

Le opere per lo stoccaggio dei prodotti agricoli e industriali

Presidente di sessione: prof.ing. Franco LEVI

Relatore generale: dott.ing. Ivano BALATRONI

**IL GRANDE SILO IN C.A.P. NELLO STABILIMENTO SACCARIFERO
DELLA S.F.I.R. S.p.A. A FORLIMPOPOLI (FO)**

Federico BALATRONI - Ivano BALATRONI
Studio di progettazione civile e strutturale - Ravenna

IL GRANDE SILO IN C.A.P. NELLO STABILIMENTO SACCARIFERO DELLA S.F.I.R. S.P.A. A FORLIMPOPOLI (FO)

Federico e Ivano BALATRONI

Studio di progettazione civile e strutturale
RAVENNA

SOMMARIO

Con la presente memoria gli autori intendono illustrare alcuni tra gli aspetti principali della progettazione della struttura di un grande silo cilindrico di c.a.p. realizzato dalla C.M.C. di Ravenna negli anni 93-94 per conto della Società S.F.I.R. a Forlimpopoli (FO). Il silo presenta, come è frequente, un notevole foro alla sua base; quindi si coglie l'occasione di mostrare quale sia l'influenza che il predetto foro determina sullo stato di sollecitazione del cilindro, affinché da ciò si possa trarre qualche indicazione utilizzabile in via più generale.

SUMMARY

With this report the authors intend to explain some of the main aspects of the design of the structure of a big cylindrical prestressed concrete silo built by C.M.C. di Ravenna in 1993-94 on behalf of the Company S.F.I.R. at Forlimpopoli (Forli). The silo has, as it is quite usual, a big discharge opening at the bottom level; the opportunity is taken to show the influence of the aforesaid opening on the stresses of the walls, so that to obtain indications which could be useful in more general terms.

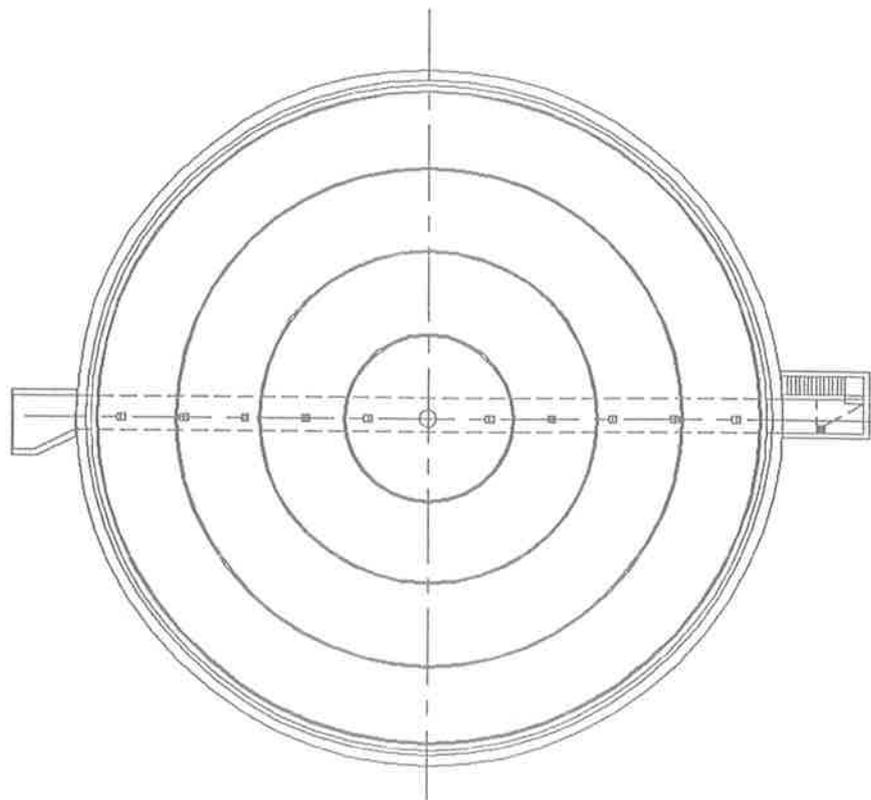
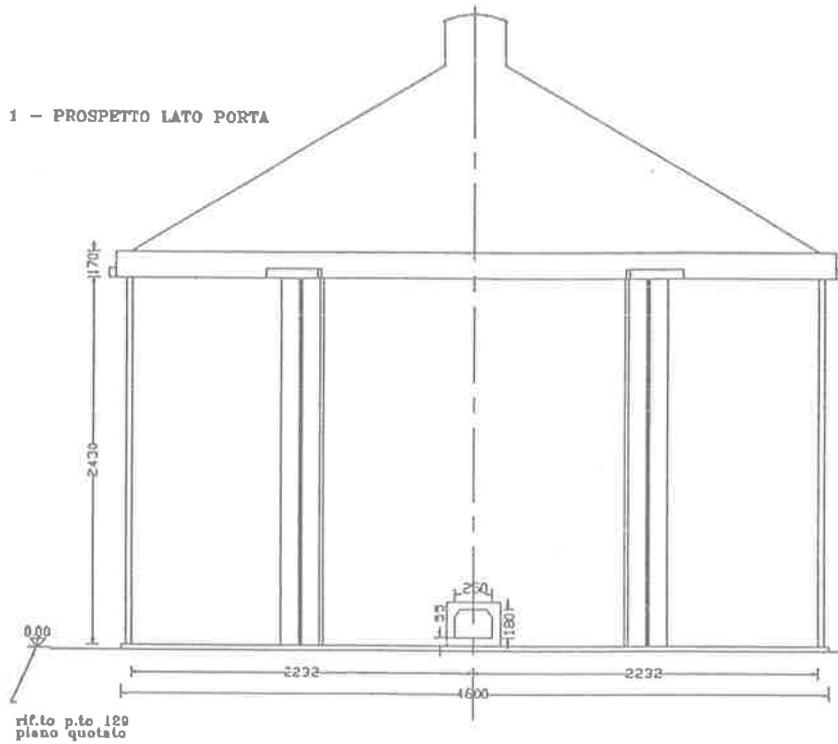
1. DESCRIZIONE DELL'OPERA: IL PROGETTO GENERALE

Il progetto generale del silo (v. fig. 1,2,3) e degli impianti annessi atti a consentire il carico, lo scarico, il condizionamento e la movimentazione di circa 39.000 t. di zucchero raffinato è stato redatto a cura dell'Ufficio Tecnico della S.F.I.R. S.p.A. con la direzione del dott. ing. DOMENICO DRAGONI; il medesimo ingegnere ha stabilito le dimensioni generali dell'opera dando altresì ai sottoscritti le indicazioni necessarie per una corretta valutazione delle azioni trasmesse dallo zucchero alle pareti e al fondo del silo. Riportiamo in breve le parti fondamentali di tali indicazioni ricordando che esse riguardano le caratteristiche (peso specifico e angolo d'attrito interno) dello zucchero, la tipologia del "carico" e dello

"scarico" e le modalità di condizionamento e movimentazione della massa insilata.

Il carico dello zucchero, da considerarsi "centrato" avviene per gravità a mezzo di un nastro trasportatore sorretto da una passerella metallica che lo convoglia dalla testa dell'elevatore fino al centro della sommità della lastra troncoconica di copertura del silo. Anche lo scarico dello zucchero avviene per gravità attraverso una serie di 11 bocchette aventi gli assi allineati su un diametro del fondo del silo (v. fig. 2). Da tali bocchette lo zucchero è convogliato su un altro nastro trasportatore, alloggiato entro un cunicolo ricavato in parte all'interno della lastra di fondazione, che lo fa pervenire, a sua volta, agli impianti di pesatura, insaccatura e spedizione. Quando lo scarico dalle bocchette è completato, rimangono dentro il silo due "unghie cilindriche" di zucchero il cui scarico è

FIG. 1 - PROSPETTO LATO PORTA

FIG. 2 - PIANTA A QUOTA +0.40
bocchette di scarico e rotaie di scorrimento della "grattatrice"

demandato ad una speciale coclea "grattatrice", posata sul fondo e incernierata al centro che, con movimenti combinati di rotazione attorno al suo asse e rivoluzione sul cerchio di base, convoglia lo stesso zucchero verso la bocchetta centrale e da questa al sottostante nastro trasportatore.

Per quanto infine riguarda le caratteristiche dello zucchero e del suo condizionamento è stato precisato quanto segue:

γ (peso specifico, costante nell'altezza) = 9 KN/mc

φ (angolo d'attrito interno) = 30°

t_c (temperatura di condizionamento) = +35°C

coesione nulla in virtù del condizionamento.

2. IL PROGETTO STRUTTURALE

2.1. Le azioni trasmesse dallo zucchero: aspetti normativi

Per quanto riguarda le azioni trasmesse dallo zucchero alle pareti e al fondo del silo sono state prese in esame le indicazioni date dalle principali Normative straniere tra le ultime delle quali citiamo, in ordine temporale di emissione, le REGLES francesi 1986 [1], le DIN tedesche 1987 [2], le ACI americane 1991 [3] e il recentissimo EUROCODICE 1 parte 4 [4] tuttora in fase di elaborazione (gentilmente trasmessoci dal prof. LUCA SANPAOLESI).

Nel caso in esame le assegnate caratteristiche geometriche del silo sono tali da farlo rientrare nella categoria dei cosiddetti "sili tozzi"; e pertanto, in accordo con quanto consigliato dalle DIN, le pressioni p_w (di attrito sulla parete), p_h (orizzontali) e p_v (verticali sul fondo) sono state calcolate con le note formule della meccanica dei terreni (spinta attiva secondo PONCELET v. P. POZZATI - Teoria e Tecnica delle Strutture, vol. I, cap. III [5]).

2.2. Le fondazioni

Alla luce delle risultanze dei numerosi accertamenti effettuati per il terreno (sondaggi, prove penetrometriche spinte fino a 70 metri di profondità e prove di laboratorio su campioni indisturbati) è risultata preferibile, sotto il duplice aspetto tecnico-economico, la soluzione di una fondazione diretta sul terreno consolidato nelle sue parti superficiali meno resistenti. Tale consolidamento, spinto fino alla profondità di 23 metri sotto il piano campagna (dove ha inizio un potente banco di ghiaia compatta) è stato realizzato con pali di calcestruzzo del tipo trivellato ad elica continua costruiti dalla ditta TREVI S.p.A. di Cesena con la tecnologia TRELICON (v. fig.3).

I pali unitamente alla spessa lastra di fondazione, forata al suo interno per la presenza del cunicolo (v.

fig. 3), realizzano un sistema strutturale spaziale dotato di notevole rigidità d'insieme per spostamenti relativi verticali, in grado di operare una efficace azione di ripartizione del carico sul banco di ghiaia menzionato più sopra e a limitare altresì il valore degli stessi spostamenti.

Tutto ciò è stato confermato dal rilevamento degli spostamenti verificatisi nel primo anno di caricamento del silo, che ha confermato un sostanziale accordo con i valori teorici di progetto, garantendo in tal modo la funzionalità del silo e degli impianti ad esso collegati. Il calcolo delle sollecitazioni per la grande lastra (\varnothing esterno = 46 m.) è stato condotto tenendo conto, per il terreno, del noto modello di BOUSSINESQ [6] e considerando due diverse condizioni di carico, rispettivamente nell'ipotesi di minimo e di massimo valore della pressione verticale radente p_w dovuta all'attrito dello zucchero sulla parete del silo (v. situazioni I della fig. 4 e II della fig. 5).

Si è proceduto calcolando anzitutto l'indice ψ di rigidità della lastra che, come è noto, è dato dall'espressione

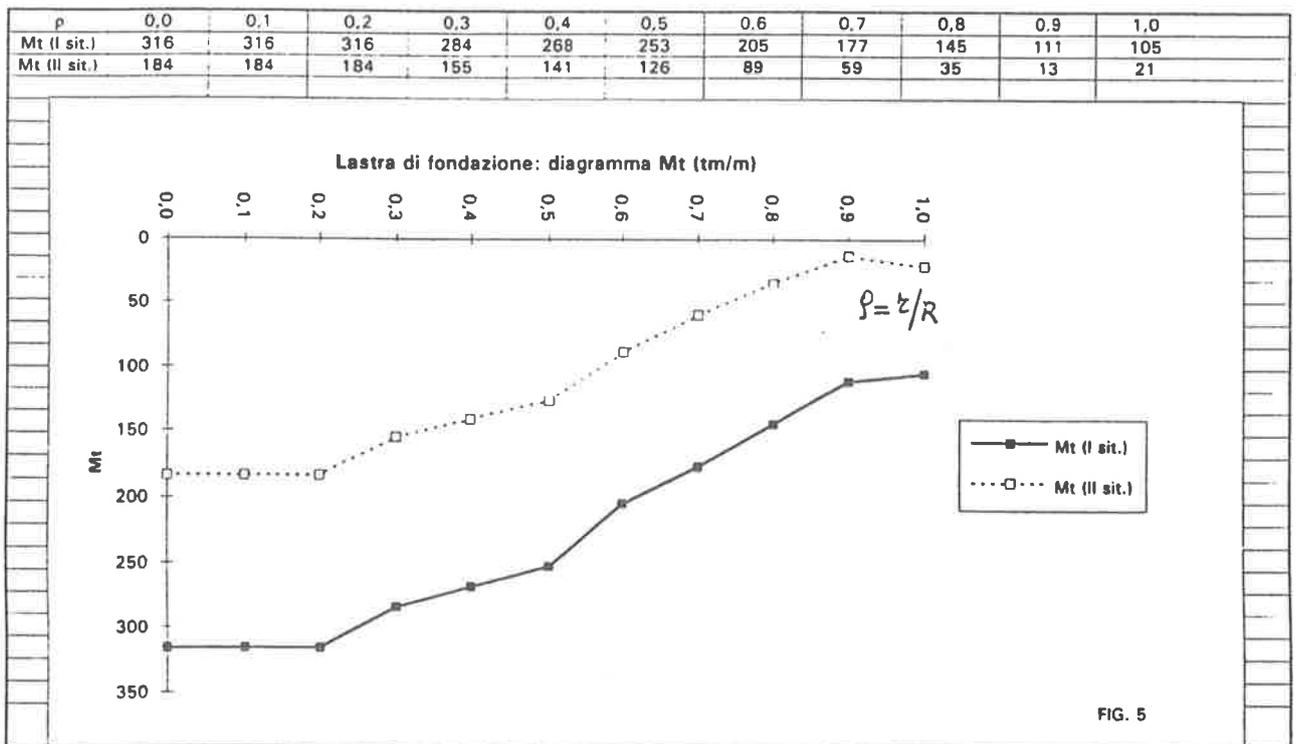
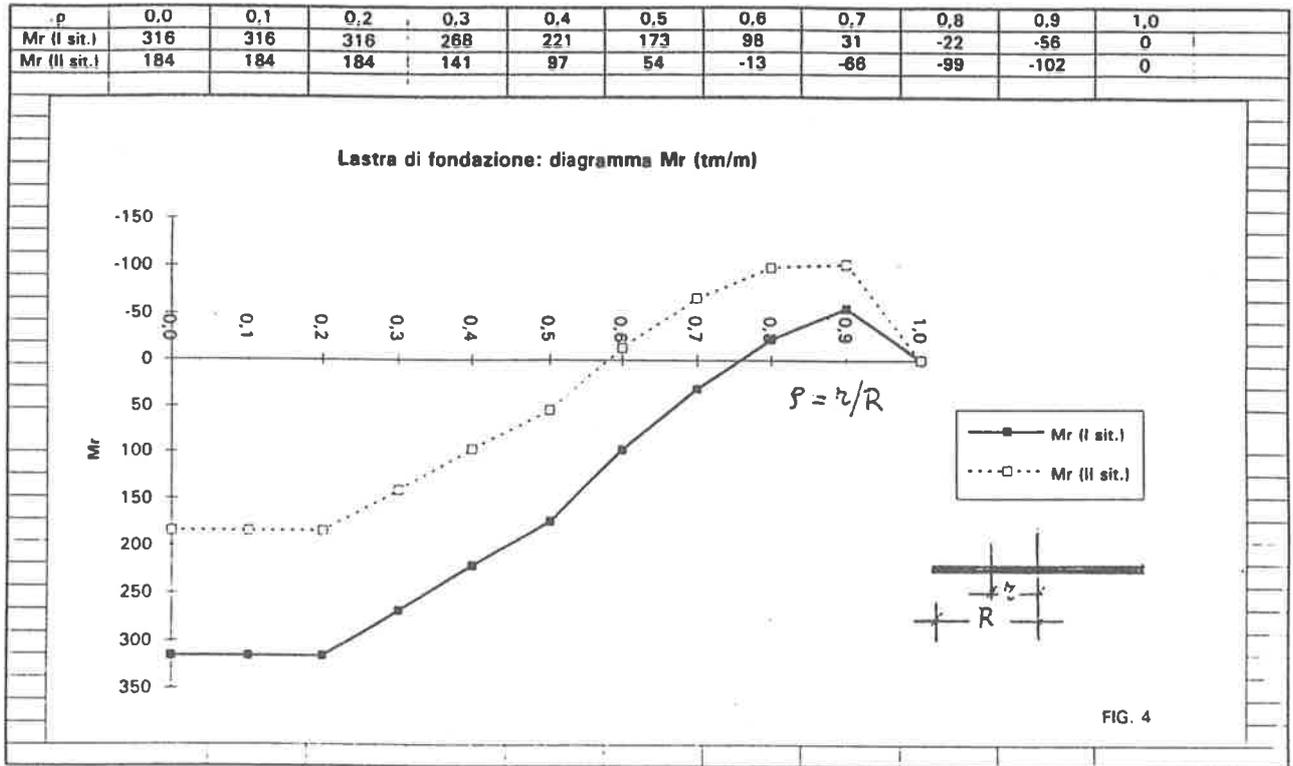
$$\psi = 3 \times \frac{1-\mu_1^2}{1-\mu_2^2} \times \frac{E_t}{E_c} \times \frac{R^3}{s^3}$$

dove R e s sono il raggio e lo spessore della lastra, μ_1 e μ_2 i coefficienti di POISSON del terreno e del calcestruzzo ed E_t e E_c i moduli elastici del terreno consolidato e del calcestruzzo assunti rispettivamente pari a 40 e 15000 N/mm². Risultando ψ uguale a ~7, ci troviamo nel caso di lastra di rigidità finita ed è stato pertanto possibile calcolare le sollecitazioni con l'ausilio delle tabelle di GORBUNOV e POSADOV [7]. In definitiva, per le due condizioni di carico sopracitate, tenendo anche conto dell'azione sismica, sono stati trovati i diagrammi dei momenti M_r in direzione radiale ed M_t in direzione tangenziale da cui si può vedere, come era d'altronde facilmente intuibile, che la lastra risulta prevalentemente tesa all'intradosso dove sono state concentrate le maggiori armature metalliche. Riportiamo a pagina seguente (v. fig. 4 e 5) i diagrammi M_r ed M_t rispettivamente nella prima situazione (con p_w max) e nella seconda situazione (con p_w min).

2.3. Le strutture in elevazione

Sono costituite da un grande cilindro di c.a.p. con fondo piano avente diametro interno D e altezza H rispettivamente pari a 44 e 23,40 metri e spessore della parete pari a 32 cm. (v. figg. 1, 2, 3).

La precompressione, del tipo post-teso è stata effettuata soltanto per le strisce parallele utilizzando cavi costituiti da guaine di lamierino corrugato, aventi diametro di 5÷6 cm., opportunamente distanziati fra



loro e contenenti un numero variabile di trefoli di acciaio armonico da 0,6".

Il cilindro, vincolato a cerniera alla base, è solidale in sommità con una rigida trave anulare di c.a. parzialmente precompressa (v. fig. 3) che svolge il duplice compito di fronteggiare le spinte indotte dalla lastra troncoconica di copertura di legno lamellare, e di irrigidire il bordo superiore dello stesso cilindro contrastando le azioni flessionali che insorgono nelle sue strisce meridiane per effetto di particolari condizioni di carico tra le quali è rilevante quella prodotta dalle due unghie cilindriche di zucchero citate in 1.

Alla base del cilindro è stato necessario realizzare, come spesso avviene (fig. 1), un foro rettangolare di cospicue dimensioni (largo 2,50 m. e alto 1,80 m.); detto foro, che è stato opportunamente irrigidito con una cornice esterna di c.a., ha ovviamente comportato la necessità di deviare i cavi direttamente interessati (v. fig. 6). Tutto ciò ha profondamente influenzato lo stato tensionale di quella parte del cilindro più prossima al foro. Pertanto si è ritenuto di qualche interesse analizzare tale aspetto con un'indagine agli elementi finiti, condotta con il programma SYSTUS di cui daremo conto nel prossimo punto 3.

Completiamo questa sintetica descrizione con i principali dati e risultati dei calcoli:

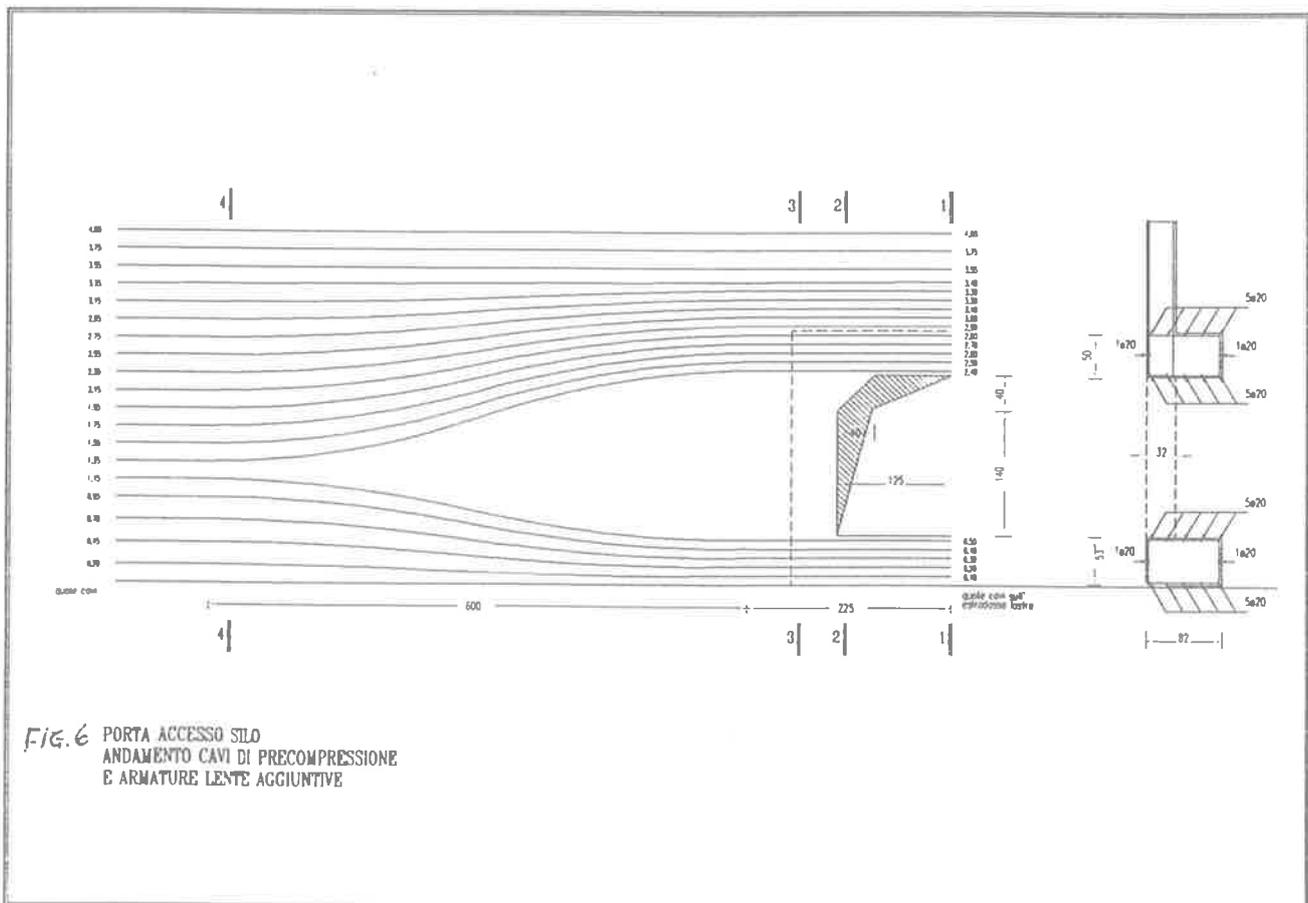
- tensione iniziale dei trefoli: 1360 N/mm²
- tensione di esercizio dei trefoli: 1080 N/mm²
- tensione massima di compressione per il calcestruzzo all'atto del tiro: 13 N/mm²
- resistenza caratteristica R_{ck} del calcestruzzo precompressa = 30 N/mm²
- tens. caratt. di rottura dell'acciaio: 1800 N/mm²
- limite convenz. dell'acciaio all'1%: 1600 N/mm²

3. LE VERIFICHE CON IL PROGRAMMA SYSTUS

3.1. Notizie sul programma SYSTUS

SYSTUS è un programma di calcolo strutturale ad elementi finiti che esegue analisi, lineari e non lineari, statiche e dinamiche, di problemi termo meccanici e di trasmissione di calore. Include inoltre capacità avanzate per lo studio di meccanismi speciali, calcoli a rottura, analisi sismica, materiali a struttura mista.

Il programma è sviluppato da FRAMASOFT+CSI (Lione - Francia) che, operando principalmente per applicazioni in campo nucleare, applica ad esso un severo controllo della qualità: ogni nuova versione del programma viene sottoposta, prima del suo rilascio ai clienti, a tre serie di verifiche indipendenti.



Durante gli ultimi anni il campo delle applicazioni di SYSTUS si è andato rapidamente espandendo dando luogo a un suo costante arricchimento attraverso lo scambio di informazioni tra utenti ed ENGIN SOFT (Bergamo), struttura che cura l'assistenza ed il supporto tecnico agli utilizzatori in Italia.

La release utilizzata, di proprietà della C.M.C. di Ravenna, che ringraziamo per la preziosa collaborazione fornita dal sig. ROBERTO DONNA insieme al dott. ing. SEGIO SARTI della ENGIN SOFT è la versione n° 232 del 25-01-93.

3.2. Schema di calcolo

La parete cilindrica, vincolata a cerniera alla base e completata con la trave anulare irrigidente in sommità, è stata oggetto di verifiche per varie condizioni di carico elementare tramite una mesh di elementi finiti.

Per essa sono stati utilizzati elementi shell spaziali a 4 nodi di dimensioni tali da assicurare l'analisi per significative variazioni di sollecitazioni e/o tensioni; s'intende che mesh più raffittite sono state utilizzate per le strutture (parete e cornice) poste in prossimità della grande apertura alla base del cilindro.

3.3. Condizioni elementari di carico

Si sono prese in esame le seguenti 9 condizioni elementari di carico (v. anche fig. 7), utilizzate poi per stabilire le varie combinazioni più gravose necessarie per la verifica delle massime tensioni nel calcestruzzo all'atto del tiro e in esercizio:

Condizione 1: carichi permanenti G_i

Sono stati inclusi in questa condizione il peso proprio del cilindro (parete e trave anulare di sommità) e le azioni trasmesse dalla copertura di legno lamellare gravata al centro dal peso di un torrino e di una passerella metallica per il "carico" dello zucchero.

Condizione 2: azioni orizzontali zucchero p_h

Comprendono le azioni p_h agenti radialmente contro la parete, valutate secondo quanto già detto in 2.1.

Condizione 3: azioni verticali zucchero p_w

Comprendono le azioni radenti p_w trasmesse per attrito dallo zucchero alla parete e valutate secondo quanto già detto in 2.1 tenendo conto del coefficiente di attrito μ consigliato dalle REGLES [1].

Condizione 4: azioni zucchero nella configurazione a "cratere" p'_h

Riguarda le azioni derivanti dalla presenza di due unghie cilindriche di zucchero che si verifica dopo che è stato ultimato lo scarico attraverso le bocchette presenti sul fondo e prima che entri in funzione la coclea "grattatrice" citata in 1.

Condizione 5: variazione termica uniforme nello spessore della parete $t'0 = +15^\circ\text{C}$

Condizione 6: effetti del gradiente termico $\Delta t = \pm 18^\circ\text{C}$

Condizione 7: azione $p_{c,i}$ della precompressione all'atto del tiro ($t=0$).

Condizione 8: azioni p_c della precompressione in esercizio ($t=\infty$).

Condizione 9: azione sismica orizzontale $P_{h,s}$ riguardante la massa dello zucchero.

3.4. Considerazioni conclusive e indicazioni di carattere generale

a) Per ciascuna delle condizioni elementari di carico citate in 3.3 il programma SYSTUS ha fornito, in corrispondenza di tutti i nodi della grande mesh considerata, le sollecitazioni, le tensioni e gli spostamenti ai lembi e in asse della parete cilindrica.

Il medesimo programma ha anche fornito, per la mesh ridotta e raffittita in corrispondenza del portone, la vista prospettica delle linee di isotensione riportando in una tabella i valori dei picchi di tensione nei punti più sollecitati.

Tenuto conto da un lato della ristrettezza dello spazio in cui necessita contenere la presente relazione e dall'altro che la struttura corrisponde ad una tipologia consueta, ci limiteremo ad indicare le poche notizie aventi carattere particolare.

b) I disturbi provocati dalla presenza del foro si risentono sensibilmente fino ad una distanza limitata (pari circa alla maggior dimensione dell'apertura) anche in virtù delle nervature che irrigidiscono il bordo dell'apertura; e possono essere, ad esempio, di qualche interesse, i confronti degli andamenti delle tensioni anulari σ_y in corrispondenza di due sezioni verticali (una sull'asse del foro, l'altra normalizzata; figg. 8.9 e 10) per effetto sia delle spinte trasmesse dal materiale, sia della precompressione. Il fatto rilevante, ai fini della progettazione, è che i valori massimi delle tensioni σ_y subiscono incrementi limitati; le figg. 12 e 13, con la mappa delle linee di isotensione σ_y , forniscono, a loro volta, una evidente visione generale dei disturbi conseguenti al foro.

Particolare attenzione, con aggiuntive armature, richiedono le tensioni verticali σ_z (fig. 11) là dove i cavi vengono deviati per aggirare l'apertura (fig. 6).

c) Le tensioni termiche non possono essere trascurate, essendo forte il divario della temperatura che può aversi tra l'esterno e l'interno del silo dove lo zucchero, come già accennato, è tenuto alla temperatura costante di $+ 35^\circ\text{C}$; e i valori massimi sono notevoli (± 500 N/mm²) nel convenzionale regime elastico lineare, pur tenendo conto della scarsa conduttività del calcestruzzo; dell'azione viscosa che accompagna le variazioni termiche lente si è tenuto conto, come è solito farsi, abbattendo convenzionalmente il valore del

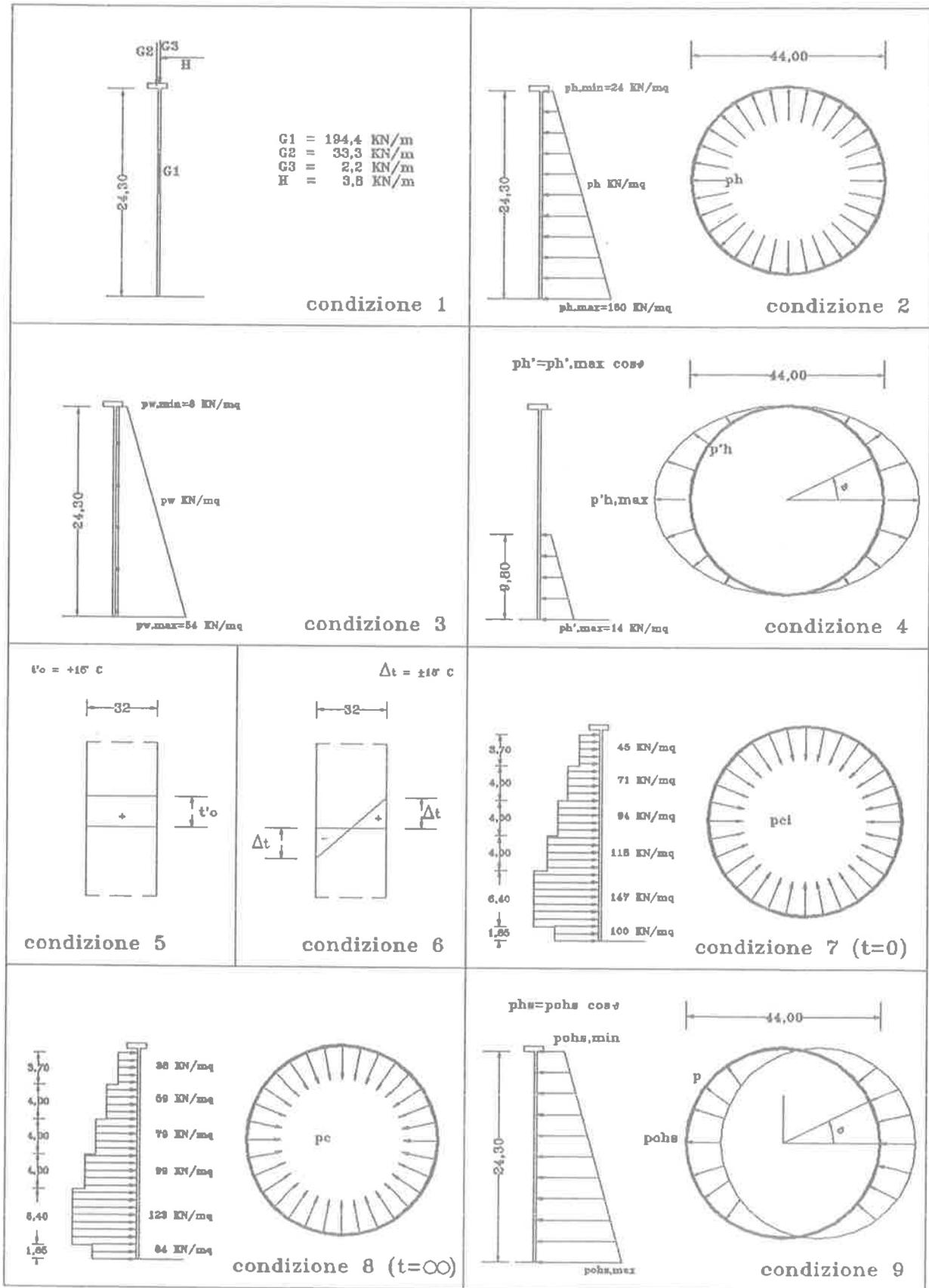


FIGURA 7 - Le condizioni elementari di carico

PARETE CILINDRICA: CONDIZIONE 7 (PRECOMPRESSIONE)

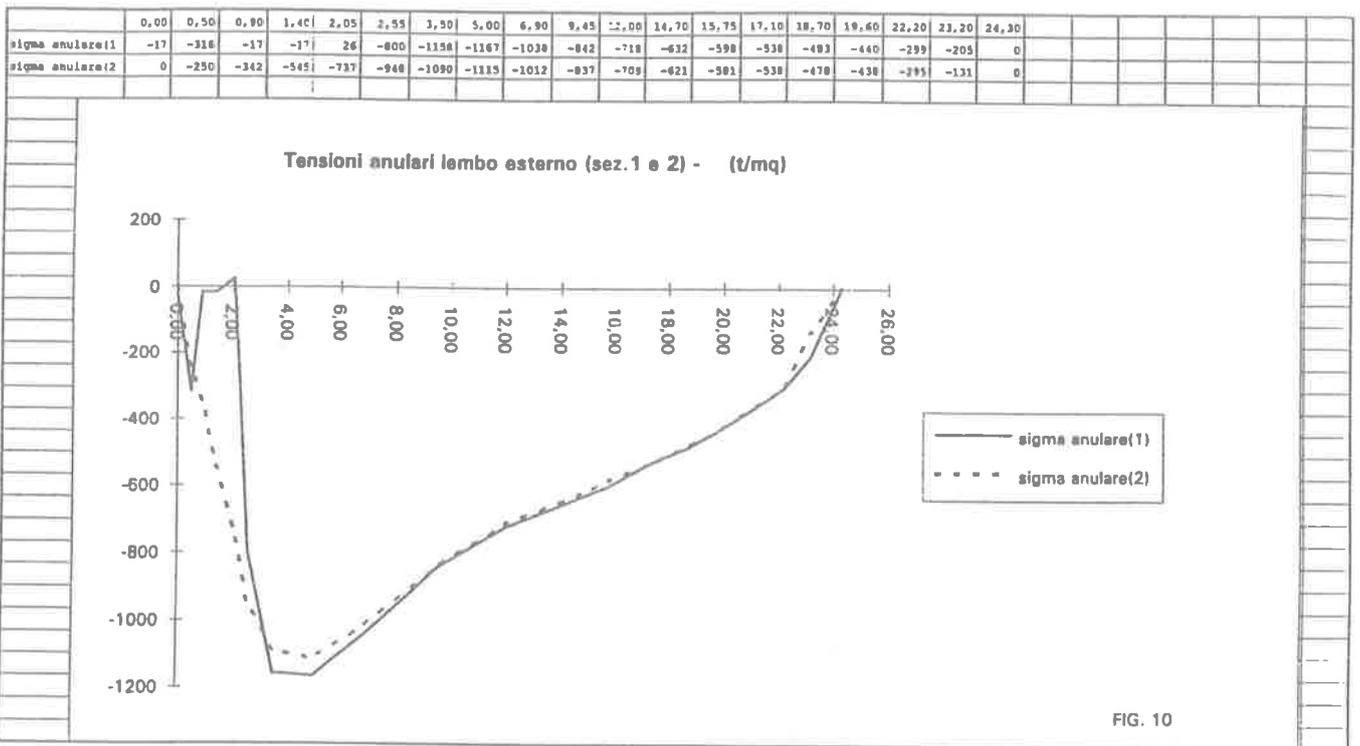


FIG. 10

PARETE CILINDRICA: CONDIZIONE 7 (PRECOMPRESSIONE)

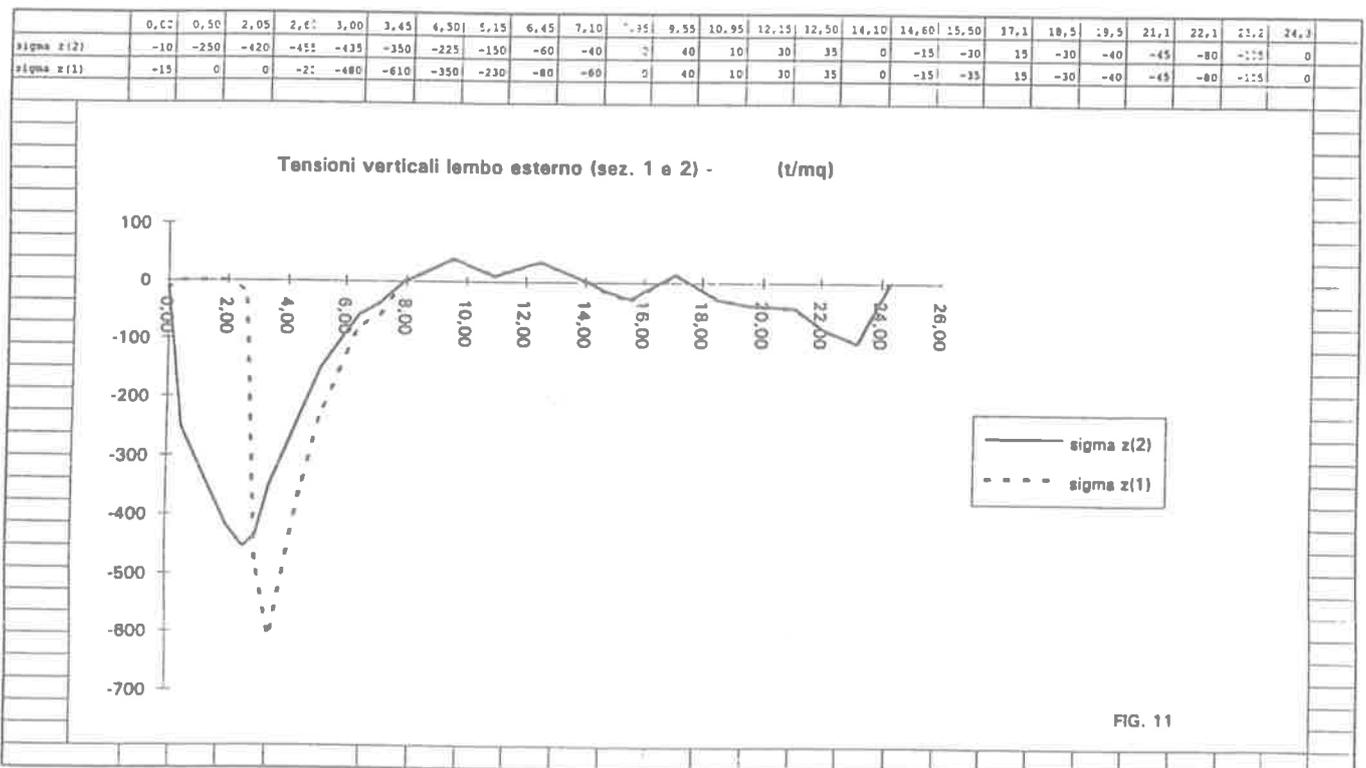
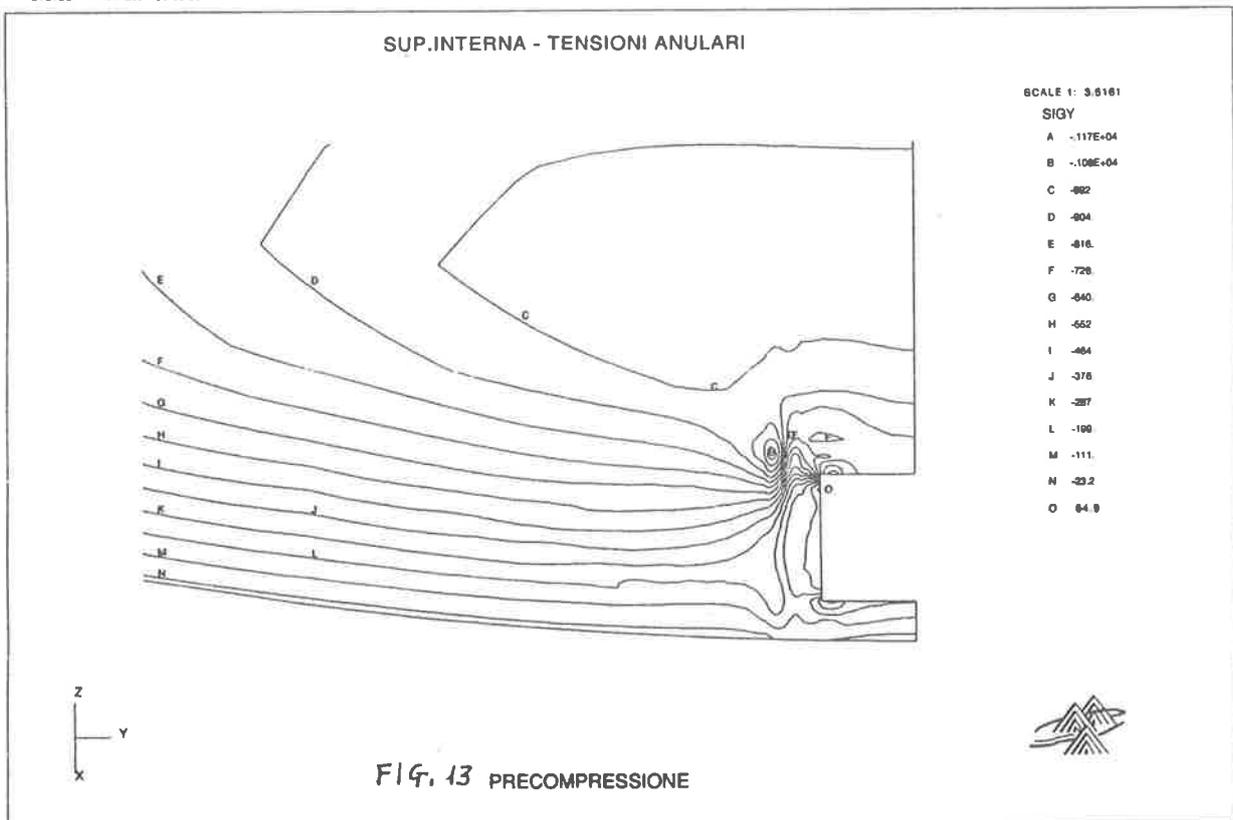
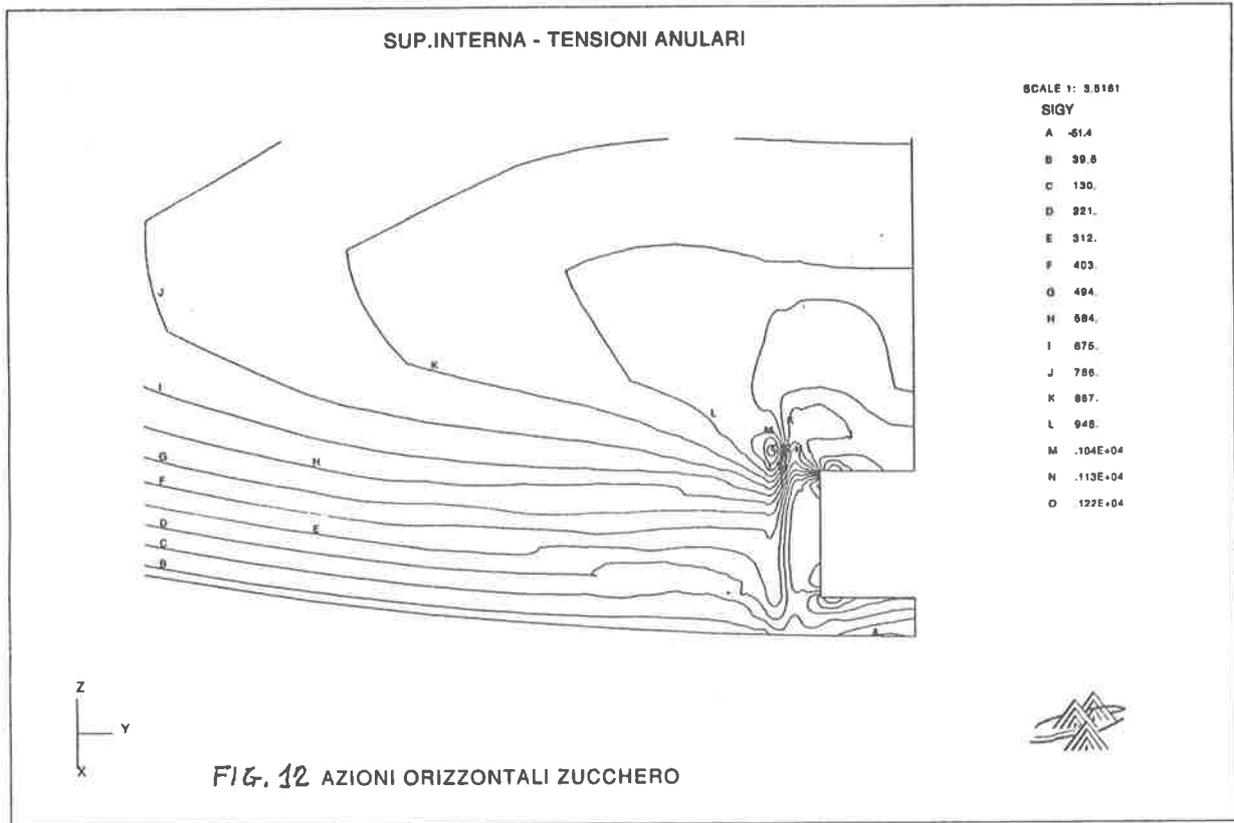


FIG. 11



modulo di elasticità istantaneo (da 30.000 a 10.000 N/mm²). L'azione del ritiro è stata infine assimilata a quella di una diminuzione lenta di temperatura pari a 10°C.

4. ASPETTI COSTRUTTIVI E COLLAUDO

I lavori di costruzione del silo sono stati ultimati, per quanto riguarda le opere di c.a. e c.a.p., entro il tempo previsto pari a 12 mesi consecutivi con la direzione degli scriventi coadiuvati in cantiere dal geom. ROBERTO AMBROGETTI della S.F.I.R.

I primi quattro mesi sono stati impiegati per la costruzione dei pali di consolidamento da parte della ditta TREVI S.P.A. di Cesena. Il residuo tempo è stato impiegato per la costruzione delle strutture in elevazione affidata all'Impresa C.M.C. di Ravenna che, per la fornitura e tesatura dei cavi si è avvalsa della ditta TECNICAVI di Milano che ha, a sua volta, operato con la consulenza del dott. ing. ERNESTO SEGRE.

Le principali quantità dei materiali impiegati sono state le seguenti:

lastra di fondazione:

- calcestruzzo Rck 300	3.800 mc
- acciaio FeB44K	310.000 kg

cilindro e trave di coronamento in c.a.p.

- calcestruzzo Rck 300	1.500 mc
- acciaio armonico	72.000 kg
- acciaio FeB44K	99.000 kg

Relativamente al collaudo statico, che è tuttora in corso, gli scriventi si riservano di riferire con una

successiva memoria sulle risultanze dell'accertamento degli spostamenti delle strutture affidato, a suo tempo, al prof. ing. GIORGIO FOLLONI dell'Università di Bologna; non senza rilevare che i valori delle misure a tutt'oggi effettuate, dopo un primo caricamento globale del silo e il successivo svuotamento, sono in accordo con le previsioni teoriche progettuali.

5. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] REGLES Professionelles de conception et de calcul des silos en beton armé ou precontraint (Annales du l'institut technique du batiment n° 446-1986);
- [2] DIN 1055 - 1987 - Teil 6: Lasten in Silozellen;
- [3] ACI 313/91 - Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials;
- [4] EUROCODICE 1 - Basis of Design and Actions on Structures - Part. 4: Actions on Silos and Tanks (edizione provvisoria 1993);
- [5] P. POZZATI - Teoria e Tecnica delle Strutture - ed. UTET 1972;
- [6] J. BOUSSINESQ - Application des potentiels a l'etude du l'equilibre et du mouvement des solides elastiques - Paris 1885;
- [7] M.I. GORBUNOW - POSADOW - Calcolo delle costruzioni poggianti sul semispazio elastico - Mosca 1956.
- [8] O. BELLUZZI - Scienza delle Costruzioni, vol. III, Le Lastre Curve - ed. Zanichelli 1951;

REALIZZAZIONE DI SERBATOI PER L'ACQUEDOTTO DI ANCONA

Roberto CAPOZUCCA - Giovanni MENDITTO - M.Gabriella MENDITTO
Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni - Università degli Studi di
Ancona

REALIZZAZIONE DI SERBATOI PER L'ACQUEDOTTO DI ANCONA

Roberto CAPOZUCCA
 Ricercatore I.S.T.C., Università di Ancona

Giovanni MENDITTO
 Professore Ordinario di Scienza delle Costruzioni, Università di Ancona

M. Gabriella MENDITTO
 Dottoranda, Università di Ancona

SOMMARIO

Per il completamento dell'acquedotto di Ancona sono stati costruiti quattro serbatoi in conglomerato cementizio con armatura lenta per una capacità totale di 16000 m³. I serbatoi hanno fondazioni dirette su piastra o fondazioni indirette su pali. La diversità del sistema fondale, legata alla disomogeneità del terreno, ed i criteri di calcolo dei serbatoi sono oggetto della presente comunicazione.

SUMMARY

Four cement conglomerate tanks with slow reinforcement and total capacity of 1600 m³ were constructed to complete the Ancona Aqueduct. The tanks have direct foundations on slab or indirect foundations on piles. The diversity of the bed system, related to the dishomogeneity of the terrain and the criteria used for the calculations of the tanks are discussed in this paper.

1. PREMESSA

L'Ufficio Tecnico Azienda Municipalizzata Servizi Ancona per il completamento dell'acquedotto di Ancona ha progettato sotto il profilo idraulico e per il consorzio acquedotti Valle dell'Esino C.A.V.E. quattro serbatoi in conglomerato cementizio con armatura lenta per una capacità totale di 16.000 m³.

L'opera è stata realizzata su una superficie a pianta quadrata di lato 57 m. per una area occupata dal singolo serbatoio di circa 27 x 27 mq.

I serbatoi, in località Tavernelle a quota 100 m. sul livello del mare, sul fianco di una valletta (Fig. 1), sono situati su un versante avente un'inclinazione abbastanza regolare con una pendenza verso S-SW di circa 8°.

La strada di accesso (via del Castellano) si sviluppa esattamente lungo la linea dello spartiacque di zona e separa la precedente valletta da un'altra adiacente aperta verso N-W.

Sotto il profilo geo-tettonico si è sull'ala nord orientale di una sinclinale che porta in sub affioramento le "argille marnose" del pliocene inferiore.

I serbatoi hanno fondazioni dirette su piastra in c.a. (due serbatoi) o fondazioni indirette su pali collegati dalla piastra in c.a. di base.

La diversità del sistema fondale, come verrà illustrato nel seguito, è legata alla disomogeneità del terreno di fondazione presente alla quota del piano di imposta.

Tutti i serbatoi presentano pareti perimetrali in c.a. a sezione variabile: da un massimo di 0,65 m., nella sezione di incastro con la piastra di base, ad un minimo di 0,40 m. alla quota di copertura.

Nei serbatoi sono disposti setti di separazione in c.a. nei quali risultano praticate aperture le cui dimensioni minime risultano compatibili con il deflusso dell'acqua. In ogni caso la superficie forata (S_f) non supera l'1,5% di quella della parete cieca (S_c) e la distanza del bordo del vuoto dalla superficie del setto normale a quello in cui è praticato risulta non minore di 1,5 m (Fig. 2).

Per le pareti di bordo vincolate ai setti in c.a. intermedi è stata prevista una sezione di spessore pari a 0,60 m. nella zona di incastro con la piastra di base.

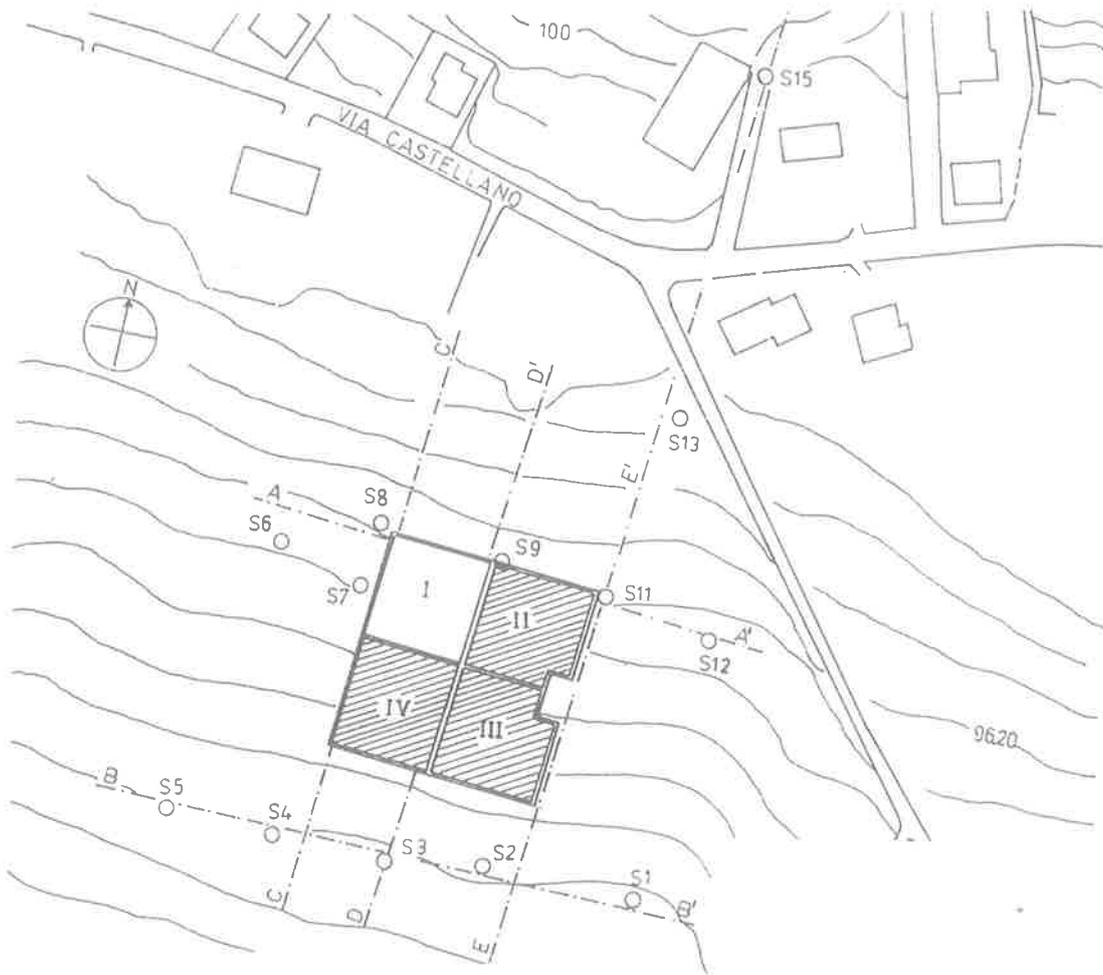


Fig.1 - Planimetria generale

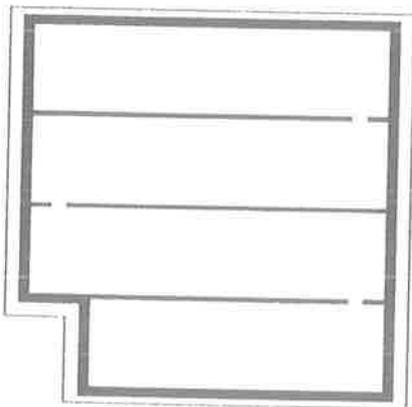


Fig.2 - Pianta tipo di un serbatoio

Le pareti in c.a. dei serbatoi si elevano per un'altezza dallo spiccato di fondazione pari a 7,20 m. con un battente di acqua di 6,0 m.

La copertura dei serbatoi è stata realizzata con un solaio con lastra inferiore prefabbricata in c.a.p. e getto di completamento in opera per garantire la solidarizzazione ai setti in cemento armato dei serbatoi.

Nel seguito si illustrano i criteri di calcolo adottati sia per le opere fondali che per le parti in elevazione. Alcuni particolari realizzativi completano la presente comunicazione.

2. CARATTERISTICHE DEL TERRENO E SCELTA DELLA FONDAZIONE

L'area interessata dalla costruzione dei quattro serbatoi occupa una zona compresa tra le curve di livello 90,20 m. e 96,40 m. con una pendenza regolare del terreno.

Per acquisire elementi di dettaglio sulla situazione litostratigrafica locale sono stati eseguiti quindici sondaggi (indicati in Fig. 1 con la sigla S) e prelevati campioni indisturbati di terreno.

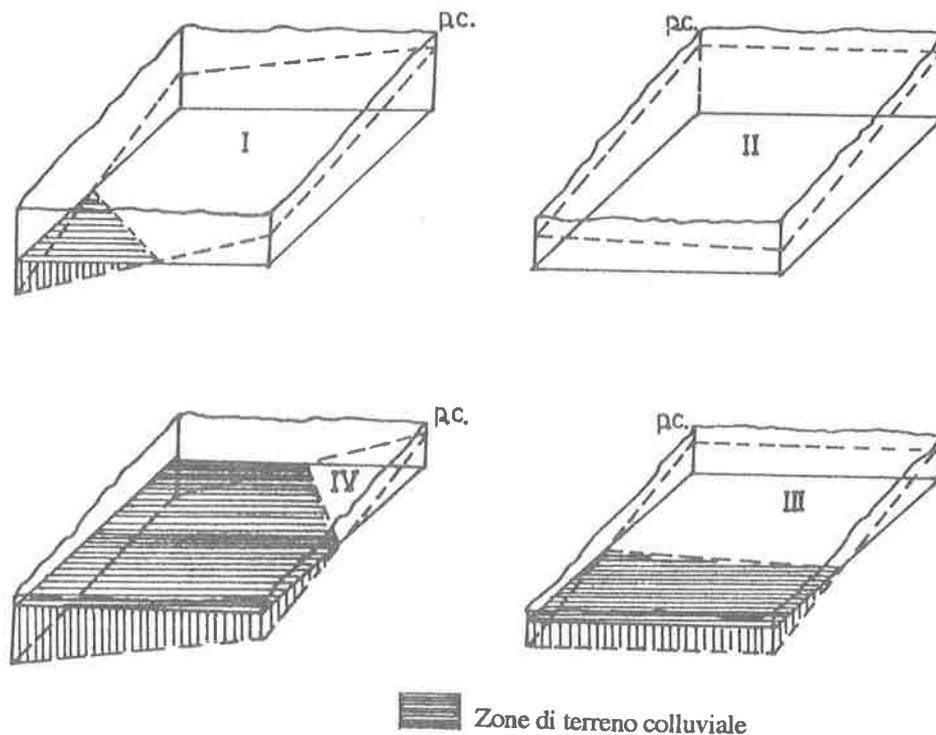


Fig.3 - Disomogeneità del terreno di fondazione

I dati ottenuti sulle caratteristiche del terreno consentono di individuare:

- da 0,0 m a 0,5÷2,5 m dal p.c.:
argilla limosa, talvolta limo argilloso con inclusioni carbonatiche ed organiche;
- da 0,5÷2,5 m a 4,0÷5,0 m dal p.c.:
limi argillosi, argille limose di tipo colluviale con inclusioni carbonatiche ed organiche;
- da 4,0÷5,0 m sino a fine foro:
formazione pliocenica di argille marnose siltose con frequenti livelli limo-sabbiosi.

In base agli elementi di conoscenza emersi dalle analisi geotecniche è stato possibile orientare una prima scelta del tipo di fondazione verso opere di tipo diretto.

Il carico locale ammissibile del terreno è stato stimato pari a circa $0,1 \text{ N mm}^{-2}$, considerando un terreno di fondazione con caratteristiche geotecniche medie: $c = 0$; $\varphi = 24^\circ$; $\gamma = 19 \text{ kN m}^{-3}$

Tenendo conto delle sezioni stratigrafiche ottenute dai sondaggi (sezioni A A', BB', CC', DD', EE' - Fig. 1) alcuni dei quattro serbatoi - indicati a partire da quello di NW a monte e procedendo in senso orario con i numeri I-II-III-IV - gravano su terreni non omogenei (Fig.3) con diversa compressibilità e resistenza.

Per i serbatoi II-III-IV si è ritenuto opportuno adottare due diverse tipologie fondali a seguito dell'analisi dei cedimenti del terreno a breve ed a lungo termine:

- Serbatoi n. II e III:
fondazioni dirette su piastra con sostituzione, dove necessario, del materiale colluviale esistente tra la quota di imposta della fondazione e la formazione pliocenica sovraconsolidata con materiale granulare idoneo, ben compatto, disposto su tappeto drenante di ghiaio mono-granulare ben lavato a sua volta poggiante su terreno gradonato in modo da permettere il deflusso delle acque di infiltrazione verso punti di raccolta;
- Serbatoio n. IV:
fondazioni su pali collegati dalla piastra di fondo del serbatoio.

3. CRITERI GENERALI DI PROGETTO

I serbatoi sono stati progettati prevedendo in esercizio il riempimento con battente d'acqua fino a 6,0 m. Nella valutazione delle azioni, ricadendo i manufatti in zona sismica, oltre alle indicazioni di normativa, si è tenuto conto dell'effetto del moto innescato dallo scuotimento sismico nella massa fluida e dei conseguenti effetti di spinta sulle pareti in elevazione. Pertanto per le pareti perimetrali si sono individuate le seguenti azioni:

- a) il peso proprio del manufatto;
- b) il peso proprio della copertura;

- c) il riempimento in copertura per la prevista altezza di circa 0,45 m;
 d) il sovraccarico in copertura stimato in 5 kNm^{-2} ;
 e) l'azione dell'acqua sulle pareti e sul fondo;
 f) l'azione sismica:
 f₁) della copertura
 f₂) delle pareti perimetrali;
 f₃) dell'acqua.

Le combinazioni di carico considerate sono:

1^a combinazione: (a)+(b)+(c)+(d)+(e)+(f);

2^a combinazione: (a)+(b)+(c)+(d)+(e).

In assenza di terreno laterale si è preso in esame il caso di spinta del terreno sul serbatoio vuoto.

Le azioni simiche sono state valutate secondo quanto indicato dal D.M. 24.01.1986 tenendo presente in particolare il punto B.3.

Si è altresì tenuto conto del moto che il sisma innesca nella massa fluida e dei conseguenti effetti di spinta sulle pareti.

L'azione f₃ è stata calcolata osservando che indicata con:

α = la comprimibilità cubica del fluido invasato

$$(\alpha = 5 \times 10^{-7} \text{ kN}^{-1} \text{ m}^2);$$

φ = la densità del fluido invasato ($\varphi = 1,02 \text{ kNsec}^2 \text{ m}^{-4}$);

$c = \sqrt{\frac{1}{\alpha \varphi}}$ la velocità del suono nel fluido considerato

($c = 1400 \text{ msec}^{-1}$ per l'acqua a temperatura ordinaria);

T = periodo proprio nel fluido considerato

($T = 0,1 \text{ sec}^{-1}$ nell'acqua a temperatura ordinaria);

$\lambda = cT$ lunghezza d'onda associata al periodo T, la lunghezza del serbatoio ($L = 26 \text{ m}$) risulta maggiore

di $\frac{\lambda}{5,5}$ e quindi si può trascurare la comprimibilità del liquido.

Inoltre essendo la lastra di fondo del serbatoio inestensibile, le pareti dello stesso si muovono in fase tra loro.

In conseguenza la pressione idrodinamica sul paramento del serbatoio per effetto sismico, nel caso di moto di terreno orizzontale, sinusoidale e stazionario di periodo proprio T_0 ed accelerazione massima pari ad \ddot{x}_0 è valutabile a mezzo della (γ = peso specifico dell'acqua)

$$p_{\max} = 0,743 \ddot{x}_0 / g \gamma H \quad (1)$$

e la spinta totale vale (Fig. 3a).

$$S = 0,543 \ddot{x}_0 / g \gamma H^2 \quad (2)$$

essendo applicata a $0,401 H$.

Alternativamente la spinta sismica per effetto del moto del liquido può essere valutata (Matsuo e O'Hara, 1960) secondo Westergard (1933) a mezzo della

$$S^* = 0,583 \ddot{x}_0 / g \gamma H^2 \quad (3)$$

Per i setti intermedi a serbatoio pieno in fase sismica viene consigliato di decrementare la spinta dell'acqua in fase statica del valore S^* per la superficie del setto a valle e di incrementare la stessa spinta statica dell'acqua dello $0,70 S^*$ nella parte a monte (Fig. 4b).

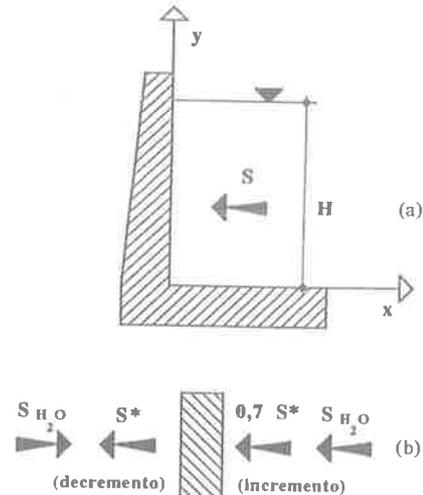


Fig. 4 - Spinta del liquido:

(a) su setti di perimetro e (b) intermedi

Il manufatto, infine, è stato verificato a fessurazione controllando il valore della tensione di trazione nel calcestruzzo rispetto alla tensione massima di fessurazione del conglomerato.

Si è proceduto quindi ad un controllo dello stato limite di formazione delle fessure per le pareti laterali del serbatoio e per la zona estradossale della piastra di base considerando che, per la combinazione delle azioni prescelte, la tensione normale di trazione della fibra di calcestruzzo non superi il valore del frattile inferiore della resistenza a trazione.

Per il calcolo dei setti intermedi sono state assunte le seguenti combinazioni di carico:

1^a combinazione: (a1)+(b1)+(c1)+(d1)

con

(a1) peso proprio della copertura;

(b1) peso proprio riempimento;

(c1) carichi accidentali in copertura (5 kNm^{-2});

(d1) peso proprio della parete.

2^a combinazione: (a1)+(b1)+(c1)+(d1)+

+ azioni come in Fig.4.

Per il calcolo delle pareti terminali non interrotte da setti intermedi, sono state considerate le seguenti combinazioni di carico:

1^a combinazione: (a2)+(b2)+(c2)+(d2)+(e2)+(f2)+(g2)

con

- (a2) peso proprio della copertura;
- (b2) peso proprio riempimento;
- (c2) carichi accidentali in copertura (5 kNm^{-2});
- (d2) peso proprio della parete;
- (e2) spinta statica ;
- (f2) forza sismica dalla copertura;
- (g2) forza inerziale peso proprio parete + spinta idrodinamica

2^a combinazione: (a2)+(b2)+((d2)+(e2).

Il calcolo delle armature verticali nelle pareti è stato condotto con riferimento ad una striscia unitaria adottando lo schema statico di trave singola, incastrata alla base ed incernierata all'estremità superiore, e quello di continuità con la copertura. Per il calcolo delle armature orizzontali si è considerato un comportamento a trave incastrata alle estremità (data la rigidità delle pareti trasversali) su mezzo elastico, l'elasticità del vincolo essendo fornita dalle mensole verticali in cui può pensarsi decomposta la parete.

La trave virtuale è stata quotata ad $H/2$ (H l'altezza del riempimento del serbatoio) (Fig.5).

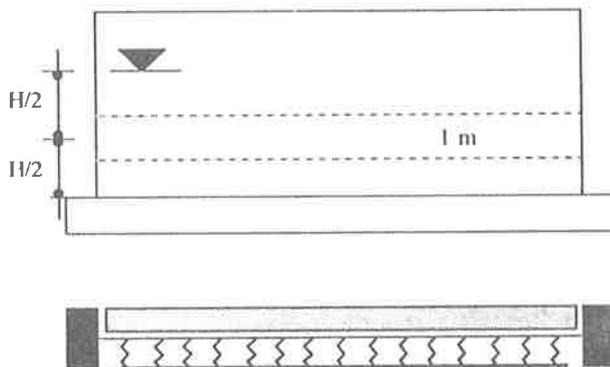


Fig.5

Per il calcolo delle pareti di bordo interrotte dai setti intermedi sono state considerate le seguenti combinazioni di carico:

1^a combinazione: (a3)+(b3)+(c3)

con

- (a3) peso proprio della parete;
- (b3) spinta statica ;
- (c3) spinta idrodinamica .

2^a combinazione: (a3)+(b3)

Ciascun campo di parete è stato analizzato ponendosi nelle seguenti due situazioni limite per funzionamento a piastra (Fig.6):

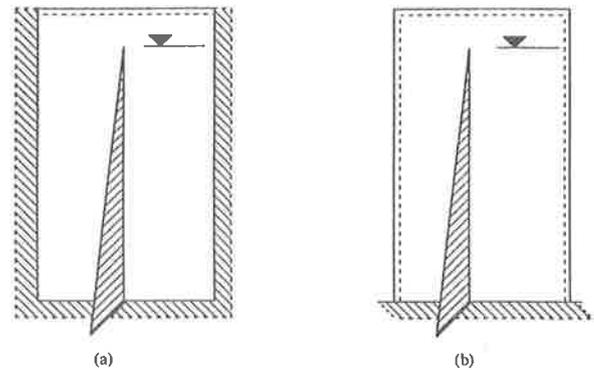


Fig.6

Al fine di valutare i momenti di continuità in corrispondenza dei setti e compararli con quelli deducibili dagli schemi di Fig.6 si è schematizzato un funzionamento a trave continua con estremità incastrata ed appoggi di livello intermedi ad $H/2$ (Fig.7).

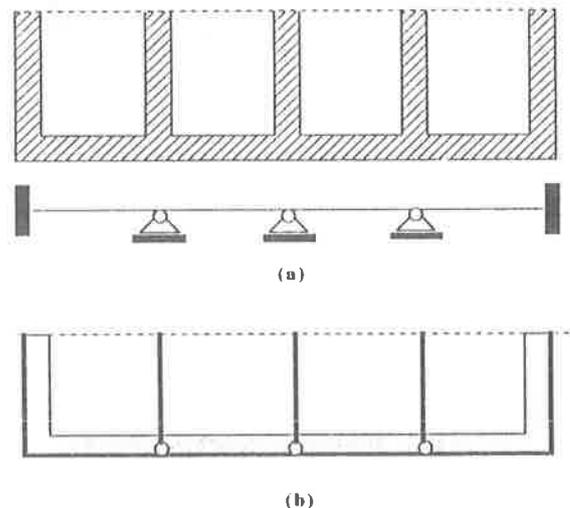


Fig.7

Infine per esaminare il comportamento a tirante dei setti intermedi e quello di continuità globale, si è analizzato un funzionamento ad anello chiuso con riferimento ad una striscia unitaria di parete quotata ancora ad $H/2$ per le varie combinazioni di carico statiche e dinamiche (Fig.7b).

3.1 Criteri di calcolo delle fondazioni

Il calcolo delle fondazioni è stato condotto considerando, in generale, le seguenti combinazioni di carico:

1^a combinazione: (a)+(b)+(c)+(d)+(e)+(f)

con

- a) il peso proprio del manufatto;
- b) il peso proprio della copertura;
- c) il riempimento in copertura per la prevista altezza di circa 0,45 m;
- d) il sovraccarico in copertura stimato in 5 kNm^{-2} ;
- e) l'azione dell'acqua sulle pareti e sul fondo;
- f) l'azione sismica:
 - f₁) della copertura
 - f₂) delle pareti perimetrali;
 - f₃) dell'acqua.

2^a combinazione: (a)+(b)+(c)+(d)+(e).

Nel caso di fondazione diretta su piastra si è utilizzato lo schema su suolo elastico portando in conto la continuità delle pareti di bordo a mezzo della caratteristica flettente.

Si è quindi valutata l'entità della tensione locale ai bordi trascurando la presenza della mensola di contorno nell'ipotesi di suolo elastico.

Nella Fig.8 è rappresentata la piastra di fondazione adottata in opera che si presenta a spessore variabile con valore massimo sui lati in cui sono disposte le pareti di bordo non collegate ai setti intermedi.

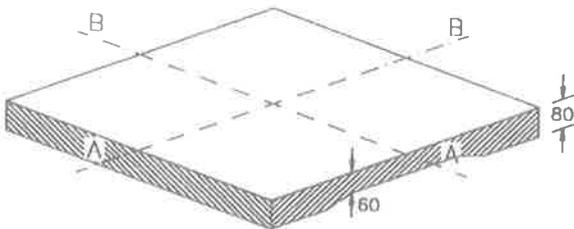


Fig.8 - Piastra di fondazione

In Fig.12 è rappresentata la vista in pianta della piastra su pali nel caso di serbatoio III con fondazione indiretta.

Il calcolo della piastra su pali è stato condotto con riferimento sia all'analisi elastica delle piastre su appoggi puntiformi, per il comportamento locale dei campi di piastra compresi fra i pali supposti rigidi assialmente e considerati come appoggi a livello, che ad un comportamento generale di "solai a fungo".

I risultati dell'analisi svolta che tiene conto anche del comportamento a fessurazione indicano che:

- a) - per una fascia perimetrale di 3.40 m. lo spessore della piastra non può essere minore di 0.80m.;
- b) - per la restante superficie lo spessore della piastra non può scendere al di sotto di 0.70 m. per evitare il punzonamento da parte dei pali di fondazione;

- c) - per guidare il flusso delle tensioni dalla piastra al palo occorre raccordare con un capitello troncoconico di base $\varnothing 1200 \text{ mm}$. ed altezza non minore di 0.60 m.

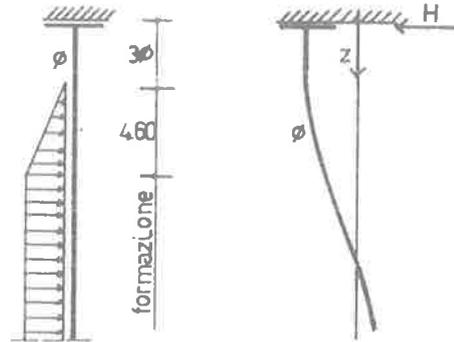


Fig.9

I pali di fondazione sono stati verificati per le condizioni di carico statiche e sotto l'azione sismica considerando un tratto superiore libero dalla presenza del terreno per 3 diametri.

Il singolo palo è stato schematizzato come un elemento immerso nel terreno normalconsolidato per una lunghezza di 4,60m e per la parte più profonda nel terreno sovraconsolidato della formazione argillosa (Fig.9).

La lunghezza caratteristica del palo:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{4EI}{k_H \varnothing}} = 4.73 \text{ m.}$$

è risultata pari ad 1/5 della lunghezza totale (L=25m.) dello stesso il che ha consentito di riguardare il palo come infinitamente lungo.

Nelle due figure seguenti (Fig.10 e 11) sono indicate la geometria del capitello alla testa dei pali e le armature del capitello e del palo tipo.

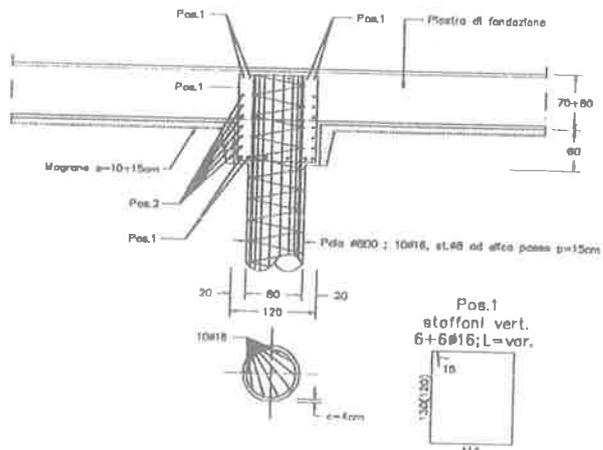


Fig.10

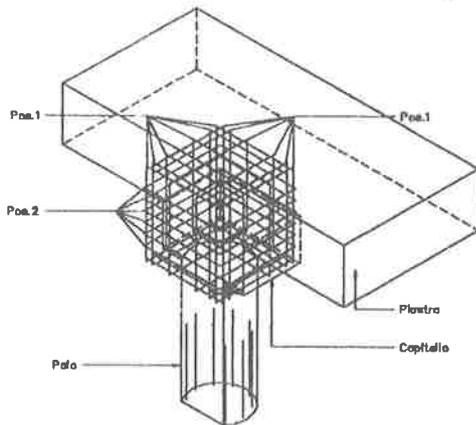


Fig. 11

4. ALCUNE SOLUZIONI COSTRUTTIVE

Nelle figure seguenti si presentano alcune soluzioni costruttive adottate per le opere di fondazione, per le pareti di bordo e per quelle intermedie dei serbatoi

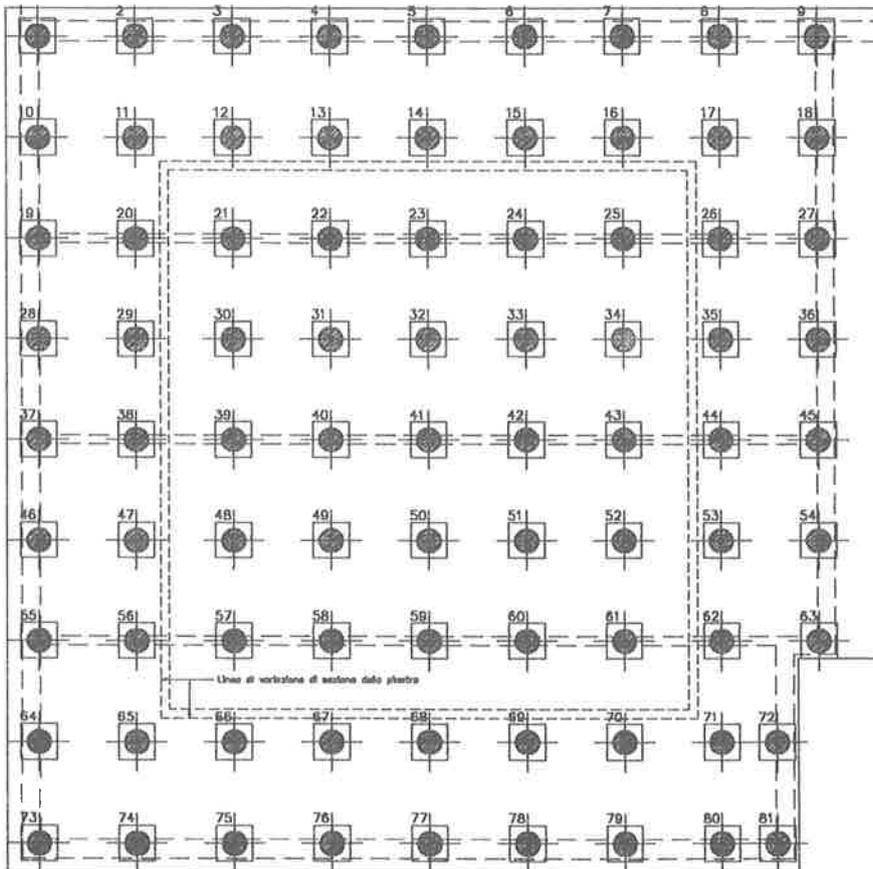


Fig. 12 - Piastra su pali

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] MARCUS H. - Berlino 1932, Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten.
- [2] MANUALE DI INGEGNERIA CIVILE, Cap. IV, Fondazioni a cura di A. Croce e C. Viggiani, Cremonese Ed., Roma.
- [3] MIGLIACCI A. - Milano 1982, Progetti di Strutture, Masson-Italia.
- [4] SANTARELLA L. - Milano 1990, Cemento Armato - la tecnica e la statica, Hoepli.
- [5] BELLUZZI O. - Bologna 1976 (IV), Scienza delle Costruzioni, Zanichelli.
- [6] BAKER A.L.L. - London 1967, Safety of pressure vessels, group B, International Conference on PCPV, Paper 8, Inst. Civ. Eng..
- [7] ENGLAND G.L. & PHOK M. - 1969, Time-dependent stress in a long thick cylindrical prestressed concrete vessel subjected to sustained temperature crossfall, Nucl. Eng. Des, 9, 488-95.

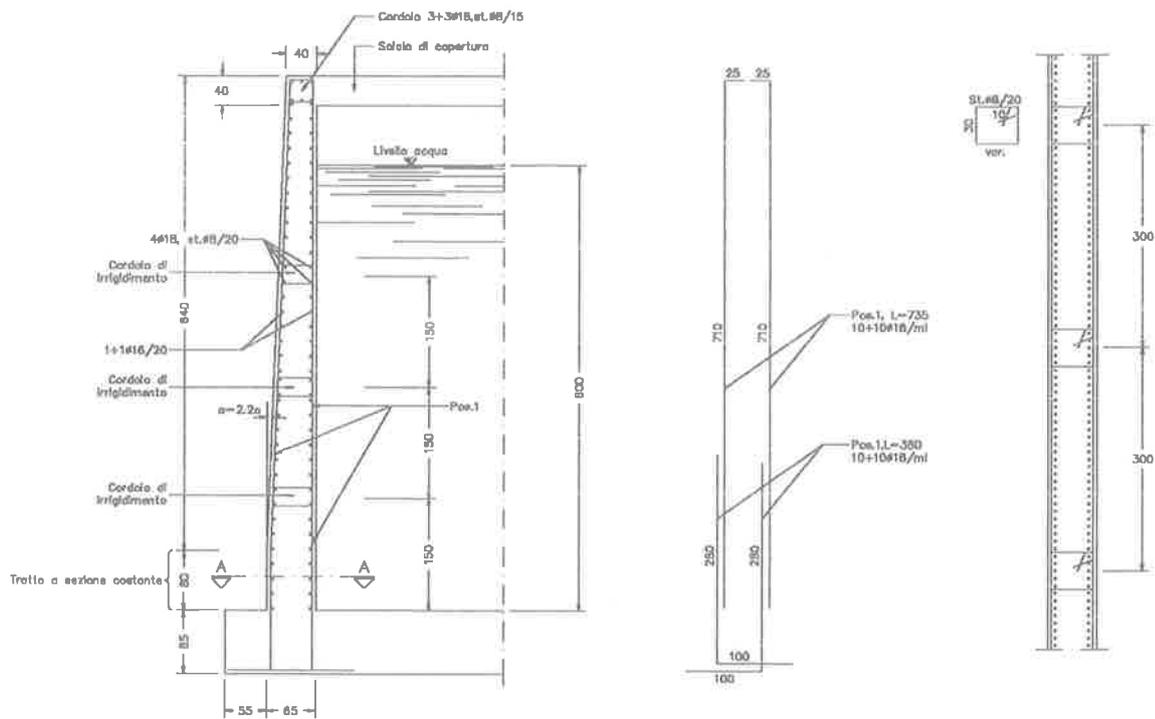


Fig. 13 - Pareti non interrotte da setti intermedi

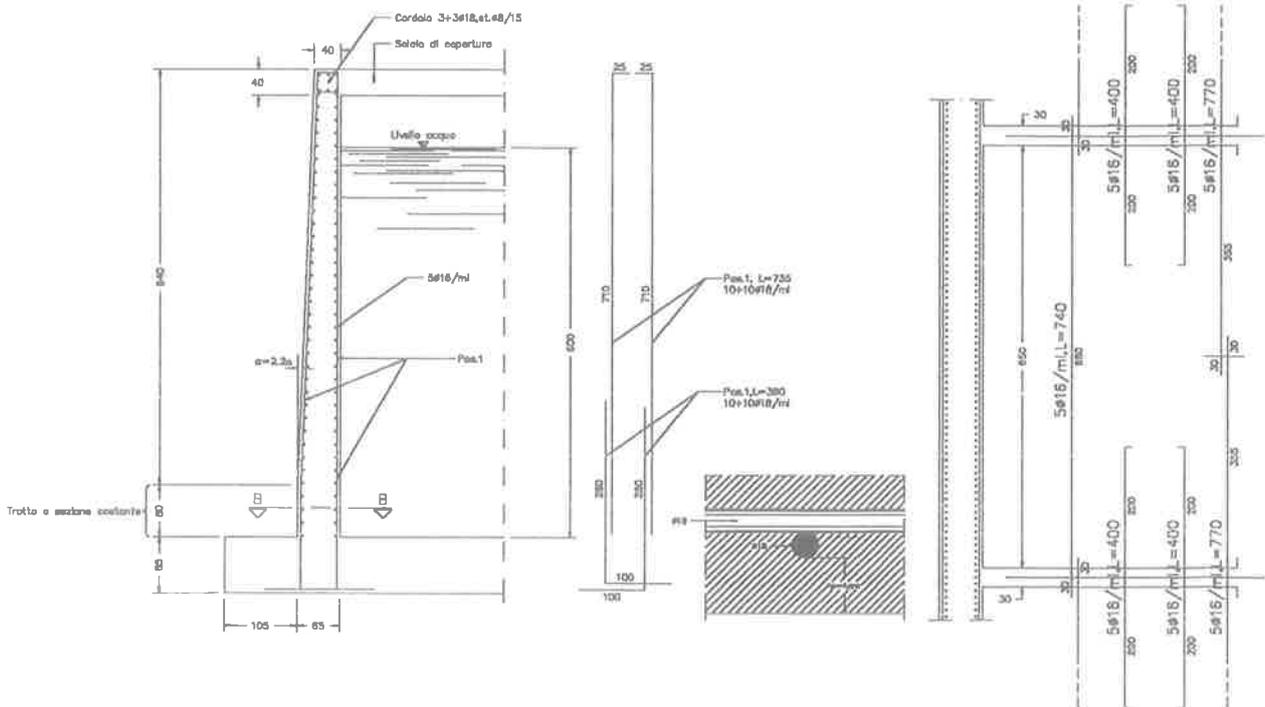


Fig. 14 - Pareti di bordo con setti trasversali

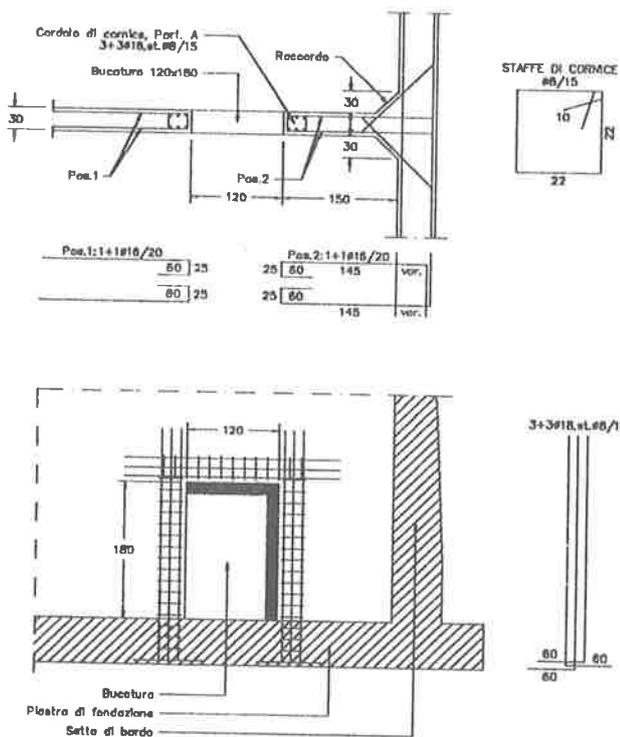


Fig. 15 - Incrocio fra setti in c.a.

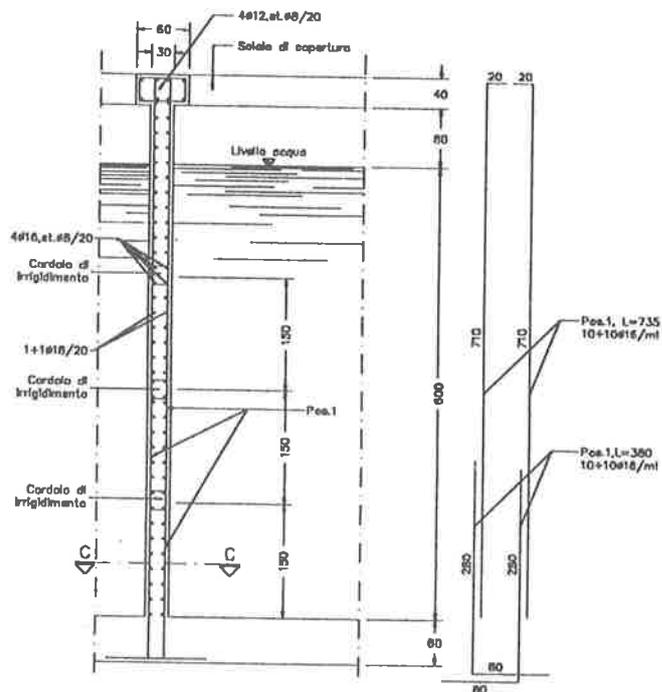
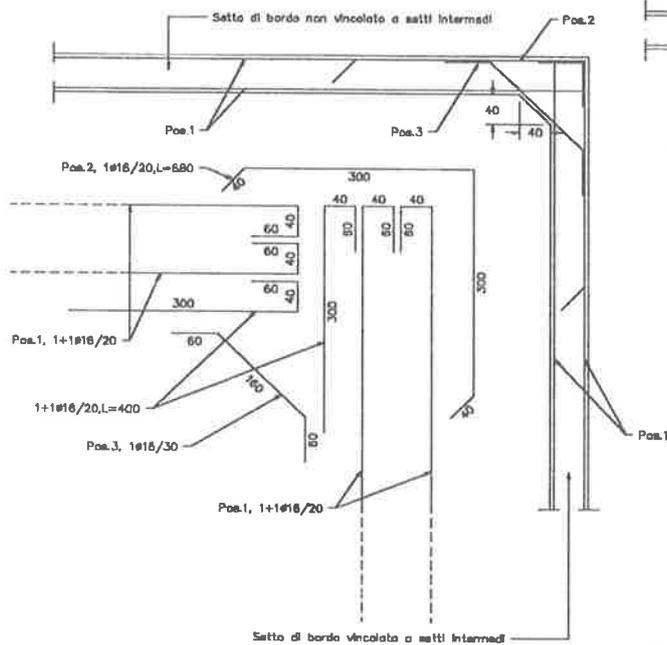


Fig. 16 - Armature setto intermedio

PARTICOLARE INCROCIO SETTI DI BORDO



INCROCIO SETTI DI BORDO ED INTERMEDIO

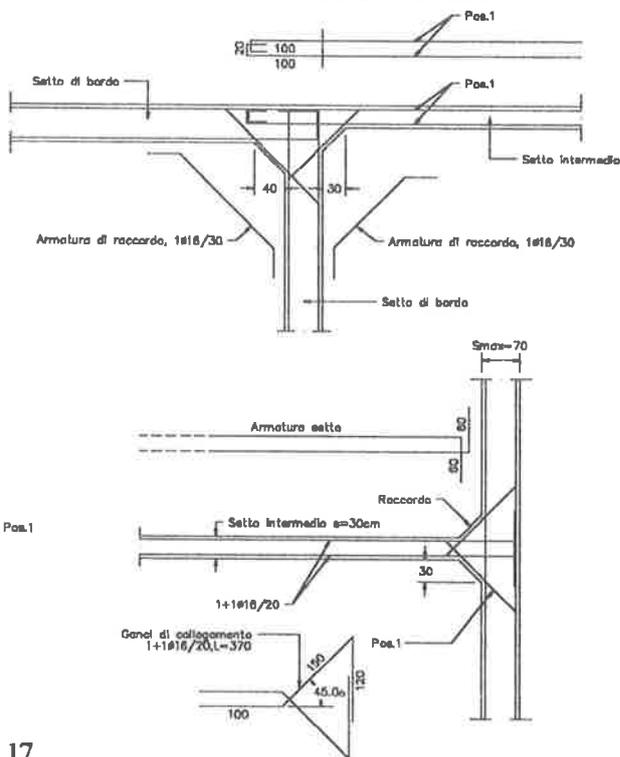


Fig. 17

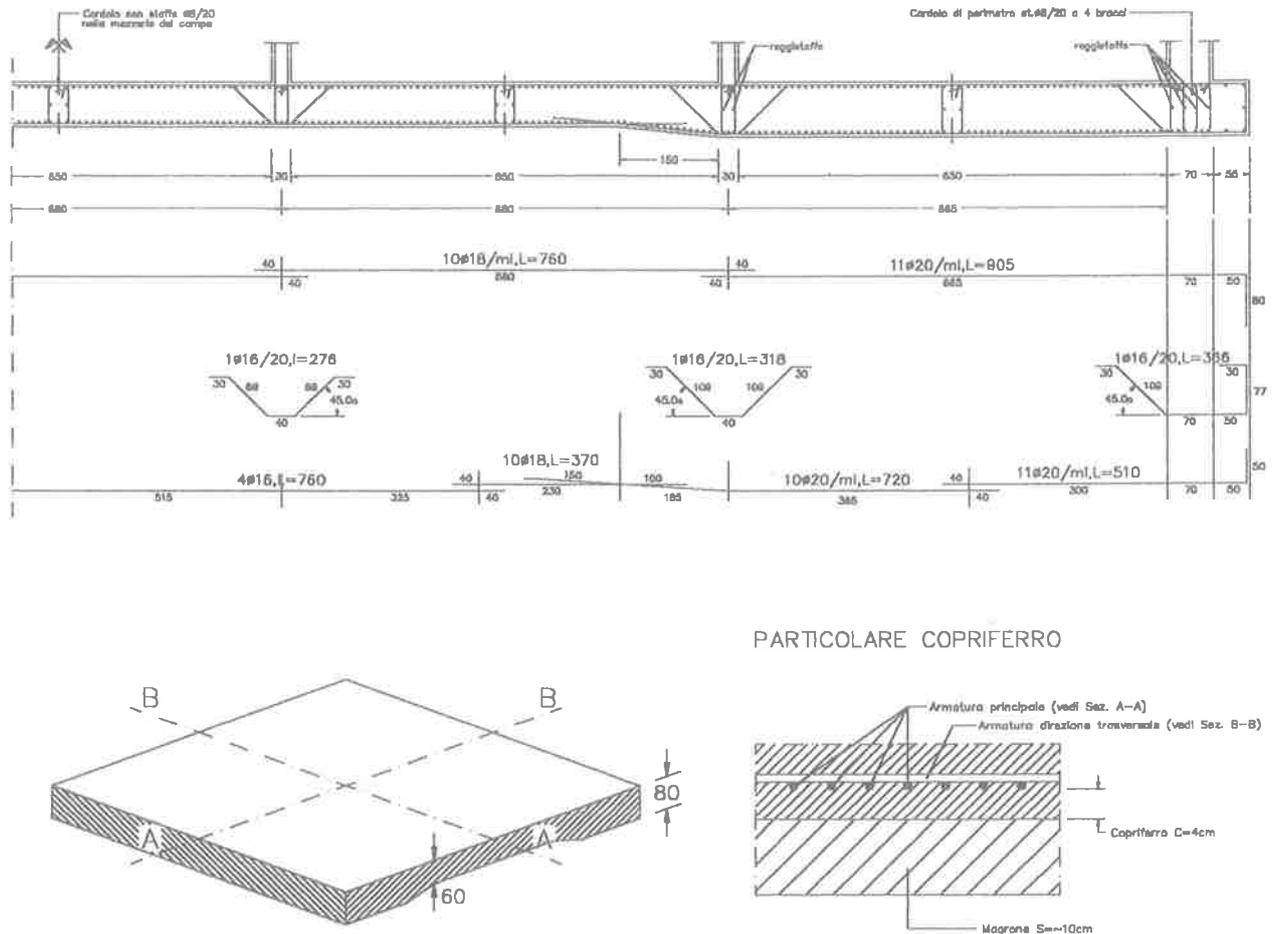


Fig.18 - Armature piastra di fondazione

- [8] ZIENKIEWICZ O. & WATSON M. - 1966, Some creep effects in stress analysis with particular reference to concrete pressure vessels, Nucl. Eng. Des.4.
- [9] TIMOSHENKO S. - New York 1951, Theory of Elasticity, McGraw Hill.
- [10] RANKINE T. - 1952, Soil mechanics and plastic analysis or limit design, Q. Appl. Math., 10.
- [11] NAVIER C.F. - Stockholm 1955, In: A Theory of Deformation and Failure of Concrete, Ed. Reinus, Vol. 40, No. 1.
- [12] LANGAN D. - GARAS F.K. - Berlin 1973, Behaviour of end slabs in cylindrical prestressed concrete pressure vessels, 2nd International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT), Paper H3/4.
- [13] BANGASH Y. - 1985, PWR steel pressure vessel design and practice, Progress in Nuclear Energy, 16, 1-40.
- [14] OLSEN O. - March 1978, Implosion analysis of concrete cylinders under hydrostatic pressure, ACI Journal, 83-5.

SULL'INTERAZIONE DINAMICA DI STRUTTURE PER SILI COL SUOLO

Domenico CAPUANI - Claudio CECCOLI - Maurizio MERLI
Istituto di Tecnica delle Costruzioni - Università degli Studi di Bologna

SULL'INTERAZIONE DINAMICA DI STRUTTURE PER SILI COL SUOLO

Domenico CAPUANI

Ingegnere Civile

Istituto di Tecnica delle Costruzioni

Bologna

Claudio CECCOLI

Professore Ordinario

Istituto di Tecnica delle Costruzioni

Bologna

Maurizio MERLI

Professore Associato

Istituto di Tecnica delle Costruzioni

Bologna

SOMMARIO

Viene presentato un approccio per l'analisi dell'interazione dinamica di sili col suolo nel dominio delle frequenze. La fondazione è schematizzata come una piastra rigida su un semispazio elastico. Il semispazio è modellato utilizzando il metodo degli elementi di contorno. Lo smorzamento isteretico del suolo viene messo in conto introducendo valori complessi dei moduli di Lamè per il materiale. Il metodo adottato consente di valutare sia la deviazione delle frequenze di risonanza da quelle della struttura su base fissa sia gli effetti dello smorzamento per irraggiamento dovuti alla presenza del semispazio elastico.

SUMMARY

An approach for the analysis of dynamic soil-silos interaction in frequency domain is presented. The foundation is represented as a rigid plate on an elastic half-space. The half-space is modelled using the boundary element method. Hysteretic damping is taken into account by introducing complex values for Lamè's moduli of the material. The adopted method allows one to evaluate the deviation of resonance frequencies from the values of the fixed-base structure and the radiation damping effects due to the presence of the half-space.

1. PREMESSA

La risposta dinamica di strutture quali i sili alle azioni dovute al vento o ad eventi sismici può essere influenzata in maniera significativa dalla interazione col suolo. Infatti, a seguito di tale interazione, la struttura non presenta più le frequenze naturali ed i modi di vibrazione classici deducibili nell'ipotesi di base fissa e parte dell'energia di vibrazione viene

dissipata per irraggiamento oltre che per fenomeni isteretici nel suolo sottostante.

Al fine di studiare tali effetti tipici dell'interazione suolo-struttura, sono stati impiegati approcci nei quali il suolo viene modellato come un semispazio elastico, omogeneo ed isotropo, la base della struttura è rappresentata come una piastra rigida e le equazioni del moto sono formulate nel dominio delle frequenze utilizzando le funzioni di impedenza o di cedevolezza

della fondazione rigida [1,2]. Tuttavia soluzioni analitiche per le funzioni di impedenza sono disponibili solo per fondazioni con geometrie particolari e, in generale, nel caso di fondazioni di forma generica o incassate nel suolo occorre far ricorso a metodi numerici di discretizzazione del problema. Nel caso però di problemi definiti su domini illimitati i metodi agli elementi finiti presentano lo svantaggio notevole di dover limitare la rappresentazione ad una regione di dimensioni finite dando luogo a riflessioni spurie delle onde sul contorno della regione discretizzata. Anche l'adozione di speciali contorni "non riflettenti" [3] non elimina questo tipo di problemi. Inoltre, per una rappresentazione accurata delle onde a frequenza elevata, occorre impiegare elementi di dimensioni sufficientemente piccole con conseguenti oneri computazionali molto elevati.

Nella presente nota, viene presentata l'analisi dell'interazione dinamica di sili col suolo nel dominio delle frequenze, assumendo che i sili abbiano una fondazione rigida su un semispazio elastico. Il semispazio è modellato utilizzando il metodo degli elementi di contorno [4-7] ed in tal modo la discretizzazione è limitata alla sola superficie del semispazio. Lo smorzamento isteretico del suolo viene messo in conto introducendo valori complessi dei moduli di Lamè per il materiale. Il metodo adottato consente di valutare sia la deviazione delle frequenze di risonanza da quelle della struttura su base fissa sia gli effetti dello smorzamento per irraggiamento dovuti alla presenza del suolo illimitato.

2. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri la struttura per sili riportata in Figura 1, costituita da celle di parete sottile, pensili su pilastri. La struttura ha alla base una piastra di fondazione incassata nel suolo sottostante. La struttura è soggetta nel suo piano medio (di simmetria) ad un carico armonico orizzontale $q(x_3, t) = q(x_3)e^{i\omega t}$.

I pilastri hanno lunghezza ℓ ed area A . La piastra di fondazione viene assunta rigida e perfettamente a contatto col suolo. Inoltre si suppone che il complesso di celle segua con un moto di corpo rigido i movimenti dovuti alla deformazione dei pilastri.

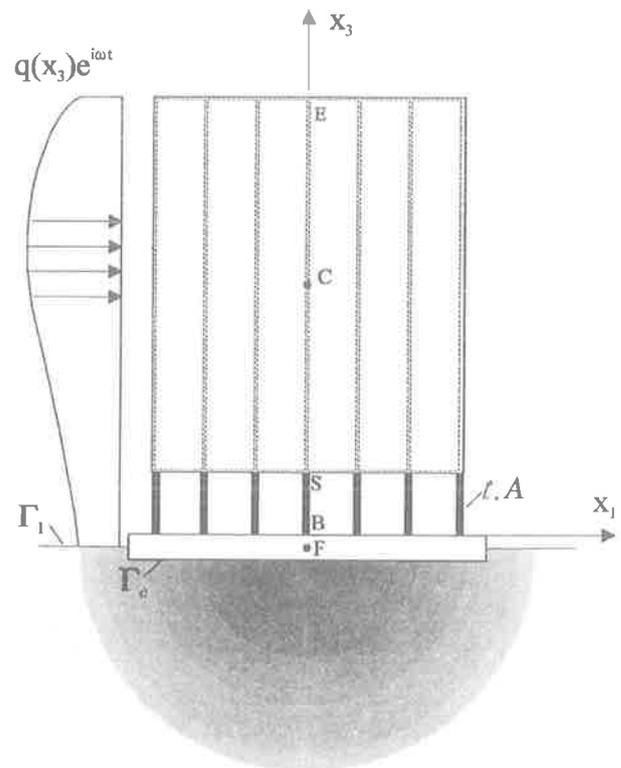


Figura 1

3. IL MODELLO BEM DEL SEMISPAZIO

Il semispazio sul quale poggia la struttura è assunto omogeneo, isotropo ed elastico lineare. Assumendo nulle le forze di volume, le equazioni di campo dell'elastodinamica nel dominio delle frequenze sono le seguenti [8]:

$$(c_1^2 - c_2^2)u_{i,ij} + c_2^2 u_{j,ii} + \omega^2 u_j = 0 \quad i,j=1,2,3 \quad (1)$$

dove $u_i(x, \omega)$ rappresenta l'ampiezza (complessa) della componente i -esima dello spostamento e ω rappresenta la frequenza angolare. Inoltre, c_1 e c_2 sono le velocità di propagazione rispettivamente delle onde P e S, legate alle costanti di Lamè λ e μ ed alla densità ρ_s del mezzo dalle relazioni:

$$c_1^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho_s \quad c_2^2 = \mu / \rho_s \quad (2)$$

Il semispazio è soggetto alla seguente distribuzione di forze superficiali sulla superficie Γ :

$$\sigma_{ij}n_j = p_i \quad \text{su } \Gamma_c \text{ (superficie di contatto)} \quad (3)$$

$$\sigma_{ij}n_j = 0 \quad \text{su } \Gamma_l \text{ (superficie libera)}$$

dove \mathbf{n} è il vettore normale unitario (esterno) e le componenti di tensione σ_{ij} sono date da:

$$\sigma_{ij} = \rho_s (c_1^2 - 2c_2^2) u_{m,m} \delta_{ij} + \rho c_2^2 (u_{i,j} - u_{j,i}) \quad (4)$$

dove δ_{ij} è il simbolo di Kronecker.

La soluzione singolare fondamentale, per una forza armonica di frequenza ω applicata con direzione j in un punto \mathbf{y} di una regione illimitata, è data dal tensore di Stokes [8]:

$$U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \frac{1}{4\pi\rho_s c_2^2} (\psi \delta_{ij} - \chi r_{,i} r_{,j}) \quad (5)$$

dove:

$$\begin{aligned} \psi &= \left(1 - \frac{c_2^2}{\omega^2 r^2} + \frac{c_2}{i\omega r} \right) \frac{e^{-i\omega r/c_2}}{r} \\ &\quad - \frac{c_2^2}{c_1^2} \left(-\frac{c_1^2}{\omega^2 r^2} + \frac{c_1}{i\omega r} \right) \frac{e^{-i\omega r/c_1}}{r} \\ \chi &= \left(-\frac{3c_2^2}{\omega^2 r^2} + \frac{3c_2}{i\omega r} + 1 \right) \frac{e^{-i\omega r/c_2}}{r} \\ &\quad - \frac{c_2^2}{c_1^2} \left(-\frac{3c_1^2}{\omega^2 r^2} + \frac{3c_1}{i\omega r} + 1 \right) \frac{e^{-i\omega r/c_1}}{r} \end{aligned} \quad (6)$$

e $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ è la distanza tra il punto di campo \mathbf{x} ed il punto sorgente \mathbf{y} . Utilizzando il legame costitutivo (4), lo sforzo T_{ij} associato a U_{ij} assume l'espressione:

$$\begin{aligned} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) &= \frac{1}{4\pi} \left[\left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{1}{r} \chi \right) \left(\delta_{ij} \frac{\partial r}{\partial n} + r_{,i} n_{,j} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{r} \chi \left(n_i r_{,j} - 2r_{,i} r_{,j} \frac{\partial r}{\partial n} \right) - 2 \frac{d\chi}{dr} r_{,i} r_{,j} \frac{r}{n} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$+ \left(\frac{c_1^2}{c_2^2} - 2 \right) \left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{4}{2r} \chi \right) r_{,j} n_{,i} \Big]$$

Utilizzando la soluzione singolare fondamentale, supponendo nulle le forze di volume e in quiete il sistema nello stato iniziale, il teorema di Graffi consente di scrivere l'equazione integrale di contorno per il problema in considerazione nella forma:

$$\begin{aligned} C_{ij}(\mathbf{y}) u_i(\mathbf{y}, \omega) &= \int_{\Gamma_c} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) p_i(\mathbf{x}, \omega) d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Gamma_c + \Gamma_l} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) u_i(\mathbf{x}, \omega) d\Gamma \end{aligned} \quad (8)$$

dove il punto \mathbf{y} è preso sulla superficie di contorno Γ . Nell'equazione (8) i coefficienti di free-term C_{ij} sono numeri reali che dipendono dalla geometria del contorno nell'intorno di \mathbf{y} [6].

La superficie $\Gamma = \Gamma_c + \Gamma_l$ viene discretizzata adottando n_c e n_l elementi di contorno isoparametrici rispettivamente per Γ_c e Γ_l . Si noti che, poichè viene adottata la soluzione fondamentale per la regione illimitata, occorrerebbe nella (8) discretizzare l'intera superficie libera Γ_l . Tuttavia, è possibile ottenere risultati molto accurati discretizzando una porzione finita della superficie libera del semispazio [9]. Su ciascun elemento viene adottata la seguente rappresentazione per \mathbf{x} , \mathbf{u} , \mathbf{p} in funzione dei valori nodali \mathbf{x}_α^e , \mathbf{u}_α^e , \mathbf{p}_α^e :

$$\mathbf{x} = \sum_{\alpha=1}^a N_\alpha \mathbf{x}_\alpha^e \quad \mathbf{u} = \sum_{\alpha=1}^a N_\alpha \mathbf{u}_\alpha^e \quad \mathbf{p} = \sum_{\alpha=1}^a N_\alpha \mathbf{p}_\alpha^e \quad (9)$$

dove a è il numero di nodi di ogni elemento, e $N_\alpha(\boldsymbol{\eta})$ sono le funzioni di forma nelle coordinate intrinseche (η_1, η_2) dell'elemento. Assumendo il punto \mathbf{y} coincidente con il β -esimo nodo della superficie discretizzata, l'equazione (8) diviene:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^T(\mathbf{y}_\beta) \mathbf{u}(\mathbf{y}_\beta) &= \sum_{e=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^a (\mathbf{G}_{\beta\alpha}^e \mathbf{p}_\alpha^e) \\ &\quad - \sum_{e=1}^{n_c+n_l} \sum_{\alpha=1}^a (\mathbf{H}_{\beta\alpha}^e \mathbf{u}_\alpha^e) \end{aligned} \quad (10)$$

dove:

$$\mathbf{G}_{\beta\alpha}^e(\mathbf{y}_\beta, \omega) = \int_{\Gamma_c} \mathbf{U}^T(\mathbf{x}; \mathbf{y}_\beta, \omega) N_\alpha(\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_{\beta\alpha}^e(\mathbf{y}_\beta, \omega) = \int_{\Gamma_c} \mathbf{T}^T(\mathbf{x}; \mathbf{y}_\beta, \omega) N_\alpha(\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) d\Gamma(\mathbf{x})$$

Quando il punto \mathbf{x} cade in un intorno di \mathbf{y} , il nocciolo T_{ij} diviene fortemente singolare e nelle (11) l'integrale singolare contenente T_{ij} esiste nel senso del valore principale di Cauchy. I termini fortemente singolari sono valutati seguendo la procedura proposta da Guiggiani e Gigante [10]. In tale procedura l'integrale principale di Cauchy viene trasformato in una somma di integrali regolari sui singoli elementi, espressi in termini di coordinate polari locali. Gli integrali regolari sono ottenuti sommando e sottraendo, per ciascun elemento intorno al punto singolare \mathbf{y} , l'espressione asintotica della funzione integranda. In tal modo, è possibile valutare numericamente tali integrali seguendo le procedure standard.

Infine, scrivendo la (10) per tutti i nodi della superficie del semispazio, si ottiene il sistema di equazioni globale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ll}(\omega) & \mathbf{H}_{lc}(\omega) \\ \mathbf{H}_{cl}(\omega) & \mathbf{H}_{cc}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_l \\ \mathbf{u}_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{lc}(\omega) \\ \mathbf{G}_{cc}(\omega) \end{bmatrix} \mathbf{p}_c \quad (12)$$

dove i vettori \mathbf{u}_c e \mathbf{p}_c contengono rispettivamente gli spostamenti e gli sforzi nodali in tutti i nodi della superficie di contatto Γ_c e il vettore \mathbf{u}_l raccoglie gli spostamenti in tutti i nodi della superficie libera Γ_l .

3.1 Fondazione rigida

Il vettore spostamento \mathbf{u} in ogni punto \mathbf{x} dell'interfaccia suolo-fondazione è legato allo spostamento orizzontale u_F del baricentro F della fondazione ed alla rotazione φ_F di quest'ultima dalla relazione di moto rigido (Figura 1):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\alpha}_F \quad \mathbf{x} \in \Gamma_c \quad (13)$$

dove

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & (x_3 - x_3^F) \\ 0 & 0 \\ 0 & -(x_1 - x_1^F) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\alpha}_F = \begin{Bmatrix} u_F \\ \varphi_F \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Utilizzando la (13), gli spostamenti \mathbf{u}_c dei nodi della superficie di contatto Γ_c risultano espressi dalla relazione:

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{R} \boldsymbol{\alpha}_F \quad (15)$$

dove:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_\beta) \\ \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_{n_c}) \end{bmatrix} \quad (16)$$

e $\mathbf{C}(\mathbf{x}_\beta)$ è la matrice (13) corrispondente al nodo β . Sostituendo la (15), la (12) diviene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ll} & \mathbf{H}_{lc} \mathbf{R} \\ \mathbf{H}_{cl} & \mathbf{H}_{cc} \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_l \\ \boldsymbol{\alpha}_F \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{lc} \\ \mathbf{G}_{cc} \end{bmatrix} \mathbf{p}_c \quad (17)$$

3.2 Smorzamento isteretico

Lo smorzamento isteretico del mezzo che costituisce il suolo può essere messo in conto in "media" sostituendo le costanti elastiche di Lamè con le corrispondenti costanti complesse date dalle relazioni [11]:

$$\lambda^* = \lambda(1 + 2i\gamma) \quad \mu^* = \mu(1 + 2i\gamma) \quad (18)$$

dove γ rappresenta il coefficiente di smorzamento isteretico. La parte immaginaria nelle (18) può essere interpretata come l'energia media dissipata in un ciclo isteretico.

È opportuno infine ricordare che il ricorso a moduli complessi nella dinamica dei solidi viscoelastici lineari può essere giustificato quando il problema è formulato nel dominio delle trasformate di Laplace o di Fourier.

4. IL SISTEMA FONDAZIONE-STRUTTURA

Con riferimento alla Figura 1, lo spostamento orizzontale u del generico pilastro può scriversi nella forma:

$$u(x_3) = u_F + \varphi_F(x_3 - x_3^F) + \xi(x_3) \quad (19)$$

dove u_F e φ_F rappresentano rispettivamente lo spostamento orizzontale del baricentro F e la rotazione della fondazione, e $\xi(x_3)$ rappresenta lo spostamento orizzontale dovuto alla deformazione dei pilastri. Conseguentemente, lo spostamento del baricentro C dell'insieme di celle assume l'espressione:

$$u_C = u_F + \varphi_F(x_3^C - x_3^F) + u_{SF} + \varphi_{SF}(x_3^C - x_3^S) \quad (20)$$

dove $u_{SF} = \xi(x_3^S)$ e $\varphi_{SF} = \xi'(x_3^S)$ rappresentano lo spostamento e la rotazione della sezione di sommità dei pilastri rispetto alla fondazione.

L'energia cinetica del sistema fondazione-struttura è data dall'espressione:

$$T = \frac{1}{2} n \rho A \int_{x_3^B}^{x_3^S} \dot{u}^2(x_3) dx_3 + \frac{1}{2} (M_F \dot{u}_F^2 + I_F \dot{\varphi}_F^2) + \frac{1}{2} (M_C \dot{u}_C^2 + I_C \dot{\varphi}_C^2) \quad (21)$$

dove n e ρ sono il numero e la massa per unità di volume dei pilastri, M_F , I_F e M_C , I_C sono le masse ed i momenti d'inerzia baricentrici rispettivamente della fondazione e dell'insieme di celle.

Sostituendo le relazioni (19), (20) nella (21), questa diviene:

$$T = \frac{1}{2} n \rho A \left[\int_0^\ell \dot{\xi}^2(z) dz + 2 \dot{u}_F \int_0^\ell \dot{\xi}(z) dz + 2 \dot{\varphi}_F \int_0^\ell \dot{\xi}(z) (x_3^B - x_3^F + z) dz \right] + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_F^T \mathbf{M}_F \dot{\alpha}_F + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_{SF}^T \mathbf{M}_{SF} \dot{\alpha}_{SF} + \dot{\alpha}_{SF}^T \mathbf{S}_{SF} \dot{\alpha}_F \quad (22)$$

dove:

$$\mathbf{M}_F = \begin{bmatrix} M_F + M_C + n \rho A \ell & \frac{n \rho A}{2} (d_{SF}^2 - d_{BF}^2) \\ \frac{n \rho A}{2} (d_{SF}^2 - d_{BF}^2) & I_F + I_C + M_C d_{CF}^2 + \frac{n \rho A}{3} (d_{SF}^3 - d_{BF}^3) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{SF} = \begin{bmatrix} M_C & M_C (x_3^C - x_3^S) \\ M_C (x_3^C - x_3^S) & I_C + M_C d_{CS}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{S}_{SF} = \begin{bmatrix} M_C & M_C (x_3^C - x_3^F) \\ M_C (x_3^C - x_3^S) & I_C + M_C (x_3^C - x_3^F)(x_3^C - x_3^S) \end{bmatrix}$$

con $d_{ij} = x_3^i - x_3^j$.

Suddividendo poi i pilastri in elementi finiti, lo spostamento orizzontale su ciascun elemento può essere rappresentato come:

$$\xi(\zeta) = \mathbf{f}^T(\zeta) \boldsymbol{\alpha}^e \quad (24)$$

dove i vettori $\boldsymbol{\alpha}^e$ e \mathbf{f} raccolgono rispettivamente i gradi di libertà nodali e le funzioni di forma dell'elemento finito.

Allora, l'energia cinetica assume la forma:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\alpha}} + \dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_F + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_F^T \mathbf{M}_F \dot{\boldsymbol{\alpha}}_F + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_{SF}^T \mathbf{M}_{SF} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_{SF} + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_{SF}^T \mathbf{S}_{SF} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_F \quad (25)$$

dove \mathbf{M} è la matrice delle masse dell'insieme dei pilastri, e la matrice \mathbf{S} è ottenuta assemblando le seguenti matrici di elemento:

$$\mathbf{S}^e = \begin{bmatrix} n \rho A \ell^e \int_0^1 \mathbf{f}(\zeta) d\zeta & n \rho A \ell^e \int_0^1 \mathbf{f}(\zeta) (x_3^e - x_3^F + \ell^e \zeta) d\zeta \end{bmatrix} \quad (26)$$

essendo x_3^e la coordinata x_3 del nodo inferiore dell'elemento e .

Il lavoro virtuale dovuto al carico esterno q ed alle pressioni di contatto \mathbf{p} su Γ_c è dato dalla relazione:

$$\delta W = \int_{x_3^B}^{x_3^E} q \delta u dx_3 - \delta \boldsymbol{\alpha}_F^T \int_{\Gamma_c} \mathbf{C}^T \mathbf{p} d\Gamma \quad (27)$$

Utilizzando le (19), (20), la (27) diviene:

$$\delta W = \delta \boldsymbol{\alpha}_F^T \mathbf{Q}_F + \delta \boldsymbol{\alpha}_{SF}^T \mathbf{Q}_{SF} + \int_{x_3^B}^{x_3^S} q \delta \xi dx_3 - \delta \boldsymbol{\alpha}_F^T \int_{\Gamma_c} \mathbf{C}^T \mathbf{p} d\Gamma \quad (28)$$

dove:

$$\mathbf{Q}_F = \left\{ \begin{array}{l} \int_{x_3^B}^{x_3^E} q dx_3 \\ \int_{x_3^B}^{x_3^E} q \cdot (x_3 - x_3^F) dx_3 \end{array} \right\} \quad (29)$$

$$\mathbf{Q}_{SF} = \left\{ \begin{array}{l} \int_{x_3^S}^{x_3^E} q dx_3 \\ \int_{x_3^S}^{x_3^E} q \cdot (x_3 - x_3^S) dx_3 \end{array} \right\}$$

rappresentano la risultante ed il momento risultante dei carichi esterni rispetto al baricentro della fondazione ed all'estremità S dei pilastri.

In seguito alla discretizzazione con elementi finiti, si ha che:

$$\int_{x_3^S}^{x_3^E} q \delta \xi dx_3 = \delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{q} \quad (30)$$

essendo \mathbf{q} il vettore dei carichi nodali.

In virtù della rappresentazione (9), l'ultimo termine della (28) può essere scritto come:

$$\int_{\Gamma_c} \mathbf{C}^T \mathbf{p} d\Gamma = \sum_{e=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^a \mathbf{E}_{\alpha}^e \mathbf{p}_{\alpha}^e \quad (31)$$

con:

$$\mathbf{E}_{\alpha}^e = \int_{\Gamma_c} \mathbf{C}^T N_{\alpha} d\Gamma \quad (32)$$

La relazione (31) può essere riscritta nel modo seguente:

$$\int_{\Gamma_c} \mathbf{C}^T \mathbf{p} d\Gamma = \mathbf{E} \mathbf{p}_c \quad (33)$$

dove la matrice \mathbf{E} è ottenuta assemblando le matrici \mathbf{E}_{α}^e di tutti gli elementi della superficie Γ_c .

Infine, l'energia di deformazione dell'insieme dei pilastri può essere scritta come segue:

$$U = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\alpha} + K_{SF} \varphi_{SF}^2) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{K}^* \boldsymbol{\alpha} \quad (34)$$

dove la matrice \mathbf{K}^* è ottenuta aggiungendo alla matrice di rigidità flessionale \mathbf{K} dell'insieme dei pilastri, il

contributo K_{SF} associato alla deformazione assiale dei pilastri:

$$K_{SF} = \frac{EA}{\ell} \sum_{i=1}^n x_{li}^2 \quad (35)$$

Allora, utilizzando il principio di Hamilton, dalle (25), (28), (34) si ottengono le equazioni del moto:

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{S} \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_F = \mathbf{q} \quad (36)$$

$$\mathbf{M}_F \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_F + \mathbf{S}^T \ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{E} \mathbf{p}_c = \mathbf{Q}_F$$

dove le matrici \mathbf{M}^* , \mathbf{S}^* e il vettore \mathbf{q}^* sono ottenuti assemblando le matrici \mathbf{M} , \mathbf{S} e il vettore \mathbf{q} rispettivamente con \mathbf{M}_{SF} , \mathbf{S}_{SF} e \mathbf{Q}_{SF} .

Infine, ponendo per un moto armonico $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha} e^{i\omega t}$, $\boldsymbol{\alpha}_F = \boldsymbol{\alpha}_F e^{i\omega t}$, le (17), (36) forniscono il seguente sistema di equazioni per il moto stazionario del sistema suolo-struttura:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ll} & -\mathbf{G}_{lc} & \mathbf{H}_{lc} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{cl} & -\mathbf{G}_{cc} & \mathbf{H}_{cc} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & -\omega^2 \mathbf{M}^* & -\omega^2 \mathbf{S}^{*T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\omega^2 \mathbf{S}^* & \mathbf{K}^* - \omega^2 \mathbf{M}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_l \\ \mathbf{p}_c \\ \boldsymbol{\alpha}_F \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_F \\ \mathbf{q}^* \end{bmatrix} \quad (37)$$

5. APPLICAZIONE

La procedura descritta è stata utilizzata per lo studio dell'interazione dinamica col suolo di una batteria di sili in calcestruzzo armato per grano ($\rho_g=800\text{Kg/m}^3$) (Figura 2). La struttura, su fondazione rettangolare, è costituita da diciotto celle quadrate ed è pensata soggetta in sommità ad una forzante armonica.

Per il calcestruzzo si è assunto $\rho=2500\text{Kg/m}^3$, $E=3 \cdot 10^3\text{MPa}$. Per il suolo si è assunto $\rho_s=2000\text{Kg/m}^3$, $\nu=0.3$ e uno smorzamento isteretico $\gamma=0.05$.

La maglia adottata per la discretizzazione della superficie del suolo è rappresentata in Figura 3. Ciascun pilastro è stato discretizzato con due elementi finiti tipo "beam".

Le prime due frequenze proprie della struttura su base fissa (senza interazione) sono $\omega_{1f}=42.51\text{rad/s}$ e $\omega_{2f}=166.6\text{rad/s}$ per il silo vuoto, e $\omega_{1f}=24.46\text{rad/s}$, $\omega_{2f}=102.5\text{rad/s}$ per il silo pieno.

Gli effetti dell'interazione col suolo sono stati

analizzati per valori della velocità di propagazione delle onde di taglio pari a 100m/s, 300m/s e 1000m/s. I risultati sono mostrati nelle Figure 4-6 per il silo pieno e nelle Figure 7, 8 per il silo vuoto. In tali figure è riportato il fattore di amplificazione dinamica DMF per lo spostamento in sommità della struttura, valutato in rapporto all'omologo spostamento statico. Nelle stesse figure sono rappresentati i fattori di amplificazione per lo spostamento in sommità dovuto al solo rocking della fondazione e per lo spostamento della fondazione.

Per il silo pieno, l'intervallo di frequenze considerato contiene le prime due frequenze proprie della struttura perfettamente incastrata alla base (senza interazione). Si osservi come risulta rilevante per $c_2=100\text{m/s}$ e $c_2=300\text{m/s}$ (Figure 4 e 5) l'effetto di deviazione sulla prima frequenza di risonanza dovuto all'interazione col suolo. Infatti, nei due casi le frequenze angolari del primo picco di risonanza risultano rispettivamente uguali a 6rad/s e 14.8rad/s. Si noti ancora come in entrambi i casi il primo picco sia caratterizzato dal contributo dominante del rocking della fondazione. Il secondo picco invece si registra per valori di frequenza prossimi alla seconda frequenza propria della struttura su base fissa e torna in esso a prevalere il contributo associato alla deformazione della

struttura. Nel caso invece di $c_2=1000\text{m/s}$, il primo picco, in corrispondenza di $\omega=22.5\text{rad/s}$, si riavvicina a quello della struttura su base fissa, mentre un modo di rocking si registra a valle del primo picco (Figura 6). Si noti infine come nei diversi casi l'ampiezza del secondo picco risulti considerevolmente inferiore a quella del primo; ciò è dovuto all'accrescersi dello smorzamento geometrico all'aumentare della frequenza.

6. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] G.B. WARBURTON, 1978, Soil-structure interaction for tower structures, *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* **6**, 535-556.
- [2] A.S. VELETSOS, Y. TANG e H.T. TANG, 1992, Dynamic response of flexibly supported liquid-storage tanks, *J.Struct.Eng. ASCE* **118**, 264-283.
- [3] E. KAUSEL, J.M. ROESSET e G. WAAS, 1975, Dynamic analysis of footings on layered media, *Proc. ASCE J.Eng.Mech.Div.* **101**, 679-693.
- [4] G.D. MANOLIS e D.E. BESKOS, 1988, *Boundary element methods in elastodynamics*, Unwin Hyman, London.

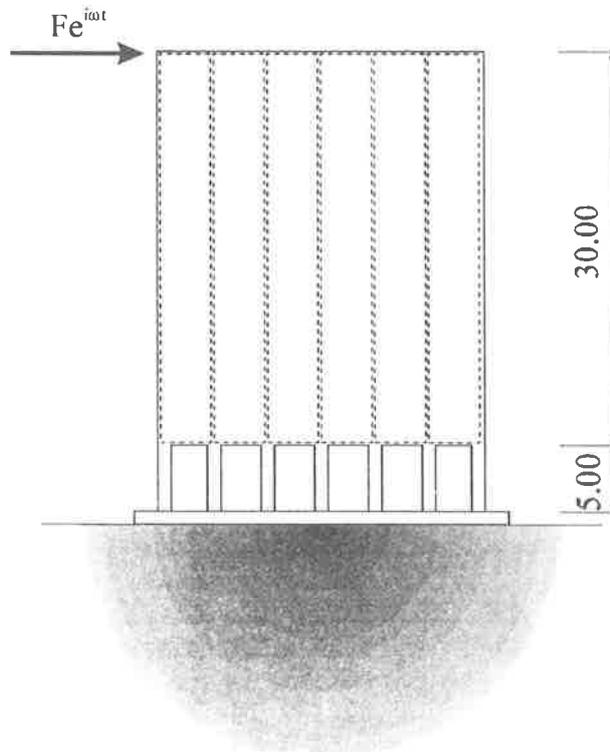
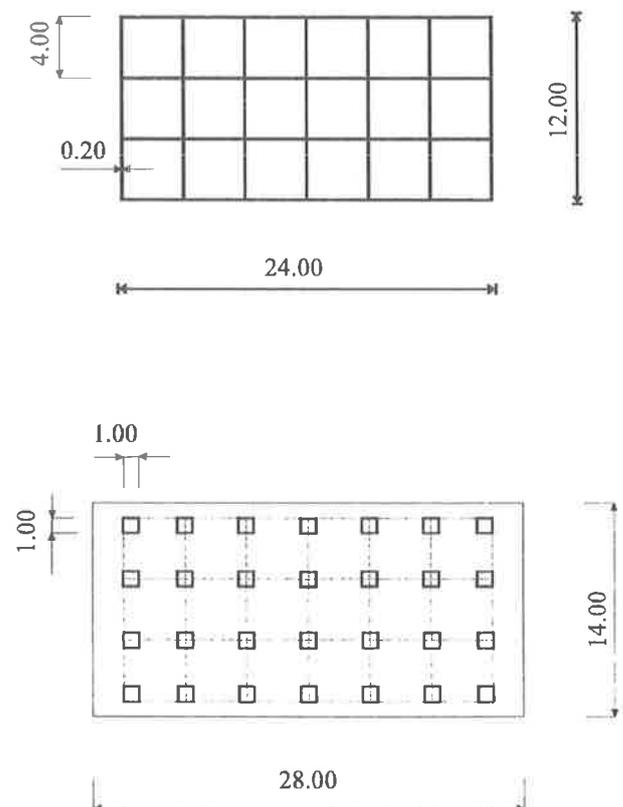


Figura 2



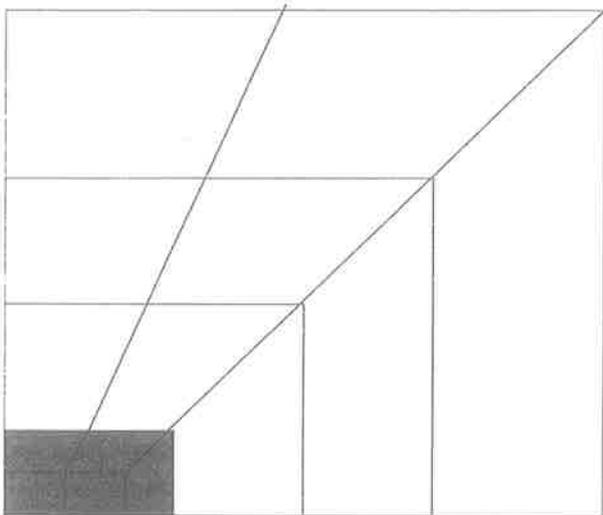


Figura 3

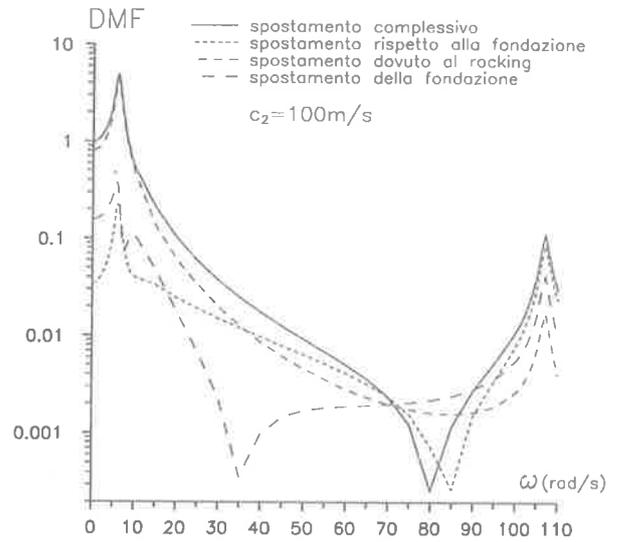


Figura 4

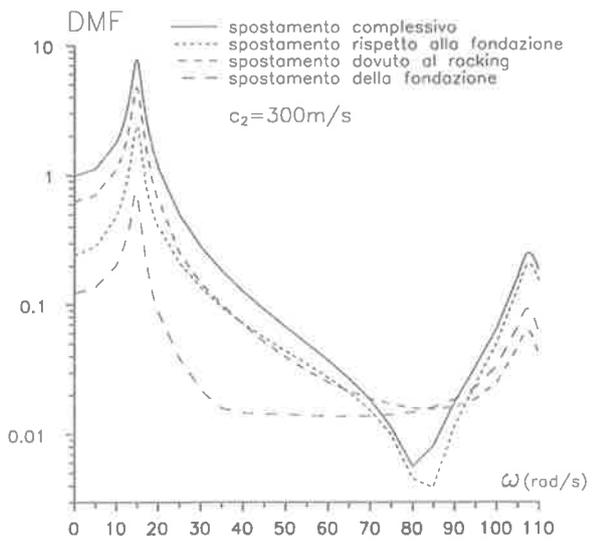


Figura 5

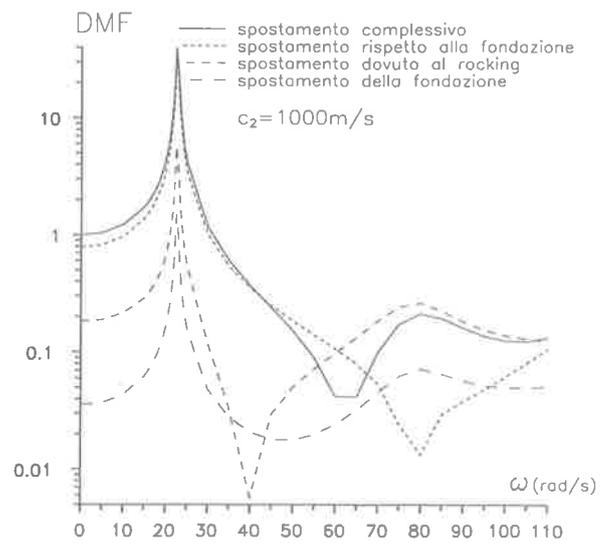


Figura 6

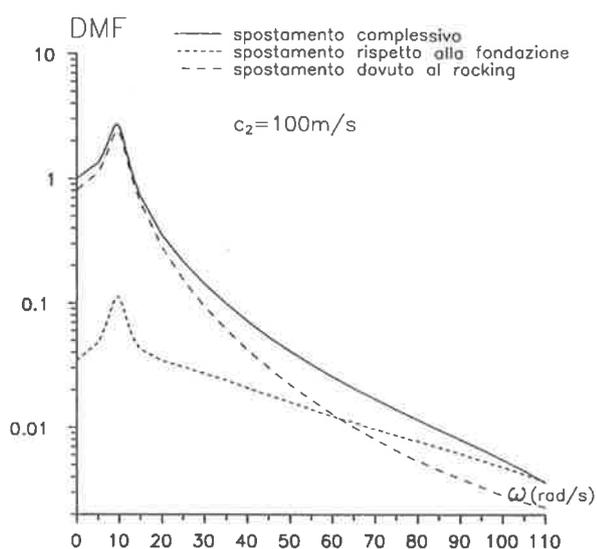


Figura 7

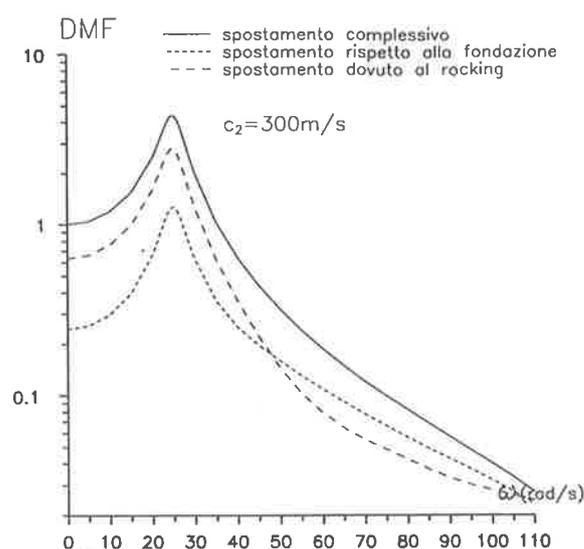


Figura 8

- [5] D. CAPUANI, C. CECCOLI e M. MARCHETTI, Note sull'applicazione del metodo degli elementi di contorno all'analisi dinamica di gallerie in presenza di onde sismiche, *Atti Giornate AICAP '93*, 105-112.
- [6] D. CAPUANI, 1994, *Modellazione di strutture irrigidenti in parete sottile per edifici alti: statica, dinamica e interazione suolo-struttura*, Tesi di Dottorato.
- [7] D. CAPUANI, R. KLEIN e H. ANTES, 1994, Dynamic response analysis of tall buildings on viscoelastic soil, *Earthquake Resistant Construction and Design*, Savidis ed., Balkema,

Rotterdam, 367-374.

- [8] A.C. ERINGEN e E.S. SUHUBI, 1975, *Elastodynamics*, Academic Press, New York.
- [9] F.J. RIZZO, D.J. SHIPPY e M. REZAYAT, 1985, A boundary integral equation method for radiation and scattering of elastic waves in three dimensions, *Int.J.Num.Meth.Eng.* **21**, 115-129.
- [10] M. GUIGGIANI e A. GIGANTE, 1990, A general algorithm for multidimensional Cauchy principal value integrals in the boundary element method, *J.Appl.Mech. ASME* **57**, 906-915.
- [11] W. RÜCKER, 1982, Dynamic behaviour of rigid foundations of arbitrary shape on a halfspace, *Earthq.Eng.Struct.Dyn.* **10**, 675-690.

**IN MERITO ALL'INDIVIDUAZIONE DI TRALICCI EQUIVALENTI
IN STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO**

Andrea CHIARUGI
Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi Firenze

Domenico ANGOTTI
Libero Professionista - Catanzaro

IN MERITO ALL'INDIVIDUAZIONE DI TRALICCI EQUIVALENTI IN STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO

Andrea Chiarugi
Professore Ordinario
Dipartimento di Ingegneria Civile
Università di Firenze

Domenico Angotti
Ingegnere libero professionista
Catanzaro

SOMMARIO

La tendenza sempre più efficacemente orientata a considerare il conglomerato cementizio armato quale un materiale strutturale, e cioè un materiale dotato di una struttura interna a livello macroscopico, comporta il sempre più diffuso ricorso a schematizzazioni del continuo con sistemi di aste. A fronte di questo orientamento possono insorgere delicati problemi di evidenziazione del cosiddetto traliccio equivalente. Nella presente nota si cerca di rendere oggettivo tale processo con una tecnica che fa riferimento alle linee di dislivello delle superfici di rappresentazione delle tensioni principali.

SUMMARY

The trend more and more directed to consider concrete structures as a material with internal constraints drives to model its behaviour like strut and tie elements. In this context the main problem is to single out a truss model that better interprets the actual structural behaviour either in service or in ultimate limit state. In this paper an attempt is made to develop a quasi-automatic procedure based on location of "ridge-lines" of principal stresses. Such a procedure enable designers the equivalent truss model to be located for any structural situation. Comparison with some other design procedures are made.

1 INTRODUZIONE

Nella progettazione delle strutture in cemento armato si pongono essenzialmente due problemi, uno è quello di stabilire la corretta disposizione e la quantità di armatura tesa necessaria, l'altro è evitare un eccessivo cimento delle zone di calcestruzzo sottoposte ad un regime prevalente di compressione.

Un valido aiuto per la risoluzione di tali problemi nel caso di solidi tozzi e comunque in tutti quelli di diffusione delle tensioni, è fornito dal metodo del traliccio equivalente, mediante il quale il comportamento di una struttura in cemento armato viene schematizzato attraverso un insieme di aste lungo le quali si suppongono concentrati i campi tensionali di trazione e compressione presenti nel materiale. Tale tecnica trova le sue origini storicamente nel traliccio

proposto da Ritter (1899) e quindi ripreso da Mörsch (1902) per modellare il comportamento a taglio di una trave in cemento armato. In seguito l'analogia del traliccio è stata ripresa da numerosi altri ricercatori per rappresentare il comportamento di elementi a trave sottoposti ad un diverso stato di sollecitazione o per schematizzare il comportamento di elementi bidimensionali, come le mensole tozze o le travi parete. Recentemente la Scuola di Stoccarda ed in particolare il professor Schlaich [2] ha contribuito allo sviluppo della ricerca su tale argomento, cercando di inquadrare in un'unica tecnica, quella del traliccio equivalente (Strut and tie), la progettazione delle strutture in cemento armato, indipendentemente dal carattere tozzo o snello della struttura e dal particolare stato di sollecitazione agente.

Tuttavia nonostante i progressi ottenuti in questi ultimi anni, il riconoscimento del traliccio equivalente permane in molti casi problematico. Infatti la maggior parte dei metodi disponibili consente solo un riconoscimento qualitativo delle principali aste del traliccio e lascia la definizione quantitativa fortemente legata a scelte ed assunzioni del progettista.

Nel presente lavoro si vuole illustrare un metodo per il riconoscimento del traliccio equivalente che consenta una rapida ed oggettiva definizione delle principali aste. Di seguito verranno esposti due diverse modalità di uso della tecnica proposta. La prima comporta un maggiore lavoro per il progettista, ma aiuta anche a capire meglio il comportamento statico della struttura. La seconda fa riferimento ad un programma sviluppato dagli autori e porta al riconoscimento del traliccio equivalente in modo quasi automatico.

2 PROPOSTA DI UNA PROCEDURA PER IL RICONOSCIMENTO DEL TRALICCIO EQUIVALENTE

2.1 Il metodo delle linee di displuvio

La tecnica proposta, sinteticamente denominata metodo delle linee di displuvio si articola essenzialmente in tre fasi.

La prima comporta un esame preliminare della struttura onde poter avere conoscenza dell'andamento delle tensioni principali. A tal fine si può procedere discretizzando la struttura con il metodo degli elementi finiti, o con una qualsiasi altra tecnica numerica capace di fornire in modo rapido ma accurato, i valori delle tensioni principali nei nodi del modello. Alla fine della prima fase, con riferimento al caso di strutture bidimensionali, sono disponibili due database contenenti i valori delle tensioni principali nei nodi del modello.

La seconda fase comporta per ciascun database, la costruzione della superficie interpolante i valori delle tensioni. Così facendo si ottengono due superfici che modellano l'andamento delle tensioni principali nella struttura.

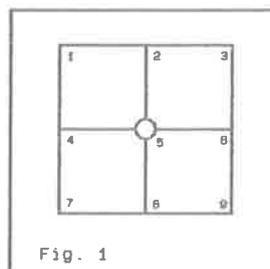
A questo punto si può procedere con la terza fase, alla quale è legato il nome della tecnica proposta, che consiste nell'individuare le principali aste del traliccio equivalente in corrispondenza delle linee di displuvio di tali superfici. Ovviamente le aste del traliccio così ottenute devono essere opportunamente rettificare.

2.2 Un algoritmo per l'applicazione semiautomatica del metodo delle linee di displuvio

Come si può facilmente dedurre il metodo illustrato nel paragrafo precedente, può essere applicato sia in

modo manuale, cioè facendo riconoscere all'operatore la posizione delle linee di displuvio delle superfici e quindi le aste del traliccio, sia in modo automatico definendo un algoritmo che, mediante un controllo su un database contenente le coordinate ed i valori delle tensioni principali nei nodi del modello, consenta un immediato riconoscimento delle linee di displuvio.

Nella definizione di tale algoritmo sono state assunte le linee di displuvio come luogo dei punti sedi di massimi relativi. Per stabilire l'appartenenza o meno di un punto ad una linea di displuvio sono stati differenziati i punti di bordo da quelli interni. Per i primi è sufficiente controllare solo se il valore della tensione principale è maggiore di quello del punto adiacente avente uguale valore di ascissa o ordinata, a seconda che ci si trovi lungo un bordo verticale o orizzontale. Invece per i punti interni, avendo ciascuno di essi intorno sei punti, occorre controllare se è rispettata la condizione di massimo per ogni coppia di punti opposti. Ad esempio il punto 5 della figura 1 può essere sede di massimo relativamente alle quattro direzioni (1,8), (3,6), (2,7) e (4,6).



Per stabilire se un punto è effettivamente sede di massimo relativo e quindi se concorre alla definizione di una linea di displuvio è stato necessario prevedere una certa tolleranza che viene definita dall'operatore all'inizio del programma e che può essere eventualmente variata alla fine se i risultati non sono soddisfacenti, senza dover nuovamente impostare tutti i dati.

Appare ovvio che le aste del traliccio equivalente dovranno acquisire una materializzazione nelle zone e nelle direzioni in cui le tensioni principali attingono, in valore assoluto, i loro valori massimi. Quindi anche al fine di non appesantire ed intralciare la speditezza della procedura, è opportuno non soffermarsi ad individuare i massimi relativi delle tensioni in quelle zone dove tali valori sono comunque piccoli rispetto a quelle in cui si hanno i veri e propri addensamenti delle tensioni principali. A tale scopo l'operatore può definire un valore di soglia che consente di escludere quei punti in cui la tensione è inferiore al valore prefissato per essi. In tal modo il controllo, per il riconoscimento delle linee di displuvio, viene limitato alla sola zona effettivamente emergente, cioè a quella zona in cui si

incanalano le tensioni.

Così facendo si riesce a ottenere abbastanza bene in modo semiautomatico l'andamento delle principali aste del traliccio. Ciò nonostante resta comunque essenziale l'intervento dell'operatore, sia nella scelta della soglia che della tolleranza che a volte deve essere modificata più volte per ottenere risultati sensati; peraltro è sempre necessario a conclusione una regolarizzazione geometrica per rettificare l'andamento in genere curvilineo del traliccio così ottenuto.

3 ALCUNE APPLICAZIONI DEL METODO DEL TRALICCIO EQUIVALENTE

3.1 Il caso della trave parete

Per meglio esemplificare il metodo proposto verrà di seguito illustrata un'applicazione al caso di una trave parete caricata uniformemente lungo un bordo e vincolata sul bordo opposto da due appoggi (Fig. 2)

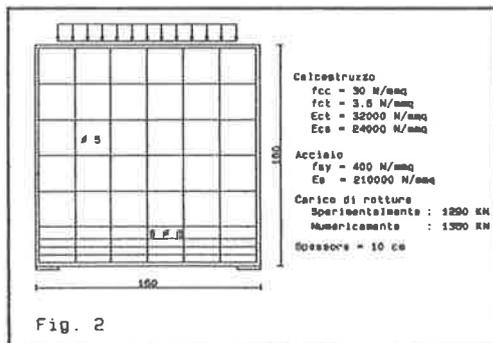


Fig. 2

Lo studio della struttura si è articolato in due diverse fasi. Nella prima la trave parete è stata studiata assumendo un comportamento di materiale omogeneo

elastico lineare, ed in base a ciò è stato dedotto il traliccio equivalente. Nella seconda fase si è operata un'analisi evolutiva sino a rottura pervenendo così al riconoscimento di un secondo traliccio, diverso dal precedente.

a) Nella prima fase il primo passo eseguito per il riconoscimento del traliccio equivalente è stata l'analisi elastica lineare della struttura operata con il metodo degli elementi finiti.

In tale fase, essendo l'analisi eseguita puramente elastica lineare, non ci si è preoccupati della ridotta resistenza a trazione del calcestruzzo e quindi dell'eventuale redistribuzione delle tensioni causata dalla fessurazione della struttura.

Avendo adesso a disposizione i valori delle tensioni principali in ciascun nodo del modello, mediante un'interpolazione, eseguita con l'ausilio di un foglio elettronico [3], si sono ottenute le superfici riportate in figura 3a e 3b. La prima rappresenta l'andamento della tensione principale di compressione, mentre la seconda quella di trazione. Queste due superfici hanno consentito di individuare la posizione dei principali tiranti e puntoni che sono stati posti in corrispondenza delle principali linee di dislivello di tali superfici, previa la ricordata regolarizzazione.

In tal modo considerando la superficie raffigurante la tensione principale di compressione risultano evidenti i puntoni 1, 2 e 3 del traliccio riportato in figura 4, mentre la superficie raffigurante la tensione principale di trazione lascia intuire la presenza di un tirante in corrispondenza del lembo inferiore della trave parete. L'esatta posizione di tale tirante è stata definita tenendo conto dei criteri adottati nella distribuzione dell'armatura, pertanto il tirante 4 è stato posto ad 11 cm dal lembo inferiore, ossia in corrispondenza del baricentro dell'armatura di progetto.

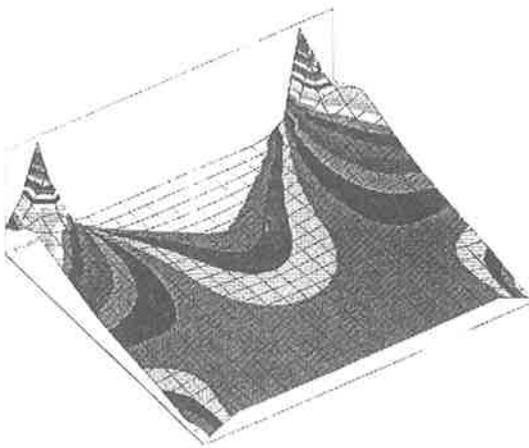


Fig. 3a Tensione principale di compressione

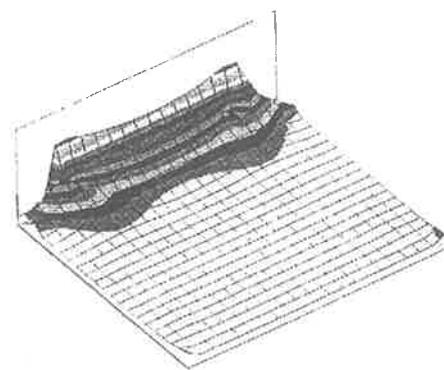


Fig. 3b Tensione principale di trazione

A questo punto per stabilire la quantità di armatura necessaria è sufficiente risolvere il traliccio ed in particolare trovare lo sforzo nel tirante 4.

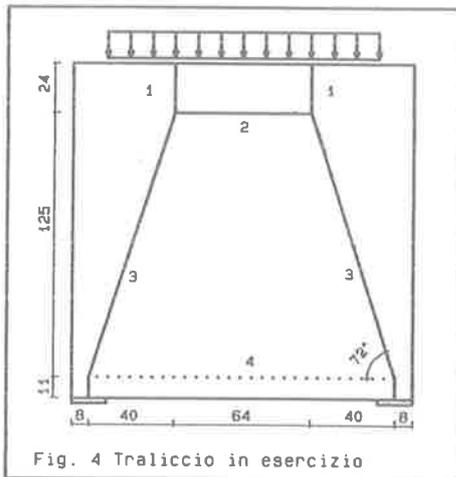


Fig. 4 Traliccio in esercizio

b) Tuttavia pare interessante cogliere il comportamento evolutivo della struttura in fasi anche post-elastiche, al fine di controllare il modificarsi del traliccio equivalente, quasi a pensarlo evocato da situazioni prossime al collasso. Allo scopo, dato che si è utilizzato già nelle precedenti fasi il programma ANSYS 4.4 è parso proficuo far ricorso all'impiego dell'elemento denominato STIF65, che consente di rappresentare la fessurazione e lo schiacciamento del calcestruzzo, nonché l'eventuale presenza di armature, che vengono modellate in maniera diffusa all'interno dell'elemento.

In tal modo si è eseguita un'analisi non lineare della struttura dell'esempio che è stata sollecitata con un carico gradualmente crescente, cosicchè anche il

quadro fessurativo si è andato ampliando ed è variata di conseguenza la distribuzione delle tensioni. Nel fare ciò si è cercato di ovviare, per quanto possibile con gli strumenti a disposizione, ai delicati problemi inerenti la modellazione del comportamento delle strutture in cemento armato con il metodo degli elementi finiti [13].

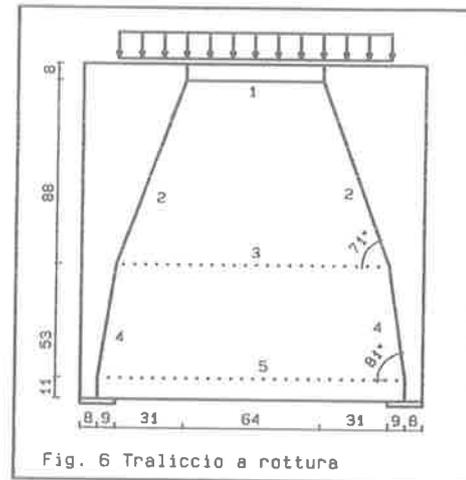


Fig. 6 Traliccio a rottura

La trave parete è stata così caricata sino alla rottura, riscontrando una sostanziale coincidenza tra il comportamento simulato con il modello numerico e quello sperimentalmente riscontrato [5]. Dalla conoscenza della distribuzione delle tensioni in prossimità del carico ultimo è stato possibile ridefinire il traliccio equivalente della struttura. A tal fine si è proceduto analogamente a come si era fatto nel precedente caso dell'analisi elastica lineare. I tiranti ed i puntoni sono stati posizionati in corrispondenza delle principali linee di dislivello delle superfici raffiguranti

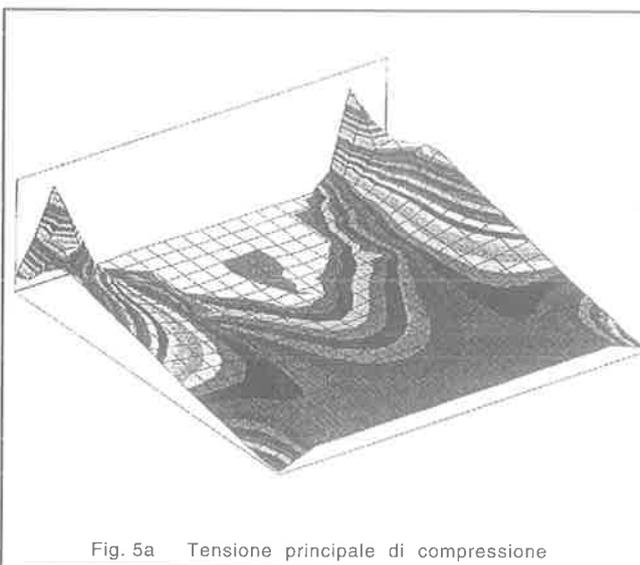


Fig. 5a Tensione principale di compressione

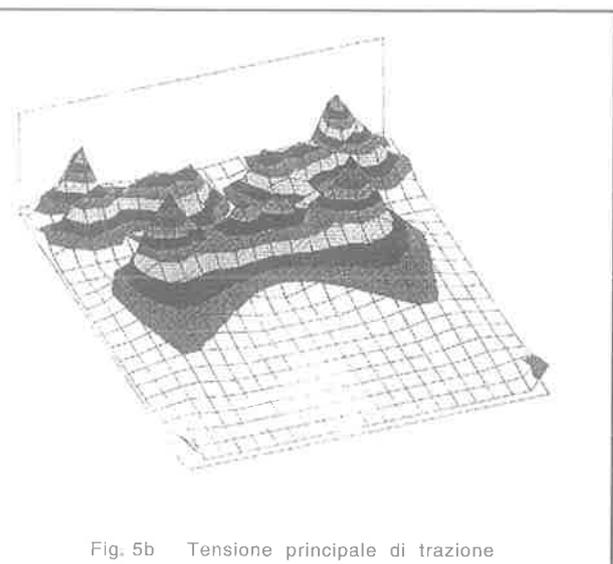


Fig. 5b Tensione principale di trazione

le tensioni principali di trazione e compressione (Fig. 5a e 5b). Si sono così ottenute le aste 3 (tirante) ed 1, 2 e 4 (puntone) del traliccio di figura 6. È opportuno segnalare che l'asta 5, rappresentante l'armatura inferiore non è esplicitamente evidenziata dalla superficie raffigurante l'andamento della tensione principale di trazione, in quanto tale andamento si riferisce unicamente alla tensione nel calcestruzzo.

c) La procedura proposta per il riconoscimento del traliccio equivalente in strutture in cemento armato si basa sul concetto di concentrazione dei campi tensionali. Infatti avendo a disposizione i valori delle tensioni principali in ciascun nodo del modello, si individuano i puntone ed i tiranti in corrispondenza delle linee di displuvio delle superfici interpolanti tali tensioni.

Così facendo le aste del traliccio ed in particolare i puntone, vengono posizionati in quelle zone attualmente più sollecitate intorno alle quali prevedibilmente andrà aumentando lo stato di sollecitazione al crescere del carico gravante sulla struttura. In tal modo il traliccio ottenuto, sebbene sia stato dedotto da un comportamento omogeneo di materiale elastico e quindi non fessurato, cerca di tenere conto della redistribuzione delle tensioni al progredire del carico, conseguente alla plasticizzazione e fessurazione del materiale, considerazione che è alla base della tecnica del traliccio equivalente.

Ciò giustifica le differenze, anche se minime, che si possono riscontrare tra il traliccio ottenuto con la tecnica da noi proposta e quello deducibile mediante altri metodi più diffusi in letteratura.

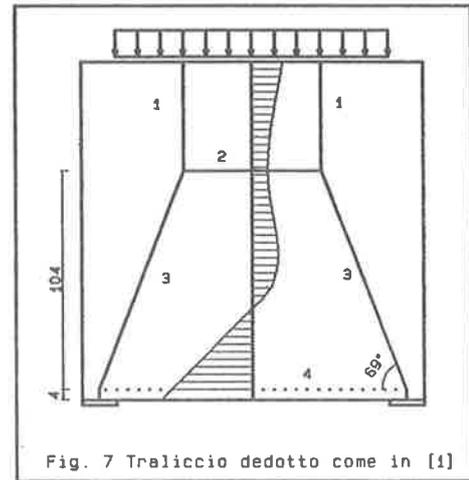
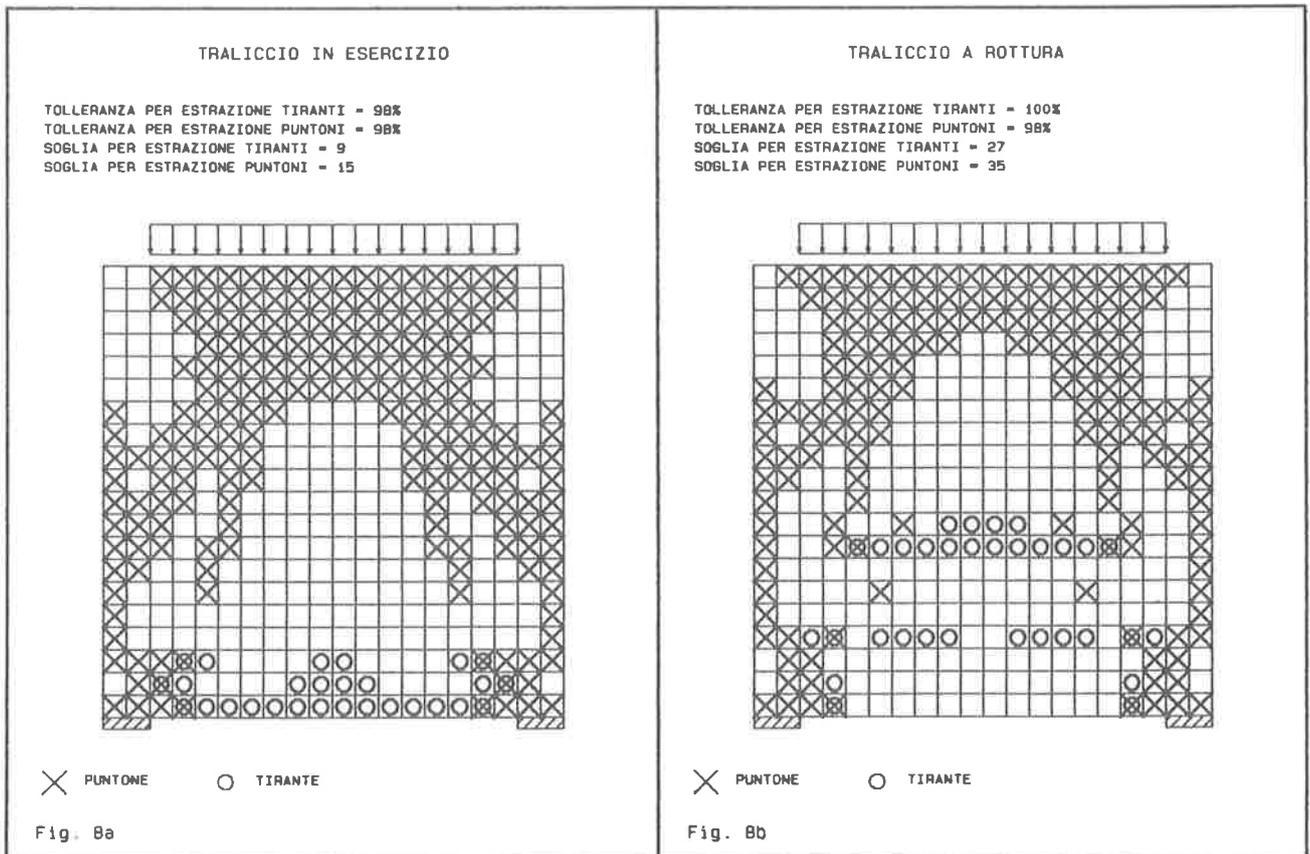


Fig. 7 Traliccio dedotto come in [1]

Prendendo come esempio il caso qui riportato della trave parete, procedendo come proposto da Schlaich [1], cioè posizionando il puntone 2 nel baricentro del diagramma delle tensioni di compressione si ottiene il traliccio riportato in figura 7. Invece con il metodo da noi proposto si deduce il traliccio di figura 4. Quest'ultimo è sostanzialmente simile al precedente,



ma si differenzia per la posizione del puntone 2, che risulta più spostato verso il lembo superiore, ovvero verso la posizione che acquista in prossimità del carico di rottura (vedere fig. 6). Quanto osservato è coerente, come si diceva pocanzi, alla tendenza del materiale di plasticizzarsi al progredire del carico, a partire dalle zone più sollecitate. In tal modo risultano così via via sempre meno importanti le zone scarsamente compresse di transizione tra la tensione di trazione e quella di compressione, ovvero quelle zone poste in prossimità dell'asse neutro, verso le quali ampliandosi il quadro fessurativo si manifesta la presenza di un tirante (asta 3 di figura 6).

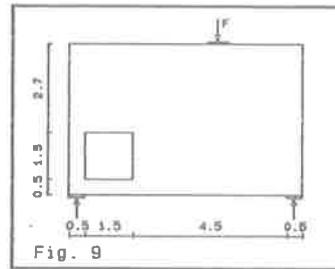
Il riconoscimento del traliccio equivalente per il caso illustrato può essere anche fatto applicando l'algoritmo illustrato nel paragrafo 2.2. Avendo già illustrato piuttosto dettagliatamente tale algoritmo nel paragrafo anzidetto, di seguito verranno mostrati solo i risultati ottenuti al variare del valore di soglia e di tolleranza (Fig. 8).

3.2 Trave parete con apertura rettangolare

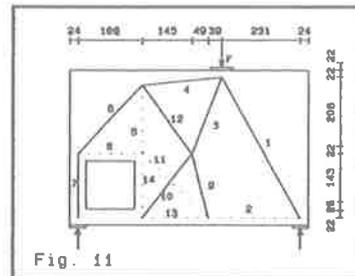
Si è voluto quindi analizzare il caso ormai classico della trave parete con apertura eccentrica, che proposto ed affrontato da Schlaich, è ormai assunto a test paradigmatico in questa categoria di problemi (Fig. 9).

Da una semplice analisi elastica si sono ottenute le superfici raffiguranti l'andamento delle tensioni principali di trazione e compressione, che sono riportate in figura 10a e 10b.

differenza dell'esempio precedente, i tiranti ed i puntoni



evidenziati dalle linee di displuvio non danno luogo ad un traliccio equilibrato, quindi è necessario aggiungere ulteriori aste che assicurino tale equilibrio. In tale fase è presente una certa indeterminatezza che si è cercato di eliminare adottando l'accorgimento che le aste aggiuntive fossero quelle aventi lunghezza minima.



Così sono state inserite le aste 9, 12 e 14 (Fig. 11) e sono state leggermente modificate alcune aste (6, 4, 5) per tenere conto della disposizione scelta per l'armatura.

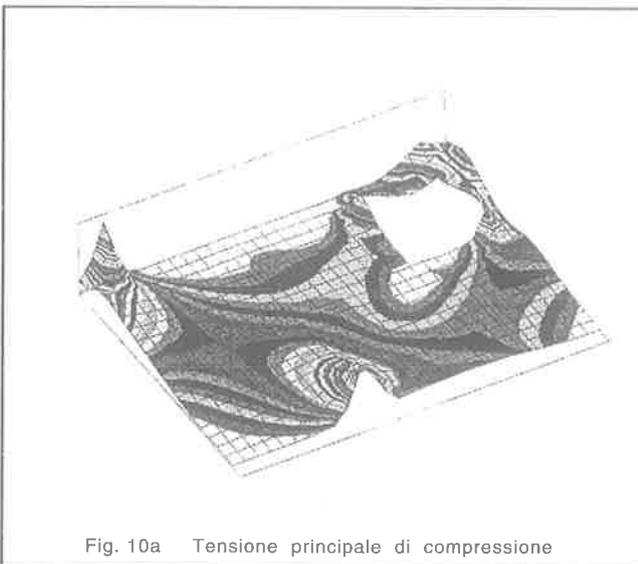


Fig. 10a Tensione principale di compressione

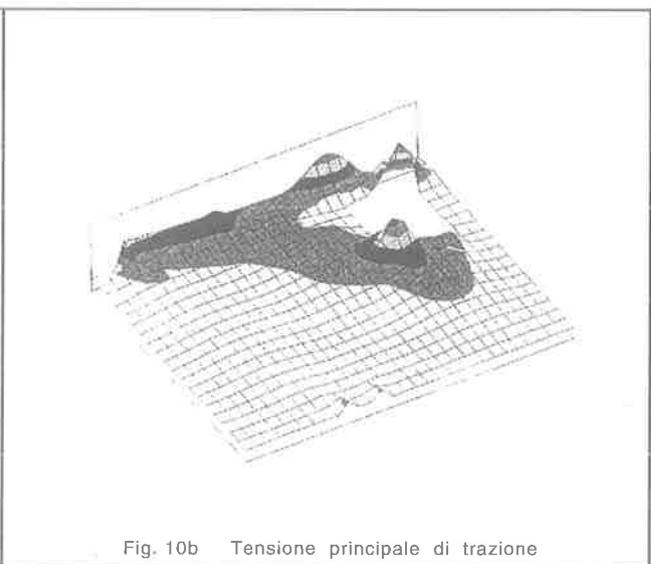
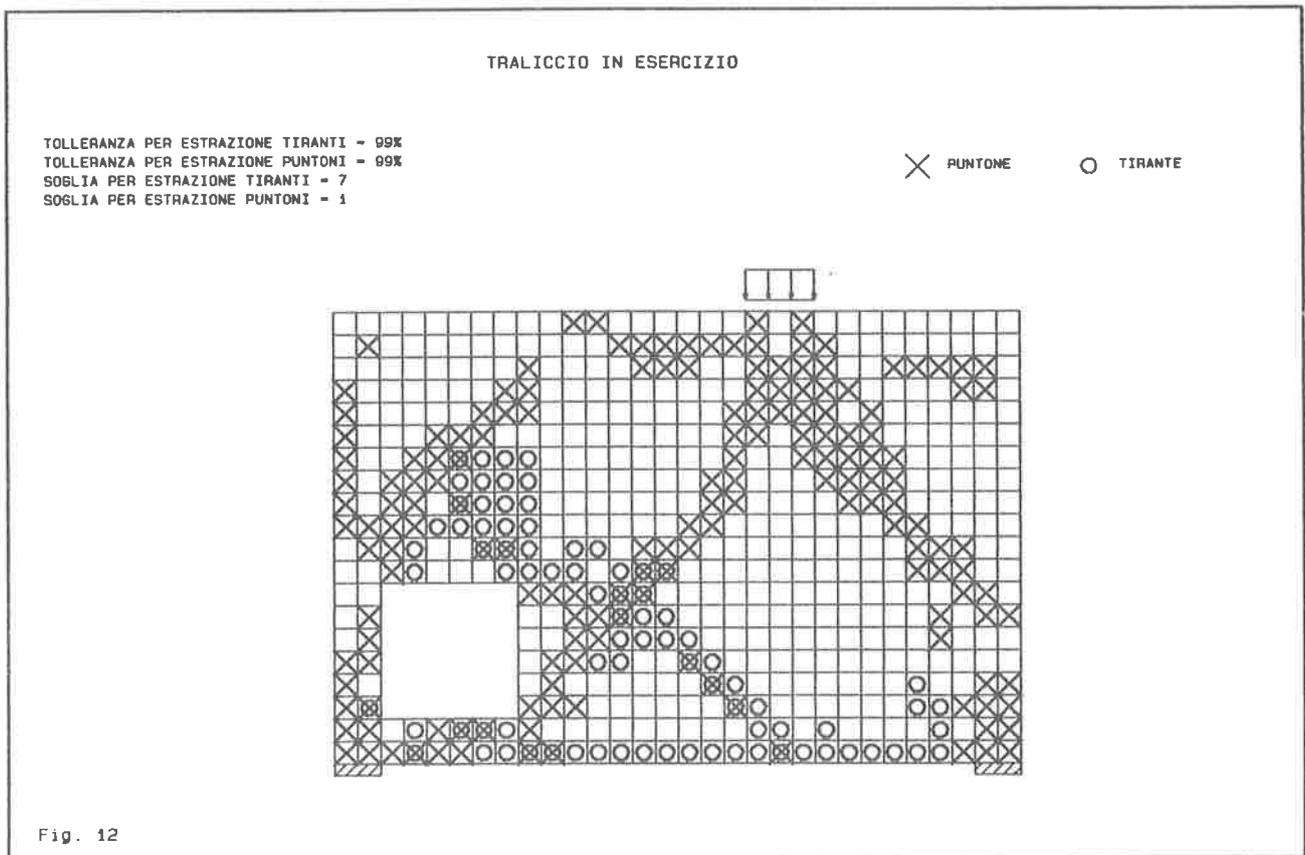


Fig. 10b Tensione principale di trazione

Dall'analisi della superficie raffigurante la tensione principale di compressione si notano i puntoni 1, 3, 10, 4, 6, 7 (Fig. 11), mentre quella di trazione dà utili indicazioni su dove posizionare l'armatura tesa e quindi i tiranti (aste 2, 13, 11, 5, 8). Però questa volta, a

Facendo uso del programma illustrato nel paragrafo 2.2 si è ottenuta la situazione riportata in figura 12, a partire dalla quale si possono fare le stesse considerazioni sopra riportate.



4 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Come si è visto la procedura illustrata può essere adoperata sia per il riconoscimento del traliccio equivalente relativo ad un comportamento della struttura in "esercizio", sia per quanto riguarda la definizione di un traliccio a "rottura". Così nel caso della trave parete illustrato nel paragrafo 3.1, dopo essere giunti alla definizione di un traliccio equivalente dedotto sulla base di un comportamento elastico del materiale, che può ritenersi valido per uno stato limite di esercizio, si è poi proceduto con un'analisi evolutiva giungendo alla definizione di un secondo traliccio simulante il comportamento della struttura allo stato limite di rottura. Dal raffronto tra i due tralicci così ottenuti, a parità di sezione utile del tirante, risulta evidente che, perlomeno per il caso in esame, il traliccio dedotto mediante un'analisi evolutiva a rottura è più conservativo di quello ottenibile attraverso un'analisi elastica. Pertanto il coefficiente di sicurezza esterno, cioè il rapporto tra il carico ultimo e quello di esercizio, risulta maggiore del coefficiente di sicurezza interno, cioè del rapporto tra la tensione ultima e quella di esercizio. Risulta pertanto pienamente giustificato assumere quale effettiva disposizione delle armature quella suggerita dalla distribuzione tensionale in

esercizio.

Analogamente facendo un raffronto tra il traliccio di figura 7, dedotto da Schlaich come riportato in [1], e quello a cui si perviene con il metodo da noi proposto (figura 4), risulta più conservativo il primo, in quanto richiede una maggiore sezione utile del tirante. Ciò è coerente con l'osservazione fatta sopra giacché il traliccio da noi proposto è più vicino a quello relativo ad un comportamento di materiale fessurato e quindi al traliccio a rottura.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Schlaich J., 1991, "The need for consistent and translucent models", IABSE Colloquium Stuttgart 1991, vol. 1, pagg. 169-184
- [2] Schlaich J., Schafer K., Jennewein M., 1987 "Toward a consistent design of structural concrete", P. C. I. Journal, May - June
- [3] QUATTRO PRO, 1992, User's guide, Borland International Inc.
- [4] ANSYS User's Manual - Revision 4.4, 1989 Swanson Analysis Sistem, Houston Pennsylvania
- [5] Leonhardt F., Walther R., 1966, "Wandartige Trager, Deutscher Ausschuss fur

Stahlbeton" Heft 178 Berlin

[6] Harisis A. , Fardis M.N.,1991 , "Computer aided automatic construction of strut and tie models", IABSE Colloquium Stuttgart 1991, vol. 1, pagg. 373-377

[7] Reineck K.L., 1993, "Modeling structural concrete with strut and tie models shear in B-regions", Corso di perfezionamento per le costruzioni in cemento armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, vol 14

[8] Brizzi M, 1992, Tesi di Laurea, "Comportamento a rottura di strutture in cemento armato: recenti sviluppi e proposta di una procedura di calcolo per l'applicazione di modelli puntone tirante", Relatore Prof. Ing. P. Spinelli, Facoltà di Ingegneria di Perugia

[9] Cedolin L., 1979, "La meccanica della frattura nella analisi per elementi finiti delle strutture in cemento armato", Corso di perfezionamento per le costruzioni in cemento armato F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, voll

[10] Galano L., 1989, "Contributo alla corretta progettazione delle strutture in cemento armato" , Centro duplicazione offset Firenze

[11] Van Mier J.G.M. Heron, 1987, "Examples of non linear analysis of reinforced concrete structures with DIANA", vol 32 n. 3

[12] IABSE Colloquium, 1991, "Structural Concrete", Stuttgart

[13] Angotti D., 1993, Tesi di Laurea, "Fessurazione nel cemento armato e metodi di progetto: analisi teorica e modelli numerici per la definizione del traliccio equivalente", Relatori Prof. Ing. A. Chiarugi, Prof. Ing. P. Spinelli, Ing. S. Chiostriani, Facoltà di Ingegneria di Firenze

[14] Bazant Z. P., "Fracture mechanics of concrete structures", vol. 1 Elsevier applied science

**SERBATOI PENSILI PER ALIMENTAZIONE IDRICA
REALIZZATI CON GRANDE IMPIEGO DI TECNOLOGIE INNOVATIVE**

Vincenzo COLLINA
Studio Associato Gipieffe Architettura - Forlì

SERBATOI PENSILI PER ALIMENTAZIONE IDRICA REALIZZATI CON GRANDE IMPIEGO DI TECNOLOGIE INNOVATIVE

Vincenzo COLLINA
Ingegnere civile
Studio Associato Gipieffe Architettura
Forlì

SOMMARIO

Sono costruzioni molto particolari le cui necessità funzionali e costruttive sono una occasione per una continua messa a punto di tecnologie innovative. In queste costruzioni noi abbiamo introdotto la postcompressione biassiale del vaso conico, una tensostruttura con simmetria radiale per la copertura, un'attrezzatura rampante che oltre a sollevare la cassaforma dello stelo è tanto potente da sollevare anche il vaso conico completamente finito, l'armatura convenzionale con giunzioni confinate, calcestruzzi con armatura microdiffusa ecc. ecc.

SUMMARY

These are very particular constructions and their functional and construction requirements are an opportunity for a continuous setup of advanced technology.

In these constructions we have embodied a two way post stressing of conical tank, a tension-structure with radial symmetry for the roof, a slipform equipment that more than lifting the form of the hollow column is so powerful of lifting also the completely finished conical tank, the use of conventional reinforcement junction confinement, the use of concrete with micro-diffused reinforcement, and so on...

Questo tipo di serbatoio è stato realizzato in circa 300 esemplari nell'arco di 20 anni⁽¹⁾, per una pluralità di committenti sparsi in Italia e all'estero, ma sempre dalla medesima impresa specializzata. Tratto quindi di un progetto che ha caratteristiche difficilmente rintracciabili in altri casi perchè ha avuto la possibilità di evolversi tecnicamente e tecnologicamente condizionato dalle necessità d'impresa e dal continuo confronto con i vari referenti tecnici legati alle singole commesse.

Ovviamente questo progetto copre diversissime esigenze sia funzionali, (dal serbatoio di 200 mc a quello da 3000 mc, dal serbatoio molto alto a quello relativamente basso), sia qualitative.

Citerò qui un esempio singolare realizzato già da qualche anno, perchè per una fortunata coincidenza, nel progettarlo abbiamo dovuto introdurre tutte le tecniche

innovative via via sperimentate nei progetti precedenti, e cioè il nuovo serbatoio pensile di Alessandria.

La descrizione si articolerà nei seguenti punti principali:

- A) Vaso
 - a1) Andamento dei cavi di postcompressione
 - a2) Azioni prese in conto e calcolo del tracciato dei cavi
 - a3) Risultato finale con andamento delle tensioni e coefficiente di sicurezza
 - a4) Considerazioni finali
- B) Copertura del vaso
 - b1) Descrizione degli accorgimenti costruttivi
- C) Stelo
 - c1) Realizzazione dello stelo contemporaneamente al sollevamento del vaso
 - c2) Modello dinamico della struttura
 - c3) Accorgimenti tecnologici finalizzati al raggiungimento della necessaria duttilità strutturale
 - c4) Considerazioni finali e coefficiente di sicurezza
- D) Fondazione a pozzo
 - d1) Schema di funzionamento

⁽¹⁾ Questo progetto si è evoluto nel tempo e ha usufruito della collaborazione: dell'Impresa Soles di Forlì, che li realizza e che ha costruito l'attrezzatura, del Prof. Ing. Roberto Alessi dell'Istituto di Tecnica delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna, che ha contribuito a risolvere alcune problematiche particolari, dei molti Ingegneri miei collaboratori, che nel tempo si sono succeduti affiancandomi nella titolarità di questi progetti.

A) VASO

Il vaso è conico con semiapertura di 60°.

Questa forma è vantaggiosa per la facilità di calcolo degli sforzi di membrana, per la facilità di disegno, per la facilità di realizzazione della cassaforma, perchè è facile sia il betonaggio, senza controcassero, sia la posa dei cavi da postcompressione che dei rinforzi d'armatura convenzionale.

Il disegno e la realizzazione del vaso hanno uno scopo unico e importante: la parete non deve fessurarsi, perchè deve assicurare la tenuta idrica perfetta senza alcun ausilio ulteriore.

La semiapertura non può aumentare molto senza aggravare eccessivamente il costo sia diretto che indiretto.

Infatti l'aumento della semiapertura oltre a comportare un aumento di sviluppo della parete del vaso comporta anche un aggravarsi dei fenomeni connessi alla mobilità del liquido e un peggioramento delle caratteristiche dinamiche della struttura.

a1) Andamento dei cavi di postcompressione

La postcompressione è sempre stata realizzata con cavi scorrevoli in guaina polipropilenica ingrassata prodotta dalla Bridon inglese.

E' molto importante poter tesare i cavi il più presto possibile e cioè quando il cls del vaso ha raggiunto la resistenza di 1500 N/cm², perchè in questo modo è possibile prevenire totalmente la fessurazione da ritiro.

E' possibile ciò solo se il tracciato dei cavi è tale da non creare trazioni in nessun punto del vaso. A questo fine abbiamo ideato un tracciato a "canestro" col quale l'insieme dei cavi copre la parete con un disegno a losanghe sufficientemente omogeneo e facile da riprodurre sul posto.

Caratteristica fondamentale di questo tracciato è la possibilità di portare tutte le testate di tiro in corrispondenza della intersezione fra il vaso e l'interno dello stelo, dove quindi non vi è contatto coll'acqua, sono facilmente ispezionabili in ogni momento, e dove il cls raggiunge prima la resistenza minima necessaria.

La postcompressione a canestro comprime sia lungo i paralleli, sia lungo i meridiani.

In questo modo la deformazione del vaso causata dalla postcompressione è pressochè isogona e non induce azioni flessionali.

La prevenzione sulle fessurazioni comporta ovviamente un aumento della resistenza a trazione del cls del vaso, importante nel definire il coefficiente di sicurezza a fessurazione, che in questo caso particolare coincide col coefficiente al limite di disservizio (a meno di non prevedere guaine speciali, cosa a mio parere sconsigliabile).

Per facilitare sia il disegno che la posa, i cavi sono raggruppati in fasci di 2 o 3 cavi elementari in modo da mantenere la spaziatura in 1 o 2 ml fra ogni fascio.

a2) Azioni prese in conto e calcolo del tracciato dei cavi

Le azioni ovviamente sono:

- peso proprio del vaso
- reazione della copertura
- spinta dell'acqua in due casi limite vuoto e pieno anche per la quota di franco
- azione dei cavi di postcompressione
- stress termici

Alcune considerazioni sulle azioni.

Il peso proprio del vaso è ben definito.

La reazione della copertura è concentrata lungo una linea. Al fine di trattarla analiticamente è stata spalmata su tutta la superficie secondo una funzione $P(\rho)$ avente come risultante la stessa azione pochissimo (10 cm) spostata dall'effettivo punto di applicazione e del tipo $P = 6W \rho^4 / \rho_{\max}^5$ in cui ρ è la distanza dal punto del vertice del cavo e W è il carico lineare trasmesso dalla copertura normalmente alla superficie.

Per l'acqua, considerare piena anche l'altezza di franco spesso equivale considerare anche un fortissimo incremento (50%) della capacità utile. Tuttavia questa prudenza è giustificata dalla effettiva possibilità di sovraccarico conseguente a un errore di manovra.

Per l'azione dei cavi di postcompressione è necessario considerare due valori, uno iniziale incrementato del 20% e uno a tempo infinito con perdite almeno del 30%.

In ogni caso, al fine di proporzionare l'indispensabile armatura convenzionale, noi assumiamo che al limite di rottura questa debba assorbire tutti gli sforzi di trazione anche senza la postcompressione.

Per gli stress termici si deve osservare che questi dipendono da moltissime condizioni, fra l'altro anche da disegni o insegne dipinte sul vaso.

Abbiamo sperimentato che otteniamo buoni risultati incrementando la postcompressione nominale in modo che in ogni caso i paralleli rimangano compressi.

Rapportando tutto alle formule usuali per le membrane si ha:

$$P^I = \gamma_L (R \operatorname{tg} \theta - \operatorname{sen} \theta) \quad \text{per l'acqua}$$

$$P^{II} = \gamma_c t \cos \theta \quad \text{per la parete}$$

$$P^{III} = \frac{\sigma_T t \operatorname{tg} \theta}{\rho} \quad \text{per stress termici}$$

$$\sigma_T = 200/300 \text{ N/cm}^2$$

$$P^{IV} = \frac{6 W \rho^4}{\rho_{\max}^5} \quad \text{per la reazione della copertura}$$

$$P^{VK} = \frac{n N \cos^2 \alpha \operatorname{sen} \theta}{\pi \rho^2 \cos^2 \theta \operatorname{sen} \alpha} \quad \text{per la postcompressione}$$

in cui:

- α = angolo di avvolgimento dei cavi in ogni punto
 nN = sforzo totale nominale di postcompressione ridotto per l'attrito in curva
 θ = angolo della parete con l'orizzontale
 t = spessore della parete
 K = coefficiente che tiene conto dell'eventuale riduzione del tiro dei cavi nel tempo

Ponendo in ogni punto: $P^I + P^{II} + P^{III} + P^{IV} = P^V$ si ottiene il valore di α in funzione di σ .

Determinato il tracciato è possibile calcolare le sollecitazioni lungo i meridiani e i paralleli.

Per i paralleli

$$\sigma_p = \frac{S_p}{t} = P_{tot} \frac{r'}{t}$$

in cui P_{tot} vale:

$$P_{tot} = P^{II} - P^{III} + P^{IV} - P^V K_1 \quad \text{a vaso vuoto}$$

$$P_{tot} = P^I + P^{II} + P^{III} + P^{IV} - P^V K_2 \quad \text{a vaso pieno}$$

Per i meridiani

$$m = \frac{S_{m \text{ tot}}}{t}$$

in cui:

$$S^I = - \frac{\gamma_c}{2 \sin \theta} \frac{1}{3} \frac{(R-r)^2 (2r+R)}{r} \operatorname{tg} \theta \quad (\text{acqua})$$

$$S^{II} = - \frac{\gamma_c t (R^2 - r^2)}{2 \sin \theta r} \quad \text{per il peso della parete}$$

$$S^{III} = - \frac{W}{\operatorname{tg} \theta} \quad \text{per la reazione della copertura}$$

$$S^{IV} = - \frac{nN \sin \alpha}{\pi \rho \cos \theta} \quad \text{per la postcompressione}$$

$$S^V = \pm \sigma_r t \quad \text{per lo stress termico}$$

$$S_{m \text{ tot}} = S^{II} + S^{III} + S^{IV} K_1 \pm S^V \quad \text{a vaso vuoto}$$

$$S_{m \text{ tot}} = S^I + S^{II} + S^{III} + S^{IV} K_2 + S^V \quad \text{a vaso pieno}$$

a3) Risultato finale con andamento delle tensioni e coefficiente di sicurezza

Sono sintetizzati nei disegni.

Il coefficiente di sicurezza allo stato limite di eserci-

zio nel vaso è definibile come rapporto fra valore a tempo infinito della postcompressione e valore della postcompressione che consente l'instaurarsi della trazione di fessurazione nei paralleli. Ciò perchè la postcompressione è l'unica grandezza che si può considerare suscettibile di variazione.

Il coefficiente di sicurezza allo stato limite ultimo perde in questo caso ogni significato e sarebbe fuorviante usarlo come parametro guida della progettazione.

a4) Considerazioni finali

Questo criterio di proporzionamento della postcompressione è ben calibrato, infatti il serbatoio non ha presentato la minima perdita fin dalla prima messa in acqua.

La cura posta nel proporzionamento dell'armatura convenzionale, ove le giunzioni dei ferri sono tutte confinate con spirali di frettaggio e sfalsate le une alle altre, può in effetti sembrare eccessiva, anche se conforme alle regole del buon costruire.

Considero peraltro essenziale l'armatura d'acciaio microdiffusa nel calcestruzzo della parte superiore e inferiore del vaso, dove l'azione dei cavi risulta poco definibile e intuitivamente severa.

Le azioni flessionali nel vaso pieno sono irrilevanti perchè nei meridiani la compressione è pressochè costante.

Esse sono più sensibili a vaso vuoto con il valore iniziale della postcompressione.

Tuttavia l'indagine condotta con il calcolo agli elementi finiti evidenzia che, con la geometria adottata e con la postcompressione così proporzionata, le azioni flessionali sono sempre trascurabili e comunque assai meno significative dello stress termico e delle tensioni differenziali del ritiro.

B) COPERTURA DEL VASO

Data la dimensione notevole del diametro massimo del vaso, la copertura doveva essere scelta in base a criteri di facilità costruttiva, senza ponteggi e di grande leggerezza.

Si è quindi scelta una copertura a membrana fra il tubo centrale e il bordo del vaso.

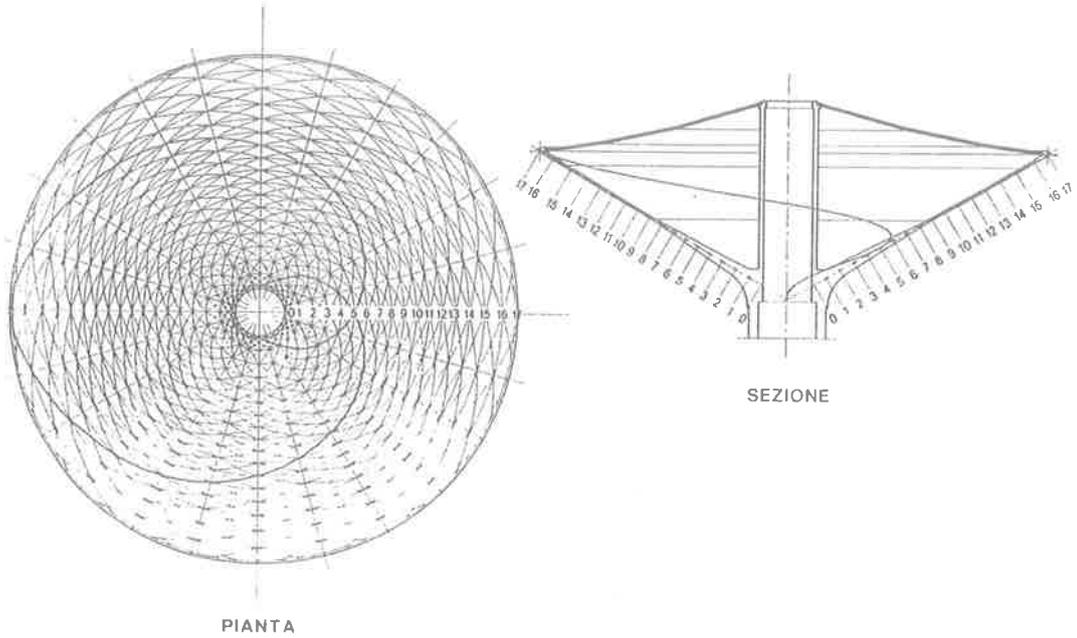
b1) Descrizione degli accorgimenti costruttivi

La costruzione della membrana è avvenuta in questo modo.

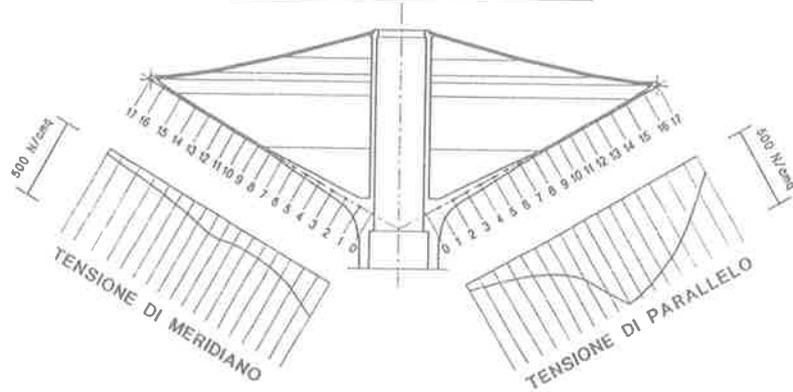
Si è tesa una raggiera di cavi fra un ancoraggio anulare in acciaio posto sul tubo centrale di ispezione e il bordo superiore del vaso.

I cavi sono stati tesi con un valore calcolato in modo da assumere il giusto tracciato funicolare una volta caricati del peso della membrana.

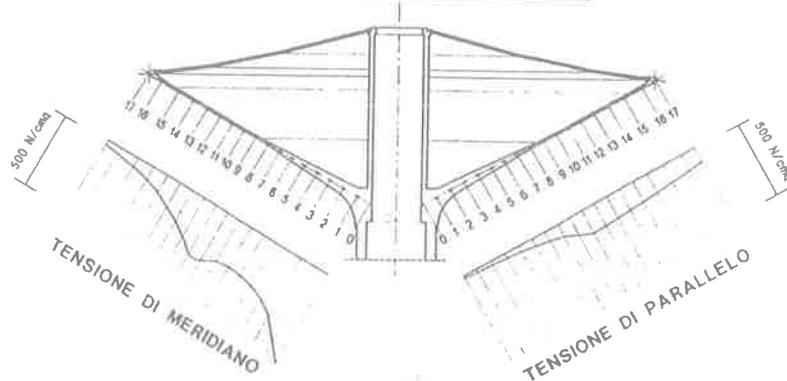
ANDAMENTO DEI CAVI DI POST-TENSIONE



TENSIONI A VASO VUOTO



TENSIONI A VASO PIENO



Sulla raggiera sono state poi collocate le lastre prefabbricate in cls, poggianti sui cavi con ganci in ferro laminato predisposto.

Completata la posa delle lastre, i ganci di appoggio sono stati saldati elettricamente fra loro in modo da collegare ogni lastra con quelle contigue.

Nei cordoletti di giunzione sono state poste le barre integrative e poi è stato fatto il betonaggio con calcestruzzo fibrorinforzato.

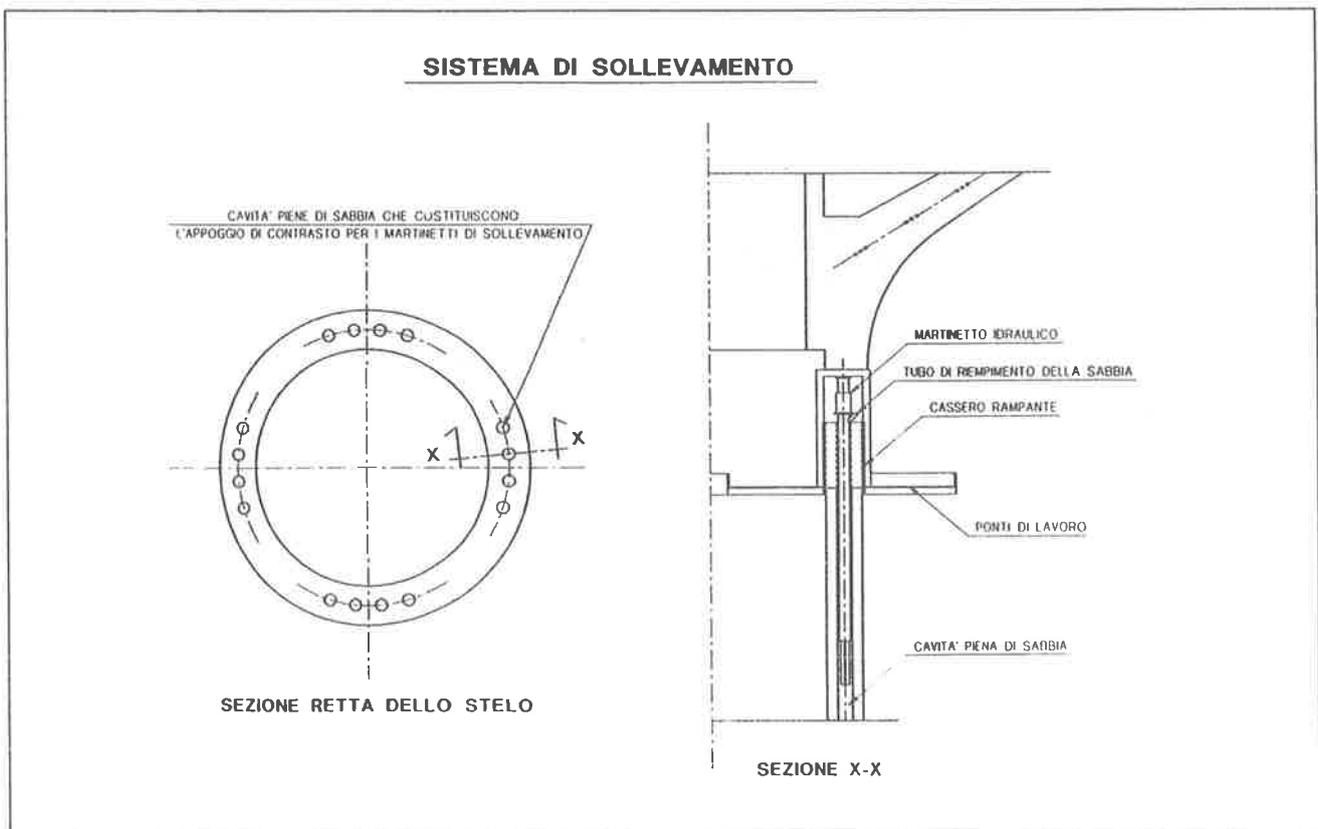
Completate queste operazioni, i cavi sono stati ulteriormente tesi per comprimere la copertura secondo i meridiani, tendendola invece nei paralleli e bilanciando così l'azione di carichi accidentali.

C) STELO

Lo stelo o fusto è un cilindro a sezione costante e pertanto ben si presta alla realizzazione con cassaforma rampante.

L'idea iniziale, che si è confermata valida tutt'ora, è stata quella di fare un rampante tanto robusto e potente da poter sollevare il vaso.

Naturalmente il problema che abbiamo inizialmente affrontato con notevole attenzione è stato quello della guida lungo la verticale e della stabilità del vaso completo (15 MN con baricentro a 10 ml sopra la quota di appoggio).



c1) Realizzazione dello stelo contemporaneamente al sollevamento del vaso

La macchina attuale è così concepita: sotto al vaso sono imbullonati n. 16 martinetti idraulici il cui stelo, fuoriuscente verso il basso, è prolungato da cilindri in acciaio cavi e lunghi circa 3 ml.

Ovviamente in posizione iniziale questi cilindri sono alloggiati in altrettanti fori presenti nel dado di fondazione.

Al fondo vasca è imbullonato un traliccio a tamburo che collega rigidamente il fondo vasca alla cassaforma cilindrica dello stelo, cassaforma alta 1 ml, assai robusta e rigida perchè collegata a un traliccio a disco

costituente anche il ponte di lavoro.

I ferri di armatura longitudinali sono contenuti nella vasca e fuoriescono dal fondo attraverso appositi fori.

I ferri a staffa sono inseriti gradualmente attraverso il traliccio a tamburo, attraverso il quale viene anche eseguito il betonaggio.

Le prolunghe cave dei martinetti sono tenute costantemente piene di sabbia selezionata.

I martinetti idraulici sono idraulicamente collegati in 3 gruppi. Per il sollevamento la pompa invia olio ai martinetti attraverso tre regolatori di portata. Un filo a piombo segnala all'operatore la verticalità del vaso. L'operatore mantiene la verticalità agendo sui regolatori di flusso.

Quando i martinetti sono giunti a fine corsa l'operatore li ritrae a due a due posti in diagonale.

La sabbia contenuta nelle prolunghie scende e riempie il vuoto sottostante consentendo il ripristino del carico a una quota superiore.

Il punto d'appoggio del sistema è chiaramente quello ove termina la prolunga in acciaio. In quel punto la sabbia raggiunge carichi specifici molto alti, sollecitando a trazione il calcestruzzo circostante che quindi deve aver raggiunto una resistenza sufficiente. Per smorzare la punta di pressione, interessando una maggior altezza di stelo, l'estremità della prolunga è dotata di una sorta di palo centrale.

Un altro filo a piombo consente il controllo della verticalità dello stelo.

Ogni giorno il vaso si solleva di circa 2 ml.

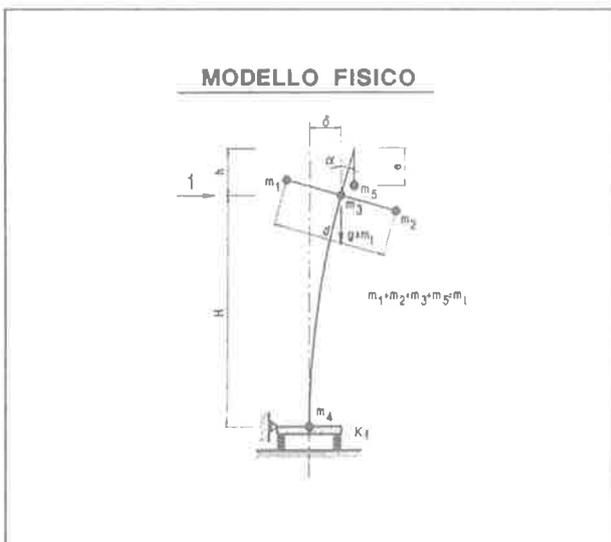
Se vi è un errore di verticalità si provvede a spostare congruamente il reticolo di riferimento del filo a piombo di guida.

In tal modo si garantisce il mantenimento della verticalità con ± 5 mm.

c2) Modello dinamico della struttura

Queste costruzioni sono assimilabili ad oscillatori semplici, tuttavia è necessario applicare a tale modello semplicistico delle correzioni per tener conto:

- a) dell'elasticità della fondazione;
- b) della mobilità del liquido nel vaso;
- c) dell'inerzia del vaso alla rotazione;
- d) dell'azione gravitazionale.



Dove:
 $m_1 + m_2 =$ massa del vaso con la parte di acqua solidale
 $m_3 = m_4 =$ metà della massa dello stelo
 $m_5 =$ parte di acqua mobile con l'inclinazione.

Nel modello equivalente K, H_1, H_2 , sono calcolati affinché δ, α siano uguali sia nel modello semplice che in quello fisico.

Abbiamo confrontato il risultato del modello semplice (periodo naturale) con quello dell'analisi dinamica ottenuta con un programma di calcolo (Mastersap) e con la prova sperimentale a strappo.

Questa prova è stata eseguita ancorando una catena d'acciaio fra la sommità dello stelo e un ancoraggio a terra.

La catena è stata messa in trazione con un martinetto idraulico.

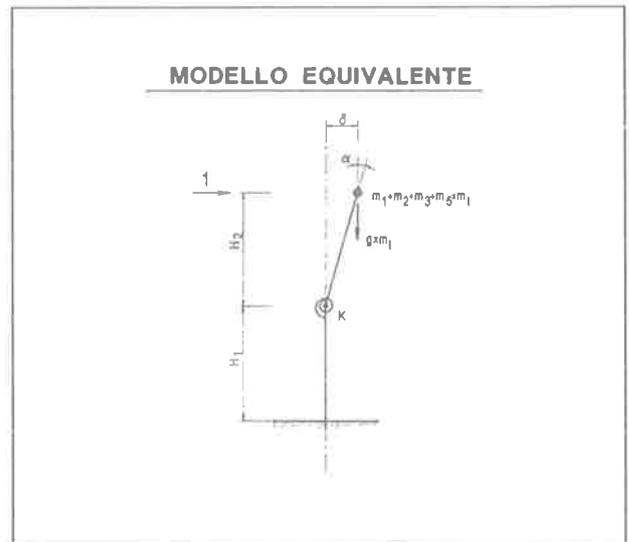
Aumentando la pressione dell'olio, la trazione nella catena viene incrementata fino a provocare la rottura di un bullone calibrato.

Alla rottura corrisponde il rilascio istantaneo dell'energia elastica accumulata nello stelo ecc.

Questa energia, dopo un breve transitorio, pone in oscillazione il sistema, e l'andamento del movimento viene rilevato da un accelerometro per essere poi registrato con un computer.

Lo stesso computer, utilizzando un idoneo software, esegue l'analisi armonica del moto oscillatorio libero del vaso, evidenziando tutti i modi di vibrare presenti.

Il confronto ha rivelato la coincidenza dei tre valori.



c3) Accorgimenti tecnologici finalizzati al raggiungimento della necessaria duttilità strutturale

L'analisi dinamica di cui sopra è il fondamento per le verifiche alle azioni sismiche e all'azione climatica "vento".

Con una vita di progetto di 50 anni la pressione dinamica del vento vale $\cong 466$ kg/m².

La struttura è quindi per questa azione, come per l'azione sismica, una mensola e come tale va trattata.

L'incastro con il dado di fondazione è la parte più

debole. Qui in effetti per motivi costruttivi si debbono giuntare tutti i ferri verticali.

Noi provvediamo nel seguente modo:

- un giunto è costituito da una corona di putrelle in acciaio fuoriuscente dal dado;
- un giunto è costituito dalle barre d'attesa che ri-

prendono i ferri verticali con una sovrapposizione di ml 2.00 in un cls con armatura microdiffusa in aghi d'acciaio e estremità delle barre confinate da spirali.

Lungo lo stelo le barre lunghe 12 metri sono sfalsate in tre gruppi e giuntate sempre con spirale di frettaggio della giunzione.



Fig. 1 - Vista del serbatoio pensile

c4) Considerazioni finali e coefficiente di sicurezza

Questo componente strutturale è staticamente il più importante della costruzione complessiva.

Il carico assiale ha due valori precisi: a vaso vuoto, a vaso pieno.

La struttura non è elastica lineare per effetto dell'azione gravitazionale e della mobilità del liquido. Il comportamento della medesima viene linearizzato assumendo la deformabilità al limite elastico.

In questo modo può variare solo l'azione orizzontale, l'eccentricità di costruzione.

Pertanto i coefficienti di sicurezza calcolati sono ben quattro:

<i>Vaso pieno</i>	azione del vento nominale
	eccentricità limite/eccentricità di progetto
<i>Vaso vuoto</i>	azione del vento nominale
	eccentricità limite/eccentricità di progetto
<i>Vaso pieno</i>	eccentricità di progetto
	azione vento limite/azione vento nominale
<i>Vaso vuoto</i>	eccentricità di progetto
	azione vento limite/azione vento nominale

Con l'accortezza di considerare il carico verticale al 90%, se il limite è nella trazione, o al 110% se il limite è nella compressione.

D) FONDAZIONE A POZZO

La fondazione è costituita da n. 8 diaframmi radiali collegati da un dado di raccordo allo stelo.

d1) Schema di funzionamento

Sono possibili due schemi di funzionamento.

Nel primo la coesione del terreno consente di considerare la validità della conservazione delle sezioni piane.

Nel secondo ciò non avviene e sia il taglio che il momento flettente si ripartiscono elasticamente fra gli otto pilastri elementari.

In realtà al crescere dell'azione flessionale trasmessa dallo stelo il comportamento iniziale sarà conforme al 1° modello e solo successivamente si attiverà il 2°.

Ciò ovviamente complica alquanto il problema, anche in rapporto alla normativa vigente.

Tuttavia si deve osservare che la possibilità di tale duplice funzionamento della struttura di fondazione consente l'evidenziarsi di una forte duttilità, assai benefica ai fini della resistenza alle azioni sismiche.

Abbiamo in programma di approfondire anche questo interessante problema.

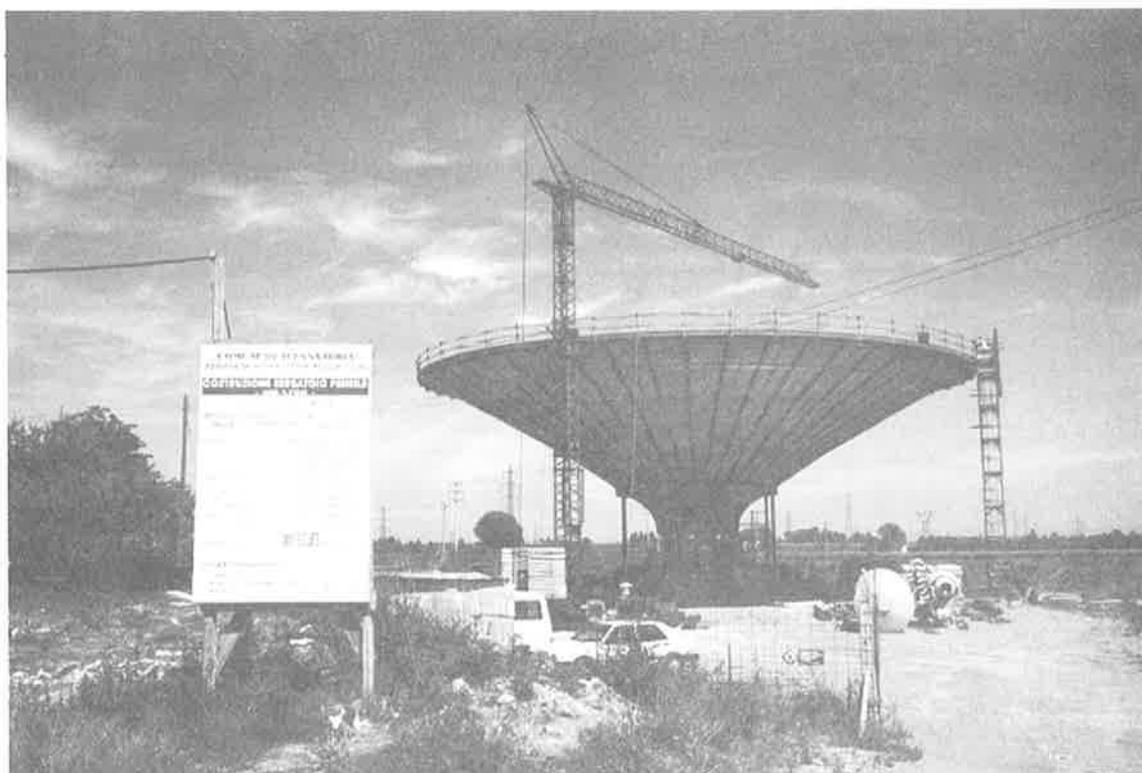


Fig. 2 - Vasca: cassetta



Fig. 3 - Vasca: andamento dei cavi di postcompressione



Fig. 4 - Vasca: montaggio della copertura



Fig. 5 - Stelo: cassero autorampante

**MODELLAZIONE OTTIMALE DI GRANDI CONTENITORI
CON ELEMENTI FINITI ASSIALSIMMETRICI**

Barbara DE NICOLO - Zaira ODONI
Dipartimento di Ingegneria Strutturale - Università degli Studi di Cagliari

MODELLAZIONE OTTIMALE DI GRANDI CONTENITORI CON ELEMENTI FINITI ASSIALSIMMETRICI

Barbara DE NICOLO

Ricercatore Confermato

Università di Cagliari

Zaira ODONI

Professore Associato

Università di Cagliari

SOMMARIO

La modellazione di strutture con la tecnica degli elementi finiti può essere più o meno precisa, a seconda del tipo di elemento utilizzato e del regime tensionale e deformativo della struttura analizzata. In questo lavoro vengono individuati i campi di utilizzo ottimali dell'elemento di guscio troncoconico a simmetria assiale e di quello triangolare di solido di rivoluzione, per strutture assialsimmetriche per geometria e carichi.

SUMMARY

Finite element analysis of structures can be more or less reliable depending on the shell element and the stress-strain distribution of analysed structure. This paper shows the level of accuracy of the axisymmetric shell and triangular solid for axisymmetric structures under axisymmetric loading.

1. INTRODUZIONE

Nella tecnica degli elementi finiti gli elementi assialsimmetrici consentono di progettare agevolmente, anche nel campo dell'ingegneria civile, opere di considerevole importanza, dove la forma della struttura ha una simmetria assiale, quali: contenitori sotto pressione, torri di raffreddamento, plinti circolari, tetti a forma di cupola, serbatoi di stoccaggio, piastre circolari.

Queste strutture possono essere modellate in due modi diversi:

- 1) o mediante gusci di rivoluzione, per i quali lo spessore della struttura sia piccolo rispetto al suo diametro
- 2) oppure mediante corpi solidi di rivoluzione nei quali lo spessore della struttura può essere rilevante rispetto al suo diametro

Per discretizzare questo tipo di strutture, sono stati utilizzati due tipi di elementi finiti:

- 1) l'elemento troncoconico con due nodi circolari
- 2) il triangolo di rivoluzione con tre nodi circolari.

Variando i carichi nodali è possibile simulare qualsiasi condizione di carico; in particolare, in questa sede si è ipotizzato che l'insieme dei carichi applicati siano anch'essi assialsimmetrici.

Sono stati studiati cilindri cavi caricati da una pressione interna radiale uniforme, piastre piane circolari incastrate al bordo e soggette ad un carico uniformemente distribuito sulla superficie, sfere cave caricate da pressione interna uniforme.

In questo lavoro si intende individuare i campi di utilizzo ottimale dell'uno e dell'altro elemento, considerando accettabile uno scarto percentuale del 5% rispetto ai valori ottenuti dall'applicazione della teoria dell'elasticità sotto le ipotesi di Kirchhoff per le piastre e di Kirchhoff-Love per i gusci [1], [2]. A questo scopo sono stati eseguiti numerosi calcoli facendo variare tre parametri: il numero degli elementi utilizzati nella discretizzazione, il diametro ed il rapporto diametro/spessore.

Il calcolo è stato eseguito con un programma di calcolo agli elementi finiti [3], [4], [5], [6], [7], [9] scritto in FORTRAN 77, all'interno del quale vengono calcolate in forma chiusa le matrici di rigidezza degli elementi ricavandole tramite il sistema informatico di manipolazione algebrica REDUCE [8].

2. ELEMENTI UTILIZZATI

2.1 L'elemento di guscio a simmetria assiale

In Fig.1 viene raffigurata sia la struttura a guscio che l'elemento di guscio, sul quale è indicata la simbologia adottata per definire le componenti di spostamento e di azione interna.

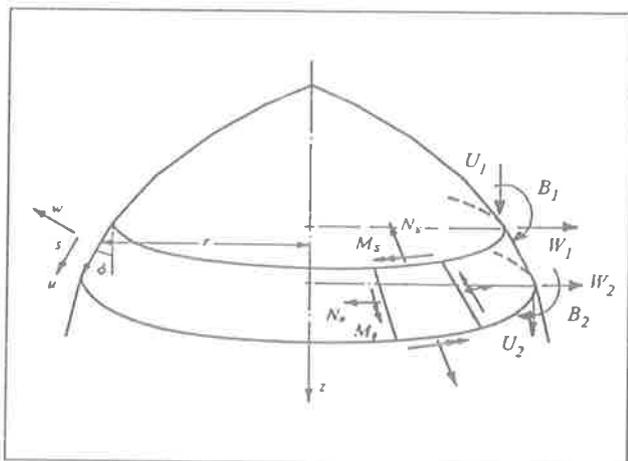


Fig.1 Struttura a guscio ed elemento troncoconico

In coordinate cilindriche (r, z), i vettori degli spostamenti nodali e delle forze nodali risultano:

$$\{\bar{\delta}^e\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ W_1 \\ B_1 \\ U_2 \\ W_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} \quad \{F^e\} = \begin{Bmatrix} F_{z1} \\ F_{r1} \\ M_1 \\ F_{z2} \\ F_{r2} \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Assunto per comodità (Fig.1) il sistema di riferimento locale (r,s), si indica con u lo spostamento lungo s e con w quello normale ad s. Le funzioni spostamento possono allora esprimersi nella forma:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 \\ w = N_3 w_1 + N_4 \beta_1 + N_5 w_2 + N_6 \beta_2 \quad (2)$$

$$\beta = \frac{dw}{ds} = \frac{dN_3}{ds} w_1 + \frac{dN_4}{ds} \beta_1 + \frac{dN_5}{ds} w_2 + \frac{dN_6}{ds} \beta_2$$

dove

$$[u_1 w_1 \beta_1 u_2 w_2 \beta_2] = \{\delta^e\}^T \quad (3)$$

rappresenta il vettore degli spostamenti nodali nel riferimento locale e le funzioni di forma N_i sono espresse da:

$$N_1 = \frac{L-s}{L} ; N_2 = \frac{s}{L} ; N_3 = 1 - \frac{3s^2}{L^2} + \frac{2s^3}{L^3}$$

$$N_4 = s - \frac{2s^2}{L^2} + \frac{s^3}{L^2} ; N_5 = \frac{3s^2}{L^2} + \frac{2s^3}{L^3} ; N_6 = -\frac{s^2}{L} + \frac{s^3}{L^2}$$

In forma compatta si può scrivere allora:

$$\{\delta(r, s)\} = [N] \{\delta^e\} \quad (4)$$

Per esprimere gli spostamenti di un punto qualunque del guscio in funzione degli spostamenti globali dei nodi è sufficiente eseguire un cambiamento di coordinate tramite una opportuna matrice di trasferimento.

Le deformazioni del guscio troncoconico a simmetria assiale sono:

ϵ_s, χ_s deformazione e curvatura della direttrice,

$\epsilon_\theta, \chi_\theta$ deformazione e curvatura radiale,

che in funzione degli spostamenti u e w , si possono esprimere:

$$\{\varepsilon(r, s)\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \chi_r \\ \chi_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ds} & 0 & 0 \\ \frac{\cos \phi}{r} & \frac{\sin \phi}{r} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{d}{ds} \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \frac{dw}{ds} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Le forze ed i momenti risultanti per unità di lunghezza, collegati alle deformazioni tramite la matrice di elasticità, risultano:

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ M_s \\ M_\theta \end{Bmatrix} = \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t^2/12 & \nu t^2/12 \\ 0 & 0 & \nu t^2/12 & t^2/12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \chi_r \\ \chi_\theta \end{Bmatrix} \quad (6)$$

dove E è il modulo di Young,
 ν è il coefficiente di Poisson,
 t è lo spessore del guscio

2.2 L'elemento triangolare di solido di rivoluzione a simmetria assiale

Nei corpi a simmetria assiale, modellati con elementi finiti triangolari di rivoluzione, ciascun elemento consiste in un anello solido la cui sezione trasversale è un triangolo.

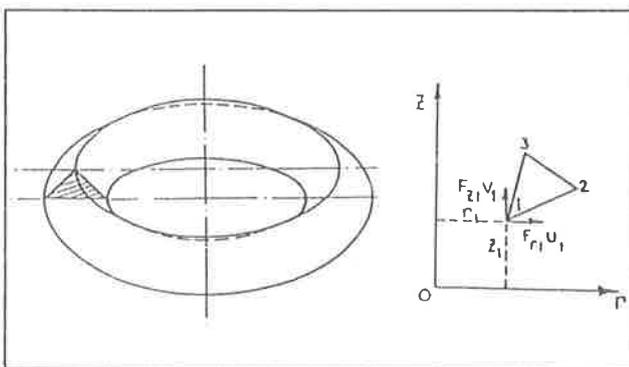


Fig.2 Elemento triangolare di solido e sistema di coordinate.

In Fig 2 viene raffigurato l'elemento triangolare di solido riferito ad un sistema di coordinate cilindriche (r, z) e la numerazione dei nodi circolari.

I vettori degli spostamenti e delle forze nodali risultano:

$$\{\delta^e\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{Bmatrix} \quad \{F^e\} = \begin{Bmatrix} F_{r1} \\ F_{z1} \\ F_{r2} \\ F_{z2} \\ F_{r3} \\ F_{z3} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Le funzioni spostamento possono essere scritte nella forma:

$$U = \sum_1^3 N_i u_i$$

$$V = \sum_1^3 N_i v_i \quad (8)$$

o in forma compatta:

$$\{\delta(r, s)\} = [N] \{\delta^e\} \quad (9)$$

dove:

$$N_i = (a_i + b_i r + c_i z) / A$$

con A area del triangolo e:

$$\begin{aligned} a_1 &= r_2 z_3 - r_3 z_2; & b_1 &= z_2 - z_3; & c_1 &= r_3 - r_2 \\ a_2 &= r_3 z_1 - r_1 z_3; & b_2 &= z_3 - z_1; & c_2 &= r_1 - r_3 \\ a_3 &= r_1 z_2 - r_2 z_1; & b_3 &= z_1 - z_2; & c_3 &= r_2 - r_1 \end{aligned}$$

Se si indicano con $\varepsilon_r, \varepsilon_z$ ed ε_θ rispettivamente le deformazioni radiali, assiali e tangenziali, e con γ_{rz} la deformazione di taglio, le quattro componenti di deformazione per un solido a simmetria assiale sono legate agli spostamenti U e V dall'equazione (10):

$$\{\varepsilon(r, z)\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta r} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\delta}{\delta z} & \frac{\delta}{\delta r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Le componenti di sforzo sono collegate alle deformazioni tramite la matrice di elasticità. (11):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \nu & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix}$$

3. APPLICAZIONI

L'elemento di guscio di rivoluzione e quello triangolare di solido di rivoluzione sono stati utilizzati per schematizzare strutture assialsimmetriche, soggette a carichi assialsimmetrici.

Sono stati presi in esame cilindri cavi, piastre piane circolari e sfere cave. A ciascun tipo di struttura analizzata sono stati assegnati quattro diametri diversi ($D = 30 \text{ cm}$, $D = 100 \text{ cm}$, $D = 300 \text{ cm}$, $D = 1000 \text{ cm}$, dove r D per i cilindri e le sfere è il diametro interno, per le piastre quello esterno). Per ciascun diametro è stato fatto variare per 9 volte il rapporto $D/t = \text{diametro/spessore}$ ($D/t = 2, 5, 10, 25, 50, 100, 400, 1000, 2000$). Per ciascun diametro e per ciascun rapporto D/t la struttura è stata discretizzata:

- nel caso dell'elemento troncoconico, con 7 tipi di mesh ($N^\circ \text{ elementi} = 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200$),
- nel caso dell'elemento triangolare di solido si è ricercata la mesh ottimale, che consente una rapida convergenza dei risultati verso quelli ottenuti con la teoria dell'elasticità.

Gli scarti percentuali, rispetto ai valori ottenuti mediante la teoria dell'elasticità, sono stati calcolati:

- nel cilindro e della sfera, per lo spostamento e lo sforzo radiale nella superficie interna,
- nella piastra, per la freccia del nodo centrale e per lo sforzo radiale nel nodo di bordo

Poichè, in tutte le applicazioni, l'ordine di grandezza degli scarti percentuali resta pressochè immutato al variare del diametro, in questo lavoro, vengono riportati soltanto i risultati ottenuti per $D = 1000 \text{ cm}$, in quanto ritenuti maggiormente attinenti ai temi del Congresso.

3.1 Cilindro cavo caricato da una pressione radiale interna uniforme

3.1.1 Elemento di guscio di rivoluzione

Il cilindro, soggetto ad una pressione interna costante è una struttura autoequilibrata; perciò, per evitare il problema della singolarità della matrice di rigidità globale della struttura, è necessario vincolarlo in modo opportuno, tale, però, da non alterarne lo stato di deformazione. (Fig.3). Sulla stessa figura sono indicati gli assi (r, z) e gli spostamenti positivi.

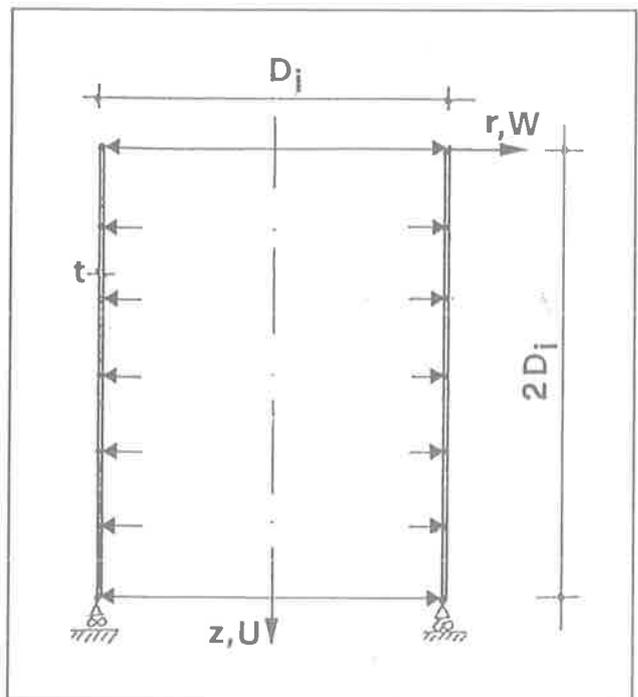


Fig. 3 Modellazione del cilindro con l'elemento troncoconico

num. elem. D/t	5	10	25	50	100	150	200
2	10,6	13,8	14,7	14,6	14,0	14,0	13,0
5	4,88	6,23	6,69	6,70	6,77	6,00	5,99
10	4,34	3,85	3,71	3,68	3,65	3,09	3,60
25	1,39	1,58	1,58	1,58	1,57	1,53	1,34
50	9,07	0,82	0,81	0,81	0,81	0,80	0,79
100	24,2	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,40
400	35,2	1,31	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
1000	36,0	2,20	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
2000	36,1	2,38	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Tabella 1 Scarti percentuali dello spostamento radiale.

num. elem. D/t	5	10	25	50	100	150	200
2	-13,44	-10,86	-10,16	-10,26	-16,77	-10,73	-22,44
5	-4,27	-3,14	-2,73	-2,72	-2,65	-3,36	-7,93
10	-0,009	-0,64	-0,78	-0,81	-0,87	-1,38	-0,86
25	-0,42	-0,16	-0,15	-0,15	-0,16	-0,20	-0,38
50	8,98	-0,04	-0,04	-0,04	-0,04	-0,05	-0,07
100	26,36	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02
400	39,05	1,33	-0,0006	-0,0006	0,0007	-0,0006	-0,001
1000	39,97	2,40	-0,0003	-0,0003	0,0003	-0,0003	-0,0003
2000	40,11	2,62	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001

Tabella 2 Scarti percentuali dello sforzo radiale.

Nelle Tabelle 1 e 2 sono riportati rispettivamente gli scarti percentuali, rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento e dello sforzo radiale del nodo a metà altezza di un cilindro con $D = 10$ m, in funzione del numero degli elementi, al variare del rapporto D/t da 5 a 2000.

Le Fig. 4 e 5 rappresentano i campi di applicabilità ottimali dell'elemento di guscio rispettivamente per lo spostamento e lo sforzo radiale.

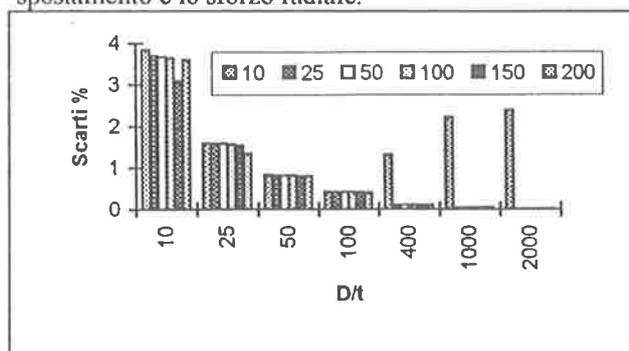


Fig.4 Campi di applicabilità ottimale dell'elemento di guscio per lo spostamento radiale.

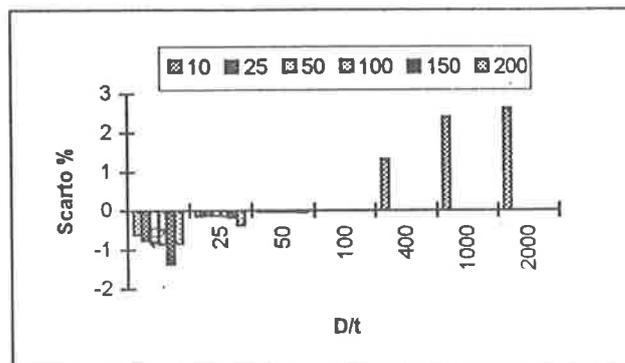


Fig.5 Campi di applicabilità ottimale dell'elemento di guscio per lo sforzo radiale.

Dal loro esame si osserva che lo spostamento radiale ottenuto con la tecnica degli elementi finiti è sempre maggiore di quello ottenuto con la teoria elastica, mentre il contrario avviene per gli sforzi. Si nota inoltre che (ad esclusione del rapporto $D/t = 2$ per lo spostamento e $D/t = 2$ e 5 per lo sforzo), gli scarti percentuali sono assai modesti anche quando il numero delle suddivisioni è piccolo. Si può affermare quindi che appare sufficiente una suddivisione in 10 elementi per ottenere dei risultati soddisfacenti. Occorre però osservare che lo spostamento dei nodi di bordo è sempre maggiore di quello a metà altezza, mentre in teoria esso dovrebbe essere indipendente da z . Ovviamente questo risultato migliora al crescere del numero degli elementi, per cui nella scelta del numero delle suddivisioni occorre tener presente anche questo aspetto.

3.1.2 Elemento triangolare di solido di rivoluzione

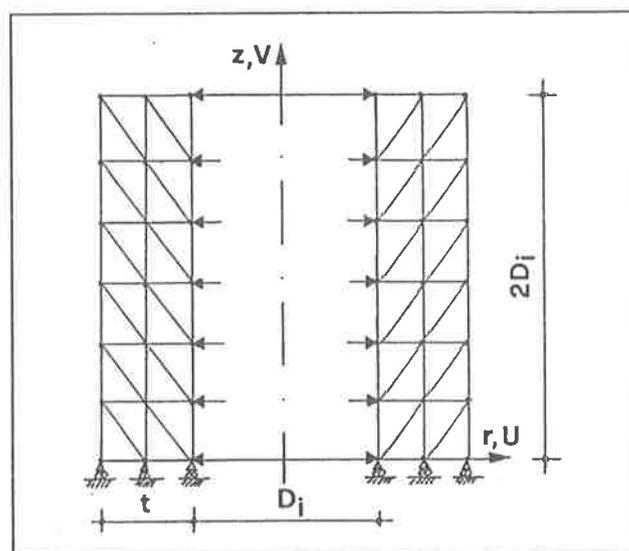


Fig.6 Modellazione del cilindro con l'elemento triangolare.

In Fig 6 è riportato lo schema strutturale utilizzato e la relativa suddivisione con gli elementi finiti.

Anche per questo elemento sono state eseguite numerose elaborazioni, variando il diametro D , il rapporto D/t ed il numero delle suddivisioni; a questo proposito si è mantenuto un rapporto, tra le partizioni del diametro e quelle dell'altezza, tale che la forma del triangolo risultasse la più regolare possibile.

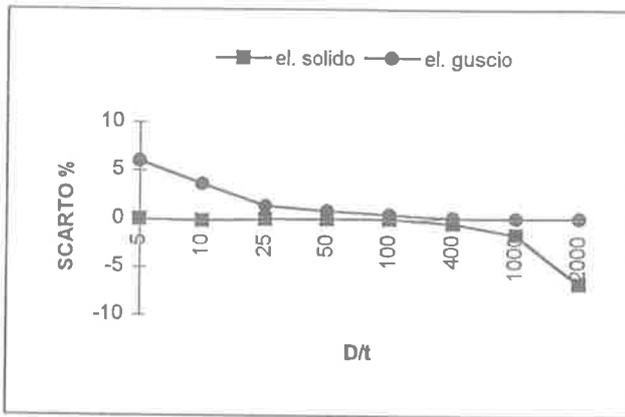


Fig.7 Scarti percentuali dello spostamento radiale.

In uno stesso grafico vengono riportati gli scarti percentuali, rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento radiale (Fig.7) e dello sforzo radiale (Fig. 8), in funzione del rapporto D/t (si è escluso $D/t = 2$ in quanto fisicamente privo di senso) ottenuti per $D = 10$ m, con l'elemento di guscio e quello di solido.

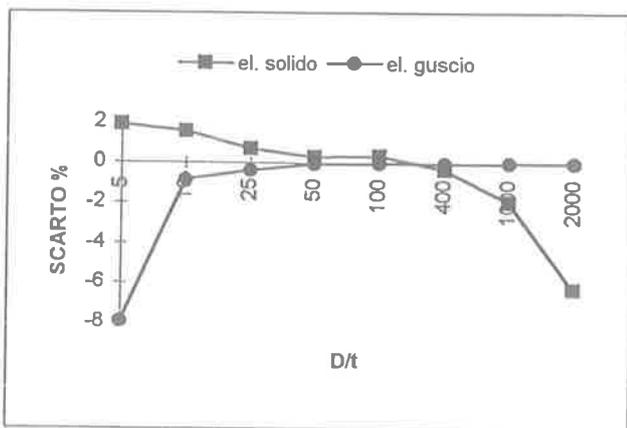


Fig.8 Scarti percentuali dello sforzo radiale.

Come era prevedibile, ciascuno dei due elementi modella la struttura in modo sempre più preciso se utilizzato nella logica per cui è stato concepito. Ma è assai interessante notare che, ad esclusione dei valori estremi, i due elementi possono essere scambievolmente

utilizzati sia nella modellazione di strutture sottili che spesse, con un minimo scarto percentuale, rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità.

3.2 Semisfera o sfera cava caricata con pressione radiale interna uniforme.

3.2.1 Elemento di guscio di rivoluzione

Nella Fig. 9 viene riportata la modellazione utilizzata per la semisfera, con l'elemento di guscio di rivoluzione.

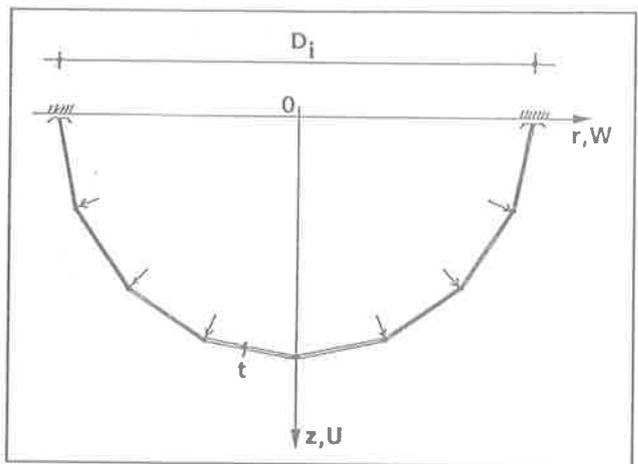


Fig. 9 Modellazione della sfera con l'elemento tronconico.

num. elem.	6	10	26	50
D/t				
2	1,87	0,8	0,37	-0,50
5	3,51	2,39	2,04	0,41
10	2,97	2,25	3,01	-0,91
25	1,32	1,16	1,34	-4,04
50	1,18	0,76	0,17	-3,02
100	1,64	0,56	0,25	-3,24
400	7,94	0,81	0,25	-3,78
1000	12,40	2,51	0,30	-3,22
2000	13,42	4,37	-1,56	-1,98

Tabella 3 Scarti percentuali dello spostamento radiale.

Anche per la sfera si è osservato che l'ordine di grandezza degli scarti non è influenzato dal valore

assegnato al diametro, mentre i nodi vincolati mostrano ovviamente una precisione più scarsa. E' interessante notare che gli scarti percentuali degli spostamenti cambiano il loro segno per un numero di suddivisioni >26, per cui è certamente possibile individuare quella particolare suddivisione a scarto percentuale nullo.

num. elem.	6	10	26	50
D/t				
2	6,86	5,67	5,00	5,47
5	12,69	11,15	10,42	10,20
10	9,96	8,32	7,61	7,23
25	6,15	4,47	3,71	3,51
50	4,51	2,76	2,02	1,93
100	3,76	1,84	1,10	1,01
400	5,60	1,31	0,37	0,28
1000	7,32	1,85	0,23	0,13
2000	7,73	2,53	0,19	0,08

Tabella 4 Scarti percentuali dello sforzo radiale.

Nelle Tabelle 3 e 4 vengono riportati rispettivamente gli scarti percentuali rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento e dello sforzo tangenziale del nodo di simmetria del quarto di sfera con $D = 10$ m, in funzione del numero degli elementi, al variare del rapporto D/t da 5 a 2000.

Le Fig. 10 e 11 rappresentano i campi di applicabilità ottimale dell'elemento di guscio rispettivamente per lo spostamento e lo sforzo radiale.

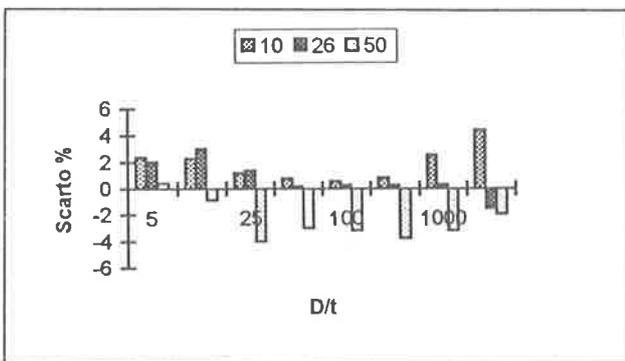


Fig.10 Campi di applicabilità ottimale dell'elemento di guscio per lo spostamento radiale.

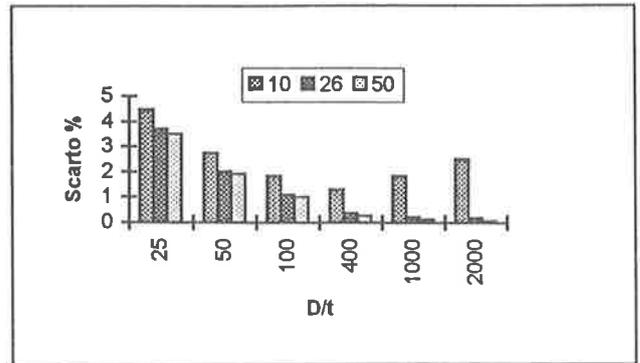


Fig.11 Campi di applicabilità ottimale dell'elemento di guscio per lo sforzo radiale.

E' significativo che gli scarti si mantengano sempre al di sotto del 4% per suddivisioni > 10. Per gli sforzi, con uno spessore di 40 cm si ottengono scarti percentuali inferiori al 5% con soli 10 elementi.

3.2.2 Elemento triangolare di solido di rivoluzione

In Fig 12 è riportato lo schema strutturale utilizzato e la relativa suddivisione con gli elementi finiti. Anche per questo elemento sono state eseguite numerose elaborazioni variando il diametro D , il rapporto D/t ed il numero delle suddivisioni.

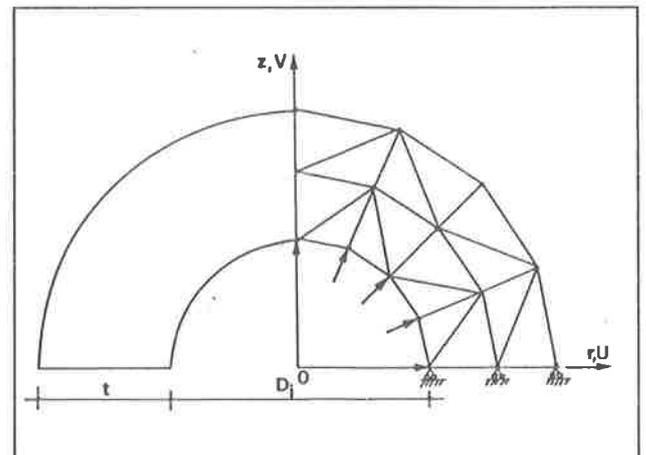


Fig. 12 Modellazione della sfera con l'elemento triangolare.

In uno stesso grafico vengono riportati gli scarti percentuali, rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento radiale (Fig.13) e dello sforzo radiale (Fig. 14), in funzione del rapporto D/t ottenuti per $D = 10$ m, con l'elemento di guscio e quello di solido.

Come si può osservare l'elemento di guscio modella la struttura in modo sempre più preciso rispetto all'elemento di solido, in quanto evidentemente la sfera meglio si adatta alla modellazione con l'elemento di guscio.

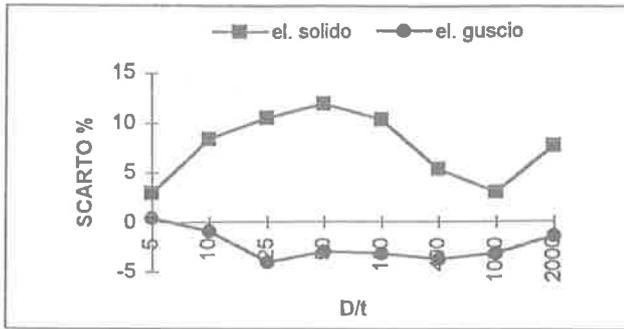


Fig. 13 Scarti percentuali dello spostamento radiale.

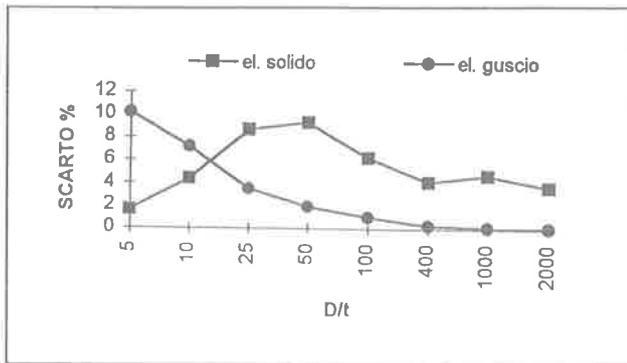


Fig. 14 Scarti percentuali dello sforzo radiale.

3.3 Piastra piana circolare incastrata al bordo soggetta ad un carico uniformemente distribuito

3.3.1 Elemento di guscio di rivoluzione

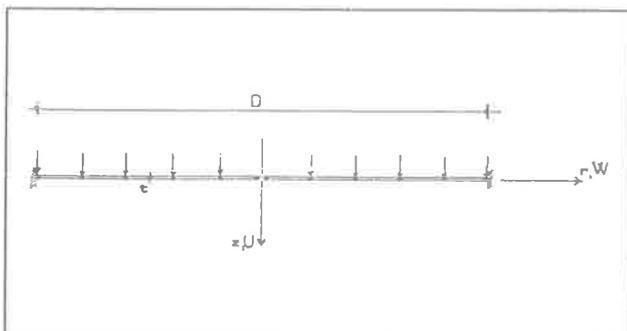


Fig. 15 Modellazione della piastra con l'elemento tronconico.

Nella Fig. 15 viene riportata la modellazione utilizzata per la piastra con l'elemento di guscio di rivoluzione.

Il carico è stato ricavato utilizzando la teoria delle piastre sottili inflesse, imponendo che lo sforzo sia sempre costante al variare del rapporto D/t.

num. elem. D/t	5	10	15	20	25
10	-17,32	-18,06	-18,25	-18,36	-18,40
25	-2,30	-3,18	-3,37	-3,50	-3,64
50	0,32	-0,58	-0,78	-0,92	-1,05
100	1,22	0,31	0,12	-0,02	-0,16
400	1,22	0,31	0,12	-0,02	-0,16
1000	1,22	0,31	0,13	0,007	-0,34
2000	1,22	0,31	0,13	0,007	-0,34

Tabella 5 Scarti percentuali dello spostamento del punto centrale della piastra.

num. elem. D/t	5	10	15	20	25
25	-0,52	-0,11	-0,06	-0,09	-0,19
50	-0,52	-0,11	-0,06	-0,09	-0,19
100	-0,52	-0,11	-0,06	-0,09	-0,19
400	-0,52	-0,11	-0,06	-0,09	-0,19
1000	-0,52	-0,12	-0,07	-0,07	-0,40
2000	-0,52	-0,12	-0,07	-0,07	-0,40

Tabella 6 Scarti percentuali dello sforzo radiale nel nodo di bordo della piastra.

Nelle Tabelle 5 e 6 vengono riportati rispettivamente gli scarti percentuali rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento del nodo centrale e dello sforzo radiale all'incastro di una piastra per D = 10 m, in funzione del numero degli elementi, al variare del rapporto D/t da 5 a 2000.

Nelle Figg. 16 e 17 vengono riportati i campi di applicabilità ottimale rispettivamente per l'elemento di guscio e quello di solido.

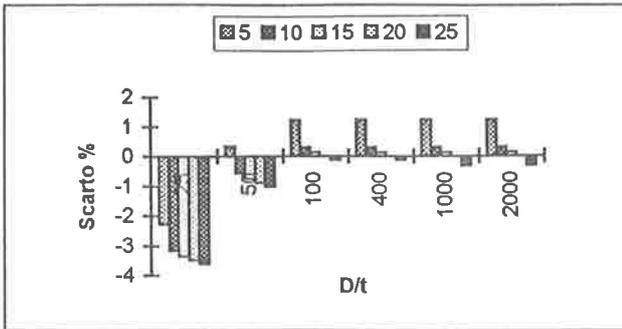


Fig. 16 Campo di applicabilità dell'elemento di guscio per lo spostamento del nodo centrale.

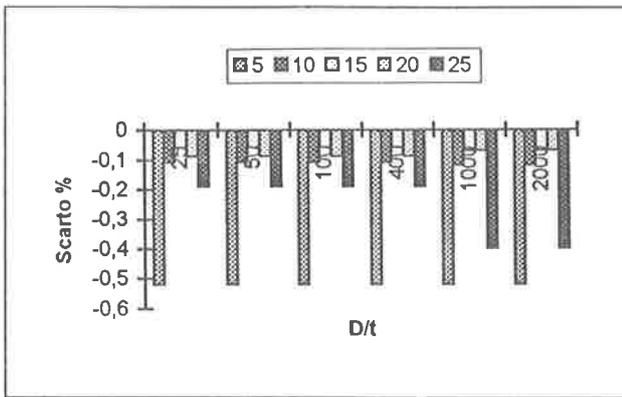


Fig. 17 Campo di applicabilità dell'elemento di guscio per lo sforzo all'incastro.

Anche per la piastra si è osservato che l'ordine di grandezza degli scarti non è influenzato dal valore assegnato al diametro. Dall'esame dei valori riportati nelle Tabelle si osserva che sia gli scarti degli spostamenti del nodo centrale della piastra sia lo sforzo radiale al bordo incastrato per qualunque suddivisione e rapporto D/t sono sempre inferiori al 5%. Si può quindi dedurre che l'elemento di guscio è uno strumento assai valido per la modellazione della piastra.

3.3.2 Elemento triangolare di solido di rivoluzione

In Fig 18 è riportato lo schema strutturale utilizzato e la relativa suddivisione con gli elementi finiti.

Anche per questo elemento sono state eseguite numerose elaborazioni variando il diametro D , il rapporto D/t ed il numero delle suddivisioni.

In uno stesso grafico vengono riportati gli scarti percentuali, rispetto ai valori ottenuti con la teoria dell'elasticità, dello spostamento del nodo centrale della piastra (Fig. 19), in funzione del rapporto D/t , ottenuti per $D = 10$ m, con l'elemento di guscio e quello di solido. Non si è ritenuto opportuno riportare

gli scarti percentuali dello sforzo radiale del nodo di bordo, in quanto sono dello stesso ordine di grandezza di quelli ottenuti per lo spostamento.

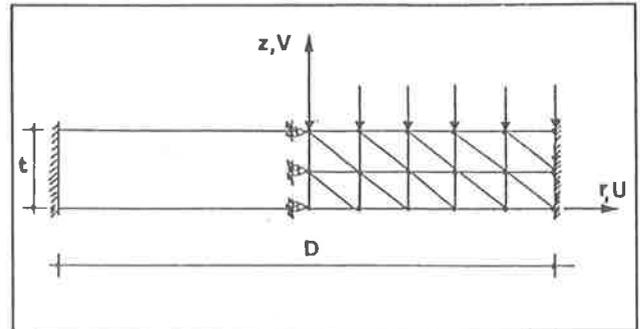


Fig. 18 Modellazione della piastra con l'elemento triangolare.

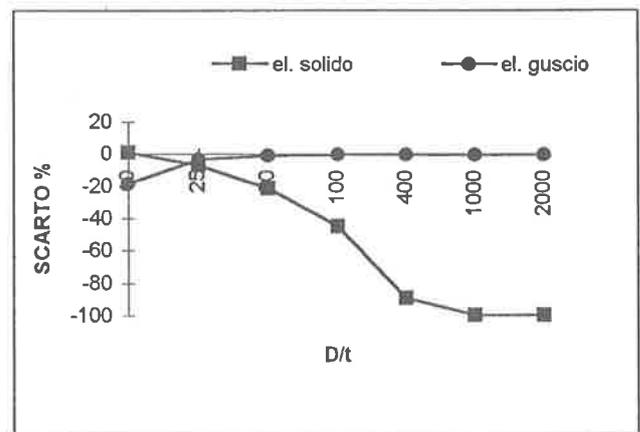


Fig. 19 Scarti percentuali dello spostamento del nodo centrale.

Come si può osservare l'elemento di guscio modella la struttura in modo sempre più preciso al crescere del rapporto D/t , mentre l'elemento di solido, non potendo mettere in conto l'effetto flessionale, non è adatto a discretizzare la piastra circolare.

4. CONCLUSIONI

La modellazione di strutture assialsimmetriche, in particolare il cilindro, la sfera o semisfera e la piastra circolare incastrata al bordo, ha mostrato essere valida se si utilizza l'elemento di guscio troncoconico di rivoluzione. Esso infatti consente di ottenere degli scarti percentuali, rispetto ai risultati ottenuti con la teoria di Kirchhoff per le piastre e di Kirchhoff-Love per i gusci, assai modesti anche per valori del rapporto diametro/spessore abbastanza piccoli. Questo risultato è

stato pressochè costante per tutti i diametri considerati (cm 300, 1000, 3000, 10000) e per numero di elementi >10.

Non altrettanto può dirsi per l'elemento triangolare solido, che ha mostrato in genere una minore precisione, e che è da ritenersi inaffidabile nello studio delle piastre non essendo atto ad esemplificare il regime flessionale. Si può aggiungere infine, a vantaggio dell'elemento di guscio, che esso consente un tempo di elaborazione minore, in quanto è sufficiente definirlo con solo due nodi.

Si ritiene che quanto esposto in questo lavoro possa essere utile per chi desidera modellare strutture del genere.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] BELLUZZI, O., 1981, Scienza delle Costruzioni, Zanichelli, Bologna, Voll. I, III.
- [2] TIMOSHENKO, S., 1951, Théorie des plaques et des coques, Librairie Polytechnique ch., Béranger, Paris.
- [3] ROCKEY, K. C. Evans, GRIFFITHS, D. W., NETHERCOT, D.A., 1979, Introduction à la méthode des éléments finis, Eyrolles, Paris.
- [4] TONIOLO, G.; 1984, Analisi strutturale con l'elaboratore elettronico, Masson Italia Editori, Milano.
- [5] ZIENKIEWICZ, O. C., 1986, The finite element method, Mc Graw-Hill, London
- [6] ZIENKIEWICZ, O. C., PHILLIPS, D. V., 1971, An automatic mesh generation scheme for plane and curved element domains, Int. J. Num. Meth: Eng. 3. pp.519-28.
- [7] LEONI, R., 1994, Analisi di strutture assialsimmetriche col metodo degli elementi finiti, Tesi di Laurea, Facoltà di Ingegneria.
- [8] RAYNA, G., 1987, Reduce software for algebraic computation, Springer-Verlag, New York.
- [9] KRISHNAMOORTHY, C. S., 1987, Finite element analysis Theory and Programming, Maharani Printers, 1/29 Nicholson Road, Kashmere Gate Delhi.

**DIMENSIONAMENTO ULTIMO DI ELEMENTI
BIDIMENSIONALI IN CEMENTO ARMATO**

Giampaolo FANTI - Giuseppe MANCINI
Dipartimento di Ingegneria Strutturale - Politecnico di Torino

DIMENSIONAMENTO ULTIMO DI ELEMENTI BIDIMENSIONALI IN CEMENTO ARMATO

Giampaolo FANTI

Ingegnere Civile

Allievo del Corso di Dottorato

in Ingegneria delle Strutture

Politecnico di Torino

Dipartimento di Ingegneria Strutturale

Giuseppe MANCINI

Professore Ordinario

di Tecnica delle Costruzioni

Politecnico di Torino

Dipartimento di Ingegneria Strutturale

SOMMARIO

Le grandi opere dell'ingegneria civile, tra le quali sono certamente da includere quelle sotterranee, di stoccaggio e di difesa dell'ambiente, presentano spesso configurazioni geometriche riconducibili ad assemblaggi più o meno complessi di elementi bidimensionali in c.a. o c.a.p.; peraltro la complessità dell'insieme strutturale che ne scaturisce indirizza all'uso degli elementi finiti per l'analisi delle sollecitazioni, con la conseguente necessità di progettare elementi bidimensionali soggetti ad una ottupla di sollecitazioni. Nel seguito viene presentata una procedura di progetto in grado di tener conto della combinazione di tutte le sollecitazioni presenti, indirizzando altresì alla ottimizzazione delle armature e degli spessori di calcestruzzo.

SUMMARY

The civil engineering large structures, as for underground services or reservoirs, are often composed by an assembling of two-dimensional elements in R.C. and/or P.R.C.; moreover the structural complexity implies the F.E.M. use for the action effects analysis and the consequent necessity to design two-dimensional elements subject to a combination of eight internal forces and moments. In the following a design procedure is presented able to take account of the combination of all internal forces and moments, giving also a guidance in the reinforcement areas and concrete thickness design.

1. PREMESSA

Il problema del dimensionamento allo stato limite ultimo degli elementi "shell" in c.a. o c.a.p., nei quali l'analisi strutturale consente di identificare una ottupla di sollecitazioni, ha interessato con una certa continuità i ricercatori, essenzialmente a partire dagli anni 80, anche se, in precedenza, gli studi relativi al comportamento ultimo delle piastre, sviluppati sin dagli anni 50, avevano fornito spunti molto interessanti per lo sviluppo delle successive teorie.

Se ci si limita ad analizzare i lavori relativi agli ultimi 15 anni, di notevole interesse appare il contributo di Bazant (1982, [2]), che prefigura un meccanismo resistente nel quale le azioni tangenziali vengono assorbite per attrito solo attraverso la zona

compressa per effetto della flessione, in quanto associate a tensioni normali di compressione. Tale meccanismo, alla luce delle più recenti teorie, appare sicuramente limitativo, in quanto le azioni tangenziali possono essere certamente trasmesse anche attraverso la zona tesa per effetto della flessione, purché attraversata dalle armature, seguendo un ben noto principio adottato, ad esempio, nelle connessioni ala - anima delle travi a T. Una osservazione molto importante nella memoria di Bazant riguarda il comportamento delle barre orientate in direzioni sostanzialmente deviate rispetto a quelle delle direzioni principali e che pertanto manifestano una efficienza ridotta, in quanto il danneggiamento locale del calcestruzzo può impedire il raggiungimento dello snervamento delle armature, prima della rottura per

compressione del calcestruzzo stesso; tale fenomeno si è in realtà manifestato su alcuni campioni di membrane testate molto recentemente.

Nel 1986 Brondum-Nielsen ([3]) propone quello che da Gupta viene ritenuto il primo modello di elemento sandwich, utilizzato per il progetto allo stato limite ultimo di elementi shell: il singolo elemento shell viene suddiviso in tre membrane di cui quelle esterne sono destinate a portare gli sforzi normali e tangenziali derivanti dalle sei componenti di sollecitazione locali $m_x, m_y, m_{xy}, n_x, n_y, n_{xy}$. Manca ancora la presa in conto dei tagli agenti fuori dal piano t_x e t_y e lo strato interno appare privo di funzione portante. Nell'ambito delle singole membrane corrispondenti agli strati esterni il dimensionamento delle armature e la verifica del calcestruzzo sono effettuati in accordo ad una "lower bound solution".

Gupta (1986, [4]) riprende la proposta di Brondum-Nielsen e la completa esplicitando il set di equazioni che portano al dimensionamento ultimo delle armature ed alla verifica del calcestruzzo in presenza della sestupla di sollecitazioni che interessano le membrane esterne del sandwich; anche in questo caso però non vengono presi in considerazione i tagli t_x e t_y ortogonali al piano dell'elemento shell. E' poi Marti (1987, 1990, 1991, 1992, [6]-[9]) che, con una serie di lavori teorici e sperimentali sull'argomento, sistematizza in modo razionale la trattazione del problema. Nel primo di tali lavori (1987) Marti conferma la natura non conservativa del "Normal Moment Yield Criterion" nei casi di presenza di significativi torcenti nelle direzioni delle armature, cioè nei casi di forti deviazioni tra direzioni principali e direzioni delle armature. Tale aspetto era stato già evidenziato da Nielsen (1964, [1]) ed attribuito essenzialmente ad una sottostima dello spessore della zona compressa con conseguente sovrastima del braccio di leva della coppia interna e all'effetto softening delle fessure che si sviluppa su entrambe le facce dell'elemento parallelamente alla direzione delle compressioni nel calcestruzzo; tale secondo aspetto è stato successivamente studiato da Vecchio e Collins (1986, [5]) in merito al comportamento di membrane in c.a. Nel 1990 Marti presenta il suo modello di sandwich completo, nel quale allo strato intermedio viene affidato il compito di assorbire i tagli agenti fuori dal piano t_x e t_y , sia con un meccanismo a traliccio che in assenza di armature trasversali; si manifesta così una completa analogia tra la trave costituita da due ali collegate da un'anima e la piastra idealizzata come un corrispondente sandwich, in cui lo strato intermedio svolge la funzione dell'anima nelle travi.

Tale impostazione è stata poi sostanzialmente ripresa nella memoria del 1991. Nel 1992 Marti fornisce la conferma sperimentale della riduzione di portanza nel caso di necessità di notevoli riorientamenti

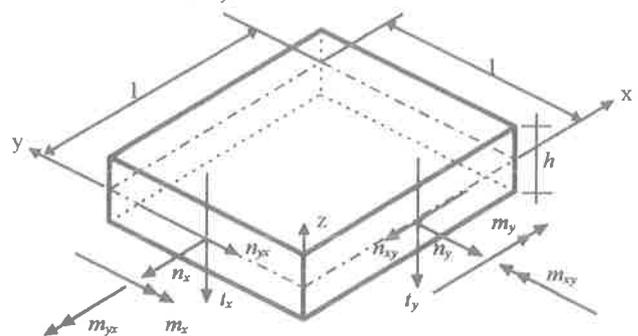
delle fessure, confrontando il comportamento a rottura di membrane in c.a. e c.a.p.; in particolare nel caso di membrane in c.a. una direzione di armature non raggiunge lo snervamento prima della rottura del calcestruzzo, per il forte danneggiamento locale che si instaura successivamente alla prima fessurazione, mentre la presenza della precompressione, avendo come effetto un minore riorientamento delle fessure, consente lo snervamento di tutte le armature prima della rottura del calcestruzzo. Ne consegue che, nel caso di forti necessità di riorientazione delle fessure e nei casi di verifica delle strutture esistenti, l'analisi limite deve essere associata al controllo locale della congruenza delle deformazioni.

Nel seguito il modello resistente proposto da Marti verrà modificato per integrarlo nella filosofia progettuale agli stati limite quale configurata nel Model Code 90 e verrà completato da una proposta operativa di guida al progetto delle armature, tenuto conto della capacità portante dei diversi strati di calcestruzzo.

2. DEFINIZIONE DEL MECCANISMO RESISTENTE

In generale, negli elementi tipo "shell", sono presenti otto componenti di sollecitazione, così individuate (fig. 1):

- 3 componenti di lastra $n_x, n_y, n_{xy} = n_{yx}$;
- 3 componenti di piastra $m_x, m_y, m_{xy} = m_{yx}$;
- 2 tagli trasversali, ortogonali al piano medio dell'elemento t_x, t_y ;



- fig. 1: risultanti di sollecitazione in un elemento piastra.

Seguendo l'approccio del metodo semiprobabilistico agli stati limite, una prima verifica consiste nel controllo, a diversi livelli dello spessore, dell'entità delle tensioni principali in relazione alla corrispondente resistenza disponibile, considerando cioè l'elemento come non fessurato.

Risulta allora, ad una generica quota z rispetto al piano medio della piastra:

$$\sigma_x = \frac{n_x}{h} + \frac{12m_x}{h^3} z;$$

$$\sigma_y = \frac{n_y}{h} + \frac{12m_y}{h^3} z;$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\frac{n_{xy}}{h} + \frac{12m_{xy}}{h^3} z$$

$$\tau_{xz,max} = \frac{3 t_x}{2 h}; \quad \tau_{yz,max} = \frac{3 t_y}{2 h}$$

e le corrispondenti tensioni principali $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ costituiscono gli zeri dell'equazione cubica che si ottiene eguagliando a zero il determinante:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_p & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_p & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_p \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

La verifica, adottando le indicazioni del Model Code 90, deve essere ovviamente effettuata tenendo conto dello stato triassiale della sollecitazione presente e consiste nel controllo della disequaglianza:

$$\Phi = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \leq 0 \quad (2)$$

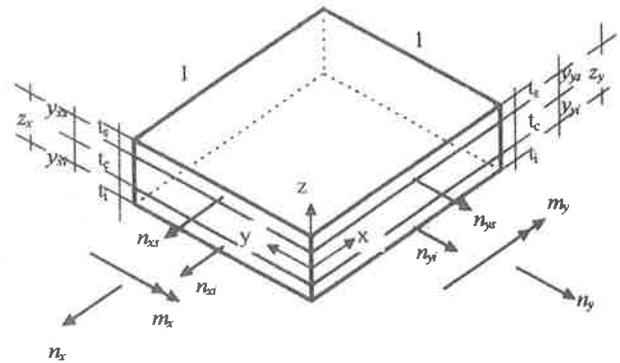
nella quale J_2, J_3 ed I_1 rappresentano rispettivamente gli invarianti del deviatore delle tensioni ed il tensore delle tensioni che caratterizzano lo stato tensionale presente; i coefficienti α, λ e β sono parametri del materiale dipendenti dal rapporto tra le resistenze medie a trazione e compressione del calcestruzzo.

La mancata verifica della disequaglianza ($\Phi > 0$) comporta in genere che si debba operare in campo fessurato, adottando quindi un più coerente modello di comportamento (modello sandwich), quale prefigurato nella premessa.

L'idea di base del modello sandwich deriva dalla analogia con la risposta dell'elemento trave e consiste nel riconoscere nell'elemento shell la presenza di tre strati di cui quelli esterni sono demandati alla resistenza alle azioni membranali originate dalle componenti di lastra e di piastra, mentre quello interno, operando come l'anima di una trave, è responsabile dell'assorbimento dei tagli t_x e t_y agenti ortogonalmente al piano medio dell'elemento; è chiaro peraltro che la plasmatura dell'elemento shell nel corrispondente elemento trave, consistente nella definizione degli spessori dei differenti strati, richiede la verifica di resistenza del calcestruzzo e pertanto, in generale, dovrà essere effettuata per via iterativa. Le figure 2, 3 e 4 riportano il modello sandwich nonché, separatamente per facilità di lettura, le sollecitazioni che vengono ad interessare i differenti strati; si adotta uno spessore uniforme del singolo strato, anche se possono essere

diversi gli spessori dei tre strati. Nelle figure sono introdotte inoltre le seguenti quantità:

- z_x, z_y bracci di leva riferiti ai momenti flettenti ed alla forze normali membranali;
- $y_{xs}, y_{xi}, y_{ys}, y_{yi}$ distanze del baricentro dall'armatura nelle due direzioni x ed y per l'assorbimento dei momenti flettenti e delle forze normali membranali; pertanto risulta $z_x = y_{xs} + y_{xi}$ e $z_y = y_{ys} + y_{yi}$;
- z_{yx}, z_{xy} bracci di leva riferiti ai momenti torcenti ed alla forze di taglio membranali;
- $y_{yxs}, y_{yxi}, y_{xys}, y_{xyi}$ distanze dal baricentro dall'armatura nelle due direzioni x ed y per l'assorbimento dei momenti torcenti e delle forze di taglio membranali; pertanto risulta $z_{yx} = y_{yxs} + y_{yxi}$ e $z_{xy} = y_{xys} + y_{xyi}$.



- fig. 2: suddivisione delle azioni normali e dei momenti flettenti negli strati esterni.

Gli sforzi membranali che interessano i vari strati possono allora essere facilmente calcolati:

$$n_{xs} = n_x \frac{z_x - y_{xs}}{z_x} + \frac{m_x}{z_x} \quad (3)$$

$$n_{xi} = n_x \frac{z_x - y_{xi}}{z_x} - \frac{m_x}{z_x}$$

$$n_{ys} = n_y \frac{z_y - y_{ys}}{z_y} + \frac{m_y}{z_y} \quad (4)$$

$$n_{yi} = n_y \frac{z_y - y_{yi}}{z_y} - \frac{m_y}{z_y}$$

$$n_{yxs} = n_{yx} \frac{z_{yx} - y_{yxs}}{z_{yx}} - \frac{m_{yx}}{z_{yx}} \quad (5)$$

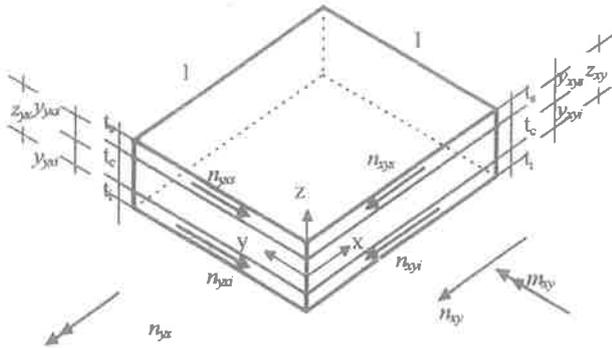
$$n_{yxi} = n_{yx} \frac{z_{yx} - y_{yxi}}{z_{yx}} + \frac{m_{yx}}{z_{yx}}$$

$$n_{xys} = n_{xy} \frac{z_{xy} - y_{xys}}{z_{xy}} - \frac{m_{xy}}{z_{xy}} \quad (6)$$

$$n_{xyi} = n_{xy} \frac{z_{xy} - y_{xyi}}{z_{xy}} + \frac{m_{xy}}{z_{xy}}$$

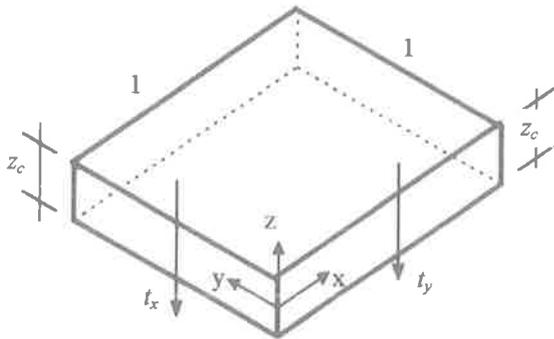
Si noti come nella definizione degli strati di membrana siano stati in generale distinti i bracci di

leva dei momenti flettenti e torcenti, onde poter eventualmente prevedere più livelli di armatura nell'ambito dello stesso strato. I tagli ortogonali al piano dell'elemento (t_x e t_y) vengono invece direttamente applicati allo strato intermedio di spessore t_c che li assorbe coinvolgendo ovviamente anche gli strati periferici e quindi operando su una altezza z_c pari alla media ponderata per armature di z_x, z_y, z_{xy}, z_{yx} .



- fig. 3: suddivisione delle azioni di taglio membranale e dei momenti torcenti nei due strati esterni.

Si esamina ora separatamente, per quanto possibile, il comportamento dei diversi strati, partendo da quello interno.



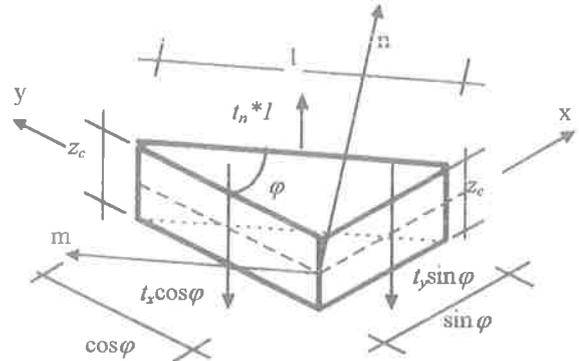
- fig. 4: azioni sollecitanti lo strato interno.

3. DIMENSIONAMENTO DELLO STRATO INTERMEDIO

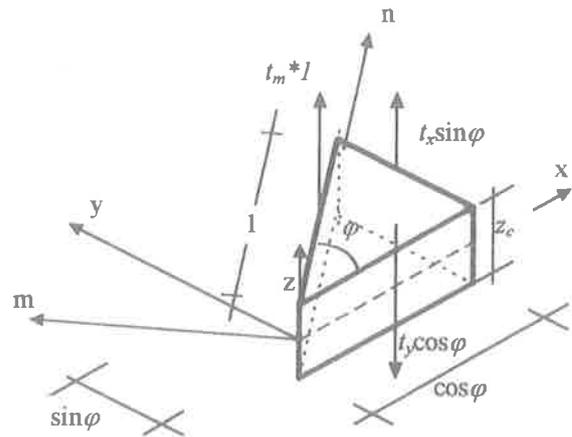
Si analizza in particolare il comportamento di due elementi prismatici (figg. 5a e 5b) sezionati con piani paralleli all'asse z ed ortogonali agli assi n ed m (mutamente ortogonali ed individuati dall'angolo φ di inclinazione dell'asse n rispetto all'asse x). Imponendo l'equilibrio alla traslazione verticale si ottiene:

$$t_n = t_x \cos \varphi + t_y \sin \varphi \quad (7)$$

$$t_m = -t_x \sin \varphi + t_y \cos \varphi \quad (8)$$



- fig. 5a: azioni di taglio verticali riferite alla direzione n.



- fig. 5b: azioni di taglio verticali riferite alla direzione m.

Ci si può pertanto riferire al taglio principale $t_o^2 = t_n^2 + t_m^2 = t_x^2 + t_y^2$, che risulta essere invariante rispetto a φ . In particolare, per $t_n = t_o$ risultano $\varphi = \varphi_o$ e $t_m = 0$; si può pertanto parlare di direzione principale del taglio, individuata dall'angolo

$$\varphi_o \text{ tale che } \tan \varphi_o = \frac{t_y}{t_x}.$$

Nella direzione principale del taglio l'elemento shell si comporta come un elemento trave, in quanto soggetto al solo taglio principale, quindi si possono applicare le corrispondenti regole di progetto. Occorre allora distinguere il caso in cui non è richiesta armatura specifica per taglio, da quello in cui è necessario disporre tale armatura.

3.1 Caso in cui non è necessario disporre armatura specifica per il taglio

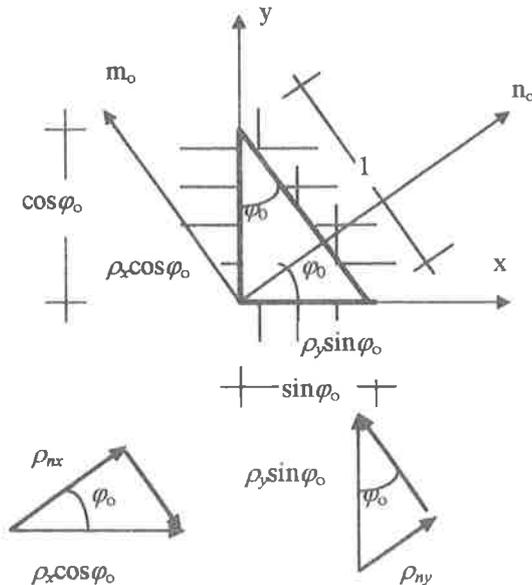
In questo caso deve risultare:

$$t_0 \leq \frac{V_{Rd1}}{b} \quad \text{con } b = \text{larghezza di verifica} \quad (9)$$

dove V_{Rd1} assume la funzione prevista nel Model Code 90:

$$V_{Rd1} = 0.12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} b d \quad (10)$$

valutando la percentuale geometrica di armatura ρ nella direzione principale.



$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{b_x d} \quad \rho_y = \frac{A_{sy}}{b_y d}$$

- Fig. 6: Determinazione della percentuale di armatura nella direzione del taglio principale.

Se quindi nell'elemento sono presenti, in prossimità della faccia in trazione, armature disposte secondo due direzioni ortogonali x ed y (fig. 6), con percentuali geometriche ρ_x e ρ_y , la percentuale di armatura ρ nella direzione principale andrà calcolata come:

$$\rho = \rho_x \cos^2 \varphi_0 + \rho_y \sin^2 \varphi_0 \quad (11)$$

3.2 Caso in cui è necessario disporre armatura specifica per il taglio

Qualora non si ricada nel caso precedente il meccanismo resistente è perfettamente analogo a quello di una trave, localmente orientata secondo la direzione principale del taglio; riferendosi al metodo ad inclinazione variabile delle bielle, si genera pertanto un campo di compressioni diagonali nel calcestruzzo che, supponendo di operare con staffe verticali, porta alle seguenti equazioni di verifica:

- compressioni diagonali nel calcestruzzo:

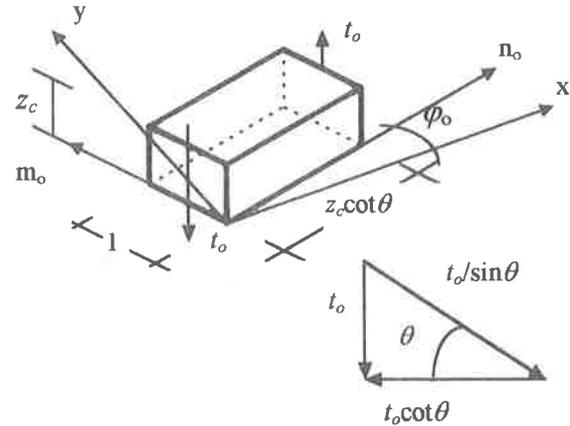
$$F_{scw} = \frac{t_0}{\sin \vartheta} \leq F_{Rcw} = f_{cd2} z_c \cos \vartheta \quad (12)$$

- trazioni nell'armatura d'anima (staffe):

$$F_{stw} = t_0 \leq F_{Rtw} = \frac{A_{sw} f_{ywd}}{s} z_c \cot \vartheta \quad (13)$$

- sforzo aggiuntivo assiale del traliccio riportato nei correnti tesi e compressi (strati esterni del sandwich):

$$\Delta F_{st} = \Delta F_{sc} = \frac{t_0}{2} \cot \vartheta \quad (14)$$



- fig. 7: strato centrale nella direzione del taglio principale.

L'angolo ϑ è soggetto alle stesse limitazioni valide per le travi. Occorre precisare che la forza longitudinale globale del traliccio, pari a $t_0 \cot \vartheta$, è diretta nella direzione del taglio principale (fig. 7); è pertanto necessario riportarla nelle direzioni x ed y di riferimento degli strati esterni, come graficamente illustrato nelle figg. 8 e 9.

Si consideri dapprima un prisma ottenuto dall'elemento shell sezionando con un piano verticale ortogonale all'asse y e due piani verticali rispettivamente ortogonale e parallelo alla direzione del taglio principale; imponendo l'equilibrio dell'elemento risulta:

$$\begin{aligned} n_{yc} &= t_0 \cot \vartheta \sin^2 \varphi_0 = t_0 \cot \vartheta \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_0}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_0} = \\ &= t_0 \cot \vartheta \frac{t_y^2 / t_x^2}{1 + t_y^2 / t_x^2} = t_0 \cot \vartheta \frac{t_y^2}{t_x^2 + t_y^2} \end{aligned} \quad (15)$$

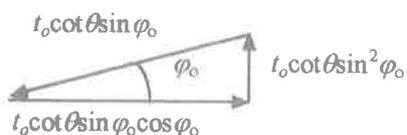
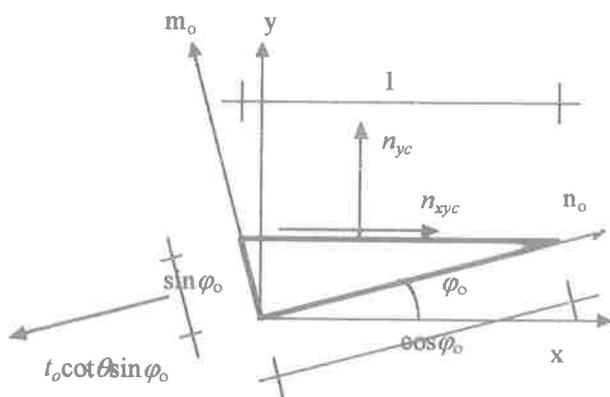
$$\begin{aligned} n_{xyc} &= t_0 \cot \vartheta \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 = t_0 \cot \vartheta \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_0} = \\ &= t_0 \cot \vartheta \frac{t_y / t_x}{1 + t_y^2 / t_x^2} = t_0 \cot \vartheta \frac{t_x t_y}{t_x^2 + t_y^2} \end{aligned}$$

(16)

e ricordando che $t_o^2 = t_x^2 + t_y^2$ risulta, in definitiva:

$$n_{yc} = \frac{t_y^2}{t_o} \cot \vartheta \quad (17)$$

$$n_{xyc} = \frac{t_x t_y}{t_o} \cot \vartheta \quad (18)$$



- fig. 8: sollecitazioni dovute al taglio principale nella direzione y.

Si consideri ora il prisma ottenuto dal precedente scambiando gli assi x ed y; imponendo le condizioni di equilibrio, in analogia al caso precedente, si ottiene:

$$n_{xc} = \frac{t_x^2}{t_o} \cot \vartheta \quad (19)$$

$$n_{yxc} = n_{xyc} = \frac{t_x t_y}{t_o} \cot \vartheta \quad (20)$$

Ovviamente n_{xc} , n_{yc} , n_{xyc} , costituiscono i contributi globali dovuti al traliccio e devono essere ulteriormente suddivisi tra gli strati superiore ed inferiore.

Occorre a questo punto procedere al dimensionamento degli strati esterni che sono caricati nel loro piano dalle azioni risultanti dalla precedente analisi.

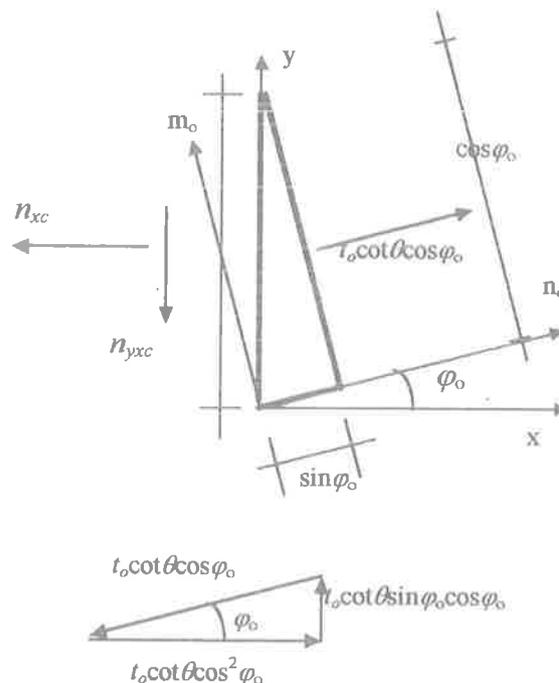


fig. 9: sollecitazioni dovute al taglio principale nella direzione x.

4. DIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI LASTRA (STRATI ESTERNI)

Il dimensionamento degli elementi lastra può essere condotto in accordo alla teoria della plasticità, operando per mezzo di una "lower bound solution".

In generale sulla lastra sono presenti le sollecitazioni riportate in fig. 10_a. Supponendo la presenza di armature disposte secondo due direzioni ortogonali x ed y, l'equilibrio è garantito da un campo tensionale di compressioni inclinate dell'angolo ϑ sull'asse x e da un duplice campo tensionale di trazioni dirette secondo x ed y e relegate nelle armature. Sezionando l'elemento di spessore t con un piano parallelo alla direzione delle compressioni del calcestruzzo (fig. 10_b), si possono imporre le seguenti condizioni di equilibrio alla traslazione:

$$n_{Rdx} = n_{Sdx} + v_{sd} \cot \vartheta \quad (21)$$

$$n_{Rdy} \cot \vartheta = n_{Sdy} \cot \vartheta + v_{sd}$$

la seconda delle quali può essere scritta come :

$$n_{Rdy} = n_{Sdy} + \frac{v_{sd}}{\cot \vartheta} \quad (22)$$

Sezionando invece l'elemento con un piano ortogonale alla direzione delle compressioni (fig. 10_c) si ricavano le seguenti equazioni di equilibrio:

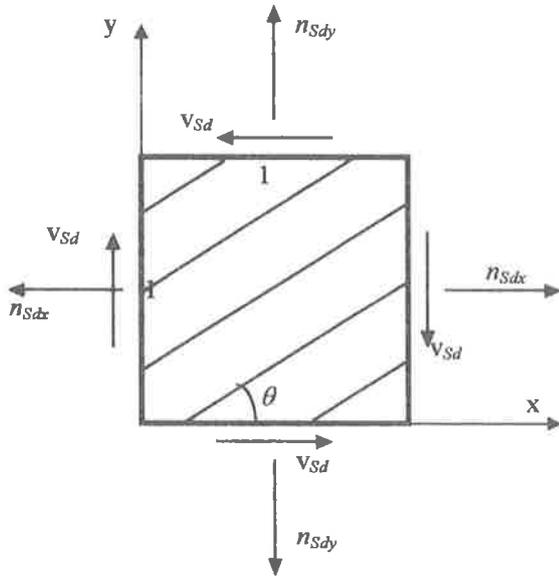
$$-\frac{\sigma_c t}{\cos \vartheta} \cos \vartheta + n_{Rdx} - n_{Sdx} + v_{sd} t g \vartheta = 0$$

ed utilizzando l'Eq. 21 per sostituire il valore di n_{Rdx} , si ottiene:

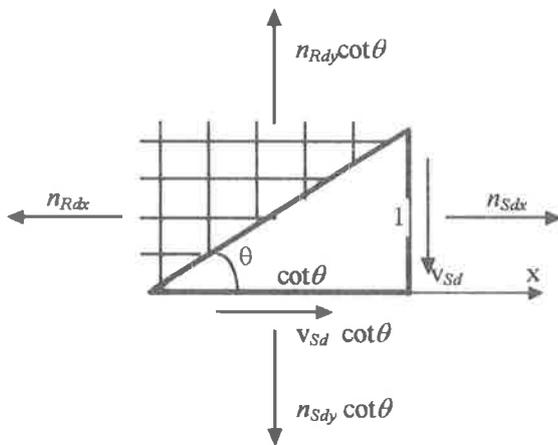
$$\sigma_c t = n_{Sdx} + v_{sd} \cot \vartheta - n_{Sdx} + v_{sd} \operatorname{tg} \vartheta$$

da cui:

$$\sigma_c t = v_{sd} (\cot \vartheta + \operatorname{tg} \vartheta) = \frac{v_{sd}}{\sin \vartheta \cos \vartheta} \quad (23)$$



- fig. 10_a: sollecitazioni in un elemento tipo lastra.



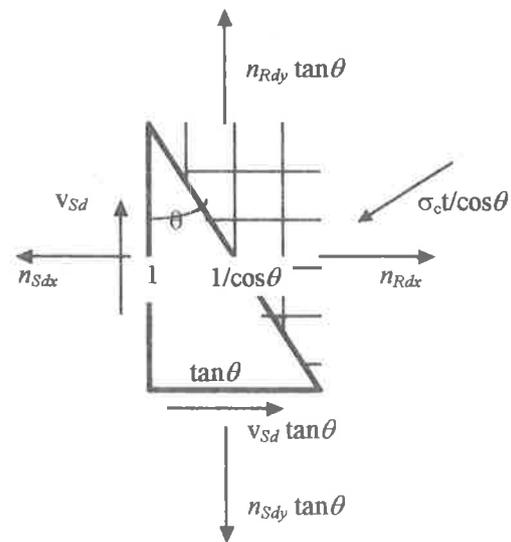
- fig. 10_b: elemento prismatico sezionato con un piano parallelo alla direzione delle compressioni.

La verifica della sicurezza ultima lato calcestruzzo impone che risulti:

$$\sigma_c t = \frac{v_{sd}}{\sin \vartheta \cos \vartheta} \leq \alpha_2 f_{cd} t \quad (24)$$

essendo $\alpha_2 f_{cd}$ la resistenza del calcestruzzo a compressione, ridotta per tenere conto della trazione

trasversale dovuta alle armature e dall'esigenza di trasmettere sforzi attraverso le fessure. L'angolo ϑ , in generale, deve rispettare i limiti $1 \leq \cot \vartheta \leq 3$, tenendo però presente che il minimo di armatura totale e lo sfruttamento massimo del calcestruzzo si ottengono per $\vartheta = 45^\circ$. Pertanto in condizioni di progetto converrà utilizzare $\vartheta = 45^\circ$ e calcolare di conseguenza n_{Rdx} , n_{Rdy} , dopo aver verificato la disequaglianza (24), avendo cura di determinare le armature A_{sx} , A_{sy} in modo da raggiungere in esse la tensione di snervamento di calcolo f_{yd} .



- fig. 10_c: elemento prismatico sezionato con un piano ortogonale alla direzione delle compressioni.

Sommando membro a membro le equazioni 21 e 22, e considerando le Eq.ni 23 e 24 si ottiene:

$$n_{Rdx} + n_{Rdy} - (n_{Sdx} + n_{Sdy}) = v_{sd} \left(\cot \vartheta + \frac{1}{\cot \vartheta} \right) = \sigma_c t \leq \alpha_2 f_{cd} t \quad (25)$$

il rispetto di tale disequaglianza garantisce che lo stato limite ultimo sia raggiunto per snervamento di entrambe le armature.

Qualora, in condizioni di verifica, tale disequazione non venga rispettata, lo stato limite ultimo verrà raggiunto con almeno uno strato di armatura non snervato e la rottura del calcestruzzo; per la verifica di sicurezza si può allora procedere con le seguenti modalità:

- determinazione dell'angolo $\vartheta_{1,min}$ per cui risulti $\sigma_c = \alpha_2 f_{cd}$ dalla Eq. 24;
- verifica che la Eq. 22 sia soddisfatta con tale valore, avendo posto $n_{Rdy} \leq A_{sy} f_{yd}$; se la verifica è negativa non è possibile soddisfare l'equilibrio; se la verifica è

positiva occorre verificare l'Eq. 21 con lo stesso angolo ϑ , avendo posto $n_{Rdx} \leq A_{sx} f_{yd}$;

- qualora questa verifica sia soddisfatta lo è anche la sicurezza, in caso contrario si deva calcolare dalla Eq. 21 l'angolo $\vartheta_{2,\min}$ per cui risulti $n_{Rdx} = A_{sx} f_{yd}$, e verificare con tale secondo angolo l'Eq. 22, essendo la Eq. 24 automaticamente verificata, poichè $\vartheta_{2,\min} > \vartheta_{1,\min}$; il soddisfacimento di quest'ultima verifica implica la presenza della sicurezza richiesta; qualora invece non si arrivi a soddisfare l'Eq. 22 non esistono possibilità di equilibrio.

Se invece è presente dell'armatura solo in direzione y , dalla Eq. 21, avendo posto $n_{Rdx} = 0$, risulta:

$$\cot \vartheta = -\frac{n_{Sdx}}{v_{Sd}} \quad (26)$$

dalla Eq. 22 si ottiene:

$$n_{Rdy} = n_{Sdy} - \frac{v_{Sd}^2}{n_{Sdx}} \quad (27)$$

e dalla Eq. 23:

$$\sigma_c t = -v_{Sd} \frac{1 + (n_{Sdx}/v_{Sd})^2}{n_{Sdx}/v_{Sd}} \quad (28)$$

Si noti come in questo caso l'angolo ϑ non possa essere scelto liberamente ma assuma un valore ben definito.

In progetto, verificato che $\sigma_c \leq \alpha_2 f_{cd}$, si calcolerà

l'area di armatura necessaria $A_{sy} = \frac{n_{Rdy}}{f_{yd}}$ garantendo il

raggiungimento dello S.L.U. con snervamento dell'acciaio. In verifica, accertato che risulti $\sigma_c \leq \alpha_2 f_{cd}$ dovrà anche verificarsi che $n_{Rdy} \leq A_{sy} f_{yd}$.

Se risulta anche $n_{Sdx} = 0$, allora dalla Eq. 21 si ottiene $v_{Sd} \cot \vartheta = 0$, e quindi se $v_{Sd} = 0$ deve essere $n_{Rdy} = n_{Sdy}$. Se invece, sempre con $n_{Sdx} = 0$, è $v_{Sd} \neq 0$ allora $\cot \vartheta = 0$ ed in pratica non è possibile soddisfare l'equilibrio in quanto $n_{Rdy} - n_{Sdy}$ tende ad infinito; ciò in pratica significa che non è possibile portare del taglio senza equilibrare la componente longitudinale del campo di compressione che insorge nel calcestruzzo.

Qualora sia presente dell'armatura nella sola direzione x risulta $n_{Rdy} = 0$ e dalla Eq. 22 si ricava:

$$\cot \vartheta = -\frac{v_{Sd}}{n_{Sdy}} \quad (29)$$

dalla Eq. 21 si ottiene:

$$n_{Rdx} = n_{Sdx} - \frac{v_{Sd}^2}{n_{Sdy}} \quad (30)$$

e dalla Eq. 23:

$$\sigma_c t = -v_{Sd} \frac{1 + (n_{Sdy}/v_{Sd})^2}{n_{Sdy}/v_{Sd}} \quad (31)$$

Supposto allora che risulti $n_{Sdy} \neq 0$ dalla Eq. 29 si calcola il valore imposto di $\cot \vartheta$ ed utilizzando le equazioni 30 e 31 si dovrà verificare che risulti $\sigma_c \leq \alpha_2 f_{cd}$ e $n_{Rdx} \leq A_{sx} f_{yd}$. Se invece è $n_{Sdy} = 0$

allora $\frac{v_{Sd}}{\cot \vartheta} = 0$; quindi, con $v_{Sd} = 0$ risulta

$n_{Rdx} = n_{Sdx}$, mentre con $v_{Sd} \neq 0$ risulta $\vartheta = 90^\circ$, pertanto sarebbe necessaria una resistenza disponibile $n_{Rdx} - n_{Sdx}$ tendente all'infinito per soddisfare l'equilibrio, ricadendo così in un caso analogo al precedente.

Occorre adesso analizzare il caso in cui essendo n_{Sdx} ed n_{Sdy} entrambi di compressione, si possa omettere l'armatura in entrambe le direzioni (fig. 11).

Imponendo la condizione di equilibrio alla traslazione si ottiene:

$$\frac{\sigma_c t}{\cos \vartheta} \cos \vartheta = n_{Sdx} + v_{Sd} \tan \vartheta \quad \text{da cui:}$$

$$\sigma_c t = n_{Sdx} + v_{Sd} \tan \vartheta \quad (32)$$

$$\frac{\sigma_c t}{\cos \vartheta} \sin \vartheta = n_{Sdy} \tan \vartheta + v_{Sd} \quad \text{da cui:}$$

$$\sigma_c t = n_{Sdy} + \frac{v_{Sd}}{\tan \vartheta} \quad (33)$$

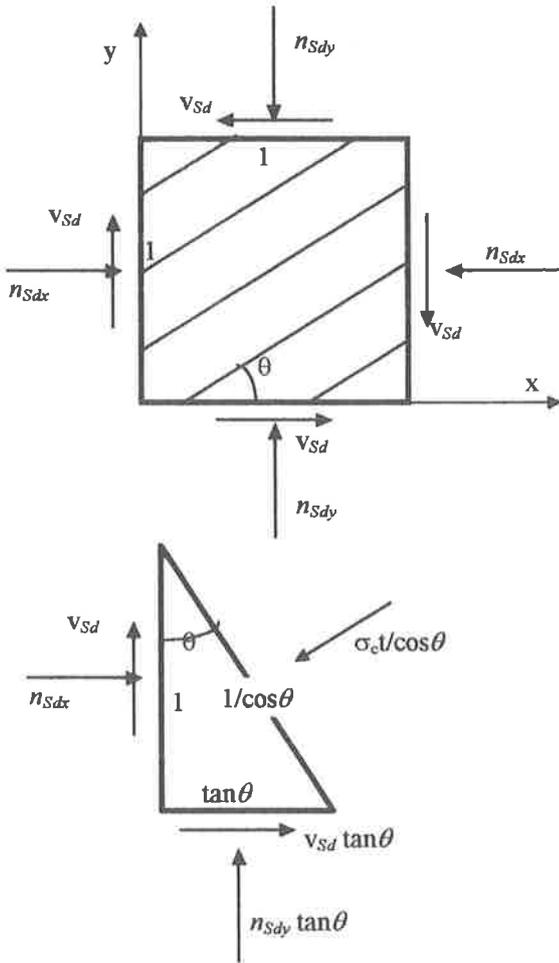
ricavando $\tan \vartheta$ dalla Eq. 32 e sostituendola nella Eq. 33 si ottiene:

$$\sigma_c t = n_{Sdy} + \frac{v_{Sd}^2}{\sigma_c t - n_{Sdx}} \quad \text{dalla quale infine si deduce:}$$

$$\sigma_c t = \frac{n_{Sdx} + n_{Sdy}}{2} + \sqrt{\frac{(n_{Sdx} - n_{Sdy})^2}{4} + v_{Sd}^2} \quad (34)$$

Dovrà pertanto risultare $\sigma_c \leq \alpha_1 f_{cd}$, in quanto trattasi di direzione principale di compressione nel calcestruzzo in compressione biassiale, non attraversato da armature in trazione.

Qualora invece risulti $\sigma_c > \alpha_1 f_{cd}$ occorre incrementare lo spessore di calcestruzzo.



- fig. 11: elemento prismatico sezionato con un piano ortogonale alla direzione delle compressioni nel caso di assenza di armatura nelle due direzioni.

Una procedura alternativa consiste nella introduzione di armatura longitudinale nelle direzioni x e/o y, il cui effetto è di produrre dei corrispondenti effetti resistenti n_{Rdx} e n_{Rdy} ; in questo caso nell'equazione (34) i valori di n_{Sdx} e n_{Sdy} dovranno essere sostituiti da:

$$\bar{n}_{Sdx} = n_{Sdx} - n_{Rdx}$$

$$\bar{n}_{Sdy} = n_{Sdy} - n_{Rdy}$$

in modo che risulti soddisfatta la disequaglianza $\sigma_c \leq \alpha_1 f_{cd}$.

Le aree di armatura nelle direzioni x ed y dovranno ovviamente essere calcolate tenendo conto dei corrispondenti livelli delle deformazioni ϵ_x ed ϵ_y :

$$A_{Sx} = \frac{n_{Rdx}}{\sigma_{sx}} \quad \text{con} \quad \sigma_{sx} = \epsilon_x E_s \leq f_{yd}$$

$$A_{Sy} = \frac{n_{Rdy}}{\sigma_{sy}} \quad \text{con} \quad \sigma_{sy} = \epsilon_y E_s \leq f_{yd}$$

Sussiste quindi una notevole possibilità di intervento a supporto di concentrazioni locali di sollecitazioni, quali ad esempio raggiungibili in corrispondenza dell'estradosso di zone di appoggio puntiforme di piastre di impalcato.

5. DIMENSIONAMENTO DEGLI SPESSORI DEI DIVERSI STRATI

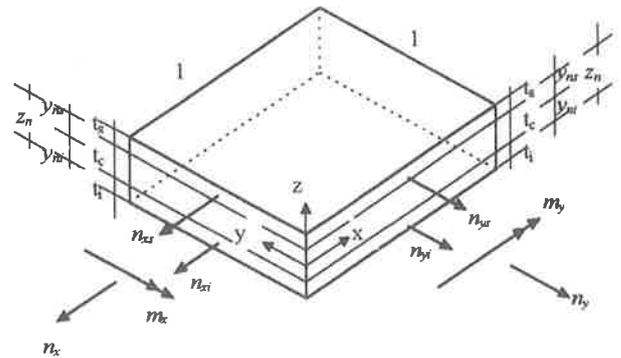
Ci si può innanzitutto, per semplificazione, riferire al piano medio delle armature nelle direzioni x ed y; pertanto cadono le distinzioni tra y_{xs} e y_{ys} e tra y_{xsi} e y_{ysi} ed i corrispondenti valori relativi allo strato inferiore; risulta allora (figg. 12a e 12b):

$$y_{xs} = y_{ys} = y_{ns} ; y_{xi} = y_{yi} = y_{ni}$$

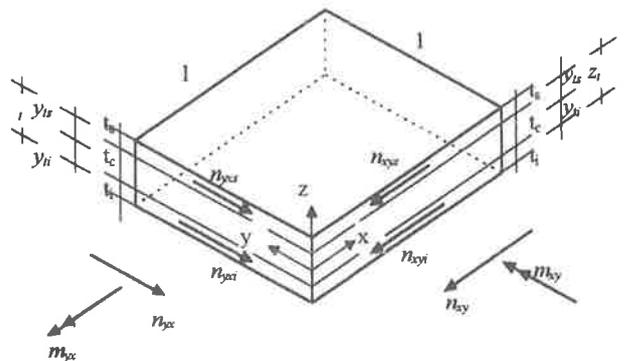
$$y_{xys} = y_{yxs} = y_{ts} ; y_{xyi} = y_{yxi} = y_{ti}$$

$$z_x = z_y = z_n = y_{ns} + y_{ni}$$

$$z_{xy} = z_{yx} = z_t = y_{ts} + y_{ti}$$



- fig. 12a : suddivisione delle azioni normali e dei momenti flettenti negli strati esterni



- fig. 12b : suddivisione delle azioni di taglio membranale e dei momenti torcenti nei due strati esterni.

Nei casi più comuni la distinzione tra z_n e z_t può essere omessa considerando lo spessore degli strati esterni pari al doppio del ricoprimento delle armature; pertanto:

$$y_{ns} = y_{ts} = y_s ; y_{ni} = y_{ti} = y_i ; z_n = z_t = z ;$$

e quindi le sollecitazioni agenti sugli strati esterni valgono (fig. 13):

- nel caso in cui non sia richiesta armatura a taglio per effetto di t_x e t_y

$$n_{Sdx,s} = n_x \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_x}{z} \tag{35}$$

$$n_{Sdx,i} = n_x \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_x}{z}$$

$$n_{Sdy,s} = n_y \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_y}{z} \tag{36}$$

$$n_{Sdy,i} = n_y \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_y}{z}$$

$$V_{Sd,s} = n_{xy} \frac{z - y_s}{z} - \frac{m_{xy}}{z} \tag{37}$$

$$V_{Sd,i} = n_{xy} \frac{z - y_i}{z} + \frac{m_{xy}}{z}$$

- nel caso in cui sia invece richiesta specifica armatura a taglio per effetto di t_x e t_y

$$n_{Sdx,s} = n_x \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_x}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_x^2}{t_o} \cot \vartheta \tag{38}$$

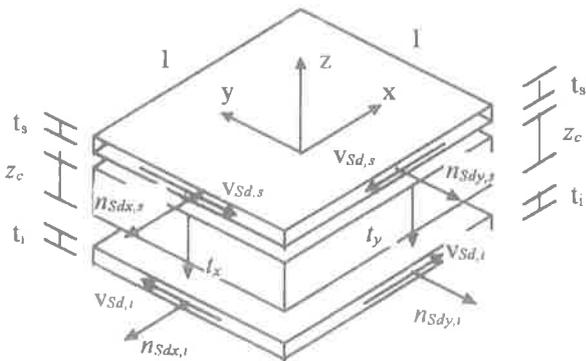
$$n_{Sdx,i} = n_x \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_x}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_x^2}{t_o} \cot \vartheta$$

$$n_{Sdy,s} = n_y \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_y}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_y^2}{t_o} \cot \vartheta \tag{39}$$

$$n_{Sdy,i} = n_y \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_y}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_y^2}{t_o} \cot \vartheta$$

$$V_{Sd,s} = n_{xy} \frac{z - y_s}{z} - \frac{m_{xy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_x t_y}{t_o} \cot \vartheta \tag{40}$$

$$V_{Sd,i} = n_{xy} \frac{z - y_i}{z} + \frac{m_{xy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{t_x t_y}{t_o} \cot \vartheta$$



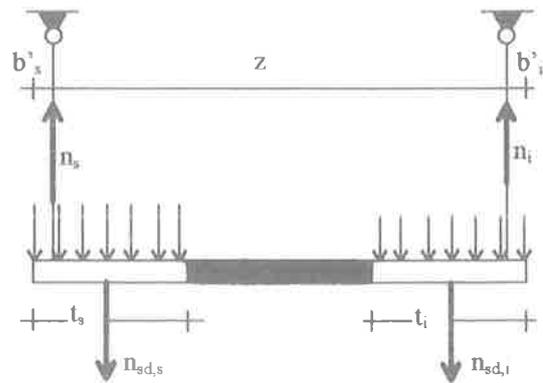
- fig. 13 : sollecitazioni nei vari strati.

Se operando in tal modo non è soddisfatta la verifica di resistenza del calcestruzzo per il ridotto spessore che viene ad assumere lo strato, si può operare con le seguenti modalità:

- aumentare il ricoprimento, accettando una riduzione del braccio di leva interno e quindi un conseguente aumento delle armature;

- utilizzare due differenti livelli di armatura mantenendo distinti i bracci di leva necessari all'assorbimento delle sollecitazioni normali e di quelle taglianti ($z_n \neq z_t$); di essi quello più esterno sarà generalmente dedicato alle azioni normali e quello più interno a quelle tangenziali; ovviamente in tale caso le sollecitazioni nel calcestruzzo dovranno essere sommate vettorialmente nei due strati.

- incrementare lo spessore dello strato, in modo da soddisfare la verifica lato calcestruzzo, lasciando invariata la posizione dell'armatura che viene quindi ad assumere una eccentricità nello strato; ciò ovviamente comporta una variazione di entità dell'armatura, necessaria a ripristinare le condizioni di equilibrio. Tale variazione può essere valutata con riferimento al meccanismo di seguito esplicitato, che ovviamente coinvolge tutto il sandwich. Riferendosi alle condizioni di equilibrio di entrambe le membrane esterne soggette ad incremento di spessore e conseguente eccentricità delle armature, i momenti agenti che vengono ad insorgere su entrambe possono essere equilibrati da momenti resistenti generati da forze uguali ed opposte localizzate negli strati esterni di armatura; ciò equivale in pratica ad attribuire a tutto il sandwich la somma algebrica dei momenti agenti e quindi trasferire una determinata area di armatura da un lembo all'altro della piastra (fig. 14).



- fig. 14 : equilibrio della piastra in una direzione con due soli strati di armatura.

Le nuove forze sollecitanti le armature diventano:

$$n_x = \frac{n_{sd,s} \left(h - \frac{t_s}{2} - b'_i \right) + n_{sd,i} \left(\frac{t_i}{2} - b'_i \right)}{z} \tag{41}$$

$$n_i = n_{sd,s} + n_{sd,i} - n_s \tag{42}$$

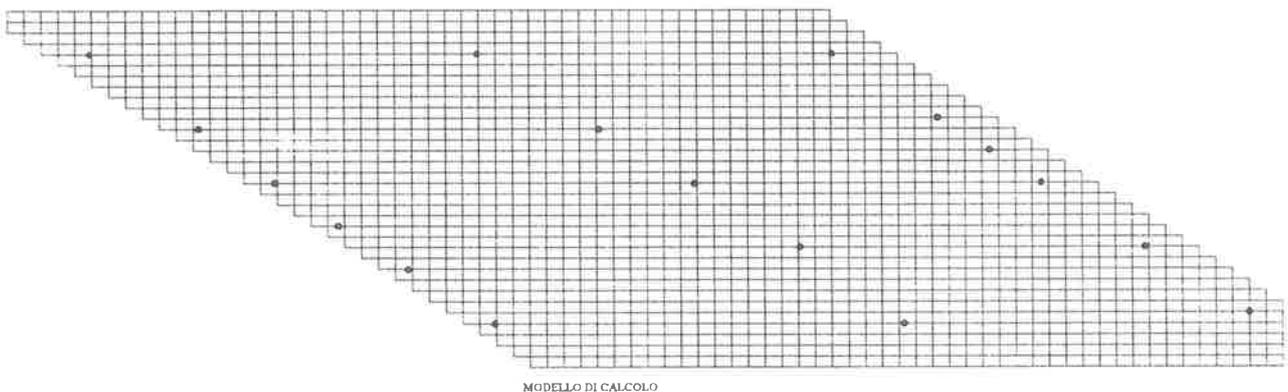
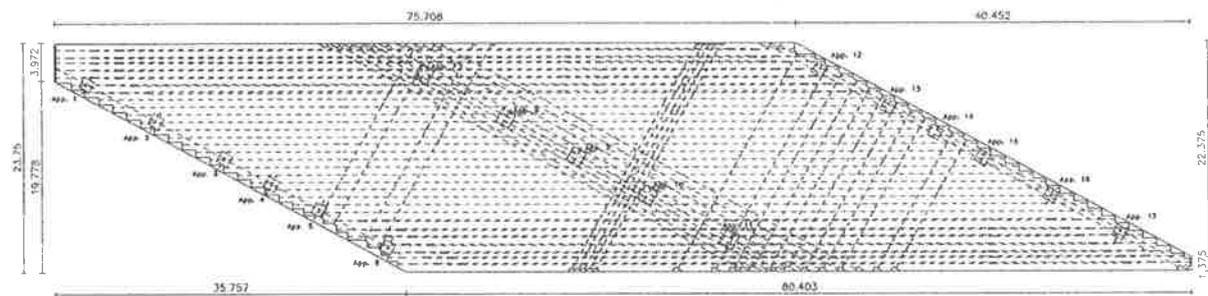
Ovviamente, come conseguenza, lo strato intermedio dovrà essere verificato per una forza

aggiuntiva di taglio agente fuori dal piano corrispondente alla forza trasferita tra i due livelli di armatura. Nell'ipotesi che si ricada nel caso di necessità di armatura a taglio per effetto di t_x e t_y sarà allora necessario ricalcolare le forze sollecitanti le armature in base alle eq.ni 38 - 40.

6. APPLICAZIONE PROGETTUALE

La procedura proposta è stata applicata al progetto di un impalcato a piastra fortemente obliqua, in continuità su due campate, precompressa con tre differenti ordini di cavi di precompressione (fig. 15).

La struttura è stata preliminarmente analizzata con una mesh di elementi shell dotata di circa 15000 gradi di libertà; successivamente le verifiche ultime sono state condotte secondo le indicazioni dei paragrafi precedenti. La precompressione è stata considerata in parte come agente (prendendo in conto i carichi equivalenti), in parte come partecipante all'effetto resistente (con riferimento allo stato tensionale in esercizio a cadute scontate). Tale procedura ha consentito la corretta valutazione della sicurezza ultima dei differenti elementi shell, con una corretta presa in conto della azioni tangenziali che rivestono notevole importanza per la particolare geometria della struttura.



- fig. 15 : impalcato obliquo a due campate.

7. CONCLUSIONI

Il modello resistente presentato ai punti precedenti e le modalità di definizione degli spessori degli strati necessari a completare il percorso progettuale, consentono un approccio razionale al progetto degli elementi lastra-piastra in c.a. e/o c.a.p. Una corretta impostazione progettuale impone peraltro una scelta razionale, da parte del progettista, delle direzioni delle armature principali; si dovrà infatti tenere conto che una forte deviazione tra direzione delle armature e direzioni principali delle sollecitazioni comporta il pericolo di rottura prematura per danneggiamento del calcestruzzo rispetto alle previsioni dell'analisi limite, oltre che consumi abnormi di acciaio.

Si può infine evidenziare come il parallelismo trave / piastra - lastra sia valido anche in presenza di precompressione adottando per la trave il modello resistente che trasferisce la precompressione nei correnti, lasciando all'anima il compito di portare gli sforzi di taglio.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] NIELSEN M.P., 1964, "Limit Analysis of Reinforced Concrete Slabs" Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 26, Copenhagen, Denmark.
- [2] BAZANT Z. P., LIN C., 1982, "Concrete Plate Reinforcement: Frictional Limit Design" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST11, pp. 2443-2234.
- [3] BRONDUM-NIELSEN T., 1985, "Optimization of Reinforcement in Shells, Folded Plates, Walls, and Slabs" ACI Journal, pp. 304-309.
- [4] GUPTA A. K., 1986, "Combined Membrane and Flexural Reinforcement in Plates and Shells" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 112, No. 3, pp. 550-557.
- [5] VECCHIO F.J., COLLINS M.P., 1986, "Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear" ACI Journal, pp. 219-231.
- [6] MARTI P., KONG K., "Response of Reinforced Concrete Slab Elements to Torsion" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 113, No. 5, May, 1987, pp. 976-993.
- [7] MARTI P., 1990, "Design of Concrete Slabs for Transverse Shear" ACI Structural Journal, pp. 180-190.
- [8] MARTI P., 1991, "Dimensioning and Detailing" IABSE Colloquium on Structural Concrete, Stuttgart, pp. 411-443.
- [9] MARTI P., MEYBOOM, J., 1992, "Response of Prestressed Concrete Elements to In-Plane Shear Forces" ACI Structural Journal, pp. 503-514.
- [10] C.E.B. F.I.P., 1993, Model Code 1990, Bulletin d'Information n° 213-214, C.E.B.

**EDIFICI CONTENENTI PRODOTTI E APPARECCHIATURE
A SERVIZIO DI PROCESSI PRODUTTIVI:
TECNICHE DI ISOLAMENTO ALLA BASE E RISPOSTA SOTTO SISMA**

Massimiliano FERRAIOLI
Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi di Salerno

Pasquale MALANGONE
Dipartimento di Strutture - Università degli Studi della Calabria

**EDIFICI CONTENENTI PRODOTTI E APPARECCHIATURE
A SERVIZIO DI PROCESSI PRODUTTIVI:
TECNICHE DI ISOLAMENTO ALLA BASE E RISPOSTA SOTTO SISMA**

Massimiliano FERRAIOLI (), Pasquale MALANGONE (*)**

(*) Dipartimento di Strutture, Università della Calabria

(**) Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

SOMMARIO

Viene presentato lo studio della risposta sotto sisma di edifici isolati alla base, destinati a contenere prodotti, apparecchiature e impianti a servizio di processi produttivi. Si evidenzia come l'adozione di opportuni sistemi di isolamento consenta di ridurre non solo la risposta della struttura primaria, ma anche la risposta delle attrezzature secondarie connesse. Viene inoltre valutata l'incidenza delle caratteristiche meccaniche del sistema di isolamento sugli spettri di risposta di piano, ed effettuata un'analisi comparativa tra differenti dispositivi di isolamento a risposta bilineare. Lo studio mostra infine come l'elevato smorzamento e la non-linearità meccanica della struttura nel suo complesso incrementino il contributo dei modi superiori alla risposta sismica complessiva.

SUMMARY

A study of the seismic response of base-isolated multi-storey structures with sensitive internal equipment is carried out. It is shown that the use of base-isolation systems reduces not only the response of the primary structure, but also the response of secondary systems mounted on the main structure. The characteristics of floor response spectra generated by several bilinear isolation devices are studied, and a comparative study of the different isolation systems is carried out. The study also shows that high damping and mechanic non-linearity of the isolated structure increase the contribution of higher modes to the seismic response.

1. INTRODUZIONE

Come è noto, nel settore dell'edilizia sociale e per le attività produttive è essenziale salvaguardare in caso di sisma sia l'integrità della struttura che la piena funzionalità dei sistemi interni, quali impianti, servizi,

attrezzature. Tale necessità deriva da motivi di sicurezza (centrali nucleari, industrie chimiche, etc.) ma anche da esigenze economiche e sociali (danneggiamento di apparecchiature ad elevata tecnologia, interruzione di cicli produttivi, black-out nell'erogazione dei servizi, etc.).

Numerosi sono ormai gli studi che affrontano la problematica del comportamento delle apparecchiature e degli impianti in caso di sisma, sia sotto il profilo dell'esame a posteriori del loro grado di danneggiamento, sia per quanto riguarda lo studio della risposta dei sistemi accoppiati struttura-apparecchiatura [4],[8],[11]. Altri studi sottolineano invece i vantaggi connessi all'impiego dei sistemi di isolamento alla base anche per gli edifici in esame, e sviluppano tecniche di calcolo della risposta corrispondente. L'analisi è svolta di regola nell'ipotesi che la struttura principale a base fissa presenti un comportamento elastico-lineare. Poiché i risultati di numerosi studi (ad esempio [7],[13],[15]) non confortano questa ipotesi, sembra opportuno un approfondimento riferito a schemi che, pur concettualmente molto semplici, introducano invece l'ipotesi di comportamento non lineare sia della sovrastruttura che dei dispositivi di isolamento alla base.

In tale contesto, il presente lavoro illustra una metodologia di tipo modale per la valutazione della risposta non lineare di strutture isolate, e perviene alla determinazione delle accelerazioni di piano finalizzate al calcolo della risposta di singole apparecchiature integrate (sistemi SDOF smorzati). Tale procedimento postula l'ipotesi che le risposte dell'apparecchiatura e della struttura risultino disaccoppiate, come è lecito assumere nel caso in cui il rapporto tra le masse corrispondenti risulti sufficientemente piccolo [4].

La legge di risposta della struttura a base fissa viene ipotizzata di tipo elasto-plastico, per tener conto della possibilità di un suo comportamento inelastico - nonostante la presenza degli isolatori - sotto terremoti particolarmente severi. La modellazione della legge di risposta non-lineare degli isolatori è poi fatta per differenti schemi meccanici dei corrispondenti dispositivi, secondo indicazioni bibliografiche e risultati sperimentali recenti [1].

Una volta definita la legge di risposta della struttura isolata e codificato un programma di calcolo corrispondente, è stata effettuata una estesa indagine numerica per differenti caratteristiche dei dispositivi isolanti, rilevando in particolare l'incidenza che i singoli modi di vibrare della struttura isolata assumono sulla risposta non lineare complessiva. L'analisi è stata particolarizzata e completata con l'esame delle risposte spettrali di piano in termini di accelerazione assoluta, cui riferirsi per la valutazione immediata della risposta massima delle attrezzature portate. Sono state rilevate significative differenze al variare del dispositivo di isolamento alla base, ossia della forma del ciclo di isteresi (bilineare) che lo caratterizza.

2. MODELLAZIONE DEL SISTEMA DI ISOLAMENTO

Un sistema di isolamento può essere rappresentato come in figura 1, in cui una massa M_1 è collegata a due ritti elastici di rigidezza $(K_{b1}-K_{b2})$ e K_{b2} , ad un dissipatore alla Coulomb con forza limite pari a Q , e ad uno smorzatore viscoso di costante C_b .

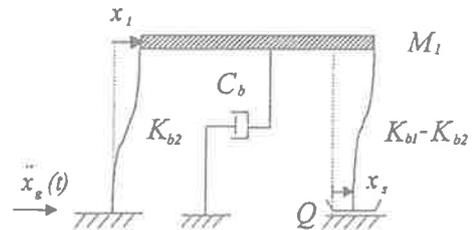


figura 1

Tale sistema presenta una risposta bilineare e può essere schematizzato con il modello meccanico di fig.2.

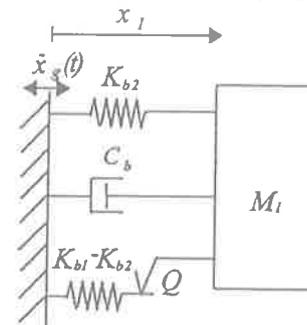


figura 2

Il valore della forza reattiva $T(t)$ agente sulla massa M_1 dipende dalle seguenti condizioni di funzionamento:

- fase elastica

$$\left| (K_{b1} - K_{b2})(x_1 - x_s) \right| < Q \quad (2.1)$$

$$\dot{x}_s = 0 \quad (2.2)$$

$$T(t) = K_{b1}x_1(t) - (K_{b1} - K_{b2})x_s \quad (2.3)$$

- fase di scorrimento

$$\left| (K_{b1} - K_{b2})(x_1 - x_s) \right| = Q \quad (2.4)$$

$$\dot{x}_s = \dot{x}_1 \quad (2.5)$$

$$T(t) = K_{b2}x_1(t) + Q \operatorname{sgn}(\dot{x}_s(t)) \quad (2.6)$$

dove $x_s(t)$ è lo scorrimento del dissipatore ad attrito rispetto all'interfaccia. La legge tagliante-spostamento del sistema in esame è riportata in figura 3.

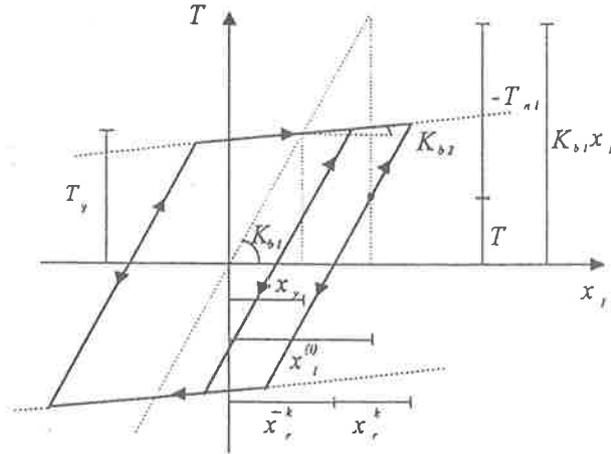


figura 3

E' facile osservare che il valore del tagliante in un generico istante può essere scritto come somma di un contributo lineare e di un contributo non lineare, ovvero:

$$T(t) = K_{b1}x_1(t) + T_{nl}(t) \quad (2.7)$$

Ricordando la (2.3), il contributo non lineare in una generica fase elastica si scrive:

$$T_{nl}(t) = -(K_{b1} - K_{b2})x_s \quad (2.8)$$

Dalla (2.6) si ricava invece il contributo non lineare nella fase di scorrimento, che vale:

$$T_{nl}(t) = (K_{b2} - K_{b1})x_1(t) + Q \cdot \text{sgn}(\dot{x}_1(t)) \quad (2.9)$$

Si osservi che il passaggio dal comportamento elastico a quello plastico si verifica quando è soddisfatta la condizione seguente:

$$(K_{b1} - K_{b2})|x_1^{(i+1)} - x_r^k| = Q \quad (2.10)$$

dove $x_1^{(i+1)}$ è lo spostamento della massa M_1 in corrispondenza del $(i+1)$ -esimo passo di integrazione, mentre x_r^k è lo spostamento del dissipatore ad attrito alla fine della k -esima fase di scorrimento. Applicando la (2.10) in corrispondenza del primo scorrimento si ottiene:

$$T_y = Q \frac{K_{b1}}{K_{b1} - K_{b2}} \quad (2.11)$$

che esprime il valore della soglia plastica al primo ciclo di carico in funzione della forza limite di attrito Q .

Utilizzando la (2.11), l'equazione (2.9) assume allora la nuova forma:

$$T_{nl}(t) = (K_{b2} - K_{b1})x_1(t) + (K_{b1} - K_{b2})x_s \cdot \text{sgn}(\dot{x}_1(t)) \quad (2.12)$$

Si verifica facilmente che il passaggio dalla generica fase elastica alla $(k+1)$ -esima fase di scorrimento, e lo scarico dalla fase di scorrimento a quella elastica, sono governate rispettivamente dalle seguenti disequazioni:

$$|x_1^{(i+1)} - \bar{x}_r^k| \geq |x_r^k| \quad (2.13)$$

$$\dot{x}_1^{(i+1)} + \dot{x}_1^{(i)} \leq 0 \quad (2.14)$$

E' facile verificare inoltre che il modello di isolatore bilineare appena descritto può rappresentare opportunamente i dispositivi di isolamento alla base attualmente più diffusi, quali descritti in [1] e qui illustrati schematicamente in figura 4. Tali dispositivi possono essere considerati come sistemi bilineari rappresentabili attraverso cicli di isteresi forza-spostamento a forma di parallelogramma (figura 3). Solo il sistema SR-F dovrebbe essere schematizzato a rigore con un ciclo trilineare, ma per sismi di modesta intensità il suo comportamento è ancora di tipo bilineare.

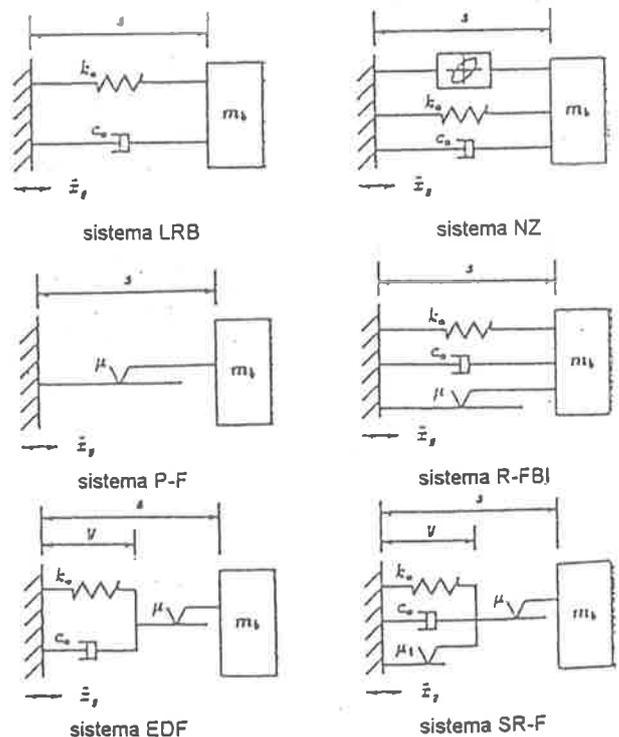


figura 4: Modelli schematici di sistemi di isolamento [1].

3. LEGGE DI RISPOSTA DELLA STRUTTURA ISOLATA

Si consideri una struttura costituita da un telaio shear-type isolato alla base con un sistema a risposta bilineare (fig.5).

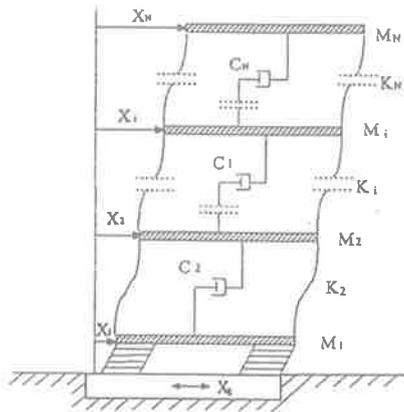


figura 5

La sovrastruttura sia caratterizzata da legami tagliante-spostamento d'interpiano di tipo elasto-plastico (fig.6).

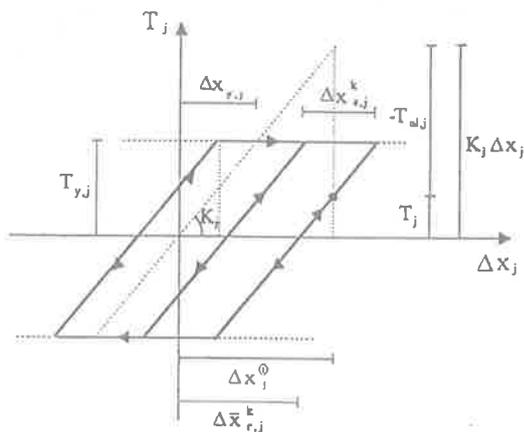


figura 6

Le equazioni del moto per effetto di un input sismico alla base si scrivono nella forma ben nota:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + \{R(t)\} = -[M]\{I\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.1)$$

dove, con ovvio significato degli altri simboli, $\{R(t)\}$ è il vettore delle forze resistenti interne dipendente dai legami costitutivi adottati. Come risulta dalla fig.6, il valore del tagliante al piano j-esimo in un generico istante può essere scritto come somma di un contributo lineare e di uno non lineare:

$$T_j(t) = K_j \Delta x_j(t) + T_{nl,j}(t) \quad (3.2)$$

in cui i contributi non lineari in fase elastica e in fase plastica valgono rispettivamente:

$$T_{nl,j}(t) = -K_j \Delta \bar{x}_{r,j}^k \quad (3.3)$$

$$T_{nl,j}(t) = -K_j \Delta x_j(t) + T_y \operatorname{sgn}(\dot{x}_j) \quad (3.4)$$

A partire dalle equazioni (2.7) e (3.2) si ottiene facilmente:

$$\{R(t)\} = [K]\{x(t)\} + \{R_{nl}(t)\} \quad (3.5)$$

che esprime il vettore delle forze resistenti come somma di un'aliquota lineare e di una non lineare, derivante quest'ultima dal comportamento isteretico bilineare del dispositivo di isolamento e da quello elasto-plastico della sovrastruttura. In base alle ipotesi fatte è immediato osservare che la matrice di rigidità $[K]$ presente nella (3.5) assume la forma seguente:

$$[K] = [K_{FF}] + \begin{bmatrix} K_{bi} & \{0\}^T \\ \{0\} & [0] \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

in cui $[K_{FF}]$ è la matrice di rigidità del sistema libero alla base, e K_{bi} è la rigidità in fase elastica del dispositivo di isolamento. Utilizzando la (3.5) il sistema di equazioni (3.1) si scrive nella forma:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = -[M]\{I\}\ddot{x}_g(t) - \{R_{nl}(t)\} \quad (3.7)$$

che corrisponde quindi alla equazione di equilibrio dinamico di un sistema elastico soggetto ad input sismico $\ddot{x}_g(t)$ e a pseudo-forze applicate $\{R_{nl}(t)\}$.

La matrice di smorzamento $[C]$ che figura nella (3.7) può essere ottenuta attraverso un'analisi per sottostrutture dell'intero sistema, ed assume l'espressione seguente [4], [8]:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_b + C_o & \{C_{sp}\}^T \\ \{C_{sp}\} & [C_{sv}] \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

dove:

C_b è il coefficiente di smorzamento della sola sottostruttura primaria (massa M_1 isolata) in assenza della sottostruttura secondaria (telaio in elevazione) che vale:

$$C_b = 2\xi_b \sqrt{K_{bi} \sum_{i=1}^N M_i} \quad (3.9)$$

essendo ξ_b il rapporto di smorzamento del dispositivo di isolamento;

C_0 è l'incremento dello smorzamento della sottostruttura primaria per effetto della presenza della sottostruttura secondaria;

$\{C_{sp}\}$ è il vettore di accoppiamento tra le due sottostrutture;

$[C_{sv}]$ è la matrice di smorzamento della sottostruttura secondaria a base fissa, determinata nell'ipotesi che la sovrastruttura sia classicamente smorzata.

La matrice $[C]$ espressa dalla (3.8) non soddisfa in genere la condizione di smorzamento classico, per cui le equazioni (3.7) possono essere disaccoppiate a rigore solo in campo complesso. Si perviene così alla seguente espressione della legge di risposta dell'intero sistema [3]:

$$\{x(t)\} = 2 \operatorname{Re} \left(\sum_{j=1}^N \{\phi_j\} Z_j(t) \right) \quad (3.10)$$

in cui $\{\phi_j\}$ è la metà inferiore del generico autovettore $\{\phi_j\}$ e $Z_j(t)$ è la j -esima coordinata modale complessa.

Le leggi $Z_j(t)$ possono essere ottenute applicando al caso in esame un procedimento in forma chiusa a tratti [3],[7],[9]. In particolare risulta:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \operatorname{Re}(Z_j(t)) \\ \operatorname{Im}(Z_j(t)) \end{Bmatrix} &= [A] \begin{Bmatrix} \operatorname{Re}(Z_j(t - \Delta t)) \\ \operatorname{Im}(Z_j(t - \Delta t)) \end{Bmatrix} + \\ + [B] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g(t - \Delta t) + u_j(t - \Delta t) \\ \ddot{x}_g(t) + u_j(t) \end{Bmatrix} &+ [C] \begin{Bmatrix} v_j(t - \Delta t) \\ v_j(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

in cui $[A](\xi_j, \omega_j, \Delta t)$, $[B](\xi_j, \omega_j, \Delta t)$ e $[C](\xi_j, \omega_j, \Delta t)$ sono matrici caratteristiche della struttura isolata (una volta fissato Δt), mentre i termini $u_j(t)$ e $v_j(t)$ dipendono dalle pseudo-forze applicate $R_{n,j}(t)$ e quindi non sono noti a priori. Essi vengono determinati ad ogni passo di integrazione imponendo, con un procedimento iterativo, il rispetto sia delle equazioni di equilibrio dinamico che dei singoli legami costitutivi assegnati.

4. RISPOSTA STRUTTURALE E SPETTRI DI PIANO

La struttura esaminata è costituita da un telaio shear-type a 5 gradi di libertà isolato alla base con un sistema a risposta bilineare. Si è assunto che le masse siano tutte uguali ($m_1=m_2=\dots=m_5=m_6=m_0=500 \text{ KN}\cdot\text{s}^2/\text{m}$), mentre le rigidità di piano della sovrastruttura sono state determinate fissando il valore del periodo fondamentale ($T_1=0.40 \text{ sec}$) e ipotizzando che il primo modo abbia andamento lineare con

l'altezza ($K_6=5\cdot\omega_1^2 m_0$; $K_5=9\cdot\omega_1^2 m_0$; $K_4=12\cdot\omega_1^2 m_0$; $K_3=14\cdot\omega_1^2 m_0$; $K_2=15\cdot\omega_1^2 m_0$). Si è assunto infine che i rapporti di smorzamento modali siano tutti pari al 5% e che lo spostamento al limite elastico valga $\Delta x_y=0.006 \text{ m}$. per ogni piano. Le caratteristiche meccaniche della sovrastruttura sono sintetizzate in tabella I.

N	M ($\text{KN}\cdot\text{s}^2/\text{m}$)	K (MN/m)	ξ (%)	F_y (KN)
6	500	617.85	5	3707
5	500	1110.33	5	6662
4	500	1480.44	5	8883
3	500	1727.18	5	10363
2	500	1850.55	5	11103

Tabella I

Il sistema di isolamento è stato caratterizzato a partire dal valore del periodo, rispettivamente in fase elastica e in fase di scorrimento:

$$T_{b1} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 M_i}{K_{b1}}}; \quad T_{b2} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 M_i}{K_{b2}}};$$

dal rapporto di smorzamento ξ_b e dal coefficiente di attrito $\mu=Q/W$, essendo W il peso complessivo della struttura. Per i sistemi di isolamento indicati al punto 2 si possono assumere i valori riportati in tabella II [1],[13].

Sistema	T_{b1} (sec)	T_{b2} (sec)	ξ_b (%)	μ (%)
LRB	2.0	--	0.08	--
NZ	0.8	2.0	0.08	0.05
PF	0.0	∞	0.00	0.20
R-FBI	0.0	4.0	0.08	0.05
EDF	1.0	∞	0.08	0.20
SR-F	0.0	2.0	0.08	0.05

Tabella II

Come input al suolo è stato assunto un segnale accelerometrico simulato di durata 25 secondi e accelerazione di picco pari a 0.35 g, ottenuto a partire dallo spettro elastico EC8/A per zona sismica di forte intensità.

Dall'esame della figura 7 si osserva che la struttura non isolata risponde al sisma accusando sensibili escursioni plastiche, con richieste di duttilità ($\mu_r \cong 2.57$ al top-floor) confrontabili comunque con i valori previsti in EC8.

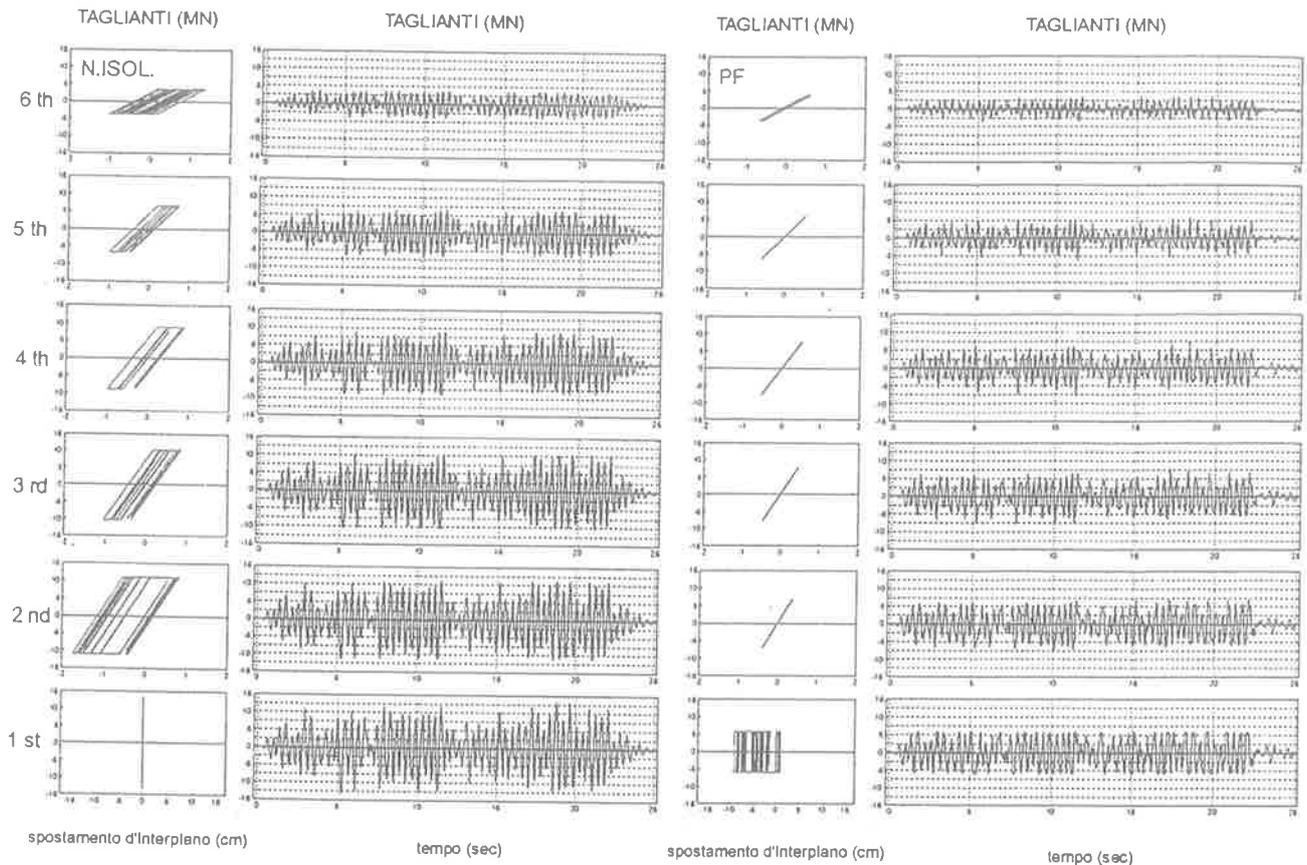


figura 7

Si osserva inoltre che il sistema PF, pur essendo poco efficace per quanto riguarda la limitazione delle accelerazioni assolute, determina un abbattimento dei taglianti di piano e sottrae la struttura alle escursioni in campo plastico. Esso risulta dunque validamente impiegabile per la protezione della struttura principale anche in caso di terremoti di forte intensità. Può risultare invece inefficace per la protezione delle apparecchiature interne, quando queste non siano a loro volta opportunamente isolate.

In figura 8 vengono riportate le leggi costitutive tagliante-spostamento d'interpiano per i vari dispositivi esaminati, il cui andamento risulta: lineare nel caso LRB; bilineare nel caso NZ; rigido-plastico nel caso PF; rigido-elastico nei casi R-FBI e SR-F; elasto-plastico nel caso EDF.

Le caratteristiche meccaniche del dispositivo di isolamento incidono inoltre sulla risposta del sistema nel suo complesso, sia in termini di ampiezza che di contenuto in frequenza. Si sono infatti rilevate sensibili differenze sia per i taglianti di piano che per le accelerazioni assolute ai vari livelli (figg. 9-10).

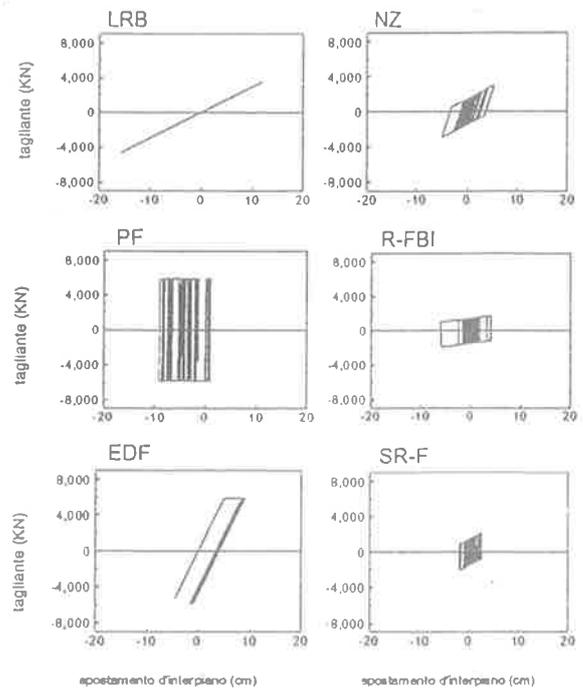


figura 8

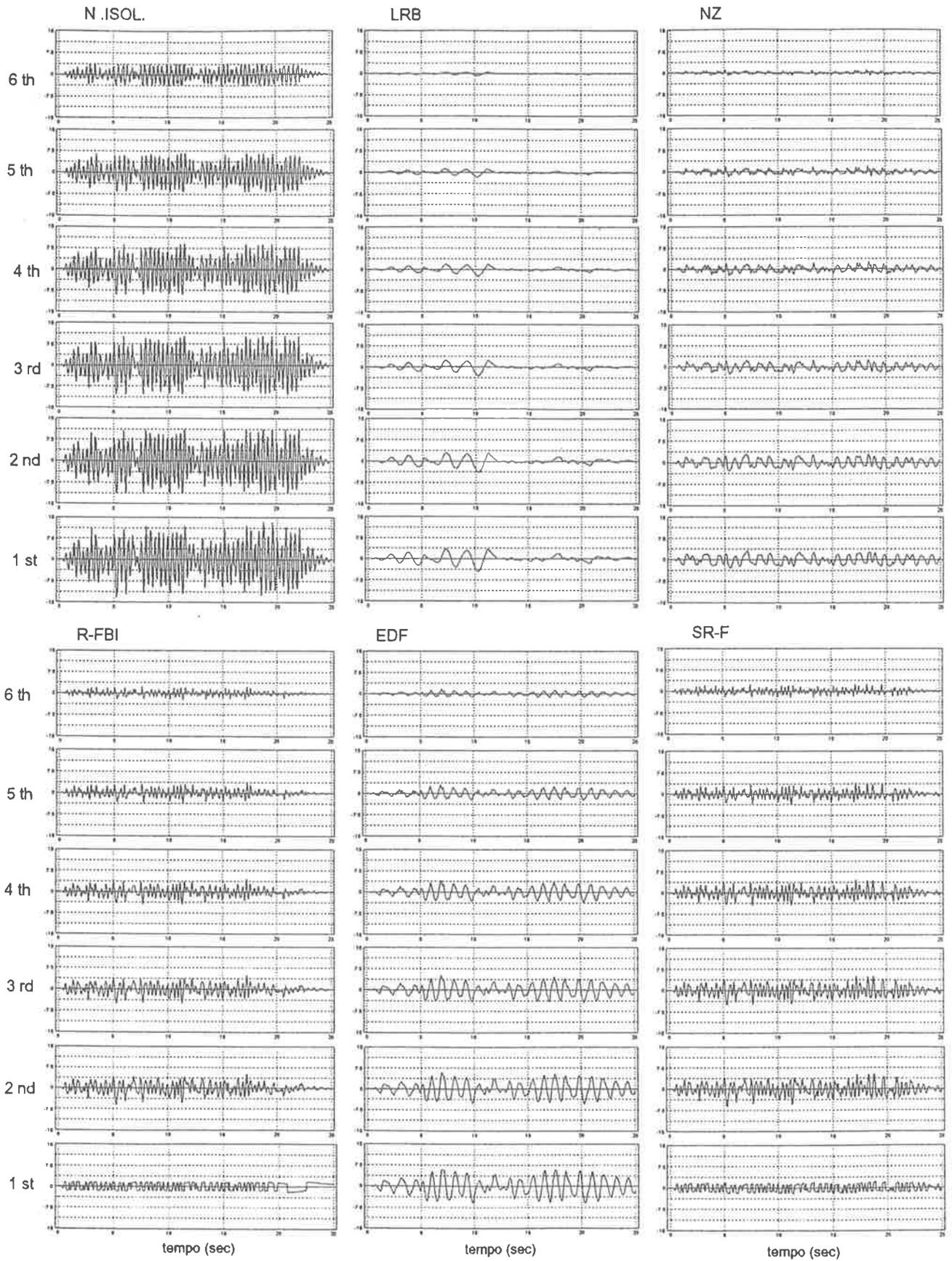


Figura 9: Leggi di variazione dei taglianti (MN)

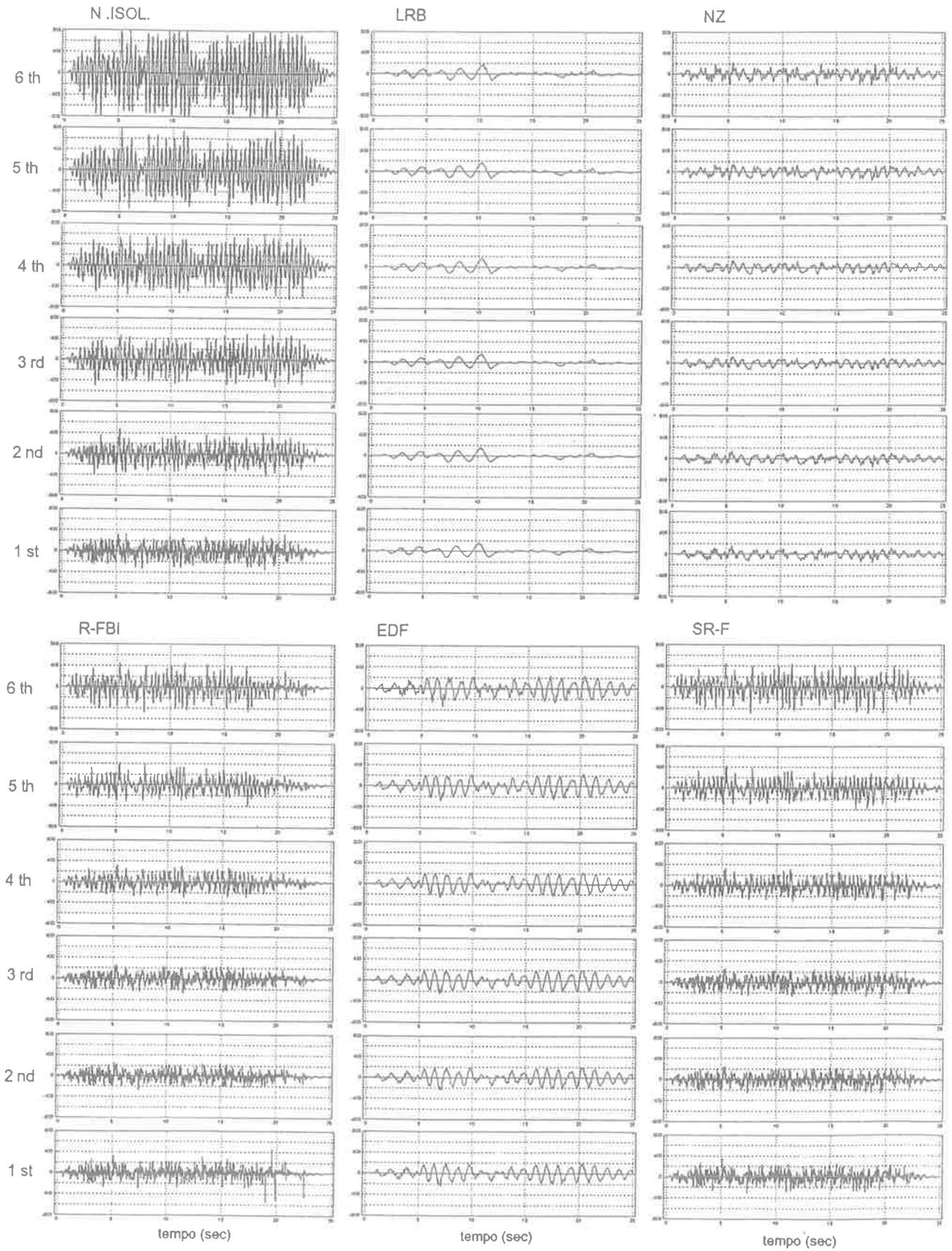


figura 10: leggi di variazione delle accelerazioni assolute (cm/s²)

Tutti i sistemi di isolamento presi in esame determinano un rilevante abbattimento dei taglianti di piano e sottraggono completamente la struttura da pericolose escursioni in campo plastico. Una valutazione comparativa dei vari dispositivi deve però considerare non soltanto la necessità di salvaguardare l'integrità della struttura, ma anche l'esigenza di garantire la piena funzionalità dei sistemi tecnologici integrati. Tra i parametri di confronto rientra dunque anche l'accelerazione assoluta di piano, che costituisce l'input per il calcolo della risposta delle singole apparecchiature con un'analisi disaccoppiata. Bisogna inoltre tener conto della deformazione strutturale complessiva (fig.11), in modo da evitare deformazioni eccessive sotto terremoti violenti e forti oscillazioni dovute al vento in condizioni di esercizio.

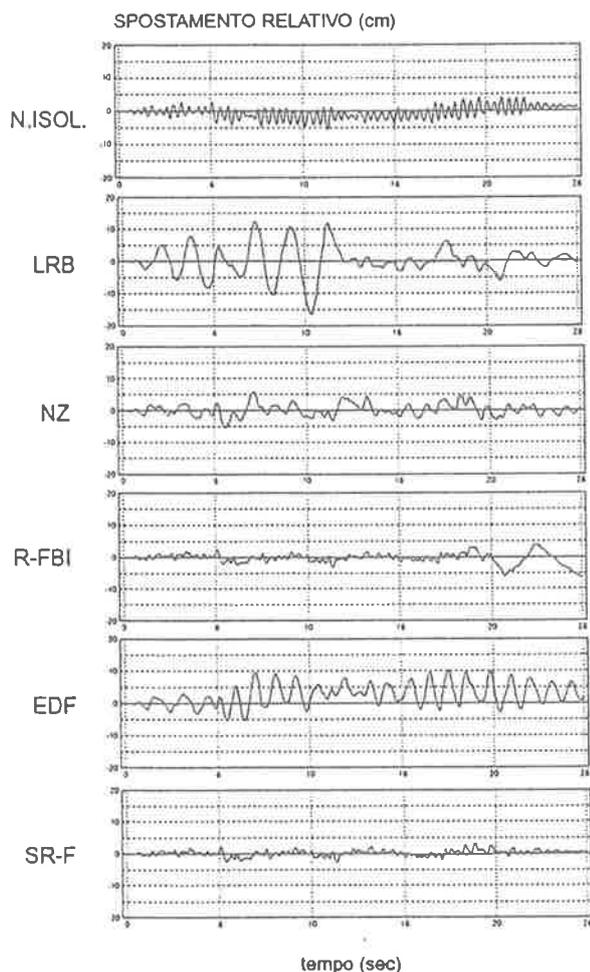


figura 11: leggi di variazione dello spostamento al top-floor.

L'elevato smorzamento e la non linearità della risposta strutturale nel suo complesso - sia per effetto

del comportamento elasto-plastico della sovrastruttura che per effetto del comportamento bilineare del dispositivo di isolamento - determinano un aumento dell'incidenza dei modi superiori sulla risposta complessiva del sistema (fig.12). Se la struttura è isolata con il sistema LRB, si ha invece una sensibile coincidenza tra la risposta complessiva e il contributo del primo modo: in questo caso, infatti, sia la sovrastruttura che il sistema di isolamento lavorano in campo elastico.

In funzione del periodo principale della sovrastruttura, in figura 13 sono riportate le leggi di variazione dei parametri cinematici fondamentali, in modo da consentire una valutazione comparativa delle prestazioni dei vari dispositivi. Risulta evidente l'incidenza del periodo principale della sovrastruttura e delle caratteristiche del dispositivo di isolamento sui valori di picco al top-floor e sui contributi dei vari modi alla risposta. Nel campo dei bassi periodi, l'accelerazione spettrale varia sensibilmente al variare del dispositivo di isolamento, con valori maggiori per il sistema PF e minori per quello LRB. Nel campo dei periodi medio-alti l'incidenza delle caratteristiche meccaniche del sistema di isolamento risulta invece irrilevante. Per quanto riguarda le leggi di variazione dello spostamento relativo massimo al top-floor, esse dipendono fortemente dal dispositivo di isolamento con valori minori per il sistema NZ e maggiori per quello LRB nel campo dei bassi periodi. Passando a periodi più alti, tutti i sistemi (in particolare il sistema LRB, che è caratterizzato da forte deformabilità e comportamento lineare) presentano invece un brusco incremento degli spostamenti, per cui sono prevedibili forti deformazioni anche sotto l'azione del vento in condizioni di esercizio. La tecnica dell' isolamento alla base si conferma improponibile per la protezione di strutture deformabili, e risulta applicabile con successo solo nel campo dei bassi periodi ($T_1 < 1$ sec).

Anche l'esame degli spettri di piano al top-floor rivela un incremento del contributo dei modi superiori alla risposta, sia per effetto dell'elevato smorzamento strutturale complessivo, sia per il comportamento elasto-plastico della sovrastruttura (non isolata), che per il comportamento bilineare del dispositivo di isolamento (NZ, PF, R-FBI, EDF). Solo con il sistema LRB si evidenzia invece un buon accordo tra lo spettro complessivo e il contributo del primo modo, essendo trascurabili gli effetti di non linearità sulla struttura nel suo complesso.

La figura 14 evidenzia infine il diverso grado di abbattimento delle accelerazioni assolute per i vari sistemi esaminati, mostrando come esso dipenda fortemente dalle caratteristiche meccaniche dell'isolatore solo nel campo dei bassi periodi.

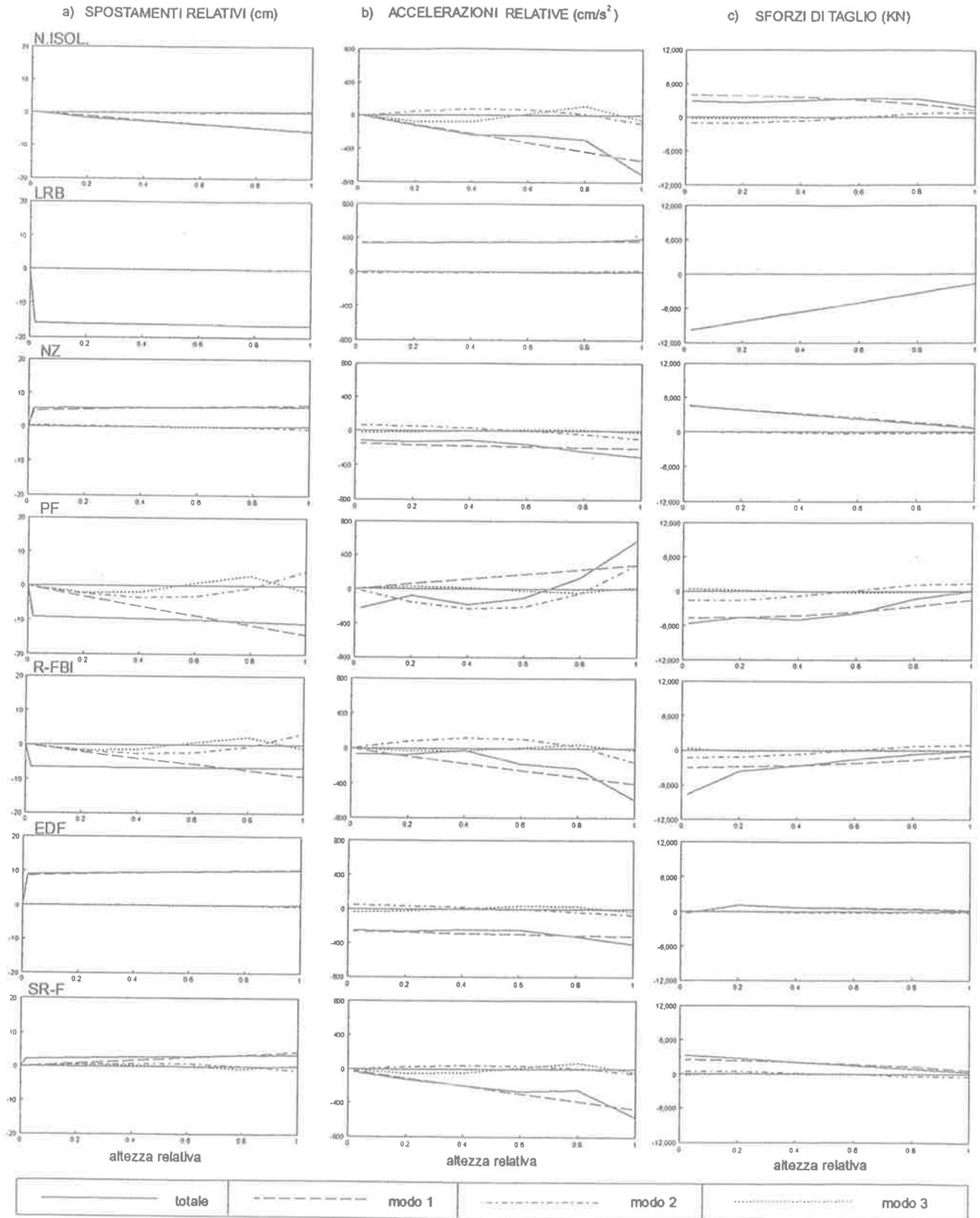


figura 12: a) andamento degli spostamenti relativi, nell'istante di massimo spostamento relativo al top-floor; b) andamento delle accelerazioni relative, nell'istante di massima accelerazione assoluta al top-floor; c) andamento degli sforzi di taglio in equilibrio con le forze d'inerzia relative, nell'istante di massimo tagliante al piede.

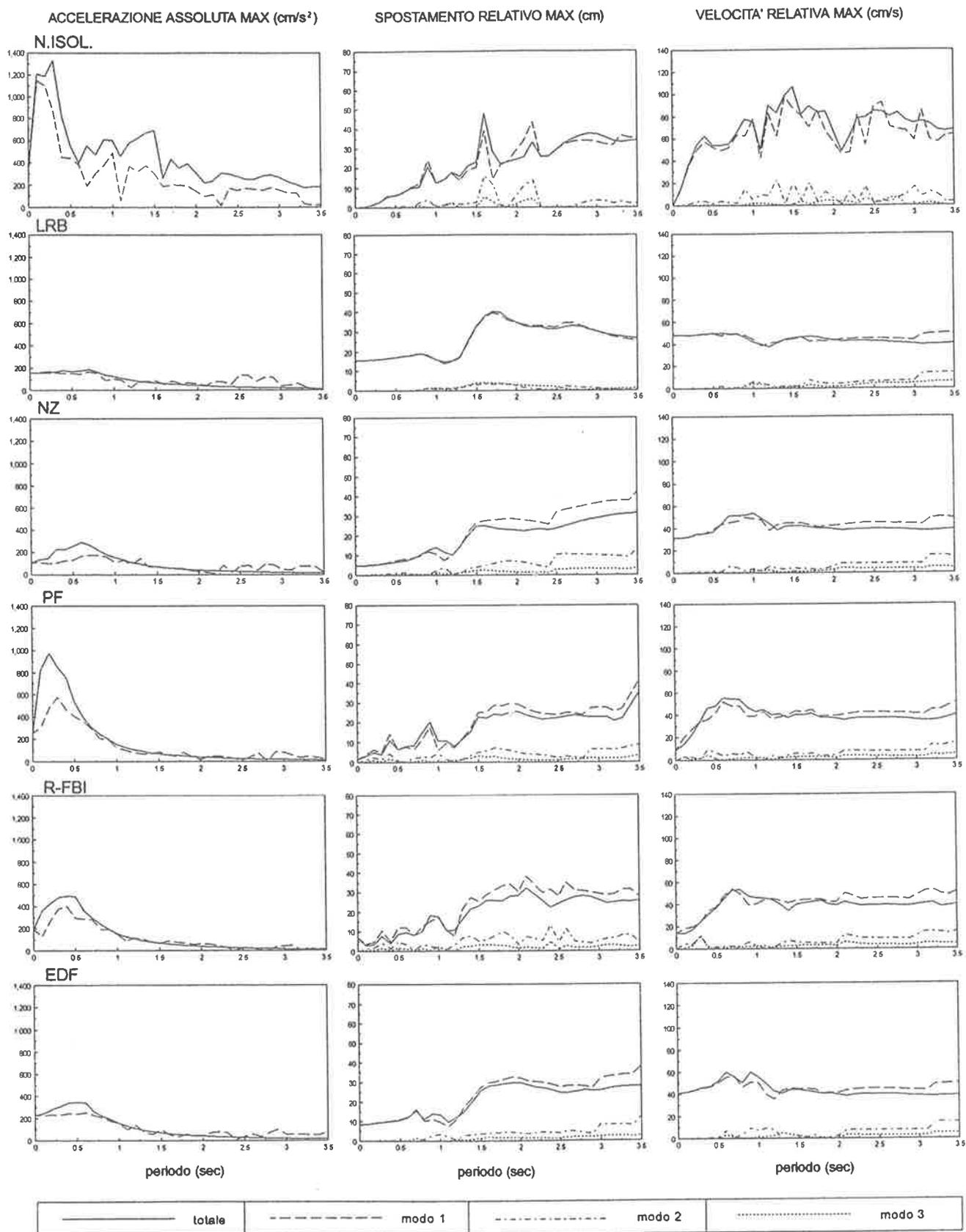


figura 13: leggi di variazione dei valori di picco al top-floor con il periodo principale della sola sovrastruttura.

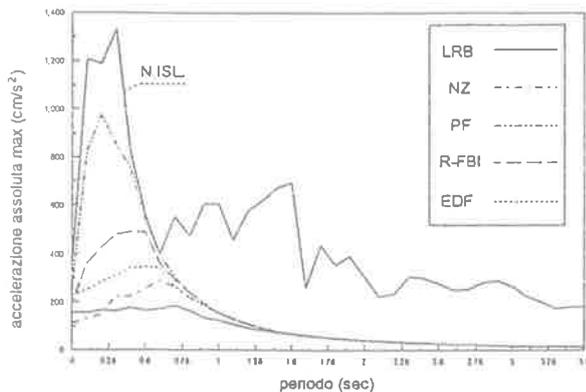


figura 14

5. CONCLUSIONI

E' stata affrontata la problematica della risposta sotto sisma di edifici destinati a contenere impianti e apparecchiature ad elevata tecnologia, a servizio di processi produttivi. La necessità di salvaguardare - sotto sismi di forte intensità - non solo l'integrità della struttura ma anche la piena funzionalità dei sistemi integrati, impone per tali edifici l'impiego di tecniche opportune di isolamento alla base. Con riferimento ad una struttura tipo, lo studio ha preso in esame alcuni dispositivi di isolamento aventi differenti caratteristiche meccaniche, seguendo le indicazioni bibliografiche più recenti. Conseguentemente, l'analisi sismica è stata svolta nell'ipotesi realistica di comportamento non lineare sia della sovrastruttura che dell'isolatore, ed è stata estesa fino alla determinazione della risposta di piano attraverso una metodologia di tipo modale.

Con un programma di calcolo opportunamente codificato, è stata effettuata una estesa indagine numerica, ed è stata valutata l'influenza delle caratteristiche meccaniche del dispositivo di isolamento e della sovrastruttura sulla risposta complessiva. L'approccio modale utilizzato ha permesso altresì di valutare l'effetto che le caratteristiche di smorzamento e di non-linearità assumono sul contributo fornito dai modi superiori a tale risposta. Sono state infine determinate alcune risposte spettrali di piano, finalizzate alla valutazione del comportamento delle attrezzature interne con un'analisi disaccoppiata.

L'esame dei risultati ha evidenziato un comportamento della struttura fortemente dipendente dal sistema di isolamento nel campo dei bassi periodi, mentre nel campo dei periodi medio-alti le accelerazioni assolute di piano assumono valore ridotto e debolmente variabile col dispositivo alla base. In questo secondo caso assume però rilevanza il regime deformativo, la cui ampiezza può pregiudicare la funzionalità di attrezzature pluriconnesse con la struttura principale.

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- [1] Fa-Gung Fan, G. Ahmadi, N. Mostaghel, I.G. Tadjbakhsh, 1991, *Performance analysis of base-isolation systems for a multi-story building*, Soil Dynamic and Earthquake Engineering, Vol 10, pag. 152-171.
- [2] Fa-Gung Fan, G. Ahmadi, 1990, *Floor response spectra for base-isolated multi-storey structures*, Earthquake Engineering and Structural dynamics Vol 19, pag. 377-38
- [3] M. Ferraioli, P. Malangone, G. Teodosio, 1994, *Un procedimento di tipo modale per l'analisi di sistemi elasto-plastici non classicamente smorzati*, Atti del 23° Convegno Nazionale AIAS, Cosenza.
- [4] M. Ferraioli, P. Malangone, 1994, *Formulazione unificata della legge di risposta sotto sisma di sistemi lineari smorzati costituiti da sottostrutture*, Università di Salerno, Facoltà di Ingegneria, Dipartimento di Ingegneria Civile.
- [5] J.M. Kelly, 1992, *Earthquake-resistant design with rubber*, Springer-Verlag, Londra.
- [6] P. Malangone, G. Infante, 1992, *Caratterizzazione della risposta dinamica e sismica di sistemi lineari isolati alla base*, Università di Salerno, Facoltà di Ingegneria, Istituto di Ingegneria Civile.
- [7] Mohraz B., Elghadamsi F.E., Chi-Jen Chang, 1991, *An Incremental Mode-Superposition for Non-Linear Dynamic Analysis*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 20, 471-481.
- [8] G. Muscolino, 1990, *Dinamic Response of Multiply Connected Primary-Secondary Systems*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.19, pag.205-216
- [9] Nigam N.C., Jennings P.C., 1968, *Digital Calculation of Response Spectra from Strong-motion Earthquake Records*, California Institute of Technology, EERL, Pasadena, California.
- [10] B. Palazzo, L. Petti, 1994, *Seismic response control in base isolated systems using tuned mass dampers*, Earthquake Resistant Construction & Design, pag.567-576, Savidis (ed).
- [11] J.L. Sackman, *Seismic Analysis of Internal Equipment and Components in structures*, 1979, Engineering Structures, Vol.1, pag.179-190
- [12] R.I. Skinner, J.M. Kelly, A.J. Heine, 1975, *Hysteretic dampers for earthquake-resistant structures*, Earthquake Engineering and Structural dynamics, Vol 3, pag. 287-296.
- [13] R.I. Skinner, W.H. Robinson, G.H. McVerry, 1993, *An introduction to seismic isolation*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [14] Hsiang-Chuan Tsai, J.M. Kelly, 1988, *Non-classical damping in dynamic analysis of base isolated structures with internal equipment*, Earthquake Engineering and Structural dynamics, Vol 16, pag. 29-4
- [15] F. Vestroni, A. Vulcano, G. Di Pasquale, 1991, *Earthquake response analysis of a non-linear model of a base-isolated structure*, International Meeting on Earthquake Protection of Buildings, Ancona.

**INFLUENZA DELLA FESSURAZIONE SULL'INTERAZIONE
TERRENO-STRUTTURA DI PIASTRE DI FONDAZIONE
IN CONGLOMERATO ARMATO**

Daniele FERRETTI - Renato LANCELOTTA - Paolo VALLINI
Dipartimento di Ingegneria Strutturale - Politecnico di Torino

Ivo IORI
Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi di Parma

INFLUENZA DELLA FESSURAZIONE SULL'INTERAZIONE TERRENO-STRUTTURA DI PIASTRE DI FONDAZIONE IN CONGLOMERATO ARMATO

Daniele Ferretti ⁽¹⁾, Ivo Iori ⁽²⁾, Renato Lancellotta ⁽¹⁾, Paolo Vallini ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino,

⁽²⁾ Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Parma.

SOMMARIO

L'analisi strutturale di sistemi iperstatici richiede la preventiva definizione della deformabilità dei singoli elementi e della eventuale cedevolezza dei vincoli. Nell'ambito di questa problematica, soprattutto per motivi di semplicità, è frequentemente adottato un modello lineare, pur sapendo che al crescere dell'impegno dei materiali i legami costitutivi si discostano sempre più da tale ipotesi. Nelle strutture in conglomerato armato l'analisi non lineare andrebbe invece adottata sin dalla fase di esercizio, dovendosi mettere in conto doverosamente gli effetti della fessurazione. Scopo del presente lavoro è l'analisi in ambito non lineare di piastre di fondazione, ponendo particolare attenzione agli effetti prodotti dalla fessurazione del conglomerato.

SUMMARY

Soil structures analyses are usually performed with reference to linear models. Most of the cases are also examined with reference to the Winkler soil model. In the present paper the soil is represented by the continuous Boussinesq half-space and an integral approach is referred to, in order to simulate non-linearity. The structural slab is analyzed by F.E.M., by accounting for cracking and tension-stiffening. The obtained results enable one to reach the conclusion that as far as the internal actions are concerned a conservative approach considers the uncracked gross section; an estimate of relative settlements requires to properly account for the cracked section.

1. INTRODUZIONE

L'analisi di strutture lineari in conglomerato armato, con vincoli sovrabbondanti, richiede, come noto, le conoscenze a priori della deformabilità degli elementi e dell'eventuale cedevolezza dei vincoli. Per semplicità le conoscenze in questione spesso discendono da una messa in conto in ambito lineare delle grandezze in gioco, anche laddove tale assunzione sembra scontrarsi con la realtà fisica. Basti pensare infatti tanto al ruolo sostenuto dalla non linearità dei legami costitutivi del conglomerato e dell'acciaio, quanto alla frequente presenza della fessurazione. Volendo poi considerare l'analisi di elementi bidimensionali, sempre in conglomerato armato, i problemi ricordati sembrano acquistare maggiore importanza come può dedursi, in generale, dall'esame di piastre comunque vincolate.

In tale ambito se si volesse inoltre indagare il ruolo sostenuto dal terreno di fondazione, anch'esso spesso marcatamente non lineare, apparirebbe allora indefettibile un'analisi approfondita del problema.

Potrebbe risultare, in altre parole, doverosa una messa in conto delle diverse non linearità del problema che son venute via-via affiancandosi, allo scopo, tra le altre cose, di ben valutare il grado di approssimazione connesso con eventuali analisi di maggior semplicità condotte nel solo ambito lineare. Per queste ragioni, scopo del presente lavoro è l'analisi di piastre di fondazione in conglomerato armato, mettendo in conto la non linearità dei materiali e la fessurazione e valutandone così gli effetti nell'ambito del problema generale dell'interazione terreno-struttura.

2. IMPOSTAZIONE DEL PROBLEMA

Si prende dapprima in esame una piastra, secondo l'accezione di Kirchhoff, ritenendo presenti non linearità di tipo meccanico. Lo studio viene condotto attraverso il metodo degli elementi finiti nel cui ambito, come noto, possono in generale ritenersi valide, per l'analisi strutturale, le relazioni tra le sollecitazioni $\{S\}$ e gli spostamenti duali $\{\eta\}$ presenti sul contorno di un elemento di discretizzazione:

$$\{S\} = [K]\{\eta\}, \quad (1)$$

essendo $[K]$ una opportuna matrice di rigidità dell'elemento medesimo. Imponendo il rispetto della congruenza, che si ritiene soddisfatta attraverso l'uguaglianza degli spostamenti $\{\eta\}$ sugli elementi confinanti, si perviene per l'intera struttura in esame al sistema di equazioni di equilibrio:

$$\{F\} = [H]\{X\}, \quad (2)$$

ove $\{F\}$ è il vettore delle azioni nodali applicate e $\{X\}$ rappresenta il vettore degli spostamenti nodali incogniti. La matrice $[H]$ rappresenta la rigidità dell'intera struttura, ottenuta attraverso il necessario assemblaggio delle matrici $[K]$ dei singoli elementi di discretizzazione. Inoltre, per ogni elemento, in corrispondenza della generica configurazione deformata, univocamente individuata dagli spostamenti $\{\eta\}$, è possibile ricavare la matrice di rigidità tangente $[K_t]$ che esprime la connessione tra incrementi di sforzo ed incrementi di spostamento nell'intorno di una precisa situazione di deformazione e sollecitazione:

$$\{dS\} = [K_t]\{d\eta\}. \quad (3)$$

La Eq. (3) permette di fatto, in generale, la messa in conto di una non linearità connessa, ad esempio, col comportamento meccanico, tanto del conglomerato quanto dell'acciaio. Va tuttavia rilevato che la strada da percorrere ([1],[2]), ovvero il continuo assemblaggio della matrice $[H]$ in corrispondenza degli incrementi in questione, può risultare accidentata. I piccoli passi di incremento di carico possono rappresentare, infatti, un onere computazionale alquanto gravoso. Per questa ragione si è allora operato, in questo lavoro, in modo da non modificare la matrice di rigidità dei singoli elementi, evitando così il ripetitivo assemblaggio della matrice $[H]$ e la conseguente fattorizzazione.

L'algoritmo proposto è fondato sulla possibilità, in corrispondenza della situazione deformata, univocamente definita dagli spostamenti $\{\eta_0\}$, di ottenere per ogni elemento la risposta reale $\{S_{r0}\}$ introducendo un vettore "correzione":

$$\{S_0\} = \{S_{r0}\} - [K]\{\eta_0\}. \quad (4)$$

Risulta allora:

$$\{S\} = [K]\{\eta\} + \{S_0\}. \quad (5a)$$

Analogamente a quanto fatto in precedenza, si può scrivere per l'equilibrio nodale:

$$\{F\} = [H]\{X\} + \{F_0\}, \quad (5b)$$

ove i termini $\{F_0\}$ risultano dall'assemblaggio dei vettori $\{S_0\}$.

Occorre allora attivare un processo iterativo all'interno del quale si ritirano i termini $\{S_0\}$, riferiti alla situazione più aggiornata, finché la differenza tra $\{S\}$ ed $\{S_r\}$ è ritenuta sufficientemente contenuta in ogni punto. Il procedimento prevede una sola fattorizzazione della matrice $[H]$ ed un numero di iterazioni crescente con l'ampiezza degli incrementi di carico. L'algoritmo mostra poi, in generale, una buona stabilità numerica, anche laddove possono presentarsi, per non linearità di tipo geometrico, problemi di instabilità numerica [3], [4]. Pensando la piastra in questione appoggiata sul terreno, si ritiene il semispazio elastico di Boussinesq strumento adatto per la valutazione degli effetti del terreno medesimo. Con l'assunzione formulata, si evita una discretizzazione tridimensionale esterna al volume relativo alla proiezione della superficie di impronta della platea.

Nell'ambito della scelta operata si definisce la deformabilità del terreno in relazione al sistema di forze verticali $\{F_t\}$ ed agli spostamenti $\{X\}$ prodotti:

$$\{X\} = [D]\{F_t\}. \quad (6)$$

Secondo il modello di Boussinesq il generico termine $D_{i,j}$ della matrice $[D]$ è definito dall'espressione:

$$D_{i,j} = \frac{1 - \nu_t^2}{\pi E_t r_{i,j}}, \quad (7)$$

ove E_t e ν_t rappresentano rispettivamente il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson, mentre $r_{i,j}$ la distanza tra i due punti considerati.

Per eliminare la singolarità che la (7) presenta nel caso $i = j$, si sostituisce alla forza concentrata in j una pressione costante sull'area di competenza di ogni nodo A_j [5], ottenendo:

$$D_{i,j} = \frac{1 - \nu_t^2}{\pi E_t A_j} \int_{A_j} \frac{1}{r_{i,j}} dA. \quad (8)$$

Va osservato che la (8) dipende così dalla forma delle aree di discretizzazione.

La matrice di rigidezza del terreno $[H_t]$ si ottiene per inversione della matrice di deformabilità:

$$[H_t] = [D]^{-1}. \quad (9)$$

I contributi di rigidezza così determinati possono essere sommati a quelli corrispondenti agli stessi spostamenti, relativi al sistema strutturale sovrastante, in modo da raggiungere una schematizzazione che comprenda terreno di fondazione e piastra.

Gli aspetti non lineari del comportamento del terreno sono in questo approccio rappresentati da funzioni di correlazione tra la risposta del modello elastico (q_b) e la risposta reale (q_r), come illustrato in Fig. 1 e riassunto nelle Eq.(10).

$$q_r = q_b \quad \text{se } q_b \leq q_e \quad (10a)$$

$$q_r = q_e + (q_u - q_e) \left(1 - e^{-\frac{q_b - q_e}{q_u - q_e}} \right) \quad \text{se } q_b > q_e \quad (10b)$$

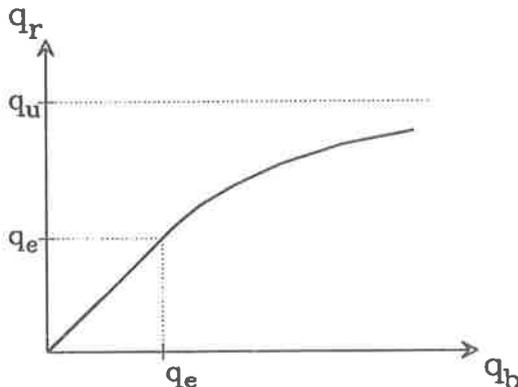


Fig. 1 - Relazione tra pressione di contatto q_b secondo Boussinesq e risposta q_r del modello.

Scegliendo opportunamente i parametri che compaiono nelle Eq.(10), si possono rappresentare modelli completamente non lineari ($q_e = 0$), bilateri ($q_u = q_e$) ed in generale con diversi livelli di incrudimento, regolati dal rapporto:

$$\frac{q_u - q_e}{q_e}. \quad (11)$$

In questo ambito il comportamento non lineare del terreno, nelle equazioni di equilibrio, è espresso da:

$$\{F_t\} = [D_t]^{-1} \{X\} + \{F_0\}, \quad (12)$$

essendo $\{F_0\}$ calcolato nella configurazione deformata più aggiornata e quindi non contestuale a quella in cui è applicata la (11). Richiamando quindi i parametri di deformazione $\{X_0\}$ e le corrispondenti risposte $\{F_0\}$ dedotti nell'iterazione di calcolo precedente, il valore della correzione è definito secondo:

$$\{F_0\} = \{F_0\} - [D_t]^{-1} \{X_0\}. \quad (13)$$

La schematizzazione ad elementi finiti è operata con riferimento alla lastra inflessa, senza contributi alla deformazione del taglio. L'elemento quadrilatero adottato (Fig.2) è largamente documentato in letteratura [1], [6].

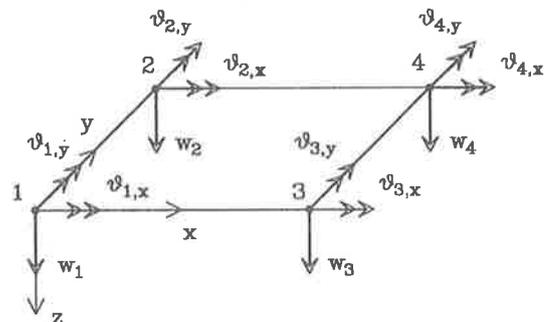


Fig. 2 - Spostamenti assunti nell'elemento finito adottato.

3. ANALISI NUMERICA

Anche in questo ambito il comportamento non lineare è espresso dai termini di correzione, definiti dal confronto, nel punto centrale dell'elemento, tra le sollecitazioni del modello elastico e la risposta ottenuta per la situazione deformata stimata.

Le leggi costitutive adottate per i materiali sono state assunte in accordo con [7].

La deformabilità flessionale, oltre la fessurazione, è assunta con valore medio, corrispondente alla distribuzione uniforme degli effetti delle singole lesioni sull'interasse tra le stesse ("smeared crack model" [8],[9],[10]); la direzione delle lesioni è memorizzata al momento della prima fessurazione e la risposta è ricercata con riferimento al quadro fessurativo raggiunto, secondo il modello denominato "fixed crack" [8],[11].

In particolare la risposta è determinata formulando l'ipotesi di deformazione piana e di sforzo normale nullo lungo lo spessore. Nel regime di sollecitazione oltre la fessurazione, sui lembi delle lesioni si assume che la trasmissione dei momenti torcenti sia garantita dalla componente trasversale alla fessura del tiro delle armature, con braccio di leva pari a quello riscontrato nella risposta flessionale [12], [13].

L'analisi condotta evidenzia la notevole importanza che riveste la scelta operata al momento della schematizzazione meccanica del continuo bidimensionale in c.a., costituito dalla platea di fondazione. Tenendo presente questo aspetto, allo scopo di ridurre le incertezze relative al modello adottato per interpretare il comportamento della piastra, la struttura indagata negli esempi proposti è definita attraverso una semplice proporzionalità dimensionale (sorta di necessaria "taratura generale") rispetto ad un campione già sperimentato [14]. Si tratta di una piastra con appoggio continuo sui bordi e con percentuale d'armatura vicina alla prassi progettuale (Fig.3).

Alcuni dei risultati più indicativi emersi dalla sperimentazione, sono confrontati con le risultanze numeriche; in particolare si ritiene interessante la Fig.3, ove sono poste a confronto le curve carico-freccia del punto centrale, mentre nella Fig. 4 sono riportati il quadro fessurativo osservato sperimentalmente e le direzioni delle possibili fessure stimate attraverso l'elaborazione numerica eseguita.

Dai confronti sembra emergere una buona concordanza tra i risultati della sperimentazione e quelli raggiunti attraverso l'elaborazione numerica effettuata.

La piastra considerata è stata poi studiata nel caso di appoggio sul terreno.

La schematizzazione del suolo è operata con il modello già descritto ed illustrato in Fig.1.

Per rendere più ampia l'indagine si è operata una duplice scelta dei parametri che caratterizzano il comportamento del terreno, come specificato nella Tab.1.

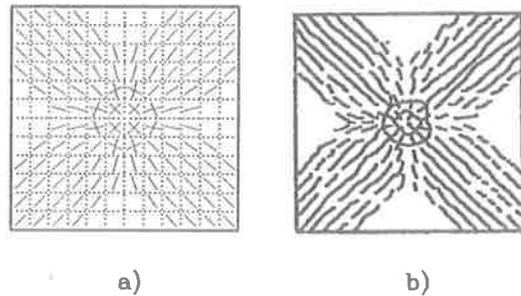


Fig. 4. - Quadro fessurativo: a) analisi numerica eseguita, b) osservazione sperimentale [14].

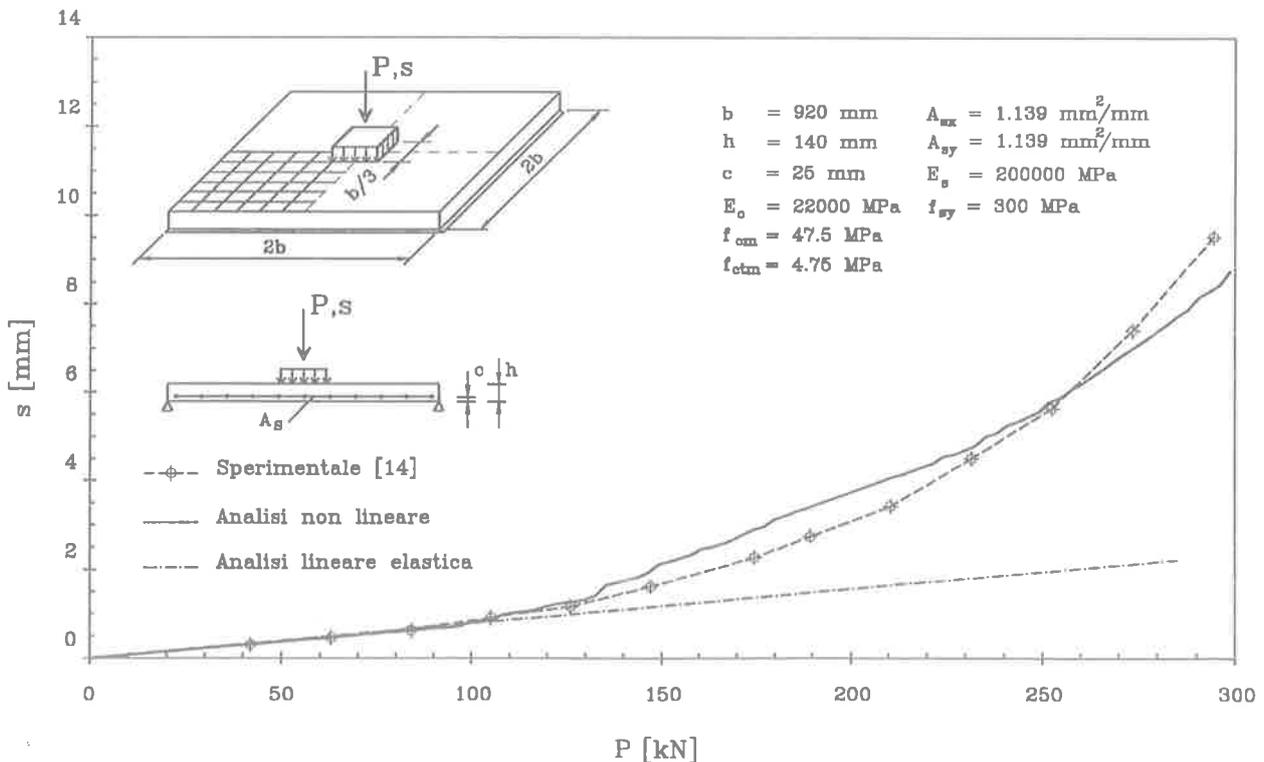
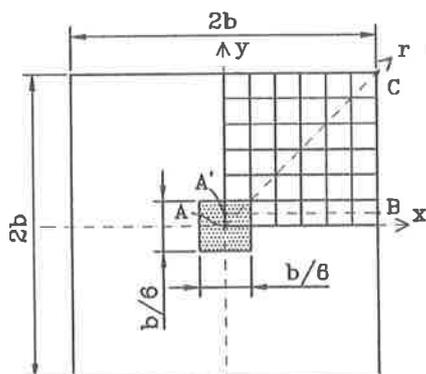
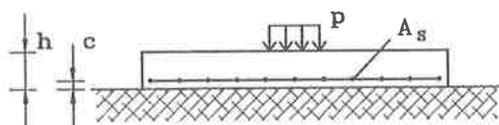


Fig. 3 - Diagramma carico-spostamento: confronto numerico-sperimentale [14].

Caratteristiche del terreno	Es. 1	Es. 2
Modulo di Young E_t [MPa]	60	60
Coefficiente di Poisson ν_t	0.15	0.15
Pressione ultima q_u [MPa]	4.00	0.36
Pressione al limite elastico q_e [MPa]	0.18	0.36

Tab. 1- Caratteristiche meccaniche assunte per il terreno.

In relazione alle scelte operate si noti che l'Esempio 2, può essere considerato un caso limite, proposto per esaltare gli effetti dell'adattamento plastico nel suolo.



b	$=$	5000 mm	A_{sx}	$=$	7.038 mm ² /mm
h	$=$	750 mm	A_{sy}	$=$	7.038 mm ² /mm
c	$=$	50 mm	E_s	$=$	200000 MPa
E_c	$=$	30000 MPa	f_{ym}	$=$	440 MPa
ν_c	$=$	0.2	f_{ctm}	$=$	4.75 MPa
f_{cm}	$=$	47.5 MPa			

Fig. 5 - Caratteristiche geometriche e meccaniche della piastra analizzata.

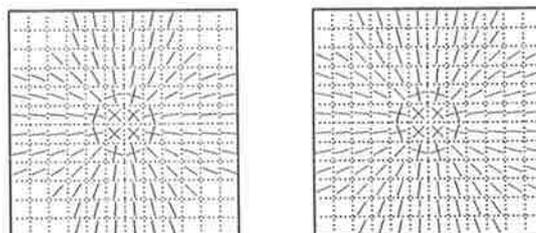
Nella struttura in esame, il livello delle azioni corrispondenti alla situazione di stato limite ultimo e di esercizio, è stimato con riferimento al modello elastico: lo stato limite ultimo è definito dal raggiungimento del momento ultimo nel punto più sollecitato, il livello delle azioni in esercizio è ricavato da quello precedente attraverso un fattore di riduzione pari a 1.3, valore non lontano da quello ricorrente nella pratica. Definendo q_s la pressione sul terreno in fase di esercizio, apprezzata

con il modello elastico al centro della piastra, il rapporto q_e / q_s che si riscontra nei due casi gradua la soglia di carico per cui si prevede la risposta non lineare del terreno; pertanto nei due esempi analizzati si attende un comportamento non lineare più o meno anticipato e per conseguenza una diversa importanza della redistribuzione dello stato di sollecitazione.

I risultati delle elaborazioni sono relativi al centro di ogni elemento di discretizzazione e riguardano gli spostamenti, le pressioni sul terreno, i momenti principali (espressi per unità di lunghezza) e le direzioni delle eventuali fessure.

Con riferimento all'Esempio 1, le figure 6a e 6b riportano le direzioni delle fessure, laddove ne sia possibile la formazione, rispettivamente in situazioni di esercizio (s.l.s.) ed a stato limite ultimo (u.l.s.), tenendo presente che l'effetto statico delle fessurazioni è riconducibile a quello prodotto da una distribuzione di curvature impresse che, essendo generalmente non compatibile, giustifica, almeno in parte, la dicotomia tra lo stato di sollecitazione, ricavato con modello lineare elastico di stadio I (L.E.) e quello ricavato con modello non lineare (N.L.).

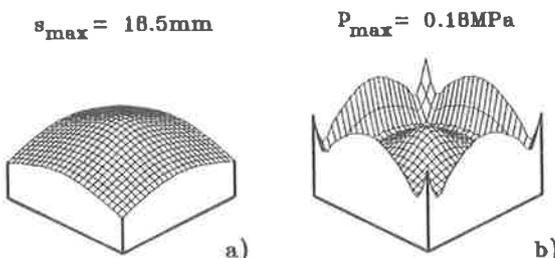
Per lo stesso esempio le Figg. 7 e 8 riguardano i valori di spostamento a) e pressione b), ricavati in stato di esercizio, rispettivamente con modello elastico e modello non lineare. Le figure 9 e 10 riportano i corrispondenti risultati a stato limite ultimo.



a)

b)

Fig. 6 - Quadro fessurativo stimato nell'Esempio 1: a) s.l.s., b) u.l.s.



a)

b)

Fig. 7 - Spostamenti a) e pressioni b) in esercizio nell'approccio lineare elastico (Es.1).

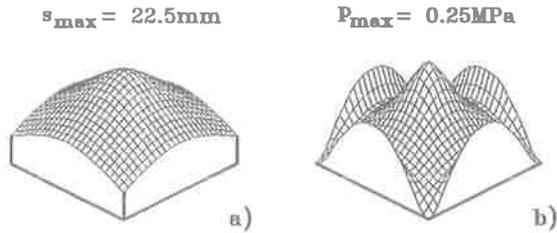


Fig. 8 - Spostamenti a) e pressioni b) in esercizio nell'approccio non lineare (Es.1).

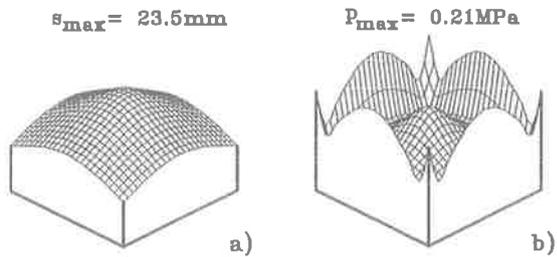


Fig. 9 - Spostamenti a) e pressioni b) in u.l.s. nell'approccio lineare elastico (Es.1).

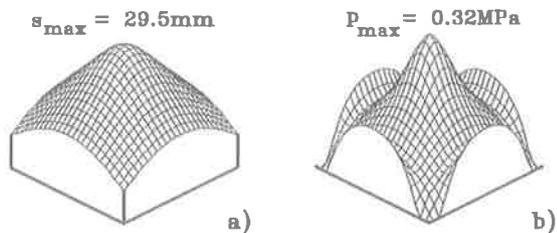


Fig. 10 - Spostamenti a) e pressioni b) a u.l.s. nell'approccio non lineare (Es.1).

Con riferimento alla situazione in esercizio la Fig. 11 illustra lo sviluppo di alcuni momenti principali ricavati negli elementi lungo la diagonale AC ed in quelli lungo A'B (Fig. 5), nel primo caso sono rappresentati i momenti m_d in direzione AC, nel secondo caso sono riportati i momenti m_1 .

Non essendo il tratto A'B sull'asse mediano, le direzioni dei momenti principali negli elementi interessati non sono coincidenti con gli assi x e y; sono invece molto prossime a quelle radiali e circonferenziali, individuate dalla congiungente il centro dell'elemento con il centro del riferimento generale. In particolare il momento m_2 è coincidente con m_d nell'elemento più vicino all'origine ove la sua direzione forma un angolo di $\pi/4$ sull'orizzontale; lo stesso angolo tende al valore nullo vicino al bordo esterno, ove è nullo anche lo stesso momento.

La caratteristica m_1 , riportata in grafico, è ortogonale a m_2 e nell'elemento più vicino all'origine presenta valore lievemente diverso da m_d , proprio perché il

punto considerato non è nell'origine degli assi, ove i momenti principali sono ovviamente uguali. È il caso di notare che m_1 , diversamente da m_2 tende ad un valore non nullo sul bordo esterno, lungo il quale la curvatura non è mai trascurabile.

Infine la Fig. 12 illustra gli analoghi risultati relativi allo stato limite ultimo.

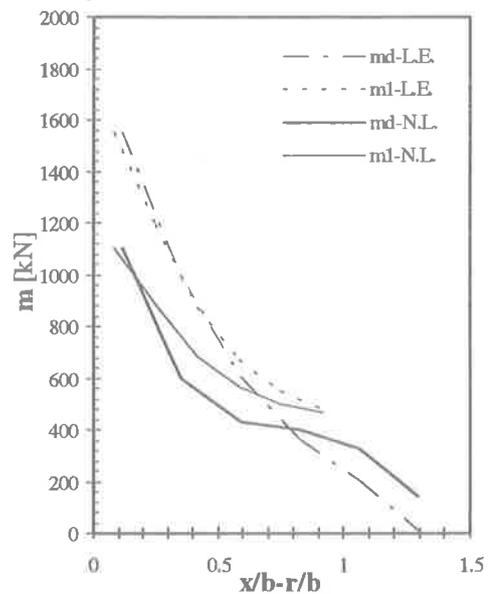


Fig. 11 - Esempio 1: momenti principali a stato limite di esercizio (s.l.s).

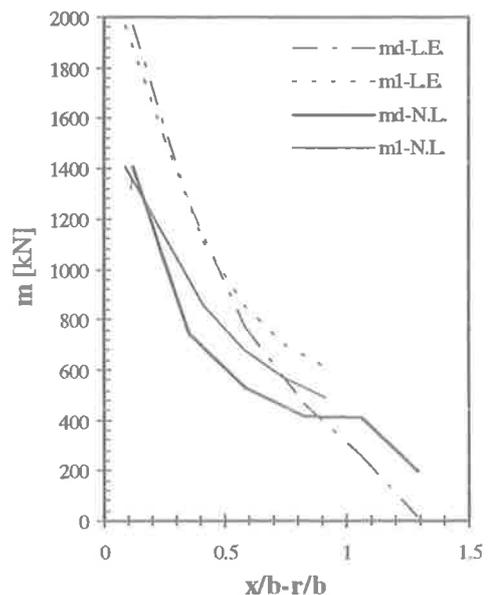


Fig. 12 - Esempio 1: momenti principali a stato limite ultimo (u.l.s.).

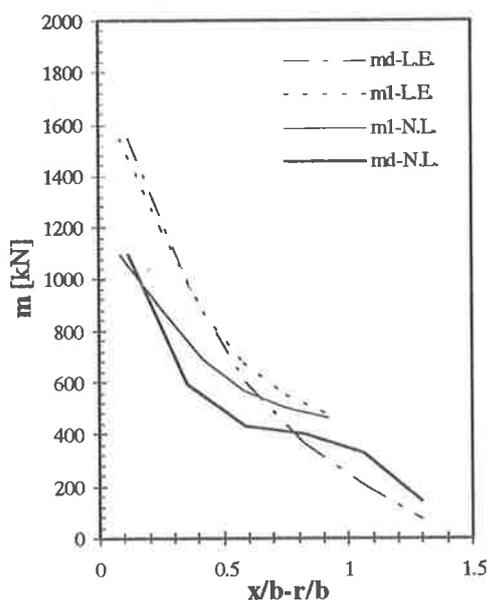


Fig. 13 - Esempio 2: momenti principali a stato limite di esercizio (s.l.s.).

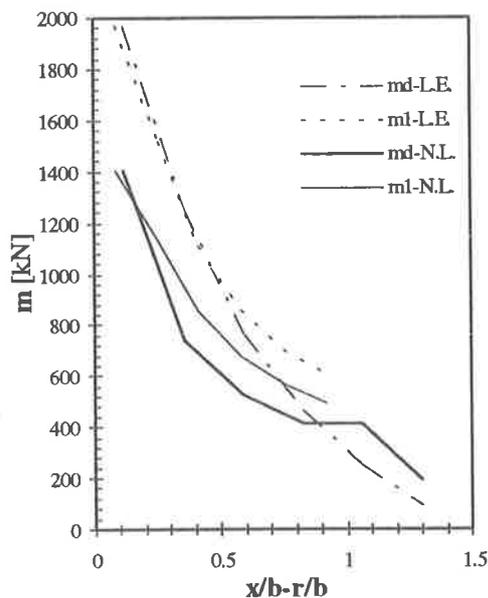


Fig. 14 - Esempio 2: momenti principali a stato limite ultimo (u.l.s.).

In relazione all'Esempio 2 i risultati ottenuti, in esercizio ed a stato limite ultimo sono identici a quelli dell'esempio precedente, poichè la soglia del comportamento non lineare del terreno è raggiunta ad un livello di azioni lievemente superiore a quello di stato limite ultimo.

Pertanto i diagrammi precedentemente riportati nelle Figg. 7-10 sono ancora pienamente indicativi per l'esempio in questione, mentre i momenti principali m_1

ed m_d sono riportati nelle Figg. 13 e 14, rispettivamente riferite agli stati di esercizio ed ultimo.

Per rendere evidente il differente comportamento strutturale nei due esempi, i parametri più importanti delle due elaborazioni sono riassunti nei grafici delle Figg. 15,16,17,18, che, in funzione della risultante di carico P , rappresentano rispettivamente lo sviluppo del momento principale m_{max} , del cedimento s_{max} , della pressione q_{max} , valori riferiti al punto centrale; ed infine il rapporto tra il cedimento differenziale $\Delta s_{max} = s_A - s_B$ e la dimensione b .

Le elaborazioni numeriche condotte nei due esempi mostrano che la pressione di contatto sul suolo può presentare una distribuzione molto diversa da quella attesa secondo il modello elastico lineare, in accordo al raggiungimento della soglia di risposta plastica del terreno. Tale situazione viene notevolmente anticipata dalla fessurazione in misura crescente con la riduzione di rigidezza che si accompagna all'avanzamento del quadro fessurativo; si devono quindi ritenere più sensibili a tale riduzione le strutture con debole percentuale di armatura, anche se qui non considerate. Nel primo esempio studiato, la redistribuzione delle tensioni non è particolarmente importante, neppure per carichi ben superiori a quelli di stato limite ultimo, a causa della debole deviazione dal comportamento elastico del modello meccanico del suolo.

Diversa situazione si viene a creare nel secondo esempio ove la redistribuzione si sviluppa poco oltre la situazione di stato limite ultimo, cioè per valori di carico superiori del 30% a quelli di esercizio, mentre l'asintoto delle risposte è pari al doppio della pressione massima stimata in esercizio con il modello elastico. Questo anticipo dei fenomeni di adattamento plastico, come si è detto, è di fatto prodotto dalla fessurazione.

Questa situazione è da considerare come un caso limite perchè, di norma, la progettazione è condotta in modo da assicurare, in esercizio, sollecitazioni nel terreno notevolmente inferiori a quelle corrispondenti all'asintoto di risposta. Pertanto il secondo esempio è caratterizzato da un comportamento in realtà poco probabile per quanto attiene la non linearità del terreno ma indicativo per cogliere gli effetti statici prodotti dall'adattamento plastico del suolo. In particolare si mostra che per carichi poco superiori a quello di stato limite ultimo, si sviluppano notevoli deviazioni dal comportamento elastico del terreno e nonostante ciò, lo sviluppo del momento principale massimo (Fig. 15), non presenta anomalie che denunciano il grande adattamento plastico in atto. Anche il grafico del massimo spostamento al centro della platea (Fig. 16) si presenta regolare a testimonianza della gradualità delle deformazioni plastiche.

In generale sembra che i grafici che evidenziano lo sviluppo delle massime sollecitazioni (Figg. 15 e 17) possano essere ricondotti a diagrammi trilateri,

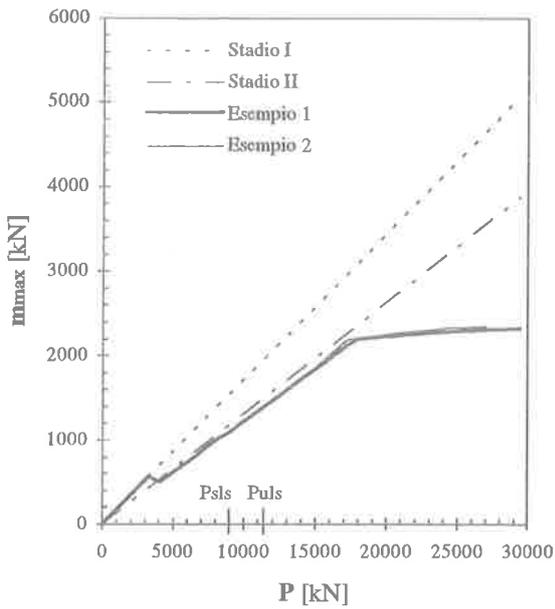


Fig. 15 - Momento massimo (m_{max})-carico P.

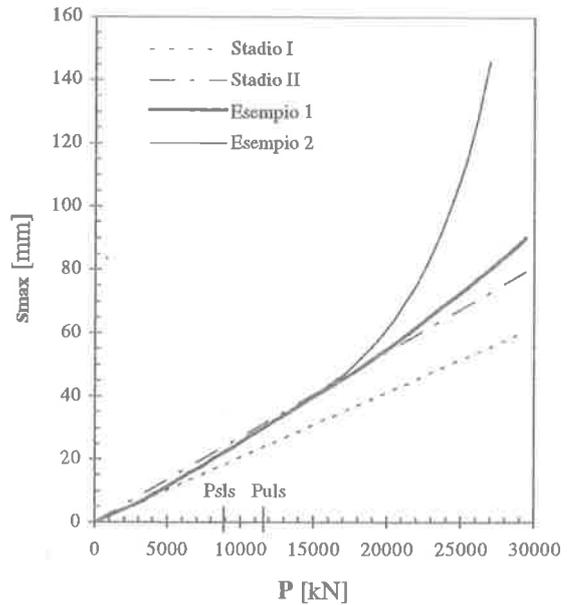


Fig. 16 - Cedimento massimo (s_{max})-carico P.

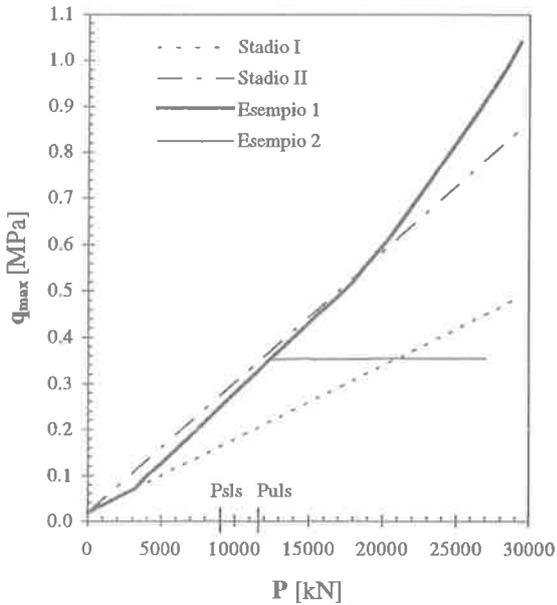


Fig. 17 - Pressione massima (q_{max})-carico P.

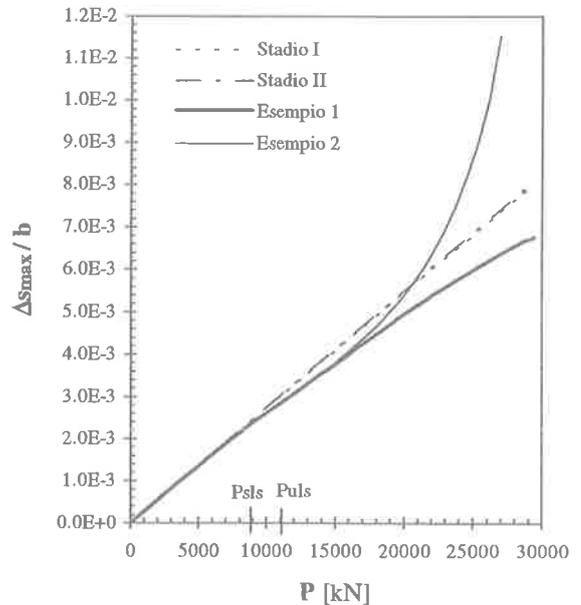


Fig. 18 - Cedimento relativo adimensionale-carico P.

ove il primo dei due tratti è caratterizzato dal funzionamento strutturale nel dominio dello stadio I, con rigidità flessionale del continuo integro; il secondo tratto è invece corrispondente alla rigidità del continuo fessurato, con i contributi di tension stiffening.

Il tratto orizzontale nei diagrammi del momento è individuato dallo snervamento dell'acciaio, mentre

in quello delle segue da vicino la soglia di non linearità del terreno.

4. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Nelle analisi di interazione terreno-struttura gli aspetti di maggiore interesse applicativo riguardano la

definizione dello stato di sollecitazione nella struttura e la previsione dei cedimenti differenziali.

Le due ipotesi estreme, rispettivamente di fondazione rigida ai fini del calcolo di sollecitazioni e di fondazione flessibile ai fini del calcolo dei cedimenti differenziali, possono risultare talora ingiustificatamente conservativi, ed è pertanto rilevante perseguire un'analisi che tenga conto dell'effettiva rigidità relativa fondazione-terreno k_r , definita nel caso in esame dal parametro:

$$k_r = \frac{4 E_f (1 - \nu_f^2)}{3 E_t (1 - \nu_t^2)} \left(\frac{h}{2b} \right) \quad (14)$$

In tale relazione i parametri di deformabilità con il pedice f si riferiscono alla fondazione, gli altri al terreno, e i termini geometrici sono definiti con riferimento alla Fig. 5.

È ben noto in letteratura [15],[16] come la rigidità relativa sia il parametro singolarmente più importante, ma sicuramente non è l'unico ad avere un peso significativo sui risultati.

Nel caso in esame, ad esempio, il momento flettente (Fig.15) ed il cedimento al centro della piastra (Fig.16) risultano essere sensibilmente influenzati dalla fessurazione; anche il cedimento differenziale (Fig.18) è condizionato, seppure in minima misura, dal cambiamento di rigidità della piastra. Invece sembra avere poca importanza l'adattamento plastico del terreno (Fig.17) non testimoniato in modo evidente nello sviluppo delle grandezze riportate nelle Figg. 15,16,18. Tale aspetto, che per alcuni versi può sembrare inatteso, trova, come già osservato, una sua giustificazione nel fatto che la fessurazione modifica la rigidità della piastra, rendendola flessibile, e richiama pertanto le pressioni di contatto al di sotto dell'area di carico, anticipando così gli stessi effetti di redistribuzione imputabili al terreno una volta superata la soglia di non linearità.

Senza rinunciare alla semplicità operativa di un'analisi lineare, si possono così ugualmente cogliere gli aspetti più significativi, messi in luce dall'analisi non lineare, mettendo in conto la rigidità della sezione fessurata per la valutazione dei cedimenti differenziali.

Va comunque notato che le conclusioni riguardanti il modello di terreno vanno viste alla luce della configurazione di carico qui esaminata, volutamente scelta per mettere in luce alcune peculiarità della struttura in sé, e ben diversi possono essere i risultati di un'analisi in presenza ad esempio di un carico uniformemente distribuito.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] COOK R.D., MALKUS D., PLESHA M.E. - 1989, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, pp. 630.
- [2] CRISFIELD M.A. - 1991, "Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures", vol. 1, John Wiley & Sons, pp. 345.
- [3] VALLINI P. - 1989, "Analisi a stato limite ultimo delle strutture in C.A. -C.A.P.: algoritmi per il calcolo automatico e problemi di convergenza", Atti della Accademia delle Scienze di Torino, vol. 123, Fasc. 5-6, Classe di Scienza Fisiche, Matematiche, Naturali, pp.172-186.
- [4] ZIENKIEWICZ O.C., VALLIAPPAN S., KING I.P. - 1969, "Elasto-plastic solutions of engineering problems 'initial stress', finite element approach", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 1, pp. 75-100.
- [5] CHEUNG Y.K., ZIENKIEWICZ O.C. - 1965, "Plates and Tanks on Elastic Foundations - an Application of Finite Element Method", Int. J. Solids Structures, vol. 1, pp. 451-461.
- [6] ZIENKIEWICZ O.C. - 1977, "The Finite Element Method", Mc Graw- Hill, pp. 787.
- [7] C.E.B-F.I.P - 1991, "Model Code 1990", Bulletin d'Information N. 203, July 1991.
- [8] ROTS J.G. - 1989, "Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared ? Fixed, Multi-directional or Rotating ?", Heron, vol. 34, n.1, pp. 1-59.
- [9] DE BORST R., NAUTA P. - 1985, "Non orthogonal cracks in a smeared finite element model", Eng. Comput., vol. 2, pp. 35-46.
- [10] RASHID Y.R. - 1968, "Analysis of prestressed concrete pressure vessels", Nucl. Eng. Design, vol. 7, pp. 334-344.
- [11] CRISFIELD M.A., WILLS J. - 1989, "Analysis of R/C Panels Using Different Concrete Models", Journal of Engineering Mechanics, vol. 115, n. 3, pp. 578-597.
- [12] FLORIS C., GAMBAROVA P.G. - 1990, "In tema di duttilità dell'armatura nel calcolo delle piastre in calcestruzzo armato", Studi e Ricerche, Politecnico di Milano, vol. 12, pp.211-243.

- [13] VEBO A., GHALI A. - 1977, "Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs", *Journal of Structural Division*, vol. 103, n. ST3, pp. 515-531.
- [14] DOTREPPE J.C., SCHNOBRICH W.C., PECKNOLD D.A. - 1974, "Layered Finite Element Procedure for Inelastic Analysis of R.C. Slabs", I.V.B.H., Zurich.
- [15] BROWN P.T. - 1969, "Numerical analysis of uniformly loaded circular rafts on elastic layers of finite depth", *Geotechnique*, 2, 301.
- [16] FRASER R.A., WARDLE L.J. - 1976, "Numerical Analysis of Rectangular Rafts on Layered Foundations", *Geotechnique*, vol. 26, n. 4, pp. 613-630.

**SULLA FORMA OTTIMALE DEI SERBATOI SOPRAELEVATI
IN CEMENTO ARMATO**

Agostino GORETTI
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica - Università degli Studi
di Roma "La Sapienza"

SULLA FORMA OTTIMALE DEI SERBATOI SOPRAELEVATI IN CEMENTO ARMATO

Agostino GORETTI

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica
 Università degli Studi di Roma, "La Sapienza"

SOMMARIO

Nei serbatoi idrici l'assialsimmetria di carico e' il motivo che conduce ad assegnare alla vasca una geometria di rivoluzione, lasciando alla creativita' progettuale la scelta della curva direttrice. La memoria vuole analizzare, al variare della direttrice adottata, gli aspetti salienti statici e costruttivi delle vasche di serbatoi sopraelevati in cemento armato e propone alcuni indicatori atti a valutare l'efficienza statica dell'opera.

SUMMARY

In the design of water tanks the load axialsymmetry leads to adopt a revolution surface as shape of the vessel. Depending on the shape assumed, the paper analyses in detail the static behaviour and the feasibility aspects of reinforced concrete tanks. Finally some numerical index able to evaluate the static effectiveness of the structure are proposed.

1. INTRODUZIONE

Nei serbatoi idrici sopraelevati la vasca, a cui e' deputata la funzione di contenere l'acqua, e' l'elemento strutturale che caratterizza maggiormente l'opera nel suo insieme. Nella scelta della geometria da assegnare alla vasca, il progettista puo' essere guidato da considerazioni statiche, idrauliche, costruttive ed estetiche.

Le esigenze statiche sono connesse con la sicurezza e la durabilita' dell'opera. La prima si intende soddisfatta se l'opera non supera una prefissata probabilita' di collasso, la seconda se l'opera mantiene

intatta nel tempo la sua funzionalita', cioe' in ultima analisi se la vasca non si fessura. Nei serbatoi in cemento armato quest'ultimo aspetto deve necessariamente tener conto della modesta resistenza a trazione del conglomerato in regime tensionale biassiale e porta generalmente a precomprimere la vasca nel senso dei paralleli al fine di eliminare le elevate trazioni circonferenziali, spesso presenti.

Le esigenze idrauliche devono prevedere una corretta alimentazione della rete idrica e sono legate alla capienza della vasca ed alla massima variazione di livello di acqua nel

corso dell'erogazione. Nel seguito il volume di acqua contenuto nella vasca sarà considerato un dato di progetto, mentre non si farà alcun riferimento alla caduta di pressione durante l'erogazione, strettamente connessa con l'altezza della vasca.

Le esigenze costruttive spingono a definire la geometria della vasca con una superficie a semplice curvatura oppure rigata se a doppia curvatura, al fine di diminuire l'onere di realizzazione. E' evidente inoltre il vantaggio economico proprio delle vasche non precomprese ed a spessore costante.

Infine le esigenze estetiche sono generalmente soddisfatte nei serbatoi ben progettati da un punto di vista statico, per la naturale armonia delle forme strutturali in presenza di un regolare flusso tensionale nella materia.

Nel seguito quindi l'accento sarà posto esclusivamente sugli aspetti statici e costruttivi connessi con la forma della direttrice adottata per definire la geometria della vasca di serbatoi sopraelevati in cemento armato. In particolare si cercherà di determinare quella direttrice che, rendendo minimi gli sforzi di trazione nei paralleli, riduca o non renda necessaria la precompressione anulare della vasca.

2. IL REGIME STATICO DEI SERBATOI SOPRAELEVATI DI RIVOLUZIONE

Il regime statico della vasca dei serbatoi è fortemente influenzato dalla superficie che ne definisce la geometria. In condizioni statiche

l'assial simmetria dei carichi, pressione idrostatica e peso proprio, spinge il progettista a definire la geometria della vasca mediante una superficie di rivoluzione.

Una qualsiasi superficie di rivoluzione può essere ottenuta dalla rotazione di una curva direttrice intorno ad un asse di simmetria, verticale nel caso dei serbatoi ed indicato nel seguito con z . Se la direttrice è determinata analiticamente dalla curva $r=g(z)$, la superficie di rivoluzione è individuata in un sistema di riferimento cartesiano dalla equazione $x^2+y^2=[g(z)]^2$ (Fig.1a).

È inoltre immediato verificare che i piani principali, caratterizzati da curvatura massima e minima, sono i piani meridiani e paralleli, tra loro ad angolo retto sulla superficie.

In una superficie di rivoluzione, come in tutte le superfici con curvatura, il carico esterno può essere ricondotto ai vincoli attraverso una serie di sforzi contenuti nel piano tangente alla superficie media della struttura (Fig.2a). In un simile regime statico, definito come regime di membrana, il materiale è sfruttato al massimo essendo uniforme la distribuzione di tensione sulla sezione trasversale (Fig.2c).

Per l'assialsimmetria di geometria, di carico e di vincolo, nella vasca dei serbatoi non sono presenti sforzi tangenziali S_{12} (Fig.2b) e l'equilibrio alla traslazione verticale e lungo la normale esterna alla superficie [1], [2], fornisce un sistema di due equazioni nelle due incognite, S_1 , ed S_2 , rappresentanti

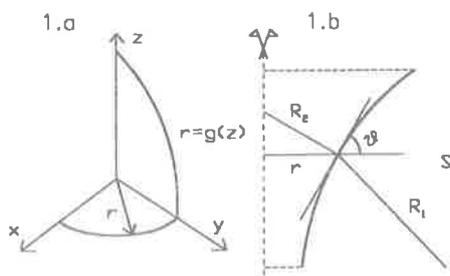


Fig.1 Geometria della vasca.

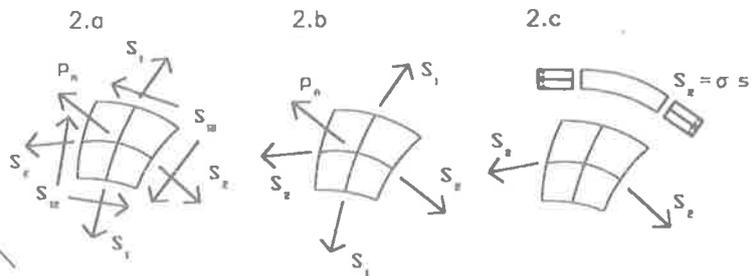


Fig.2 Regime di membrana.

gli sforzi normali diretti rispettivamente lungo i meridiani e lungo i paralleli nel generico punto della superficie:

$$\begin{aligned} S_1 2\pi r \text{sen}\vartheta &= Q \\ S_1 R_1^{-1} + S_2 R_2^{-1} &= p_n \end{aligned} \quad (1)$$

Nelle espressioni precedenti R_1 ed R_2 sono i raggi di curvatura del meridiano e del parallelo nel punto, r e' la distanza del punto dall'asse di simmetria della vasca, ϑ l'angolo fra la tangente alla direttrice nel punto e l'asse orizzontale, (Fig. 1b), Q la risultante verticale del carico agente al di sopra dell'orizzontale per il punto e p_n il carico normale alla superficie nel punto (Fig. 3).

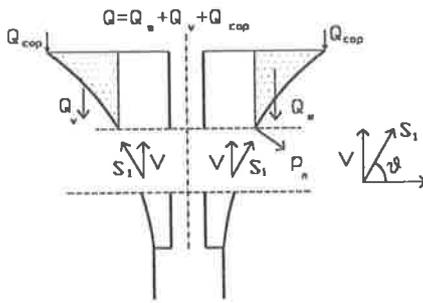


Fig. 3 Regime membranale nella vasca

Poiche' in una superficie di rivoluzione si ha sempre $R_2 = r / \text{sen}\vartheta$, il sistema (1) si puo' riscrivere come:

$$\begin{bmatrix} R_2 \text{sen}^2\vartheta & 0 \\ R_1^{-1} & R_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q / (2\pi) \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ed ammette sempre soluzione purché ϑ risulti diverso da zero, essendo il determinante della matrice dei coefficienti delle incognite pari a $\text{sen}^2\vartheta$. Poiche' l'esistenza o meno della soluzione dipende dalla geometria della superficie e non da p_n e da Q , il regime di membrana si puo' instaurare per qualsiasi distribuzione di carico, purché sufficientemente regolare. Inoltre e' ottenuto dalla (2) in termini finiti e quindi non dipende da alcuna condizione al contorno, ma solo dai valori di curvatura e di carico locale e dalla risultante del carico

agente Q .

Dalla seconda delle (1) si determina l'espressione di S_2 :

$$S_2 = R_2 (p_n - S_1 R_1^{-1}) \quad (3)$$

in cui, per le convenzioni adottate e per la usuale geometria delle vasche, R_2 e p_n sono quantita' sempre positive, S_1 e' sempre negativo poiche' di compressione, ed R_1 puo' assumere qualsiasi valore in funzione della direttrice adottata.

In particolare per R_1 nullo, ad esempio nelle vasche troncoconiche a semplice curvatura, si ottiene dalla (3) $S_2 = R_2 \cdot p_n$, mentre per una vasca a doppia curvatura concorde, $R_1 > 0$, si ottiene $S_2 > R_2 \cdot p_n$ e per una vasca a doppia curvatura discorde, essendo $R_1 < 0$, si ottiene $S_2 < R_2 \cdot p_n$. Poiche' $R_2 \cdot p_n$ e' una quantita' sempre positiva si deduce che in una vasca troncoconica gli sforzi nei paralleli sono sempre di trazione e ancora di trazione, ma di intensita' maggiore, in una vasca a doppia curvatura concorde (Fig. 4b e 4c).

Al contrario nelle vasche a doppia curvatura discorde lo stato tensionale nei paralleli e' ridotto rispetto a quello presente nella vasca troncoconica e, per una curvatura del meridiano abbastanza elevata, puo' diventare di compressione, $S_2 < 0$, se $|S_1| > R_1 \cdot p_n$. Infatti, affinche' lo sforzo nei meridiani possa cambiare di direzione e rimanere comunque tangente alla superficie media della vasca, e' necessario che dai paralleli venga trasmessa ai meridiani un'azione, la cui reazione sul parallelo stesso e' discorde con la pressione idraulica (Fig. 4a). Da questo punto di vista e' conveniente distribuire la curvatura della direttrice lungo tutta l'altezza della vasca.

Se quanto sopra descrive il comportamento della vasca a livello locale, e' anche interessante valutare una grandezza di natura globale, quale la risultante degli sforzi nei paralleli. Per l'equilibrio alla traslazione orizzontale di una meta' vasca

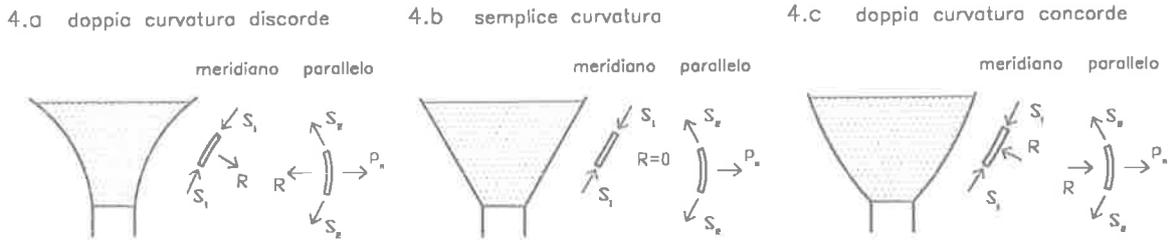


Fig. 4 Regime di membrana al variare della curvatura della direttrice.

si evince (Fig.5) che la risultante orizzontale della pressione idrica:

$$F = 2 \int_0^H p r dz = 2 \int_0^H (H-z) r dz$$

deve essere equilibrata dalla risultante degli sforzi nei paralleli sull'altezza della vasca e dalla risultante della componente orizzontale degli sforzi di membrana nei meridiani al bordo inferiore e superiore della vasca:

$$F = 2 \int S_2 ds - 2\pi r_H S_{1H} \cos \vartheta_H + 2\pi r_f S_{1f} \cos \vartheta_f$$

con r_H , S_{1H} , ϑ_H e r_f , S_{1f} , ϑ_f raggio della direttrice, sforzo di membrana nei meridiani e angolo formato dalla direttrice con l'orizzontale rispettivamente al bordo superiore ed inferiore della vasca. Si ottiene così:

$$\int S_2 ds = \int_0^H (H-z) r dz + \pi r_H S_{1H} \cos \vartheta_H - \pi r_f S_{1f} \cos \vartheta_f \quad (4)$$

dove S_{1H} ed S_{1f} sono entrambi negativi in quanto di compressione. Trascurando inizialmente il termine S_{1H} , che deriva dal peso della copertura, ed escludendo angoli di imposta negativi, la minima risultante degli sforzi nei paralleli si ha per $\vartheta_f = 0$, cioè per una vasca con imposta verticale e risulta evidentemente di trazione. Poiché la spinta minima:

$$\min \left(\int S_2 ds \right) = \int_0^H (H-z) r dz$$

rappresenta il momento statico rispetto alla sommità della vasca

dell'area delimitata dalla direttrice e dall'asse di simmetria del serbatoio, e' conveniente prevedere una direttrice con il baricentro più elevato possibile, a parità di tutti gli altri fattori.

Nel caso invece di angolo di imposta positivo, ad esempio in una vasca troncoconica, per la (4) la risultante degli sforzi di trazione nei paralleli della vasca e' più elevata di quella minima e l'equilibrio e' ristabilito con la compressione di un anello da porsi alla base della vasca.

Considerando ora il solo peso della copertura, agente sulla sommità della vasca, dalla (4) si deduce una riduzione della risultante degli sforzi di trazione nei paralleli. L'effetto benefico del peso della copertura sul regime statico della vasca si risente anche a livello locale, come può derivarsi facilmente dalla (3) a seguito di un incremento del valore assoluto di S_1 . Tuttavia, poiché il peso della copertura e' verticale, mentre il

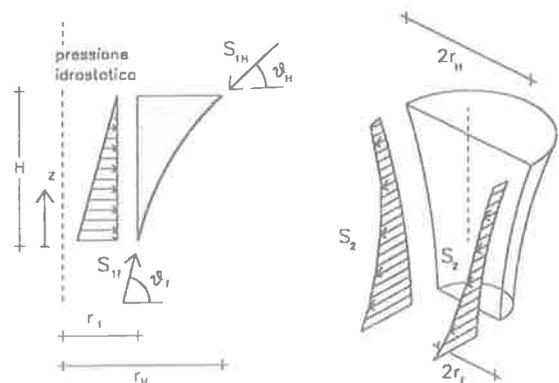


Fig. 5 Equilibrio di una meta' vasca

regime di membrana nella vasca richiede uno sforzo S_{1H} inclinato di $\varnothing H$ sull'orizzontale, e' necessario disporre sulla sommita' della vasca un anello che risultera' teso. La riduzione della risultante degli sforzi di membrana nei paralleli della vasca viene equilibrata dalle trazioni insorte nell'anello superiore.

Peraltro, non essendo l'anello a diretto contatto con l'acqua, si realizza una maggior durabilita' dell'opera. Inoltre l'eventuale precompressione dell'anello superiore risulta spazialmente piu' concentrata della precompressione necessaria ad eliminare le trazioni distribuite nei paralleli della vasca, con evidente vantaggio nel numero di ancoraggi e negli oneri di posa in opera.

Ai bordi della vasca, al regime descritto si sovrappone uno stato di sollecitazione tagliante e flessionale, qualora il vincolo della vasca non sia in grado di fornire le condizioni al contorno richieste dal regime di membrana. Il regime flessionale non si propaga in tutta la vasca, ma si smorza tanto piu' rapidamente quanto piu' elevata e' la curvatura del parallelo all'attacco della vasca con il fusto e quanto piu' e' modesto lo spessore della vasca. Tuttavia puo' comportare tensioni aggiuntive talmente elevate da richiedere ispessimenti locali.

Se il fusto del serbatoio e' sicuramente in grado di fornire una reazione verticale, in generale non e' sufficientemente rigido per fornire elevate reazioni orizzontali con spostamenti paragonabili a quelli propri del regime di membrana della vasca. Per minimizzare quindi gli effetti di bordo e' conveniente innestare la vasca sul fusto del serbatoio con tangente verticale.

Tuttavia fornire al bordo della vasca una modesta inclinazione positiva rispetto alla verticale, se conduce per la (4) ad un incremento della risultante delle trazioni nei paralleli, puo' ridurre ancor piu' gli effetti flessionali di bordo, nel

caso il parallelo inferiore della vasca risulti compresso. Nel determinare il regime flessionale si puo' far uso della teoria di Gekeler [1], [2], ed esprimere la congruenza alla traslazione del bordo della vasca e del fusto tramite i coefficienti elastici dei due elementi strutturali. Imponendo un momento nullo di continuita' tra vasca e fusto, si ottiene (Fig.6):

$$\xi_{hm} + \xi_{hv} (H' - H_c) = -\xi_{hf} H'$$

essendo ξ_{hv} e ξ_{hf} il coefficiente elastico alla traslazione orizzontale rispettivamente della vasca e del fusto, H_c la componente orizzontale del regime di membrana all'imposta della vasca, H' l'incognita iperstatica orizzontale che si scambiano vasca e fusto e ξ_{hm} lo spostamento orizzontale del bordo della vasca in regime di membrana che vale $\xi_{hm} = S_{2f} \cdot r_f / (Et)$ con E modulo di Young del materiale, S_{2f} sforzo di membrana nel parallelo, t spessore della vasca e r_f raggio del fusto, al bordo inferiore della vasca.

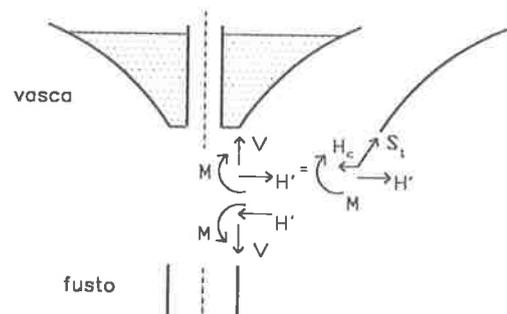


Fig.6 Regime flessionale di bordo

Per una vasca con tangente verticale H_c e' nulla e quindi H' vale $H' = -\xi_{hm} / (\xi_{hv} + \xi_{hf})$. Sulla vasca sara' inevitabilmente presente una sollecitazione tagliante e flessionale la cui entita' dipende dallo spostamento orizzontale della vasca in regime di membrana, ξ_{hm} . In particolare se la curvatura al bordo inferiore e' molto elevata, risultera' elevato per la (1) lo sforzo S_{2f} e quindi lo spostamento ξ_{hm} e la forza H' . E' questo un

ulteriore motivo per non forzare tutta la curvatura della direttrice al bordo inferiore della vasca.

Per eliminare completamente la componente orizzontale agente al bordo della vasca e' invece necessario annullare il termine $H' - H_c$, da cui $H' = H_c$ ed in definitiva:

$$\xi_{hm} = -\xi_{hf} \frac{H_c}{c}$$

Poiche' infine H_c vale $Q_f / (2\pi \cdot r_f \cdot \tan \vartheta_f)$, con Q_f risultante verticale dei carichi all'imposta della vasca, la relazione precedente si riscrive come:

$$2\pi S_{2f} r_f^2 \tan \vartheta_f = -Q_f E t \xi_{hf}$$

che puo' essere soddisfatta per $\vartheta_f > 0$ solo se $S_{2f} < 0$, cioe' solo se il parallelo al bordo inferiore della vasca risulta compresso in regime di membrana.

Un'analisi parametrica del rendimento di una vasca al variare anche dell'angolo di imposta della vasca sarebbe notevolmente complicata dal fatto che il termine ξ_{hf} dovrebbe contenere non solo la flessibilita' del fusto, ma anche quella di eventuali lastre anulari o di altre superfici bidimensionali di raccordo tra camino e vasca (Fig. 7).

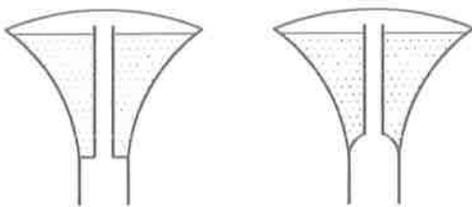


Fig. 7 Raccordi tra vasca e fusto

In questa sede ci si limitera' quindi a considerare esclusivamente vasche con tangente verticale al bordo, le quali gia' riducono notevolmente le sollecitazioni proprie del regime flessionale.

3. VALUTAZIONE DEL REGIME DI MEMBRANA

Il sistema 2, che definisce il regime di membrana nella vasca, puo' essere ridotto per sostituzione ad

una sola equazione, ottenendo:

$$Q + 2\pi S_{21} R_1 \sin^2 \vartheta = 2\pi p_n R_1 R_2 \sin^2 \vartheta \quad (5)$$

Nota la forma della direttrice $r=g(z)$ per derivazione si ottengono i valori di ϑ , R_1 , R_2 , mentre fissata l'altezza della vasca, H , dalla condizione di capienza idrica, si determina sia il valore di p_n che per integrazione quello di Q . L'unica incognita nella (5) rimane lo sforzo di membrana nei paralleli, S_2 , che puo' essere agevolmente risolto per qualsiasi valore di z .

Assumendo invece come nota una desiderata distribuzione di sforzi nei paralleli, $S_2 = S_2(z)$, si perviene ad una equazione integro differenziale in $g(z)$ in cui compare come ulteriore incognita l'altezza della vasca, H , che deve essere fissata dalla condizione di capienza idrica, a sua volta dipendente da $g(z)$. Le condizioni al contorno sono determinate dal passaggio della direttrice per il fusto del serbatoio con tangente verticale, al fine di minimizzare gli effetti di bordo:

$$g(0) = r_f, \quad g'(0) = dr/dz = 0$$

La soluzione dell'equazione integro differenziale non e' immediata ed esula dalla presente trattazione. Puo' infatti accadere che per una particolare distribuzione di S_2 si ottenga una direttrice irrealizzabile dal punto di vista costruttivo, ma anche nel caso contrario una variazione nella distribuzione di S_2 puo' condurre ad una vasca dal rendimento statico migliore. In questa sede si e' dunque preferito prendere in considerazione alcune direttrici (retta inclinata, iperbole, parabola, ellissi e circonferenza) ed esaminare il relativo comportamento statico della vasca.

3.1 Direttrice a forma di retta inclinata

L'espressione analitica della direttrice e' data da:

$$r = a + bz$$

dove il passaggio della vasca per il fusto del serbatoio fornisce $a=r_f$ e l'inclinazione della vasca ϑ e' data da $\text{tg}\vartheta=b^{-1}$. La superficie che ne deriva e' un tronco di cono con curvatura del meridiano costantemente nulla. Gli sforzi nei paralleli, sempre di trazione, hanno andamento quadratico lungo l'altezza della vasca ed un massimo circa a meta' altezza. Tra le direttrici analizzate la retta inclinata presenta il piu' scarso rendimento statico; rendimenti peggiori sono forniti dalle direttrici a curvatura positiva, poco usate, e dalla retta verticale tipica invece dei serbatoi interrati.

3.2 Direttrice a forma di iperbole

L'espressione analitica della direttrice e' data da:

$$r^2 = z^2 + k^2$$

in cui la tangenza verticale per $z=0$ e' implicitamente soddisfatta, mentre il passaggio della vasca per il fusto del serbatoio fornisce $k=r_f$. La curvatura del meridiano e' data da $R_1^{-1} = -k^2(2z^2 + k^2)^{-3/2}$ e dal valore di $-k^{-1} = -r_f^{-1}$ al bordo della vasca tende asintoticamente al valore nullo col crescere di z . Contemporaneamente la direttrice tende alla retta $r=z$. Nei serbatoi di grande capienza, dove H e quindi z sono sufficientemente elevati, il comportamento statico si avvicinerà a quello dei serbatoi troncoconici con inclinazione di $\vartheta=45$ gradi. La superficie generata e' un iperboloide iperbolico e risulta di tipo rigato.

3.3 Direttrice a forma di parabola

L'espressione analitica della direttrice e' data da:

$$r = a + bz + cz^2$$

in cui la tangenza verticale per $z=0$ e' soddisfatta per $b=0$, mentre il passaggio della vasca per il fusto del serbatoio fornisce $a=r_f$. Risulta quindi individuata una famiglia di curve ad un parametro, c , che' legato

alla curvatura della direttrice al bordo della vasca.

La curvatura del meridiano e' infatti data da $R_1^{-1} = -2c(1+4c^2z^2)^{-3/2}$ e dal valore di $-2c$ al bordo della vasca tende asintoticamente al valore nullo al crescere di z . Contemporaneamente la direttrice non presenta asintoto.

3.4 Direttrice a forma di ellisse o circonferenza

L'espressione analitica della direttrice e' data da:

$$r = c - a[1 - (z/b)^2]^{0.5}$$

in cui la tangenza verticale per $z=0$ e' implicitamente soddisfatta, mentre il passaggio della vasca per il fusto del serbatoio fornisce $c-a=r_f$. Risulta quindi individuata una famiglia di curve a due parametri, a e b , semiassi dell'ellisse. Nel caso della circonferenza si ha $a=b=R$ raggio della circonferenza e la famiglia di curve diventa ad un parametro.

La curvatura della direttrice varia tra $-a/b^2$ al bordo della vasca fino $-b/a^2$ al colmo dell'ellisse, mentre rimane costante e pari ad R^{-1} nel caso della circonferenza. Tuttavia, affinché esista una soluzione, e' necessario assumere $b>H$ nel caso dell'ellisse o $R>H$ nel caso della circonferenza, dove H e' l'altezza della vasca dipendente dalla direttrice stessa e dalla capienza del serbatoio.

4. CONFRONTI

Per confrontare il rendimento statico di vasche dalla forma differente, vengono introdotti i seguenti indicatori:

1) La massima tensione di trazione nei paralleli:

$$I_1 = \max(\langle \sigma_p \rangle)$$

con σ_p tensione nei paralleli e $\langle \sigma_p \rangle = 0$ se $\sigma_p \leq 0$ e $\langle \sigma_p \rangle = \sigma_p$ se $\sigma_p > 0$.

2) La risultante degli sforzi di

trazione nei paralleli della vasca:

$$I_2 = N_{tp} = \int_0^H \langle \sigma_p \rangle t ds = \\ = t \int_0^H \langle \sigma_p \rangle [1+g'(z)^2]^{0.5} dz$$

con t =spessore della vasca, H altezza della vasca ed s ascissa curvilinea della direttrice.

3) L'energia di deformazione nei paralleli tesi, trascurando l'effetto Poisson:

$$I_3 = L_{tp} = \frac{1}{2} \int_0^H \frac{1}{E} \langle \sigma_p \rangle^2 2\pi r t ds = \\ = \frac{\pi t}{E} \int_0^H \langle \sigma_p \rangle^2 g(z) [1+g'(z)^2]^{0.5} dz$$

con E rigidezza del calcestruzzo.

4) Il volume dei cavi di precompressione da inserire nella vasca per annullare ovunque le tensioni di trazione nei paralleli:

$$I_4 = V_{pr} = \frac{2\pi t}{\sigma_{pi}} \int_0^H \langle \sigma_p \rangle g(z) [1+g'(z)^2]^{0.5} dz$$

con σ_{pi} =tensione in esercizio dei cavi di precompressione.

Nell'ambito di serbatoi in cemento armato, in cui sono fortemente penalizzate le tensioni di trazione, tutti i precedenti indicatori decrescono all'aumentare del rendimento statico della vasca.

Inoltre nella definizione degli stessi si è supposto che le tensioni di compressione nei paralleli, ma soprattutto nei meridiani, non fossero significative agli effetti della valutazione della sicurezza e della durabilità dell'opera. Elevate curvature della direttrice potrebbero tuttavia ingenerare elevate compressioni nei meridiani e rendere poco significativi gli indicatori adottati. Per questo motivo viene introdotto un quinto indicatore pari alla massima tensione di compressione nei meridiani.

Infine nel secondo e nel terzo indicatore si pone in evidenza come le tensioni di trazione sviluppino maggiore energia di deformazione e

Direttrice	Parametri	H(m)	r_H (m)
Retta inclinata	$\vartheta=25$ gradi	6.74	17.45
Iperbole	$k=3$	13.00	13.33
Parabola 1	$c=0.1$	11.62	16.50
Parabola 2	$c=0.05$	15.01	14.27
Circonferenza	$R=18.0$ m	17.07	15.29
Ellisse	$a=20$ m, $b=16$ m	15.09	16.35

Tabella 1. Geometria delle vasche per una capienza di 2500 mc.

Direttrice	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
Retta incl.	46.8	1.16	4.21	1.10	-212
Iperbole	30.8	0.61	1.20	0.49	-79
Parabola 1	25.5	0.44	1.01	0.49	-86
Parabola 2	22.9	0.48	0.76	0.41	-80
Circonferenza	14.2	0.47	0.37	0.31	-82
Ellisse	12.8	0.28	0.25	0.25	-85

Tabella 2. Rendimento statico delle vasche per una capienza di 2500 mc.

richiedano maggiore precompressione al crescere del raggio del parallelo su cui sono applicate.

Il confronto del rendimento statico della vasca attraverso gli indicatori proposti ed al variare della direttrice adottata e' realizzato per le due capienze idriche di progetto di 2500 e 5000 mc., per un prefissato raggio del camino e del fusto, pari rispettivamente a 2 e 3 m., e per uno spessore costante della vasca pari a 20 cm. Il peso della copertura e' stato calcolato a partire dall'ipotesi di calotta sferica con spessore 20 cm. I valori assunti dal secondo, terzo e dal quarto indicatore sono riportati nelle precedenti e successive tabelle a meno rispettivamente del fattore 10^3 , $\pi 10^6/E$ e $2\pi 10^4/\sigma_{pi}$.

anulare per le elevate trazioni circonferenziali indotte.

Le vasche a direttrice parabolica presentano una distribuzione tensionale ed una forma del serbatoio fortemente variabile con il parametro prescelto di curvatura all'imposta. Tuttavia il valore degli indicatori adottati si mantiene circa costante, indicando con cio' un simile rendimento statico.

I migliori rendimenti sono offerti dalla direttrice circolare e da quella ellittica che realizzano una diminuzione di oltre il 70% sia della massima tensione di trazione che della risultante di trazione nei paralleli. Per la capienza di 2500 mc non e' necessario precomprimere la vasca, mentre per quella di 5000 mc le tensioni massime sono nell'ordine

Direttrice	Parametri	H(m)	r_H (m)
Retta inclinata	$\phi=25$ gradi	8.81	21.89
Iperbole	$k=3$	16.54	16.81
Parabola 1	$c=0.05$	17.92	19.06
Parabola 2	$c=0.03$	21.71	17.13
Circonferenza	$R=24.0$ m	23.20	19.34
Ellisse	$a=26$ m, $b=22$ m	22.74	20.27

Tabella 3. Geometria delle vasche per una capienza di 5000 mc.

Direttrice	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
Retta incl.	72.1	2.28	15.65	2.68	-403
Iperbole	49.8	1.28	5.07	1.28	-154
Parabola 1	38.3	0.94	3.43	1.12	-160
Parabola 2	37.1	1.16	3.19	1.09	-154
Circonferenza	24.5	1.00	1.71	0.86	-160
Ellisse	23.6	0.75	1.49	0.78	-163

Tabella 4. Rendimento statico delle vasche per una capienza di 5000 mc.

Dall'analisi del rendimento statico delle vasche si evince che le vasche troncoconiche e quelle con direttrice a forma di iperbole necessitano comunque della precompressione

di grandezza della resistenza a trazione del conglomerato. E' sufficiente tuttavia portare lo spessore della vasca a 25 cm per scendere con la tensione massima al

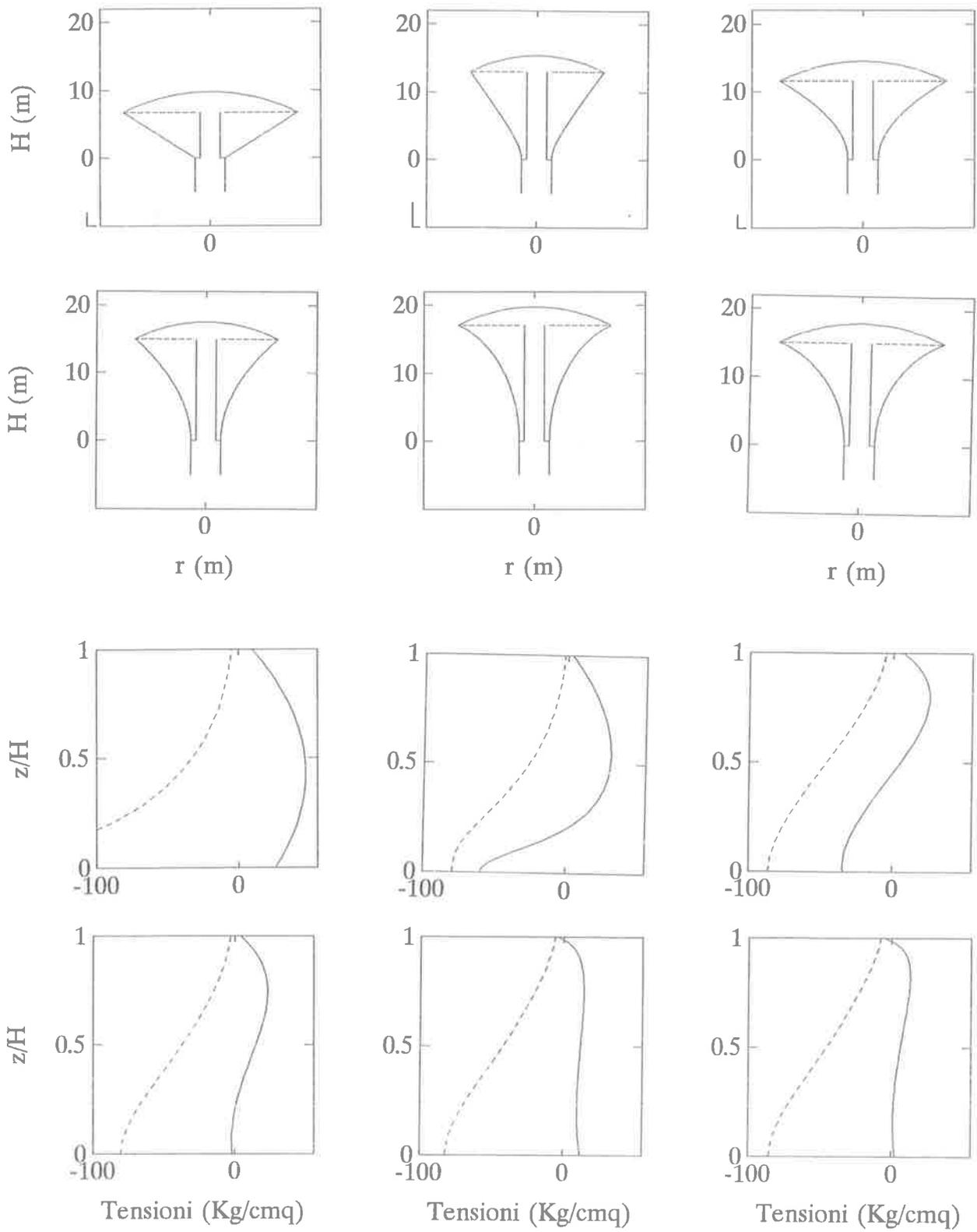


Fig.8 Capienza di 2500 mc. Geometria della vasca e stato tensionale
 (-.-. meridiani, — paralleli) per le seguenti direttrici:
 retta inclinata, iperbole, parabola 1
 parabola 2, circonferenza, ellissi

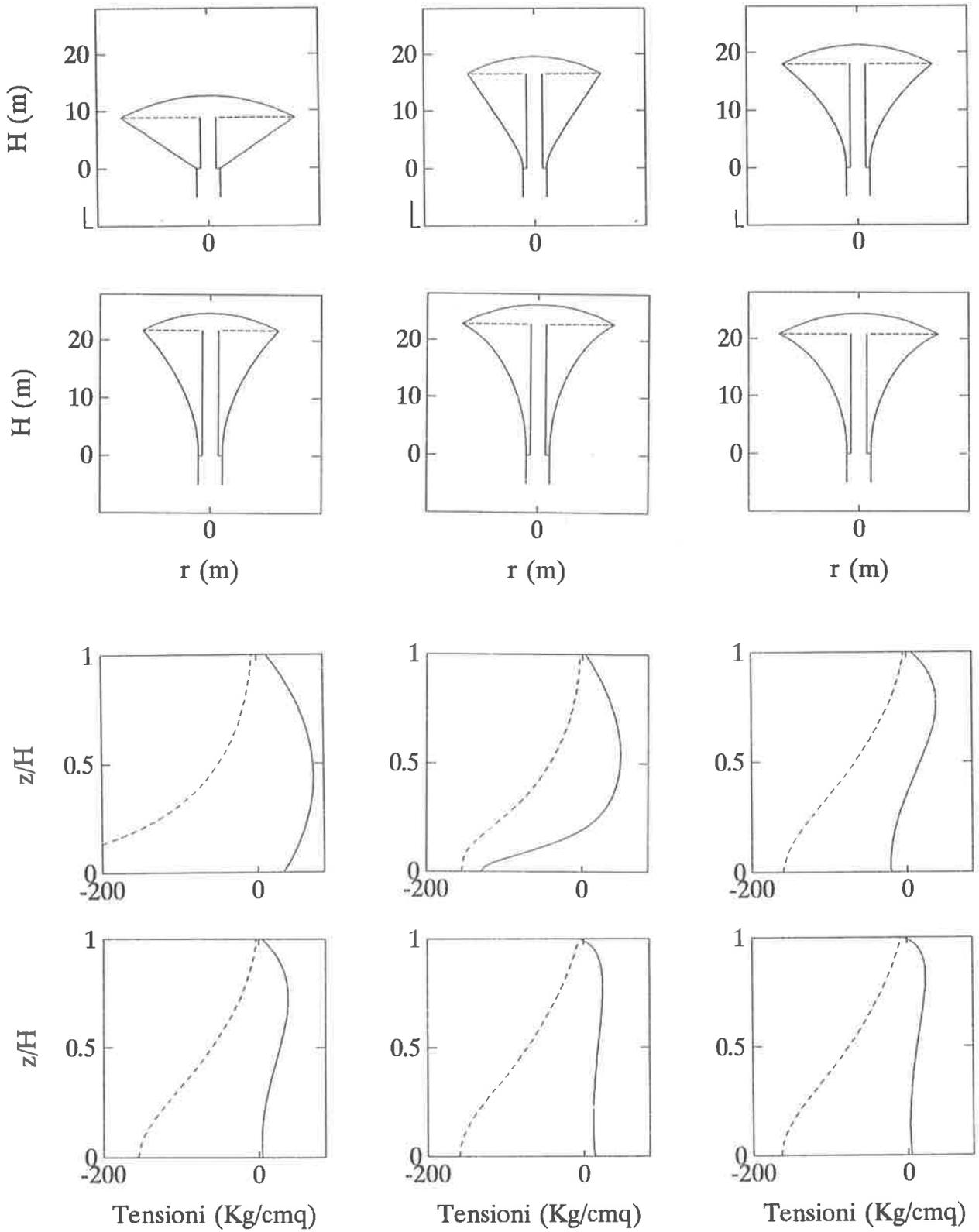


Fig.9 Capienza di 5000 mc. Geometria della vasca e stato tensionale
 (-.-. meridiani, — paralleli) per le seguenti direttrici:
 retta inclinata, iperbole, parabola 1
 parabola 2, circonferenza, ellissi

di sotto dei 20 Kg/cm² di trazione. Una armatura diffusa di piccolo diametro puo' allora essere una valida alternativa alla precompressione della vasca.

Per le direttrici analizzate la forma del serbatoio e l'andamento tensionale nei meridiani (a tratto alterno) e nei paralleli (a tratto continuo) sono riportati in figura 8 e 9 rispettivamente per le due capienze di progetto di 2500 e 5000 mc.

5. CONCLUSIONI

Sono stati inizialmente analizzati i principali aspetti statici e costruttivi che inducono il progettista di serbatoi sopraelevati in cemento armato ad assegnare la geometria della vasca. In seguito si e' ricercata quella direttrice che, rendendo minimi gli sforzi di trazione nei paralleli, permetta di ridurre od eliminare la precompressione anulare della vasca. Essendo necessario a tal fine adottare una vasca a doppia curvatura

discorde, il vantaggio della ridotta od assente precompressione e' compensato dal maggior costo della cassetta della vasca.

Sono stati infine proposti alcuni indicatori, dipendenti dallo stato tensionale e deformativo, che hanno permesso di valutare in maniera quantitativa il rendimento statico della vasca al variare della direttrice adottata. Per le capienze di progetto analizzate, il miglior rendimento statico e' fornito dalla direttrice ellittica e da quella circolare. Tuttavia un tale risultato sembra privo di generalita', talche' caso per caso si rendera' necessaria una attenta analisi del progettista al fine di ridurre il piu' possibile le trazioni anulari, dannose per la durabilita' dell'opera.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BELLUZZI O., 1986, "Scienza delle Costruzioni", Vol.3, Zanichelli, Bologna.
- [2] FLÜGGE W., 1960, "Stresses in Shells", Springer Verlag, Berlin.

SILO CEMENTO MKS 2000 DI MEGARA

Cristina LIANI
Engineering Consulting & Services - Roma

SILO CEMENTO MKS 2000 DI MEGARA

Cristina LIANI

Ingegnere civile
Engineering Consulting & Services
Roma

SOMMARIO

Il silo MKS 2000 di Megara, in zona sismica S=9, alto 56.0 m e di diametro 18.0 m, destinato allo stoccaggio di cemento, riassume in sé la maggior parte delle problematiche che si possono incontrare nella progettazione e realizzazione di questo genere di opere. Tali problematiche riguardano principalmente la definizione delle condizioni di carico, la scelta delle condizioni di vincolo e l'individuazione delle tecnologie realizzative.

SUMMARY

The silo MKS 2000 of Megara, for cement stocking, is situated in an earthquake zone classified S=9. The dimensions are: height 56.0 meter, diameter 18.0 m. All the problems involving this kind of construction are foreseen in the design of this manufacturing. The main problems are related to loads conditions, restraints, and know how of realization technology.

1. DESCRIZIONE GENERALE

Il silo per il cemento MKS 2000, progettato per l'UNICEM - Cementeria di Augusta - Stabilimento di Megara, è un'opera di particolari e notevoli dimensioni.

Ha richiesto uno sforzo di affinamento progettuale ed un rapporto di dialettico confronto con gli impiantisti meccanici per riuscire a conciliare le problematiche strutturali, accentuate dal fatto di trovarsi in zona sismica S 9, con le precipue esigenze di caricamento-svuotamento dell'impianto.

Il silo è una struttura realizzata per lo stoccaggio di più di 8000 m³ di cemento destinato ad essere caricato direttamente su automezzi; il riempimento del silo avviene per caduta dall'alto, mentre il caricamento sui camions avviene nella parte inferiore per mezzo di

erogatori, che ricevono il cemento attraverso delle bocchette di uscita di una struttura conica centrale.

L'opera è costituita da due differenti parti che rispecchiano le due diverse funzioni impiantistiche.

La parte superiore - il mantello - è una superficie cilindrica che va da quota assoluta 13.9 m. circa (coincidente con la quota di appoggio della parete) a quota 56.0 m (appoggio della copertura), per un'altezza totale di 41.83 m. Il mantello ha un diametro interno di 18.0 m, spessore della parete di .35 m, è progettato in c.a.p. e realizzato, ovviamente, con casseri scorrevoli.

La parte inferiore in cemento armato, è la struttura di fondo e di sostegno del silo che parte da quota -0.7 m fino ad una altezza 13.7 m; si articola seguendo un andamento cilindrico in quattro pareti: due di esse

hanno uno sviluppo ad arco di cerchio, le altre due sono rettilinee e radiali (fig. 1).

Le pareti sono collegate da una grossa trave anulare, che in pratica costituisce il fondo inclinato, e che è conformata in modo da consentire l'attacco di una superficie conica interna ($H=12.0$ m, $R=15.0$ m, $S=0.35$ m) fornita di aperture ad interasse angolare di 30° attraverso le quali avviene lo svuotamento del cilindro.

La superficie cilindrica superiore in c.a.p. poggia sulla struttura di sostegno in c.a. sottostante tramite apparecchi d'appoggio in acciaio-teflon.

Non si è voluto realizzare una continuità strutturale tra il mantello e la struttura sottostante: un vincolo d'incastro avrebbe, infatti, provocato all'attacco delle sollecitazioni verticali eccessive, da dover assorbire, eventualmente, con spessori ed armature non

costruttivamente realizzabili.

Per non indurre sollecitazioni parassite indesiderate, gli apparecchi, inoltre, sono stati organizzati in maniera tale da lasciare liberi gli spostamenti radiali (carrello) durante la precompressione del mantello (prima fase). Quando si è dato sfogo alla precompressione e le cadute lente sono esaurite (seconda fase), gli appoggi vengono bloccati in modo da realizzare un vincolo di cerniera, in grado di assorbire le forze orizzontali che nascono dalle diverse condizioni di carico e soprattutto dal sisma.

Nella parte superiore della superficie cilindrica, sono presenti due solai: uno a quota 50.0 m., che è un solaio di servizio da dove avviene il caricamento; l'altro, a quota 56.0 m, che è un semplice solaio di copertura.

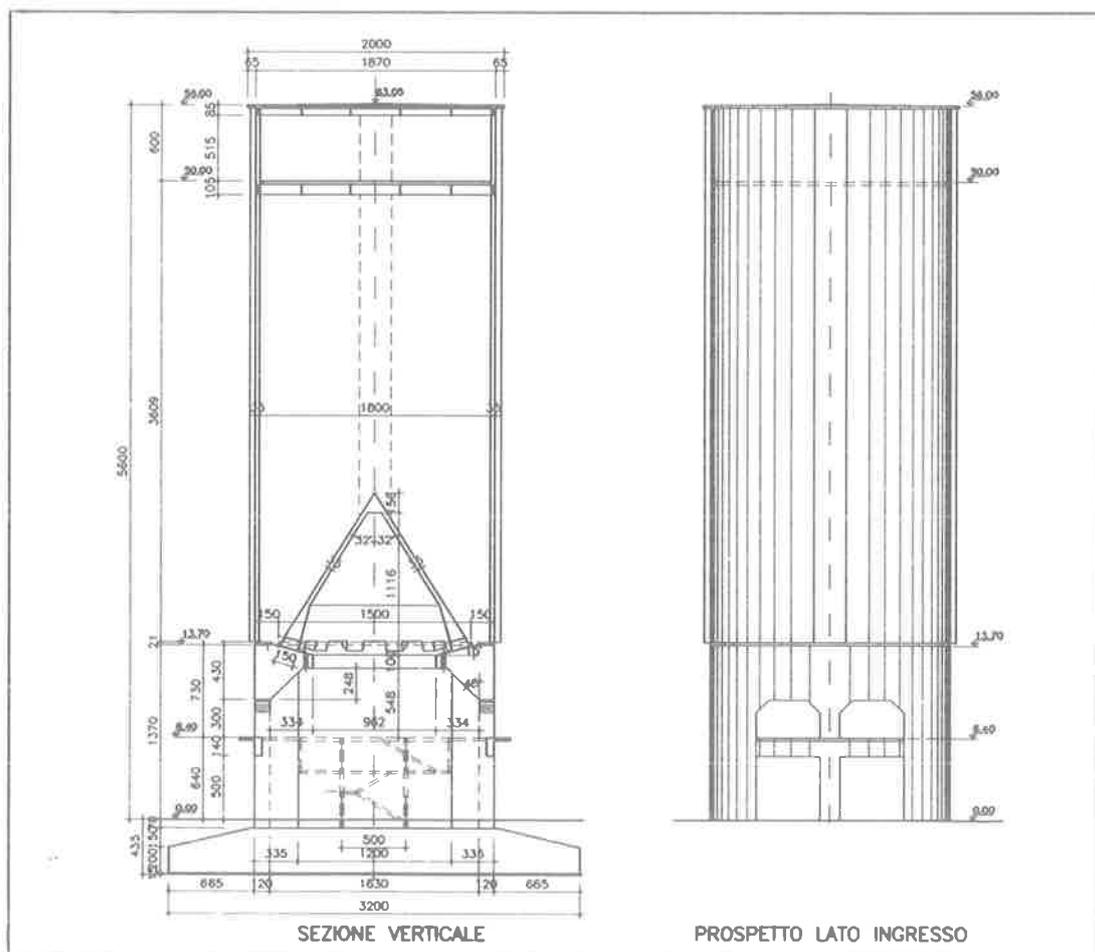


Fig. 1 - Silo cemento MKS 2000 di Megara. Prospetto e sezione.

La luce dei solai (18 metri di diametro), la loro quota di imposta raggiungibile solo con le gru, ne hanno suggerito la progettazione e realizzazione con un graticcio di travi in acciaio da porre in opera dopo aver completato il silo.

Per consentire la movimentazione e l'alloggiamento delle travi stesse, si sono dovute predisporre nel mantello delle tasche di opportuna altezza e profondità. Il solaio è completato da una soletta in calcestruzzo, realizzata con predalles, disposto a scacchiera rispetto al graticcio, e getto di completamento in opera. Le condizioni di vincolo di detti solai al cilindro sono di semplice appoggio, con interposizione di un tacco di neoprene.

Il sito è a 10 m sul livello del mare e a distanza di 200 m circa dalla linea della costa. Il terreno è caratterizzato da uno strato di calcarenite di 3+4 m con sottostante basamento argilloso di oltre 40 m di potenza. E' nuovamente da sottolineare che lo stabilimento di Megara si trova in zona sismica $S = 9$.

La fondazione è di tipo diretto, a pianta circolare di diametro 32 m e altezza 3.5 m. E' impostata a circa 4 m

dal piano di campagna, sul tetto del basamento argilloso.

Date le dimensioni della fondazione e delle pareti in cemento armato della struttura di sostegno direttamente gravante su di essa, è stato lecito ammettere la fondazione infinitamente rigida rispetto al terreno; i cedimenti quindi sono di tipo uniforme e non inducono incrementi di sollecitazione nella struttura del mantello.

2. TECNOLOGIE COSTRUTTIVE

2.1 Precompressione del mantello

La superficie del mantello è stata realizzata con casseforme scorrevoli; è in c.a.p. (calcestruzzo Rck 400), precompressa con cavi post-tesi circolari. Verticalmente è prevista armatura lenta.

I cavi orizzontali sono disposti su una circonferenza che passa nel terzo medio esterno dello spessore (fig.2) [1], [3].

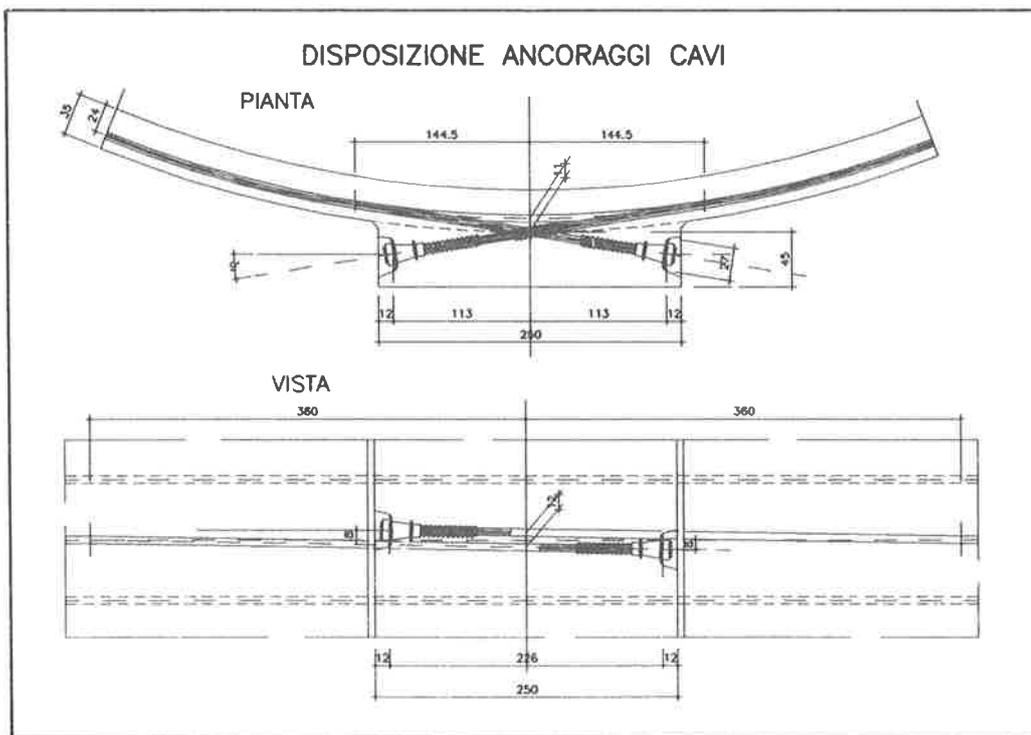


Fig. 2 - Particolari costruttivi della precompressione

Ogni anello di precompressione è costituito da due cavi le cui testate sono disposte ruotate di 90° rispetto a quelle dell'anello successivo; questo permette di rendere il più uniforme possibile l'effetto della precompressione lungo l'anello stesso e di ottimizzare la distribuzione delle forze di precompressione nella parete, in funzione delle perdite distribuite.

Lo sforzo di precompressione è stato graduato lungo l'altezza del cilindro variando l'interasse dei cavi in modo che le tensioni in esercizio fossero totalmente equilibrate dalla precompressione valutata e cadute lente esaurite.

La precompressione interessa il mantello per un'altezza pari a circa 35.0 m., che è la parte del cilindro a contatto con il materiale insilato.

Il passo dei cavi è più fitto verso il basso e va diminuendo verso l'alto passando da 45 a 60 cm allo scopo di seguire l'andamento dello stato tensionale indotto dai carichi.

Si sono adottati cavi composti da trefoli 06" con N di tiro pari a 2410 KN. I cavi, infilati in guaine poste in opera prima del getto, sono tesati da ambedue le estremità su delle lesene (2.5×0.45 m) appositamente predisposte sulla superficie esterna del mantello.

Il cavo orizzontale ha, quindi, due testate a tendere ed è provvisto di due ancoraggi mobili.

Le guaine sono di lamierino metallico semirigido ed impermeabile con diametro esterno di 8.1 cm. e diametro interno pari a 7.5 cm. L'iniezione dei cavi viene effettuata, dopo aver sigillato le testate, attraverso un apposito tubo di iniezione; prima di essere iniettati i cavi devono essere lavati e soffiati per verificare che non vi siano ostacoli al passaggio della malta di iniezione e per facilitarne il deflusso. La malta, poi, è iniettata in pressione in modo da ottenere il riempimento totale della guaina.

Per ridurre le perdite di tensione dovute all'effetto mutuo, sono state realizzate due fasi di tesatura: la prima fase con tesatura dei cavi fino al 75%, mentre la seconda fino al 100% del valore del tiro iniziale previsto. L'effetto mutuo si risentirà soltanto nell'ultima fase della tesatura.

L'ordine di tesatura procede dal cavo centrale del silo, alternativamente e simmetricamente sul tratto superiore ed inferiore al fine di ridurre a valori poco significativi le tensioni indesiderate, causate dalla progressiva tesatura dei cavi.

Si sottolinea come l'ipotesi di progetto preveda che, durante la fase di precompressione, gli appoggi del mantello lascino liberi gli spostamenti radiali (per non indurre sollecitazioni parassite indesiderate), cioè che il vincolo della superficie cilindrica alla struttura in c.a. sia di carrello radiale. Tale vincolo deve ed è stato mantenuto fino ad esaurimento delle perdite lente

(minimo tre mesi). Il blocco del carrello è stato previsto approssimativamente durante la stagione primaverile, dato importante che influisce, come si vedrà in seguito, sulle condizioni di carico termiche, che risultano particolarmente significative per questo genere di silo di stoccaggio.

2.2 Appoggi

Per realizzare praticamente le variazioni di vincolo da carrello a cerniera, tra la superficie cilindrica e la struttura di sostegno sono stati posizionati apparecchi di appoggio in acciaio-teflon, opportunamente organizzati.

Gli apparecchi, in numero totale di 52, (ALGA) di portata 3250 KN/cadauno, sono disposti ad un passo costante di circa 1.10 m., ancorati superiormente al mantello ed inferiormente alla trave di coronamento circolare della struttura di base. Sono, praticamente, degli appoggi mobili unidirezionali provvisti di bulloni, solidali con la piastra superiore, che serrati a contrasto sulla piastra mediana realizzano il blocco del carrello (fig.3).

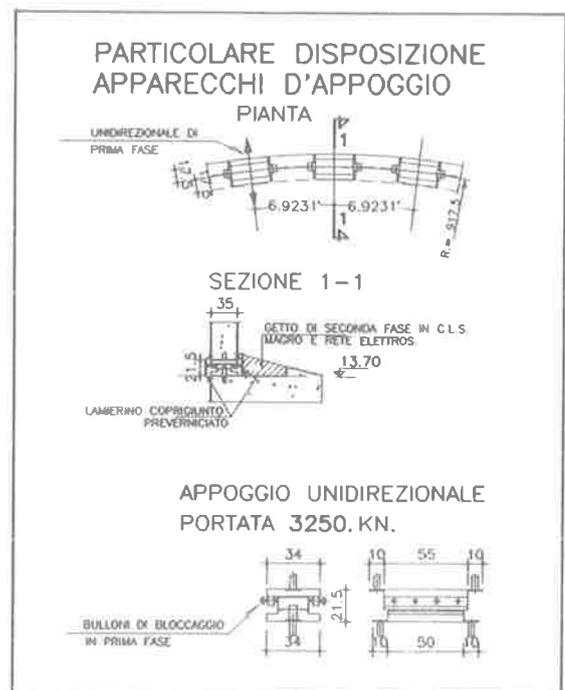


Fig.3 - Particolari costruttivi degli appoggi.

I bulloni sono calibrati per assorbire le forze orizzontali che nascono dalle diverse condizioni di carico ($H_t = 406 \text{ KN./appoggio}$).

Gli appoggi ed i bulloni di bloccaggio devono rimanere accessibili durante tutte le fasi di costruzione: bloccati provvisoriamente durante il getto del mantello; liberi durante le fasi di precompressione; bloccati definitivamente prima dell'entrata in esercizio del silo.

Per consentire, quindi, le dovute operazioni e regolazioni si è lasciata da realizzare, con getto di seconda fase, confinato verso gli appoggi con una piastra di acciaio, una parte della pendenza del fondo; questo getto, realizzato in calcestruzzo magro e rete elettrosaldata, è necessario per garantire la tenuta.

3. CALCOLO DELLE STRUTTURE

Per il calcolo delle sollecitazioni e delle deformazioni del silo è stata effettuata un'analisi agli elementi finiti avvalendosi del codice di calcolo automatico Supersap.

Tale calcolo è stato eseguito per le condizioni di carico più gravose, tenendo conto delle sollecitazioni derivanti da tutte le azioni che, comunque, avrebbero potuto interessare l'opera, sia durante la costruzione che nei tempi d'esercizio.

3.1 Condizioni di carico

Posta l'importanza e le dimensioni particolari della struttura, laboriosa e complessa è stata la definizione delle condizioni di carico. In Italia non esiste, infatti, una normativa specifica relativa a queste grandi opere di stoccaggio che indichi le condizioni di carico ed azioni da applicare alla struttura. Si è pertanto dovuto effettuare un'approfondito studio delle normative americane ed europee, con particolare riguardo a quelle francesi (Annales n°446), per avere sia dei criteri generali, sia la definizione delle azioni specifiche, in particolare per quel che riguarda la valutazione della spinta del cemento e le variazioni termiche [1], [2], [3], [4], [5].

Le condizioni di carico elementari considerate per la struttura sono state le seguenti:

- 1) precompressione normale e finale, fasi di tesatura;
- 2) peso proprio, sovraccarichi permanenti ed accidentali;
- 3) spinte del cemento;
- 4) temperature (salto termico e variazione termica stagionale);
- 5) vento;
- 6) sisma.

Le condizioni di carico elementari sono state combinate nel modo più sfavorevole.

3.1.1 Precompressione iniziale e finale

La precompressione si traduce in un carico equivalente radiale, la cui distribuzione lungo l'altezza del cilindro è variabile, dipendendo dalla scelta progettuale dell'interasse dei cavi. Poiché i cavi sono disposti in maniera tale che ogni anello, formato da due di essi, abbia rispetto al successivo le testate ruotate di 90° , la tensione effettiva risulta mediando il valore in testata con il valore al quarto di cerchio.

Si rammenta che la condizione di vincolo, durante la precompressione, è di carrello radiale.

3.1.2 Peso proprio, carichi permanenti ed accidentali.

Oltre al peso del manto cilindrico, sono stati considerati i carichi verticali indotti dal peso della copertura e del solaio intermedio; il carico della neve o un sovraccarico accidentale trasmesso dalla copertura; il carico accidentale del solaio intermedio.

Il carico della neve è stato valutato sia conformemente alla normativa vigente (D.M. 27/7/85) sia alla CNR-UNI 10012/85.

3.1.3 Spinta del cemento.

Per il calcolo della spinta si è fatto riferimento agli ANNALES n°446 [1]. Si tratta di una normativa molto esauriente che definisce diversi domini di appartenenza in base alle modalità di svuotamento del silo di stoccaggio. Si distinguono quattro tipi di svuotamento e si possono così brevemente descrivere:

- lo svuotamento normale: si ha quando lo svuotamento avviene dal fondo, per gravità, e non esiste alcuna struttura all'esterno del silo;
- lo svuotamento geometricamente anormale, quando le aperture sul fondo hanno eccentricità superiore a certi limiti o sono di dimensioni rilevanti;
- lo svuotamento meccanicamente anormale, quello che avviene dal fondo o da una parete laterale in prossimità del fondo con insufflaggio di aria in pressione;
- lo svuotamento strutturalmente anormale è quello che fa intervenire una struttura interna al silo (tipo camini provvisti di aperture a diverse altezze o elementi della struttura sporgenti verso l'interno del cilindro) o avviene attraverso riempimenti e svuotamenti programmati.

Il nostro silo rientra maggiormente nella quarta tipologia, date le sue caratteristiche geometriche e

meccaniche, con particolare riferimento alla presenza del cono centrale per mezzo del quale avviene lo scarico.

L'azione esplicata dal materiale insilato sulla parete consiste in una forza normale ed una tangenziale del tipo:

(secondo la soluzione di Janssen) [7]

$$n = K_n \cdot \left(\gamma \cdot \frac{r_h}{\text{tg}\delta} \right) \cdot y$$

$$t = n \cdot \text{tg}\delta = K_n \cdot (\gamma \cdot r_h) \cdot y$$

dove γ è il peso specifico del materiale insilato;
 δ è l'angolo d'attrito fra materiali e la parete del silo $\text{tg}\delta = 0.8 \text{tg}\phi$
 ϕ è l'angolo di attrito interno del materiale;
 r_h è il raggio idraulico della sezione (A/P);

$y = 1 - e^{-x}$ funzione dove interviene:

$$x = (Z - h^*) \cdot Z_o$$

$$h^* = 0.5 \cdot r_h \cdot \text{tg}\delta$$

$$Z_o = \frac{r_h}{\lambda \cdot \text{tg}\delta}$$

Z ascissa della profondità

λ coefficiente di spinta

K_n è un coefficiente moltiplicativo che si applica per il calcolo delle componenti n e t agenti sulle pareti.

Gli Annales n° 446 definiscono chiaramente tutti i parametri in gioco in relazione ai materiali insilati, alla tipologia della parete del mantello e al dominio di appartenenza del silo.

Nel nostro caso la spinta del cemento nel serbatoio è stata valutata sulla base del livello massimo ammesso di riempimento (circa 36.0 m.), dal peso specifico $\gamma = 1.47 \text{ t/m}^3$ e con un angolo di attrito $\phi = 28^\circ$.

Per lo studio del silo bisogna considerare due stati di equilibrio, ciascuno dei quali è caratterizzato da un diverso valore di λ .

Il primo stato di equilibrio (λ_1) è definito come quello che si ha in generale dopo il riempimento, effettuato in una sola volta, con il materiale a riposo. In questo primo stato, nel nostro caso il $\lambda_1 = 0.47$. In genere questa condizione di carico è peggiorativa per lo studio delle azioni sul fondo.

Il secondo stato di equilibrio (λ_2) dipende dal dominio di appartenenza: infatti è quello che si ha all'atto dello svuotamento e dipende, quindi, dalle modalità di scarico del silo.

Nel nostro caso di svuotamento strutturalmente anormale, il valore λ_2 è risultato pari a 0.845. Il valore di λ , infatti, in genere aumenta sensibilmente quando lo scarico è in atto.

Al fine del calcolo delle spinte sulla parete, quindi, è risultato peggiore il valore λ_2 .

Nella tabella n.1 sono riportati, per le diverse quote, i valori di n (pressione agente sull'elemento) e di t (forza tangenziale per unità di superficie) che ne conseguono.

Z	m	n(Z) KN/m ²	t(Z) KN/m ²
0.00		-15.19	-6.50
1.00		0.45	0.19
2.00		14.89	6.37
3.00		28.23	12.08
4.00		40.54	17.35
5.00		51.91	22.22
6.00		62.41	26.71
7.00		72.11	30.86
8.00		81.06	34.69
9.00		89.33	38.23
10.00		96.96	41.50
11.00		104.01	44.52
12.00		110.52	47.30
13.00		116.53	49.87
14.00		122.08	52.25
15.00		127.21	54.44
16.00		131.94	56.47
17.00		136.31	58.34
18.00		140.34	60.07
19.00		144.07	61.66
20.00		147.51	63.13
21.00		150.69	64.49
22.00		153.62	65.75
23.00		156.33	66.91
24.00		158.83	67.98
25.00		161.15	68.97
26.00		163.28	69.88
27.00		165.25	70.73
28.00		167.07	71.50
29.00		168.75	72.22
30.00		170.30	72.89
31.00		171.73	73.50
32.00		173.05	74.07
33.00		174.27	74.59
34.00		175.40	75.07
35.00		176.44	75.52
36.00		177.41	75.93

Tab. 1 - Distribuzione delle forze normali e tangenziali esercitate dal materiale insilato sulle pareti

3.1.4 Temperatura

- a) Salto termico

Le condizioni di carico termiche sono particolarmente significative in questo tipo di opere di stoccaggio, poiché i materiali insilati possono trovarsi a temperature molto diverse da quelle ambientali all'esterno del silo. Il cemento, infatti, entra nel silo durante le operazioni di caricamento con una temperatura superiore ai 100°C .

A livello di ipotesi progettuale si è considerata come temperatura ambientale media invernale un valore $T = -10^{\circ}\text{C}$, mentre come temperatura media estiva un valore $T = +30^{\circ}\text{C}$.

Per quanto riguarda la temperatura del cemento, in prossimità della parete del mantello si è ipotizzato un valore di $+100^{\circ}\text{C}$ nei primi 10 m superiori, a qualsiasi livello di riempimento, con variazione lineare da $+100^{\circ}\text{C}$ a $+40^{\circ}\text{C}$ sul fondo per il restante strato inferiore (fig.4).

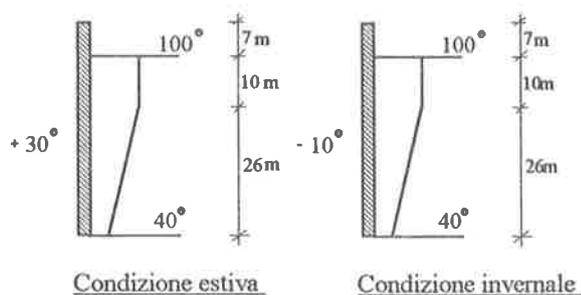


Fig. 4 - Distribuzione delle temperature

Sono state prese in considerazione sia la condizione di carico estiva che la condizione di carico invernale.

Ai fini dell'elaborazione ciascuna condizione è stata scissa in due condizioni elementari, corrispondenti ad un andamento uniforme (temperatura media) e ad una variazione lineare nello spessore della parete (gradiente termico).

Le massime differenze di temperatura tra la faccia esterna ed interna della parete del silo sono state determinate in accordo con Annales n° 446 [1], che stabilisce determinati valori per i coefficienti di conduttività del calcestruzzo, e della resistenza superficiale interna ed esterna delle pareti.

- b) Variazione termica stagionale

Si rammenta che le condizioni di carico, durante l'esercizio, prevedono che il vincolo alla base del mantello sia a cerniera. L'ipotesi progettuale e

realizzativa stabilisce che la variazione di vincolo da carrello a cerniera avvenga durante la stagione primaverile. La variazione termica stagionale è stata valutata, quindi, rispetto alla temperatura ambiente che si ha all'istante di chiusura della cerniera, assunta pari a 15°C .

Poiché la normativa italiana non considera per le variazioni termiche stagionali la riduzione del modulo di elasticità del calcestruzzo, si è voluto mantenere intero tale valore, anche perché le variazioni calcolate per le diverse condizioni di esercizio (a silo pieno e a vuoto) vanno da -25°C a $+20^{\circ}\text{C}$; questi valori non appaiono molto discosti dai minimi di normativa.

3.1.5 Sisma e vento

La struttura ricade in zona sismica con grado di sismicità $S = 9$. Gli effetti indotti dall'azione sismica sono stati calcolati mediante un'analisi statica equivalente.

Le norme italiane vigenti forniscono indicazioni molto generiche riguardo alla valutazione delle azioni sismiche indotte dai materiali insilati in grandi serbatoi, limitandosi a prescrivere di tener conto per intero del peso contenuto e di considerare una distribuzione delle forze proporzionali alle masse stesse. Indicazioni valide per un'analisi delle azioni globali ma poco esaurienti per valutare azioni locali sul mantello.

La normativa Annales n° 446 anch'essa propone di considerare forze proporzionali alla massa costanti sull'altezza, con distribuzione di parte delle sovrappressioni e depressioni che seguono una legge sinusoidale.

Nel calcolo svolto per il silo di Megara, invece, a favore di sicurezza si è considerato un sistema di forze statiche equivalenti ricavate da considerazioni analoghe a quelle svolte dalla nostra normativa sull'incremento sismico di spinta delle terre.

Si è applicato alla struttura un carico emisimmetrico di sovrappressioni e "depressioni". Le sovrappressioni con andamento triangolare sull'altezza massima verso l'alto ($p_{\max} = 260 \text{ KN/m}^2$), nulle sul fondo, coincidono con l'incremento sismico di spinta proposto dalle normative per le opere di sostegno, le depressioni o, per meglio dire, il calo di pressione deriva dalla differenza tra spinta attiva e spinta passiva sismica; questa si suppone si possa innescare per l'azione esercitata dalla parete, durante il terremoto, sul materiale insilato.

La distribuzione verticale, in questo caso, è ancora triangolare ma con il massimo sul fondo ($q_{\max} = 228.5 \text{ KN/m}^2$) e lo zero in sommità come si può vedere in fig.5.

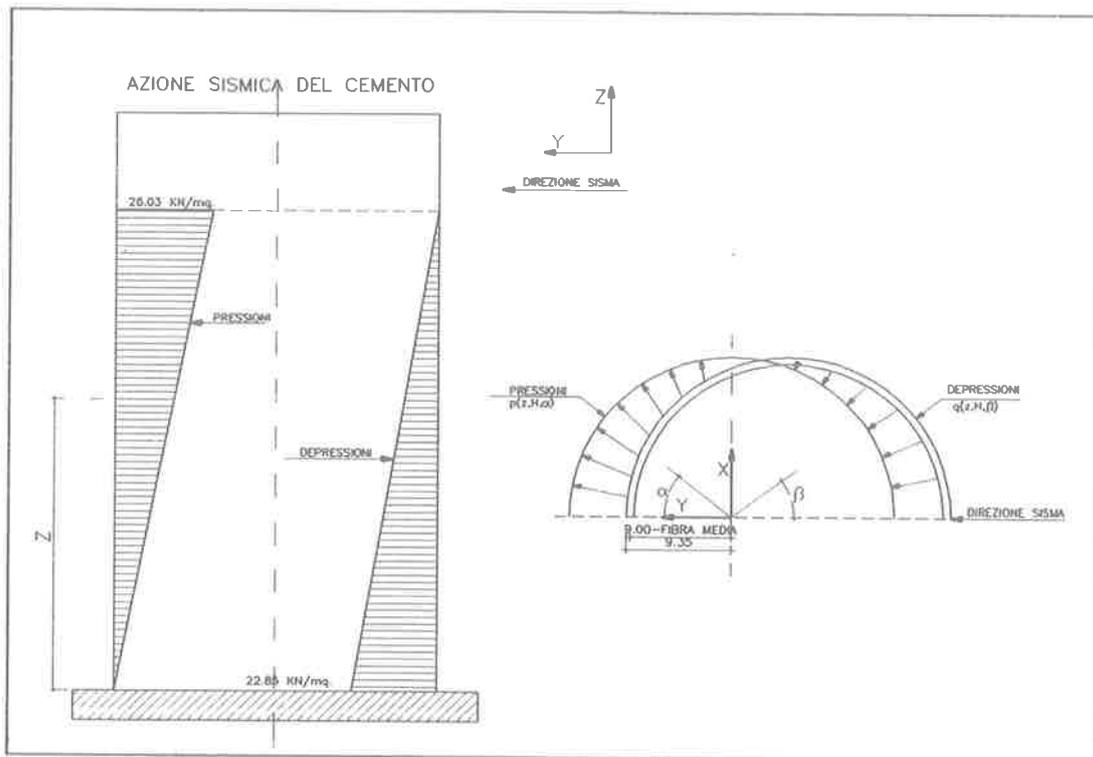


Fig.5 - Azione sismica del cemento

In pianta le pressioni seguono una legge sinusoidale.

Si riportano qui di seguito le due formule che definiscono p. e q. e nella fig.6 il loro andamento.

$$p(z, H, \alpha) = \gamma \cdot \cos \alpha \left\{ \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos^2 \theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin \phi \cdot \sin(\phi - \theta)}{\cos \theta}} \right]^2} - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \right\}$$

$$q(z, H, \beta) = g(H - z) \cdot \cos \beta \cdot \left\{ \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) - \frac{\cos^2(\phi + \theta)}{\cos^2 \left[1 + \sqrt{\frac{\sin \phi \cdot \sin(\phi + \theta)}{\cos \theta}} \right]^2} \right\}$$

Nel calcolo delle forze statiche sostitutive orizzontali e verticali si è tenuto inoltre conto del peso proprio del mantello, del peso della copertura e del telaio intermedio con le relative percentuali di accidentali.

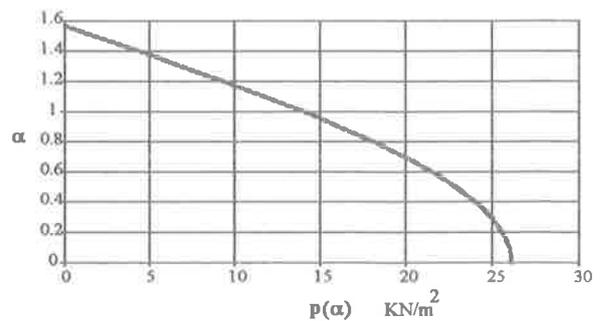


Fig.6 - Distribuzione p(α) alla base del silos per 0 ≤ α ≤ π/2

Per quanto riguarda il vento, invece, ne è stata valutata l'azione sia con la normativa vigente che con la CNR UNI 100 R. Tuttavia, poiché le pressioni indotte dal vento (p max = 8.6 KN/m²) sono molto minori di quelle indotte dal sisma, non sono state prese in conto per l'analisi degli effetti locali ma solo per la valutazione degli effetti globali.

3.2 Superficie cilindrica -Analisi agli elementi finiti-

Per il calcolo delle sollecitazioni e delle deformazioni del silo è stata effettuata un'analisi agli elementi finiti avvalendosi del codice di calcolo automatico Supersap (figg.7 + 13)

Gli elementi finiti utilizzati sono del tipo "piastra", a quattro nodi. La mesh è stata differenziata per le condizioni di carico simmetriche ed assialsimmetriche.

Infatti la struttura in oggetto si presta ad essere schematizzata come simmetrica per geometria e per caratteristiche meccaniche, però le condizioni di carico previste non sono tutte assialsimmetriche.

Ne consegue, quindi, che per le condizioni di carico assialsimmetriche (spinta cenere, effetti termici, precompressione, peso proprio ed accidentale) è stata studiata solo un quarto della struttura discretizzata

secondo una mesh molto fitta per poter valutare accuratamente gli effetti di bordo indotti dal vincolo, mentre, per condizioni di carico non assialsimmetriche (vento, sisma), ma che comunque presentano un'asse di simmetria, si è analizzato il comportamento di mezza superficie del silo.

Le piastre sono tutte di spessore costante pari a 35 cm. Solo in corrispondenza del solaio a q.ta +50.0 m sono previste piastre di spessore di 12 cm per simulare le tasche di alloggiamento delle travi di acciaio (vedi cap.1).

I risultati delle varie condizioni di carico, sono presentati secondo la forma standard del Supersap in cui vengono forniti in forma numerica, prima i risultati globali in termini di spostamento e poi quello, elemento per elemento, in termini di tensioni (SM11, SM22, SM12, SB11, SB22, SB12 espresse in t/m²).

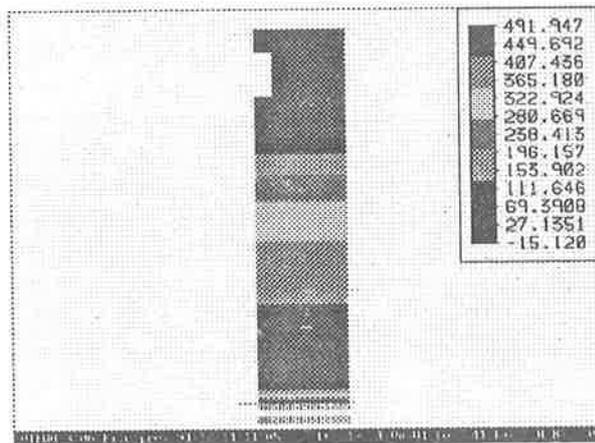


Fig. 7 - Diagrammi delle tensioni SM11 dovute alla spinta del cemento.

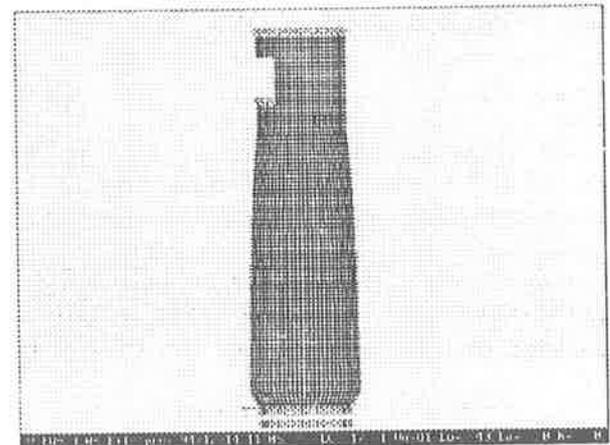


Fig. 9 - Diagrammi delle deformazioni dovute alla spinta del cemento.

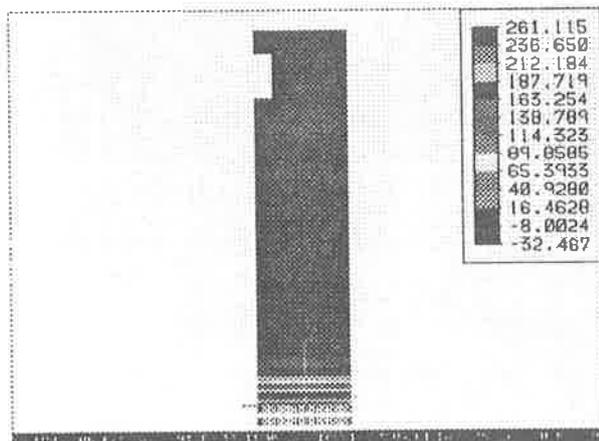


Fig.8 - Diagrammi delle tensioni SB22 dovute alla spinta del cemento.

Si illustrano gli andamenti delle tensioni e deformazioni più significative attinenti il calcolo

Le fig. 7, 8 e 9 si riferiscono alla condizione di carico relativa alla spinta del cemento.

Le tensioni di membrana lungo i paralleli SM11 crescono verso il basso con l'aumentare della spinta stessa. Delle flessioni SB22 si risente in maniera significativa solo nelle vicinanze del vincolo in accordo con il comportamento del "tubo lungo".

La deformata rispecchia la perfetta simmetria dei carichi.

Le fig. 10 e 11 si riferiscono, invece, alla condizione di carico relative alle variazioni termiche: si riporta il caso della condizione stagionale estiva e salto termico con il silo completamente pieno.

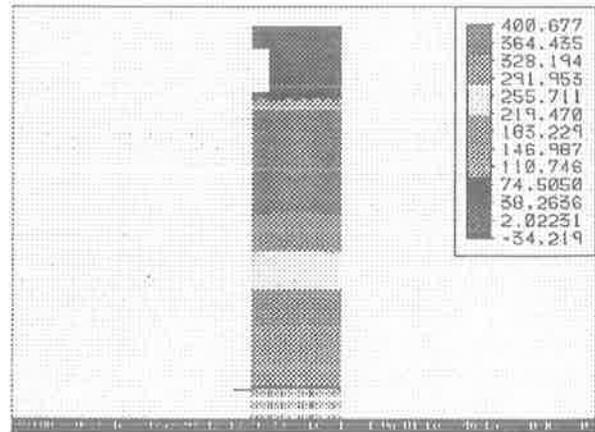
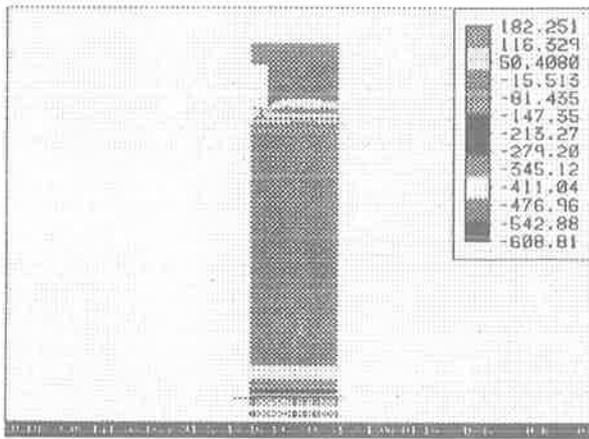


Fig.10 - Diagramma delle tensioni SM11(a sinistra) e SB11 (a destra) dovuta alla condizione termica estiva

Le tensioni di membrana sono praticamente costanti tranne che nelle due zone di disturbo: in basso, per la presenza del vincolo, in alto in corrispondenza dell'apertura delle piastre di spessore ridotto. Le tensioni flessionali sono nettamente variabili in corrispondenza della variazione della temperatura interna del materiale insilato. Infatti i valori massimi si hanno dove il cemento raggiunge circa 100° C.

Si evidenzia come il gradiente termico provochi dei momenti simili nelle due direzioni; le fibre in trazione sono quelle a contatto con la zona più fredda della parete.

Per la condizione di carico sismica (figg.12 e 13), dove si è considerato il comportamento di mezza superficie del silo, sono particolarmente significativi i diagrammi relativi agli sforzi di membrana.

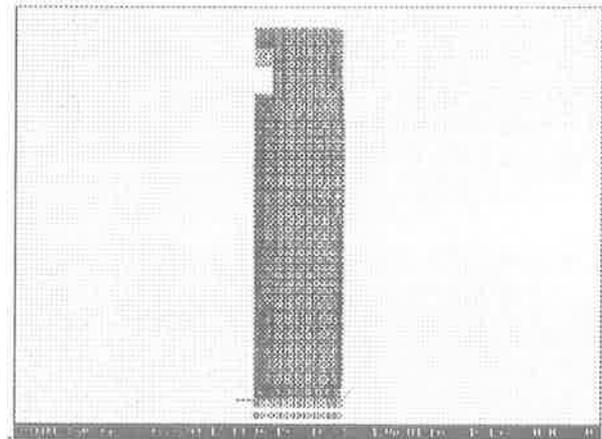


Fig.11 - Diagramma delle deformazioni dovute alla variazione termica stagionale (cond.estiva)

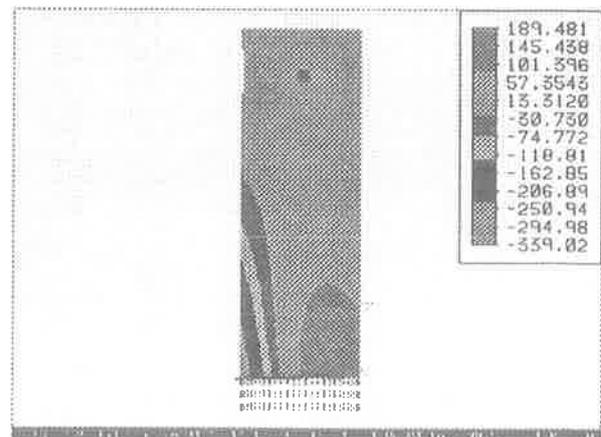
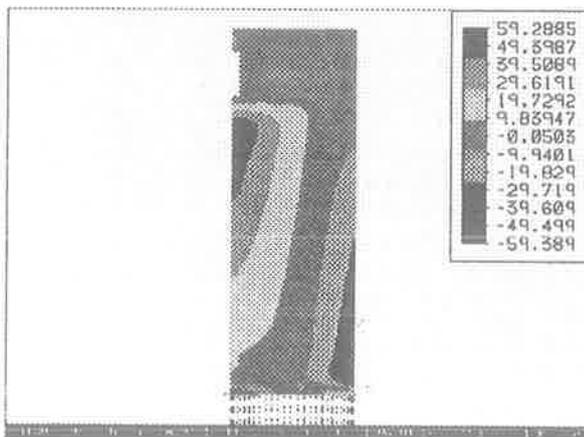


Fig. 12 - Diagramma tensioni SM11 (a sinistra) e SM22 (a destra) per condizione di carico sismico

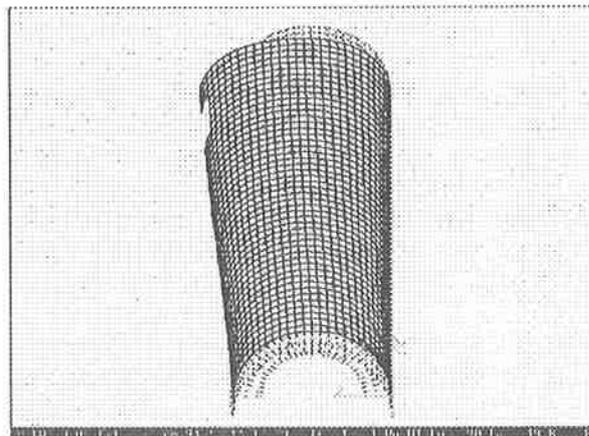
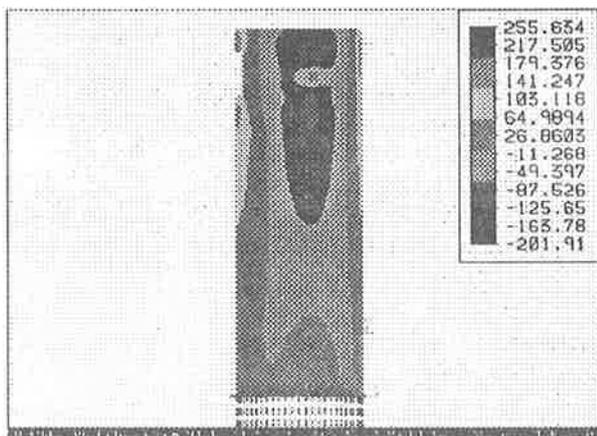


Fig.13 - Diagramma delle tensioni di flessione SB11 (a sinistra) e deformata (a destra) per la condizione sismica.

Da quelli lungo i paralleli SM11 si legge l'andamento di pressione e depressione dei carichi, da quelli verticali SM22 si deduce l'effetto di carico e scarico indotto dal sisma.

3.3 Cono e struttura di sostegno

Si accenna brevemente alle altre parti strutturali che costituiscono il silo nel suo insieme.

Particolare interesse ha presentato anche lo studio del cono centrale attraverso il quale avviene lo svuotamento. Si tratta di una struttura conica dall'altezza di 12 m., raggio esterno $R=15$ m e spessore pari a circa 0.35 m (fig.14).

Lo svuotamento del silo si realizza attraverso aperture di ampiezza media pari a 2.36 m., poste ad un interasse di circa 30° . La superficie conica è quindi tutta continua, tranne che nell'ultimo tratto di altezza 0.8 m in cui si riduce ad una serie di pilastri incastrati al piede e di sezione variabile in verticale. Anche il cono è soggetto alle spinte del cemento insilato. Si sono pertanto considerate due condizioni di spinta: la prima, di tipo simmetrico valutata con le formule fornite dagli Annales n°446 per calcolare la pressione esercitata sul fondo dei silos (I° stato di equilibrio). La seconda, di tipo dissimmetrico (simulata con una pressione ed una depressione pari al 50% della pressione) per riprodurre, in qualche misura, quegli incrementi di pressione che potrebbero generarsi sul cono ed i pilastri, qualora lo scarico del cemento non avvenisse in maniera uniforme da tutte le aperture. Il calcolo delle sollecitazioni è stato effettuato con l'impiego del codice di calcolo automatico Sap 90. Gli elementi finiti utilizzati per il mantello sono di tipo shell (piastre e lastre); per i pilastri alla base del cono si sono utilizzati elementi trave.

Un'ultima considerazione merita la trave di coronamento anulare sulla quale poggia il cilindro ed è incastrato il cono. Essendo soggetta a sollecitazioni di grossa entità, si è dovuta realizzare di importanti dimensioni.

La sua forma un po' particolare è nata da necessari adattamenti (spesso richiesti) per non andare ad interferire con le numerosissime macchine e canalizzazioni che riempiono la base del silo.

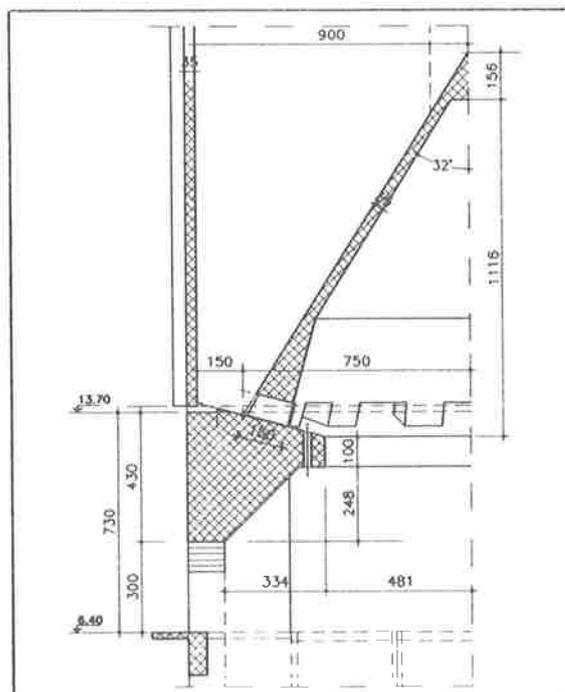


Fig.14 - Particolare trave anulare e cono

4. REALIZZAZIONE

Il silo dell'UNICEM - Cementeria di Augusta - stabilimento di Megara, è in esercizio.

Non sono state incontrate particolari difficoltà durante l'esecuzione. Qualche problema si è avuto nell'inghisaggio delle numerose piastre d'acciaio presenti dovuta alla complessità degli inserti e nella realizzazione della fase di secondo getto in corrispondenza degli appoggi. Quest'ultimo è stato realizzato dopo l'avvenuto "caricamento" immettendo acqua in pressione in modo da far cementare una

piccola parte del materiale introdotto e realizzare, così, la tenuta.

La costruzione è stata eseguita dalla Ditta Comil s.p.a. di Catania.

Gli appoggi sono stati forniti dall'ALGA.

La progettazione delle opere civili è stata svolta dall'ECS s.r.l. di Roma; la parte impiantistica è stata seguita dalla Claudius Peters Italiana e dalla TAI.

Si ringraziano per la collaborazione alla stesura della memoria gli ingg. Luca Airoidi e Nicla Colaianna della E.C.S. s.r.l.

Bibliografia

- [1] ANNALES n.°446 -Luglio-Agosto 1986 serie : Beton 240 Regles professionnelles de conception et de Calcul des silos en beton arme au precontraint.
- [2] ACI 313-77 - 1983 Recommended Practice for Design and Construction of Concrete Bins, Silos, and Bunker for Storing Granular Materials.
- [3] ACI 313-1R-81 - Post-Tensioned Concrete Silos
- [4] ACI 344-70 - Design and Construction of Circular Prestressed Concrete Structures .
- [5] DIN 1055 - 1984, Lastannahmen fur Bauten - Lasten in Silozellen.
- [6] CODICE - MODELLO CEB/FIB per le strutture in conglomerato cementizio armato. Vol.1
- [7] P.POZZATI - 1977, Teoria e tecnica delle strutture, Vol.1, UTET -Torino.

**UN MODELLO NUMERICO PER L'ANALISI DEL RITIRO E DELLA
DEFORMAZIONE DIFFERITA IN STRUTTURE DI CALCESTRUZZO IN
CONDIZIONI TERMO-IGROMETRICHE VARIABILI**

Roberto SCOTTA
Istituto di Scienza delle Costruzioni - Università degli Studi di Bologna

Renato VITALIANI
Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni - Università degli Studi di
Padova

UN MODELLO NUMERICO PER L'ANALISI DEL RITIRO E DELLA DEFORMAZIONE DIFFERITA IN STRUTTURE DI CALCESTRUZZO IN CONDIZIONI TERMO-IGROMETRICHE VARIABILI

Roberto SCOTTA

Dottorando in "Meccanica delle Strutture" - 9° ciclo
Istituto di Scienza delle Costruzioni - Università di BOLOGNA

Renato VITALIANI

Professore Associato
Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni - Università di PADOVA

SOMMARIO

Viene descritta la formulazione teorica per l'analisi degli stati tensionali e di deformazione che insorgono nelle strutture in C.A. per effetto delle variazioni di umidità e temperatura e per l'attacco chimico di agenti inquinanti. Umidità e temperatura influenzano sia lo sviluppo dell'idratazione del cemento che l'evolversi del ritiro e del fluage. I transienti termici sono anche causa di deformazioni termiche non uniformi. Gli agenti inquinanti, che dall'ambiente esterno penetrano nei calcestruzzi mediante processi diffusivi, possono provocare sia la corrosione delle armature (cloruri e carbonatazione) che il danneggiamento del conglomerato con contemporanea formazione di composti espansivi (solfati e cloruro di calcio). All'interno di un codice di calcolo agli elementi finiti è stato affrontato la soluzione dell'equilibrio meccanico del continuo viscoelastico, comprendente anche un modello di danno del materiale, accoppiato alla soluzione dei processi diffusivi di umidità, temperatura ed agenti chimici. Tale strumento ha permesso l'applicazione della teoria proposta a diverse tipologie di costruzioni dell'ingegneria civile.

SUMMARY

It is shown the theoretical formulation for the analysis of the stress-strain states into reinforced concrete structures due to the humidity and temperature changes and the chemical attack by pollutant species. Humidity and temperature affect both the process of cement hidration and the evolution of shrinkage and creep. Moreover thermal transients cause spatial variable thermal deformations. Pollutant species, which penetrate from the external environment into concretes via diffusive processes, might lead both to the reinforcement corrosion (i.e. carbonatation and chlorides) and to the concrete damage producing also expansive phenomena (i.e. sulphates and calcium chloride). Within the framework of a numerical code, the solution of the mechanical equilibrium of the viscoelastic continua, including also a damage model for the material, coupled to the diffusion of humidity, temperature and chemical species, was performed. This alghoritm allowed the pratical implementation of the proposed theory to the solution of some tipical structures of civil enegineering.

1. INTRODUZIONE

Nella progettazione delle strutture in conglomerato cementizio la determinazione dello stato tensionale e deformativo viene spesso affrontata con l'adozione di ipotesi semplificative, quali la linearità del materiale e l'invarianza delle sue caratteristiche meccaniche nel tempo. Frequentemente sono trascurati gli effetti del ritiro, della deformazione differita e delle deformazioni dovute a gradienti termici di origine esogena (variabilità della temperatura esterna) o endogena (calore di idratazione del cemento). Raramente inoltre, si tiene conto della "storia della struttura", cioè degli stati di coazione che insorgono per effetto del ritiro dovuto alla naturale autoessiccazione del materiale, e del livello di danneggiamento accumulato nelle sezioni in C.A. per il concentrarsi di tensioni e deformazioni.

Tali approssimazioni, introdotte nell'ambito della calcolazione corrente delle strutture, nonostante portino a dei risultati spesso distanti dalla realtà sperimentale, sono usualmente accettate in strutture di importanza corrente, considerato che la scarsa precisione ottenuta è controbilanciata da una relativa facilità di progetto. Tali approssimazioni possono risultare tuttavia inaccettabili quando si abbiano da considerare particolari condizioni ambientali od opere che, per la loro destinazione e rilevanza strutturale, necessitano di calcolazioni più approfondite. Si pensi ad esempio alle pareti in calcestruzzo di edifici o infrastrutture sotto il livello del suolo (stazioni metropolitane, collettori, gallerie, ecc.) oppure alle strutture, quali serbatoi e dighe, destinate al contenimento dei liquidi. In tali casi i paramenti delle pareti in C.A. sono esposti a condizioni ambientali notevolmente diverse: una faccia si trova in condizioni di

umidità relativa elevata e temperatura pressoché costante, l'altra invece in condizioni di atmosfera secca e a temperatura maggiore. Questo particolare tipo di esposizione comporta una forte eterogeneità, attraverso lo spessore della parete, della maturazione del calcestruzzo, dell'umidità relativa interna e della temperatura interna del materiale e, conseguentemente, anche eterogeneità nell'entità e nello sviluppo temporale del ritiro e delle deformazioni differite.

Problematiche particolari correlate alla bassa conducibilità termica del materiale si riscontrano nei getti massivi dove è rilevante lo sviluppo del calore di idratazione (dighe, fondazioni spesse) o nelle sezioni sottili in calcestruzzo soggette a forti gradienti termici (strutture per ponti).

Spesso inoltre tali strutture vengono a contatto con sostanze chimiche aggressive per il calcestruzzo armato: nelle opere stradali è frequente l'uso di sali di cloruro come agenti disgelanti, le atmosfere industriali contengono ioni solfato e presentano forti concentrazioni di anidride carbonica, le acque marine, fluviali, gli scarichi industriali e le acque sotterranee, in misura più o meno grande, contengono disciolti solfati e cloruri. L'azione di questi agenti chimici si esplica provocando il danneggiamento delle opere in C.A. sia attaccando la matrice cementizia (solfati e cloruro di calcio) sia innescando la corrosione delle armature (carbonatazione e cloruri) [1,2]. In particolare l'attacco chimico sulla pasta di cemento porta alla formazione di prodotti espansivi, con nascita di tensioni interne, e al decadimento delle caratteristiche meccaniche del materiale [3,4]. Tali fenomeni di degrado sono spesso autoacceleranti.

L'insieme dei fenomeni accennati, legati alle condizioni termo-igrometriche ambientali e della struttura, all'attacco chimico da parte degli agenti inquinanti, alla maturazione del materiale ed al danneggiamento accumulato durante la vita della struttura, producono distribuzioni di tensioni e stati deformativi che non sono prevedibili con le trattazioni semplificate usualmente adottate. Tali stati tensionali si sommano a quelli imputabili alle sollecitazioni agenti.

La difficoltà principale insita nella soluzione del problema nella sua forma integrale sta nell'elevato grado di interdipendenza delle grandezze coinvolte e alla non linearità intrinseca delle leggi che governano i vari fenomeni. La soluzione è ottenibile solamente in modo approssimato con modelli matematici implementabili al calcolatore. A tal scopo è stato sviluppato un codice di calcolo automatico capace di seguire l'evoluzione temporale dei campi delle incognite del problema e che usa gli elementi finiti per la discretizzazione del sistema di equazioni usate.

I campi di temperatura ed umidità sono descritti da un modello diffusivo con formulazione analoga a quella presentata in [5,6] (valida nei casi in cui i gradienti di temperatura all'interno del corpo siano limitati e non si verificano cambiamenti rapidi del contenuto d'acqua), ma generalizzata per consentire l'analisi dei cicli alternati di bagnamento-asciugamento in parziale saturazione.

L'indagine della penetrazione delle sostanze chimiche presenti nell'ambiente esterno segue le linee già presentate in [7] limitatamente alla diffusione di cloruri, ampliandone l'applicabilità al caso di sostanze inquinanti diverse. Inoltre è stata prevista la possibilità di far dipendere i processi di diffusione anche dal livello di danneggiamento del materiale.

Per quanto riguarda l'aspetto meccanico il materiale calcestruzzo è stato descritto con un modello viscoelastico [8] ed è stato anche introdotta una formulazione di danno del materiale. Nel lavoro presentato si è fatto uso di un danno di tipo scalare, ad un solo parametro, come proposto in [9]. Modelli di danno più evoluti di tipo anisotropo, in accoppiamento con leggi costitutive viscoelastiche, possono essere ugualmente utilizzati per seguire il comportamento del calcestruzzo nel tempo [10]. L'aspetto meccanico è strettamente correlato alla diffusione degli inquinanti poiché la reazione chimica fra le specie diffondenti, in particolare solfati e cloruro di calcio, modifica sostanzialmente il comportamento meccanico del materiale e da origine anche alle dilatazioni volumetriche prima accennate.

La procedura agli elementi finiti sviluppata consente anche di variare nel corso del tempo la geometria del problema indagato. Questo ha permesso una più realistica riproduzione degli effetti di coazione che nascono per effetto della costruzione delle strutture in più fasi successive.

L'uso dello strumento proposto consente una più approfondita conoscenza degli stati tensionali che si verificano all'interno delle sezioni di calcestruzzo indurito. Da questi, attraverso opportune scelte progettuali ed un corretto posizionamento delle armature, è possibile un migliore progetto delle opere realizzando nel contempo un risparmio nei costi realizzativi. Di non trascurabile rilevanza è inoltre il possibile l'utilizzo del metodo numerico descritto per la valutazione, istante per istante, della effettiva resistenza residua della sezione che, se confrontata con il livello delle sollecitazioni agenti, fornisce una più precisa stima del reale coefficiente di sicurezza garantito dalla struttura.

Nel seguito sono riportati i risultati di alcune applicazioni svolte con la procedura numerica sviluppata.

2. FORMULAZIONE TEORICA

2.1 Premessa

Si descrivono le equazioni che governano il fenomeno diffusivo e quello meccanico del problema affrontato.

Tra i diversi tipi di processi di trasporto che possono interessare i materiali multifase, quale è il calcestruzzo, i principali sono:

- *Diffusione Semplice* del vapore d'acqua durante i cicli di essiccazione e bagnamento, dell'ossigeno gassoso e, in generale, di tutti gli ioni e le sostanze che non reagiscono con la pasta di cemento;

- *Diffusione e Reazione Chimica*: dell'anidride carbonica, degli ioni solfuro, degli ioni magnesio (tutti agenti reattivi nei confronti dei diversi componenti della pasta di cemento) e degli ioni ossidrilici, nell'ipotesi in cui si abbiano reazioni alcali-aggregato;
- *Assorbimento*: fenomeno controllato dalle forze capillari durante i cicli di essiccazione e bagnamento;
- *Permeazione*: fenomeno che si verifica sotto pressioni (o sotto pressioni parziali) applicate alla struttura e che comprende il movimento di liquidi durante i cicli di gelo e disgelo, i flussi di gas attraverso il calcestruzzo ed i *processi osmotici*.

I primi due tipi di trasporto sono generalmente prevalenti rispetto agli altri due. Le leggi della diffusione vengono affrontate con un modello unitario, valido per le diverse specie diffondenti considerate.

Le equazioni costitutive storicamente utilizzate per descrivere il comportamento del calcestruzzo si possono classificare sostanzialmente nelle seguenti classi: elastiche lineari o non lineari, teorie di plasticità, teoria della frattura, modelli con danno. Se le prime continuano a essere utilizzate per la loro semplicità concettuale ed applicativa, fra le ultime è andata progressivamente assumendo maggiore importanza quelle che utilizzano il concetto del danno. Tale approccio è stato utilizzato anche in questo lavoro.

2.2 Modelli diffusivi di umidità, temperatura e sostanze inquinanti.

Le equazioni differenziali che regolano il flusso di umidità, calore e delle sostanze inquinanti possono essere scritte nella forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}(C \cdot \nabla h) + \frac{\partial h_s}{\partial t} + K \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial h_c}{\partial t} \quad (1)$$

$$\rho \cdot C_q \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(b \cdot \nabla T) + \frac{\partial Q_h}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div}(D_c \cdot \nabla c) + \frac{c}{\alpha} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial c_c}{\partial t} \quad (3)$$

dove i simboli assumono il significato di:

- h umidità relativa interna del materiale;
- T temperatura;
- c concentrazione totale della specie diffondente;
- t tempo;
- C coefficiente di diffusione dell'umidità;
- b conduttività termica del materiale;
- ρ massa specifica del materiale;
- C_q calore specifico del materiale;
- D_c coefficiente di diffusione della specie chimica;
- α coefficiente di fissaggio degli ioni diffondenti [7];

w contenuto d'acqua libera entro le porosità del materiale, legato al tenore di umidità relativa attraverso le isoterme di sorption-desorption [6].

Nel secondo membro della (1), oltre alla variazione dell'umidità del tempo dovuta al vero e proprio processo diffusivo, si sono considerati i termini aggiuntivi $\partial h_s / \partial t$ che rappresenta l'autoessiccazione del materiale dovuto al consumo del contenuto d'acqua che si ha durante il processo di idratazione del cemento, $K \cdot \partial T / \partial t$ che fornisce la variazione di umidità al variare della temperatura attraverso il coefficiente igrotermico K [6], $\partial h_c / \partial t$ che è il termine di umidità prodotta nel corso dei processi chimici abbinati alla diffusione (ad esempio nella reazione di carbonatazione).

Nella relazione (2), che assicura il bilancio energetico nel processo di diffusione del calore, sono stati considerati i termini aggiuntivi $\partial Q_h / \partial t$ e $\partial Q_c / \partial t$ che sono gli sviluppi di energia termica dovuti rispettivamente all'idratazione del cemento e alle reazioni chimiche fra specie diffondenti e calcestruzzo. Per esempio il calore specifico di idratazione del cemento è stato descritto con relazioni del tipo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_h}{\partial t} &= P \cdot g(t_e) = \\ &= \frac{P}{864} \cdot e^{3.47 + 0.4 \cdot \ln(t_e - t_{\text{onst}}) - 0.475 \cdot \ln^2(t_e - t_{\text{onst}})} \end{aligned} \quad (4)$$

dove P è il contenuto di cemento e la legge $g(t_e)$, valida per il caso di cementi di tipo I, è di derivazione sperimentale; t_e rappresenta il tempo equivalente di maturazione del materiale e si ottiene mediante una opportuna distorsione della scala del tempo che considera l'influenza della temperatura e dell'umidità sulla velocità della reazione di idratazione del cemento:

$$t_e = \int_0^t \beta_T \cdot \beta_h \cdot dt \quad (5)$$

dove i coefficienti β_T e β_h hanno le espressioni riportate anche in [5].

Infine nella (3) si evidenziano i seguenti fattori che concorrono nel flusso della specie chimica: il termine diffusivo $\text{div}(D_c \cdot \nabla c)$, il termine di trasporto convettivo nel flusso d'acqua $c/\alpha \cdot \partial w / \partial t$ dove c/α è la concentrazione dei cloruri liberi disciolti nella soluzione porosa e $\partial w / \partial t$ è il flusso d'acqua, il termine $\partial c_c / \partial t$ dovuto al consumo dell'inquinante per effetto della sua reazione chimica con il calcestruzzo.

Particolare importanza ha la corretta e realistica definizione delle diffusività delle varie fasi studiate. In particolare i coefficienti di diffusione dell'umidità C e della specie chimica D_c sono fortemente dipendenti, oltre che da cause intrinseche quali le caratteristiche del mezzo poroso permeato e il tipo di specie chimica permeante, anche da cause estrinseche, variabili nel tempo, quali il

grado di maturazione del cemento, la temperatura, l'umidità interna, la cinetica della reazione chimica, il livello di danneggiamento del materiale. Per tenere conto di questi effetti si è adottata una formulazione del tipo:

$$C = C_{rif} \cdot F_1^*(h) \cdot F_2(T) \cdot F_3(t_e) \cdot F_4(R) \cdot F_5(D) \quad (6)$$

$$D_c = D_{c,rif} \cdot F_1(h) \cdot F_2(T) \cdot F_3(t_e) \cdot F_4(R) \cdot F_5(D) \quad (7)$$

dove per le funzioni introdotte si assumono le seguenti espressioni:

$$F_1^*(h) = \alpha_0 + \frac{1 - \alpha_0}{1 + \left(\frac{1-h}{1-h_c}\right)^n} \quad (8a)$$

$$F_1(h) = (1-h)^{2.5} \text{ per diffusione di gas} \quad (8b)$$

$$F_1(h) = \left[1 + \left(\frac{1-h}{1-h_c}\right)^4\right]^{-1} \text{ per diffusione di ioni} \quad (8c)$$

$$F_2(T) = \exp\left(\frac{Q}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \quad (8d)$$

$$F_3(t_e) = \chi + (1-\chi) \cdot \left(\frac{28}{t_e}\right)^{0.5} \quad (8e)$$

$$F_4(R) = 1 - \zeta \cdot R \quad (8f)$$

$$F_5(D) = \left[\xi + \frac{1-\xi}{1+(2D)^4}\right]^{-1} \quad (8g)$$

Il significato dei simboli sopra elencati è già stato ampiamente esplicitato in [7,11]. La funzione $F_4(R)$, dove R misura il grado di sviluppo della reazione e ζ è la percentuale di diminuzione finale del coefficiente di diffusione, fornisce la riduzione della diffusività per l'occlusione dei pori che si può avere se le reazioni chimiche producono, come nel caso della carbonatazione, dei precipitati. Qui si approfondisce solamente la descrizione della (8g) che viene introdotta per descrivere l'aumento del coefficiente di diffusione all'aumentare del parametro di danno D del materiale. Tale aumento trova giustificazione nel fatto che D è una misura del grado di fessurazione e di decadimento delle caratteristiche meccaniche del materiale e, di conseguenza, anche della maggiore diffusività indotta per effetto delle fessurazioni. Il parametro ξ introdotto nella (8g) rappresenta il rapporto tra il coefficiente di diffusione calcolato per $D=0$ (materiale non danneggiato) ed lo stesso calcolato per $D=1$ (massimo livello teorico di danneggiamento).

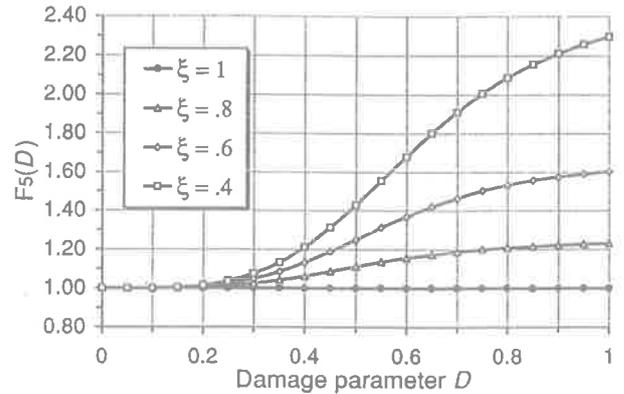


Fig. 1: aumento della diffusività all'aumentare del parametro di danno D .

Tipicamente i valori di ξ variano nell'intervallo 0.4-1, assumendo valori inferiori per calcestruzzi di migliori caratteristiche meccaniche che risentono in misura maggiore dell'effetto di danneggiamento. L'andamento della funzione proposta è rappresentato in fig.1 per diversi valori del parametro ξ . Per la descrizione del parametro di danno si rimanda alla sezione 2.4.

2.3 Analisi delle deformazioni.

Una espressione utilizzabile per classificare le deformazioni totali, al tempo t , in un materiale a comportamento meccanico qualsiasi, è quella classica:

$$\underline{\varepsilon}(t) = \underline{\varepsilon}_\sigma(t) + \underline{\varepsilon}^0(t) \quad (9)$$

in cui si individua una componente di deformazione prodotta dalla tensione $\underline{\varepsilon}_\sigma$ e una componente di deformazione impressa $\underline{\varepsilon}^0$.

La parte derivante dallo stato tensionale verrà meglio definita nella sezione successiva. Si concentra qui l'attenzione sulle deformazioni impresse che si originano per le variazioni di umidità, di temperatura e per le reazioni chimiche fra conglomerato ed agente inquinante:

$$\underline{\varepsilon}^0(t) = \underline{\varepsilon}_s(t) + \underline{\varepsilon}_T(t) + \underline{\varepsilon}_R(t) \quad (10)$$

Il ritiro per essiccazione (shrinkage) rappresenta una caratteristica propria del materiale e può essere proficuamente descritto con una relazione incrementale del tipo:

$$d\underline{\varepsilon}_s(t) = \underline{k} \cdot dh \quad (11)$$

dove \underline{k} è il vettore dei coefficienti di ritiro e dh è la variazione di umidità. Per \underline{k} sono state proposte varie definizioni [8], che con opportune ipotesi semplificative, vengono ricondotte alla forma generale:

$$\underline{k} = k_{ij} = \delta_{ij} \cdot \varepsilon_s^0 \cdot \frac{\partial f_s(h)}{\partial h} \quad (12)$$

dove δ_{ij} sono le delta di Kronecker, ε_s^0 è il ritiro libero che si avrebbe teoricamente in un provino di dimensioni infinitesime non soggetto a tensioni e privo di fessurazioni e $f_s(h)$ è una opportuna legge che descrive l'evoluzione del ritiro al variare dell'umidità. Per una più esauriente trattazione dell'argomento si rimanda a [8].

Analogamente le deformazioni termiche, nella forma più semplice si possono scrivere come:

$$d\varepsilon_T(t) = d\varepsilon_{T,ij} = \underline{\alpha} \cdot dT = \delta_{ij} \cdot \alpha_T \cdot dT \quad (13)$$

con α_T coefficiente di dilatazione termica lineare del materiale e dT variazione di temperatura. Sono anche possibili formulazioni più complete che considerano anche l'effetto degli stati di tensione agenti [8].

Per quanto riguarda l'espansione prodotta dalle reazioni chimiche ε_R si può usare la relazione:

$$d\varepsilon_R(t) = d\varepsilon_{R,ij}(t) = \underline{\gamma} \cdot dR(t) = \delta_{ij} \cdot \varepsilon_c \cdot dR(t) \quad (14)$$

dove ε_c è la deformazione lineare corrispondente alla reazione chimica completamente avvenuta (determinabile per via sperimentale) e $R(t)$ è la parte di reazione sviluppata al tempo t . Valori tipici di ε_c , nel caso di aggressione solfatica variano fra 0.05 e 0.15% in funzione del tipo di legante utilizzato e del grado di aggressività dell'azione chimica [12,13].

2.4 Un modello costitutivo con danno per l'analisi non lineare del calcestruzzo.

Lo studio del comportamento meccanico non lineare del calcestruzzo presenta notevoli problematiche legate alla difficoltà di seguire le direzioni in cui si formano le fessure, la loro propagazione ed il loro comportamento nei cicli di carico alternati dove si ha la continua chiusura e riapertura delle fessure. E' noto inoltre che le direzioni di apertura delle fessure sono puramente casuali, così come pure le loro direzioni di evoluzione, dipendendo essenzialmente dalla conformazione dell'interfaccia fra inerte ed aggregati, dalla forma e dimensione degli aggregati e da altri fattori non prevedibili. Se quindi a livello microscopico la propagazione delle microfessure segue un percorso puramente casuale, a livello macroscopico si potranno comunque individuare le direzioni dominanti di fessurazione come il luogo dei punti in cui si concentra la maggior parte delle microfessurazioni.

Tali considerazioni hanno suggerito di studiare il comportamento meccanico non lineare del calcestruzzo mediante l'introduzione della "teoria del danno" [14,15]. Lo studio della fessurazione del calcestruzzo viene in quest'ottica sostituito dallo studio del danneggiamento locale la cui nascita ed evoluzione è opportunamente regolata da una serie di funzioni e parametri tarati in base alle caratteristiche meccaniche del materiale. Diversi sono i modelli di danno proposti [15,16]; nel presente lavoro si

è utilizzato quello scalare ad un solo parametro descritto da Oñate in [9].

In tale modello la relazione non lineare fra tensioni e deformazioni per un materiale, che inizialmente si ipotizza avere comportamento non viscoso, si scrive nella forma:

$$\sigma_{ij} = (1 - D) \cdot E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{\sigma,kl} \quad (15)$$

dove D è il parametro di danno introdotto, E_{ijkl} è la matrice costitutiva elastica del materiale e $\varepsilon_{\sigma,kl}$ sono le componenti di deformazione della (9) imputabili alle tensioni. L'interpretazione, in ambito monoassiale, della (15) è che le tensioni di Cauchy elastica teorica $E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{\sigma,kl}$ viene ridotta per considerare che essa non agisce sulla sezione integra del materiale, ma su una sezione ridotta per effetto delle fessurazioni agenti. La riduzione della sezione resistente è misurata dal parametro D , pertanto il valore medio delle tensioni pensate applicate sull'intera sezione è quello fornito dalla (15).

Il modello di danno si completa con la definizione di una legge di evoluzione del parametro D , che per come è stato definito deve essere monotonicamente crescente. Uno dei criteri di danneggiamento più semplice da applicare è quello che dice che il danno può evolversi solo se si esce dalla regione nello spazio delle deformazioni descritta dalla legge:

$$F(\tau, r) = \tau - r \leq 0 \quad (16)$$

dove τ è una norma opportuna del vettore delle deformazioni $\varepsilon_{\sigma,kl}$ ed r un parametro di riferimento di tale norma. In particolare il danno insorge quando per la prima volta τ supera il valore r^0 competente al materiale vergine. Il valore di soglia r evolve con una legge sempre crescente del tipo:

$$r = \max(\tau, r^0) \quad (17)$$

vale inizialmente r^0 e cresce poi solo se $\tau > r^0$. Con queste premesse si può allora definire la funzione di danno:

$$D(r) = 1 - \frac{r^0}{r} \exp\left\{A\left(1 - \frac{r}{r^0}\right)\right\} \quad (18)$$

che, come richiesto, vale 0 quando $r = r^0$ mentre $D \rightarrow 1$ per $\tau \rightarrow \infty$. L'unico dato richiesto per definire il modello di danno presentato è il parametro A che viene tarato sulla misura dell'energia di frattura dissipata in una prova monoassiale di trazione [9].

L'esigenza di tenere in conto del diverso comportamento del calcestruzzo rispetto a stati di sollecitazione di trazione e compressione viene soddisfatta con un'opportuna scelta della norma τ delle deformazioni come indicato in [9].

Il danno definito dalla (18) non tiene conto ancora del deterioramento provocato degli agenti chimici aggressivi.

Per far questo si può pensare di operare una ulteriore diminuzione della porzione di sezione resistente $(1-D)$ della (15) attraverso un coefficiente β dipendente dal grado di attacco degli agenti inquinanti:

$$(1-D^*) = \beta \cdot (1-D) \quad (19)$$

e definire così un nuovo parametro di danno globale D^* comprensivo sia dell'azione di danneggiamento meccanico che di quello chimico:

$$D^* = 1 - \beta \cdot (1-D) \quad (20)$$

che gode della proprietà $D^* \geq D$ se $\beta \leq 1$ ed è sempre compreso nell'intervallo fra 0 ed 1. Per β si può assumere la seguente espressione che ha portato ad un buon accordo con i risultati sperimentali [4]:

$$\beta = \psi + \frac{1-\psi}{1+(2R)^q} \quad (21)$$

dove ψ è praticamente la percentuale di resistenza residua del materiale (soggetto alla sola aggressione chimica) raggiunta quando la reazione è completamente sviluppata. Lo sviluppo della reazione è misurato da R , di valore compreso fra 0 ed 1, che evolve con la legge cinetica della reazione chimica, funzione dei parametri ambientali all'interno della matrice di calcestruzzo. Spesso si può semplicemente assumere una sua crescita lineare con il valore della concentrazione dell'inquinante. Per il parametro ψ si svolgono considerazioni analoghe a quelle fatte per il parametro ξ della (8g) e spesso si assume anche $\psi = \xi$.

Sostituendo la (20) nella (18) si ottiene l'espressione finale del parametro di danno globale:

$$D^*(r) = 1 - \beta \cdot \frac{r^0}{r} \exp \left\{ A \left(1 - \frac{r}{r^0} \right) \right\} \quad (22)$$

2.5 Leggi costitutive viscoelastiche per il calcestruzzo.

Nel caso si consideri un comportamento del materiale viscoso, con deformazioni differite nel tempo, l'equazione (15) deve essere adattata nella forma:

$$\underline{\sigma}(t) = \int_0^t (1-D^*(t')) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot R(t, t') \cdot (d\underline{\epsilon}(t') - d\underline{\epsilon}^0(t')) \quad (23)$$

che introduce un modello di viscosità con danno associato. Nella (23) si è utilizzato il danno globale D^* definito nella (22) e la matrice costitutiva elastica del materiale è stata sostituita dalla matrice di rilassamento del materiale visco-elastico $\underline{C}^{-1} \cdot R(t, t')$. Trattandosi di deformazioni differite il calcolo delle tensioni necessita dell'operazione di integrazione nel tempo.

La legge di rilassamento adottata $R(t, t')$, a carattere monoassiale, può essere sia di tipo lineare che invecchiante e viene generalizzata al caso pluriassiale mediante la matrice \underline{C} [5].

L'influenza dell'umidità e della temperatura sulla velocità del creep e del rilassamento viene considerata, in forma analoga a quanto fatto per calcolare il tempo di maturazione equivalente del calcestruzzo, introducendo una opportuna distorsione della scale dei tempi con la funzione:

$$t_v = \int_0^t \varphi_T \cdot \varphi_h \cdot dt \quad (24)$$

dove φ_T e φ_h hanno le espressioni riportate in [8].

Una forma conveniente di affrontare l'integrazione della (23) è quella che utilizza le funzioni di rilassamento espresse in forma degenerata:

$$R(t, t') = \sum_{\mu=1}^N E_{\mu}(t_e') \cdot e^{\gamma_{\mu}(t_v) - \gamma_{\mu}(t_v')} \quad (25)$$

espressione che si rifà al modello meccanico della legge costitutiva viscoelastica costituito dal collegamento in parallelo di N catene di Maxwell come evidenziato in fig.2. $E_{\mu}(t_e)$ e $\eta_{\mu}(t_e) = E_{\mu}(t_e) / \dot{\gamma}_{\mu}(t_v)$ rappresentano rispettivamente la rigidità della μ -esima molla e la viscosità del μ -esimo elemento viscoso calcolati al tempo t_e .

Sostituendo la (25) nella (23), e ponendo $\underline{D}_{\mu}(t_e') = \underline{C}^{-1} \cdot E_{\mu}(t_e')$ si ricava la relazione:

$$\underline{\sigma}(t) = \int_0^t (1-D^*(t')) \cdot \sum_{\mu=1}^N \underline{D}_{\mu}(t_e') \cdot e^{\gamma_{\mu}(t_v) - \gamma_{\mu}(t_v')} \cdot (d\underline{\epsilon}(t') - d\underline{\epsilon}^0(t')) \quad (26)$$

La (26) può essere riguardata invertendo l'ordine di esecuzione dell'integrale e della sommatoria, come:

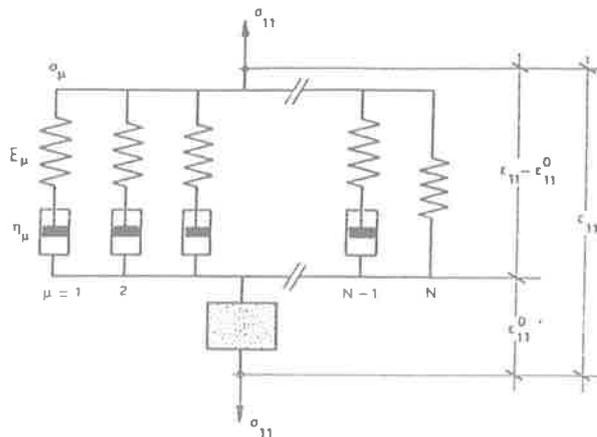


Fig. 2: catena di Maxwell con aggiunta di un elemento in serie soggetto a deformazioni igrotermiche

$$\underline{\sigma}(t) = \sum_{\mu=1}^N \underline{\sigma}_{\mu}(t) \quad (27)$$

avendo posto:

$$\underline{\sigma}_{\mu}(t) = e^{-\gamma_{\mu}(t_e)} \cdot \int_0^t (1 - D^*(t')) \cdot e^{\gamma_{\mu}(t')} \cdot \underline{D}_{\mu}(t_e) \cdot (d\underline{\varepsilon}(t') - d\underline{\varepsilon}^0(t')) \quad (28)$$

Si può dimostrare, dopo alcuni passaggi matematici [5], che la $\underline{\sigma}_{\mu}(t)$ espressa dall'ultima equazione soddisfa l'equazione differenziale seguente:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\sigma}}_{\mu}(t) + \frac{E_{\mu}(t_e)}{\eta_{\mu}(t_e)} \cdot \underline{\sigma}_{\mu}(t) = \\ = (1 - D^*(t)) \cdot \underline{D}_{\mu}(t_e) \cdot (\dot{\underline{\varepsilon}}(t) - \dot{\underline{\varepsilon}}^0(t)) \end{aligned} \quad (29)$$

Considerando il modello della catena di Maxwell in fig. 2 il contributo $\underline{\sigma}_{\mu}$ può essere visto come il contributo della μ -esima molla. La velocità di deformazione della μ -esima molla soggetta ad invecchiamento è $\dot{\underline{\sigma}}_{\mu} / E_{\mu}(t_e)$ mentre quella del μ -esimo smorzatore è $\underline{\sigma}_{\mu} / \eta_{\mu}(t_e)$.

Estendendo la sommatoria a tutti le N equazioni del tipo della (29) si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\sigma}} = \sum_{\mu=1}^N \dot{\underline{\sigma}}_{\mu}(t) = (1 - D^*(t)) \cdot \sum_{\mu=1}^N \underline{D}_{\mu}(t_e) \cdot (\dot{\underline{\varepsilon}}(t) - \dot{\underline{\varepsilon}}^0(t)) + \\ - \sum_{\mu=1}^N \frac{E_{\mu}(t_e)}{\eta_{\mu}(t_e)} \cdot \underline{\sigma}_{\mu}(t) \end{aligned} \quad (30)$$

e ponendo $\sum_{\mu=1}^N \underline{D}_{\mu}(t_e) = \underline{D}_e(t_e)$ matrice elastica al tempo t_e del materiale si può scrivere:

$$\dot{\underline{\sigma}} = (1 - D^*(t)) \cdot \underline{D}_e(t_e) \cdot (\dot{\underline{\varepsilon}}(t) - \dot{\underline{\varepsilon}}^0(t) - \dot{\underline{\varepsilon}}_c(t)) \quad (31)$$

avendo anche posto:

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_c(t) = \frac{\underline{D}_e^{-1}(t_e)}{(1 - D^*(t))} \cdot \sum_{\mu=1}^N \frac{E_{\mu}(t_e)}{\eta_{\mu}(t_e)} \cdot \underline{\sigma}_{\mu}(t) \quad (32)$$

la velocità di deformazione viscosa dovuta allo scorrimento di tutti gli smorzatori della catena di Maxwell.

3. DISCRETIZZAZIONE DELLE EQUAZIONI CON IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Le equazioni di bilancio del flusso di massa ed energia (1,2 e 3) e quella di equilibrio del corpo a comportamento viscoelastico con danno (31) sono state semidiscretizzate nello spazio mediante il metodo degli elementi finiti. Per formulare uno schema agli elementi finiti queste sono state riscritte applicando il metodo dei residui pesati di Galerkin per le equazioni di bilancio (1,2,3) e il principio dei lavori virtuali per l'equazione di equilibrio (31).

I principali campi che rappresentano le incognite del problema sono l'umidità h , la temperatura T , la concentrazione della specie chimica c ed il campo degli spostamenti del materiale solido \underline{u} . Nell'ambito del metodo agli elementi finiti [18,19] ogni campo incognito del problema è stato approssimato, a partire dal valore in pochi punti discreti del volume, introducendo delle opportune funzioni di forma.

$$U(\underline{x}, t) = N_i^U(\underline{x}) \cdot U_i(t) \quad \text{con} \quad U = h, T, c, \underline{u} \quad (33)$$

in cui le funzioni di forma usate per i diversi campi possono essere fra loro diverse.

I dettagli dei passaggi matematici eseguiti possono ritrovarsi in [7,8]. Di seguito si riporta il set completo delle equazioni discretizzate:

$$\begin{cases} \underline{VH} \cdot \dot{\underline{h}} + \underline{KH} \cdot \underline{h} + \underline{TH} \cdot \underline{T} = \underline{fh} \\ \underline{VT} \cdot \dot{\underline{T}} + \underline{KT} \cdot \underline{T} = \underline{fT} \\ \underline{VC} \cdot \dot{\underline{c}} + (\underline{KC}^1 + \underline{KC}^2) \cdot \underline{c} = \underline{fc} \\ \underline{VU} \cdot \dot{\underline{u}} + \underline{HU} \cdot \underline{h} + \underline{TU} \cdot \dot{\underline{T}} + \underline{CU} \cdot \dot{\underline{c}} = \underline{fu} + \underline{Fu} \end{cases} \quad (34)$$

dove le varie matrici riportate sono (si assume per brevità di esposizione di assumere per tutti i campi le stesse funzioni di forma):

$$\underline{VH} = \underline{VC} = \int_V \underline{N}^T \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35a)$$

$$\underline{KH} = - \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{B} \cdot dV \quad (35b)$$

$$\underline{TH} = - \int_V \underline{N}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35c)$$

$$\underline{fh} = \int_V \underline{N}^T \cdot \left(\frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial h_c}{\partial t} \right) \cdot dV + \int_{\Gamma} \underline{N}^T \cdot f_h \cdot d\Gamma \quad (35d)$$

$$\underline{VT} = \int_V \underline{N}^T \cdot \rho \cdot C_q \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35e)$$

$$\underline{KT} = - \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{b} \cdot \underline{B} \cdot dV \quad (35f)$$

$$\underline{fT} = \int_V \underline{N}^T \cdot \left(\frac{\partial Q_h}{\partial t} + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \right) \cdot dV + \int_\Gamma \underline{N}^T \cdot f_T \cdot d\Gamma \quad (35g)$$

$$\underline{KC}^1 = - \int_V \underline{B}^T \cdot D_c \cdot \underline{B} \cdot dV \quad (35h)$$

$$\underline{KC}^2 = - \int_V \underline{N}^T \cdot \underline{N} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dw}{dt} \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35i)$$

$$\underline{fc} = \int_V \underline{N}^T \cdot \frac{\partial c_c}{\partial t} \cdot dV + \int_\Gamma \underline{N}^T \cdot f_c \cdot d\Gamma \quad (35j)$$

$$\underline{VU} = \int_V \underline{B}^T \cdot (1 - D^*) \cdot \underline{D}_e(t_e) \cdot \underline{B} \cdot dV \quad (35k)$$

$$\underline{HU} = - \int_V \underline{B}^T \cdot (1 - D^*) \cdot \underline{D}_e \cdot k \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35l)$$

$$\underline{TU} = - \int_V \underline{B}^T \cdot (1 - D^*) \cdot \underline{D}_e \cdot \alpha \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35m)$$

$$\underline{CU} = - \int_V \underline{B}^T \cdot (1 - D^*) \cdot \underline{D}_e \cdot \gamma \cdot \underline{N} \cdot dV \quad (35n)$$

$$\underline{fu} = \int_V \underline{N}^T \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dV + \int_\Gamma \underline{N}^T \cdot \frac{\partial F}{\partial t} \cdot d\Gamma \quad (35o)$$

$$\underline{Fu} = - \int_V \underline{B}^T \cdot \sum_{\mu=1}^N \frac{E_\mu}{\eta_\mu} \cdot \underline{\sigma}_\mu \cdot dV \quad (35p)$$

Nelle (35d,g,j) si sono calcolate le forze nodali corrispondenti ai carichi imposti sul volume del corpo V e le condizioni agenti al contorno Γ del campo. La (35o) rappresenta le forze nodali sul solido dovute alle forze di massa ed ai carichi sul contorno caricato r_i , mentre la (35p) fornisce il vettore delle forze equilibrate per effetto delle tensioni agenti sul corpo viscoelastico.

Il set di equazioni algebriche così ottenuto viene integrato nel tempo con un metodo alle differenze finite di tipo esplicito.

Il sistema che si ottiene risulta non lineare e viene risolto iterativamente applicando uno schema di Newton-Raphson modificato. Vantaggi si hanno anche nell'applicazione di metodi risolutivi partizionati, consistenti nel risolvere un solo campo delle incognite per volta e quindi iterare la soluzione fino a convergenza. Parallelamente al calcolo delle incognite di campo ad ogni step temporale si deve aggiornare il parametro di danno D , i tempi equivalenti t_e e t_v e le altre grandezze coinvolte nel calcolo.

4. APPLICAZIONI NUMERICHE

L'efficacia della procedura di calcolo sopra esposta viene evidenziata mostrando i risultati di alcuni esempi numerici in cui si sono analizzati gli stati di tensione e di deformazione che insorgono in strutture di calcestruzzo per effetto delle variazioni di umidità e temperatura. Si è anche osservato la variazione delle grandezze meccaniche derivante dall'assunzione di un comportamento viscoelastico del materiale con danno, quest'ultimo influenzato anche dall'attacco chimico di agenti aggressivi

4.1 Analisi di una struttura massiva.

Questa opera, edificata in Sardegna, delle dimensioni di circa 87 m. di altezza e di 350 m. di lunghezza della cresta, è stata costruita con la tecnica RCC (rolled compacted concrete), i paramenti esterni sono in calcestruzzo contenente 225 Kg/mc di cemento pozzolanico a basso sviluppo di calore mentre il cuore dell'opera è fatto con getti di calcestruzzo a minore dosaggio (105 Kg/mc di cemento pozzolanico più 105 Kg/mc di ceneri volanti). Il tutto è messo in opera per strati successivi dello spessore di 30 cm, rullati e compattati, ognuno dei quali viene realizzato nell'arco di 2 giorni. L'analisi numerica svolta voleva determinare l'andamento delle distribuzioni di temperatura all'interno della struttura, in conseguenza del calore di idratazione sviluppato dal cemento, per avere una stima degli stati tensionali che si producevano. L'analisi è stata svolta nell'ipotesi di materiale elastico lineare, trascurando gli effetti viscosi e di danno, in assenza di agenti chimici diffondenti ed in condizioni di stazionarietà dell'umidità relativa. Si è invece tenuto in considerazione la variabilità della forma della sezione, in conseguenza dei tempi di esecuzione dell'opera, perchè di rilevante importanza sia nella determinazione delle distribuzioni di temperatura e del calore dissipato, che nella distribuzione delle tensioni finali. La mesh è stata aggiornata ogni 20 giorni di simulazione aggiungendo ogni volta degli strati di spessore di 5 mt. Questo, pur non essendo corrispondente alle effettive modalità realizzative dell'opera, ha garantito una sufficiente accuratezza dei risultati numerici. Le condizioni al contorno hanno previsto un andamento variabile stagionalmente della temperatura dell'aria; la faccia a monte dell'opera, dopo circa 8 mesi dall'inizio della costruzione, è stata posta in contatto con l'acqua contenuta nell'invaso ad una temperatura costante di 6 °C. L'analisi meccanica è stata di tipo tridimensionale e ha considerato la presenza di giunti di dilatazione posti nella parte superiore della struttura, ad un interasse di 25 m., l'effetto dei quali è quello di tagliare le tensioni in tale zona. Nelle figure 3 e 4 vi sono le isoterme calcolate rispettivamente dopo 320 e 680 giorni di simulazione; infine in fig. 5 si trovano le tensioni trasversali a 680 giorni calcolate con un modello tridimensionale.

I valori numerici dei parametri impiegati nella simulazione e una più completa discussione dei risultati ottenuti sono riportati in [20].

4.2 Analisi di una sezione sottile soggetta a carichi termici.

La previsione delle tensioni indotte nelle sezioni sottili, caratterizzate da una elevata superficie specifica, soggette a bruschi sbalzi termici, è di fondamentale importanza per una loro corretta progettazione. Le tensioni che nascono per effetto dell'insolazione naturale possono superare i valori di resistenza a trazione del calcestruzzo e, anche in considerazione della ciclicità delle azioni, possono portare alla fessurazione delle sezioni. Molto importante è la definizione delle condizioni al contorno che possono essere imposte, come suggerito in [21], introducendo il concetto di temperatura equivalente del sistema aria-insolazione: $T_e^* = T_e + a/\beta_T \cdot (i + d)$ dove T_e è la temperatura dell'aria, a il coefficiente di assorbimento della superficie, β_T un coefficiente di convezione superficiale e $(i + d)$ l'energia solare totale, diretta più diffusa, che raggiunge la superficie. Dallo studio delle caratteristiche dei materiali, l'esposizione delle superfici, degli angoli di incidenza dell'energia solare, dalle caratteristiche meteorologiche della zona si riesce ad stimare con buona accuratezza i valori delle temperature equivalenti da utilizzare come condizioni al contorno [20].

L'esempio proposto consiste nella determinazione degli stati di tensione e deformazione in una sezione tipica a cassone, esposta ai cicli di variabilità giornaliera della temperatura medi del Nord Italia nel mese di Luglio. L'andamento delle temperature equivalenti al contorno nell'arco di 24 ore per le diverse superfici della sezione si trova in [20]. L'analisi numerica, condotta in stato piano di deformazione, ha coperto un periodo di tre giorni completi, i primi due con il solo scopo di avvicinare l'analisi a condizioni di periodicità, il terzo nel quale si sono effettivamente valutate le tensioni e deformazioni nei vari punti della sezione. Anche in questo caso si è trascurata la deformazione viscosa del materiale data la velocità relativa con cui il fenomeno indagato avviene.

Dall'analisi dei risultati si trova che i gradienti massimi di temperatura, e quindi anche di tensione, si hanno intorno alle ore 15.00 del pomeriggio sulla soletta superiore, con un certo ritardo rispetto al momento di temperatura esterna massima per effetto dell'inerzia termica della struttura. Le tensioni calcolate sono di non trascurabile entità. Nelle figure dalla 6 e 7 vi sono valori caratteristici della temperatura interna ed esterna e delle tensioni principali nella sezione rispettivamente alle ore 10.00 e 15.00 della giornata.

4.3 Analisi di una sezione in calcestruzzo soggetta ad attacco chimico e ritiro.

La simulazione numerica di una sezione in calcestruzzo è stata sviluppata per seguire l'evolversi dei campi di umidità, temperatura, contenuto di inquinanti, tensione, deformazione e danno durante la sua fase costruttiva iniziale e le sue prime fasi di utilizzo. Il tipo di inquinante presente si è considerato essere il cloruro di

calcio, utilizzato come agente disgelante durante il periodo invernale.

Questo rappresenta l'esempio più completo fra quelli presentati in quanto utilizza tutte le potenzialità di indagine offerte dal codice di calcolo.

La fase di studio della struttura è stata suddivisa in 75 time steps, di lunghezza variabile, per un periodo indagato di 6 anni. La procedura tiene conto delle varie fasi costruttive perciò la soletta superiore viene aggiunta alla mesh solo in una seconda fase. Il periodo di costruzione si ipotizza duri 180 gg., passati i quali inizia il suo periodo di utilizzo. Le condizioni al contorno per umidità e temperatura si sono mantenute costanti pari a $h=50\%$ e $T=20^\circ\text{C}$. Dopo circa 200 giorni dall'inizio della simulazione, si è considerato agente un deposito di cloruri sulla superficie superiore, con valore variabile sinusoidalmente durante il periodo invernale (con un massimo di 10 g/mq/giorno), nullo durante il periodo estivo [7]. E' stato inoltre considerato un effetto di dilavamento costante, dovuto alle piogge, durante tutto l'anno e si è tenuto conto dell'effetto dello strato di asfalto bituminoso nel ridurre la velocità di penetrazione degli ioni.

Con la discretizzazione della sezione con la mesh di elementi finiti schematizzata in fig. 8, si sono determinati con l'analisi numerica i campi delle grandezze umidità, temperatura, concentrazione chimica, danno, tensione e deformazione.

Le tipiche curve di concentrazione dei cloruri, lungo una sezione verticale della soletta, sono indicate in fig. 9. I valori massimi della concentrazione superficiale si raggiungono al termine dei periodi invernali quando la deposizione esterna cessa; l'effetto di dilavamento porta poi la concentrazione dei cloruri in superficie a dei valori minimi durante i periodi estivi. Nelle fig. dalla 10 alla 12 sono invece riportati gli andamenti del campo dell'umidità, delle tensioni massime di trazione e del danno globale ottenuti dopo circa 6 anni di simulazione. Lo stato di stress trovato deriva dagli effetti contrastanti di contrazione (dovuti al ritiro del calcestruzzo) e di espansione (dovuto all'attacco chimico). Si nota come il danno si concentri dove insiste l'attacco chimico e negli angoli dove il ritiro (pur se mitigato dal fluage) origina i valori più elevati delle deformazioni locali.

In fig. 13 sono riportati invece i valori delle tensioni massime di trazione calcolati con lo stesso modello ed allo stesso tempo ma senza considerare l'effetto dell'attacco chimico.

5. CONCLUSIONI

E' stata presentata la formulazione per l'analisi dell'evoluzione dei campi di umidità, di temperatura, e degli inquinanti, accoppiata all'analisi meccanica del continuo viscoelastico con comportamento non lineare riprodotto con un modello di danno scalare ad un solo parametro. Le equazioni che governano il problema, la cui soluzione non è possibile in forma chiusa per la non

linearità delle equazioni stesse e per l'elevata interdipendenza delle incognite di campo, sono state implementate in un codice di calcolo agli elementi finiti. Tale strumento permette la valutazione degli stati di tensione e deformazione, nonché delle mappe di danneggiamento, in opere in calcestruzzo soggette al ritiro ad azioni termiche e sottoposte ad aggressione chimica. Alcuni esempi numerici sono stati esposti a dimostrazione della consistenza e dell'applicabilità del metodo.

Questo allo scopo di fornire uno strumento di pratico utilizzo per la previsione del comportamento strutturale e della durabilità di una struttura, operante in generiche condizioni ambientali. Ulteriori studi sono in corso per affinare il modello teorico posto alla base del problema, in particolare nell'aspetto riguardante il danneggiamento per azione chimica.

BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB - RILEM, Durability of concrete structures, *Workshop Report*, ed. S. Rostam, Copenhagen, 18th - 20th May., 1983.
- [2] SAETTA A., Durabilità delle strutture di calcestruzzo armato e analisi dei fenomeni di diffusione in materiali multifase, *Tesi di dottorato* Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Università di Padova, Italy, Febbraio 1992.
- [3] OUYANG C., NANNI A., CHANG W.F., Internal and external sources of sulfate ions in portland cement mortar: two types of chemical attack, *Cement and Concrete Research*, Vol. 18, 1988, pp. 699-709.
- [4] COLLEPARDI M., COPPOLA L., MONOSI S., Chemical attack of calcium chloride on the portland cement paste, *Il Cemento*, n. 2, pp. 97-104, 1989.
- [5] BAZANT Z. P., Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete", J. Wiley & Sons, London, 1988.
- [6] BAŽANT Z.P., NAJJAR L.J., Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete, *Mat. and Struc.* (RILEM, Paris), Vol. 5, n° 25, 1972, pp. 3-20.
- [7] SAETTA A., SCOTTA R., VITALIANI R., "The numerical analysis of chloride penetration in concrete", *ACI Material Journal*, Vol. 90, n. 5, 1993, pp.441-451.
- [8] GRIGOLETTI U., MAJORANA C. E., VITALIANI R., *Analisi termoigrometrica e meccanica del continuo tridimensionale con metodi numerici agli elementi finiti. Applicazione al caso dei calcestruzzi*, Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Tomo CXLVIII (1989-90), Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 65-108.
- [9] OÑATE E., Reliability analysis of concrete structures. Numerical and experimental studies, *Evoluzione nella sperimentazione delle costruzioni*, Seminario CISM, Merano, Aprile 1994, pp. 125-146.
- [10] MAJORANA C. E., VITALIANI R., Finite element modeling of creep and shrinkage of concrete including damage effects, *Proc. 5th Int. Rilem Symposium Creep and Shrinkage of Concrete*, n. 22, Barcelona, RILEM, Sept. 6-9, 1993, 421-426.
- [11] SAETTA A.V., SCHREFLER B.A., VITALIANI R.V., The carbonation of concrete and the mechanism of moisture, heat and carbon dioxide flow through porous materials, *Cem. and Conc. Research*, Vol. 23, n. 4, 1993, pp. 761-772.
- [12] KALOUSEK G. L., BENTON J., Mechanism of seawater attack on cement pastes, *ACI Journal*, Vol. 9, n. 67, 1970, pp. 187-192
- [13] LAWRENCE C. D., Sulphate attack on concrete, *Magazine of Concrete Research*, Vol. 42, n. 153, 1990, pp. 249-264.
- [14] LEMAITRE J., How to use damage mechanics, *Nuclear Engineering and Design*, n. 80, 1984, pp. 233-245.
- [15] SIMO' J.C., JU J. W., Strain and stress based continuum damage model - I. Formulation, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 23, 1987, pp. 821-840.
- [16] KACHANOV L. M., Introduction to continuum damage mechanics, *Mechanics of elastic stability*, ed. H.H.E. Leipholz e G. Oravas, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1986.
- [17] MAJORANA C. E., Influenza del danno sul comportamento termoigrometrico e meccanico del continuo, *Giornale del Genio Civile*, 7-9, 1989, pp.211-236.
- [18] ZIENKIEWICZ O.C., TAYLOR R.L., The finite element method, *fourth edition*, Vol. 1, McGraw-Hill, 1989.
- [19] HUGHES T.J.R., The finite element method, Prentice-Hall, Inc. 1987.
- [20] SAETTA A., SCOTTA R., VITALIANI R., Stress analysis of concrete structures subjected to variable thermal loads, *in stampa su A.S.C.E.*
- [21] Thermal effects in concrete structures, *Bulletin d'Information n. 167i*, Comitè Euro-Internationale du Beton, 1985, Lausanne, Switzerland.
- [22] MAJORANA C.E., SAETTA A., SCOTTA R., VITALIANI R., Mechanical and durability models for lifespan analysis of bridges, *accettato per pubblicazione al congresso IABSE Symposium: Extending the Lifespan of Structures*, San Francisco, USA, August 23-25 1995.

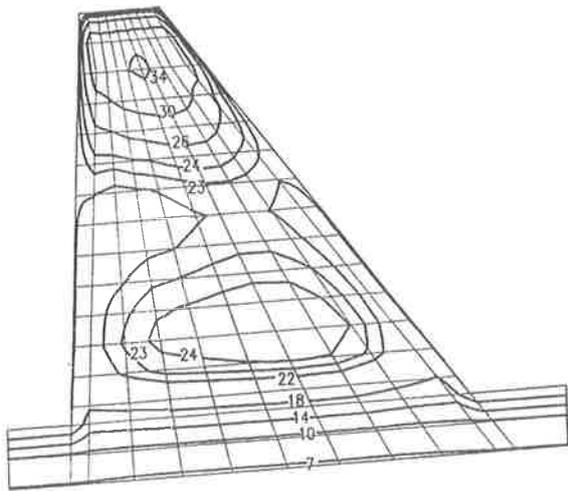


Fig. 3: isoterme dopo t=320 giorni.

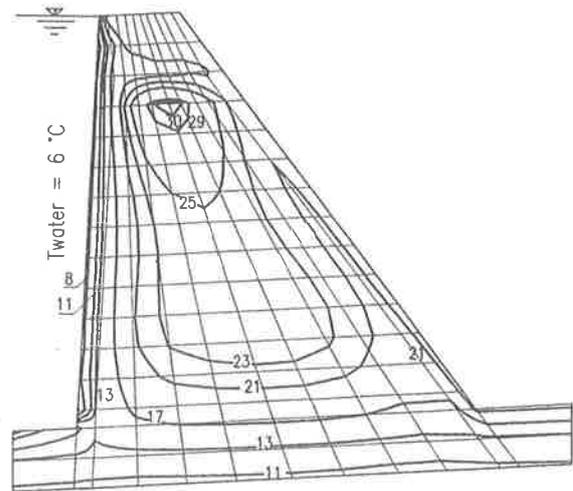


Fig. 4: isoterme dopo t=680 giorni.

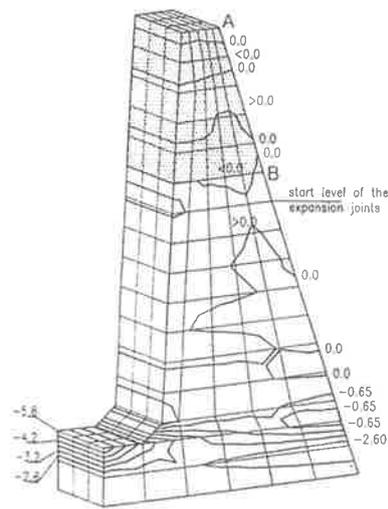


Fig. 5: tensioni trasversali (in MPa) nell'opera a t=680 giorni.

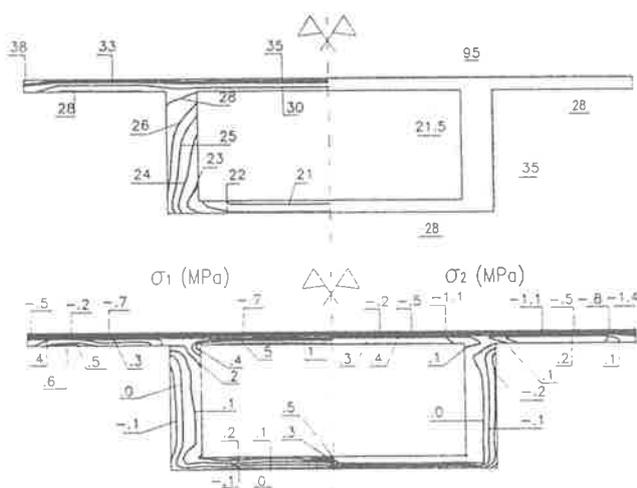
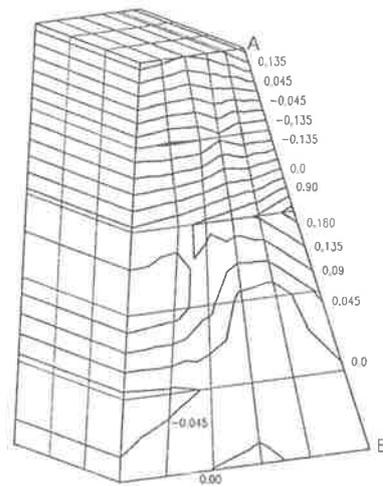


Fig. 6: temperatura interna, temperatura equivalente esterna, e tensioni principali (in MPa) a t=10:00 ore.

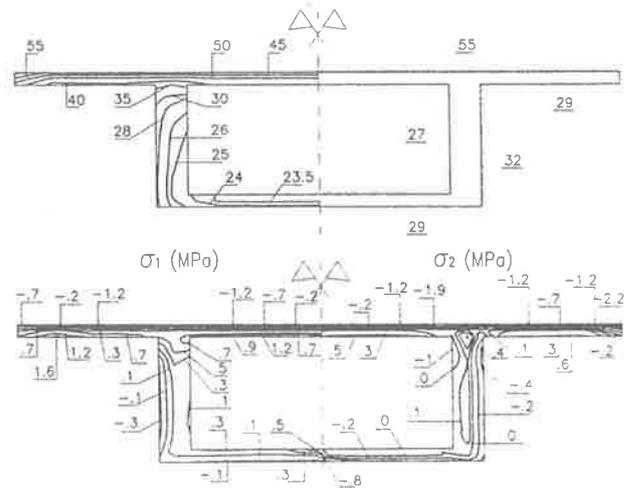


Fig. 7: temperatura interna, temperatura equivalente esterna, e tensioni principali (in MPa) a t=15:00 ore.

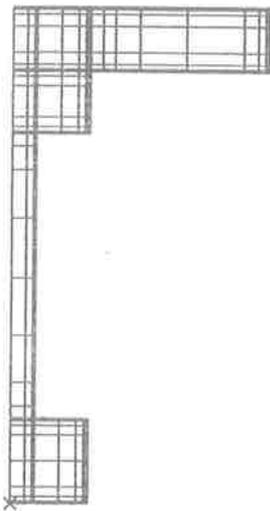


Fig. 8: mesh agli elementi finiti (semisezione).

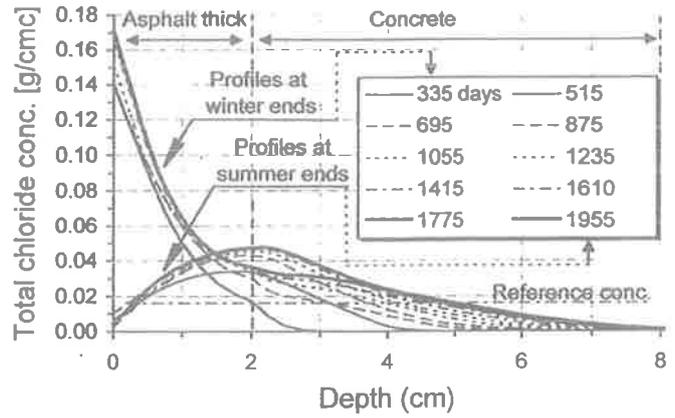


Fig. 9: curve di concentrazione dell'inquinante

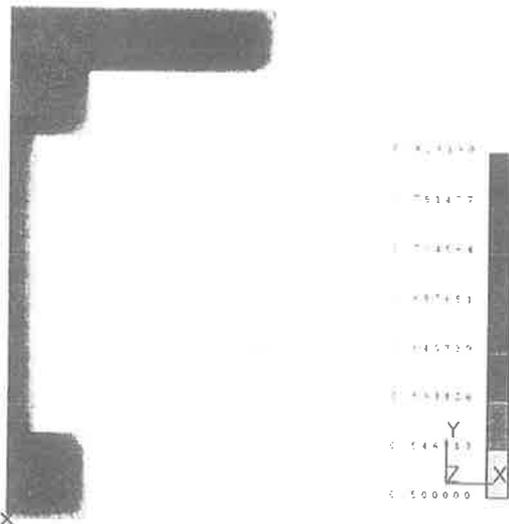


Fig. 10: umidità relativa interna con cloruri a t=6 anni.

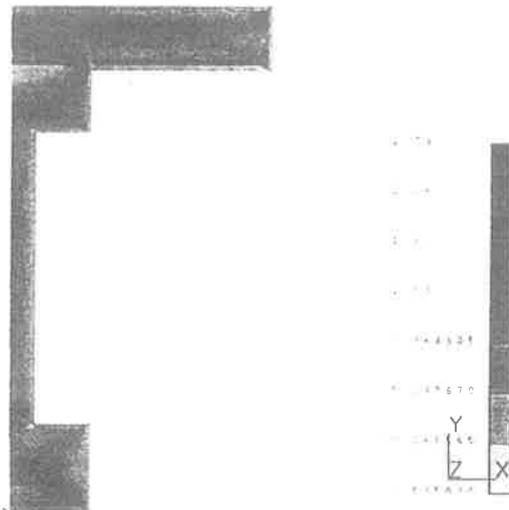


Fig. 11: tensioni princ. di trazione con cloruri a 6 anni.

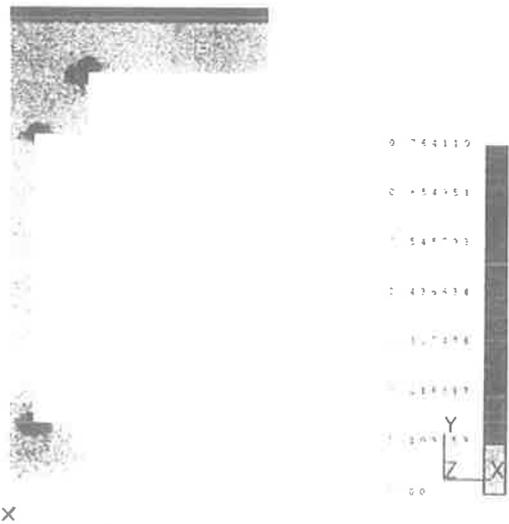


Fig. 12: mappe di danno con cloruri a t=6 anni.

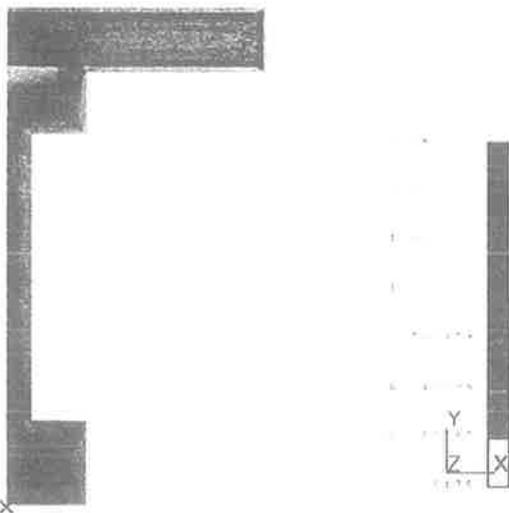


Fig. 13: tensioni princ. di trazione senza cloruri a 6 anni.

SERBATOI PER L'APPROVVIGIONAMENTO IDRICO: I COSTI DEL DEGRADO

Enzo SIVIERO - Roberta CANTONI
Dipartimento di Scienza e Tecnica del Restauro - Istituto Universitario di
Architettura di Venezia

SERBATOI PER L'APPROVVIGIONAMENTO IDRICO: I COSTI DEL DEGRADO

Enzo SIVIERO

Professore straordinario di Tecnica delle Costruzioni
I.U.A.V. - VENEZIA

Roberta CANTONI

Architetto
I.U.A.V. - VENEZIA

SOMMARIO

In questa nota si riportano i risultati di una ricerca svolta recentemente su n°24 serbatoi con diverse tipologie costruttive, in c.a. e c.a.p., per l'approvvigionamento idrico, per determinare l'incidenza del costo di ripristino in rapporto al loro costo di costruzione rivalutato. Da tale analisi si individua quale sia la tipologia più "valida" in termini economici nel tempo, per progettare strutture che conservino la loro destinazione funzionale per l'intero periodo di vita previsto. Per ottenere questo occorre, infatti, progettare effettuando opportune scelte architettoniche, ma soprattutto tecnologiche e costruttive, rivolgendo maggiore attenzione all'esecuzione di alcuni particolari costruttivi, quali ad esempio la costruzione di accessi diretti alle diverse parti strutturali essenziali dell'opera per rendere più agevoli i controlli e gli eventuali lavori di manutenzione.

SUMMARY

This paper reports on the outcome of a study recently performed on twenty-four water storage tanks of various structural type, made of reinforced or prestressed concrete, with a view to establishing the incidence of costs incurred in repairing damaged hanging tanks vis-à-vis their revalued construction cost. This analysis leads to the identification of the most suitable structural model in economic terms over time, suggesting the design features of structures capable of preserving their function throughout their predicted lifetime. This means that their design must be based on suitable architectural considerations - but particularly on technological and structural decisions - paying more attention to how certain structural details are implemented, e.g. the provision of direct access routes to the various essential parts of the construction to facilitate inspections and any necessary maintenance operations.

1. PREMESSA

In questi ultimi anni è stata posta particolare attenzione al problema della durabilità dei manufatti edilizi in Italia in quanto, poichè per troppo tempo sono stati trascurati sia i controlli sistematici che la necessaria manutenzione, le loro condizioni sono diventate preoccupanti.

Appare chiara l'esigenza di dover intervenire in modo adeguato rilevando o ancor meglio prevenendo l'insorgere di eventuali ed ulteriori danni alle opere per garantire la sicurezza d'uso. E' necessaria quindi una

programmazione degli interventi di manutenzione, ripristino e restauro non solo in una seconda fase, ma già in fase progettuale.

I controlli sui manufatti per l'approvvigionamento e la distribuzione dell'acqua, a differenza di quelli sulle opere quali strade e ponti, non sono regolati da normative e circolari, non sono stabiliti nè i livelli di ispezione nè i modi e i tempi delle procedure.

Bisogna, inoltre, sottolineare la precarietà dei finanziamenti degli enti di gestione, collegata probabilmente ad un disinteresse a livello centrale.

E' auspicabile che, per gestire un bene prezioso come l'acqua e un patrimonio così cospicuo di opere in cemento armato possa nascere una valida e coerente organizzazione, capace di mettere a punto programmi da rendere operativi in tempi brevi.

2. DESCRIZIONE DEI SERBATOI

Sono stati analizzati 24 serbatoi degradati al fine di individuare l'incidenza del costo di ripristino in rapporto al loro costo di costruzione rivalutato.

Essi sono situati nel Veneto, costruiti prevalentemente tra gli anni 1957 e 1963 e hanno subito interventi di restauro negli ultimi anni (fig.n°1).

LOCALITA'	ALTEZZA		CAPACITA'		N° PALI	ANNO	
	totale	fondo vasca	serbatoio	2° serbatoio		costruzione	restauro
Fontanelle	56.50	51.40	350		32	1972	1988
Mira Lanza	59.46	50.00	600		68	1961	1987
San Biagio	25.42	20.48	100		24	1962	1991
Filo	23.55	17.70	200		32	1962	1989
Benvignate	24.20	20.5	30		19	1960	1989
Montesanto	29.03	24.05	60		24	1960	1989
Masi San Giacomo	26.44	20.61	200		32	1962	1987
Porta Rotta	26.87	21.90	100		24	1962	1987
Gualdo	23.36	18.16	100		24	1960	1991
Quartiere	27.62	22.72	60		24	1960	1991
Cavarzere Lezzè	53.82	44.00	1000		67	1962	1991
Rosolina	36.25	29.50	200		36	1972	1984
Badia Polesine	34.50	27.00	400		25	1957	1984
Agna	35.69	27.71	340	150	55	1957	1984
Conselve	41.80	33.65	500	150	55	1958	1984
Anguillara	46.80	38.48	500	150	55	1957	1991
Corbola	53.82	44.00	1000		67	1962	1991
Contarina	36.10	30.50	500		55	1970	1991
Taglio di Pò	53.82	44.00	1000		67	1962	1991
Cavarzere centro	46.20	37.00	750		51	1962	1991
Bottrighe	38.60	33.00	500		55	1963	1991
Venezia	35.70	26.10	800		66	1914	1990
Scorzè	59.17	53.35	400	600	47	1961	1985
Dolo	36.75	30.00	350		32	1957	1987

Fig.1. Dati tecnici dei singoli serbatoi

Tipologicamente questi manufatti si possono raggruppare in n°2 grandi categorie suddivise a loro volta come in seguito riportato:

- fusto a traliccio
 - con rampa a chiocciola
 - con rampa a chiocciola e vasca a paratie
 - con pianerottolo e rampa alla marinara
- fusto a camino
 - con serbatoio superiore tipo INTZE (a fungo)
 - con più pilastri

Solo n°2 casi analizzati si allontanano da questa schematizzazione cioè è imputabile probabilmente alla zona e agli anni di costruzione: serbatoio di Scorzè 1961 e serbatoio di Venezia 1914 (fig.n°2).

3. METODOLOGIA DI ANALISI

3.1. Costi di costruzione

Individuati i manufatti da analizzare e suddivisi in gruppi tipologicamente omogenei, si sono scelte delle

torri campione per ogni gruppo sulle quali poter calcolare per più voci di capitolato (costi di struttura e costi accessori) i costi di costruzione.

TIPOLOGIA		SERBATOIO
1	Fusto a camino - con serbatoio superiore tipo INTZE	- Fontanelle (Tv) - Dolo (Ve) - Mira Lanza (Ve) - Rosolina (Ro)
2	Fusto a traliccio - con rampa a chiocciola e vasca a paratie	- Corbola (Ro) - Contarine (Ro) - Taglio di Po (Ro) - Cavarzere Lezzè (Ro) - Cavarzere Centrale (Ro) - Bottrighe (Ro)
3	Fungo + traliccio	- Badia Polesine (Ro) - Agna (Pd) - Conselve (Pd) - Anguillara (Pd)
4	Fusto a traliccio - con rampa a chiocciola	- San Biagio (Fe) - Filo d'Argenta (Fe) - Masi San Giacomo (Fe) - Portorotta (Fe) - Gualdo (Fe)
5	Fusto a traliccio - con pianerottolo e rampa alla marinara	- Bevignate (Fe) - Montesanto (Fe) - Quartiere (Fe)
6	Altre	- Venezia - Scorzè (Ve)

Fig.2. Tipologie

Si è così riscontrato che le variazioni dei costi di una torre dipendono sia dai m^3 di acqua contenuti nella vasca, sia dall'altezza a cui la stessa era posta. Quindi il mero trasferimento del costo di costruzione della torre campione alle torri ad essa tipologicamente simili, non poteva essere effettuato direttamente. E' stato così necessario individuare quali costi dipendevano dalla capacità del serbatoio e quali invece dall'altezza e forma del fusto.

Si è constatato che mentre il quantitativo di c.a. in opera è proporzionale ai m^3 di acqua contenuti nel serbatoio, il costo delle sovrastrutture accessorie (ponteggi e scale) è diretta conseguenza dell'altezza della struttura.

Si sono così scissi i costi di costruzione campione in costi di struttura e in costi accessori, e resi unitari, rapportandoli il primo alla capienza del serbatoio campione, ed il secondo all'altezza a cui è posto lo stesso.

Prima di estendere i costi unitari della torre campione a tutte quelle della sua stessa tipologia si è posta la corrispondenza (come ordine di grandezza) del prezzo unitario della struttura da noi calcolato con il prezzo corrente per m^3 di c.a. in opera.

Poiché tale corrispondenza è stata effettivamente verificata si è potuto effettuare il trasferimento del costo unitario di costruzione della torre campione alle torri tipologicamente simili.

Analizzando in dettaglio i costi di costruzione secondo il metodo sopra esposto è possibile fare alcune considerazioni.

TIPOLOGIA 1

In questa tipologia le torri sono interamente in c.a., hanno serbatoi medio grandi ($200-600 m^3$) e un'altezza medio-alta (29.50-51.40 m). I costi di costruzione presentano una certa costanza d'incidenza di costi di struttura e di costi accessori sul totale di costruzione.

Raggruppando assieme tutti i casi della stessa tipologia ed analizzando le due variabili (altezza e capacità) (figg.3-4) separatamente ed ognuna in rapporto ai costi totali delle costruzioni, si riscontra una certa proporzionalità per quanto riguarda la capacità, mentre per quanto riguarda l'altezza il rapporto col costo non ha un andamento lineare. La retta del rapporto capacità-costi presenta una discontinuità in corrispondenza del valore 350 mc, dovuta al fatto che i due casi lì localizzati hanno serbatoi uguali, ma altezze differenti. Quindi è possibile dedurre che le due variabili si influenzano reciprocamente e valutandole separatamente, si perdono livelli d'informazione sull'andamento dei costi totali.

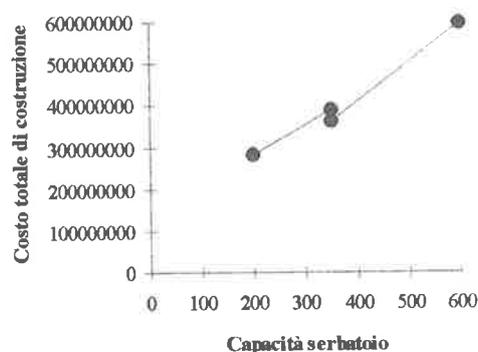


Fig. 3. Tipologia 1. Variazioni del costo totale di costruzione al variare della capacità del serbatoio

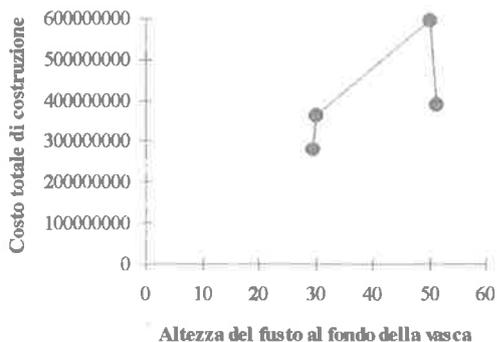
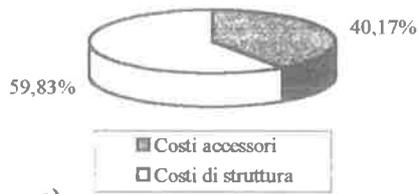


Fig. 4. Tipologia 1. Variazioni del costo totale di costruzione al variare dell'altezza fondo vasca

TIPOLOGIA 2

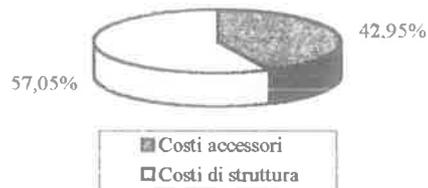
I serbatoi di questa tipologia sono fra i più grandi dei n°24 casi analizzati: la loro capacità varia dai 500 ai 1000 m³ per un'altezza compresa tra i 36.10 e i 53.82 m. Nei grafici a torta (fig.5) che considerano per ogni singolo caso l'incidenza dei costi di struttura e di quelli accessori sul totale di costruzione, si evidenzia che la distribuzione delle percentuali è più o meno simile in tutti i casi. Questa costanza è dovuta al fatto che tre torri su sei sono identiche; rispetto a queste, le altre sono tutte proporzionalmente ridotte. Tutto ciò si riflette quando vengono valutate le variazioni del costo totale di costruzione in rapporto alla capacità dei serbatoi e all'altezza a fondo vasca. Il risultato, di questa tipologia, sembra interessante, data la proporzionalità delle due voci considerate in quanto si nota come l'aumentare della capacità e dell'altezza della torre sia proporzionalmente legata al costo di costruzione.



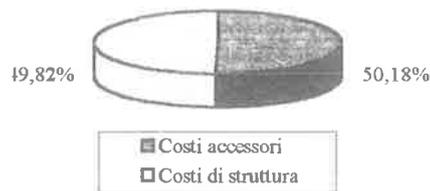
a)



b)



c)



d)

Fig.5. Tipologia 2: incidenza dei costi parziali di costruzione sui totali

- a) Serb. di Cavarzere Lezzè, di Corbola, Taglio di Pò
- b) Serb. di Contarine
- c) Serb. di Bottrighe
- d) Serb. di Cavarzere Centro

TIPOLOGIA 3

I serbatoi di questa categoria hanno un'altezza variabile dai 27 ai 38 m una capacità dai 340 ai 500 m³; si possono classificare nella fascia intermedia. Anche questa tipologia presenta una costanza nell'incidenza dei costi di struttura e di quelli accessori sul totale di costruzione. Ha un peso marginale sul costo di struttura (4%), il fatto che la torre di Badia Polesine sia priva della vasca intermedia. E' chiaramente visibile che i costi di struttura per questa tipologia hanno un peso molto elevato sul totale, intorno al 70%, probabilmente dato dalla poca economicità del fusto costituito da traliccio più camino centrale. Si riscontra ancora una volta una certa proporzionalità dei costi al variare della capacità e di non linearità degli stessi rispetto all'altezza.

TIPOLOGIA 4

Questi serbatoi hanno una capienza variabile tra i 100 e 200 m³ per una altezza al fondo vasca che va dai 17.70 ai 21.90 m. Dai valori ottenuti si riscontra una discontinuità d'incidenza del costo di struttura sul totale, imputabile probabilmente al fatto che più o meno a parità di altezza la capacità per i serbatoi di Gualdo, Portorotta e S.Biagio si dimezza. Quando vengono valutate le variazioni del costo totale di costruzione in

rapporto alla capacità dei serbatoi e all'altezza a fondo vasca si evince chiaramente che l'altezza non ha la minima incidenza sui costi totali di costruzione e ciò che ne determina la variazione è la capacità dei serbatoi.

TIPOLOGIA 5

I serbatoi in questione hanno capacità di 30 e 60 m³ per un'altezza variabile dai 20.05 ai 24.05 m. In questa tipologia, quando vengono valutate le variazioni del costo totale di costruzione in rapporto alla capacità dei serbatoi e all'altezza a fondo vasca si evidenzia la corrispondenza inizialmente supposta tra costi di struttura e capacità vasca, infatti l'incidenza si aggira sul 52-53% circa (capacità 60 m³), mentre passa al 65.84% quando la capacità si dimezza.

TIPOLOGIA 6

In questo gruppo, che non rappresenta una tipologia, sono stati presi in esame il serbatoio di Venezia e di Scorzè che costituiscono formalmente elementi di

dispersione. Nel primo caso si è riscontrata un'incidenza molto elevata dei costi di struttura sul totale, probabilmente imputabile al notevole sovradimensionamento strutturale (capacità 800 m³ - altezza 26.10 m) conseguenza dell'anno di costruzione. Nel secondo caso esiste una preponderanza dei costi strutturali sugli accessori (capacità 1000 m³ - altezza 53.35 m). La conseguenza è che all'aumentare della capienza e dell'altezza, aumentano i costi di costruzione in percentuale.

Sulla base di quanto sopra esposto è possibile determinare i costi di costruzione in funzione della capacità e dell'altezza del serbatoio

Osservando il grafico "Variazioni del costo totale di costruzione all'aumentare della capacità del serbatoio" della figura n°6, si nota una certa linearità di distribuzione.

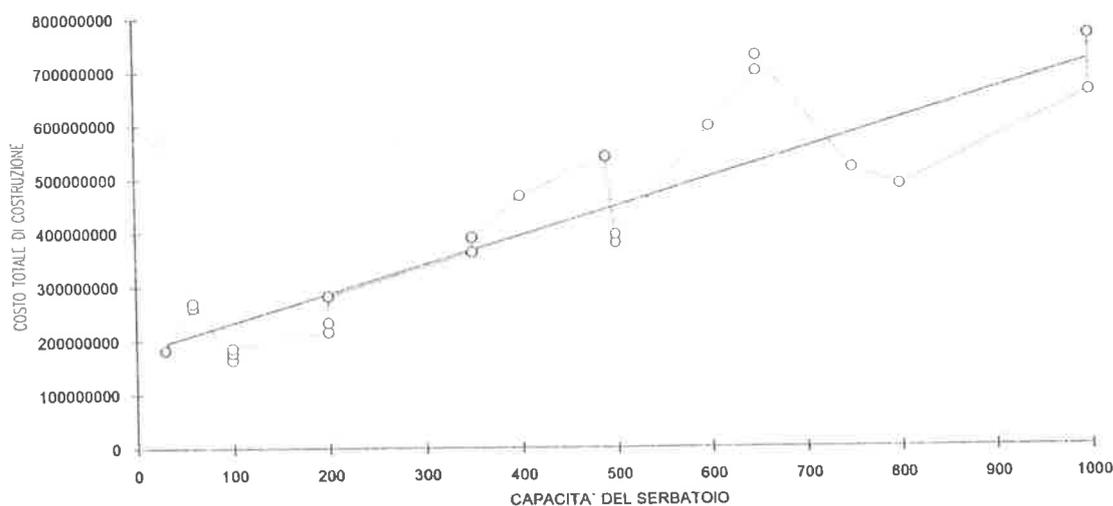


Fig.6. Variazione del costo di costruzione al variare della capacità del serbatoio (tipologie: tutte)

Questo in quanto all'aumentare della capacità del serbatoio e di conseguenza delle dimensioni della torre, non può che aumentare la quantità dei materiali posti in opera e naturalmente il costo di costruzione.

Per quanto riguarda il grafico "Variazioni del costo totale di costruzione all'aumentare dell'altezza a fondo

vasca" della figura n°7, il grado di linearità della distribuzione è meno evidente in quanto il peso di questa variabile sui costi totali di costruzione dipende dalla tipologia della torre e quindi dal volume del materiale in opera in altezza.

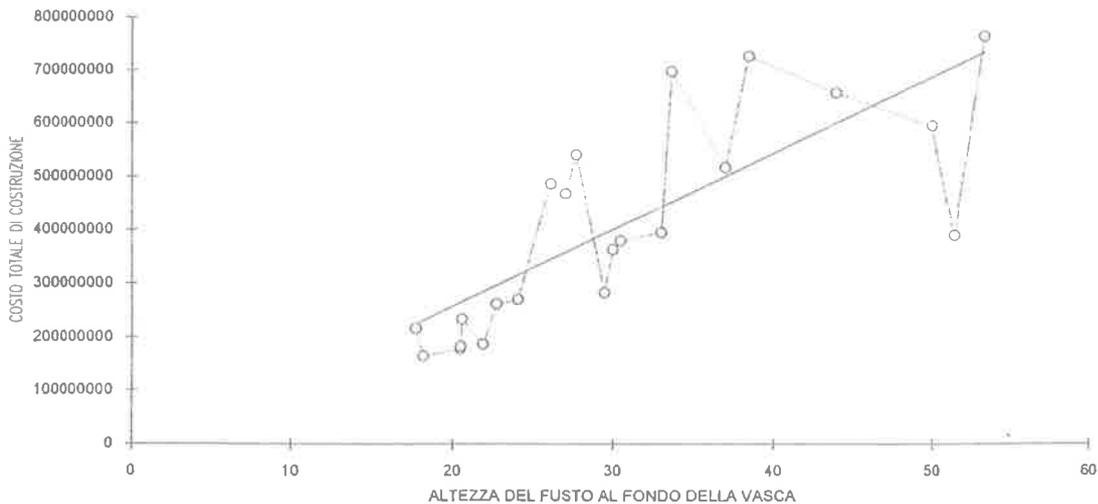


Fig.7. Variazione del costo di costruzione al variare della dell' altezza a fondo vasca (tipologie:tutte)

3.2. Costi di ripristino

Una volta determinati i costi di costruzione aggiornati dei manufatti analizzati è stato necessario classificare i vari interventi di ripristino per valutarne l'effettiva incidenza percentuale sui costi di costruzione stessi.

L'intervento tipo era costituito prevalentemente da:

1. un ripristino del calcestruzzo ammalorato con metodi più o meno equivalenti (ripristino dell'obsolescenza fisica)
2. una serie di operazioni per la sostituzione o messa a punto di accessori strutturali (ripristino dell'obsolescenza funzionale)

In circa la metà dei n°24 casi considerati sono stati eseguiti inoltre interventi di ripristino strutturale di piccola entità, in quanto lo stato di degrado non era avanzato.

La classificazione dei lavori eseguiti è stata così composta:

1. *Ponteggio*: scorporato perchè come si evidenzierà nel seguito ha un peso rilevante nell'intervento di ripristino
2. *Risanamento del calcestruzzo*: generalmente costituito da quattro fasi:

- idrosabbatura e picchettatura delle parti ammalorate e loro asportazione
- ripristino delle sezioni originarie con malta addizionata a resine autoportanti e antiritiro
- trattamento protettivo di tutte le superfici

3. *Impermeabilizzazioni*: applicate nella maggioranza dei casi nella vasca e sul tetto, con le seguenti fasi:

- idrosabbatura del calcestruzzo
- chiusura con resine sigillanti delle fessure
- verniciatura protettiva atossica o posa in opera di telo in P.V.C. per l'interno vasca,
- posa in opera di un rivestimento bituminoso nella copertura
- (a volte prevista) verniciatura successiva delle guaine

4. *Ripristino strutturale*. Gli interventi consistevano nel:

- consolidamento del calcestruzzo con iniezioni di resine,
- riempimento dei tubi fuori uso di carico statico all'interno dei pilastri con conseguente consolidamento degli stessi
- rifacimento dei pilastri e/o dei solai di copertura,
- rinforzo di alcune sezioni con l'aggiunta di ferri alle armature e ricostituzione dei volumi di calcestruzzo.

5. *Risanamento del paramento in cotto*: questa voce compare solo in quattro casi ed è costituita dalla demolizione e sostituzione integrale o parziale dei

paramenti esterni della vasca costruiti in mattoni a vista.

6. *Altre*: in questa voce sono riunite tutte le operazioni peculiari di ogni torre atte a ripristinare la funzionalità come: reti antipiccione, sostituzione di gocciolatoi, posa in opera di nuovi tubi di scarico e carico, riparazioni funzionali a porte e finestre o parapetti in ferro.

TIPOLOGIA 1

I costi di restauro scorporati per voci evidenziano che gli interventi subiti dalle torri di questa tipologia sono molto diversi tra loro, sia per quanto riguarda i tipi di interventi effettuati, sia per la qualità degli stessi. L'incidenza dei costi parziali di restauro sul costo totale di costruzione ci rivela invece l'entità del ripristino subito dalle singole torri. Il serbatoio di Dolo, dopo 30 anni di vita, ha avuto un intervento di grande entità economica (94.50% del costo totale di costruzione ex novo), sebbene non caratterizzato da ripristino strutturale, perchè la torre non presentava un avanzato stato di obsolescenza fisica. Il serbatoio di Mira (differente dal caso di Dolo), di proprietà privata, invece ha subito dopo 26 anni di vita un intervento pari al 9.35% del costo di costruzione. In questo caso la voce di spesa che ha inciso di più sul totale del restauro è stato il ponteggio (circa il 60%). Il grado di obsolescenza fisica dell'opera era molto ridotto ed ha inciso solamente per circa un 4% sul costo totale di costruzione. Il serbatoio Rosolina ha subito un restauro a 19 anni di vita pari al 37.84% del costo totale di costruzione; l'intervento a così breve scadenza è dovuto al fatto che tale torre è localizzato in una zona marina e di conseguenza più aggressiva per il c.a. in opera. Il serbatoio di Fontanelle localizzato in zona meno aggressiva, alle pendici delle Alpi, ha subito a 16 anni di vita un ripristino del 19.04%. I casi di questa tipologia non sono di conseguenza collegabili, in quanto non presentano comportamenti simili.

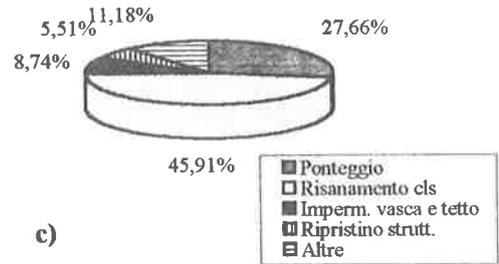
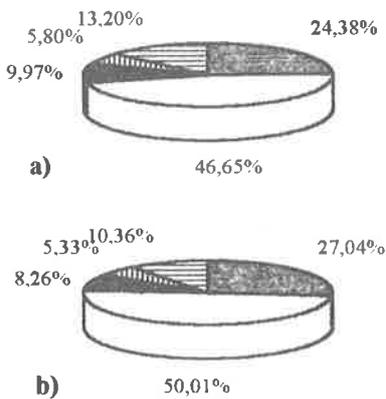


Fig.8. Tipologia 2: incidenza dei costi parziali di restauro sul totale

- a) Serb. di Bottrighe
- b) Serb. di Cavarzere centro
- c) Serb. di Taglio di Po

TIPOLOGIA 2

Questa tipologia presenta degli interventi di restauro generalmente molto simili. Infatti tutte le torri presentano un risanamento del calcestruzzo oscillante tra il 40-50% del costo complessivo dell'intervento ed una quota di ripristino strutturale oscillante dal 5 al 6% del costo complessivo. La distribuzione del costo di restauro in rapporto alla vetustà del manufatto è molto uniforme e permette di asserire che le strutture di questa entità e poste in clima fluviale manifestano tra i 25 e i 35 anni un degrado che in termini monetari rappresenta il 60-70% del costo totale.

TIPOLOGIA 3

In questa tipologia le torri analizzate rilevano un degrado in forma differente: tre di esse (Aegna, Conselve e Anguillara) presentano un risanamento del calcestruzzo che varia da un 40% ad un 46% e di conseguenza un obsolescenza fisica predominante sull'obsolescenza funzionale, che è dell'ordine del 30%; mentre Badia Polesine evidenzia un obsolescenza funzionale che incide per un 40% circa sul totale del restauro in confronto ad un risanamento del calcestruzzo che incide del 28%.

TIPOLOGIA 4

In questa tipologia si nota una certa uniformità delle singole voci di intervento di restauro. Il risanamento del calcestruzzo oscilla da un 42.93% minimo ad un 57.35% massimo e in due serbatoi incide per una certa quota anche il ripristino strutturale (9.41%-10.86); il che significa che il grado di obsolescenza fisica pur diffusa è prevalentemente a livello superficiale. Dall'analisi dei costi di restauro rispetto alla vetustà del serbatoio, è risultato che una torre di questa tipologia con un'età di 25-30 anni richiede un intervento di restauro di circa il 45%. Percentuale giustificata dal fatto che queste torri sono localizzate in un'area climaticamente non particolarmente aggressiva, ma molto umida, e grazie alla loro tipologia costruttiva non presentano una elevata superficie esposta agli agenti atmosferici.

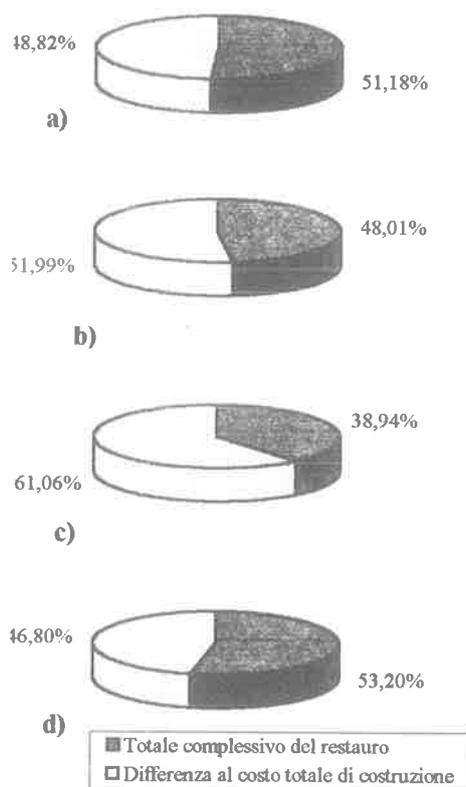


Fig.9. Incidenza del costo totale di restauro sul costo totale di costruzione

TIPOLOGIA 5

Analizzando i singoli costi di restauro sul totale, la voce che emerge con maggiore evidenza è il ripristino strutturale, in particolar modo il caso di Quartiere dove si raggiunge il 43.65% del totale di ripristino (negli altri casi la stessa voce si aggira sul 14-15%). Nel caso di Montesanto e Bevignate il 43% e il 46% rispettivamente dei costi d'intervento è rappresentato invece dal risanamento del calcestruzzo, mentre a Quartiere si aggira sul 18%.

TIPOLOGIA 6

Questa tipologia rappresenta due casi peculiari non paragonabili tra loro. Il caso di Venezia, pur essendo in zona marina non presentava, al momento dell'intervento, uno stato di degrado strutturale avanzato. I deterioramenti più vistosi si avevano nel paramento in cotto del serbatoio e nell'impermeabilizzazione della vasca. L'intervento non è comunque di notevole entità se paragonato al degrado (in rapporto all'età) degli altri manufatti.

Nel caso di Scorzè la voce che domina sulle altre è il risanamento del calcestruzzo che rappresenta il 48.45% del totale dell'intervento e questo probabilmente a causa della grande quantità di calcestruzzo esposto (fusto a traliccio più due vasche); il 32.37% è la percentuale del ponteggio.

3.3. Considerazioni finali

3.3.1. Costi di ripristino in funzione della vetustà del serbatoio

Il risultato di questa analisi visualizza una distribuzione discontinua e concentrata dei casi considerati in una certa zona del grafico riassuntivo finale figura n°10 (variazione dei costi di ripristino espressi in percentuale sul costo di costruzione all'aumentare degli anni di vetustà del manufatto). La zona di concentrazione si estende dai 16 anni ai 32 anni (asse delle ascisse) e dal 9.5% al 94% (asse delle ordinate). Il caso di massima dispersione è rappresentato da Venezia (76% asse delle ascisse e 62% asse delle ordinate).

Tale concentrazione è imputabile agli anni di costruzione delle torri che si aggirano quasi tutte tra il 1957 e il 1963.

La maggioranza delle opere considerate è di proprietà pubblica e una delle variabile che influenzano maggiormente lo stato de degrado, è costituita proprio dalla disponibilità economica e di conseguenza dalla qualità dei lavori sia di costruzione che di mantenimento in funzione.

Da un'osservazione più attenta è chiaramente visibile come, a parità di età, lo stato di degrado sia circoscritto in due zone definite: la prima che si aggira attorno al 20-40% sul costo totale di costruzione per le torri di dimensioni più contenute, la seconda che si attesta tra il 50-70% per le torri di dimensioni maggior.

Da questo si può dedurre che un manufatto di maggiore mole si degrada molto più velocemente del manufatto di dimensioni più contenute. Proseguendo con la deduzione, si può arrivare a pensare che, causa di ciò, in questo genere di architetture, è che l'aumento dei carichi di ogni natura, gravanti sulla struttura, e le superfici esposte non sono direttamente proporzionali all'aumento di dimensione della torre.

Dalle deduzioni a cui siamo pervenuti e dalle informazioni ricevute durante lo studio, sembra che non esista una continuità diacronica nella costruzione dei serbatoi pensili.

Si può così affermare che la durabilità di questi manufatti dipende da:

- tipologia del serbatoio
- sito di costruzione e suo clima
- qualità dei materiali messi in opera al momento della costruzione

- qualità dei lavori eseguiti
- qualità degli eventuali restauri praticati alla torre
- proprietà privata o pubblica del manufatto

- fondi disponibili per la costruzione, la manutenzione e i restauri.

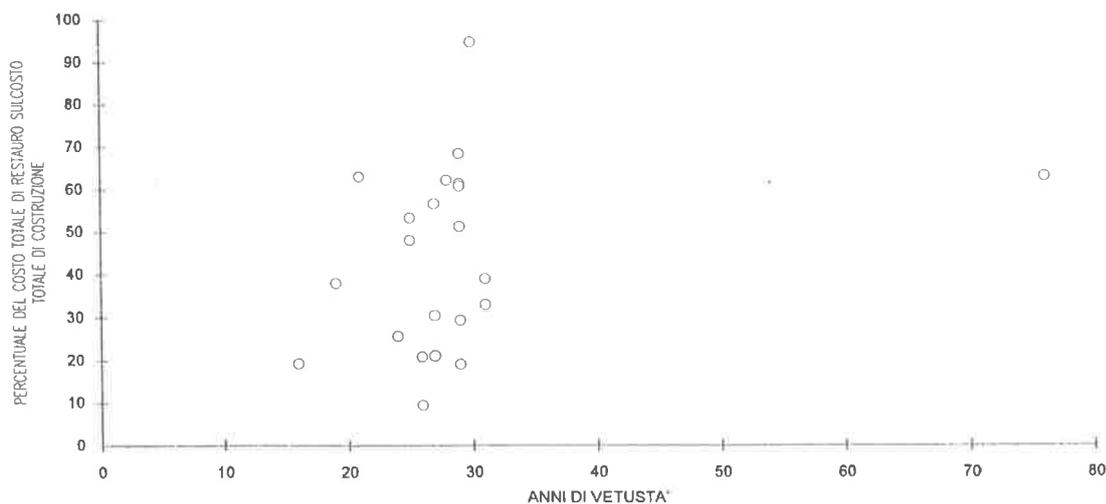


Fig. 10. Incidenza del costo di restauro rispetto alla vetustà del serbatoio (tipologie: tutte).

3.3.2. Costi di restauro in funzione della vetustà del serbatoio scorporato del costo del ponteggio

Osservando le voci dei consuntivi esaminati e il peso che ogni singola voce ha sul costo complessivo del restauro, è doveroso sottolineare l'importanza nei termini di peso economico che il ponteggio investe

nell'intervento di ripristino (fig.11). Dalle informazioni ricevute durante lo studio, emerge che il costo del ponteggio e di conseguenza del restauro, è funzione soprattutto della forma della torre: per una torre a camino si può usare, al posto del ponteggio, un camion-gru autosollevante con costi vistosamente inferiori a quelli di un ponteggio fisso.

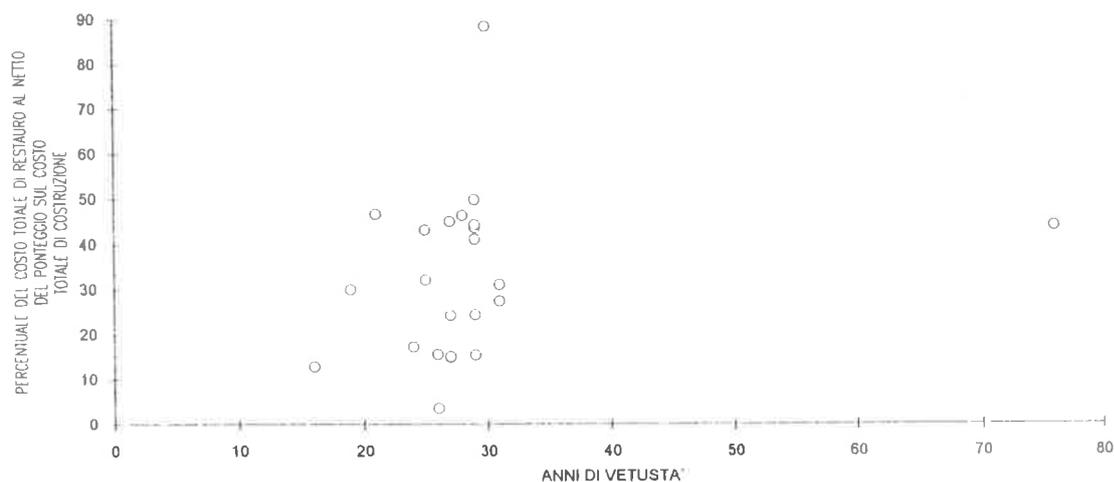


Fig. 11. Incidenza del costo di restauro al netto del costo del ponteggio rispetto alla vetustà del serbatoio (tipologie: tutte).

Per una torre con fusto a traliccio l'uso del ponteggio esterno e di quello sottovasca, risulta inevitabile: è impossibile infatti restaurare tutti le varie parti strutturali di un fusto a traliccio senza avere un supporto stabile e versatile. Come conseguenza delle informazioni ricevute, non si poteva quindi evitare di elaborare il grafico di "distribuzione del costo di restauro rispetto alla vetustà del serbatoio", sottraendo da tutti i costi di ripristino l'ammontare del ponteggio, che dipende appunto dalla tipologia e non dallo stato di degrado. Il grafico così ottenuto, "distribuzione del costo di restauro al netto del costo del ponteggio, rispetto alla vetustà del serbatoio", risulta più compatto verso un'immagine curva o retta interpolata, passante in mezzo a due gruppi precedentemente individuati fra i 20 e 30 anni di vetustà e tra il 20-70% del costo di restauro sul totale della costruzione.

Di conseguenza, si può affermare che, scorporando i costi del ponteggio (in funzione dell'altezza e della mole della torre), i rispettivi costi di restauro "tendono a riavvicinarsi" in funzione della vetustà, indipendentemente dalla mole del manufatto.

I dati emersi dall'indagine svolta possono utilmente consentire sia orientamenti progettuali più mirati per le nuove strutture, sia una programmazione, da parte degli enti gestori, degli interventi necessari nel tempo di vita per le strutture esistenti.

Bibliografia

- E. Siviero, *Durabilità delle strutture in calcestruzzo*, Collana Architettura e Strutture n. 3, CEV, Padova 1992.
- E. Siviero, G. Testi, "Valutazione dei costi diretti del degrado e vita di servizio economica nei ponti e viadotti", *La Manutenzione programmata di ponti e viadotti*, Collana Architettura e Strutture n. 3, CEV, Padova 1992.
- E. Siviero, R. Cantoni, M. Forin, *Durabilità delle strutture in calcestruzzo*, Franco Angeli (in corso di pubblicazione).
- V. Bassato, M.P. Strada, *Approvvigionamento idrico: analisi storica e costi del degrado dei serbatoi*, Tesi di laurea a.a. 1991/92, IUAV, Venezia.
- R. Cantoni, *La durabilità delle strutture in calcestruzzo*, Tesi di laurea a.a.1989/90, IUAV, Venezia.
- S. Potenza, *Il valore della casa: norme e procedure che determinano i costi, prezzi e valori degli alloggi*, Edizione Marsilio, Venezia 1987.