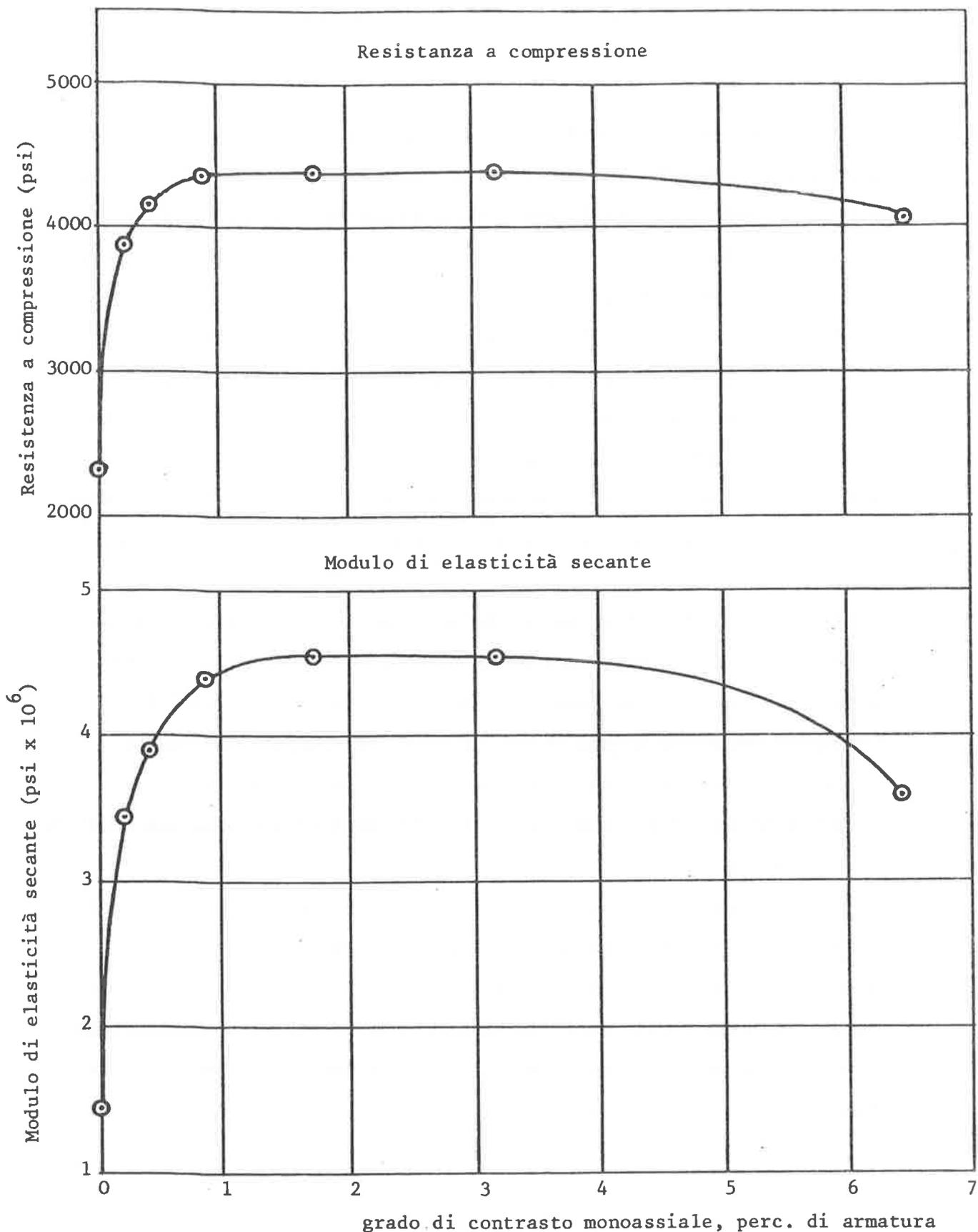


Fig. 6 - Effetto del grado di contrasto monoassiale sulla resistenza a compressione e sul modulo di elasticità secante di un calcestruzzo di cemento espansivo.

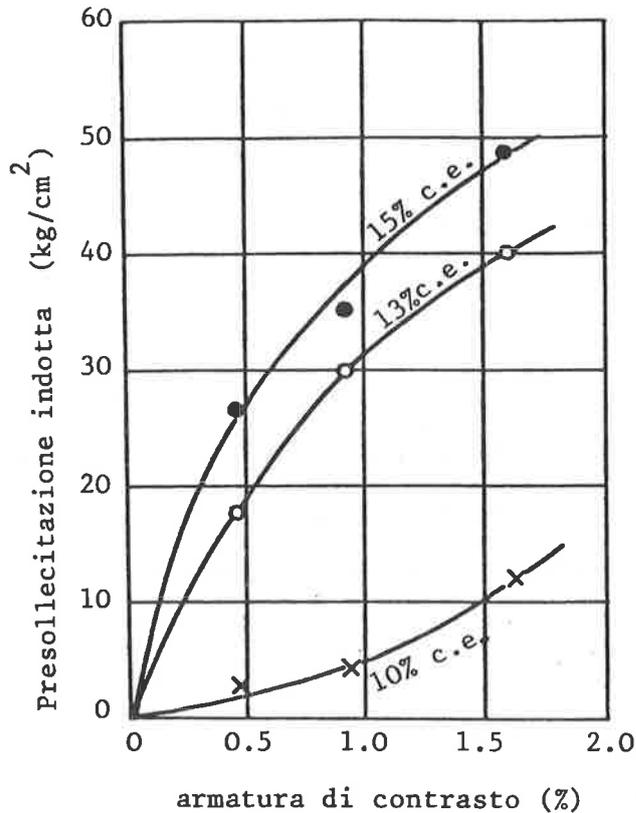


Fig. 7 - Presollecitazione indotta in provini di calcestruzzo, in funzione della percentuale di armatura di contrasto, per diverse percentuali del componente espansivo.

Uno dei modelli proposti per la valutazione della forza di presollecitazione  $P$  indotta in una sezione di calcestruzzo caratterizzato da una espansione libera  $Se$ , è il seguente:

$$P = \frac{Es \times As \times Se}{1 - 2np \left(1 + e^2 \frac{Ac}{Ic}\right)} \quad \text{valido per il primo schema della Fig. 3.}$$

$$\text{con } n = \frac{Es}{Ec}$$

$p$  percentuale di acciaio di contrasto  $\left(\frac{As}{Ac}\right)$

$Ac$  e  $As$  area del calcestruzzo e dell'acciaio

e eccentricità rispetto al baricentro della sezione

$Ic$  momento d'inerzia della sezione di calcestruzzo

$Es$  e  $Ec$  moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo

Per le deformazioni viscosi le indicazioni che si hanno sembrano convergere sul fatto che queste siano leggermente maggiori, in funzione anche del tipo di cemento espansivo e delle condizioni di maturazione, rispetto ad un calcestruzzo normale. Questo scostamento non dovrebbe comunque portare a particolari inconvenienti.

Per quanto riguarda le applicazioni, c'è da dire che molto si è sperimentato in laboratorio ma le realizzazioni di strutture in calcestruzzo autocompresso non sono per ora numerose. A parte le strutture viste in Fig. 5, altre applicazioni sono state riviste verso pavimentazioni industriali e stradali, solette di copertura, garages multipiano, tubazioni. I risultati, per la verità, e le verifiche anche a distanza di anni sulle strutture realizzate, non sempre hanno rispecchiato a pieno le previsioni. D'altra parte, proprio per le non numerose applicazioni, come si diceva, non si dispone ancora di una casistica significativa e probante che possa per ora far esprimere valutazioni attendibili in merito. Certo, i fattori che influiscono sulla velocità e sulla entità dell'espansione sono molteplici e tutti da controllare e seguire con attenzione:

- composizione chimica e finezza di macinazione
- quantità del componente espansivo
- rapporto acqua/cemento
- tipo e durata della stagionatura
- dimensione dei provini
- tipo e grado di contrasto
- tempi di lavorazione del calcestruzzo fresco
- eventuali additivi
- tipo e dimensione dell'inerte.

Una conclusione rapida è questa. Pur con le raccomandazioni appena fatte, sembrerebbe che il calcestruzzo chimicamente autocompresso per le sue proprietà, per i livelli di sollecitazione raggiunti in una vasta serie di prove sperimentali, per la sua tecnologia, per quanto già emerso nel corso delle relazioni svolte, si possa fattivamente inserire ed integrare con la precompressione e la precompressione parziale.

E' necessario, ovviamente, ancora qualche approfondimento soprattutto per poter più utilmente trasferire a livello applicativo i risultati raggiunti in prove di laboratorio.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1) Proceedings International Conference on the Structure of Concrete, Cement and Concrete Association, London 1968.
- 2) Proceedings Fifth International Symposium on the Chemistry of Cement, Cement Association of Japan, 1969.
- 3) S. Aroni, V. Bertero, M. Polivka: CHEMICALLY PRESTRESSED CONCRETE. Journal of Prestressed Concrete Institute, oct. 1968.
- 4) K.L. Benuska, V. Bertero, M. Polivka: SELF-STRESSED CONCRETE FOR PRECAST BUILDING UNITS. Journal of Prestressed Concrete Institute, marzo-aprile 1971.
- 5) ACI Committee 223, Journal of the American Concrete Institute, agosto 1970.
- 6) ACI Standards, Recommended Practice for the use of shrinkage-compensating concrete. ACI Journal, giugno 1976.
- 7) P. William, M. Polivka: QUALITY CONTROL OF EXPANSIVE CEMENT CONCRETE. ACI Journal, maggio 1976.
- 8) J. Timusk, S. Sheikh: EXPANSIVE CEMENT JACKS. ACI Journal, feb. 1977.
- 9) M. Collepardi, M. Corradi, M.S. Guella: PROPRIETA' DEGLI IMPASTI CEMENTIZI PER IL CONSOLIDAMENTO ED IL RIPRISTINO STRUTTURALE DI COSTRUZIONI AMMALORATE. Atti giornate AICAP, Venezia, ottobre 1977.
- 10) M.M. Rahimi, C.E. Kesler: BEHAVIOUR OF AN EXPANSIVE-PORTLAND MORTAR COMPOSITE. ACI Journal, giugno 1978.
- 11) B.K. Paul, M. Polivka, P.K. Mehta: PROPERTIES OF FIBER REINFORCED SHRINKAGE-COMPENSATING CONCRETE. ACI Journal, nov.-dic. 1981.



## CONSIDERAZIONI SULLA PRECOMPRESSIONE PARZIALE

M. VALENTE

Ingegnere Civile  
Libero professionista  
L'AQUILA

### SOMMARIO

Sono analizzate le possibilità offerte dalla attuale normativa italiana (D.M. 1/4/1983) di progettare elementi parzialmente precompressi; vengono inoltre fornite indicazioni di carattere operativo sulle modalità da seguire nella progettazione di sezioni assumendo come grandezza rappresentativa del livello di precompressione della sezione il RAPPORTO DI PRECOMPRESSIONE (PPR).

### SUMMARY

First are considered the chances given by the present italian code (D.M. 1/4/1983) to design partially prestressed members; later few indications are proposed in the design of partially prestressed sections when the PARTIAL PRESTRESSING RATIO (PPR) is assumed as the parameter that indicates the level of prestressing in the section.

### 1. PREMESSA

E' noto come il termine precompressione definisca uno stato di coazione creato in un elemento strutturale, in genere di calcestruzzo, attraverso la tesatura di cavi o barre costituite da acciaio speciale ad alta resistenza, al fine di ottenere un migliore comportamento dell'elemento strutturale assoggettato alle diverse sollecitazioni.

Con riferimento in particolare al comportamento flessionale dell'elemento strutturale in esame, si suole definire INTEGRALE la precompressione che mira ad ottenere unicamente tensioni di compressione nelle varie sezioni della membratura per tutte le condizioni di carico, tollerando al più modesti valori degli sforzi di trazione nelle condizioni più gravose.

Una membratura PARZIALMENTE precompressa, invece, è caratterizzata in esercizio da un funzionamento simile a quello di una analo-

ga membratura in c.a. ordinario, nel senso che in essa può consentirsi già in via progettuale l'innescò di fessurazioni nel calcestruzzo sotto i massimi carichi di servizio.

La disponibilità di un gran numero di studi sul comportamento sperimentale di elementi in calcestruzzo parzialmente precompressi in diverse condizioni di carico ( v. bibliografia ) indica come sia stata sentita la necessità di una migliore comprensione delle qualità e degli inconvenienti che si incontrano in tali elementi, confrontati con quelli, ormai noti, di elementi in c.a. e c.a.p. . La tendenza che da tali studi emerge è quella di considerare il calcestruzzo parzialmente precompresso (c.a.p.p.) come materiale "intermedio" tra il c.a. ed il c.a.p., su cui potere fare completo affidamento, ed in cui la presenza di fessurazione non è altro che una caratteristica peculiare e non un sintomo di debolezza, almeno nei casi in cui tale fenomeno possa ragionevolmente ammettersi. Tali indicazioni sono state in effetti recepite dalle normative tecniche di un notevole numero di paesi stranieri (p.es. USA: ACI 318-77; GB: CP 110-72; CH: SIA 162-68; NZL: CUR 87-77), sia pure con modalità e limiti di applicazione differenti da caso a caso. A tal proposito H.Bachmann ha condotto nel 1979 una ricerca-indagine (I) allo scopo di confrontare i metodi di calcolo raccomandati in diversi paesi per il dimensionamento di alcune sezioni-tipo; la presente indagine, prendendo spunto dal citato lavoro, si occupa del dimensionamento per flessione delle stesse sezioni precomprese, esaminando in particolare le possibilità offerte dalla normativa attualmente in vigore in Italia (D.M. 1/4/1983) di permettere e controllare i fenomeni fessurativi che si innescano nell'elemento precompresso sotto l'azione dei massimi carichi di servizio previsti.

Vengono in seguito suggerite alcune indicazioni di carattere operativo sulle modalità da seguire nella progettazione di sezioni parzialmente precomprese.

## 2. SITUAZIONE DELLA NORMATIVA

### 2.1 Tensioni Ammissibili

Nella tab. 1 è riportato quanto previsto nella normativa attuale ed in quella in vigore nel 1972 (D.M. 30/5/1972) riguardo ai limiti di tensione imposti ai materiali in servizio ed alle espressioni fornite per le loro resistenze; in fig. 1 sono riportati gli andamenti di alcune delle grandezze sopracitate in funzione della classe di cls adottata.

Si possono trarre le seguenti conclusioni:

- le espressioni che forniscono la resistenza  $f_{ctm}$  a trazione semplice del cls sono praticamente equivalenti nei due casi;
- viene esclusa la possibilità che la sezione possa fessurarsi perchè risulta sempre  $f_c^+ < f_{cfm}$  ;
- il valore della resistenza  $f_{cfm}$  a trazione per flessione del cls fornito dal regolamento del 1972 è maggiore di quello attuale di

circa il 65%;

- operando con il vecchio regolamento era possibile progettare sezioni precomprese in cui erano consentiti ai materiali tassi di lavoro più elevati di quelli permessi attualmente;
- l'attuale regolamento sembra essere eccessivamente severo .

Le ultime due conclusioni derivano dal fatto che in entrambi i regolamenti è previsto un valore minimo pari ad 1.30 del coefficiente  $n_f$  di sicurezza alla fessurazione , mentre vengono forniti valori molto differenti per la resistenza  $f_{cfm}$  che compare nella espressione del momento di fessurazione

Considerando infatti le tre sezioni prese in esame da Bachmann nel citato lavoro (v. fig. 2), sfruttando le proprietà delle sezioni in cls ed acciaio completamente reagenti si è dapprima trovato per ognuna il momento  $M^*$  che determina il raggiungimento dei limiti di trazione nel cls al lembo inferiore e nell'acciaio di precompressione (la condizione riguardante la compressione del cls al lembo superiore si è rivelata la meno vincolante); si è poi calcolato per ciascuna delle sezioni il valore del momento di fessurazione  $M_f$  e quindi del coefficiente di sicurezza alla fessurazione  $n_f$  ; i risultati di questa analisi sono riportati in tab. 2 .

Come risulta evidente i valori dei singoli  $n_f$  risultano sensibilmente più alti se calcolati con le norme del 1972 rispetto ai valori ottenibili attualmente, i quali risultano anzi tutti inferiori al minimo di 1.30 imposto; attualmente, quindi, i materiali, soprattutto il cls, sono penalizzati rispetto a quanto avveniva in passato, in particolare contrasto con quanto avviene nel resto d'Europa, dove con il procedere del tempo e quindi con la evoluzione delle tecnologie di precompressione e di confezionamento dei materiali prevale giustamente la tendenza a sfruttare queste migliorate qualità dei materiali stessi.

Al proposito si noti nella fig. 3, ripresa dal lavoro di Bachmann, come per le tre sezioni di fig. 2 il massimo valore del momento flettente esterno concesso dalle attuali norme in base al metodo delle Tensioni Ammissibili risulti quasi sempre il minore fra tutti i valori ottenibili nei paesi europei, specialmente per le sezioni S1 ed S2.

## 2.2 Metodo agli Stati Limite

Nell'ambito del metodo agli Stati Limite, così come è formulato nella attuale normativa, non è esplicitamente esclusa la eventualità che la sezione si parzializzi, ossia non sono escluse per le sezioni precomprese la verifica agli Stati Limite di fessurazione e quella all'apertura delle lesioni.

Si può anzi affermare che sussistono spazi di manovra sufficientemente ampi per consentire la adozione della precompressione parziale nella consueta pratica progettuale; è però necessario che le attuali limitazioni siano integrate con altre già previste nei regolamenti di quasi tutti i paesi europei.

Attualmente, infatti, nel metodo agli Stati Limite, per quanto riguarda le verifiche delle sezioni soggette a soli sforzi normali, è prescritta la consueta verifica a rottura con un valore del coefficiente di sicurezza dei carichi almeno pari a 1.50, oltre alle verifiche agli stati limite di esercizio elencati in tab. 3. Tenendo presenti le limitazioni imposte, si è quindi operata una ulteriore analisi sulle tre sezioni di fig. 2 nell'ambito del metodo agli stati limite; lo studio delle condizioni di servizio è stato effettuato supponendo i materiali a comportamento elastico lineare, mentre nel calcolo a rottura si sono utilizzati il legame costitutivo parabola-rettangolo per il calcestruzzo compresso, quello elastico incrudente bilineare per l'acciaio da precompressione ed elastico perfettamente plastico per l'acciaio ordinario. In un primo tempo, essendo assegnate le aree di acciaio nelle tre sezioni, si è determinato per tentativi il massimo valore del momento flettente, superiore al momento di fessurazione  $M_f$ , che fosse compatibile con i limiti imposti alle tensioni nei materiali, e si è poi controllato che la apertura delle fessure fosse inferiore ai massimi valori concessi (0.1, 0.2, 0.4 mm rispettivamente); i risultati di tale analisi sono riportati in tab. 4 ed in fig. 3. Come risulta evidente i valori del momento flettente permesso in presenza di fessurazione sono sensibilmente più alti di quelli calcolati con il metodo delle Tensioni Ammissibili.

Si sono anche controllati i valori dei salti di tensione nelle armature, ordinarie e non, all'atto della fessurazione: come risulta evidente dalla fig. 4, tali salti sono sensibilmente più alti nella sezione S3 che negli altri due tipi; ciò è dovuto al fatto che la parzializzazione della sezione esclude dalla resistenza le intere ali inferiori della sezione con un conseguente brusco calo della rigidità della parte di calcestruzzo e con un immediato aumento di tensione nelle armature.

Proprio a causa di ciò non è forse opportuno consentire la fessurazione sotto i carichi di servizio per questo tipo di sezione doppiamente flangiata, giacché risultano eccessivi i rischi che si manifestino inconvenienti dovuti alla fatica delle armature ordinarie. Una indicazione della predisposizione di una data sezione a subire inconvenienti di questo tipo può essere fornita dal rapporto tra il momento di fessurazione e quello di decompressione: quando tale rapporto tende a superare i valori di 1.50 + 1.60 allora sono da temere i fenomeni di fatica.

Attualmente nella normativa italiana sugli Stati Limite non è previsto alcun controllo dei fenomeni di fatica ma solo della tensione  $f_{ps}$  dell'acciaio di precompressione, e ciò può non essere sufficiente ad evitare fenomeni di fatica nelle armature ordinarie. Sembrano essere sufficientemente cautelativi in tal senso valori di  $f_s$  limitati a 150, 200, 250 N/mm<sup>2</sup> in corrispondenza dei valori caratteristici 0.1, 0.2, 0.4 mm dell'apertura delle fessure.

### 3. PROGETTO DI UNA SEZIONE PARZIALMENTE PRECOMPRESSA

#### 3.1 Definizione della entità della precompressione

Tenute presenti le limitazioni imposte, in generale il progetto di una sezione parzialmente precompressa inflessa si può scindere in due fasi principali: nella prima, fissate le dimensioni ed il tipo dei materiali, si determinano le aree  $A_p$  ed  $A_s$  di acciaio servendosi delle equazioni di equilibrio e congruenza per lo stato limite ultimo o per lo stato di servizio (II), (III), (V), (VI), (VII); nella seconda fase si esegue una analisi della sezione fessurata per controllare i valori delle tensioni nei materiali, per verificare il comportamento alla fatica e per valutare la entità delle deformazioni; in alcuni casi possono essere necessarie alcune iterazioni tra le due fasi per il raggiungimento del risultato ottimale.

E' senz'altro utile introdurre, nella prima fase progettuale, un "indicatore" della entità della precompressione cui si vuole assoggettare l'elemento strutturale in esame, ossia un ulteriore parametro che leghi tra loro le troppo numerose variabili che entrano in gioco in un progetto di sezione parzialmente precompressa.

Sono in pratica due i parametri che possono servire allo scopo:

1) RAPPORTO DI PRECOMPRESSIONE PARZIALE  $PPR = \frac{M_{u,p}}{M_{u,p} + M_{u,s}}$  dato

dal rapporto tra il momento resistente ultimo dovuto all'acciaio  $A_p$  da precompressione e quello globalmente offerto dalle armature tese; nella generalità dei casi tale rapporto non differisce sensibilmente da quello  $T_{p,u} / T_u$  che intercorre tra le risultanti di trazione (v. fig. 5a);

2) GRADO DI PRECOMPRESSIONE  $K = \frac{M_{dec}}{M_{serv}}$  pari al rapporto tra il momento di decompressione della sezione (definito come quello che, unitamente alla precompressione, genera tensione nulla al livello dell'intradosso della sezione o delle armature ordinarie) ed il massimo momento di servizio complessivamente agente sulla sezione (v. fig. 5b).

Per come sono definiti, quindi, il PPR fa riferimento alle condizioni di rottura, mentre il K considera la eventualità che la sezione vada in trazione ad un lembo sotto le condizioni di servizio: è indubbio come quest'ultimo parametro sia più efficace nella descrizione dello stato di servizio della sezione, che è poi quello che definisce la classe di appartenenza della stessa. Da un punto di vista operativo, però, è forse più comodo l'uso del PPR, anche perchè sotto alcune ipotesi di lavoro generalmen-

te accettabili i valori dei due parametri PPR e K differiscono di poco l'uno dall'altro.

Dette ipotesi di lavoro consistono nel supporre che la decompressione della sezione avvenga sotto l'azione dei soli carichi permanenti, e che la parte di momento ultimo richiesto alla sezione dagli stessi carichi venga fornito dalle sole armature di precompressione  $A_p$ ; detti allora  $M_g$  ed  $M_q$  i momenti di servizio dovuti all'azione dei carichi permanenti ed accidentali rispettivamente, e  $\gamma_g$  e  $\gamma_q$  i relativi coefficienti di sicurezza da adottare nello stato limite ultimo, si può porre:

$M_{dec} = M_g$ ,  $M_{serv} = M_g + M_q$ ,  $M_{u,p} = \gamma_g M_g$ ,  $M_{u,s} = \gamma_q M_q$ ; si ha

quindi 
$$PPR = \frac{M_{u,p}}{M_{u,p} + M_{u,s}} = \frac{\gamma_g M_g}{\gamma_g M_g + \gamma_q M_q}$$
 poichè  $\gamma_g$  e  $\gamma_q$  sono

in generale poco differenti tra loro (nella normativa italiana valgono entrambi 1.50), si ha:

$$PPR = \frac{M_g}{M_g + M_q} = \frac{M_{dec}}{M_{serv}} = K.$$

E' evidente come i valori limite 0 ed 1 di K (o PPR) siano riferiti a sezioni in c.a. ordinario e integralmente precompresso, mentre il campo dei valori intermedi è relativo a sezioni parzialmente precomprese; in genere valori di PPR attorno a 0.60+0.70 sono sufficientemente cautelativi.

### 3.3 Metodo di progetto

Il procedimento di progetto che verrà illustrato in dettaglio si basa sull'adozione di un certo valore per il parametro PPR definito come  $PPR = T_{p,u} / (T_{p,u} + T_{s,u})$ , ed ammette le seguenti ipotesi: conservazione delle sezioni piane in condizione di rottura; rottura a carico del calcestruzzo compresso; andamento delle tensioni tipo stress-block per il calcestruzzo compresso; si trascurano i fenomeni di viscosità e ritiro; sono noti i legami costitutivi dei tipi di acciaio adottati.

Si espone (v.fig. 6) dapprima il procedimento per il caso di una sezione rettangolare, e si vedrà poi come si può estenderlo alla sezione a T.

In fig. 6 è rappresentata una sezione rettangolare di cui sono assegnate le dimensioni b ed H, così come sono note le posizioni dei baricentri delle armature  $A_p$  ed  $A_s$ ; nella stessa figura

sono riportati alcuni particolari diagrammi di deformazione e la situazione delle tensioni in condizioni di rottura.

Detta allora  $T_u = T_{p,u} + T_{s,u}$  la risultante delle tensioni di trazione nelle armature, la sua distanza d dal bordo più compresso è pari a:  $d = d_p + \delta = d_p + (d_s - d_p) T_{s,u} / T_u = d_p + (d_s - d_p) (1 - PPR) =$

$d = d_s - \text{PPR} (d_s - d_p)$  : una volta assegnato PPR è quindi subito calcolabile la posizione di  $T_u$ .

Detta allora  $Y$  la distanza dell'asse neutro dal bordo superiore in condizioni di rottura, il braccio delle forze interne è pari a  $Z = d - \frac{1}{2}\beta Y$  per cui, imponendo l'equilibrio alla rotazione, si ottiene:  $C_u Z = M_{u,r}$  essendo  $C_u$  la risultante delle compressioni nel calcestruzzo ed  $M_{u,r}$  il momento ultimo richiesto alla sezione, noto perchè si suppongono noti i carichi agenti sull'elemento in esame;svolgendo l'equazione si ottiene:

$$0.85 f_{cd} \beta Y b (d - \frac{1}{2}\beta Y) = M_{u,r} \quad \text{si ha cioè l'equazione di 2°}$$

$Y^2 - 2 d Y/\beta + 2 M_{u,r}/0.85 f_{cd} \beta^2 b = 0$  da cui può ricavarsi l'incognita  $Y$ .

In virtù della linearità del diagramma delle deformazioni, oltre alla quantità  $C_u = 0.85 f_{cd} \beta Y b$  è possibile determinare gli allungamenti subiti dalle armature  $A_s$  ed  $A_p$  oltre la situazione di decompressione:  $\epsilon_s = \epsilon_{cu} (d_s - Y)/Y$ ,  $\epsilon_{p2} = \epsilon_{cu} (d_p - Y)/Y$ ; è subito nota, quindi, la tensione nelle armature ordinarie  $A_s$  grazie alla conoscenza del legame costitutivo (è sufficiente in genere adottare per esso un andamento elasto-plastico bilineare); per quanto riguarda invece le armature di precompressione  $A_p$ , l'allungamento complessivo in condizioni di rottura è pari a  $\epsilon_{ps} = \epsilon_{pe} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2}$  essendo  $\epsilon_{pe} = f_{pe}/E_p$  il contributo dovuto alla tensione  $f_{pe}$  di trazione effettiva delle armature,  $\epsilon_{p1}$  dovuto all'accorciamento elastico della fibra di calcestruzzo posta al livello delle armature di precompressione, all'atto della tesatura: tale contributo è in genere decisamente trascurabile in confronto agli altri due, per cui può porsi con sufficiente approssimazione  $\epsilon_{ps} = \epsilon_{pe} + \epsilon_{p2}$  ed è quindi possibile il calcolo della tensione  $f_{ps}$  nelle armature  $A_p$ .

Sfruttando infine la definizione di PPR e la condizione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse, si possono determinare le aree di acciaio necessarie:

$$\begin{cases} \text{PPR} = A_p f_{ps}/T_u = A_p f_{ps}/C_u \\ A_p f_{ps} + A_s f_s = T_{p,u} + T_{s,u} = C_u \end{cases} \quad \begin{cases} A_p = \text{PPR} C_u / f_{ps} \\ A_s = (C_u - A_p f_{ps}) / f_s \end{cases}$$

Quando la sezione in esame ha forma a T può accadere che in condizioni di rottura l'asse neutro non intersechi la soletta, per

cui la porzione di calcestruzzo compresso non ha più forma rettangolare: in tal caso il procedimento da seguire è analogo a quello esposto se si suppone che il momento ultimo richiesto,  $M_{u,r}$ , sia fornito da due distinti meccanismi (v. fig. 7): uno è quello fornito dalla porzione di calcestruzzo delle ali ( $M_{u,1}$ ), l'altro dalla rimanente parte di calcestruzzo compresso ( $M_{u,2}$ ), ciascuno associato con una opportuna area di acciaio.

Il diagramma delle tensioni di fig. 7c) può quindi pensarsi fornito dalla somma dei diagrammi d) ed e) della stessa figura, cosicchè può supporre anche  $M_{u,r} = M_{u,1} + M_{u,2}$ .

Effettuata allora la scelta del PPR e stimato un valore per  $f_{pe}$ , il procedimento può articolarsi nelle seguenti fasi:

- in base al PPR scelto si determina  $d = d_s - PPR (d_s - d_p)$  e il valore dell'allungamento  $\epsilon_{pe} = f_{pe}/E_p$ ;

- si studia il meccanismo di fig. 7d): si calcola dapprima il valore della risultante  $C_{u,1} = 0.85 f_{cd} s (b - b_0)$  e quindi del braccio delle forze interne  $Z_1 = d - s/2$ ; il momento resistente offerto vale  $M_{u,1} = C_{u,1} Z_1$  e per le ipotesi fatte risulta inferiore al valore  $M_{u,r}$  richiesto complessivamente; si calcola poi il valore fittizio  $Y_1 = s/\beta$  della distanza dell'asse neutro dal bordo compresso e con esso gli allungamenti fittizi subiti dalle armature: servendosi dei legami costitutivi si ottengono quindi i valori, anch'essi fittizi, delle tensioni  $f_{ps,1}$  e  $f_{s,1}$  negli acciai; si trovano infine le aree di acciaio necessarie nel primo meccanismo:  $A_{p,1} = PPR C_{u,1}/f_{ps,1}$ ,  $A_{s,1} = (C_{u,1} - A_{p,1} f_{ps,1})/f_{s,1}$ .

- si studia il meccanismo di fig. 7e): esso deve fornire un momento ultimo pari a  $M_{u,2} = M_{u,r} - M_{u,1}$  e si studia in modo identico a quello indicato per la sezione rettangolare; si calcola cioè prima la posizione dell'asse neutro servendosi della equazione  $Y^2 - 2 d Y/\beta + 2 M_{u,2}/0.85 f_{cd} \beta^2 b_0 = 0$ , si passa poi al calcolo del braccio delle forze interne  $Z_2 = d - \beta Y/2$ , degli allungamenti effettivi subiti dalle armature, della risultante  $C_{u,2} = 0.85 f_{cd} \beta Y b_0$ , delle tensioni nelle armature: è possibile a questo punto determinare i valori delle aree di acciaio necessarie per questo meccanismo, che andranno poi sommate ai valori ottenuti in precedenza:

$$A_{p,2} = PPR C_{u,2}/f_{ps}$$

$$A_{s,2} = (C_{u,2} - A_{p,2} f_{ps})/f_s$$

## Bibliografia

- I) H. BACHMANN : Partial Prestressing of Concrete Structures, IABSE Surveys S-11, 1979, pp. 20.
- II) A.E. NAAMAN, A. SIRIAKSORN : Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams, PCI JOURNAL, Part. 1, March-April 1979, pp. 22, part. 2, May-June 1979, pp. 20.
- III) S.E. MOUSTAFA' : Design of Partially Prestressed Concrete Flexural Members, PCI JOURNAL, May-June 1977, pp. 18.
- IV) A.H. NILSON : Flexural Stresses After Cracking in Partially Prestressed Beams, PCI JOURNAL, July-August 1976, pp. 10.
- V) A.H. MATTOCK : Flexural Strength of Prestressed Concrete Sections by Programmable Calculator, PCI JOURNAL, January-February 1979.
- VI) M.K. TADROS : Expedient Service Load Analysis of Cracked Prestressed Concrete Sections, PCI JOURNAL, November-December 1982, pp. 24.
- VII) S. INOMATA : A Design Procedure For Partially Prestressed Concrete Beams Based on Strength and Serviceability, PCI JOURNAL, September-October 1982.
- VIII) G.S. RAMASWAMY : Modern Prestressed Concrete Design, Pitman Publication Ltd, London England, 1976, chapter 8, pp. 17.
- IX) MINISTERO LL.PP. : Norme tecniche alle quali devono uniformarsi le costruzioni in conglomerato cementizio, normale e pre-compresso ed a struttura metallica, D.M. 30 maggio 1972.
- X) MINISTERO LL.PP. : Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale, precompresso e per le strutture metalliche, D.M. 1 aprile 1983, G.U. 17 agosto 1983.

	D.M. 30-5-1972	D.M. 1-4-1983
$f_c^+$	$\leq 0.06 R'_{bk}$	$\leq 0.06 R'_{bk}$
$f_c^-$	$\leq 0.38 R'_{bk}$	$\leq 0.38 R'_{bk}$
$f_{ps}$	$\leq 0.60 f_{ptk}$	$\leq 0.60 f_{ptk}$
$f_{ctm}$	$0.69 + 0.06 R'_{bk}$	$0.27 R'_{bk}^{2/3}$
$f_{cfm}$	$2 f_{ctm} = 1.37 + 0.12 R'_{bk}$	$1.2 f_{ctm} = 0.324 R'_{bk}^{2/3}$
$n_f$	$\geq 1.30$	$\geq 1.30$

tab. 1

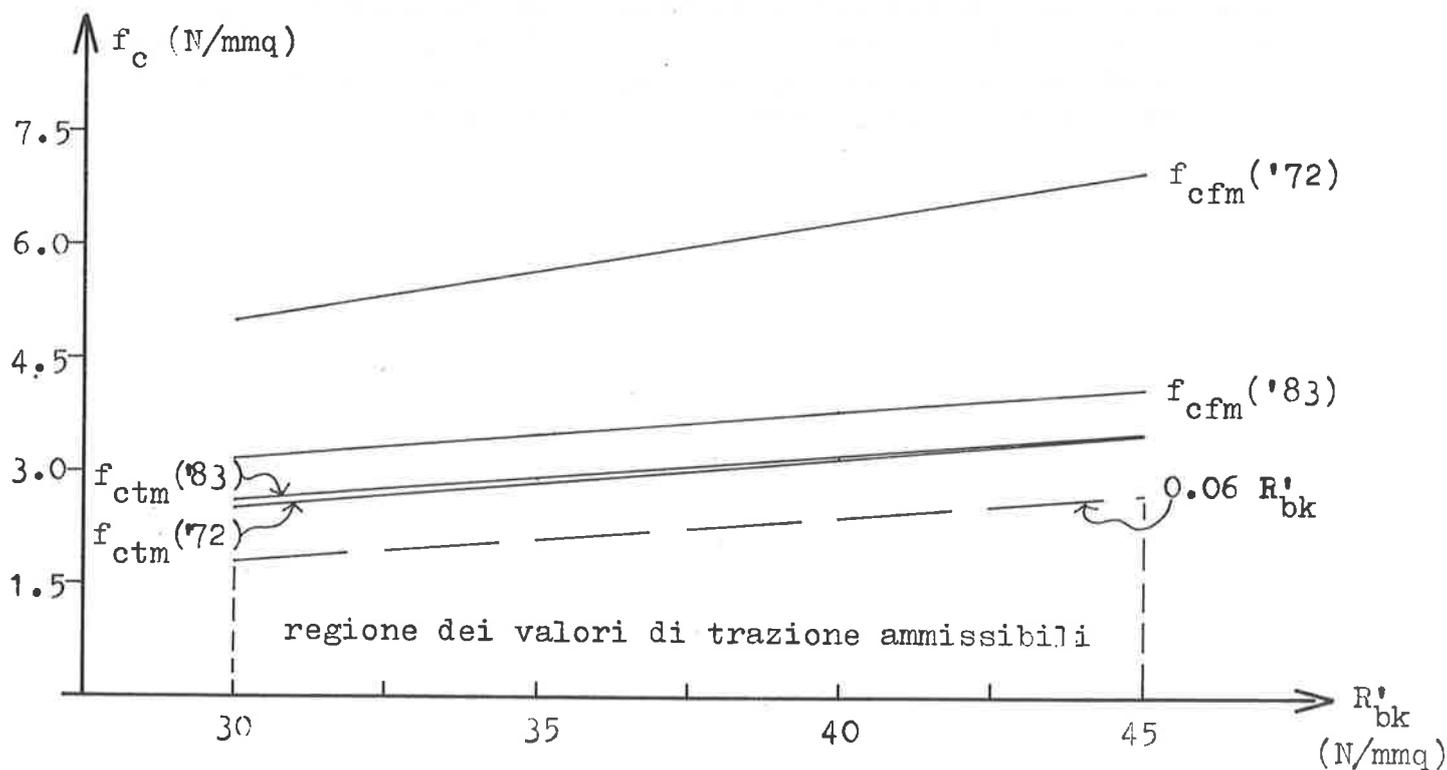


fig. 1

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE											$f_c^+ = 0.06 R'_{bk}$			D.M. '72		D.M. '83	
$A_p$	$A_s$	$A_{id}$	$J_{id}$	c1	c2	$M^+$	$f_{pe}$	$f_c^-$	$M_{cr}$	$n_f$	$M_{cr}$	$n_f$	$M_{cr}$	$n_f$			
S1	600	1200	311400	$2.677 \times 10^{10}$	515	485	448	1005	-6.09	632	1.41	521	1.16				
S2	1200	2000	560400	$5.370 \times 10^{10}$	343	657	968	960	-4.14	1245	1.29	1079	1.11				
S3	1200	2000	800100	$1.066 \times 10^{11}$	510	490	1246	1029	-5.20	1974	1.58	1533	1.23				
S1	850	500	308600	$2.634 \times 10^{10}$	511	489	575	978	-7.57	755	1.31	646	1.12				
S2	1500	1000	555900	$5.230 \times 10^{10}$	338	662	1140	932	-4.82	1404	1.23	1245	1.09				
S3	1500	1000	795900	$1.059 \times 10^{11}$	508	492	1436	1019	-5.93	2157	1.50	1722	1.20				

NOTA: grandezze geometriche in mm, mmq e mm<sup>4</sup>; tensioni in N/mmq; momenti in KNm .  
tab. 2

MATERIALI IMPIEGATI

CLS :  $R'_{bk} = 33 \text{ N/mmq}$   
 $A_p$  :  $f_{p(0.2)k} = 1600 \text{ N/mmq}$   
 $f_{ptk} = 1800 \text{ N/mmq}$   
 $E_{ps} = 206000 \text{ N/mmq}$   
 $A_s$  :  $f_{yk} = 500 \text{ N/mmq}$   
 $f_{tk} = 560 \text{ N/mmq}$   
 $E_s = 206000 \text{ N/mmq}$

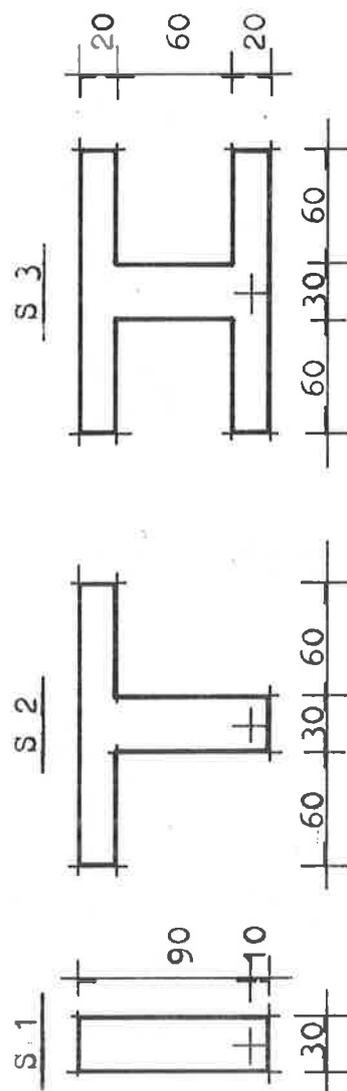


fig. 2



	$A_p$	$A_s$	$f_{pe}$	$M_{cr}$	$M_{serv}$	$f_{ps}$	$f_s$	$f_c'$	$W_k$	$M_u$	rottura
S1	600	1200	980	519	590	1097	94	-12.0	0.075	1070	cls
S2	1200	2000	910	1047	1340	1099	148	-8.7	0.094	2223	acciaio
S3	1200	2000	900	1453	1470	1107	209	-10.2	0.172	2221	acciaio
S1	850	500	1000	662	700	1100	62	-12.5	0.050	1080	cls
S2	1500	1000	900	1219	1480	1100	149	-9.3	0.010	2191	acciaio
S3	1500	1000	1000	1721	1450	1060	12	-6.1	-	2190	acciaio

NOTA: grandezze geometriche in mm e mmq; tensioni in N/mmq; momenti in KNm.

tab. 4

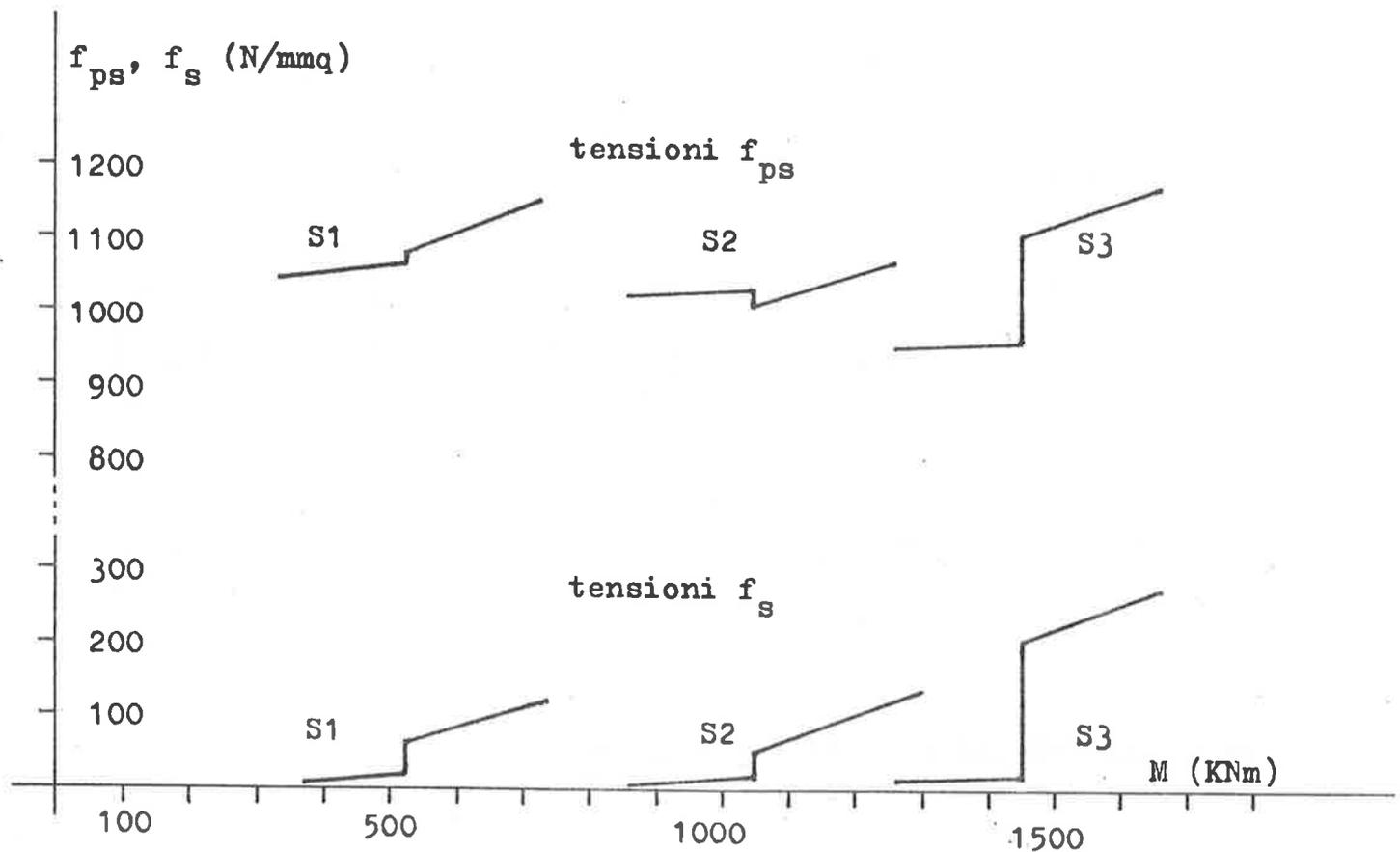
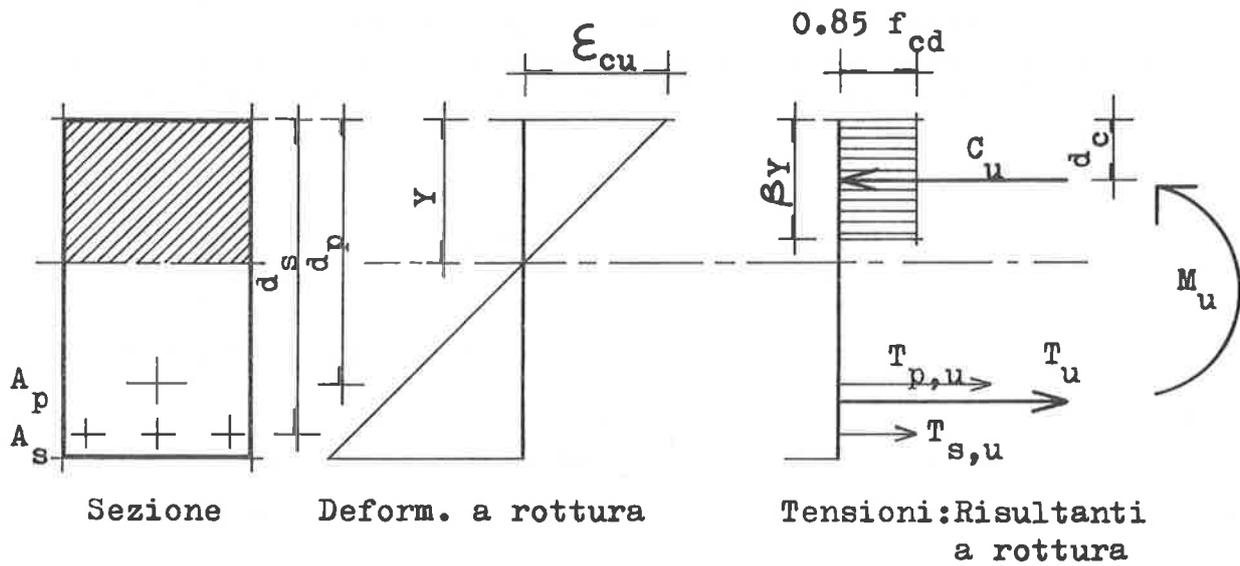
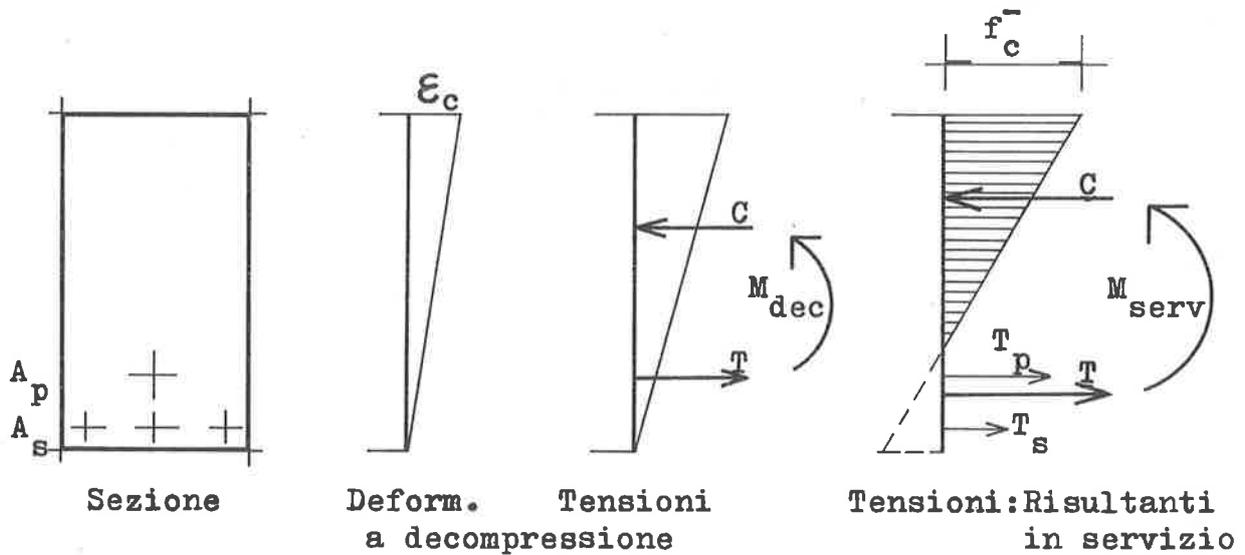


fig. 4



RAPPORTO DI PRECOMPRESSIONE PARZIALE:

$$PPR = \frac{T_{pu}(d_p - d_c)}{T_{pu}(d_p - d_c) + T_{su}(d_s - d_c)} = \frac{M_{u,p}}{M_{u,p} + M_{u,s}} = \frac{T_{p,u}}{T_{p,u} + T_{s,u}} = \frac{T_{p,u}}{T_u}$$



GRADO DI PRECOMPRESSIONE :  $K = \frac{M_{dec}}{M_{serv}}$

fig. 5

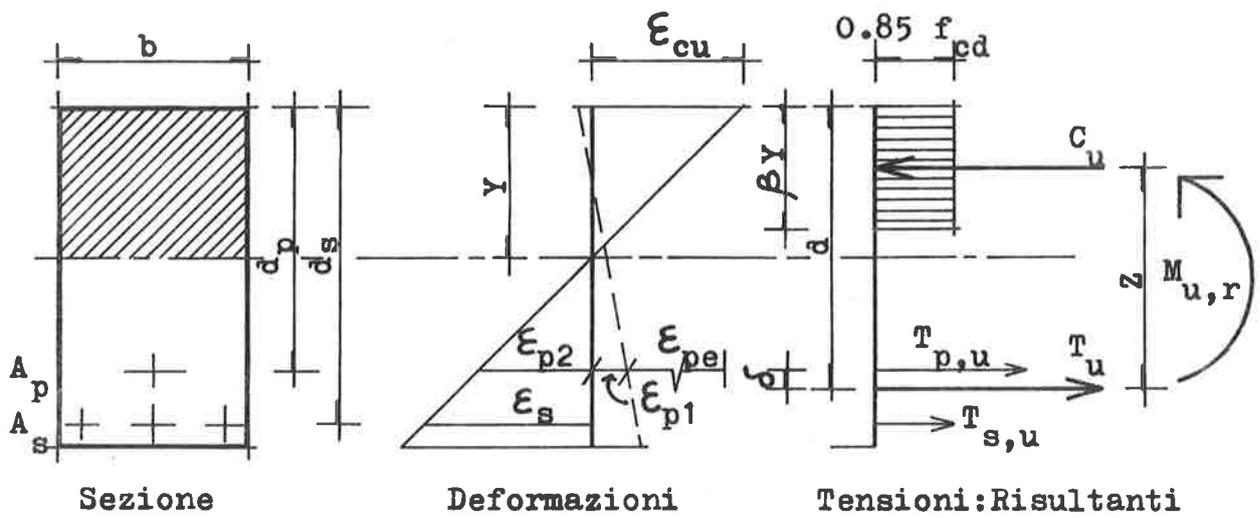


fig. 6

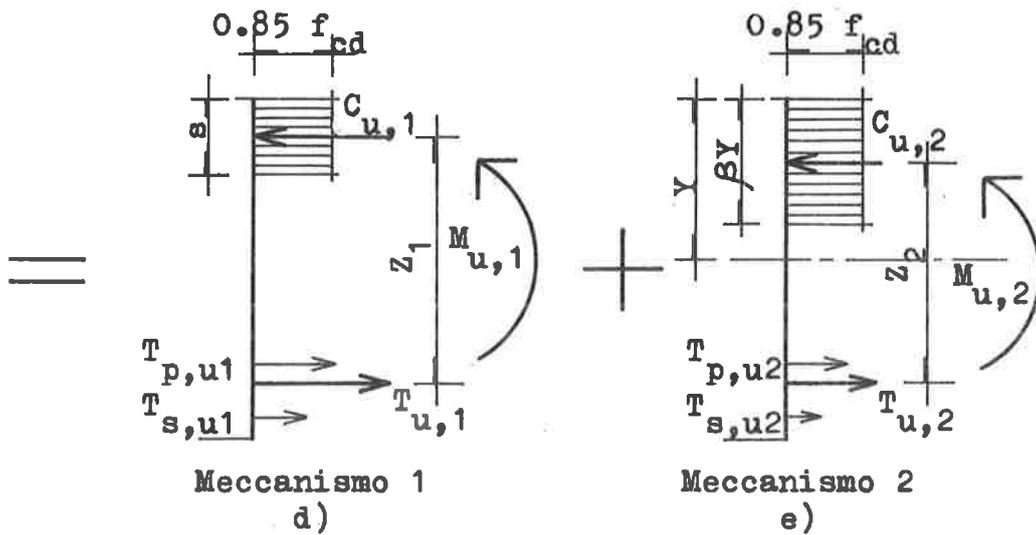
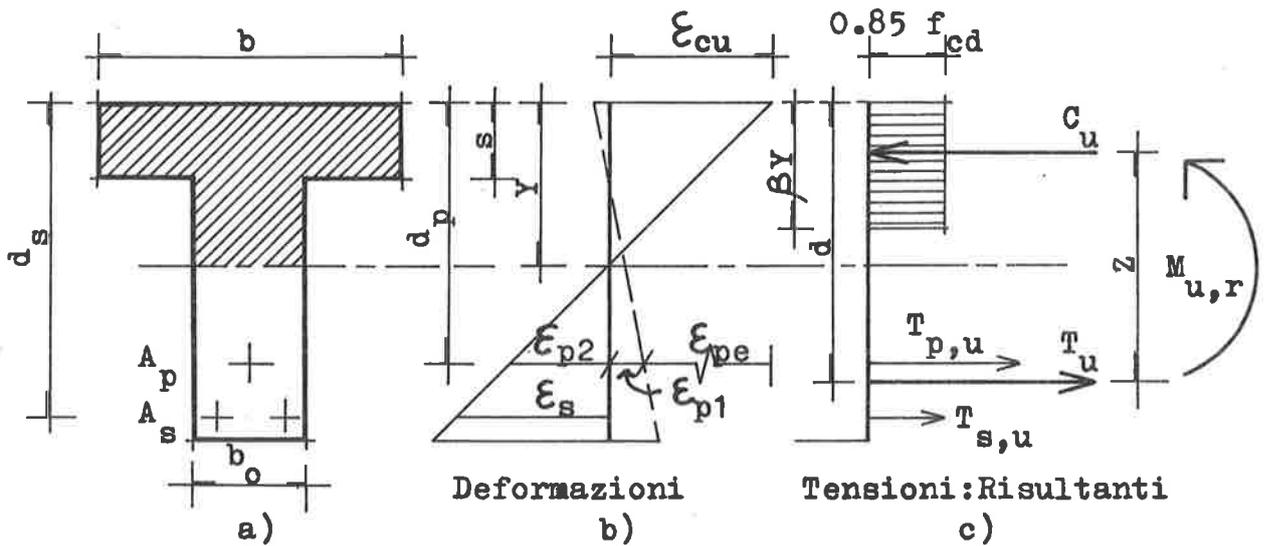


fig. 7

