

TEMA A) PRECOMPRESSIONE PARZIALE

A1) STUDI E RICERCHE

Presidente di sessione: Elio GIANGRECO

Relazione generale: Carlo CESTELLI GUIDI

M E M O R I E

TITOLO :

LA PRECOMPRESSIONE PARZIALE PER STRUTTURE SISMICHE

AUTORI :

CARLO CESTELLI GUIDI

MARCO MENEGOTTO

SERGIO TREMI PROIETTI

Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni
Università di Roma - Facoltà di Architettura.

LA PRECOMPRESSIONE PARZIALE PER STRUTTURE SISMICHE

C. Cestelli-Guidi, M. Menegotto, S. Tremi-Proietti

**Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni
Università di Roma – Facoltà di Architettura**

SOMMARIO

Vengono messe a confronto le diverse caratteristiche di comportamento delle strutture in cemento armato, precompresso e parzialmente precompresso, riferite alla loro capacità di dissipare energia in campo plastico per sollecitazioni alternate di forte intensità.

Vengono inoltre illustrati i risultati di una indagine numerica volta a rilevare gli effetti di alcuni parametri e sequenze di sollecitazione sulla forma di diagrammi momento-curvatura ciclici di sezioni in cemento armato precomprese in vario grado, con riguardo all'andamento della rigidezza e della dissipazione di energia.

SUMMARY

The different characteristics of the behavior of reinforced, prestressed and partially prestressed concrete are compared, referred to their capability of dissipating energy in plastic field for high intensity alternate loadings.

The results of a numerical investigation are shown too, which aims to detect the effects of several parameters and loading sequencies on the shape of cyclic moment - curvature diagrams of sections prestressed in various degrees, with regard to the evolution of the stiffness and of the energy dissipation.

INTRODUZIONE

La "precompressione parziale", rappresenta una tecnica costruttiva con vantaggi non solo per il comportamento in esercizio ma anche a rottura, ed è stata oggetto già da tempo di numerose ricerche teoriche e sperimentali, sia all'estero che in Italia, come testimoniano anche gli Atti delle lontanane giornate del Precompresso 1963 [1].

Ora che in Italia essa viene implicitamente ammessa dalla nuova normativa, con l'introduzione a pieno titolo del metodo di verifica agli stati limite, conviene considerare tale materia con rinnovato interesse.

In una recente rassegna internazionale Leonhardt [9] ha messo in rilievo i benefici che può fornire la precompressione parziale rispetto a quella integrale, i quali si possono così sintetizzare: minori deformazioni "a vuoto" (elastiche e viscosi); maggiore adattabilità a stati di coazione (prodotti ad es. da variazioni termiche o ritiro); minor ingombro di cavi (con riferimento a quelli post-tesi) e quindi maggior compattezza delle sezioni critiche. Accanto a tali vantaggi, legati alla riduzione della precompressione, Leonhardt ne ricorda altri, legati alla concomitante presenza di una maggiore armatura ordinaria: comportamento molto migliore in fase fessurata, con fessurazione meno brusca, e comportamento più duttile; maggior resistenza effettiva in rapporto a quella teorica, a causa della aderenza più efficace delle armature ordinarie in confronto con quella dei cavi post-tesi.

Queste ultime osservazioni, pur tratte dal comportamento di strutture sotto carichi statici, lasciano intravedere come anche nelle strutture sollecitate da azioni sismiche possano aversi dei benefici dalla precompressione parziale, dove i fenomeni determinanti saranno legati al comportamento dinamico.

Sotto questo aspetto specifico sono state e vengono svolte numerose ricerche in campo internazionale, ampiamente sintetizzate in due articoli da Park e da Hawkins [15, 6] nonché, per le più recenti, negli atti del suaccennato Simposio [7, 13, 14, 16].

Anche dal punto di vista normativo, le prescrizioni per le strutture parzialmente precomprese in zona sismica sono in via di sviluppo.

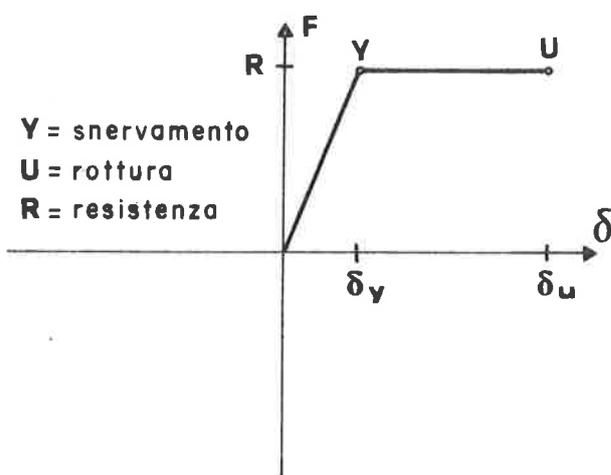
In questo articolo vengono esaminati gli effetti della precompressione sulle strutture soggette ad azioni sismiche e messi in evidenza vari fattori che influiscono sul loro comportamento, in particolare sulla loro capacità di dissipare energia nelle deformazioni plastiche.

EFFETTI DELLA PRECOMPRESSIONE SU DUTTILITÀ E DISSIPAZIONE D'ENERGIA

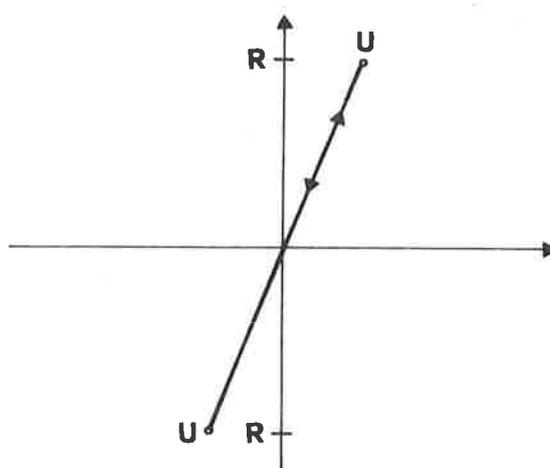
Data la particolarità dell'azione sismica, che si presenta come una storia di accelerazioni impressa alla base della struttura, la sua traduzione in sistema di forze è grandemente condizionata dalle caratteristiche dinamiche della struttura stessa, cioè dalla sua deformabilità e capacità dissipativa, oltre che dalle masse su di essa presenti.

Come è noto, le forze d'inerzia massime nella risposta elastica di una struttura dipendono dal suo periodo proprio, e vengono espresse tramite lo spettro di risposta elastico relativo ad un dato sisma. A parità di altre condizioni, però, tali forze si riducono se la struttura supera, in qualche suo elemento, il campo elastico, subendo deformazione plastiche..

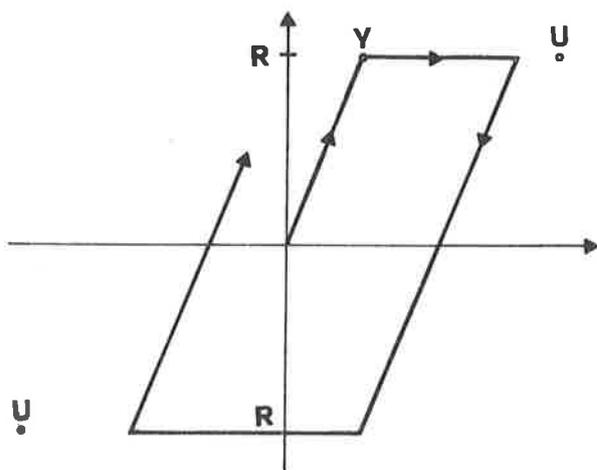
La capacità di subire tali deformazioni viene detta duttilità. Per un oscillatore semplice perfettamente elastoplastico viene definito "coefficiente di duttilità", o brevemente "duttività", il rapporto fra la massima deformazione totale e la massima deformazione elastica (fig. 1 a). Data la "resistenza" di tale oscillatore (cioè il valore della forza per cui si plasticizza),



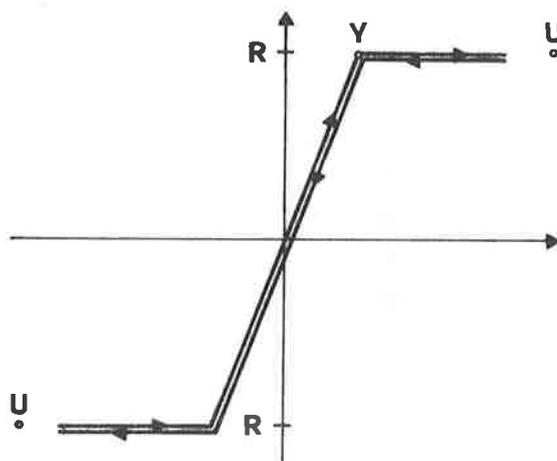
a) COEFFICIENTE DI DUTTILITA' $\mu = \delta_u / \delta_y$



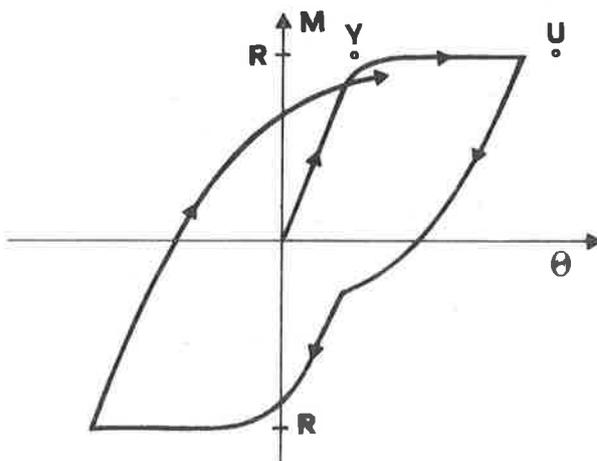
b) ELASTICO FRAGILE



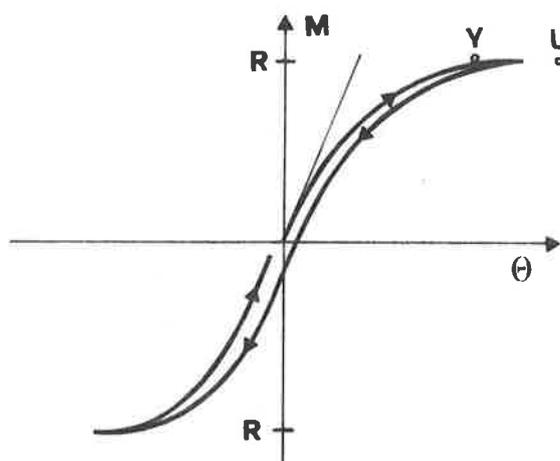
c) ELASTO-PLASTICO (DISSIPATIVO)



d) ELASTICO BILINEARE (NON DISSIPATIVO)



e) SEZIONE IN C.A.



f) SEZIONE IN C.A.P.

Fig. 1 - Schemi concernenti il comportamento non lineare

viene detta duttilità "richiesta", o impegnata, il valore massimo di μ che viene raggiunto per una data eccitazione; e viene invece detta duttilità "disponibile", il valore per il quale l'oscillatore raggiunge la rottura.

Un oscillatore con scarsa duttilità disponibile, al limite pari a 1, cioè incapace di subire deformazioni plastiche, è considerato fragile (fig. 1 b).

Orbene, è stato osservato che, entro certi limiti, la duttilità richiesta è uguale approssimativamente all'abbattimento della forza d'inerzia che si sviluppa per una data eccitazione, rispetto al caso dell'oscillatore perfettamente elastico di pari periodo.

Pertanto, per una struttura assimilabile a tale oscillatore elementare, duttilità disponibile e resistenza sono in certa misura permutabili.

Nelle moderne normative sismiche, tali grandezze vengono esplicitamente correlate ai fini delle verifiche. Viene così consentito di ridurre la resistenza di progetto (che altrimenti richiederebbe valori proibitivi) in funzione della duttilità disponibile, la quale grandezza viene ad assumere importanza pari alla resistenza.

Un problema nasce però con la necessità di attribuire ad una struttura reale, che non si comporta come un oscillatore elasto plastico, un coefficiente di duttilità.

La duttilità infatti, misurata dal coefficiente μ tramite una curva forza-deformazione non ciclica, come si è detto, rappresenta per l'oscillatore elasto-plastico un indice della capacità di dissipazione plastica di energia (fig. 1 c).

Si può d'altra parte immaginare una struttura che mostri una curva $F-\delta$ uguale alla precedente per il carico, cioè bilineare con gli stessi punti di snervamento e di rottura, ma diversa per lo scarico: ad esempio lo scarico potrebbe ripercorrere lo stesso cammino del carico (fig. 1 d). Il coefficiente di duttilità quale definito risulterebbe uguale a quello del primo caso ma, essendo diversa l'energia dissipata (nel caso esemplificato sarebbe nulla, essendo la deformazione reversibile), il suo significato sarebbe diverso, cioè quello di una pseudoduttilità o di "duttilità non dissipativa". Per un tale sistema si otterrebbe lo stesso una attenuazione della risposta rispetto al caso elastico, in quanto esso, perdendo rigidezza, abbasserebbe la propria frequenza di oscillazione, e di conseguenza si porterebbe, su uno spettro sismico, verso risposte elastiche ridotte. Tale riduzione non è pari però a quella dell'oscillatore elasto plastico, mancando l'effetto supplementare dovuto alla dissipazione di energia.

Le strutture complesse in cemento armato mostrano dei diagrammi forza-spostamento nei quali non è chiaramente individuato nè un punto di snervamento nè un punto di rottura, e la definizione di un coefficiente di duttilità richiede delle interpretazioni approssimative (cfr. [10]). Per la semplice sezione il problema resta, ma può risultare meno complesso (cfr. [2, 5]) in quanto il diagramma momento-curvatura è più vicino ad una bilatera, con i punti Y ed U meglio definiti. Inoltre, il suo comportamento ciclico è non troppo distante da quello teoricamente elasto plastico (fig. 1 e).

Nelle sezioni inflesse in cemento armato precompresso, invece, si possono avere relazioni momento-curvatura con pendenza variabile gradualmente, ottenendo diagrammi non lineari anche senza snervamento dell'armatura; diagrammi che in tal caso sono quasi perfettamente reversibili (fig. 1 f), denunciando la mancanza di dissipazione di energia. Quand'anche l'acciaio si snervi, il ciclo risulta molto più chiuso che non per il c.a..

Se si fa riferimento alla duttilità definita convenzionalmente tramite una bilatera tangente alla curva stessa nell'origine e nel punto di rottura, si osserva che la "duttilità" richiesta risulta molto maggiore; ma in realtà si tratta in parte di pseudoduttilità.

Ciò comporta che le strutture in c.a.p. subiscono a parità di rigidezza iniziale, di massa e

di resistenza, delle deformazioni molto maggiori di quelle in c.a. (a causa della minore dissipazione di energia).

Tale osservazione ha suggerito ad alcune normative di penalizzare il coefficiente sismico per le strutture in c.a.p. rispetto a quello per il c.a. (le Norme Neozelandesi prevedono un aumento pari al 20%). Ciò appare ragionevole, ma non bisogna dimenticare che, se la richiesta di duttilità così definita risulta maggiore, anche la duttilità disponibile è maggiore, sebbene non nella stessa misura. Su questo punto si tornerà nel seguito.

COMPORAMENTO DEGLI ELEMENTI PARZIALMENTE PRECOMPRESSI ALLE AZIONI ALTERNATE DI GRANDE INTENSITA'

Le strutture a precompressione parziale hanno un comportamento intermedio fra quelle in c.a. e quelle integralmente precomprese.

Occorre fare però subito una precisazione sulla definizione di precompressione parziale. Mentre normalmente si intende per precompressione integrale quella per cui una sezione non è soggetta a trazioni in esercizio, vi siano o meno armature non pretese, nel caso sismico invece conviene riferirsi non allo stato di esercizio, ma a quello ultimo (nel quale comunque la sezione è fessurata). Si chiameranno integralmente precomprese quelle sezioni con la sola armatura pretesa (s'intende ai consueti massimi consentiti), e parzialmente precomprese quelle che comporteranno un'armatura non pretesa, indipendentemente dallo stato tensionale "in esercizio", del tutto irrilevante questo agli effetti sismici.

Anche il grado di precompressione parziale verrà quindi definito in base al contributo rispettivo dei due tipi di armatura sulla resistenza alla rottura.

Ad esempio strutture verticali soggette a presso-flessione come pilastri o pile precomprese, saranno considerate parzialmente precomprese se contenenti anche armatura ordinaria, pur se per tutti i carichi di esercizio questa non viene tesa; il suo contributo alla resistenza flessionale ultima misurerà il grado di precompressione ai fini sismici.

Le considerazioni che seguiranno verranno ricavate dall'esame del comportamento delle sezioni inflesse, ma potranno estendersi in via generale anche a sollecitazioni di sforzo assiale composto.

L'associazione di armature presollecitate e ordinarie permette di dotare la struttura dei benefici di entrambi i sistemi costruttivi, c.a. e c.a.p.

L'armatura ordinaria procura alla sezione una maggior duttilità sia direttamente, come si può ricavare dall'analisi teorica dello stato tensionale, sia indirettamente, per la migliore aderenza che ha con il conglomerato e per l'azione di contenimento che ne esercita quando esso è compresso. D'altro canto la precompressione consente strutture più leggere, ne migliora il comportamento in esercizio limitando la fessurazione e la resistenza al taglio, è un efficace mezzo di collegamento per elementi prefabbricati; inoltre fa sì che le deformazioni residue dopo una sollecitazione sismica siano ridotte, rendendo più facili le riparazioni.

E' tuttora aperto il problema del progetto sismico e dei coefficienti da impiegarsi per le strutture precomprese, parzialmente o integralmente.

Infatti a quelle in c.a., pur con tutte le approssimazioni accennate, si può attribuire un comportamento all'incirca elasto plastico, per cui si possono usare i risultati relativi all'oscillatore elementare, di pari duttilità. Per quelle in c.a.p. invece, anche il comportamento della sezione si può allontanare da quello di un modello semplice, ed ha comunque una ampia variabilità, legata a diversi fattori.

E' stata perciò compiuta una ricerca analitica [4], volta a studiare le relazioni fra la dissipazione di energia e diverse deformazioni cicliche anelastiche, con cui si son rilevate qualitativamente le influenze dei più importanti parametri in gioco.

RISULTATI ANALITICI DELLA RICERCA

La ricerca è consistita nella simulazione teorica del comportamento di alcune sezioni con vario grado di precompressione, per individuarne le principali caratteristiche di dissipabilità in relazione ad alcune storie di carico.

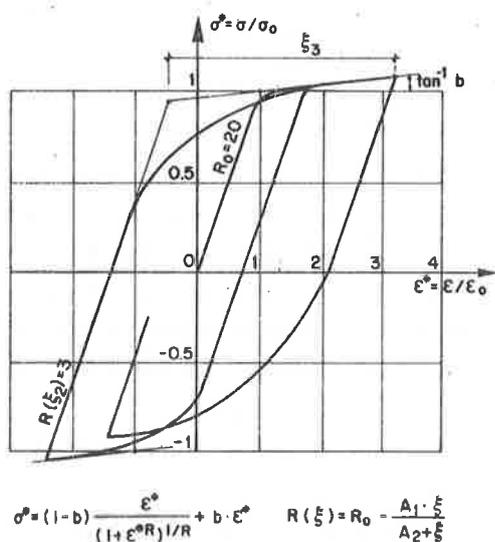


Fig. 2 - Curve σ - ϵ cicliche per gli acciai (rif. 11,12)

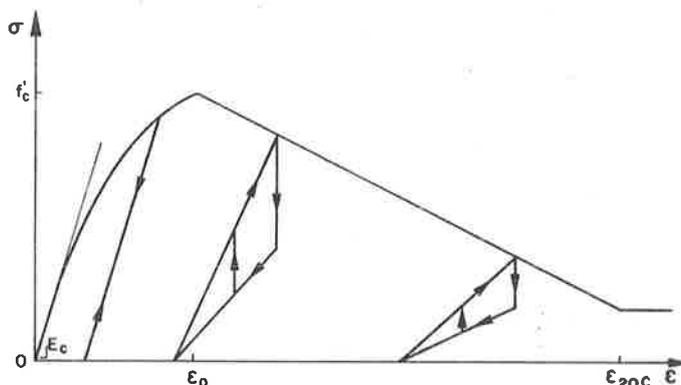


Fig. 3 - Curve σ - ϵ del conglomerato per sollecitazione ciclica (rif. 3, 8).

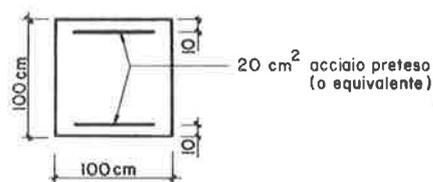
Per facilità di confronto, si è lavorato su una sezione schematica quadrata, variando i rapporti tra i due tipi di armature in modo da mantenere costante la resistenza flessionale e la rigidezza iniziale della sezione stessa. Al medesimo scopo, per gli acciai, sono stati assunti tutti diagrammi bilineari, modificati nei rami successivi al primo carico per l'effetto Bauschinger, secondo un'espressione già impiegata [11, 12] (cfr. fig. 2).

Le resistenze assegnate sono rispettivamente 500 MPa per l'acciaio ordinario e 1500 MPa, con pretensione a 1000 MPa, per l'acciaio da precompressione.

Per il conglomerato si è impiegata un'espressione illustrata in fig. 3, e dimostratasi valida in simulazione condotte dagli ideatori [3, 8].

Nelle serie di diagrammi da 1 a 18 si osservano le deformazioni ottenute facendo compiere alla sezione due cicli interi, con le ϵ delle armature portate a valori uguali in assoluto di volta in volta, ma crescenti da un caso all'altro, tra $(\pm 2,5 \text{ e } \pm 10) \times 10^{-3}$.

L'ultimo diagramma di ogni serie presenta cicli ripetuti di ampiezza crescente. Per ogni



Acciaio preteso	Acciaio ordinario	Conglomerato
$f_y = 1500 \text{ MPa}$	$f_y = 500 (320) \text{ MPa}$	$f_c = 30 \text{ MPa}$
$E = 200\,000 \text{ MPa}$	$E = 200\,000 \text{ MPa}$	$E_c = 30\,000 \text{ MPa}$
$b = 0.005$	$b = 0.005$	$\epsilon_0 = 0.002$
$R = 8$	$R = \text{variabile}$	

Fig. 4

serie varia il rapporto di armature, come indicato.

Per la sezione interamente precompressa soggetta a cicli di piccola ampiezza (diagrammi 1 + 3), appare chiaramente come la rigidezza si vada riducendo progressivamente al crescere del momento, nel primo ramo di carico, e come invece allo scarico essa parta con basso valore, per ricrescere progressivamente. Il primo ciclo in tali casi risulta quindi molto sottile, praticamente non dissipativo.

La rigidezza all'inizio dello scarico è inferiore rispetto a quella della sezione con tutta armatura ordinaria (diagr. 13 ÷ 18), poichè essa è governata, in fase fessurata, dalla quantità assoluta di acciaio, che in questo ultimo caso è superiore.

Quanto minore è stata la deformazione plastica, tanto prima la sezione si richiude e le curve di scarico divengono simili a quelle di carico (v. diagr. 2 ÷ 5).

Tale fenomeno si mantiene, ma la sua importanza diminuisce al crescere dell'escursione plastica, nei cicli più ampi. Infatti le linee di carico e di scarico si allontanano, e il loro non parallelismo diviene relativamente meno importante sull'area racchiusa nel ciclo (v. diagr. 5). Inoltre, se le escursioni plastiche sono state sufficientemente ampie in un ciclo, nei cicli seguenti le linee tendono ad essere parallele, ed il comportamento tende ad essere elasto plastico, poichè si è annullato il predetto effetto della precompressione (cfr. v. diagr. 6).

Da un punto di vista puramente energetico, considerando la parte in trazione di una sezione precompressa, si può notare che l'energia necessaria per il primo carico è inferiore rispetto ad una non precompressa, a causa dell'"aiuto" fornito dall'energia elastica accumulata nel conglomerato; nello scarico successivo ad una certa deformazione plastica dell'acciaio, finchè il conglomerato non si ricomprime l'energia recuperata è superiore, per cui quella dissipata risulta ridotta. Considerando il conglomerato in via approssimata come elastico, la minor energia dissipata nel primo ciclo corrisponde all'energia accumulata durante la precompressione nel conglomerato che poi si decomprime.

Ad ogni modo, la perdita totale di dissipazione, indipendentemente dal numero di cicli, è al massimo uguale all'energia immagazzinata dalla struttura all'atto della precompressione. Cosicchè, dopo un ciclo in cui tale perdita viene scontata, successivamente il c.a.p. si comporta teoricamente come il c.a., a parte la minore rigidezza: cioè dissipa ugualmente, a parità di deformazione plastica.

Peraltro può nascere una differenziazione nella capacità di dissipare, a causa dell'effetto Bauschinger. In sezioni equivalenti con armatura doppia (come quelle in esame), l'escursione di tensione nell'acciaio può essere in assoluto dello stesso ordine di grandezza. Tuttavia, per l'acciaio ordinario essa può corrispondere all'intero campo (cioè a due volte la tensione di snervamento), mentre, per l'acciaio preteso, a meno di metà del suo campo (cioè l'acciaio si mantiene praticamente sempre in trazione). Nel primo caso, l'effetto Bauschinger viene largamente messo in gioco, mentre nel secondo appare appena. Ciò significa che per cicli a escursione stabile di deformazione, solo le sezioni in c.a. dissipano. Questa differenza risulta anche da un confronto delle figure da 2 a 5 con quelle da 14 e 17 (con riguardo ai rispettivi secondi cicli).

I diagrammi da 7 a 12 rappresentano invece il comportamento di sezioni parzialmente precomprese (con contributo in parti uguali delle due armature alla resistenza flessionale), le quali denunciano un tipo di comportamento intermedio.

Peraltro, se si sovrappongono i diagrammi 11 e 12 con quelli 19 e 20 rispettivamente, si può notare negli ultimi due un certo aumento della dissipazione, malgrado che tutti siano relativi a precompressioni parziali del 50%. Negli ultimi invero è presente una maggiore quantità di acciaio di più basso snervamento (320 MPa invece di 500). Viene riflessa qui l'influenza della

quantità d'acciaio, piuttosto che della sua percentuale meccanica, sulla rigidità della sezione, e quindi sulla dissipazione di energia influenzata dall'effetto Bauschinger.

CONCLUSIONI

La sostituzione di una parte dell'armatura di precompressione con armatura ordinaria è utile per migliorare la capacità dissipativa di elementi precompressi.

Lo scopo della ricerca presentata è stato quello di mettere in evidenza alcuni aspetti particolari del comportamento teorico di sezioni inflesse ciclicamente, con riguardo al diverso grado di precompressione parziale.

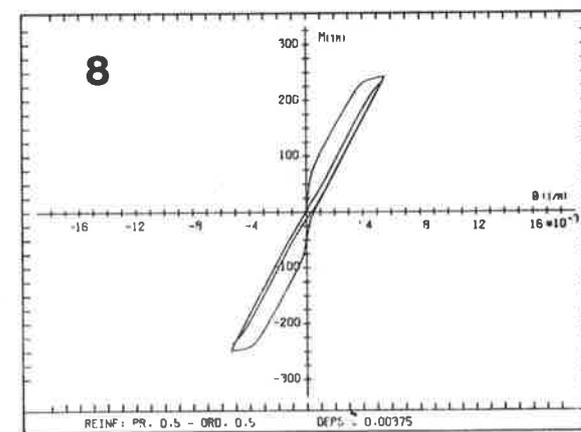
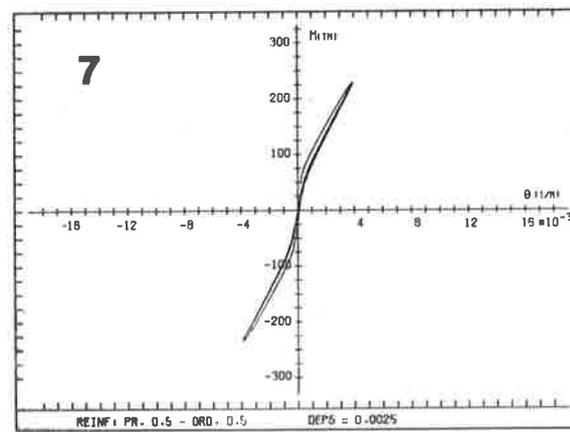
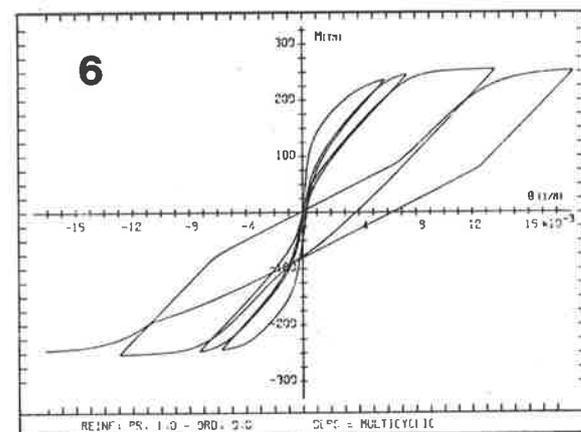
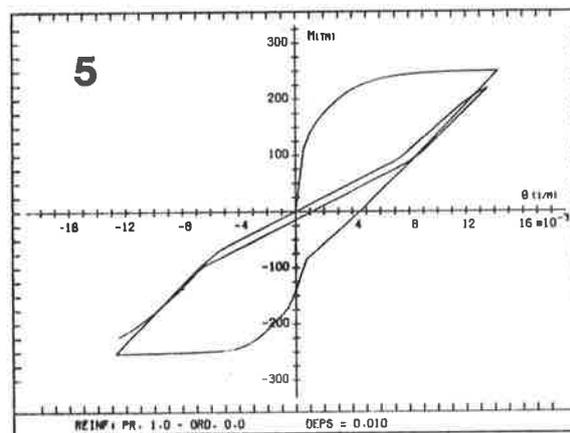
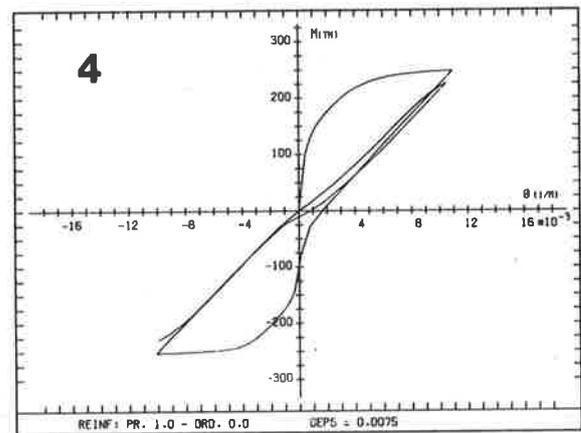
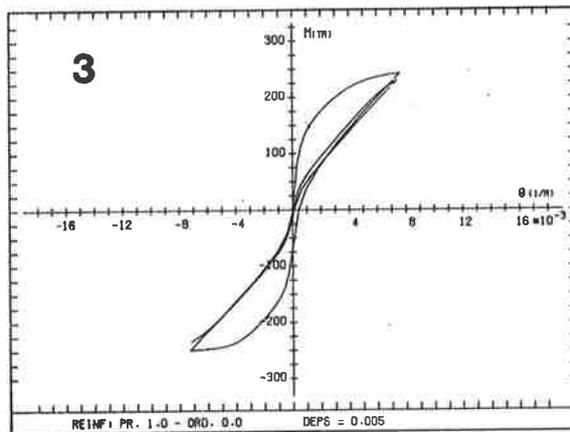
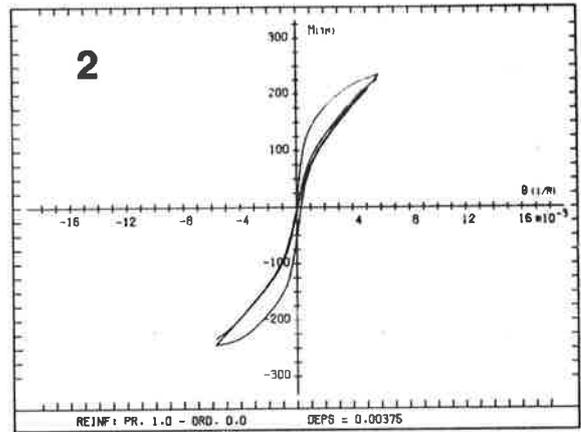
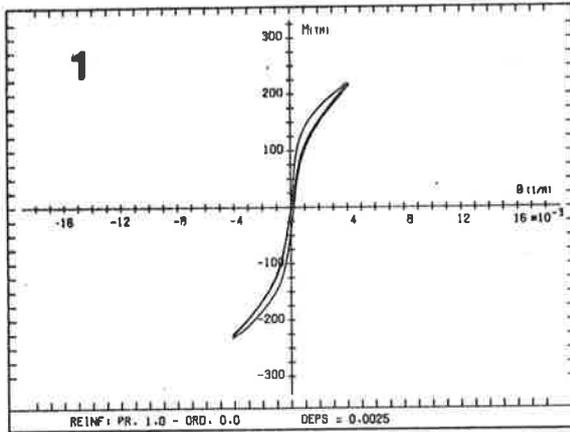
A prescindere dagli effetti dello smorzamento viscoso, non esaminato in questa sede, sono stati messi in risalto i seguenti aspetti, in cui la precompressione altera la forma della relazione momento-curvatura:

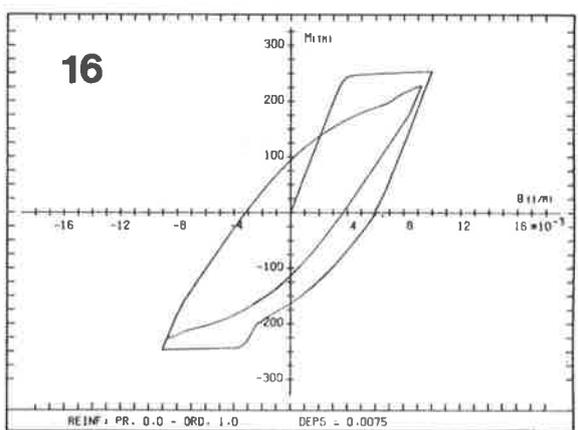
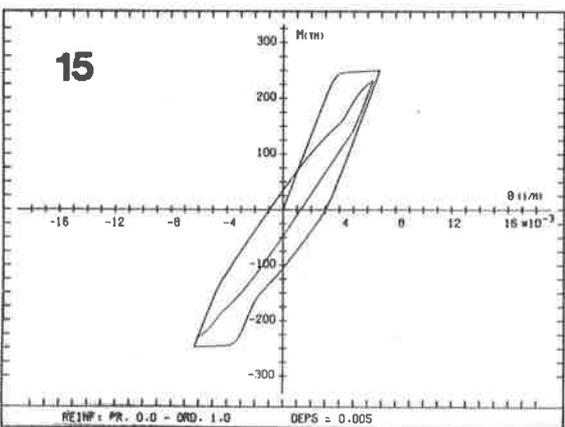
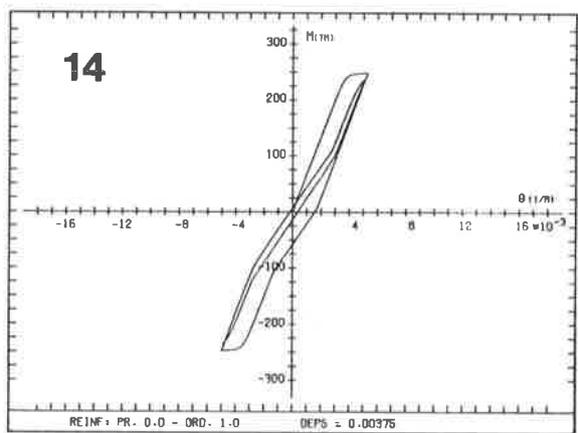
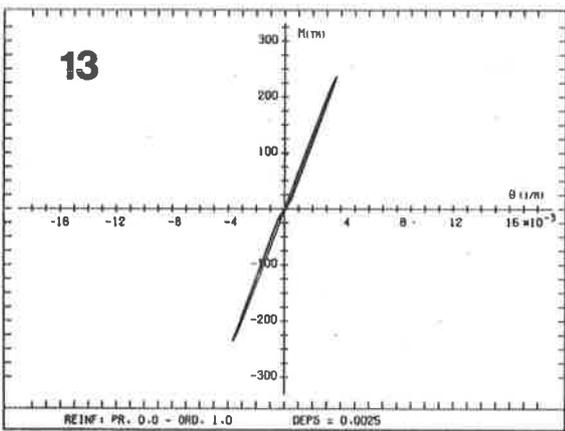
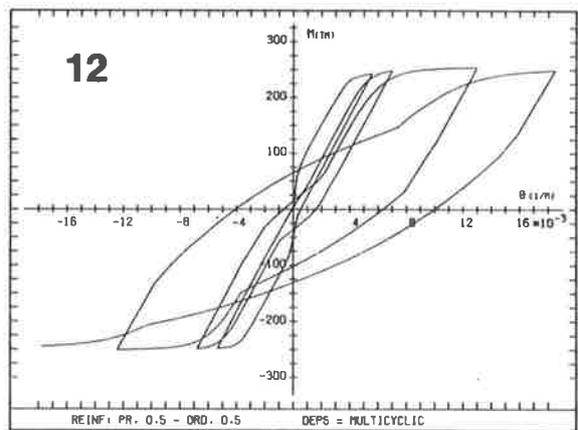
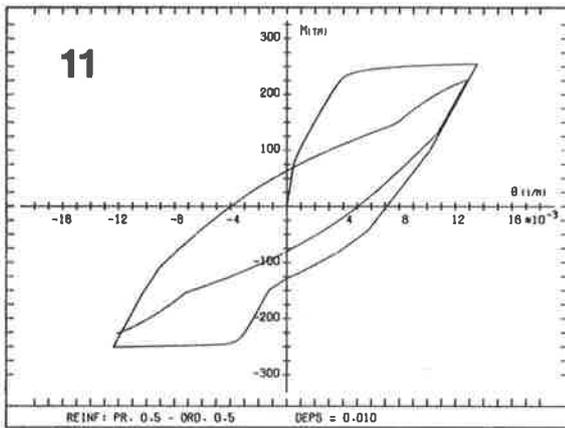
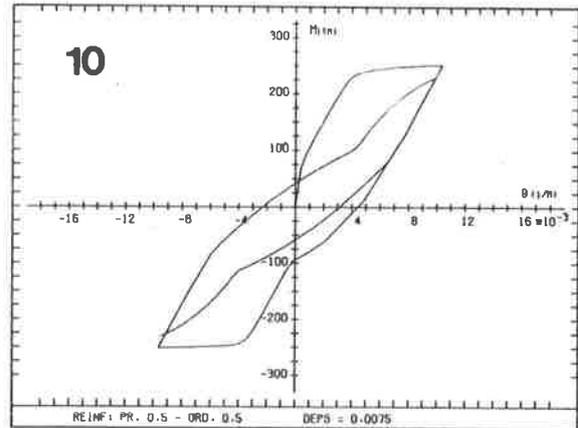
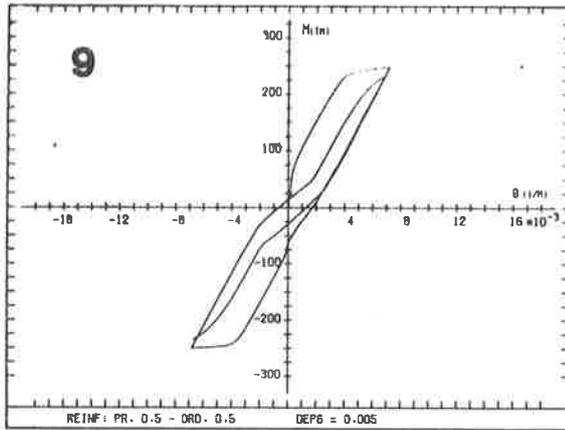
- in campo elastico, può aver luogo una graduale riduzione di rigidità; questo effetto può avere importanza variabile, a seconda della precompressione del conglomerato e dello sforzo normale esterno.
- a seguito di una certa escursione plastica dell'acciaio, la pendenza di una linea di scarico è bassa, e viene restituita più energia di quanta ne sia stata assorbita nel primo carico fino allo snervamento, con ciò riducendosi l'energia dissipata; questo effetto dipende principalmente dalla quantità geometrica di armatura.
- nei cicli successivi, se il primo è stato sufficientemente esteso da ambo le parti, sparisce l'effetto sopra detto, e la sezione in c.a.p. mostra diagrammi simili a quella in c.a., cioè circa elastoplastici; soltanto, la minor quantità di acciaio si rivela nella minor rigidità della prima.
- La traccia dell'acciaio di minor resistenza appare di più, se vengono ripetuti ulteriori cicli entro le precedenti ϵ_{max} ; in tal caso le inversioni di tensione, che non compaiono nello acciaio preteso, producono invece l'effetto Bauschinger in quello ordinario, permettendo una maggior dissipazione.

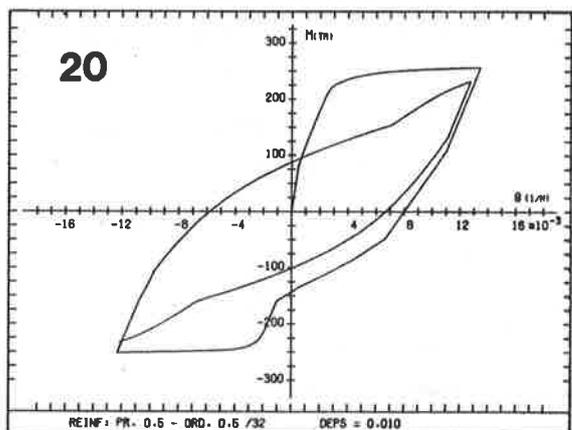
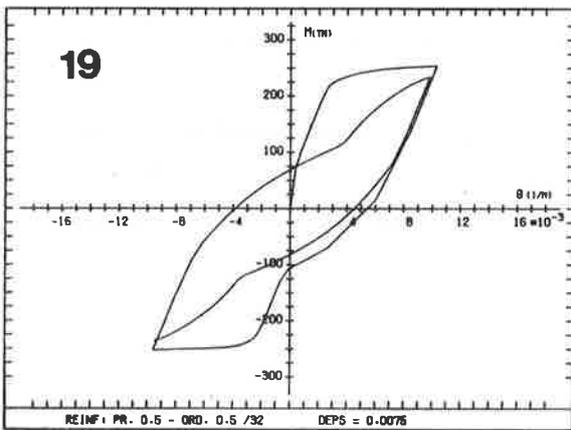
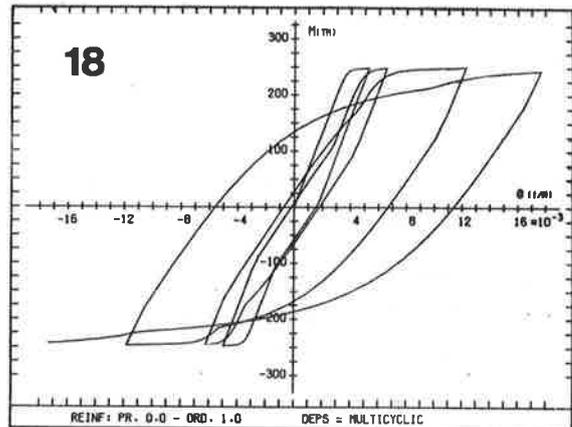
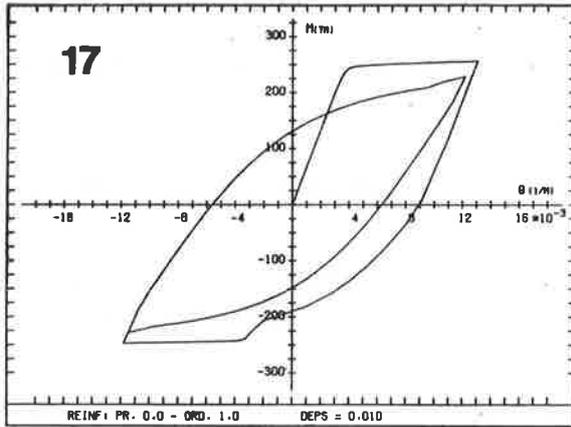
L'insieme di questi effetti rende più complessa la schematizzazione del comportamento globale della sezione rispetto al caso del c.a. ordinario. Comunque, il coefficiente di duttilità ricavato dal comportamento monotono non è molto adatto a rappresentarlo.

Poiché gli elementi precompressi vengono sottoposti o a maggiori deformazioni elastiche o a maggiori richieste di duttilità (nel senso convenzionale di escursione plastica, indipendentemente dalla corrispondente dissipazione), appare logico penalizzarli nel coefficiente sismico, graduando la penalizzazione in funzione del grado di precompressione parziale. Potrebbe farsi eccezione per delle strutture tali da non ricevere danno da grandi deformazioni.

Nondimeno, è necessario approfondire le ricerche per poter calibrare gli handicap per precompressione nelle forze sismiche di progetto. In tali indagini occorrerà distinguere fra i tre aspetti della "richiesta" sismica alla struttura, cioè deformazione nonlineare elastica, deformazione plastica, ed energia dissipata. Le strutture dovrebbero in seguito venir classificate a seconda della loro capacità di fornire una conveniente combinazione di tali aspetti.







RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Atti delle *"Giornate del Precompresso ANICAP-Venezia 1963"* – AITEC – Roma.
- [2] Benato L., Giannini R., Giuffrè A., Masiello R., Menegotto M. *"Diagrammi per il controllo della duttilità dei pilastri in c.a."* Notiziario AICAP – L'Industria Italiana del Cemento n. 10-1979.
- [3] Blakeley W.G., Park R. *"Prestressed Concrete Sections with Cyclic Flexure"*. ASCE Jnl Struct. Div. vol. 99 no St 8, Aug. 1973.
- [4] Cestelli-Guidi C., Menegotto M., Tremi Proietti S. *"Some observations on partial prestressing in seismic structures"* FIP Symposium on Partial Prestressing; Bucharest 1980 (in corso di pubblicazione).
- [5] Di Chiara G., Menegotto M., Tremi Proietti S., Zanetti P. *"Calcoli di duttilità per sezioni pressoinflesse in c.a."* Giornale del Genio Civile n. 7 - 1980.
- [6] Hawkins N.M., *"Seismic Resistance of Prestressed and Precast Concrete Structures"*. PCI Jnl. Nov. Dec. 1977.
- [7] Inomata S. *"A theoretical study on section ductility of partially prestressed concrete"* Proceedings (Part 1) of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest 1980.
- [8] Kent D.C., Park R. *"Flexural Members with Confined Concrete"*. ASCE Jnl Struct. Div. vol. 97, no St 7, July 1971.
- [9] Leonhardt F. *"Partial Prestressing Improves Serviceability"* Proceedings (Part 1) of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest 1980.
- [10] Menegotto M. *"Analisi non lineare di strutture a telaio in c.a."* L'Industria delle Costruzioni n. 7, 1978.
- [11] Menegotto M., Pinto P.E. *"Method of Analys for Cyclically Loaded R.C. Frames Including Changes in Geometry and Nonelastic Behavior of Elements under Normal Force and Bending"*. Symposium "Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by well Defined Repeated Loads". Lisbon 1973 – IABSE Reports vol 13.
- [12] Menegotto M., Pinto P.E. *"Strength of Reinforced or Prestressed Concrete Slender Columns under Biaxial Load"*. Symposium "Design and Safety of R.C. Compression Members". Québec 1974 – IABSE Reports vol 16.
- [13] Muguruma H., Watanabe F., Fukai S. *"Behaviour of Class III partially prestressed concrete beam under reversed cyclic high over repeated load"* Proceedings (Part 1) of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest 1980.
- [14] Okamoto S. *"Experimental study on the ductility of partially prestressed concrete beams"* Proceedings (Part 1) of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest 1980.
- [15] Park R. *"Design of prestressed Concrete Structures"*. Workshop on Earthquake-Resistant R.C. Building Construction (ERCBC) vol. III. Univ. of California, Berkeley, July 1977.
- [16] Park R. *"Partially prestressed concrete in seismic design of frames"* Proceedings (Part 1) of FIP Symposium on Partial Prestressing, Bucharest 1980.
- [17] Rosenblueth E.: Discussion on paper by T.Y. Lin *"Design of Prestressed Concrete Buildings for Earthquake Resistance"*. ASCE Jnl Struct. Div. vol 92, St 1. Feb. 1966.
- [18] Thompson K.J. *"Ductility of Concrete Frames under Seismic Loading"*. Ph D. Thesis, University of Canterbury, New Zealand, 1975.

TITOLO :

SUL PROGETTO OTTIMALE AGLI STATI LIMITE DELLE
STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO.

AUTORI :

MATELDA LO BIANCO (^)

CESARE MAZZARELLA (^^)

Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni
Facoltà di Architettura - Via Maqueda, 175 PALERMO

(^) Borsista C.N.R.

(^^) Straordinario di Tecnica delle Costruzioni.

SUL PROGETTO OTTIMALE AGLI STATI LIMITE DELLE
STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO

MATELDA LO BIANCO

CESARE MAZZARELLA

SOMMARIO: Viene data una formulazione generale del progetto ottimale di una classe di strutture (telai piani, travi continue, etc.) in cemento armato precompresso, tenendo conto delle verifiche agli stati limite di esercizio (compressione, decompressione, fessurazione) e allo stato limite ultimo di rottura per tensioni normali. Per ipotesi il costituente calcestruzzo ha forma e dimensioni assegnate e nella struttura, oltre la armatura di precompressione, è presente anche l'armatura in acciaio ordinario. Supponendo che i costi dell'acciaio (di precompressione e ordinario) siano proporzionali ai rispettivi volumi ed introducendo alcune ipotesi semplificative (quali la linearizzazione del dominio di resistenza della sezione) il problema di ottimizzazione assume la forma di un programma lineare con vincoli di complementarietà sulle variabili. La soluzione, che può avere i requisiti richiesti dalla normativa sul c.a.p., fornisce l'area e il tracciato dei cavi di precompressione, nonché l'area delle armature ordinarie. Un esempio conclude il lavoro.

SUMMARY: The paper deals with a general theory of optimum design of prestressed plane structures (frames and continuous beams) with fixed concrete dimensions, taking into account the working limit state and the ultimate strength state. In the structure there are prestressing steel and ordinary reinforcement steel. We suppose that the costs of the steel (prestressing and ordinary reinforcement steel) are proportional to their volumes and we introduce some simplifying hypotheses (such as making the ultimate strength domain piecewise linear). In this way the optimization problem becomes a complementary linear programming problem. The solution of this problem, which can satisfy some legal requirements, gives the area and the layout of the prestressing steel as well as of the ordinary reinforcement steel. An illustrative numerical example concludes the paper.

Il presente lavoro eseguito con il contributo finanziario del C.N.R. è affettuosamente dedicato al prof. U. Fuxa, titolare del finanziamento.

1. PREMESSE ED IPOTESI FONDAMENTALI.

I problemi del progetto ottimale delle strutture in c.a.p. sono da tempo oggetto di studi accurati [1-16]. In tale campo esistono sia trattazioni relative a particolari tipi strutturali (come ad es. piastre e solai [2,4,5], travi semplici e continue [7,8,14], pali per linee elettriche [3], tubazioni [12]) che trattazioni di tipo generale [15-16]. Il progetto ottimale si ottiene generalmente dalla soluzione di un problema di programmazione matematica, la cui funzione obiettivo rappresenta il costo della struttura (calcestruzzo, acciaio, casseformi, mezzi e mano d'opera) mentre i vincoli rappresentano le limitazioni sullo stato di sforzo richieste dai regolamenti in relazione ai diversi stati limite da considerare. Come generalmente avviene nei problemi di ottimizzazione elastica [17-18], anche ricorrendo a schematizzazioni e semplificazioni a vario livello il problema matematico risulta fortemente non-lineare e quindi di non facile soluzione, almeno nello stato attuale delle conoscenze nel campo della ricerca operativa.

Una classe di problemi computazionalmente più semplici si ottiene in quei casi di rilevanza pratica, in cui sono assegnate forma e dimensione degli elementi in calcestruzzo, e quindi il costo da ottimizzare è soltanto quello delle armature [6-12].

Tale ipotesi (componente in calcestruzzo di forma e dimensione assegnate) è stata adottata dagli AA. in due lavori sull'ottimizzazione delle strutture intelaiate in c.a.p. Nel primo di essi [15], svolto in collaborazione, si dimostra che, assumendo come criterio di sicurezza quello delle tensioni ammissibili, l'armatura ottimale (sezione e tracciato dei cavi) si ottiene dalla soluzione di un problema di programmazione lineare. Nel secondo lavoro [16] si dimostra che, considerando come criterio di sicurezza quello di rottura per tensioni normali, il progetto ottimale dell'armatura di precompressione assume la forma di un programma lineare con vincoli di ortogonalità sulle variabili. Tale problema, che è di notevole interesse in diversi campi dell'ingegneria strutturale [19-20], può essere risolto con algoritmi di tipo "branch and bound" già esistenti [20-21].

Il presente lavoro affronta il problema del progetto ottimale della armatura di precompressione e di quella in acciaio ordinario di una classe di strutture piane (quali telai e travi continue) delle quali per ipotesi sono note forma e dimensioni degli elementi in calcestruzzo. Sulla struttura agiscono un certo numero di condizioni alternative di carico. L'armatura di minimo costo viene determinata imponendo che, sotto ognuna delle condizioni di carico possibili, la struttura sia sicura nei confronti dello stato limite ultimo di rottura per tensioni normali, nonché nei confronti di uno o più stati limite di esercizio: decompressione, fessurazione, compressione.

Le altre ipotesi fondamentali adottate sono:

- a) La struttura, nella forma tipica di telaio piano, è formata da aste rettilinee in calcestruzzo mutuamente collegate da nodi rigidi.
- b) In ogni asta è disposto un cavo di precompressione a sezione costante ed andamento parabolico, integrato, ove necessario, da armature in acciaio ordinario, di area e posizione variabile da sezione a sezione.
- c) Si trascura la presenza dell'attrito tra cavo e calcestruzzo: lo sforzo di precompressione si considera costante all'interno di ogni asta, con valore variabile nel tempo in dipendenza di effetti anelastici, quali ritiro e viscosità.
- d) Si considerano gli spostamenti come infinitesimi.
- e) Nelle verifiche agli stati limite di esercizio si trascura il contributo alla resistenza offerto dall'armatura ordinaria e di precompressione.
- f) Nelle verifiche allo stato limite ultimo, lo stato di sforzo si ottiene moltiplicando per i prescritti coefficienti di sicurezza la risposta elastica ai carichi di esercizio ed agli effetti iperstatici della precompressione.
- g) La curva di interazione della sezione viene sostituita con una poligonale. Le distanze dei lati di tale poligonale dall'origine dipendono linearmente dalle armature in acciaio ordinario, e non-linearmente dalla armatura di precompressione.
- h) Si tiene conto della possibilità di imporre vincoli tecnologici (ad es.:

cavi continui su più campate).

2. LE CONDIZIONI DI SICUREZZA.

2.1. LE CONDIZIONI DI SICUREZZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO.

Si considera (Fig.1) una sezione in calcestruzzo, con asse di simmetria verticale e coincidente con l'asse di sollecitazione, in cui sono disposte:

- m armature in acciaio ordinario (*a.o.*), di area a_i e distanza dal baricentro y_i , numerate per distanze decrescenti: a_1 è l'armatura più vicina al lembo superiore della sezione, mentre a_m è quella più vicina al lembo inferiore;
- un'armatura di precompressione (*a.p.*) di area a_p e distanza y_p , che verifica la relazione: $y_1 \geq y_p \geq y_m$.

La rottura per tensioni normali di tale sezione viene definita in modo convenzionale [22] aggiungendo alle usuali ipotesi di conservazione della sezione piana e di aderenza fra calcestruzzo ed acciaio (ad avvenuta iniezione dei cavi per quello di precompressione) opportune limitazioni sulle deformazioni specifiche ($\epsilon > 0$: allungamento) dei tre materiali. In forma semplificata, tali limitazioni sono [16]:

$$\epsilon_c \leq 0.0035, \quad (\text{calcestruzzo}) \quad (2.1a)$$

$$\epsilon_a \leq 0.01, \quad (\text{acciaio ordinario}) \quad (2.1b)$$

$$\epsilon_p \leq 0.01 + \epsilon_t, \quad (\text{acciaio di precompressione}) \quad (2.1c)$$

Nella (2.1c) ϵ_p è la deformazione totale dell'*a.p.*, ivi compresa la deformazione al tiro, ϵ_t .

Si definisce *deformata limite* ogni deformata della sezione che rispetta le (2.1) di cui almeno una sotto forma di eguaglianza. L'insieme di tutte le deformate limiti viene raccolto (Fig.1) in due diagrammi (*domini di ammissibilità*) la cui forma dipende dalle limitazioni (2.1) e dalla posizione dell'armatura più lontana dal bordo compresso. Alla generica deformata limite si associa, attraverso le equazioni costitutive dei tre materiali, una distribuzione di tensioni interne, le cui risultanti sono raccolte nel

vettore dello sforzo limite $\underline{Q}^0 = [N^0 \ M^0]^T$.

Considerando tutte le possibili deformate limiti, il punto \underline{Q}^0 individua nel piano N - M una curva chiusa di equazione:

$$g_R(\underline{Q}^0) = 0 \quad (\text{curva di interazione}) \quad (2.2a)$$

che racchiude un dominio convesso, definito dalla relazione:

$$g_R(\underline{Q}_R) \leq 0 \quad (\text{dominio di resistenza}) \quad (2.2b)$$

in cui $\underline{Q}_R = [N_R \ M_R]^T$ è il generico sforzo ammissibile nei riguardi dello stato limite di rottura.

Ai fini applicativi, la curva di interazione (2.2a) viene linearizzata a tratti [16]. Il dominio di resistenza della sezione può essere quindi descritto dalla relazione matriciale:

$$\underline{N}_R^T \underline{Q}_R - \underline{k}_R \leq 0, \quad (2.3)$$

che nel piano N - M (Fig.2) descrive un dominio poligonale, i cui lati hanno normali unitarie esterne raccolte nelle colonne della \underline{N}_R (matrice delle normali) e distanze dall'origine raccolte nel vettore delle resistenze a rottura \underline{k}_R .

Nel problema di progetto sono assegnate a priori:

- le equazioni costitutive dei tre materiali;
 - la deformazione al tiro ϵ_t del cavo ($\epsilon_t \approx 0.004$);
 - le distanze y_1, y_2, \dots, y_m dell'a.o. dal baricentro della sezione;
- mentre le incognite sono:

- il vettore delle aree dell'a.o.

$$\underline{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m]^T; \quad (2.4a)$$

- il vettore delle caratteristiche geometriche dell'a.p.:

$$\underline{z} = [a_p \ -a_p \ y_p]^T. \quad (2.4b)$$

Al vettore delle resistenze \underline{k}_R , considerando separatamente il contributo dei tre materiali, può darsi la forma:

$$\underline{k}_R = \underline{k}_c + \underline{k}_p + \underline{k}_a. \quad (2.5)$$

Nel vettore \underline{k}_c sono raccolte le *resistenze iniziali*, cioè le resistenze della *sezione in solo calcestruzzo* (priva di armature: $\underline{a}=\underline{0}$, $\underline{z}=\underline{0}$). Per tale sezione, il dominio di resistenza è quindi espresso dalla relazione matriciale:

$$\frac{N}{R} \frac{Q}{R} - \underline{k}_c \leq \underline{0}, \quad (\underline{a} = \underline{0}; \underline{z} = \underline{0}). \quad (2.6)$$

Tale dominio è noto non appena assegnata la sezione in calcestruzzo e le posizioni delle armature in *a.o.* più vicine ai lembi della sezione, e cioè α_1 ed α_m .

Il dominio di resistenza (2.3) della sezione in c.a.p. ($\underline{a} \geq \underline{0}$, $\underline{z} \neq \underline{0}$) può pensarsi come il risultato di un processo di trasformazione del dominio (2.6) della sezione in solo calcestruzzo. Tale processo consiste in una semplice traslazione dei lati del dominio (2.6) (che si mantengono paralleli a se stessi) dovuta alla presenza dell'armatura. Nella (2.5) i vettori \underline{k}_p e \underline{k}_a rappresentano quindi le *variazioni* delle resistenze iniziali \underline{k}_c per effetto rispettivamente dell'armatura di precompressione e di quella ordinaria.

Il vettore \underline{k}_p dipende *non linearmente* dal vettore \underline{z} . La trasformazione del dominio (2.6) per effetto di una generica armatura di precompressione si può infatti assimilare [16] ad una traslazione rigida dell'intero dominio, seguita da una espansione dello stesso ottenuta con la traslazione verso l'esterno di un certo numero di lati (Fig.2). La direzione della traslazione rigida nonché il numero e la posizione dei lati che, traslando, causano l'espansione dipende dalla posizione dell'*a.p.*, mentre le relative intensità dipendono linearmente dall'area α_p . Il legame non lineare tra \underline{k}_p e \underline{z} può essere espresso in modo indiretto ricorrendo ad un certo numero r ($r \geq 3$) di *armature ausiliarie* di precompressione (di area $\omega_i = 1$ e distanza dal baricentro η_i opportunamente stabilite). Numerando tali armature per distanze dal baricentro decrescenti ($\eta_i > \eta_{i+1}$) resta de-

finita la matrice:

$$\underline{V} = [\underline{V}_1 \quad \underline{V}_2 \dots \underline{V}_r]^T \quad (2.7a)$$

le cui colonne rappresentano le variazioni di resistenza del dominio (2.6) per effetto delle armature ausiliarie, nonché la matrice:

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & \dots & -\eta_r \end{bmatrix} \quad (2.7b)$$

nelle cui colonne sono riunite le caratteristiche geometriche di tali armature.

Il legame tra \underline{k}_p e \underline{z} viene espresso dalle relazioni [16]:

$$\underline{k}_p = \underline{V}\underline{\rho}, \quad \underline{\rho} \geq \underline{0} \quad (2.8)$$

$$\rho_i \geq 0, \quad \rho_{i+1} \geq 0, \quad \rho_j = 0 \quad \forall j \neq i, i+1, \quad (i=1, 2, \dots, r-1) \quad (2.9)$$

$$\underline{z} = \underline{R}\underline{\rho} \quad (2.10)$$

Le relazioni (2.8) sono formalmente analoghe a quelle utilizzate nei problemi di progetto plastico [23]: esse definiscono la variazione delle resistenze iniziali dovuta all'armatura di precompressione, come la combinazione lineare, a coefficienti non negativi, di certe variazioni di base rappresentate dalle colonne della matrice \underline{V} .

I vincoli di ortogonalità sulle *variabili ausiliarie* $\underline{\rho}$ (2.9) invece sono caratteristici dei problemi di progetto a rottura delle strutture in c.a.p. [16]: essi definiscono ammissibile una variazione delle resistenze iniziali soltanto se ottenuta come combinazione lineare di due variazioni base, rappresentate da colonne contigue della \underline{V} e dovute quindi a due armature ausiliare di riferimento contigue (ad es. ω_i ed ω_{i+1}). La relazione (2.10), per $\rho_i \geq 0$ e $\rho_{i+1} \geq 0$, definisce un'armatura di precompressione di area $\alpha_p = \rho_i + \rho_{i+1}$ e distanza y_p che verifica la relazione $\eta_i \geq y_p \geq \eta_{i+1}$. La rappresentazione discreta del legame non lineare fra \underline{k}_p e \underline{z} , può raggiun-

gere, con un'opportuna scelta del numero e delle posizioni delle armature ausiliarie, qualunque grado di approssimazione desiderato.

Il legame tra \underline{k}_a ed \underline{a} è *lineare* ed è quindi espresso dalla relazione:

$$\underline{k}_a = \underline{V}^a \underline{a}, \quad \underline{a} \geq \underline{0} \quad (2.11)$$

in cui la i -ma colonna della matrice \underline{V}^a rappresenta le variazioni delle resistenze iniziali per effetto dell'armatura in acciaio ordinario di area $a_i=1$, posta a distanza y_i .

Si può dimostrare che la trasformazione subita dal dominio (2.2b) per effetto dell'armatura ordinaria è una espansione, ottenuta con la traslazione verso l'esterno del dominio di un certo numero di lati (Fig.2). Le componenti della matrice \underline{V}^a sono quindi soggette al vincolo di non negatività.

Infine utilizzando le (2.5), (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11) il dominio di resistenza della sezione in c.a.p. (2.3) resta espresso dalla seguente relazione matriciale:

$$\underline{N}_R^T \underline{Q}_R - \underline{V} \underline{\rho} - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{k}_c \leq \underline{0}, \quad \underline{\rho} \geq \underline{0}, \quad \underline{a} \geq \underline{0} \quad (2.12)$$

a cui occorre aggiungere la (2.10) e le *condizioni di ammissibilità* rappresentate dai vincoli (2.9). Alle matrici \underline{V} e \underline{V}^a viene dato il nome di *gradiente delle resistenze* per effetto rispettivamente dell'a.p. e delle a.o. Analogamente la relazione (2.10) attribuisce alla matrice \underline{R} il significato di *gradiente geometrico* dell'a.p.. Scegliendo come numero delle armature ausiliarie $r \geq 4$ il problema della ricerca dell'armatura di minimo costo di una sezione (o dell'intera struttura) basato sulle relazioni (2.9) e (2.12) richiede la soluzione di un problema di programmazione matematica con variabili separabili, con le connesse difficoltà di carattere computazionale [24].

Il problema di ottimizzazione può assumere la forma più semplice di programma lineare con vincoli di ortogonalità sulle variabili, in quei casi di rilevanza pratica in cui è possibile limitare al minimo ($r=3$) il

numero delle armature di riferimento [16]. Denotando con ω^+ l'armatura (di area unitaria) più vicina al lembo superiore ($\eta^+ > 0$), con ω^- l'armatura più vicina al lembo inferiore ($\eta^- < 0$) e con ω^0 la terza armatura disposta in posizione intermedia ($\eta^+ > \eta^0 > \eta^-$), le (2.12), (2.9) e (2.10) vengono rispettivamente sostituite dalle seguenti relazioni:

$$\underline{N}_R^T \underline{Q}_R - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{k}_c \leq \underline{0}; \quad \underline{a} \geq \underline{0} \quad (2.13a,b)$$

$$\underline{\rho}^+ \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^0 \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^- \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^+ \underline{\rho}^- = \underline{0} \quad (2.13c)$$

$$\underline{z} = \underline{R}^+ \underline{\rho}^+ + \underline{R}^0 \underline{\rho}^0 + \underline{R}^- \underline{\rho}^- \quad (2.13d)$$

Esse, per un assegnato \underline{Q}_R , definiscono le condizioni cui devono soddisfare l'armatura (ordinaria e di precompressione) per rendere sicura la sezione nei riguardi dello stato limite ultimo di rottura per tensioni normali.

Nel singolo elemento strutturale (o nell'intera struttura) le condizioni di sicurezza (2.13) vengono imposte in un numero discreto di sezioni, opportunamente scelte. Globalmente esse possono venire rappresentate dalle seguenti relazioni, formalmente analoghe alle (2.13):

$$\underline{N}_R^T \underline{Q}_R - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{k}_c \leq \underline{0}, \quad \underline{a} \geq \underline{0} \quad (2.14a,b)$$

$$\underline{\rho}^+ \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^0 \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^- \geq \underline{0}, \quad (\underline{\rho}^+)^T \underline{\rho}^- = \underline{0} \quad (2.14c-f)$$

$$\underline{z} = \underline{R}^+ \underline{\rho}^+ + \underline{R}^0 \underline{\rho}^0 + \underline{R}^- \underline{\rho}^- \quad (2.14g)$$

in cui i vettori:

$$\underline{\rho}^+ = [\rho_1^+ \quad \rho_2^+ \quad \dots \quad \rho_i^+ \quad \dots]^T \quad (2.15a)$$

$$\underline{\rho}^0 = [\rho_1^0 \quad \rho_2^0 \quad \dots \quad \rho_i^0 \quad \dots]^T \quad (2.15b)$$

$$\underline{\rho}^- = [\rho_1^- \quad \rho_2^- \quad \dots \quad \rho_i^- \quad \dots]^T \quad (2.15c)$$

raccogliono le variabili ausiliarie relative a tutte le sezioni,

\underline{Q}_R , \underline{a} , \underline{k}_c , \underline{z} sono supervettori analogamente definiti (come ad

es.: $\underline{Q}_R = [\underline{Q}_{R,1}^T \quad \underline{Q}_{R,2}^T \quad \dots \quad \underline{Q}_{R,i}^T \quad \dots]^T$) ed infine $\underline{V}^+, \underline{V}^0, \underline{V}^-, \underline{V}^a, \underline{R}^+, \underline{R}^0, \underline{R}^-$ sono matrici diagonali a blocchi (es: $\underline{V}^+ = \begin{bmatrix} \underline{V}_1^+ & & & \\ & \underline{V}_2^+ & & \\ & & \dots & \\ & & & \underline{V}_i^+ & \dots \end{bmatrix}$).

Nella (2.14) il vettore \underline{Q}_R contiene gli sforzi di tutte le sezioni in cui si prevede di effettuare le verifiche allo stato limite ultimo. Nelle strutture a telaio, con ipotesi a vantaggio della sicurezza, tali sforzi possono essere determinati con un'analisi elastico-lineare [22]. Al vettore \underline{Q}_R può quindi darsi la forma:

$$\underline{Q}_R = \gamma_f \underline{Q}_f + \gamma_p \underline{Q}_{pp}, \quad (2.16)$$

in cui il vettore \underline{Q}_f (noto) contiene gli sforzi dovuti ai carichi negli stati limite di esercizio, mentre il vettore \underline{Q}_{pp} (incognito) contiene la aliquota degli sforzi di precompressione dovuta agli effetti iperstatici sempre negli stati limite di esercizio. Il valore dei coefficienti di sicurezza γ_f e γ_p è stabilito dai regolamenti: generalmente si ha $\gamma_f \geq 1$ e $\gamma_p \leq 1$.

2.2. LE CONDIZIONI DI SICUREZZA AGLI STATI LIMITE DI ESERCIZIO.

Le condizioni di sicurezza di una sezione agli stati limite di esercizio qui considerati (compressione, decompressione e fessurazione) sono basate sul criterio delle tensioni ammissibili [22]. Per una sezione di area Ω e moduli di resistenza W^+ (superiore) e W^- (inferiore) tale criterio impone le seguenti limitazioni sulle tensioni nel calcestruzzo:

$$\sigma_{co} \leq N/\Omega - M/W^+ \leq \sigma_{ct}, \quad (\text{lembo superiore}) \quad (2.17a)$$

$$\sigma_{co} \leq N/\Omega + M/W^- \leq \sigma_{ct}, \quad (\text{lembo inferiore}) \quad (2.17b)$$

in cui il valore della tensione ammissibile a trazione σ_{ct} ($\sigma_{ct} \geq 0$) e di quella a compressione σ_{co} ($\sigma_{co} < 0$) dipendono dallo stato limite considerato.

Per una sezione in c.a.p., le condizioni di sicurezza (2.17) nei riguardi di un generico stato limite di esercizio possono essere espresse in forma matriciale:

$$\underline{N}_E^T \underline{Q}_E - \underline{k}_E \leq \underline{0} \quad (2.18)$$

in cui $\underline{Q}_E = [N \ M]^T$ è il generico sforzo ammissibile.

Le (2.18) nel piano N, M rappresentano un dominio di forma romboidale, in cui la inclinazione dei lati e le distanze dall'origine dipendono in generale anche dalle armature (ordinarie e di precompressione) incognite (Fig.3).

Trascurando, con ipotesi a vantaggio della sicurezza, il contributo alla resistenza apportato da tali armature, il dominio definito dalla (2.18) è noto a priori. La matrice delle normali \underline{N}_E e le resistenze (elastiche) \underline{k}_E

hanno la forma:

$$\underline{N}_E = \begin{bmatrix} \delta^- / \Omega & -\delta^+ / \Omega & -\delta^- / \Omega & \delta^+ / \Omega \\ \delta^- / W^- & \delta^+ / W^+ & -\delta^- / W^- & -\delta^+ / W^+ \end{bmatrix}, \quad (2.19a)$$

$$\underline{k}_E = [\delta^- \sigma_{ct} \quad -\delta^+ \sigma_{co} \quad -\delta^- \sigma_{co} \quad \delta^+ \sigma_{ct}]^T, \quad (2.19b)$$

in cui Ω, W^+, W^- sono l'area ed i moduli di resistenza della sezione in solo calcestruzzo e:

$$\delta^- = \Omega W^- / \sqrt{\Omega^2 + (W^-)^2}, \quad \delta^+ = \Omega W^+ / \sqrt{\Omega^2 + (W^+)^2}. \quad (2.19c,d)$$

Le condizioni di sicurezza agli stati limite di esercizio vengono imposte, generalmente, nelle stesse sezioni in cui si impone la sicurezza allo stato limite ultimo. Per un elemento (o per l'intera struttura) tali condizioni di sicurezza possono ancora essere rappresentate dalle (2.18) ridefinendo opportunamente i vettori \underline{Q}_E e \underline{k}_E , nonché la matrice delle normali \underline{N}_E .

Al vettore \underline{Q}_E che contiene quindi gli sforzi in tutte le sezioni, può darsi la forma:

$$\underline{Q}_E = \underline{Q}_f + \underline{Q}_p \quad (2.20)$$

in cui \underline{Q}_f è il vettore degli sforzi dovuti ai carichi esterni, già introdotto nella (2.16), mentre \underline{Q}_p è il vettore (incognito) degli sforzi dovuti alla precompressione.

3. LO SCHEMA STRUTTURALE

La struttura tipica considerata è il telaio piano formato da aste rettilinee, con sezione costante e/o variabile con l'ascissa, collegate da nodi rigidi. Il telaio è pensato come una struttura discreta formata dall'assemblaggio di elementi finiti. L'elemento strutturale generico (Fig.4) è una trave prismatica in calcestruzzo, lunga ℓ , i cui estremi sono indicati con 1 e 2, incastrata in 1. Un elemento coincide con un'intera asta del telaio, quando l'asta ha sezione costante. Un'asta a sezione variabile viene rappresentata invece da un opportuno numero di elementi. Le caratteristiche geometriche della sezione trasversale dell'elemento (area Ω , momento d'inerzia I , moduli di resistenza, etc.) sono noti a priori. Le verifiche agli stati limite vengono eseguite in un numero discreto di sezioni (di ascissa $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$).

L'armatura dell'elemento è costituita da barre (o tondini) in acciaio ordinario e da un cavo di precompressione (reale o fittizio, ed in questo caso è il *cavo risultante* [25-26]). Il numero e la posizione delle armature in acciaio ordinario sono stabiliti a priori in tutte le sezioni in cui si effettuano le verifiche. Le aree a_i di tali armature costituiscono delle variabili indipendenti (*variabili di progetto dell'a.o.*) raccolte nel vettore \underline{a} , introdotto nel precedente paragrafo.

Il cavo di precompressione ha sezione costante, di area a_p , e tracciato parabolico (al limite rettilineo) definito dall'equazione:

$$y = -4e_3 x^2/\ell^2 + (4e_3 + e_2 - e_1)x/\ell + e_1 \quad (3.1)$$

in cui y è la distanza cavo-baricentro nella sezione di ascissa x , e_1 ed e_2 sono le distanze cavo-baricentro nelle sezioni 1 e 2 ed infine e_3 è la freccia della parabola ($e_3=0$ per cavo rettilineo). Le *variabili di pro-*

getto dell'*a.p.* [16] di tutti gli elementi che costituiscono la struttura sono raccolte nel vettore:

$$\underline{p} = [\underline{p}_1^T \quad \underline{p}_2^T \quad \dots \quad \underline{p}_i^T \quad \dots \quad \cdot]^T \quad (3.2a)$$

Nella (3.2a) le componenti dell'*i*-mo vettore:

$$\underline{p}_i = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4]_i^T = [a_p \quad a_{p1} e_1 \quad a_{p2} e_2 \quad a_{p3} e_3]_i^T \quad (3.2b)$$

sono i quattro parametri geometrici che definiscono l'armatura di precompressione dell'*i*-mo elemento strutturale.

Il vettore z delle caratteristiche geometriche dell'*a.p.* in tutte le sezioni della struttura dipende linearmente dal vettore p:

$$\underline{z} = -\underline{B} \underline{p} \quad (3.3a)$$

in cui:

$$\underline{B} = [\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \dots \quad \underline{B}_i \quad \dots \quad \cdot] \quad (3.3b)$$

è una matrice diagonale a blocchi. Il generico blocco della matrice (3.3b) ha la forma:

$$\underline{B}_i = [\underline{B}(x_1)^T \quad \underline{B}(x_2)^T \quad \dots \quad \underline{B}(x_i)^T \quad \dots \quad \cdot]_i^T, \quad (3.3c)$$

in cui:

$$\underline{B}(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\ell-x)/\ell & x/\ell & 4x(\ell-x)/\ell^2 \end{bmatrix} \quad (3.3d)$$

rappresenta il legame tra le caratteristiche geometriche dell'*a.p.* nella sezione di ascissa *x* e il vettore (3.2b) delle variabili di progetto dell'*a.p.* dell'*i*-mo elemento strutturale.

Il vettore incognito Q_p, introdotto nella (2.20), rappresenta lo stato di coazione indotto nella struttura con la messa in tiro dei cavi. Ogni cavo, inizialmente, è solidale con l'elemento strutturale nella sezione iniziale *l* e può scorrere entro un'apposita cavità del calcestruzzo

(Fig.4). Le operazioni di tiro consistono nell'imprimere uno spostamento $\xi = \epsilon_t \ell$ tra il cavo e la sezione terminale 2 dell'elemento (considerato rigido). Tale spostamento ξ viene mantenuto nel tempo realizzando, con appo site iniezioni di malta, l'aderenza tra cavo e calcestruzzo in tutte le sezioni dell'elemento. Per ipotesi, il valore di ϵ_t è eguale in tutti i cavi. Trascurando la presenza dell'attrito, la tensione nell'acciaio di precompressione all'atto del tiro $\sigma_{po} = \sigma_p(\epsilon_t)$ risulta di valore eguale in tutte le sezioni della struttura. A causa del rilassamento dell'acciaio nonchè del fluage e del ritiro nel calcestruzzo, tale tensione subisce una diminuzione dipendente, sotto ipotesi abbastanza larghe [15], soltan to dal tempo τ trascorso dalla messa in tiro dei cavi. Il vettore \underline{Q}_p dello sforzo di precompressione assume quindi la forma:

$$\underline{Q}_p = \sigma_p \underline{T} \underline{p} = \beta \sigma_{po} \underline{T} \underline{p} \quad (3.4)$$

in cui il coefficiente di riduzione $\beta = \beta(\tau)$ è funzione decrescente del tem po τ , mentre la matrice \underline{T} del *gradiente degli sforzi* per effetto delle va riabili di progetto \underline{p} si ottiene dalla soluzione elastica della struttura [15].

Nel singolo elemento (ad es: l'i-mo) considerato incastrato in 1 e libero in 2, il vettore delle *forze interne*:

$$\underline{Q}_{2,i} = [Q_{2,x} \quad Q_{2,y} \quad Q_{2,xy}]_i^T \quad (3.5)$$

rappresenta le azioni trasmesse alla sezione terminale 2 degli elementi contigui nella compagine strutturale. In tale ipotesi (struttura sconnes- sa) il vettore \underline{Q}_p può essere espresso dalla relazione:

$$\underline{Q}_p = \beta \sigma_{po} \underline{B} \underline{p} + \underline{H} \underline{Q}_2^p \quad (3.6a)$$

in cui \underline{B} è la matrice definita nella (3.3b) ed il vettore:

$$\underline{Q}_2^p = [(\underline{Q}_{2,1}^p)^T \quad (\underline{Q}_{2,2}^p)^T \quad \dots \quad (\underline{Q}_{2,i}^p)^T \quad \dots]^T \quad (3.6b)$$

rappresenta le azioni trasmesse alle sezioni terminali 2 di tutti gli elementi per effetto della precompressione. La matrice \underline{H} di influenza delle tensioni per effetto delle forze interne \underline{Q}_2 è una matrice diagonale a blocchi:

$$\underline{H} = \left[\begin{array}{cccc} \underline{H}_1 & & & \\ & \underline{H}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \underline{H}_i \dots \end{array} \right] \quad (3.7a)$$

Il generico blocco della matrice (3.7a) ha la forma:

$$\underline{H}_i = \left[\underline{H}(x_1)^T \quad \underline{H}(x_2)^T \quad \dots \quad \underline{H}(x_i)^T \quad \dots \right]_i^T, \quad (3.7b)$$

in cui

$$\underline{H}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & l-x & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7c)$$

rappresenta il legame tra lo sforzo $\underline{Q} = [N \ M]^T$ nella sezione di ascissa x e le forze interne \underline{Q}_2 applicate all'estremo 2 dell'elemento.

In una struttura elastica-lineare, il vettore delle forze interne assume la forma [27]:

$$\underline{Q}_2 = \underline{L} \underline{f} + \underline{Z} \underline{\delta} \quad (3.8)$$

in cui \underline{f} è il vettore dei *carichi nodali* (reali o equivalenti ai carichi applicati sugli elementi), mentre nel vettore *deformazione*:

$$\underline{\delta} = \left[\underline{\delta}_1^T \quad \underline{\delta}_2^T \quad \dots \quad \underline{\delta}_i^T \dots \right]^T \quad (3.9a)$$

sono raccolti gli spostamenti:

$$\underline{\delta}_i = \left[\delta_x \quad \delta_y \quad \delta_{xy} \right]_i^T \quad (3.9b)$$

delle sezioni estreme 2 degli elementi (considerati sconnessi dalla struttura) per effetto dei carichi e delle distorsioni agenti sull'elemento stesso. Le matrici di influenza delle forze interne \underline{L} (per effetto dei

carichi nodali) e \underline{Z} (per effetto delle distorsioni) hanno la forma [27]:

$$\underline{L} = \underline{A}^{-1} \underline{C} \underline{K}^{-1}, \quad \underline{Z} = \underline{A}^{-1} \underline{C} \underline{K}^{-1} \underline{C}^T \underline{A}^{-1} - \underline{A}^{-1} \quad (3.10a,b)$$

in cui \underline{A} è la matrice di flessibilità della struttura sconnessa, \underline{C} la matrice di equilibrio tra forze interne \underline{Q}_2 e i carichi nodali \underline{f} e $\underline{K} = \underline{C}^T \underline{A}^{-1} \underline{C}$ è la matrice di rigidità esterna della struttura.

Le forze di precompressione (distribuite lungo l'elemento e concentrate nelle sezioni estreme) costituiscono un sistema auto equilibrato, a cui corrisponde un vettore di carichi nodali $\underline{f}_p = 0$. Il vettore $\underline{\delta}_p$ che rappresenta la deformazione dovuta agli sforzi di precompressione, nel problema di progetto assume la forma [15]:

$$\underline{\delta}_p = \beta \sigma_{f_0} \underline{A}^p \underline{P}, \quad (3.11)$$

in cui:

$$\underline{A}^p = \left[\begin{array}{cccc} \underline{A}_1^p & & & \\ & \underline{A}_2^p & & \\ & & \dots & \\ & & & \underline{A}_i^p & \dots & \dots \end{array} \right], \quad (3.12a)$$

è una matrice diagonale a blocchi, con il generico blocco definito dalle:

$$\underline{A}_i^p = \begin{bmatrix} -\ell/E\Omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell^2/3EI & \ell^2/6EI & \ell^2/3EI \\ 0 & \ell/2EI & \ell/2EI & 2\ell/3EI \end{bmatrix}_i, \quad (3.12b)$$

in cui Ω ed I sono aree e momento d'inerzia della sezione del generico elemento strutturale (lungo ℓ) ed E è il modulo di elasticità del calcestruzzo.

Poichè $\underline{f}_p = 0$, tenendo conto della (3.11), il vettore delle forze interne dovute alla precompressione assume la forma:

$$\underline{Q}_2^p = \beta \sigma_{f_0} \underline{Z} \underline{A}^p \underline{P}. \quad (3.13)$$

Sostituendo la (3.13) nella (3.6a) si ottiene:

$$\underline{Q}_p = \beta \sigma_{f_0} \left[\underline{B} + \underline{H} \underline{Z} \underline{A}^p \right] \underline{P} \quad (3.14)$$

che rappresenta la richiesta legge di dipendenza degli sforzi, in tutte le sezioni della struttura, dalle variabili di progetto dell'*a.p.*. Dal confronto tra le relazioni (3.4) e la (3.14) si ottiene l'espressione esplicita del *gradiente degli sforzi* dovuti al vettore \underline{p} :

$$\underline{T} = \underline{B} + \underline{HZA}^P, \quad (3.15)$$

in cui la matrice \underline{HZA}^P rappresenta la parte di tale gradiente dovuta agli effetti iperstatici ($\underline{Z}=0$ se la struttura è isostatica).

Il vettore \underline{Q}_{pp} introdotto nella (2.16) e che rappresenta l'aliquota degli sforzi di precompressione dovuto agli effetti iperstatici assume quindi la forma:

$$\underline{Q}_{pp} = \beta \sigma_{fo} \underline{HZA}^P \underline{p}. \quad (3.16)$$

Tenendo conto della (3.16) il vettore (2.16) contenente gli sforzi nello stato limite ultimo di rottura assume la forma:

$$\underline{Q}_R = \gamma_f \underline{Q}_f + \beta \sigma_{fo} \gamma_p \underline{HZA}^P \underline{p}. \quad (3.17)$$

Corrispondentemente, per la (3.4), il vettore (2.20) contenente gli sforzi dello stato limite di esercizio diventa:

$$\underline{Q}_E = \underline{Q}_f + \beta \sigma_{fo} \underline{T} \underline{p}. \quad (3.18)$$

4. IL PROGETTO OTTIMALE.

Il costo dell'armatura ordinaria e di precompressione in una struttura dipende da diversi fattori economici, tra cui è prevalente il costo dell'acciaio, costo che può assumersi proporzionale al volume del materiale impiegato. Nella ipotesi approssimata che il costo di ognuna delle armature sia proporzionale al relativo volume, la funzione economica da minimizzare assume la forma:

$$\Phi = C_p + C_a = \frac{C}{p} \underline{p} + \frac{C}{a} \underline{a}. \quad (4.1a)$$

Il vettore:

$$\underline{c}_p = \left[\underline{c}_{p,1}^T \quad \underline{c}_{p,2}^T \quad \dots \quad \underline{c}_{p,i}^T \quad \dots \right]^T \quad (4.1b)$$

rappresenta il *gradiente di costo dell'a.p.*. Ricordando la (3.2b) la generica componente di tale vettore ha la forma:

$$\underline{c}_{p,i} = \mu_p \left[\ell_i \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T, \quad (4.1c)$$

in cui μ_p è il costo specifico dell'a.p. ed ℓ_i la lunghezza dell'*i*-mo elemento in calcestruzzo. Analogamente il *gradiente di costo dell'a.o.* ha la forma:

$$\underline{c}_a = \mu_a \left[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_i \quad \dots \right]^T, \quad (4.1d)$$

in cui μ_a ($\mu_a \leq \mu_p$) costo specifico dell'a.o., λ_i *lunghezza d'influenza* dell'*i*-ma armatura in a.o., cioè la lunghezza del tratto di elemento in cui si pensa di disporre uno o più tondini in a.o., di area totale a_i .

Per ipotesi esistono sulla struttura t condizioni di carico alternative rappresentate dai vettori noti $\underline{Q}_{f,j}$ ($j=1,2,\dots,t$) ottenuti dall'analisi elastico lineare. Per ogni vettore $\underline{Q}_{f,j}$, la struttura deve essere sicura nei confronti di un assegnato stato limite di esercizio e dello stato limite ultimo. Per quanto riguarda un generico stato limite di esercizio, le condizioni (2.18), tenendo presente la (3.18), si possono scrivere:

$$\underline{N}_E^T \underline{Q}_{f,j} + \beta_j \underline{N}_E^T \underline{P} - \underline{k}_{E,j} \leq \underline{0} \quad (j=1,2,\dots,t), \quad (s.l. \text{ di esercizio}) \quad (4.2)$$

in cui il coefficiente β_j di riduzione dello sforzo di precompressione dipende dal tempo τ_j in cui si effettua la verifica, mentre il vettore delle resistenze $\underline{k}_{E,j}$ dipende dal tipo di stato limite considerato ed, eventualmente, da τ_j . Nella (4.2) si è inoltre utilizzata la posizione:

$$\underline{N}_E = \sigma_{po} \underline{B}^T \underline{N}_E = \sigma_{po} \left(\underline{B}^T + (\underline{A}^P)^T \underline{Z} \underline{H}^T \right) \underline{N}_E. \quad (4.3)$$

Per quanto riguarda lo stato limite ultimo le condizioni (2.14), tenendo

presenti la (3.3a) e la (3.17) assumono la forma:

$$\gamma_{f,j} \underline{N}_{-R}^T Q_{f,j} + \beta_j \underline{N}_{-R}^T \underline{p} - \underline{v}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{v}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{v}^- \underline{\rho}^- +$$

$$- \underline{v}^a \underline{a} - \underline{k}_c \leq 0, \quad (j=1,2,\dots,t) \quad (4.4a)$$

$$\underline{\rho}^+ \geq 0, \quad \underline{\rho}^0 \geq 0, \quad \underline{\rho}^- \geq 0, \quad \underline{a} \geq 0 \quad (4.4b-e)$$

$$\underline{B} \underline{p} + \underline{R}^+ \underline{\rho}^+ + \underline{R}^0 \underline{\rho}^0 + \underline{R}^- \underline{\rho}^- = 0, \quad (4.4f)$$

$$(\underline{\rho}^+)^T \underline{\rho}^- = 0, \quad (s.l. \text{ ultimo}) \quad (4.4g)$$

in cui il coefficiente di sicurezza $\gamma_{f,j}$ dipende generalmente dal tipo di carico. Inoltre, nella (4.4a), si è utilizzata la posizione:

$$\underline{N}_{-R}^- = \gamma_p \sigma_{fo} (\underline{A}^p)^T \underline{Z} \underline{H}^T \underline{N}_{-R}. \quad (4.5)$$

L'armatura ottimale si ottiene quindi minimizzando la funzione obiettivo lineare (4.1a) sotto i vincoli lineari (4.2) e (4.4a-f), a cui si deve aggiungere il vincolo non lineare (4.4g) di ortogonalità tra le variabili ausiliarie $\underline{\rho}^+$ e $\underline{\rho}^-$.

Si può ottenere [15] una notevole riduzione (nel rapporto 1/t) del numero di vincoli relativi allo stato limite di esercizio osservando che le (4.2) scritta sotto la forma:

$$\underline{N}_{-E}^T \underline{p} - \underline{n}_j \leq 0 \quad (j=1,2,\dots,t) \quad (4.6a)$$

$$\underline{n}_j = (\underline{k}_{-E,j} - \underline{N}_{-E}^T Q_{f,j}) / \beta_j \quad (4.6b)$$

definiscono, nello spazio delle variabili di progetto \underline{p} , un dominio di ammissibilità formato dall'intersezione di t domini, uno per ogni condizione di carico, ciascuno dei quali è costituito dal corrispondente gruppo di eguaglianze (4.6a). Poichè questi t domini hanno lo stesso numero di facce e queste facce hanno rispettivamente la stessa giacitura, è possibile nell'individuare il dominio di ammissibilità (4.6a) eliminare le diseguaglianze superflue. Basta a tal fine, dell' i -mo gruppo di facce pa

rallele conservare soltanto quella che si trova alla minima distanza h_1 dall'origine. In tale forma ridotta, le relazioni (4.6) possono scriversi:

$$\underline{N}_E^T \underline{p} - \underline{h}_E \leq \underline{0} \quad (4.7)$$

dove si è posto:

$$\underline{h}_E = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_i \ \dots]_E^T, \quad h_i = \text{MIN}_{j=1,t} n_{j,i}. \quad (4.8a,b)$$

In modo analogo è possibile operare una riduzione nel rapporto $2/t$ del gruppo di vincoli (4.4a) che definiscono le condizioni di sicurezza allo stato limite ultimo. Si osserva infatti che, nella pratica, il coefficiente di riduzione $\beta = \beta(\tau)$ assume due soli valori, e precisamente $\beta_0 = \beta(0) = 1$ per $s (s < t)$ condizioni di carico relative alle fasi transitorie della costruzione, e $\beta_\infty = \beta(\infty)$ ($\beta_\infty < 1$) per le rimanenti $(t-s)$ condizioni. In conseguenza le (4.4a) possono dividersi nei due distinti gruppi:

$$\underline{N}_R^T \underline{p} - \underline{V}_\rho^+ - \underline{V}_\rho^0 - \underline{V}_\rho^- - \underline{V}_a^a - \underline{m}_j^0 \leq \underline{0}, \quad (j=1,2,\dots,s) \quad (4.9a)$$

$$\beta_\infty \underline{N}_R^T \underline{p} - \underline{V}_\rho^+ - \underline{V}_\rho^0 - \underline{V}_\rho^- - \underline{V}_a^a - \underline{m}_j \leq \underline{0}, \quad (j=s+1,s+2,\dots,t) \quad (4.9b)$$

in cui si sono adottate rispettivamente le posizioni:

$$\underline{m}_j^0 = (k_R - \gamma_{f,j} \underline{N}_R^T \underline{Q}_{f,j}), \quad (j=1,2,\dots,s) \quad (4.9c)$$

$$\underline{m}_j = (k_R - \gamma_{f,j} \underline{N}_R^T \underline{Q}_{f,j}), \quad (j=s+1,s+2,\dots,t). \quad (4.9d)$$

Le relazioni (4.9a-b) individuano due distinti domini di ammissibilità delle variabili di progetto $\underline{a}, \underline{p}$ e delle variabili ausiliarie $\underline{\rho}^+, \underline{\rho}^0, \underline{\rho}^-$, definiti ognuno come intersezione di un certo numero (s il primo, $t-s$ il secondo) di domini iperpoliedrici che differiscono fra loro soltanto per le diverse distanze dall'origine.

Eliminando le disequazioni superflue, le (4.9a-b) assumono la forma ridotta:

$$\frac{-T}{N} \underline{p} - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{h}_R^0 \leq \underline{0}, \quad (4.10a)$$

$$\beta \frac{-T}{N} \underline{p} - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{h}_R^0 \leq \underline{0}, \quad (4.10b)$$

in cui i vettori \underline{h}_R^0 e \underline{h}_E sono definiti in modo analogo al vettore \underline{h}_E , e cioè:

$$\underline{h}_R^0 = [h_1^0 \quad h_2^0 \quad \dots \quad h_i^0 \quad \dots]^T, \quad h_i^0 = \text{MIN}_{j=1,s} m_{j,i}^0 \quad (4.10c)$$

$$\underline{h}_R = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_i \quad \dots]^T, \quad h_i = \text{MIN}_{j=s+1,t} m_{j,i}. \quad (4.10d)$$

Nei problemi di progetto, è spesso opportuno aggiungere alle limitazioni sulle variabili di progetto (ed ausiliarie) richieste dalle condizioni di sicurezza, un secondo gruppo di limitazioni della forma:

$$\underline{D} \underline{p} + \underline{P} \underline{a} - \underline{b} \leq \underline{0} \quad (\text{vincoli tecnologici}) \quad (4.11)$$

che assicurino che la soluzione del problema rispetti esigenze costruttive di carattere particolare, quali, ad es.:

- tracciato ed area dei cavi eguale in più elementi strutturali;
- continuità dei cavi su più campate;
- aree dei cavi e dell'armatura ordinaria non inferiori a valori limiti opportunamente prefissati.

Il problema della ricerca dell'armatura ordinaria e di precompressione si ottiene aggregando alla funzione obiettivo (4.1a) i vincoli (4.7), (4.9a-b), (4.11) e (4.4b-g):

$$\text{MIN } \Phi = \underline{c}_p^T \underline{p} + \underline{c}_a^T \underline{a}, \quad (4.12a)$$

s.l.c.:

$$\frac{-T}{N} \underline{p} - \underline{h}_E \leq \underline{0} \quad (4.12b)$$

$$\frac{-T}{N} \underline{p} - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{h}_R^0 \leq \underline{0} \quad (4.12c)$$

$$\beta \frac{\bar{N}}{\infty R} \underline{p} - \underline{V}^+ \underline{\rho}^+ - \underline{V}^0 \underline{\rho}^0 - \underline{V}^- \underline{\rho}^- - \underline{V}^a \underline{a} - \underline{h}_R \leq \underline{0} \quad (4.12d)$$

$$\underline{B} \underline{p} + \underline{R}^+ \underline{\rho}^+ + \underline{R}^0 \underline{\rho}^0 + \underline{R}^- \underline{\rho}^- = \underline{0} \quad (4.12e)$$

$$\underline{D} \underline{p} + \underline{P} \underline{a} - \underline{b} \leq \underline{0} \quad (4.12f)$$

$$\underline{\rho}^+ \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^0 \geq \underline{0}, \quad \underline{\rho}^- \geq \underline{0}, \quad \underline{a} \geq \underline{0} \quad (4.12g-1)$$

$$(\underline{\rho}^+)^T \underline{\rho}^- = 0. \quad (4.12m)$$

La formulazione (4.12) costituisce un problema di programmazione lineare con vincoli di complementarità sulle variabili ausiliarie $\underline{\rho}^+$ e $\underline{\rho}^-$. Questo tipo di problema di notevole interesse nel campo dell'ingegneria strutturale [19-20] può essere risolto in due modi distinti:

- nella forma (4.12) utilizzando un apposito algoritmo tipo "branch and bound" [21];

- trasformandolo in una sequenza (finita) di programmi lineari [20].

Indipendentemente dall'algoritmo adottato per il calcolo, la soluzione delle (4.12) costituisce un minimo assoluto.

Per ottenere la formulazione (4.12) si sono introdotte essenzialmente le seguenti semplificazioni:

- la linearizzazione a tratti del dominio di resistenza della sezione;
- la discretizzazione del legame non lineare $\underline{k}_a = \underline{k}_a(\underline{z})$ ottenuta con tre sole armature di riferimento;
- il coefficiente di riduzione β eguale per tutte le travi.

Tali semplificazioni possono essere migliorate, ma a prezzo di una maggiore complessità formale e computazionale [15-16].

Si rileva inoltre che con la sostituzione delle (4.6) con le (4.7) e delle (4.9a-b) con le (4.10), il numero dei vincoli del problema non dipende dal numero delle condizioni di carico. Tale sostituzione richiede, è vero, dalle operazioni di minimo, ma tali operazioni possono essere agevolmente eseguite all'interno di un programma di calcolo preliminare, necessario per la determinazione della risposta elastica della struttura, e

dei coefficienti delle matrici \bar{N}_E ed \bar{N}_R .

Si osserva infine che la formulazione (4.12) permette la determinazione delle armature ottimali anche per le strutture "parzialmente" pre-compresse, cioè per quelle strutture per le quali si accetta il rischio della fessurazione in esercizio. Con riferimento agli stati limiti di esercizio, una struttura "parzialmente" precompressa può essere definita [26] come una struttura che non supera:

- i) lo stato limite di decompressione sotto l'azione dei carichi permanenti e di una preassegnata aliquota α ($\alpha < 1$) dei carichi variabili;
- ii) lo stato limite di fessurazione sotto l'azione dei carichi permanenti e dell'intera aliquota dei carichi variabili.

Nei termini della presente trattazione il rispetto di tali condizioni si può ottenere definendo due vettori di sforzi $Q_{f,1}$ e $Q_{f,2}$, che rappresentino rispettivamente la risposta ai carichi esterni definiti ai punti i) e ii), ed imponendo il rispetto dello stato limite di decompressione per la struttura sottoposta allo sforzo $Q_{f,1}$, ed il rispetto dello stato limite di fessurazione per la struttura sottoposta allo sforzo $Q_{f,2}$.

5. APPLICAZIONI

Di seguito si riportano i risultati della progettazione ottimale dell'armatura di precompressione ed in acciaio ordinario per il telaio semplice ad un piano di Fig.5a. Sul traverso del telaio agiscono i seguenti carichi uniformemente distribuiti:

a) in direzione verticale:

- un carico permanente con intensità pari a $3 T/m$, ivi compreso il peso proprio, pari a $0.9 T/m$;
- un carico variabile, con intensità massima di $4.0 T/m$.

b) in direzione orizzontale, un carico variabile, che simula l'azione sismica, con intensità massima di $\pm 0.7 T/m$.

Nella tabella I sono indicate le cinque condizioni di carico conside

delle seguenti lunghezze d'influenza : $\lambda = \ell/2 = 3.000 \text{ m.}$ per le armature in *a.o.* disposte nelle sezioni di testa e piede dei ritzi, $\lambda = \ell/8 = 1.50 \text{ m.}$ per quelle disposte nelle sezioni estreme del traverso, $\lambda = \ell/4 = 3.00 \text{ m.}$ per quelle disposte nelle tre sezioni intermedie del traverso.

Si è determinata l'armatura di precompressione ed in *a.o.* per otto diversi valori del rapporto $r = \mu_p / \mu_a$ fra i costi specifici dell'*a.p.* e della *a.o.* e precisamente per $r = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 3.0$ e 4.0 . Il tracciato ottimale dei cavi di Fig.9, ovviamente simmetrico, è valido per tutti i valori di r esaminati. Dalla Tabella II in cui sono riportati i dettagli delle diverse soluzioni si rileva:

- i cavi di precompressione dei ritzi hanno (ovviamente) aree eguali;
- l'armatura in *a.o.* è richiesta solo nelle sezioni di testa dei ritzi e nelle sezioni estreme dei traversi;
- per $r \geq 1.6$ le soluzioni coincidono.

Infine nella Fig.10 sono riportati i diagrammi del volume totale dell'*a.p.* e del volume totale dell'*a.o.* al variare del rapporto r ; nella stessa Fig.10 sono riportati, per confronto, gli analoghi diagrammi ottenuti imponendo alla struttura esaminata, sotto le stesse condizioni di carico, soltanto le condizioni di sicurezza allo stato limite ultimo.

6. CONCLUSIONI.

Nel presente lavoro si studia il problema del progetto ottimale delle armature di precompressione ed in acciaio ordinario di una classe di strutture (telai piani, travi continue, etc.) con geometria e sezioni in calcestruzzo assegnate, sottoposte a condizioni alternative di carico. Per ognuna delle possibili condizioni di carico si richiede che la struttura sia sicura nei riguardi dello stato limite ultimo di rottura per tensioni normali e di almeno uno dei seguenti stati limite di esercizio: compressione, decompressione e fessurazione. Considerando la struttura come un'assemblaggio di elementi finiti ed introducendo alcune semplificazioni (ad es. dominio di resistenza linearizzato a tratti, costo delle armature proporzionale al loro volume) al problema di ottimizzazione viene data la

rate: oltre l'intensità dei carichi verticali (q_v) ed orizzontali (q_o), per ogni condizione di carico sono riportati i valori del coefficiente β di riduzione dello sforzo di precompressione, gli stati limite di esercizio considerati ed i corrispondenti valori delle tensioni ammissibili nel calcestruzzo. La prima condizione di carico garantisce la sicurezza della struttura nei riguardi della fessurazione durante le operazioni di tiro dei cavi. La seconda e la terza condizione di carico sono relative alle normali condizioni di esercizio: esse garantiscono la sicurezza nei riguardi dello stato limite di decompressione, sotto l'azione dei soli carichi permanenti la seconda, e sotto l'azione dei carichi permanenti e dell'80% del carico verticale la terza. La quarta e la quinta condizione, infine, garantiscono la sicurezza nei riguardi della fessurazione sotto l'azione dei massimi valori dei carichi, sia orizzontali che verticali. Per lo stato limite ultimo i coefficienti di sicurezza adottati sono: $\gamma_f=1,75$ per i carichi esterni e $\gamma_p=0,90$ per la parte iperstatica dello sforzo di precompressione. Le verifiche agli stati limite sono state imposte in nove sezioni e, precisamente, nelle sezioni di testa e di piede dei ritti ed in cinque sezioni equidistanti per il traverso.

La sezione trasversale sia dei ritti che del traverso, è quella ad I , riportata in Fig.5b, già adottate nei precedenti lavori. In Fig.6 è riportato il dominio di resistenza della sezione in solo calcestruzzo, di forma esagonale. Nella Fig.8 sono invece riportate le espansioni base di tale dominio per effetto delle tre armature (di precompressione) di riferimento $\omega^+, \omega^0, \omega^-$. Le ipotesi adottate ed i valori numerici utilizzati per la determinazione del dominio e delle espansioni base coincidono con quelle dettagliatamente esposte in [16]. In Fig.7 sono invece riportate le espansioni base del dominio di resistenza della sezione per effetto di due armature in $a.o.$ disposte in prossimità dei lembi estremi della sezione. Tali espansioni base sono state ottenute ipotizzando per l'acciaio ordinario un comportamento elastico-perfettamente plastico con tensione limite pari a $\pm 3.800 \text{ kg/cm}^2$. Il vettore \underline{c}_a del gradiente di costo dell'acciaio ordinario è stato determinato sulla base

forma di un programma lineare con vincoli di complementarità su alcune variabili. In aggiunta ai vincoli che esprimono le richieste condizioni di sicurezza in un numero finito di sezioni, nel problema sono presenti altri vincoli che esprimono esigenze di carattere costruttivo sia di tipo generale (ad es.: area dei cavi e delle armature ordinarie non inferiori a prefissati valori) sia di tipo particolare (ad es.: continuità del cavo in due elementi contigui).

La soluzione del programma, che può ottenersi utilizzando tecniche e codici di calcolo esistenti, fornisce la soluzione di minimo costo, individuando la sezione ed il tracciato dei cavi di precompressione, uno per ogni elemento strutturale, nonché l'area delle armature in acciaio ordinario in un numero finito di sezioni.

Il lavoro affronta un aspetto particolare della vasta tematica della ottimizzazione delle strutture in c.a.p. Entro tale ambito però la formulazione proposta è di tipo generale. Essa infatti rispetta le più importanti prescrizioni dei regolamenti ufficiali sulle strutture precomprese e, con un'opportuna scelta dello stato limite di esercizio associato ad ogni condizione di carico, è applicabile sia alle strutture integralmente precomprese che alle strutture "parzialmente" precomprese.

BIBLIOGRAFIA.

1. Lin T.Y., "Design of prestressed concrete buildings for earthquake resistance", *Jour. of the Structural Div., Proc. of the ASCE*. Vol.91, N.ST5, Oct. 1965, pp.1.17.
2. Rozvany G.I.N., "Optimum synthesis of prestressed structures", *Jour. of the Structural Div., Proc. of the ASCE*, Vol.90, N.ST6, Dec. 1964, pp.189-211.
3. Thakkar M.C. and Bulsari B.S., "Optimal design of prestressed concrete poles", *Jour. of the Structural Div., Proc. of the ASCE*, Vol.98, N.ST1, Jan. 1972, pp.61-74.
4. Tochacek M. and Mehta C.L., "Economical design of prestressed plate girder", *Jour. of the Structural Div., Proc. of the ASCE*, Vol.98, N.ST6, June 1972, pp.1273-1289.
5. Kirsch U., "Optimum design of prestressed plates", *Jour. of Structural Div. Proc. of the ASCE*, Vol.99, N.ST6, June 1973, pp.1075-1090.
6. Kirsch U. and Rubinstein M.F., "Optimum prestressing by Linear Programming", *Univ. of California at Los Angeles, Paper ENG-0670*, Los Angeles, Calif., Dec. 1970.
7. Kirsch U., "Optimum design of prestressed beams", *Computers and Structures, Pergamon Press*, Vol.2, n.4, Sept. 1972, pp.573-583.
8. Globe G. and La Pay W.S., "Optimum design of prestressed beams", *Jour. of the American Concrete Institute*, Vol.68, N.9, Sept. 1971.
9. Lin T.Y., "Design of prestressed concrete structures", John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y. 1963.
10. Morris D., "Prestressed concrete by linear programming", *Jour. of the structural Div., Proc. of the ASCE*, N.ST3, March. 1978, pp.439-452.
11. Hacter D.S., "Direct flexural design of prestressed concrete", *Jour. of the Structural Div., Proc. of the ASCE*, N.ST8, August 1978, pp. 1231-1249.
12. Takkar M.C. and Sridhar Rao J.K., "Optimal design of prestressed concrete pipe using linear programming", *Comp. & Struct.*, Vol.4, 1974, pp.373-380.
13. Rajagopalan K., "Optimization of prestressed concrete solid and voided slabs", *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, Vol.20, 1979, pp.71-89.
14. Francis R. "Optimal design of prestressed concrete continuous beams" *Inelasticity and non-linearity in structural concrete*, University of Waterloo Press, 1972, pp.441-470.

15. Lo Bianco M., Mazzarella C., Polizzotto C., "Sul progetto ottimale delle strutture in cemento armato precompresso", *Giornale del Genio Civile*, 7-9, 1979, pp.277-290.
16. Lo Bianco M., Mazzarella C., "Sul progetto ottimale allo stato limite ultimo delle strutture in cemento armato precompresso" Nota Tecnica SISTAR-138/OMS-79-10, Dicembre 1979, (inviata al *Giornale del Genio Civile*).
17. Spillers W.R., "Iterative structural design", *SM Archives*, 2, 1977, pp.369-401.
18. Kelly D.W. et a., "A review of Techniques for automated structural design", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 12, 1977, pp.219-242.
19. Lo Bianco M., Mazzarella C. Panzeca T., Polizzotto C., "Limit design of frame structures with piecewise linear cost functions", *Atti del 4° Congresso Nazionale AIMETA*, Firenze 1978, Vol.II, pp.313-323.
20. Giannessi F., Jurina L., Maier G., "Optimal excavation profile for a pipeline freely resting on the sea floor", *Atti del 4° Congresso AIMETA*, Firenze 1978, Vol.II, pp.281-296.
21. Kaneko K., private communications.
22. "Code Modele CEB-FIP pour les structures en béton", publié par: Comité Euro-International du Béton (CEB), Paris 1978.
23. Mazzarella C., Polizzotto C., "Ottimizzazione di strutture in stato di tensione multidimensionale", *Atti del 2° Congresso Nazionale AIMETA*, Napoli 1974, Vol.II, pp.383-393.
24. Hadley G., "Nonlinear and Dynamic Programming", Addison-Wesley Publishing Company, 1964.
25. Fuxa U., "Sul calcolo dei sistemi elastici costituiti da aste rigidamente connesse e presollecitate", *Giornale del Genio Civile*, 7-8, 1963, pp.375-398.
26. Leonhardt F., "Prestressed concrete", Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1964.
27. Livesley R.K., "Matrix Methods of Structural Analysis", Pergamon Press, Oxford, 1969.

n°	q_v	q_o	β	<i>S.L.E.</i>	σ_{co}	σ_{ct}
1	0.9	0.0	1.00	<i>C + F</i>	-120.0	12.0
2	3.0	0.0	0.80	<i>C + D</i>	-150.0	0.0
3	6.2	0.0	0.80	<i>C + D</i>	-150.0	0.0
4	7.0	0.7	0.80	<i>C + F</i>	-175.0	17.5
5	7.0	0.7	0.80	<i>C + F</i>	-175.0	17.5

Tabella I: Condizioni di carico dell'esempio, con indicazione dei valori del coefficiente β , degli stati limite di esercizio (*S.L.E.*) considerati (*C*=compressione, *D*=decompressione, *F*=fessurazione) e delle relative tensioni ammissibili a compressione (σ_{co}) ed a trazione (σ_{ct}) in *kg/cmq.*. Le intensità dei carichi verticali q_v ed orizzontali q_o sono indicate in *T/ml.*

r	A_R	A_T	a_1	a_2	a_3	a_4
1.0	15.4	15.7	2.4	0.0	4.0	0.0
1.2	15.4	15.7	2.4	0.0	4.0	0.0
1.4	15.5	14.7	2.7	0.0	6.8	1.3
≥ 1.6	13.1	14.5	4.5	5.8	6.9	0.9

Tabella II: Esempio. Aree (*cmq.*) dell'armatura ottimale per i diversi valori del rapporto di costo r . Armatura di precompressione: A_R nei ritti, A_T nel traverso. Armatura in acciaio ordinario: nella sezione di testa dei ritti a_1 al lembo esterno ed a_2 al lembo interno; nelle sezioni estreme del traverso a_3 al lembo superiore ed a_4 al lembo inferiore.

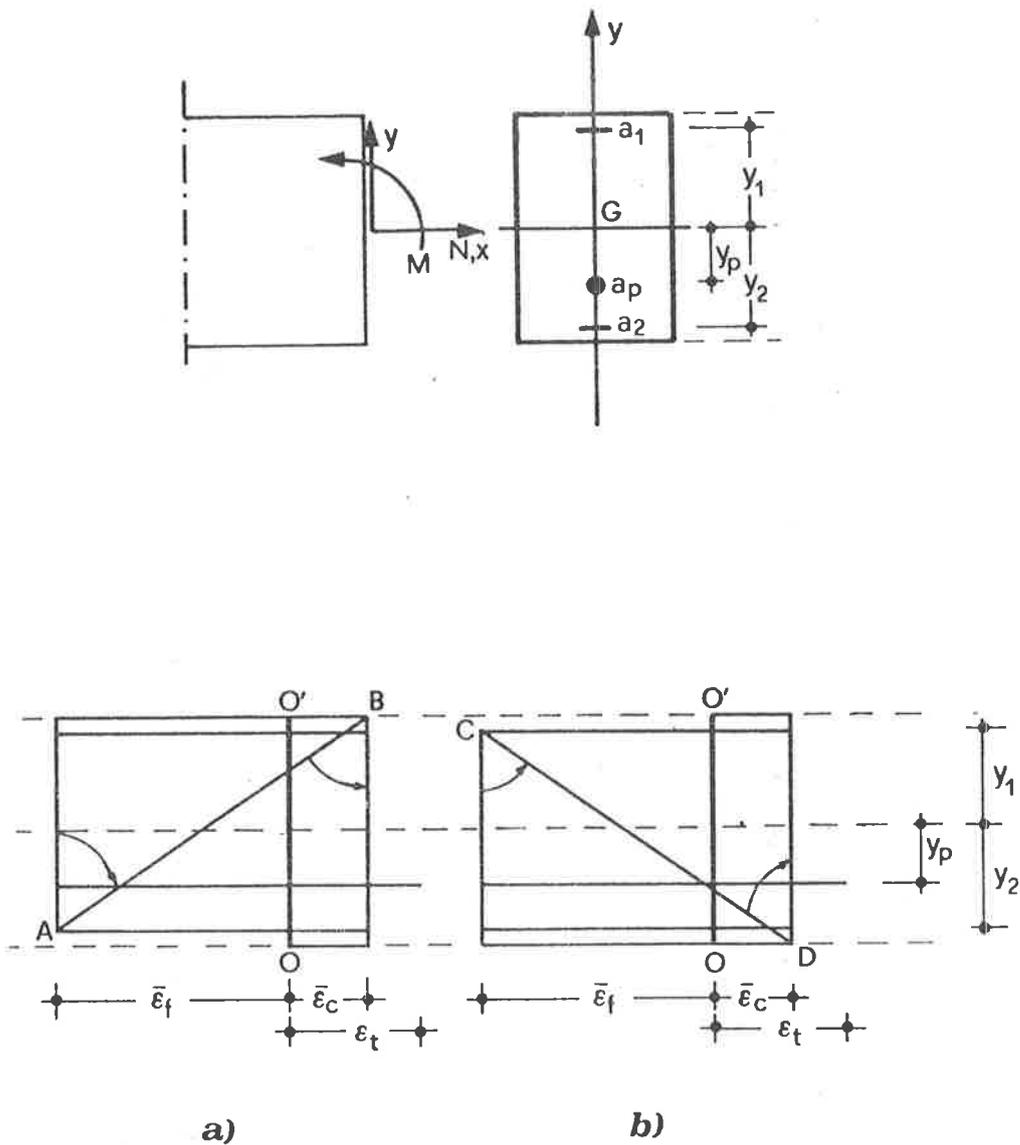


Fig.1. Geometria della sezione con armatura in acciaio ordinario (a_1, a_2) e in acciaio preteso (a_p) e domini delle deformate limite: a) con lembo superiore compresso; b) con lembo inferiore compresso.

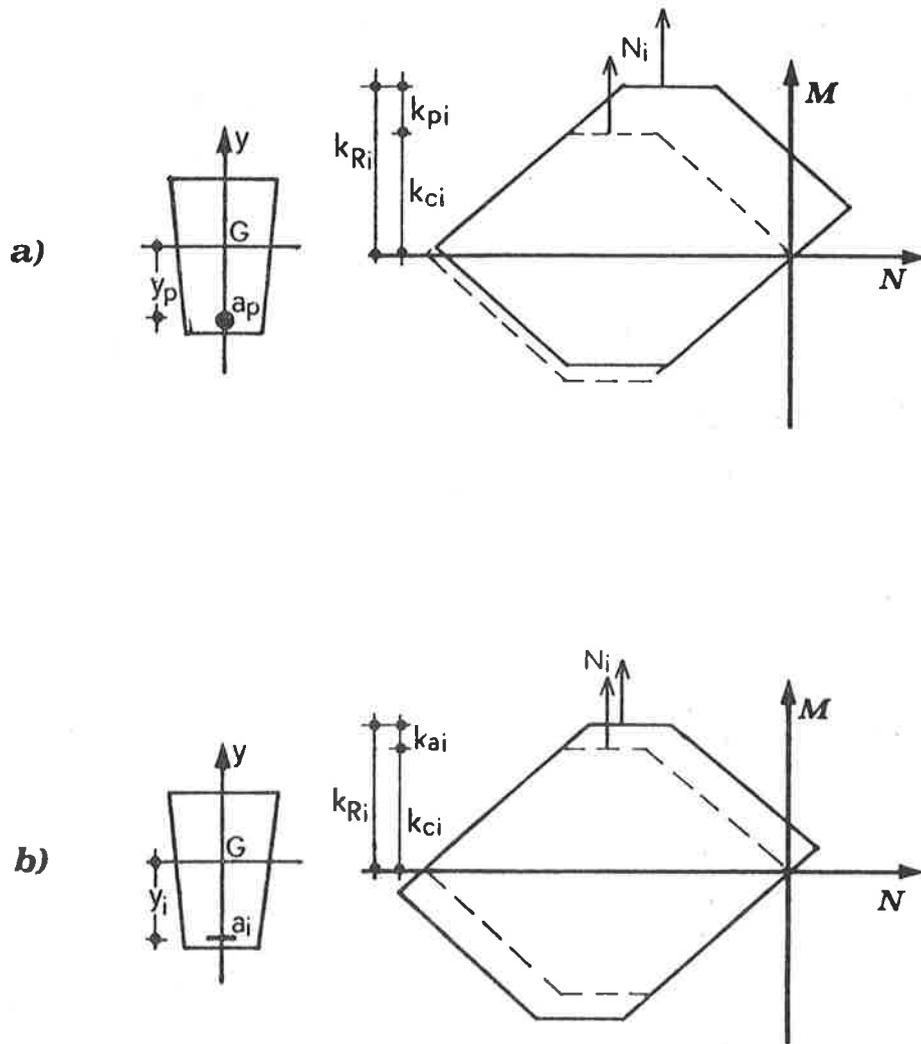


Fig.2. Variazioni del dominio di resistenza della sezione in solo calcestruzzo (linea a tratto) per effetto: a) dell'armatura di precompressione; b) dell'armatura in acciaio ordinario.

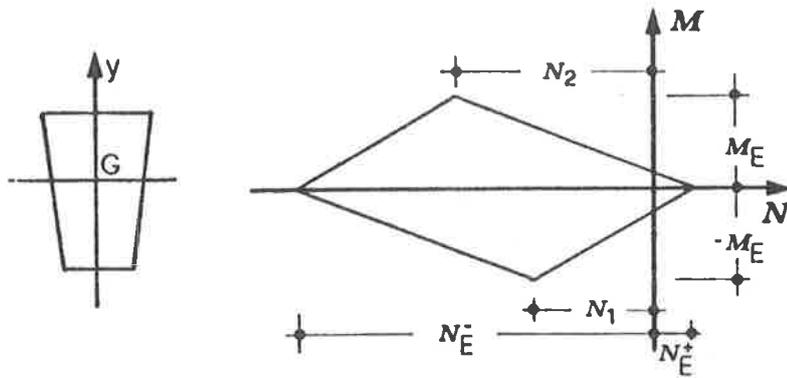


Fig. 3. Dominio elastico della sezione di area Ω e moduli W ,
 $W^- [N_E^- = \sigma_{co} \Omega; N_E^+ = \sigma_{ct} \Omega; N_1 = \Omega(\sigma_{ct} W^+ + \sigma_{co} W^-) / (W^+ + W^-);$
 $N_2 = \Omega(\sigma_{ct} W^- + \sigma_{co} W^+) / (W^+ + W^-); M_E = (\sigma_{ct} - \sigma_{co})(W^+ W^-) / (W^+ + W^-)]$.

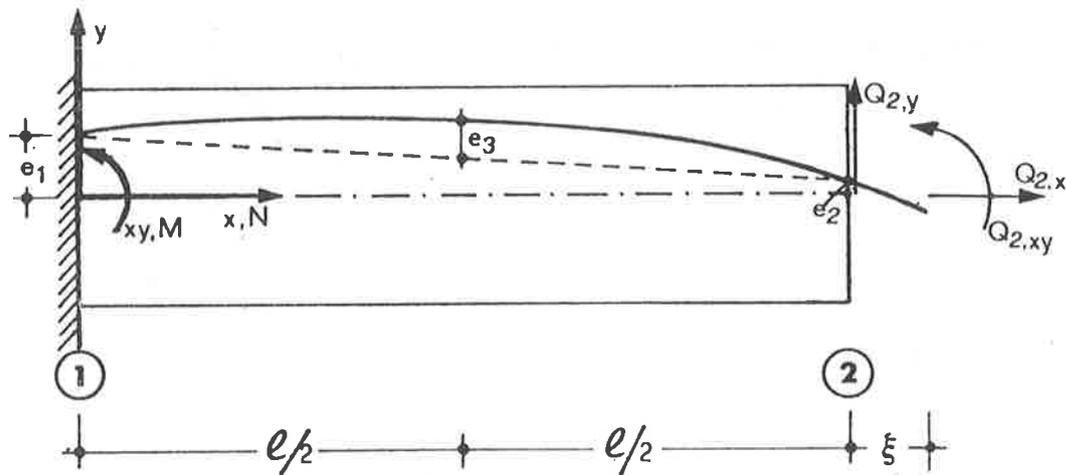


Fig. 4. Elemento strutturale: schema geometrico, forze applicate all'e
 stremo 2 ($Q_{2,x}, Q_{2,y}, Q_{2,xy}$) e tracciato tipico del cavo di precom
 pressione.

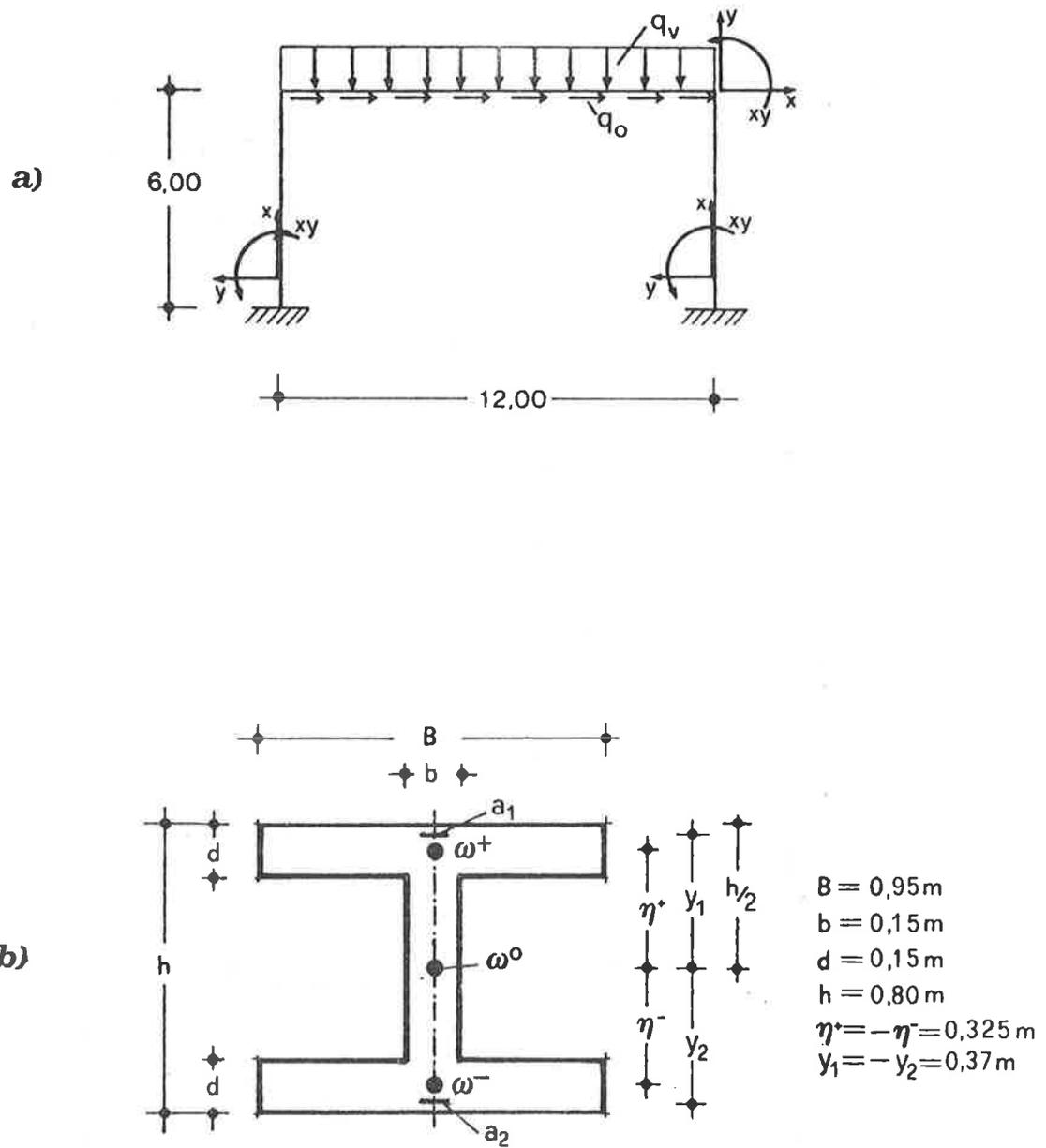


Fig.5. Esempio: a) schema geometrico e dei carichi; b) sezione trasversale degli elementi in calcestruzzo con armature a_1, a_2 in acciaio ordinario ed armature di riferimento $\omega^+, \omega^0, \omega^-$.

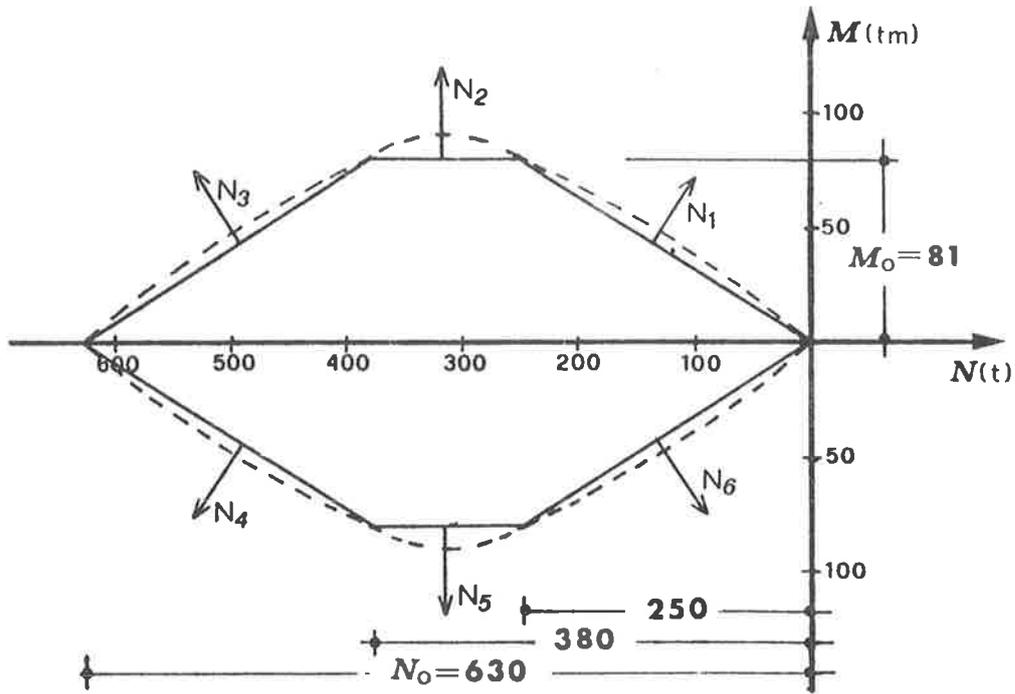


Fig. 6. Dominio di resistenza (linea a tratto) e linearizzato (linea continua) della sezione in solo calcestruzzo.

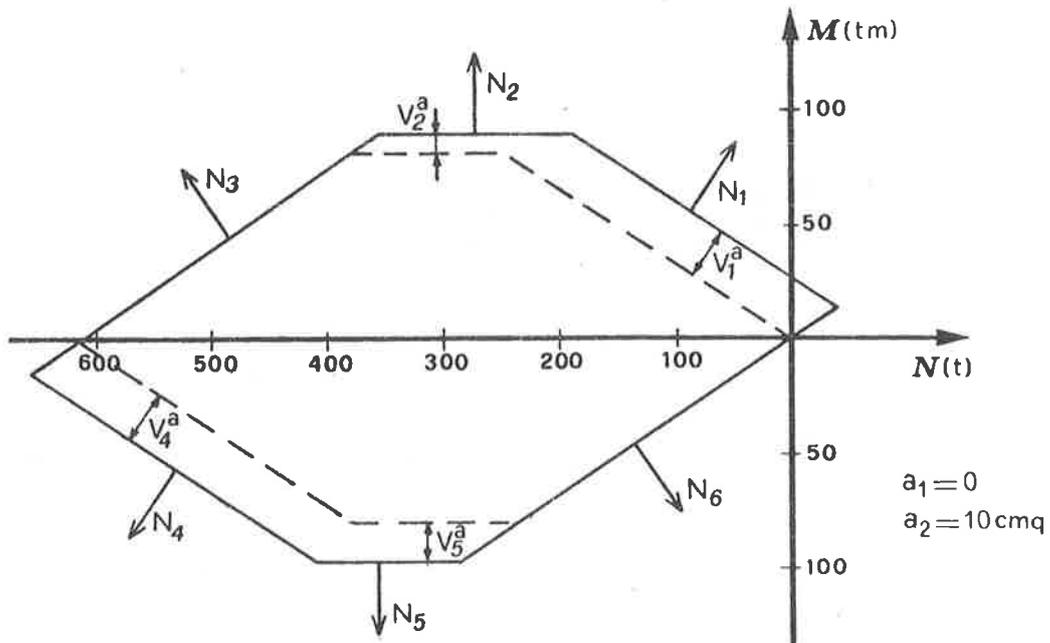


Fig. 7. Variazione del dominio di resistenza di Fig. 6 dovuta all'armatura in acciaio ordinario $a_2 = 10 \text{ cmq.}$, $a_1 = 0$. (Le variazioni dello stesso dominio per effetto dell'armatura $a_1 = 10 \text{ cmq.}$, $a_2 = 0$ si ottengono ribaltando la Figura intorno all'asse N).

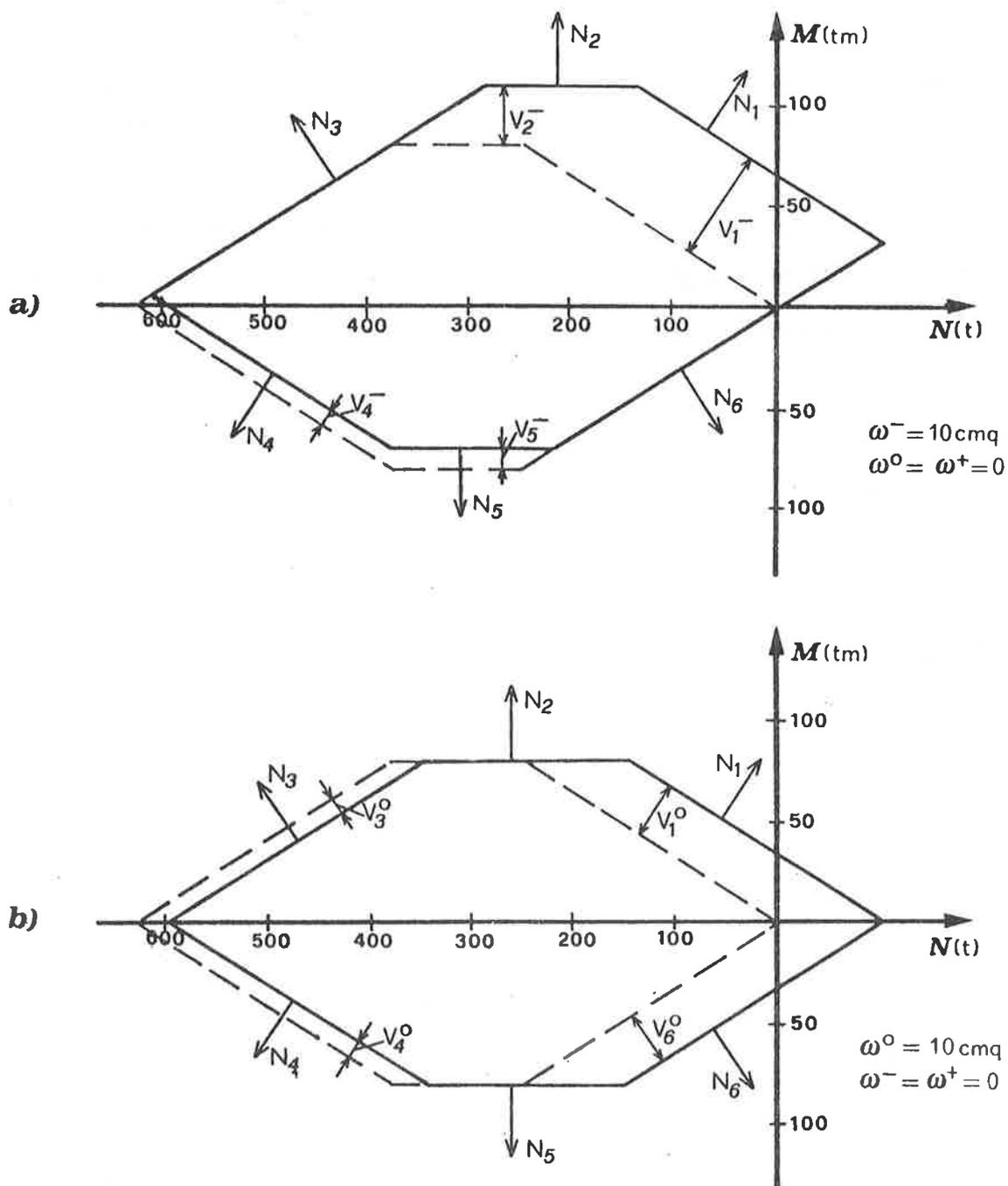


Fig.8. Variazioni del dominio di resistenza di Fig.6 dovute alle armature di riferimento: a) per $\omega^- = 10 \text{ cmq}$, $\omega^0 = \omega^+ = 0$; b) per $\omega^0 = 10 \text{ cmq}$, $\omega^- = \omega^+ = 0$. (Le variazioni dello stesso dominio per effetto di $\omega^+ = 10 \text{ cmq}$, $\omega^0 = \omega^- = 0$ si ottengono ribaltando la Fig.8a intorno all'asse N).

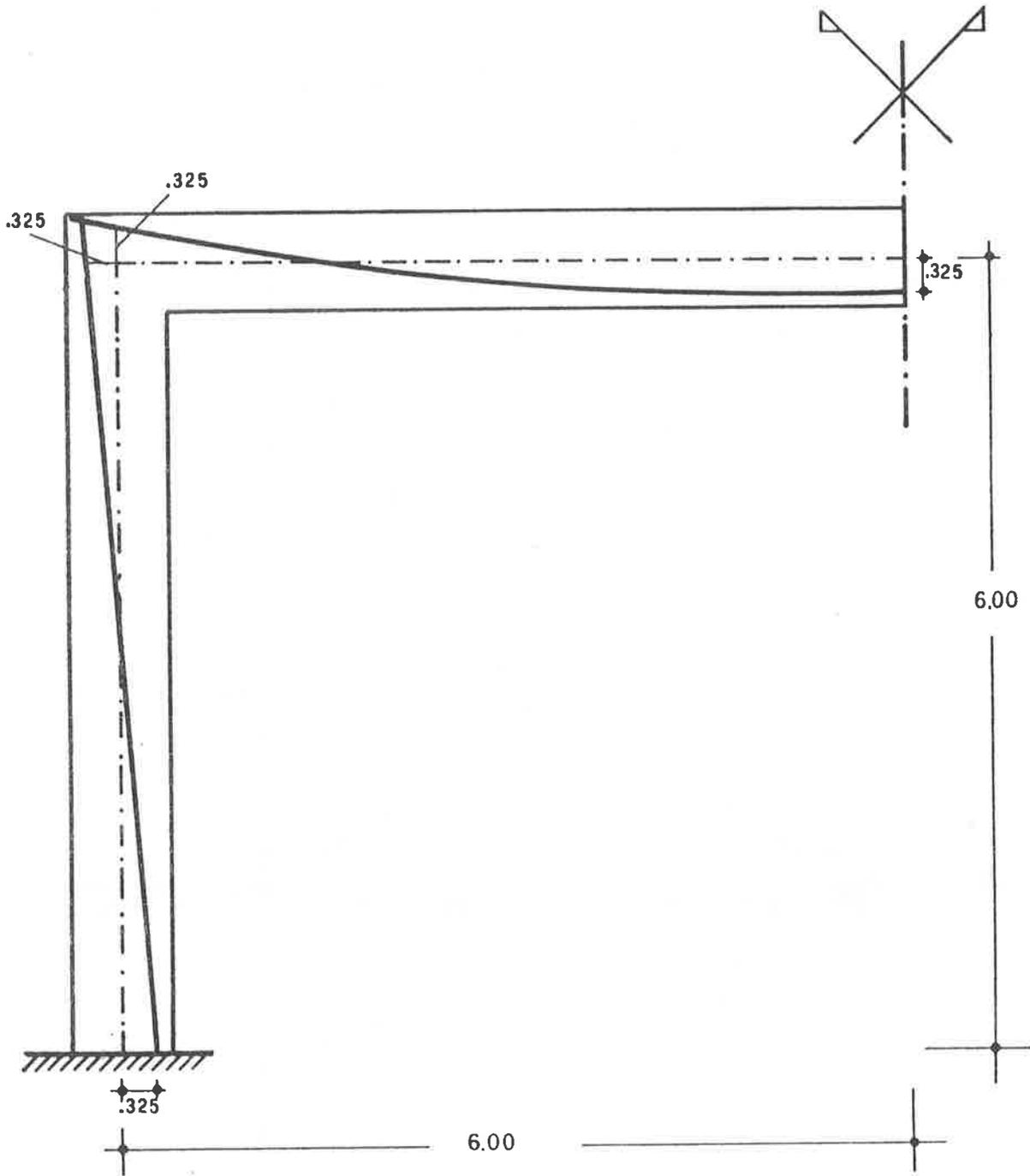


Fig.9. Tracciato ottimale dei cavi.

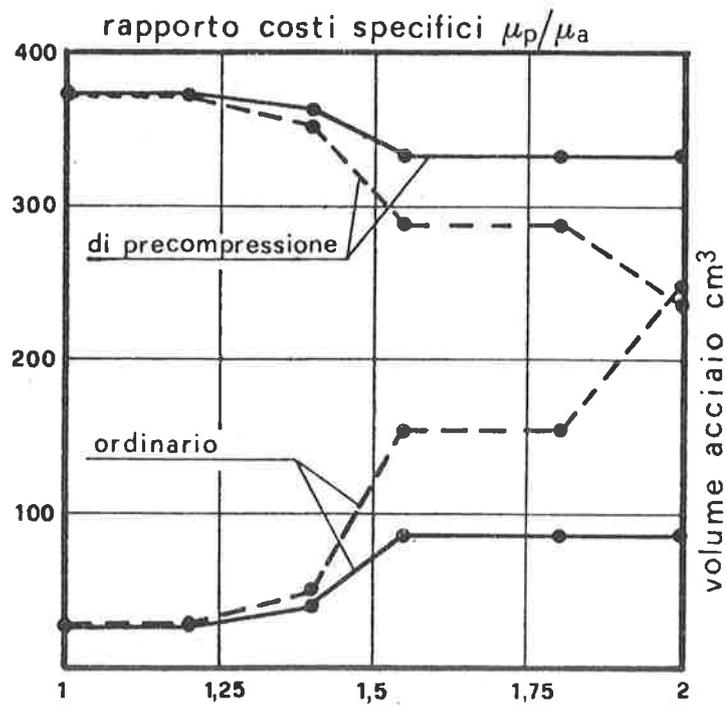


Fig.10. Volume ottimale dell'acciaio di precompressione e dell'acciaio ordinario. Progetto agli stati limite di esercizio e di rottura a linea continua; progetto al solo stato limite di rottura, linea a tratto.

TITOLO :

PROBLEMI DI SCELTA DI GEOMETRIA E COAZIONE
PER SEZIONI PARZIALMENTE PRECOMPRESSE

AUTORE :

CARLO MARIONI

PROBLEMI DI SCELTA DI GEOMETRIA E COAZIONE
PER SEZIONI PARZIALMENTE PRECOMPRESSE

CARLO MARIONI

Sommario: La progettazione delle sezioni in c.a.p. è descritta come problema di ottimizzazione dei percorsi di precompressione del lembo inferiore della sezione, governata da alcuni parametri caratteristici che consentono di valutare sinteticamente i vari tipi di precompressione delle sezioni, condotta per parti e per fasi.

Vengono quindi illustrati diagrammi del salto di sollecitazione nell'acciaio, per diversi tipi di sezione in c.a. e c.a.p., all'apertura della prima lesione.

Viene quindi proposto uno schema fisico per l'interpretazione dei fenomeni di aderenza di una sezione in c.a.p. all'atto della fessurazione.

La memoria termina con una breve descrizione del campo di applicazione e dei metodi di verifica di tali strutture.

Summary: The design of p.c. sections is described as a problem of optimization of stress-paths at the bottom fiber of the section, governed by few parameters, which give a comprehensive evaluation for various types of step-wise and composite section-wise prestressing.

Diagrams are given of the tension jump in the steel at first cracking formation, for various types of r.c. and p.c. sections. A physical scheme is proposed for the explanation of bond variation in a p.c. section at first cracking formation.

The paper ends with a short description of the application field and of the methods of calculation of partial p.c.

L'OTTIMIZZAZIONE DEI PERCORSI - σ_i

La progettazione di una trave precompressa per fasi condotta col metodo classico delle sollecitazioni ammissibili rappresenta un procedimento di ottimizzazione dei materiali basato sulle variazioni di sollecitazione ai lembi della sezione. Questo tipo di indagine è schematizzato nella Fig. 1.

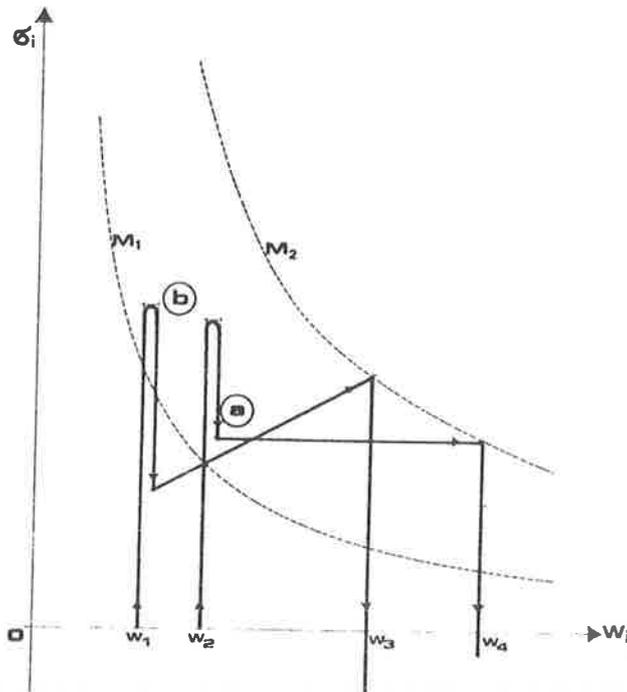


Fig. 1 - Variazione σ_i al lembo inferiore di una sezione precompressa per fasi.

(M_1, M_2 = curve di livello dei momenti esterni)

In questa figura le traslazioni verticali derivano dal carico/scarico della sollecitazione al lembo inferiore sotto l'azione delle forze esterne e della precompressione, mentre le traslazioni orizzontali indicano le variazioni di momento resistente dovute al completamento della sezione originaria precompressa.

La scelta del percorso ottimale per le sollecitazioni coinvolge problemi di natura statica, tecnologica ed economica insieme.

Il percorso tipo "b" ad esempio è tipico dei ponti costruiti all'epoca dell'Autostrada del Sole e prevede la tesatura di una parte di cavi scorrevoli per le travi completate in opera, con conseguente riprecompressione dell'intera sezione dell'impalcato. Il percorso tipo "a" è tipico invece delle travi precomprese per aderenza in un colpo solo, attualmente impiegate: questa versione comporta travi leggermente più pesanti e può comportare un maggior impiego di armatura ordinaria per assorbire le trazioni al lembo superiore in fase di montaggio, quando non sia possibile alzare il centro di pressione iniziale.

Se facciamo riferimento ad una sezione precompressa per fasi e concentriamo la nostra attenzione sulla sezione precompressa iniziale A_1 (più precisamente al lembo inferiore di tale sezione) è evidente che tale lembo raggiungerà lo stato neutro ($\sigma_i = 0$) quando il centro di pressione sotto l'azione

dei momenti esterni, sarà risalito fino al punto di nocciolo di tale sezione iniziale.

Scriviamo delle formule che ci consentano di evidenziare i principali parametri che reggono il problema.

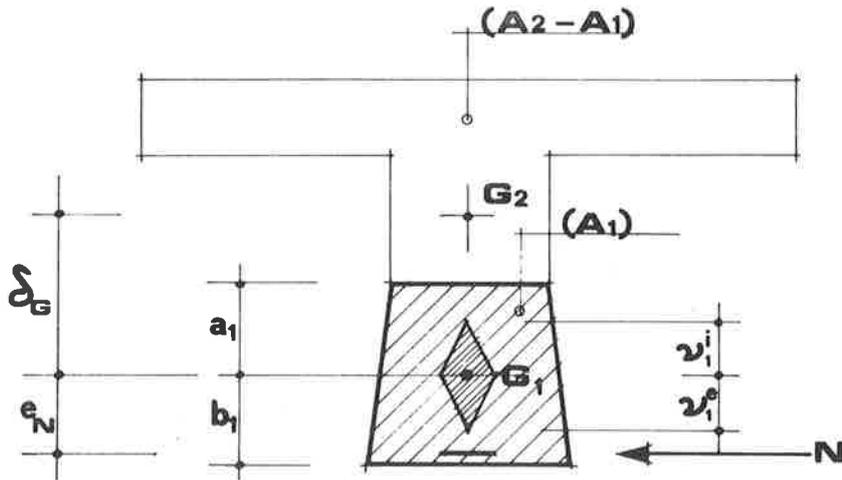


Fig. 2 - A_1 : Area della sezione iniziale precompressa da N_1
 A_2 : Area della sezione finale precompressa da N_2
 $W_{i1}, (W_{e1})$: momenti resistenti riferiti ai lembi della sezione iniziale
 $v_1^i, (v_1^e)$: distanza dei punti di nocciolo dal baricentro G_1
 $a_1, (b_1)$: ordinate del baricentro G_1
 δ_G : spostamento del baricentro G
 e_N : eccentricità di N valutata rispetto al baricentro iniziale G_1 .

PERCORSI - TIPO "A"

Esaminiamo dapprima il percorso tipo "a" per una sezione precompressa in una sola fase da una forza N_1 , successivamente completata a formare la sezione A_2 .

Definiamo un opportuno coefficiente di riduzione γ come rapporto tra momento resistente iniziale e finale della sezione:

$$\gamma = \frac{W_{i1}}{W_{i2}} \quad (1)$$

Se la traslazione del centro di pressione dovuta ai momenti esterni viene riferita alla sezione iniziale A_1 (ai fini del calcolo della sollecitazione al lembo inferiore) basta assumere un'eccentricità ridotta:

$$e_1' = \gamma \frac{M_2}{N_1} = \gamma e_2 \quad (2)$$

dove $(e_2 = M_2/N_1)$ è invece l'eccentricità effettiva riferita alla sezione finale A_2 .

Anche per una sezione precompressa per fasi si può così scrivere una espressione monomia riferita al punto di nocciolo del lembo inferiore della sezione iniziale A_1 :

$$\sigma_i = \frac{N_1}{W_{i1}} [(v_{i1} + e_N) - e_1 - \gamma e_2] \quad (3)$$

$(v_{i1} + e_N)$ è l'eccentricità geometrica della forza N_1 misurata rispetto al punto di nocciolo della sezione iniziale.

$e_1 = \frac{M_1}{N_1}$ è la traslazione di N_1 dovuta al peso proprio iniziale

$e_2 = \frac{M_2}{N_1}$ è la traslazione di N_1 dovuta ai carichi esterni applicati alla sezione finale A_2 .

$\gamma \cdot e_2$ è la precedente traslazione e_2 ridotta alla sezione iniziale.

Dall'esame della (3) risulta che, a parità di altre condizioni, la precompressione in una sola fase è tanto più redditizia per il lembo inferiore, quanto più essa è "localizzata", cioè quanto minore è l'area A_1 della sezione iniziale precompressa.

La tendenza a minimizzare la sezione A_1 è illustrata nella Fig. 3 col percorso "a", nel quale non compare più il tratto iniziale discendente, dovuto al completamento della struttura. La precompressione "localizzata" al lembo teso della sezione comporta infatti l'adozione di sezioni iniziali A_1 così ridotte, da richiedere la puntellazione in fase di montaggio.

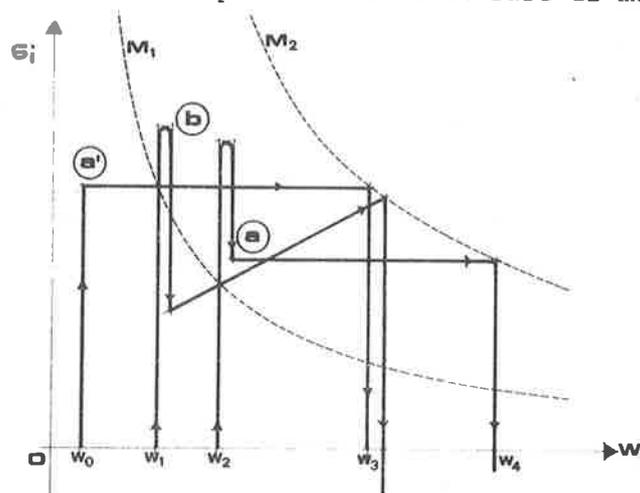


Fig. 3 - Variazioni σ_i al lembo inferiore di una sezione precompressa per fasi.

percorso (a) : precompressione iniziale

percorso (a') : precompressione iniziale "localizzata" al lembo inferiore (puntellazione)

percorso (b) : precompressione iniziale con riprecompressione finale.

La soluzione della precompressione "localizzata" al lembo inferiore ha trovato una notevole applicazione tecnologica nel campo dei solai fin dal 1945 con l'impiego di una felice associazione di materiali per la sezione iniziale (A_1), realizzata con un travetto latero-cementizio precompresso, così da evitare totalmente gli effetti viscosi di contrazione del travetto prefabbricato rispetto agli elementi inerti di alleggerimento che completano il plafone del solaio.

La scoperta di tale soluzione va attribuita, per ammissione dello stesso Abeles [1], che ne contrastò a lungo la novità, agli ingegneri Noli e Marioni Sr.

PERCORSI - TIPO "B"

In questo caso la sezione iniziale A_1 precompressa da N_1 , viene riprecompressa da N_2 agente sulla sezione completa A_2 .

Riduciamo anche questa volta gli effetti di riprecompressione del lembo inferiore, alla sola sezione iniziale A_1 .

$$N_2^* = \sigma_{2G_1} \cdot A_1 \quad (N_2^* = \text{valore efficace di } N_2 \text{ riferito a } G_1)$$

$$\left(1 + \frac{e_2^*}{v_{i1}}\right) = \frac{\Delta\sigma_{i2}}{\sigma_{2G_1}} \quad (e_2^* = \text{eccentricità efficace di } N_2 \text{ riferita a } G_1) \quad (4)$$

Sovrapponendo gli effetti possiamo scrivere:

$$\sigma_i = \frac{N_1}{W_{i1}} (v_{i1} + e_{N_1} - e_1 - \gamma e_2 - \gamma e_3) + \frac{N_2^*}{W_{i1}} (v_{i1} + e_2^*) \quad (5)$$

dove ($e_3 = M_3/N_1$) è l'eccentricità riferita a N_1 dei carichi applicati alla sezione completata e riprecompressa.

Definiamo ora il coefficiente di riprecompressione del lembo inferiore:

$$m = n \left(1 + \frac{e_2^*}{v_{i1}}\right) \quad (m = \text{coefficiente di riprecompressione}) \quad (4 \text{ bis})$$

$$\text{dove: } n = \frac{N_2^*}{N_1}$$

La (5) diventa allora:

$$\sigma_i = \frac{N_1}{W_{i1}} [(1 + m) v_{i1} + e_{N_1} - e_1 - \gamma e_2 - \gamma e_3] \quad (5 \text{ bis})$$

Questa espressione differisce dalla (3) per la presenza del coefficiente di riprecompressione "m". Si noti che ($e_1 e_2 e_3$) sono tutti riferiti a N_1 .

L'effetto di riprecompressione del lembo inferiore è ricondotto dalla (5bis) ad una dilatazione geometrica del segmento di nocciolo iniziale pari ad "m".

Per quanto riguarda il significato fisico di tale coefficiente di riprecompressione, le (4) e (5) esprimono la circostanza che l'efficacia della riprecompressione dipende dalla sensibilità del lembo inferiore alla precompressione stessa, come vedremo nel seguito.

L'esame delle (5bis) e (4bis) conferma che se il rapporto "n" tra le forze di riprecompressione/precompressione rimane costante nel tempo, i fenomeni viscosi non modificano il centro di rotazione della sezione, in accordo con quanto già enunciato da Busemann [2].

SENSIBILITA' ALLA PRECOMPRESSIONE

L'efficacia della precompressione al lembo inferiore della sezione dipende dalla sensibilità alla pressoflessione di tale lembo, che qui definiamo come

$$\psi_i = 1 + \frac{e}{v_i} \quad (\text{sensibilità alla precompressione}) \quad (6)$$

L'esigenza di sfruttare al massimo tale parametro è delimitata dalla necessità di ridurre la risalita del centro di pressione sotto l'azione dei momenti flettenti esterni, che è governata invece dal parametro di rendimento della sezione, definito da Guyon [3]:

$$\rho = \frac{v_i}{a} = \frac{v_e}{b} \quad (\text{rendimento della sezione}) \quad (7)$$

Il triangolo EPI di altezza $\overline{GP} = i = \sqrt{J/A}$ (raggio giratore) della figura 4 può aiutare a meglio comprendere il significato dei parametri (ρ , ψ) tramite gli angoli (α , β).

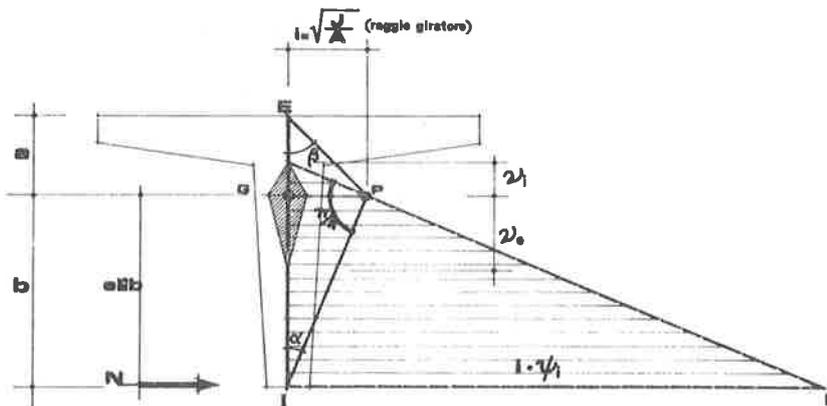


Fig. 4 - Parametri caratteristici di una sezione pressoinflessa

$$\rho = i^2/ab = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$$

$$\psi_i = 1 + \frac{e}{v_i} \cong 1 + b/v_i = \frac{v_i + b}{v_i}$$

Il rendimento della sezione ($\rho = \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta$) ha un andamento a paraboloide iperbolico a falde inclinate originanti dagli assi ($\text{tg}\alpha$ e $\text{tg}\beta$) ed assume i valori massimi per le sezioni simmetriche ($\alpha = \beta$). Il valore del raggio giratore (che sottende entrambi gli angoli) esalta poi l'effetto di simmetria se accompagnato da una distribuzione centrifuga delle masse rispetto all'asse baricentrico.

La sensibilità del lembo inferiore alla precompressione ($\psi_i = 1/\text{sen}^2\alpha$) assume invece i valori massimi quanto più viene indebolito il lembo inferiore, come risulta dall'esame della figura 4, nella quale la condizione di carico segnata, rappresenta il diagramma delle σ quando il centro di pressione perviene al punto di nocciolo del lembo inferiore della sezione.

Uno sfruttamento eccessivo del parametro di sensibilità ψ_i porta a una riduzione del rendimento della sezione, sacrificando l'escursione massima del centro di pressione sotto l'azione dei sovraccarichi.

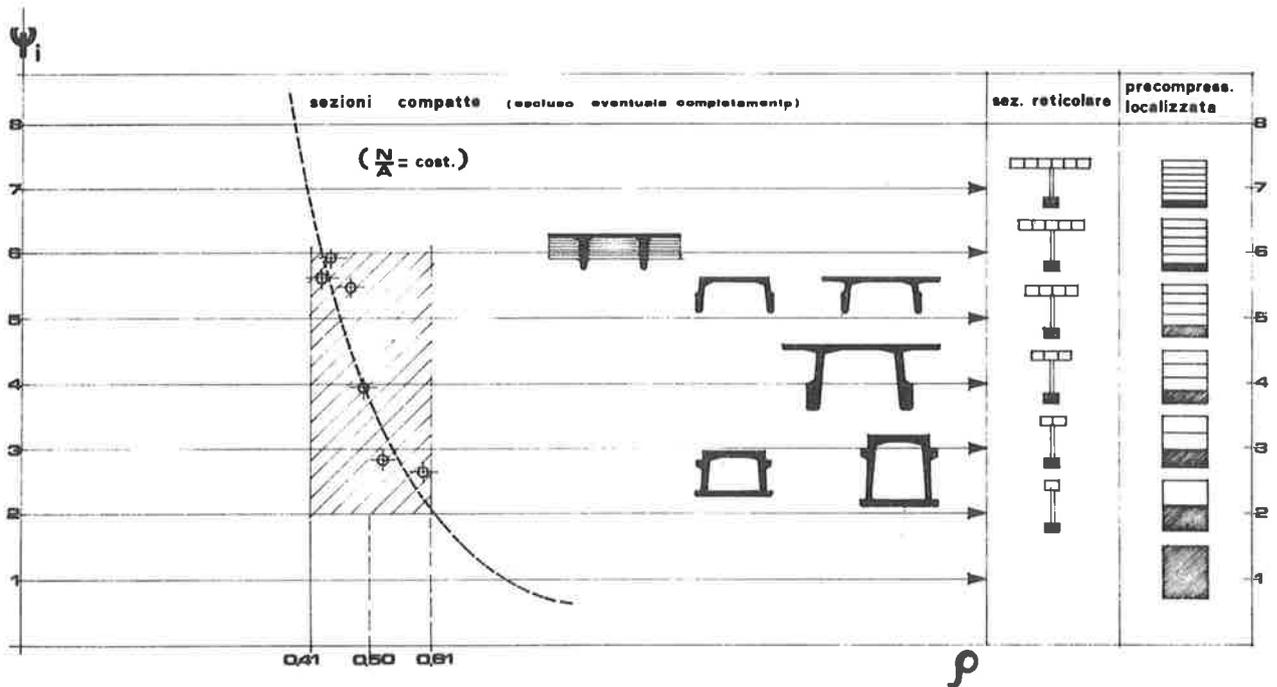


Fig. 5 - Diagramma ψ_i/ρ per comuni sezioni prefabbricate compatte, reticolari ed a precompressione "localizzata".

La figura 5 riporta alcuni valori caratteristici ($\psi_i \rho$) desunti dall'abituale pratica costruttiva.

Le sezioni a parete sottile danno luogo a valori $\psi(\rho)$ che si dispongono secondo un ramo d'iperbole assai schiacciato alla base e compreso tra i valori ($2 \div 6$) della sensibilità ψ_i ed i valori ($0,4 \div 0,6$) del rendimento ρ .

In pratica una sensibilità alla precompressione pari a 6 per una sezione compatta, significa che la $\bar{\sigma}$ media (baricentrica) dovuta alla precompressione viene sestuplicata al lembo inferiore:

$$\sigma_i = \psi_i \bar{\sigma} \quad \left(\text{dove } \bar{\sigma} = \frac{N}{A} \right) \quad (8)$$

Lo stesso effetto si può ottenere precomprimendo un sesto della sezione complessiva dei correnti di una trave reticolare o riducendo a un sesto la sezione prefabbricata da precomprimere nel caso della precompressione "localizzata".

Quanto richiamato dalla teoria delle sezioni omogenee (I Stadio) ci aiuterà a meglio comprendere il comportamento delle sezioni nel II Stadio.

Le figure 6 e 7 ci riportano ancora gli elementi essenziali della Figura 4 per due situazioni di carico caratteristiche:

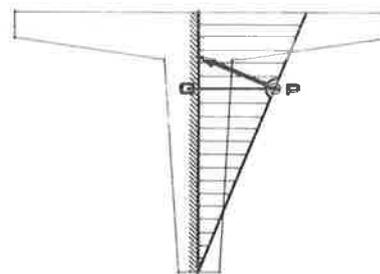
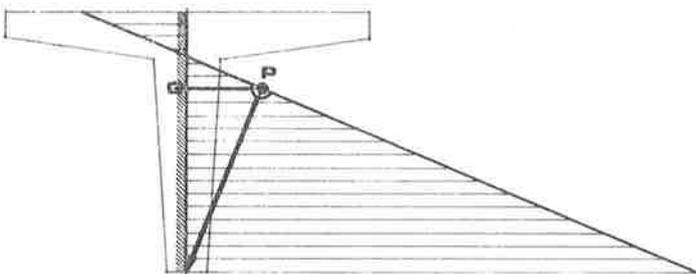


Fig. 6 - Sezione pressoinflessa.
Fase di precompressione
pura (l'indice segna il
centro di pressione).

Fig. 7 - Sezione pressoinflessa.
Stato limite di decompressione
(l'indice segna il centro di
pressione).

La figura 6 riporta la situazione di pura precompressione (che si verifica normalmente alle estremità delle strutture precomprese per aderenza) e la figura 7 riporta la situazione limite di decompressione del lembo inferiore.

Data l'obliquità del diagramma delle sollecitazioni di fig. 7, bastano piccole risalite del centro di pressione oltre il punto di nocciolo superiore, per parzializzare rapidamente a tutta altezza la nervatura.

Ciò sembrerebbe limitare l'impiego delle strutture ad elevata sensi-

lità ψ_i al campo della precompressione integrale.

Un giudizio in tal senso può essere formulato però solamente dopo l'esame globale del comportamento di tali sezioni nel II Stadio.

COMPORAMENTO DELLE SEZIONI ALL'ATTO DELLA FESSURAZIONE

Le teorie della fessurazione attualmente conosciute valgono per il regime di fessurazione stabilizzata, cioè quando il tratto di armatura rimasto aderente tra due lesioni successive non è sufficiente ad innescare ulteriori lesioni intermedie.

Tuttavia essa viene comunemente estesa anche alla fase di fessurazione non stabilizzata ed anche a quella di prima fessurazione delle strutture parzialmente precomprese [4].

Il modello messo a punto dal C.E.B. [5] per il calcolo delle deformazioni del tirante inferiore di una struttura, si basa sulla valutazione dell'allungamento specifico medio dell'acciaio come somma dei contributi dovuti alla porzione di calcestruzzo del tirante inferiore della struttura rimasta nel I Stadio ed a quella pervenuta al II Stadio in prossimità delle lesioni:

$$\epsilon_{sm} = c \cdot \epsilon_{s2} + (1 - c) \cdot \epsilon_{s1} \quad (9)$$

dove il parametro "c" (che rappresenta la lunghezza percentuale della porzione di tirante pervenuta al II Stadio) dipende dall'aderenza dell'armatura e dalle modalità di applicazione dei carichi, ed ϵ_{s2} è l'allungamento specifico dell'acciaio nudo in corrispondenza della lesione ($\epsilon_{s2} = \sigma_s / E_s$).

L'apertura media delle lesioni si ricava in base all'allungamento relativo tra l'acciaio partecipante al II Stadio e quello ancora inglobato nel tirante al I Stadio.

$$w_m = \epsilon_{sm} \cdot s_{rm} = c \epsilon_{s2} \cdot s_{rm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot c s_{rm} \quad (9 \text{ bis})$$

(dove s_{rm} è la distanza media tra due lesioni consecutive).

Questa formula è una specie di compromesso nel quale al secondo membro si cerca di distribuire su un tratto ($c s_{rm}$) adiacente la lesione, ciò che al primo è rappresentato nella sua realtà statistica: cioè una distorsione.

Non è qui il caso di entrare nel merito della discussione della formula (9bis) alla luce della teoria delle distorsioni.

La si può interpretare benissimo come strumento di lavoro attualmente a disposizione per lo studio della fessurazione.

Appare comunque evidente che il massimo interesse degli studiosi si sarebbe indirizzato allo studio di ciò che avviene nell'acciaio in corrispondenza della sezione distorta di cemento armato, cioè di quella lesionata.

Gli studi condotti da Leonhardt [6] hanno posto subito in risalto l'importanza di limitare il più possibile il salto di sollecitazione $\Delta\sigma_{eR}$ nell'acciaio, all'atto dell'apertura della prima lesione nel calcestruzzo, per contenere il disturbo dell'aderenza nelle zone adiacenti la lesione.

Tale salto di sollecitazione è inversamente proporzionale alla percen-

tuale di armatura, ed è pertanto logico che dovesse dar luogo ai diagrammi perfettamente iperbolici della fig. 8.

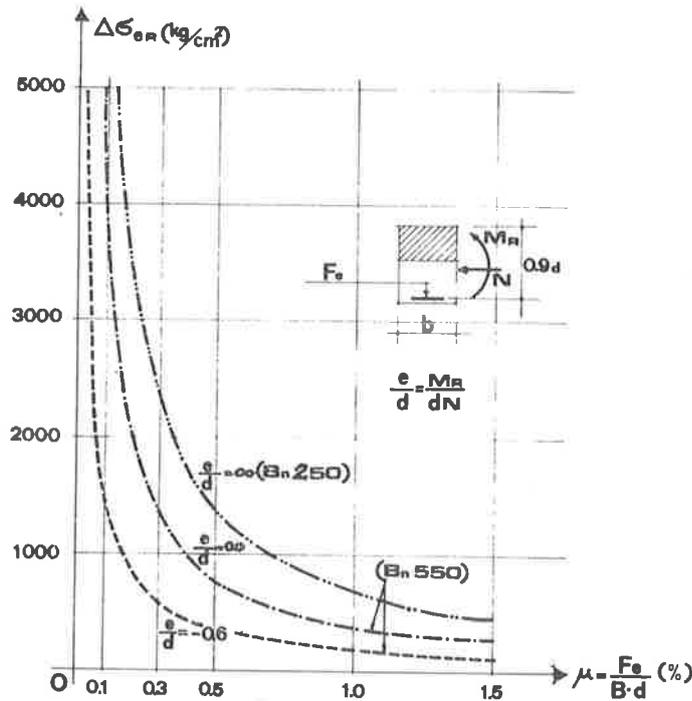


Fig. 8 - Salto di sollecitazione $\Delta\sigma_{eR}$ nell'acciaio al lembo teso per sezioni c.a. all'apertura della prima lesione (cioè al passaggio della sezione dal I Stadio al II Stadio).
Da Leonhardt [6]

Se però teniamo conto della presenza dell'armatura nel calcolo delle caratteristiche geometriche della sezione, tali diagrammi assumono un aspetto diverso.

Per lo sviluppo completo del calcolo, rimandiamo all'Appendice.

Nella fig. 9 sono riportate in coordinate adimensionali i diagrammi (valevoli per qualsiasi tipo di calcestruzzo) della risultante delle trazioni trasferite all'acciaio, all'atto dell'apertura della prima lesione, per alcuni tipi di sezione iscritti in un rettangolo di dimensione qualsiasi ($B \times H$) e con copriferro pari a $0,05 H$.

$$\Delta\sigma_{eR} = \sigma_{eR} - n\beta_b z \quad (10)$$

(dove: σ_{eR} è la sollecitazione dell'acciaio in corrispondenza della prima lesione

$$n = E_b / E_a = 10$$

$\beta_b z$ è la resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo)

I diagrammi della figura 9 suggeriscono alcune considerazioni di immediata evidenza:

- 1) esiste una percentuale di armatura limite di fessurazione per ogni tipo di sezione, per la quale l'apertura della prima lesione al lembo teso avviene senza salto di sollecitazione nell'acciaio;
- 2) tale armatura limite è funzione della geometria della sezione e del co-

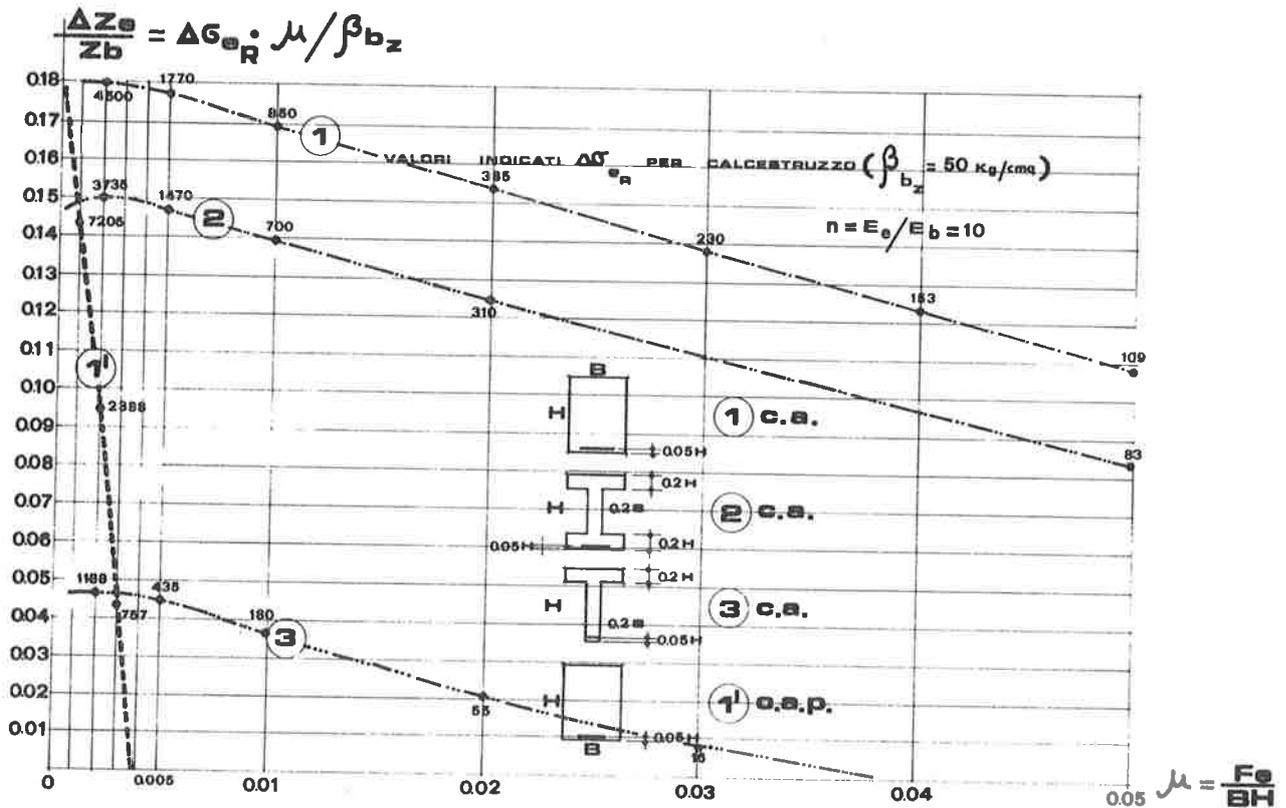


Fig. 9 - Diagramma $\Delta Z_e / Z_b$ in funzione di $\mu = F_e / BH$ per sezioni inscritte in un rettangolo ($B \times H$) nel caso di flessione semplice 1, 2, 3 e precompressione 1'. $\Delta Z_e / Z_b = \Delta \sigma_{eR} = \mu / \beta_{bz}$: è la risultante della quota di trazioni trasferite dal calcestruzzo all'acciaio (all'apertura della prima lesione) resa adimensionale.

I valori riportati lungo i diagrammi sono quelli di $\Delta \sigma_{eR}$, cioè del salto di sollecitazione nell'acciaio in corrispondenza della prima lesione. Non si tiene conto della resistenza del calcestruzzo a trazione nel II Stadio.

- prefero (o dell'eccentricità del cavo nel caso della precompressione);
- 3) il valore percentuale dell'armatura limite non dipende dalla resistenza del calcestruzzo a trazione;
- 4) la precompressione della sezione riduce drasticamente la percentuale di armatura limite di fessurazione.

Per comprendere meglio l'andamento delle curve del diagramma 9, si sono riportate a parte nel diagramma 10 i valori del rapporto Z_{II} / Z_I dei bracci della coppia interna in funzione delle percentuali d'armatura μ , nel caso della flessione semplice.

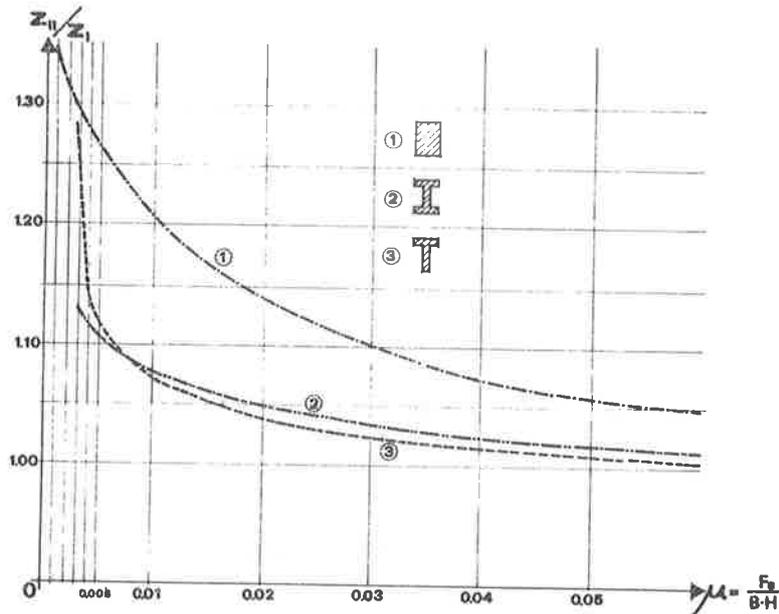


Fig. 10 - Valori Z^{II}/Z^I in funzione di $\mu = F_e/BH$ per vari tipi di sezione inscritti in un rettangolo ($B \times H$).

Da tali diagrammi risulta che il passaggio dal I Stadio al II Stadio comporta sempre un miglioramento del braccio della coppia interna Z . Tale miglioramento tende ad affievolirsi coll'aumentare di μ .

D'altra parte l'aumento di μ produce una riduzione della zona trazione di calcestruzzo per l'abbassamento dell'asse neutro ed anche per l'entrata in gioco di nuova armatura.

Dall'esame del diagramma 10 risulta ancora che, mentre la sezione rettangolare fruisce di un discreto aumento di braccio della coppia interna nel passaggio dal I al II Stadio anche per notevoli percentuali di armatura; tale vantaggio è limitato praticamente alle comuni percentuali di armatura per le sezioni a semplice e doppio T, e tende a svanire per i valori più alti di μ .

Esaminiamo ora il comportamento della sezione rettangolare precompressa rappresentata nella figura 9 (diagramma 1').

Il raggiungimento dell'armatura limite di fessurazione avviene per percentuali d'armatura del tutto usuali ($\mu = 0,0035$). Superata tale percentuale d'armatura è da presumere, sulla base dello studio condotto, un effettivo rilascio di sollecitazione nell'acciaio armonico all'apertura della prima lesione al lembo teso.

La spiegazione di questo fenomeno ha richiesto la messa a punto di un modello fisico proposto nella fig. 11.

L'apertura di una lesione in una trave c.a.p. richiede un provvisorio riancoraggio (sia pure parziale) delle armature in corrispondenza del lembo lesionato. La leggera spinta del nuovo arco di isostatiche locali provoca

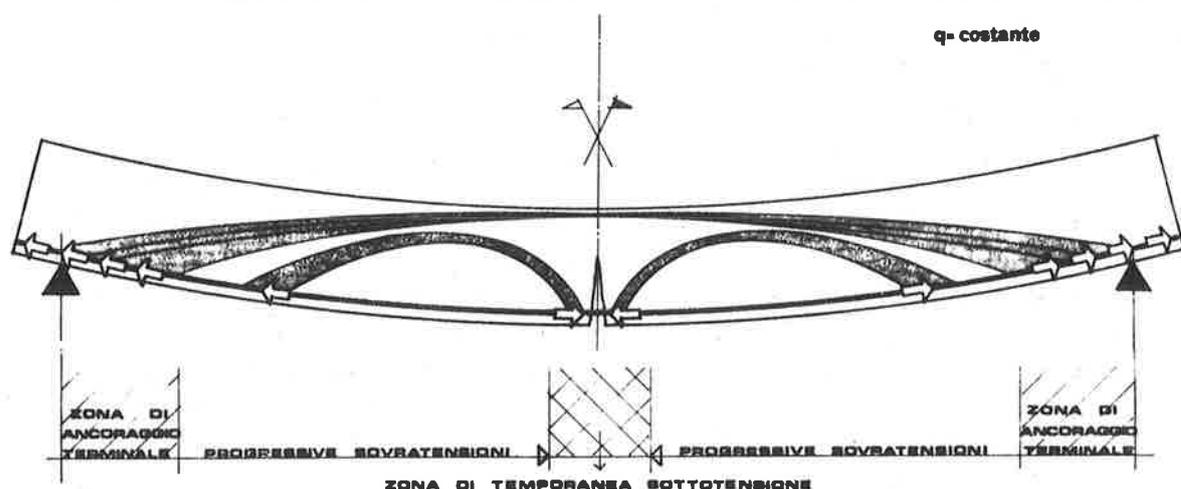


Fig. 11 - Sollecitazione di aderenza calcestruzzo/acciaio all'apertura della prima lesione in una trave in c.a.p. e flusso delle isostatiche di compressione.

un provvisorio scarico di sollecitazione nell'acciaio armonico messo a nudo dalla lesione.

La scomparsa di tali archi, che interviene scaricando la struttura, provoca la ricompressione dalle testate dei due lembi della lesione, con conseguente inversione della sollecitazione di aderenza acciaio/calcestruzzo in corrispondenza dei lembi lesionati.

La presenza di tali fenomeni nelle travi parzialmente precomprese già in fase d'esercizio, dovrebbe suggerire la diffusione di un'appropriata armatura trasversale lungo la struttura, soprattutto nel caso dell'impiego di cavi scorrevoli.

Per quanto riguarda infine la caratteristica chiusura delle lesioni allo scarico delle strutture precomprese più volte stabilita sperimentalmente e descritta con particolare cura da Cestelli Guidi e Radogna [7], rimane qualche perplessità, anche alla luce di quanto ora detto, sul verificarsi di tale fenomeno quando sia trascorso un periodo di tempo adeguato ad una ridistribuzione viscosa degli sforzi interni in corrispondenza della lesione.

Le attuali conoscenze sperimentali non consentono di trarre conclusioni su questo argomento, se non in maniera ancora incompleta. È stato comunque rilevato che la presenza di una adeguata armatura secondaria accanto a quella di precompressione consente una migliore distribuzione ed un migliore controllo della fessurazione.

L'IMPORTANZA DEL MOMENTO DI FESSURAZIONE

Prima di tornare all'esame delle strutture parzialmente precomprese è però indispensabile poter valutare in qualche modo la sensibilità al passag

gio dal I al II Stadio per i diversi tipi di sezione.

E' stato più volte riconosciuto sperimentalmente, che il passaggio allo Stadio fessurato avviene quando si raggiunge al lembo inferiore della struttura la resistenza a trazione per flessione nel calcestruzzo.

Citiamo a solo titolo di esempio i risultati delle prove effettuate su solai latero-cementizi a precompressione "localizzata" effettuate all'EMPA di Zurigo [8], nelle quali si è riscontrata l'apertura della prima lesione in corrispondenza di un giunto tra gli elementi laterizi del travetto pre-compresso al raggiungimento della resistenza a rottura per flessione nel calcestruzzo di sigillatura del giunto stesso.

Analoghi risultati sono stati ottenuti per le strutture in cemento armato.

La fig. 12 riporta, per comodità di consultazione, i valori dei momenti resistenti W_i per sezioni a semplice e doppio T, riferiti a quelli della sezione rettangolare circoscritta di pari armatura.

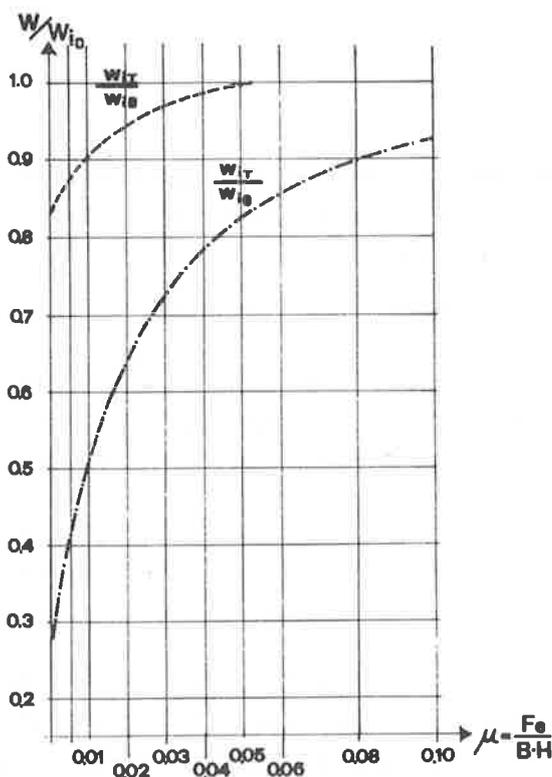


Fig. 12 - Rapporto tra i momenti resistenti W_i di sezioni a semplice e doppio T, riferiti al W_i della sezione rettangolare circoscritta, in funzione di $\mu = F_e/BH$ (I Stadio).

Con l'ausilio di diagrammi del tipo di quelli visti alle figure 9, 10, 12 è teoricamente possibile individuare volta per volta il tipo di sezione più idoneo a limitare i fenomeni di fessurazione.

Dal diagramma 12 appare chiaro che nel caso del c.a. la sezione più idonea a garantirci in senso stretto dall'apertura delle lesioni è, a parità di area circoscritta, quella rettangolare. Dal diagramma 10 vediamo però che la sezione a doppio T con ala larga (o a cassone) può competere questo

primato nel caso si ritenga accettabile una modesta fessurazione in esercizio.

Ad esempio per $\mu = 0,02$, risulta $W_I/W_{rett.} = 0,94$ mentre si ha $\Delta\sigma_{eR} = 310$ kg/cmq per la sezione a doppio T, e $\Delta\sigma_{eR} = 385$ kg/cmq per quella rettangolare (riferiti a una resistenza del calcestruzzo a flessione pari a $\beta_{bZ} = 50$ kg/cmq).

La sezione a semplice T possedendo i valori più bassi del momento resistente al lembo inferiore, è piuttosto sensibile al passaggio allo stadio fessurato, a meno di ricorrere all'impiego di forti armature; tuttavia per le armature usualmente impiegate, il passaggio al II Stadio dà luogo ai salti più esigui di sollecitazione nell'acciaio rispetto alle altre sezioni.

Sempre facendo riferimento ad un'armatura percentuale $\mu = 0,02$ risulta $W_T/W_{rett.} = 0,67$; mentre si ha $\Delta\sigma_{eR} = 55$ kg/cmq per la sezione a T, e $\Delta\sigma_{eR} = 385$ kg/cmq per quella rettangolare.

Quando però la sezione a T sia sottoposta ad un momento complessivo pari al momento di fessurazione della sezione rettangolare corrispondente, la sollecitazione nell'acciaio valutata nella sezione lesionata raggiungerebbe il valore:

$$\sigma_{eR} = 1,5 (55 + 447) = 753 \text{ kg/cmq così ripartito:}$$

$$\Delta\sigma_{eR} = 306 \text{ kg/cmq (estrapolato oltre il carico di prima fessurazione)}$$

$$n\beta_{bZ} = 447 \text{ kg/cmq (teoricamente invariabile)}$$

Tali sollecitazioni differiscono discretamente da quella raggiunta dall'acciaio all'apertura della prima lesione della corrispondente sezione rettangolare:

$$\sigma_{eR} = (385 + 442) = 827 \text{ kg/cmq}$$

Pertanto il vantaggio della sezione rettangolare in c.a. di possedere una notevole riserva di resistenza a trazione per flessione, viene in pratica sminuito dalla maggiore entità dei fenomeni legati al salto di sollecitazione nell'acciaio teso all'apertura della prima lesione.

Sempre secondo Leonhardt [6] l'importanza del salto di sollecitazione nell'acciaio $\Delta\sigma_{eR}$ è legata al valore da questa assunto all'apertura della prima lesione; soprattutto in riferimento al cemento dell'aderenza ai lembi della lesione stessa.

E' comunque da ritenere che un'approfondito esame dei fenomeni nella zona adiacente le lesioni possa essere condotta solo alla luce di più adeguati modelli fisico-matematici del tipo "bond-slip", attualmente ancora in fase di perfezionamento.

CAMPO DI APPLICAZIONE E VERIFICA DELLE STRUTTURE PARZIALMENTE PRECOMPRESSE

Per quanto rimanga scarso l'interesse puramente economico per tale tipo di precompressione, dato l'attuale rapporto dei prezzi tra armatura ordinaria ed acciaio armonico, non si possono trascurare i benefici effetti della precompressione parziale rispetto alla classica precompressione limitata da un punto di vista squisitamente tecnico. Essi si possono così riassumere:

- 1) diminuzione degli effetti viscosi al lembo inferiore per strutture di elevata sensibilità ψ_1 sottoposte a notevoli sovraccarichi;
- 2) migliore comportamento nel II Stadio (vedi paragrafi precedenti);
- 3) maggiore duttilità nel comportamento della sezione spinta al collasso, con conseguente migliore ridistribuzione degli sforzi nel caso di strutture iperstatiche;
- 4) miglioramento dell'aderenza globale al collasso, nel caso d'impiego di cavi iniettati, come recentemente segnalato da Leonhardt [9].

Per quanto riguarda i criteri di verifica delle sezioni parzialmente precomprese, va ricordato che accanto a metodi analitici puri che si rifanno al calcolo di una sezione presso-inflessa in c.a. armata con i due tipi di armatura, sono stati messi a punto altri metodi di calcolo di tipo semi-empirico, basati sulla tabellazione di percentuali di armatura ordinaria da adottare in funzione del grado di precompressione della sezione definito da Bachmann [10]:

$$\kappa = \frac{\text{Momento di decompressione}}{\text{Momento max d'esercizio}} \quad (11)$$

Un tipo intermedio di verifica è quello che basa il dimensionamento dell'armatura ordinaria sul valore della sovratensione $\Delta\sigma_s$ dell'acciaio armonico nel II Stadio. Di quest'ultimo tipo fanno parte i diagrammi impiegati da Leonhardt [6], le formule dell'E.T.H. di Zurigo e la derivata formula delle Norme Olandesi V.B. 1974, qui riportata:

$$w_{MAX} = 0,8 \Delta\sigma_s \left(2c + 2,5 \frac{d}{\omega_0} \right) 10^{-5} \text{ mm} \quad [N, \text{mm}] \quad (12)$$

(dove: c = copriferro
d = diametro medio dell'armatura
 $\omega_0 = A_s/b_0H$ 100: percentuale d'armatura valutata sulla nervatura della sezione)

Tale formula è stata sottoposta a verifica sperimentale da Bruggeling [11] nelle prove condotte all'Università di Delft su 19 travi a semplice T di sezione identica, armate con cavi scorrevoli, per valori del grado di precompressione κ compreso tra 0 ed 1.

Le prove riportate in [11] su quattro travi a semplice T armate con cavi scorrevoli ed armatura ordinaria, per lo studio delle deformazioni differite nel tempo, non hanno invece dato risultati sufficientemente attendibili né interpretabili, a giudizio degli stessi autori, senza la messa a punto di un idoneo modello fisico-matematico per lo stadio fessurato.

Il valore $\Delta\sigma_s$ della sovratensione cui fanno riferimento le formule del tipo (12), va comunque sempre riferito allo stato neutro del calcestruzzo adiacente la fibra baricentrica dell'armatura a ($t = \infty$). In nessun caso ci si può quindi sottrarre, nel dimensionamento di queste strutture, a una valutazione sufficientemente attendibile degli effetti lenti.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ABELES - An introduction to Prestressed Concrete - Concrete Publications - London 1966.
- [2] BUSEMANN - Spannungsumlagerungen infolge Kriechen und Schwinden in Verbundkonstruktionen - Beton u. Sbb. 6/1963.
- [3] GUYON - Constructions en Beton Precontraint - Eyrolles - Paris 1968.
- [4] C.E.B. - Manuel de Calcul "Fissuration" - Bull. 89-1973.
- [5] C.E.B. - Commission V - Groupe de Travail Manuel Fissuration et Déformation - Base théorique pour la redaction d'un Manuel "DEFORMATION" conforme au Code - Model CEB/FIP 1978 - Lausanne, Mai 1980. (bozza).
- [6] LEONHARDT - Vorlesungen über Massivbau - Springer - Berlin 1977.
- [7] CESTELLI-GUIDI e RADOGNA - Contributo Teorico sperimentale allo Studio della Precompressione Parziale. Giornate del Precompresso - A.N.I.C.A.P. Venezia 1963.
- [8] EMPA - Untersuchungsberichte N. 15021-15022-15023 - Zurigo 1971.
- [9] LEONHARDT - Partial prestressing improves serviceability - FIP Symposia on partial prestressing - Bucarest 1980.
- [10] BACHMANN - Teilweise Vorspannung: Erfahrungen in der Schweiz und Fragen der Bemessung - Beton u.Sbb. 2/1980.
- [11] BRUGGELING, BRUNEKREEF, WALRAVEN - Partially prestressed concrete - theory and experiments. Contrib. to 8th. FIP Congress-Heron - London 1978.

APPENDICE

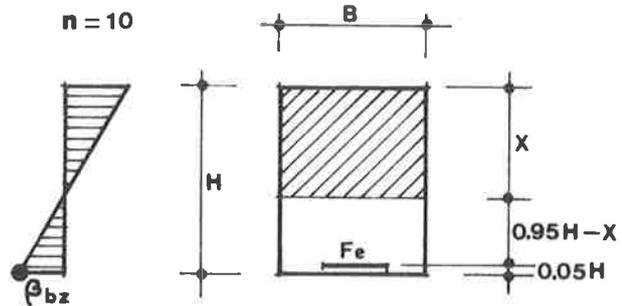
Si fa riferimento alla figura 9 del testo.

1 SEZIONE RETTANGOLARE (C.A.)

I Stadio

$$X_I = \rho H$$

$$\rho = \frac{0,5 + 8,55\mu}{1 + 9\mu}$$



$$W_i = \frac{BH^2}{3} \frac{\rho^3 + (1 - \rho)^3 + 27\mu (0,95 - \rho)^2}{(1 - \rho)}$$

$$Z_I = \frac{\frac{2}{3} (1 - \rho)^2 + 9\mu (0,95 - \rho) \frac{0,95 - \rho}{0,5 (1 - \rho)}}{(1 - \rho) + 9\mu \frac{0,95 - \rho}{0,5 (1 - \rho)}} + 2\rho H/3$$

II Stadio

$$X = VH$$

$$V = (-10\mu + \sqrt{100\mu^2 + 19\mu})$$

$$Z_{II} = 0,95H - \frac{X}{3} = H \left(0,95 - \frac{V}{3} \right)$$

Momento di fessurazione valutato nel I Stadio:

$$M_R = \beta_{bZ} \frac{BH^2}{3} \frac{\rho^3 + (1 - \rho)^3 + 27\mu (0,95 - \rho)^2}{(1 - \rho)}$$

Momento di fessurazione valutato nel II Stadio:

$$M_{II} = \sigma_{eR} F_e Z_{II}$$

Dalla formula (10) riportata al livello dell'armatura:

$$\Delta\sigma_{eR} = \sigma_{eR} - n\beta_{bZ} \frac{0,95H - X}{H - X}$$

Tenendo conto che $M_R = M_{II}$ e ricavando σ_{eR} risulta:

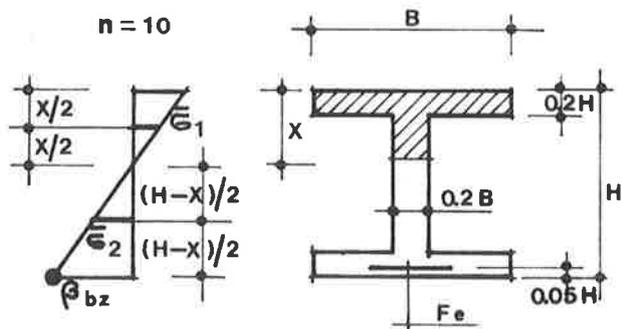
$$\frac{\Delta Z_e}{Z_b} = \frac{\Delta\sigma_{eR} F_e}{\beta_{bZ} \cdot F_b} = \frac{\rho^3 + (1 - \rho)^3 + 27\mu (0,95 - \rho)^2}{3 (1 - \rho) (0,95 - \rho/3)} - 10\mu \frac{(0,95 - \rho)}{(1 - \rho)}$$

2 SEZIONE A DOPPIO T (C.A.)

I Stadio

$$X_I = \chi H$$

$$\chi = \frac{2,6 + 85,5\mu}{5,2 + 90\mu}$$



$$W_i = \frac{BH^2}{3 (1 - \chi)} [\chi^3 - 0,8 (\chi - 0,2)^3 + 0,2 (1 - \chi)^3 + 0,8 (0,8 - \chi)^3 + 27\mu (0,95 - \chi)^2]$$

$$Z_I = \frac{0,533\chi^2 - 0,533 \frac{(\chi - 0,2)^3}{\chi} + 0,133\chi^2}{\frac{0,32}{\chi} (\chi - 0,1) + 0,2\chi} +$$

$$+ \frac{0,533 (1 - \chi)^2 - 0,533 \frac{(0,8 - \chi)^3}{(1 - \chi)} + 0,133 (1 - \chi)^2 + \frac{18\mu (0,95 - \chi)^2}{(1 - \chi)}}{\frac{0,32}{(1 - \chi)} (0,9 - \chi) + 0,2 (1 - \chi) + 18\mu \frac{(0,95 - \chi)}{(1 - \chi)}}$$

II Stadio * (Per il tratto $0 < \mu < 0,003$ le formule vanno leggermente modificate)

$$x = Q H$$

$$Q = 0,8 - 50\mu + 5\sqrt{100\mu^2 + 7\mu + 0,032}$$

$$W_f = \frac{BH^2}{3} \frac{[Q^3 - 0,8 (Q - 0,2)^3 + 30\mu (0,95 - Q)^2]}{(0,95 - Q)}$$

$$M_R = \beta_b z \frac{B H^2}{3 (1 - \chi)} [\chi^3 - 0,8 (\chi - 0,2)^3 + (1 - \chi)^3 - 0,8 (0,8 - \chi)^3 +$$

$$+ 27\mu (0,95 - \chi)^2]$$

$$M_{II} = \frac{\sigma_e B H^2}{10 \cdot 3} \frac{[Q^3 - 0,8 (Q - 0,2)^3 + 30\mu (0,95 - Q)^2]}{(0,95 - Q)}$$

$$\frac{\Delta Z_e}{Z_b} = 10\mu \frac{[\chi^3 - 0,8 (\chi - 0,2)^3 + \dots][0,95 - Q]}{(1 - \chi) [Q^3 - 0,8 (Q - 0,2)^3 + \dots]} - 10\mu \frac{(0,95 - \chi)}{(1 - \chi)}$$

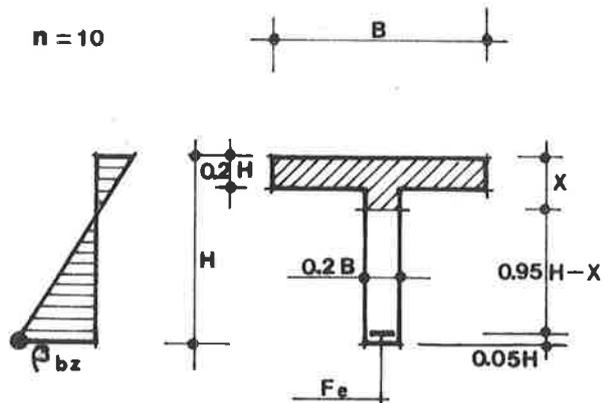
$$Z_{II} = \frac{0,533Q^2 - 0,533 \frac{(Q - 0,2)^3}{Q} + 0,133Q^2}{\frac{0,32}{Q} (Q - 0,1) + 0,2Q} + (0,95 - Q)$$

3 SEZIONE A SEMPLICE T (C.A.)

I Stadio

$$X_I = \lambda H$$

$$\lambda = \frac{1,16 + 85,5\mu}{3,6 + 90\mu}$$



$$W_i = \frac{B H^2}{3 (1 - \lambda)} [\lambda^3 - 0,8 (\lambda - 0,2)^3 + 0,2 (1 - \lambda)^3 + 27\mu (0,95 - \lambda)^2]$$

$$Z_I = \frac{0,533\lambda^2 - 0,533 \frac{(\lambda - 0,2)^3}{\lambda} + 0,133\lambda^2}{\frac{0,32}{\lambda} (\lambda - 0,1) + 0,2\lambda} +$$

$$+ \frac{0,133 (1 - \lambda)^2 + \frac{18\mu (0,95 - \lambda)^2}{(1 - \lambda)}}{0,2 (1 - \lambda) + 18\mu \frac{(0,95 - \lambda)}{(1 - \lambda)}}$$

II Stadio

$$X_{II} = QH$$

$$Q = -0,8 - 50\mu + 5 \sqrt{100\mu^2 + 7\mu + 0,032}$$

$$W_f = \frac{BH^2}{3} \frac{[Q^3 - 0,8 (Q - 0,2)^3 + 30\mu (0,95 - Q)^2]}{(0,95 - Q)}$$

$$\frac{\Delta Z_e}{Z_b} = 10\mu \frac{[\lambda^3 - 0,8 (\lambda - 0,2)^3 + 0,2 (1 - \lambda)^3 + 27\mu (0,95 - \lambda)^2][0,95 - Q]}{(1 - \lambda) [Q^3 - 0,8 (Q - 0,2)^3 \dots]}$$

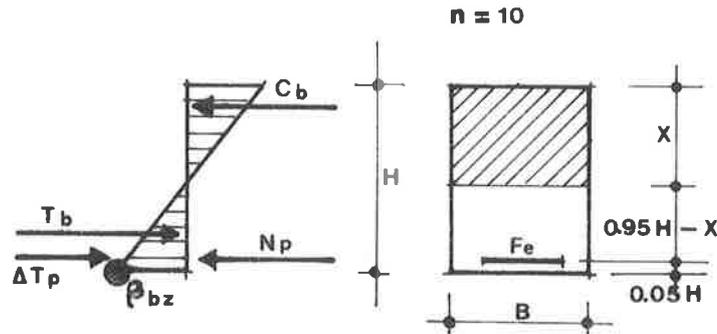
$$- 10\mu \frac{(0,95 - \lambda)}{(1 - \lambda)}$$

Z_{II}: vedi la sezione a doppio T

1' SEZIONE RETTANGOLARE (C.A.P.)

$$e_p = 0,45H$$

$$\mu = \frac{F_e}{BH}$$



Forza di precompressione corrispondente allo stato neutro a livello armatura ($\sigma_f^\infty = 0$):

$$N_p = N_\infty^{\text{dec}} = (\mu BH) p \beta_{bz}$$

$$(\text{dove: } \sigma_p^\infty = p \cdot \beta_{bz})$$

I Stadio

La posizione dell'asse neutro corrispondente al diagramma della figura, si ottiene dall'equilibrio alla traslazione:

$$C - \Sigma T = N_\infty^{\text{dec}}$$

$$\bar{X}_I = S H$$

$$S = \frac{0,5 + 8,55\mu + \mu p}{1 + 9\mu + \mu p}$$

W_i : vedi la sezione rettangolare

II Stadio

$$X = V H$$

$$V = (-10\mu + \sqrt{100\mu^2 + 19\mu})$$

$$Z_{II} = H (0,95 - V/3)$$

$$M_R = W_i \beta_{bZ} [1 + \mu p (1 + 1,35 D)]$$

$$\text{(dove: } D = \frac{(1 - \rho)}{\rho^3 + (1 - \rho)^3 + 27\mu (0,95 - \rho)^2}$$

$$M_{II} = \sigma_{eR} F_e Z_{II}$$

$$\Delta\sigma_{eR} = \sigma_{eR} - 10\beta_{bZ} \xi - \beta_{bZ} p - 10\beta_{bZ} \xi [\mu p (1 + 1,35D)]$$

$$\left(\text{dove: } \xi = \frac{0,95 - S}{1 - S} \right)$$

$$\frac{\Delta Z_e}{Z_b} = \frac{[1 + \mu p (1 + 1,35D)]}{3 D (0,95 - V/3)} - 10\mu\xi - \mu p - 10\mu\xi \cdot \mu p (1 + 1,35 D)$$

TITOLO :

SIMULAZIONE NUMERICA DEL COMPORTAMENTO DI TRAVI
IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO E CONFRONTO CON
I RISULTATI SPERIMENTALI

AUTORI :

EMANUELE FILIBERTO RADOGNA
ROBERTO DI MARCO

SIMULAZIONE NUMERICA DEL COMPORTAMENTO DI TRAVI
IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO E CONFRONTO CON
I RISULTATI SPERIMENTALI

EMANUELE FILIBERTO RADOGNA

ROBERTO DI MARCO

Sommario: Scopo primario della indagine è quello di mettere a punto un modello di calcolo di travi ad armatura mista, aventi differenti gradi di precompressione, per simularne il comportamento sia sotto carichi crescenti in modo monotono sia sotto carichi ciclici.

Si confrontano i risultati della sperimentazione numerica con quelli ottenuti nelle prove eseguite nel 1962 dal Prof. C. Cestelli Guidi e da uno degli autori.

Una volta calibrato il modello di calcolo, è possibile applicarlo alla soluzione del problema della progettazione della trave in funzione dei requisiti di comportamento richiesti.

Summary: The main aim of this research is to set up a mathematical model to predict the behaviour of partially prestressed beams under monotonic and cyclic loading.

The accuracy of the proposed model is checked by comparing the predicted values and those measured during tests carried out by Prof. C. Cestelli Guidi and by one of the authors.

As the check was successful the model may be used to solve the problem of designing beams with reference to a required behaviour.

1. PREMESSE E SCOPI

Il legame non lineare fra i carichi, applicati a componenti strutturali di cemento armato, sia normale che precompresso, e gli effetti da essi prodotti, ha costituito l'ostacolo principale, che si è opposto sistematicamente alla formulazione di una teoria organica, atta ad interpretare in modo rigoroso la complessa realtà fisica del sistema costruttivo "calcestruzzo + acciaio intercluso". Per le applicazioni tecniche, in cui è predominante l'esigenza di assicurare adeguati margini di sicurezza alle costruzioni, la difficoltà è stata superata o con procedimenti approssimati, come il calcolo elastico convenzionale nel II stadio per le sezioni in c.a., o con riferimento diretto alla condizione di collasso, senza indagare su quanto avviene per carichi di intensità inferiore rispetto a quelli che determinano la crisi.

Entrambi i procedimenti risultano indubbiamente idonei ai fini delle verifiche di resistenza, per le quali sono stati di fatto messi a punto, mentre è necessario integrarli in modo opportuno per quanto riguarda la previsione delle deformazioni, tenuto conto della fessurazione e dello scorrimento viscoso del calcestruzzo.

Scopo del presente lavoro è quello di proporre un procedimento di simulazione numerica, valido per sezioni inflesse ad armatura mista e per carichi di breve durata, applicati con legge temporale qualsiasi, tale da permettere la previsione dello stato tensionale e di quello deformativo in tutto il campo di definizione delle forze applicate.

E' possibile quindi esplorare il comportamento di travi inflesse con differente grado di precompressione in modo continuo, attraverso il primo, il secondo ed il terzo stadio.

La attendibilità del procedimento è saggiata, confrontandone i risultati con quelli ottenuti nel corso di una precedente ricerca sperimentale, svolta presso l'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria di Roma e presentata alle Giornate AICAP sulla precompressione parziale, tenute a Venezia nel 1963 [1].

Viene infine esaminata l'influenza di alcuni parametri - entità della tensione residua di precompressione, caratteristiche meccaniche del calcestruzzo - per i quali si hanno le maggiori dispersioni, sulla risposta del modello.

2. CONSIDERAZIONI CRITICHE SULLA EVOLUZIONE DEL SISTEMA COSTRUTTIVO "CALCESTRUZZO + ACCIAIO" CON O SENZA STATI ARTIFICIALI DI COAZIONE.

La inclusione di barre di acciaio, all'interno di elementi di calcestruzzo realizzato con cemento idraulico, consente di ottenere un materiale composito a due fasi, che conserva la buona resistenza alla compressione del calcestruzzo ed acquista la elevata resistenza alla trazione dell'acciaio, a prezzo dell'aggiunta di una modesta percentuale in peso di armatura, purchè disposta in modo opportuno.

Le prime realizzazioni eseguite all'incirca fra il 1850 ed il 1870, legate ai nomi di Lambot, Monier, Coignet in Francia, di Wilkinson in Inghilterra, di Ward negli Stati Uniti, riguardano prevalentemente elementi bidi-

mensionali, armati con reti di tondini disposte in prossimità delle pareti. Non è da escludere che abbia giovato al successo delle prime esperienze la circostanza che si trattava di solette e di piastre, elementi nei quali le tensioni tangenziali sono di regola molto basse, la fessurazione flessionale ha un carattere meno appariscente che non sulle travi, le prestazioni statiche, grazie alla elevata iperstaticità interna ed alla ulteriore risorsa del regime di membrana, particolarmente soddisfacenti.

Lo sviluppo dato da Hennebique agli elementi strutturali monodimensionali ha messo in evidenza il problema del taglio, con la sua caratteristica fessurazione obliqua e con le temibili rotture fragili, contro cui lo stesso Hennebique propose come rimedio l'impiego delle armature trasversali, realizzate sia con staffe che con ferri piegati.

I problemi della sicurezza alla rottura e di quella alla fessurazione devono essere stati identificati con chiarezza e trattati separatamente sin dal periodo delle prime applicazioni del cemento armato su scala industriale, iniziate verso il 1875 dalle imprese di costruzione Freytag u. Heidschuch, Martenstein u. Josseaux, Wayss, concessionarie dei brevetti Monier.

Lo confermano due circostanze quasi contemporanee, la prima relativa alla valutazione della resistenza della sezione inflessa, per la quale nel 1886 il Koenen proponeva il diagramma delle tensioni della fig. 1, a cui corrisponde il momento interno:

$$M = \frac{1}{2} \sigma_c b \cdot x \frac{H}{2} \times \frac{3}{4} H = \frac{3}{16} \sigma_c b H^2 =$$
$$= 0.187 \sigma_c b H^2 \quad (1)$$

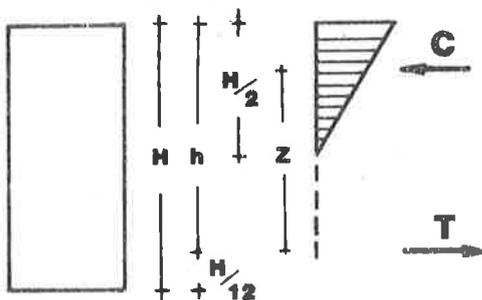


Fig. 1

la seconda, relativa alla fessurazione, per eliminare la quale nel 1888 il Döhring brevettava un tipo di solaio di calcestruzzo, nel quale le armature erano costituite da fili di acciaio messi in tensione prima del getto del calcestruzzo e poi tagliati ad indurimento avvenuto, secondo la tecnica a noi oggi nota come "precompressione a fili aderenti" o "pre-tensione".

La teoria del cemento armato, ai fini della valutazione della resistenza delle travi, riceve un contributo fondamentale dal Mörsch, sia per quanto riguarda la flessione che il taglio.

Nel campo della flessione il Mörsch razionalizza la proposta del Koenen, introducendo la congruenza delle deformazioni, con le due ipotesi della conservazione delle sezioni piane e della perfetta aderenza fra acciaio e calcestruzzo, la seconda essenziale nel caso di sezioni non omogenee per garantire la validità della prima al materiale composito.

Nel campo del taglio, egli interpreta il complesso comportamento della trave di cemento armato fessurata con un modello di trave reticolare, che coglie, sulla sua spinta schematicità, gli aspetti essenziali del fenomeno.

Il regolamento prussiano del 1904 ed il regolamento francese del 1906

codificano il metodo di calcolo detto, da allora, "regolamentare" o "metodo n", che viene accolto successivamente da tutti i paesi industriali, produttori di acciaio e di cemento.

A partire dal 1935 nella Unione Sovietica si sviluppa il calcolo a rottura della sezione in c.a., che, dopo la fine della seconda guerra mondiale, tende a sostituirsi in tutti i Paesi al calcolo elastico per l'approccio più razionale verso un sistema costruttivo a comportamento intrinsecamente non lineare.

Il problema della fessurazione, invece, non trova per lungo tempo una sistemazione soddisfacente; nei suoi confronti si manifestano due tendenze: la prima, radicale, è quella di eliminare le lesioni, annullando le trazioni, che ne sono la causa, con opportuni stati di coazione, la seconda, conciliativa, è quella di accettare la esistenza delle lesioni, considerate come una manifestazione fisiologica del cemento armato fintantochè la loro ampiezza si mantenga al di sotto di certi limiti.

La prima tendenza, iniziata dal Döhning, riceve ulteriori contributi nel 1907 dal Koenen e dal Lundt, che sperimentano su travi ad armatura pretesa, ma che vedono disperso nel tempo lo stato di coazione artificiale per effetto del ritiro e dello scorrimento viscoso del calcestruzzo.

Nel 1921 il Wettstein brevetta in Cecoslovacchia un altro sistema di precompressione a fili aderenti, ma soltanto nel 1928 il Freyssinet, con un nuovo brevetto relativo sempre alla "pre-tensione", riesce a vincere l'annosa battaglia contro le perdite di tensione, dopo avere a lungo meditato sul comportamento reologico del calcestruzzo ed avere così individuato i requisiti essenziali del calcestruzzo e dell'acciaio da impiegare nella precompressione: per il calcestruzzo resistenze dell'ordine di $350 \div 400 \text{ kg/cm}^2$, per l'acciaio limiti di proporzionalità dell'ordine dei 10.000 kg/cm^2 .

La prima tendenza ha portato così alla realizzazione del cemento armato precompresso che all'inizio appare, come il cemento armato, un composito a due fasi, cioè calcestruzzo ed acciaio di un solo tipo, quello ad alto limite elastico. L'impiego del sistema a tre fasi, calcestruzzo + acciaio ordinario + acciaio ad alto limite elastico, corrispondente alla precompressione parziale, non si inquadra nella filosofia di questa prima tendenza, che vuole eliminare la fessurazione, ma, piuttosto, in quella dell'altro orientamento, che si propone di controllare l'ampiezza massima delle lesioni.

Fra i numerosi esponenti della seconda tendenza, si ricordano: il Considère che nel 1903 ha indagato sul comportamento sperimentale di prismi di malta, armati con fili di acciaio del diametro di 3 e di 4.5 millimetri, sottoposti a trazione pura, e che ha interpretato i fenomeni osservati con la esistenza di una duttilità acquisita dal calcestruzzo teso in presenza di armatura diffusa, il cosiddetto "étirage"; il Sarrasin, che fin dal 1930 ha studiato e proposto distribuzioni di armature diffuse su tutta l'altezza della zona tesa, controllando con ottimi risultati la distribuzione delle lesioni e la loro ampiezza, come risulta da esperienze eseguite dal Rôs nel laboratorio E.M.P.A. di Zurigo, [2] ed applicando tali criteri alla realizzazione di un ponte sul Rodano ad Aproz; il Brice, che nel 1951 ha presentato una teoria della fessurazione, molto semplice, secondo la quale il fenomeno dell'étirage, ipotizzato dal Considère, in realtà non esiste.

Allo stato attuale si può dire che il fenomeno della fessurazione si sa controllare sulla base di formule semi-empiriche, ma che manca una teoria unitaria della flessione, in grado di valutare tanto la tensione nelle armature, quanto l'ampiezza delle lesioni intorno ad esse.

Concludendo l'analisi del duplice approccio al problema della sicurezza contro il danneggiamento indotto dalle lesioni, va rilevato che le due tendenze, inizialmente mutuamente esclusive, acquistano carattere di complementarità nel cemento armato parzialmente precompresso, ad armatura mista.

In tema di precompressione parziale occorre, in via preliminare, distinguere il caso della "pre-tensione" da quello della "post-tensione".

Nel caso della "pre-tensione", realizzata con trecce di acciaio aventi elevata aderenza, piccolo diametro e ben distribuite nella massa del calcestruzzo il comportamento alla fessurazione appare in generale soddisfacente.

Si comprende quindi come l'Abeles considerasse con favore la possibilità di realizzare una particolare precompressione parziale, non con armatura mista, ma soltanto con le trecce, parte messe in stato di tensione e parte no, limitatamente al caso della "pre-tensione". Nel caso, invece, della "post-tensione", realizzata con fili lisci del $\phi 6$, del $\phi 8$ o con trefoli, ad densati in guaine aventi dimensioni di regola molto limitate, la situazione nei confronti della fessurazione è senz'altro meno buona. E' quindi facilmente comprensibile la netta opposizione del Freyssinet, che aveva per primo realizzato i cavi post-tesi nel 1939, alla precompressione parziale, in presenza di soli cavi.

D'altro canto per il Freyssinet i cavi erano concepiti essenzialmente come strumenti per annullare la trazione nel calcestruzzo, conferendo a quest'ultimo la proprietà di un nuovo materiale, dotato di resistenza apparente alla trazione.

Questa idea, di avanguardia ai suoi tempi, appare oggi piuttosto limitativa nei confronti delle applicazioni della presollecitazione, che si estendono anche, con successo, ai materiali resistenti a trazione, come l'acciaio da carpenteria. Ciò dipende dal fatto che viene considerato compito primario della presollecitazione quello di creare dei carichi antagonisti a quelli esterni, aventi carattere permanente.

E' questo il fondamento del procedimento proposto già da anni dal Lincoln nome di "load-balancing method". [3]

Una volta individuata la funzione primaria dei cavi nella creazione di carichi antagonisti a quelli esterni, il compito di controllare la fessurazione può essere affidato ad armature longitudinali ordinarie, nella logica del sistema costruttivo ad armatura mista.

Assicurata la validità concettuale di tale sistema costruttivo, la sua diffusione è legata ad aspetti di convenienza economica, che per ora nel nostro Paese non appaiono rilevanti, ma che potrebbero modificarsi nel tempo.

Resta quindi pienamente giustificato l'interesse di approfondire le conoscenze sulla precompressione parziale con armatura mista nella direzione di una teoria unitaria, che comprenda il c.a. normale, il c.a. parzialmente precompresso ed il c.a. precompresso.

3. RICHIAMI SULLE ESPERIENZE DEL 1962 [1]

Nel 1962 è stato intrapreso presso l'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria di Roma un ciclo di prove statiche su travi di cemento armato parzialmente precompresso, allo scopo di analizzare la influenza del grado di precompressione sul comportamento sia globale che locale. Come grado di precompressione μ di una trave si è inteso il rapporto fra l'area dell'acciaio dei cavi scorrevoli e l'area totale dell'armatura mista, omogeneizzata nell'acciaio dei cavi. Il coefficiente di omogeneizzazione α era definito come rapporto fra le tensioni ultime di ciascun tipo di acciaio, di rottura per l'acciaio ad alto limite elastico, di snervamento per l'acciaio delle armature ordinarie.

Si noti che il grado di precompressione prima definito coincide col rapporto $M_{p,u}/(M_{p,u}+M_{o,u})$, con ovvio significato dei simboli, quando i baricentri delle aree A_p ed A_o sono situati allo stesso livello.

Nella ricerca in esame furono assegnati al grado di precompressione 5 valori, compresi fra lo zero e l'unità, come indicato nella tabella 1.

Gruppo	I	II	III	IV	V
A_p [cm ²]	2.356	1.577	1.178	0.785	0.000
A_o [cm ²]	1.19	4.52	5.71	7.97	10.23
μ	0.871	0.543	0.412	0.251	0.000

Tabella 1

La forma della sezione trasversale della trave era a doppio T simmetrico, alta 40 cm (vedi fig. 7); la luce era di 4,0 m; lo schema del carico era costituito da due forze concentrate, simmetricamente disposte rispetto alla mezzeria, in modo da avere un tratto centrale a momento flettente costante; tali azioni erano applicate secondo un ciclo che prevedeva una fase intermedia di scarico.

Nel corso della prova sono state misurate le seguenti grandezze:

- spostamenti verticali δ ,
- deformazioni unitarie del calcestruzzo all'estradosso (accorciamenti) e all'intradosso (allungamenti) della trave,
- deformazioni delle armature longitudinali di acciaio ordinario,
- ampiezza delle lesioni a due livelli.

I risultati delle prove hanno messo in evidenza che l'andamento del diagramma "carico di prova-spostamento verticale in mezzeria" è sempre approssimativamente tri-lineare. Ciò che varia in funzione del grado di precompressione è la estensione relativa dei tre tratti.

La inclinazione sulla orizzontale del primo tratto è praticamente uguale in tutti i casi, perchè dipende dal momento d'inerzia della sezione nel I stadio, in cui il conglomerato è integralmente reagente, anche nelle zone tese. La estensione del primo tratto è minima per le travi in c.a. normale e massima per le travi in c.a. totalmente precompresso.

Per quanto riguarda il secondo tratto, corrispondente al II stadio, in cui il calcestruzzo teso è fessurato, si rileva che la sua estensione cresce e che la sua inclinazione sulla orizzontale aumenta al diminuire del grado di precompressione, a causa della diminuzione del momento di fessurazione, a parità di momento ultimo, e delle differenti percentuali di armatura ad aderenza migliorata.

Il terzo tratto corrisponde al III stadio, in cui si ha il collasso; esso è stato rilevato solo per una trave, la V-3, perchè, negli altri casi, i comparatori centesimali con cui si misuravano le frecce sono stati rimossi prima dell'inizio delle deformazioni plastiche delle armature.

Per quanto riguarda la soglia della fessurazione, si è constatato che al diminuire del grado di precompressione e, quindi, all'aumentare dell'armatura ordinaria, è aumentata la resistenza apparente a trazione del calcestruzzo, a causa delle maggiori percentuali geometriche di armatura ordinaria, ad aderenza migliorata e meglio diffusa nella suola inferiore della sezione rispetto a quella pretesa.

Per quanto riguarda le ampiezze delle lesioni, è risultata confermata la dipendenza lineare della ampiezza, misurata al livello delle armature longitudinali ordinarie, con la deformazione dell'acciaio teso e la netta differenza di comportamento della trave I-3 di quello delle travi II-3, IV-3, V-3 in funzione delle differenti sezioni di acciaio ordinario (v. tabella 1).

Dal complesso delle osservazioni esposte, emerge una continuità di comportamento facendo variare il grado di precompressione dal cemento armato totalmente precompresso al cemento armato normale nei limiti dei fenomeni considerati, in particolare con riferimento a carichi staticamente applicati di breve durata.

4. INTERESSE PER UNA SIMULAZIONE NUMERICA: LA SIMULAZIONE COME TEORIA.

Le indicazioni "direttamente" fornite da prove sperimentali, per loro stessa natura, sono caratterizzate da alcune incertezze sul modello (per es. effettive caratteristiche geometriche e di resistenza), sulla modalità di realizzazione della prova (per es. disposizione del modello e dei carichi), etc.; in ogni caso sono limitate al comportamento delle sole strutture esaminate.

Una successiva correlazione dei risultati determinati su elementi uguali o nei quali sia stata variata in modo noto la entità di alcune grandezze permette, almeno qualitativamente, di:

- depurare i dati sperimentali dalle incertezze indicate,
- individuare i parametri che hanno maggiore rilevanza sulla risposta dei modelli,
- determinare, ove possibile, le caratteristiche comuni di tali risposte, in modo da estendere la validità dei risultati della sperimentazione a strutture simili a quelle direttamente provate.

Tale fase di generalizzazione, cronologicamente successiva a quella sperimentale ma ad essa intimamente legata, coincide con la formulazione di una "teoria di comportamento della struttura reale" e quindi con la messa a punto di uno schema che:

- sia in grado di riprodurre, con tecniche numeriche, il comportamento dei modelli sperimentati, ad un grado sufficiente di approssimazione (riproduzione dei valori misurati),
- permetta, in tale modo, di organizzare ed interpretare unitariamente i dati sperimentali,
- consenta di formulare previsioni quantitative attendibili sulla risposta di strutture, diverse da quelle provate, ma ad esse assimilabili nel funzionamento.

Le maggiori difficoltà nella definizione della "teoria" sono prevalentemente:

- individuare con chiarezza le grandezze fisiche che definiscono il comportamento della struttura reale,
- definire il grado di approssimazione che si vuole raggiungere,
- scegliere, quindi, con quale precisione simulare le varie grandezze fisiche, operando, nell'ambito dello stesso modello, a livelli diversi di complessità in funzione del tipo di problema in esame.

Per esempio nella formulazione del legame σ - ϵ del calcestruzzo:

- si deve modellare anche la risposta a tensioni di trazione se si vuole analizzare il comportamento deformativo della struttura per carichi di esercizio,
- si può trascurare completamente la presenza di tale ramo (ipotesi di calcestruzzo teso non reagente) senza commettere errori numericamente rilevanti se si deve valutare la capacità portante (stato limite ultimo).

In tale fase di messa a punto di una teoria che garantisca una sufficiente precisione numerica senza una eccessiva complessità del modello, metodi analitici in grado di moltiplicare economicamente il numero delle prove simulate possono essere di notevole aiuto nella individuazione delle grandezze più rilevanti, attraverso uno studio parametrico della loro influenza sulla risposta del modello, e nella definizione dei campi di applicabilità di tale risposta.

5. LA SIMULAZIONE NUMERICA DELLE PROVE DEL 1962

5.1 Considerazioni preliminari

Un modello matematico atto a simulare in modo "rigoroso" il comportamento di travi, con caratteristiche variabili da cemento armato ordinario ($\mu = 0$) a cemento armato totalmente precompresso ($\mu = 1$), sotto l'azione di carichi applicati con legge temporale qualsiasi, dovrebbe tener conto:

- a) dell'effetto sulla risposta dei materiali costitutivi, del tempo (istante e durata di applicazione del carico) e del segno della variazione della azione (incremento o decremento);
- b) della influenza sulla deformazione totale non solo delle azioni flessionali, prevalenti nelle normali strutture in fase prefessurativa, ma anche di quella per taglio, specie nello stato successivo alla fessurazione e per un numero di cicli elevato [4],
- c) dell'effetto del calcestruzzo teso, in particolare per valori del carico lontani da quelli di collasso,
- d) dei bruschi incrementi di deformazione e/o riduzioni di rigidità collega

ti ad eventi locali quali espulsione del calcestruzzo compresso, instabilità delle armature longitudinali compresse, deterioramento degli ancoraggi etc.

- e) della variazione della aderenza tra calcestruzzo ed acciaio per effetto della storia dei carichi applicati.

5.2 Ipotesi nel modello proposto

- a) Per i materiali sono state adottate leggi σ - ϵ non olonome, per cui lo stato di tensione, corrispondente ad un prefissato stato di deformazione, è dipendente dalla storia delle azioni applicate in precedenza; si è trascurata invece la variazione delle caratteristiche elastiche degli stessi durante le varie fasi di carico, dal momento che le prove su ogni trave avevano una durata molto modesta rispetto a quella necessaria per produrre cambiamenti numericamente significativi.
- b) Si è assunto che la fessurazione del calcestruzzo avvenga secondo piani ortogonali all'asse della trave: con tale ipotesi, rigorosamente verificata nelle zone sollecitate da flessione pura, vengono trascurati gli effetti del taglio. Trattandosi però di strutture isostatiche, ai fini della sola simulazione delle prove sperimentali, l'errore è limitato alle deformazioni d'insieme.
- c) Il modello prevede di tener conto della resistenza a trazione del calcestruzzo fino al raggiungimento di una tensione prefissata; al di sopra di tale limite viene trascurato anche il contributo del calcestruzzo teso tra le lesioni (tension-stiffening).
Tale ipotesi consente di avere indicazioni attendibili in termini di tensioni e deformazioni nella fase che precede la fessurazione, o quando quest'ultima è talmente avanzata da rendere trascurabile il contributo del calcestruzzo.
Per quanto riguarda la fase di formazione delle lesioni e la loro stabilizzazione, il problema appare particolarmente delicato perchè per una realistica simulazione del fenomeno occorrerebbe garantire la coesistenza di ipotesi che si escludono mutuamente nell'ambito della stessa sezione:
- perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo, che è essenziale nei sistemi non omogenei per conservare la planarità delle sezioni,
- possibilità di scorrimenti relativi tra i due materiali per rappresentare la lesione.
- d) Non si considerano gli effetti di deterioramenti localizzati: ciò corrisponde ad ipotizzare che in tutte le sezioni siano garantite corrette disposizioni ed entità delle armature longitudinali e trasversali di rinforzo.
- e) Dal momento che il ciclo di carichi adottato nelle prove non prevede un numero elevato di ripetizioni e/o inversioni che possa far deteriorare la aderenza tra calcestruzzo ed acciaio, si ipotizza che in ogni fase non sia ammesso alcuno scorrimento tra i due materiali a contatto.

5.3 Descrizione del modello

5.3.1 Modellazione dei materiali

Calcestruzzo

Il comportamento del calcestruzzo per carichi uniassiali non monotonicamente crescenti è caratterizzato dal fatto che i punti rappresentativi delle coppie σ - ϵ limiti raggiungibili giacciono su una curva inviluppo che coincide con la curva σ - ϵ per un carico monotonicamente crescente.

Di tale curva sono state proposte varie espressioni, che tengono conto dei principali parametri che ne influenzano la forma:

- a - resistenza del calcestruzzo,
- b - gradiente di tensione,
- c - grado di cerchiatura (confinamento)

Una indicazione esauriente delle più comuni leggi di rappresentazione esistenti nella letteratura è riportata in [5]; nel presente studio è stato messo a punto un modello, del quale nella fig. 2 è diagrammata la risposta al ciclo di deformazioni indicato, sulla base delle seguenti considerazioni:

- la legge della curva inviluppo consente di tener conto dei parametri a, c indicati,
- espressioni più complesse per i rami di carico e scarico non sono utili per lo studio di sezioni, quali quelle in esame, con percentuali modeste di armatura, il cui comportamento è regolato prevalentemente dalla risposta dell'acciaio.

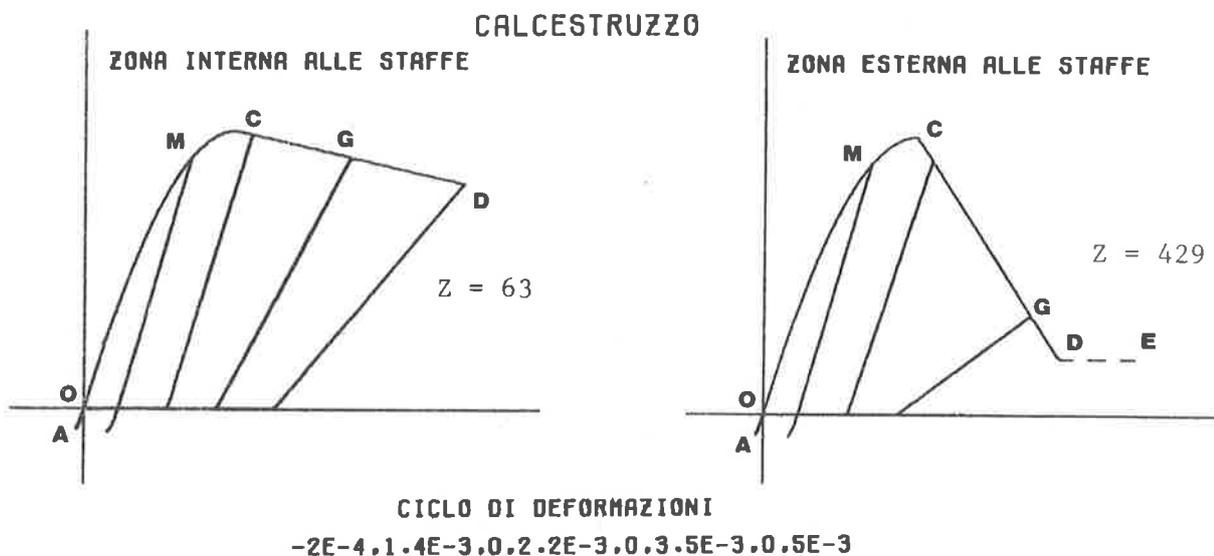


Fig. 2

ZONA OA

Curva limite (Sargin [6])

$$\epsilon_A < \epsilon \quad \sigma = 0$$

$$0 \leq \epsilon \leq \epsilon_A \quad \sigma = E_c * \epsilon$$

(2)

Essendo [7] $E_c^* = E_c (\sigma = 0) = 1.1 \cdot E_{cm}(\sigma = 0.4 \div 0.5 f_c)$

$$E_{cm} \cong 4.5 \cdot 10^4 (f_{ck} + 81.5)^{1/3}$$

$$f_{ct} = 0.65 f_{ck}^{2/3}$$

$E_{cm}, f_{ck}, f_{ct}, \sigma$ in kg/cm^2

Fase di scarico e ricarico

$\epsilon > \epsilon_A$ $\sigma_c = 0$ il calcestruzzo superata la soglia della deformazione limite si lesiona e non è più in grado di fornire alcun contributo

$$0 \leq \epsilon \leq \epsilon_A \quad \sigma = E_c^* \epsilon$$

ZONA OC

Curva limite (Sargin [6] modificata in [7])

$$\epsilon_o \leq \epsilon \leq 0 \quad \sigma = f_c \frac{k\xi - \xi^2}{1 + (k-2)\xi} \quad (3)$$

Essendo

$$\epsilon_o = - 0.002$$

$$\xi = \epsilon / \epsilon_o$$

$$k = E_c^* \epsilon_o / f_c$$

Fase di scarico e ricarico

lineare con coefficiente angolare E_c^* ; partendo per es. dal punto $M(\epsilon_M, \sigma_M)$

$$\sigma = \sigma_M + E_c^*(\epsilon - \epsilon_M) \quad (4)$$

Per la parte tesa valgono le regole indicate per la zona OA

ZONA CD

Curva limite (Kent e Park [8])

$$\epsilon_{20c} \leq \epsilon \leq \epsilon_o \quad \sigma = f_c [1 - Z (\epsilon - \epsilon_o)] \quad (5)$$

Essendo

$$Z = 0.5 / (\epsilon_{50c} - \epsilon_o)$$

$\epsilon_{20c}, \epsilon_{50c}$ le deformazioni corrispondenti a $\sigma = 0.20f_c, 0.50f_c$ rispettivamente,

$$\epsilon_{50c} = (0.21 + 0.002f_c) / (f_c - 70) + 0.75 \rho'' \sqrt{b''/s}$$

$\rho'' = \text{volume staffe} / \text{volume nucleo interno alle staffe}$

b' = larghezza del nucleo interno alle staffe

s = interasse delle staffe

Fase di scarico e ricarico [9]

lineare con coefficiente angolare $E_{cG} = 2\sigma_G/\varepsilon_G$; partendo per es. dal punto $G(\varepsilon_G, \sigma_G)$

$$\sigma = \sigma_G + E_{cG}(\varepsilon - \varepsilon_G)$$

ZONA DE Solo per la zona del nucleo interno alle staffe

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{20c} \quad \sigma = 0.20f_c$$

Nella fig. 2 tale ramo è riportato con tratteggio, perchè non se ne tiene conto, solo per il calcestruzzo della zona esterna alle staffe; tale circostanza può essere messa in relazione con il fatto che nelle travi sperimentate, per la forte azione di confinamento, la deformazione ε_{20c} è molto maggiore di quella massima prevista nel ciclo.

Acciaio

La risposta dell'acciaio a carichi non monotonicamente crescenti dipende fortemente dalla storia delle azioni applicate.

Le leggi individuabili nella letteratura per simulare tale comportamento possono essere suddivise in due gruppi:

- in un primo gruppo la relazione σ - ε non è prefissata, ma varia, pur mantenendo alcune caratteristiche generali, in funzione diretta dei cicli di carico subiti dal materiale;
- in un secondo gruppo, costituito principalmente da adattamenti delle equazioni di Ramberg-Osgood a processi diversi da quelli ciclici stazionari per cui le stesse vennero formulate, la dipendenza della storia delle azioni non è diretta.

Una descrizione critica dei più comuni modelli dei due gruppi indicati è fatta in [10]; nel presente studio è stato scelto un modello del primo gruppo (Kato [11]) del quale nelle figure 3 - 4 sono diagrammate, a titolo di esempio, le risposte ai cicli di deformazioni indicati, nel caso di acciaio ordinario e da precompresso.

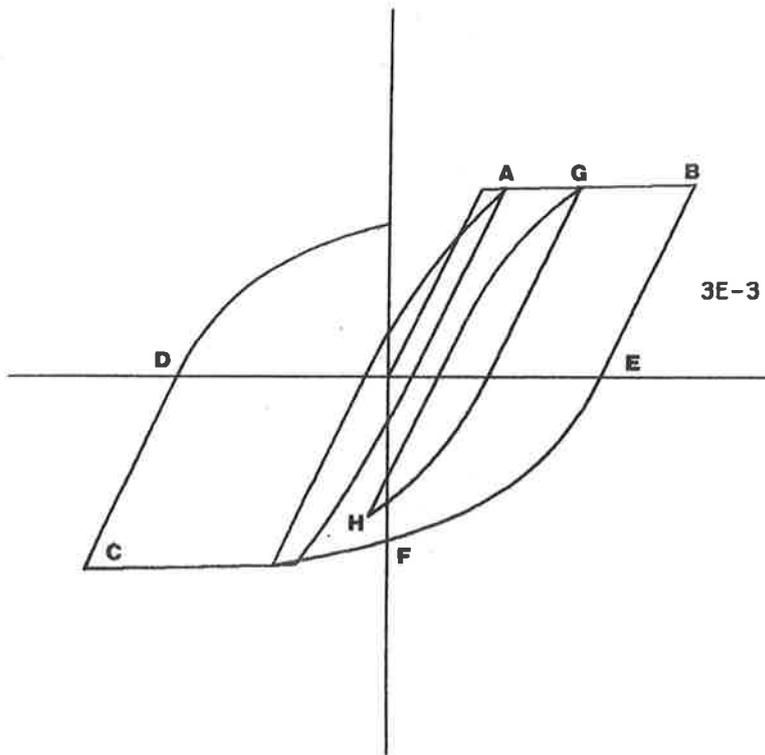
In accordo con i risultati di numerose prove sperimentali, nella relazione σ - ε si possono individuare 3 tipi di comportamento caratteristici:

rami del tipo AB corrispondenti a fasi nelle quali la sollecitazione è superiore a quella minima, dello stesso segno, raggiunta in una qualsiasi fase precedente;

rami del tipo CD nei quali, la tensione raggiunta nel ramo precedente viene progressivamente annullata;

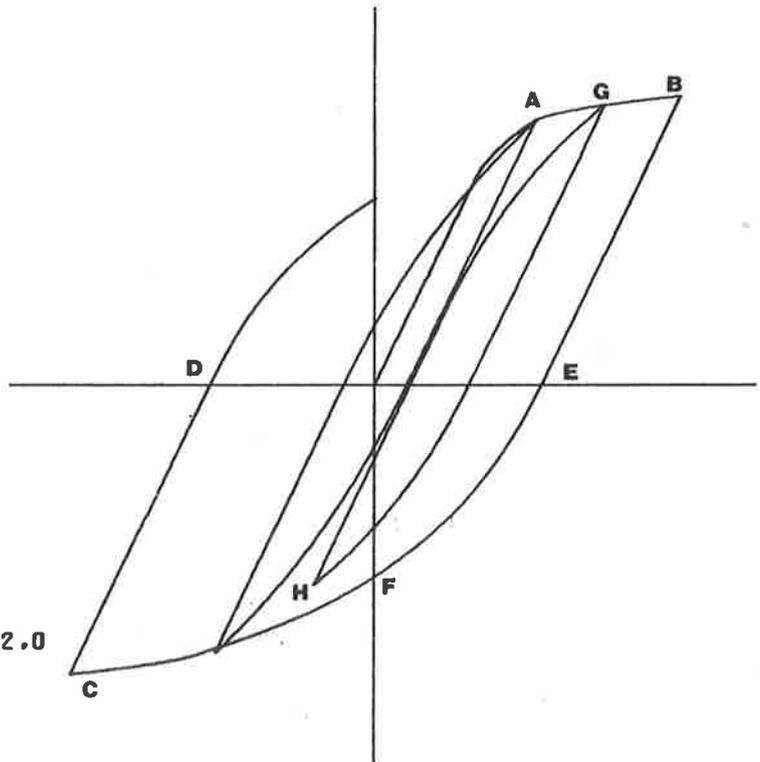
rami del tipo EF nei quali, completata la fase di scarico, si inverte il segno della azione.

Rami del primo tipo sono sempre una parte delle curve σ - ε valide per carichi monotonamente crescenti;



ACCIAIO ORDINARIO
CICLO DI DEFORMAZIONI
3E-3, -3E-3, 5E-3, 0, 5E-3, 8E-3, -8E-3, 0

Fig. 3



ACCIAIO DA PRECOMPRESSO
CICLO DI DEFORMAZIONI
1E-2, -1E-2, 1,5E-2, -4E-3, 2E-2, -2E-2, 0

Fig. 4

rami del secondo tipo possono essere approssimati con una retta.
rami del terzo tipo, nei quali è prevalente l'effetto Bauschinger, possono essere rappresentati con una relazione di tipo iperbolico:

$$\frac{\sigma}{\sigma_M} = \frac{a \epsilon^*}{\epsilon^* + \epsilon_B (a - 1)} \quad (6)$$

in cui σ è la tensione agente

σ_M è la massima tensione raggiunta nei cicli precedenti dello stesso segno di quello che si sta considerando (ramo del primo tipo)

ϵ_B è la corrispondente deformazione

ϵ^* è la deformazione riferita al valore raggiunto nella ultima fase di scarico (ramo del secondo tipo)

$a = E_S / (E_S - E_b)$

E_S = modulo di elasticità longitudinale dell'acciaio

E_B = Modulo secante del ramo del terzo tipo = σ_M/ϵ_B

Nello studio presente, per la simulazione di fasi di carico diverse da quelle precedenti - per es. ramo GH, nel quale la inversione del segno della sollecitazione applicata non è fatta a partire da stati di tensione corrispondenti a fasi del primo tipo - vengono utilizzati, con apposite regole, rami della ultima curva del secondo o terzo tipo descritta dal materiale.

Per una più esauriente informazione del modello si rimanda a [11] e [12].

Come diagrammato nelle figure 3, 4 sono state assunte le seguenti curve limiti per carichi monotonicamente crescenti:

- Acciaio ordinario: legame di tipo elasto incrudente caratterizzato da
 - E_{s1} Modulo di elasticità del ramo elastico
 - E_{s2} Modulo di elasticità del ramo incrudente
- Acciaio da precompresso: legame di tipo elasto-incrudente con incrudimento non lineare [13], caratterizzato da
 - E_{p1} Modulo di elasticità del ramo elastico ($|\sigma| \leq |\sigma_e|$)
 - σ_e, ϵ_e Tensione e deformazione al limite di elasticità
 - $F_{p,0.2}$ Tensione corrispondente ad una deformazione residua 0.2%
 - F_{pmax} Tensione di rottura
 - $\epsilon_{F_{pmax}}$ deformazione di rottura

Per le curve che collegano i punti (σ_e, ϵ_e) , $(F_{p,0.2}, \epsilon_{0.2})$, $(F_{pmax}, \epsilon_{F_{pmax}})$ sono stati utilizzati rami di parabola, i cui parametri sono definiti in modo da assicurare la continuità della funzione e della sua derivata prima.

5.3.2 Studio della sezione

In accordo con la ipotesi b del par. 5.2, di funzionamento prevalentemente flessionale, la modellazione della risposta della trave è ricondotta a quella di un numero n di sezioni caratteristiche, poste ad interasse ΔL .

Per lo studio di ognuna di tali sezioni viene fatta, oltre alle ipotesi a), c) sui materiali, d) sulla assenza di effetti localizzati, e) di perfetta aderenza, quella classica di Bernoulli-Navier di conservazione della planarità; le deformazioni di tutte le fibre, proporzionali alle rispettive distanze dall'asse neutro, sono quindi completamente individuate (fig. 5) da

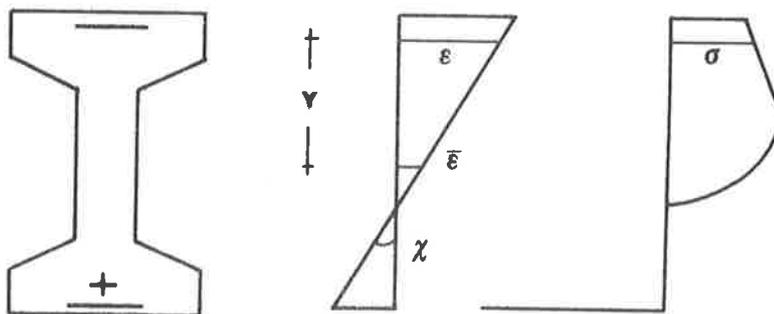


Fig. 5

$\bar{\epsilon}$ = deformazione del baricentro G

χ = curvatura

$$\epsilon = \bar{\epsilon} + \chi y \quad (7)$$

così come il diagramma delle tensioni, calcolabile dal precedente con l'uso delle relazioni σ - ϵ caratteristiche dell'acciaio e del calcestruzzo.

Essendo fissati - lo stato di deformazione iniziale $\{S_i\} = \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_i \\ \chi_i \end{Bmatrix}$
 - lo stato di sollecitazione iniziale $\{F_i\} = \begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix}$

una variazione dello stato di sollecitazione $\{\Delta F\} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}$ induce una variazione dello stato di deformazione $\{\Delta S\} = [A] \{\Delta F\}$ (8)

essendo $[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

la matrice di deformabilità della sezione, i cui i termini dipendono da $\{F_i\}$, $\{S_i\}$ e dal segno di $\{\Delta F\}$.

Ai fini del calcolo la sezione è discretizzata in un certo numero di strisce di acciaio e di calcestruzzo; per tener conto dell'effetto dell'armatura trasversale una ulteriore suddivisione viene effettuata tra le zone di calcestruzzo del nucleo interno alle staffe e quello esterno.

Dal momento che il problema in termini finiti non è lineare, il calcolo è effettuato con un procedimento incrementale; nell'ambito di ogni passo la soluzione della (8) viene ottenuta in modo iterativo nella maniera seguente:

- 1 - calcolo dei coefficienti a_{ij} di $[A]$,
- 2 - calcolo di $\{\Delta S\}$ dalla (8) e controllo della congruità del segno delle componenti di $\{\Delta S\}$ con quello ipotizzato per il calcolo 1 e, ove necessario, ripetizione della fase 1,
- 3 - calcolo di $\{\Delta F\}$ dalle condizioni di equilibrio della sezione con deformazione $\{\Delta S\}$.

La soluzione della (8) viene raggiunta quando

$$|\{\Delta F\} - \{\bar{\Delta F}\}| \leq \{\delta\} \text{ prefissato} \quad (9)$$

Per realizzare la condizione (9) viene utilizzata una procedura di calcolo automatizzata, per la cui più completa descrizione si rimanda a [12], che può essere riguardata come una modifica del noto metodo dello secante. Tale procedura, collaudata dalla ampia sperimentazione numerica effettuata, si è rivelata efficace in termini di rapidità di convergenza della soluzione, anche coi modesti valori di tolleranza adottati:

$$\delta(N) = 1 \times 10^{-3} N_{\text{prec}} \approx 100 \text{ kg} \quad \delta(M) = 1 \times 10^{-3} M \approx 100 \text{ kg cm}$$

5.3.3 Studio della struttura

Con le ipotesi fatte:

- lo stato di deformazione e/o di tensione in ogni fibra di una sezione generica della trave può essere calcolato per interpolazione da quelli delle corrispondenti sezioni caratteristiche tra le quali è compresa la sezione in esame,
- la deformata in ogni punto della linea d'asse può essere calcolata per integrazione numerica delle curvatures delle sezioni caratteristiche.

Dal momento che le procedure indicate presuppongono la imposizione di una legge di variazione delle grandezze in esame tra i valori noti, il grado di precisione che può essere raggiunto dipende da:

- tipo ed entità della variazione delle caratteristiche delle sezioni,
- tipo ed entità della variazione dei carichi e delle caratteristiche di sollecitazione,
- numero n di sezioni scelte.

Nella simulazione, la trave reale di lunghezza totale $L = 4.00\text{m}$ è stata suddivisa in 8 parti $\Delta L = 0.50\text{m}$ mediante 9 sezioni; per la simmetria della struttura e dei carichi applicati è però sufficiente esaminare il comportamento di sole 5 sezioni, come messo in evidenza dalla fig. 6 seguente

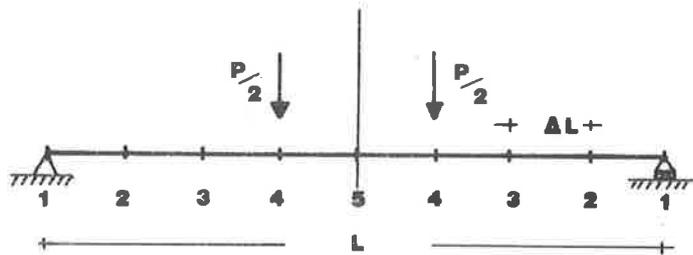


Fig. 6

5.4 Valori dei parametri del modello

5.4.1 Caratteristiche dei materiali

Calcestruzzo $f_c \cong 0.833/0.985 \times 440 = 370 \text{ kg/cm}^2$
essendo $0.833 = f_{\text{cilindrica}}/R_{\text{cubica}} (15 \times 15)$ [14]
 $0.985 = R_{\text{cubica}}(16 \times 16)/R_{\text{cubica}}(15 \times 15)$

Acciaio ordinario $E_{1s} = 2100000 \text{ kg/cm}^2$
 $E_{2s} = 50000 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_e = 5000 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_R = 8000 \text{ kg/cm}^2$

da precompresso $E_{1p} = 2100000 \text{ kg/cm}^2$
 $F_{p0.2} = 17500 \text{ kg/cm}^2$
 $F_{pmax} = 19400 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_e = 0.7 \times F_{pmax}$$

$$\epsilon_{Fpmax} = 4.5 \times 10^{-2}$$

5.4.2 Carpenteria delle sezioni

Tutte le sezioni sono caratterizzate dalla carpenteria indicata in fig. 7, ove sono anche differenziate:

la zona A con calcestruzzo confinato dalle staffe,
la zona B con calcestruzzo non confinato.

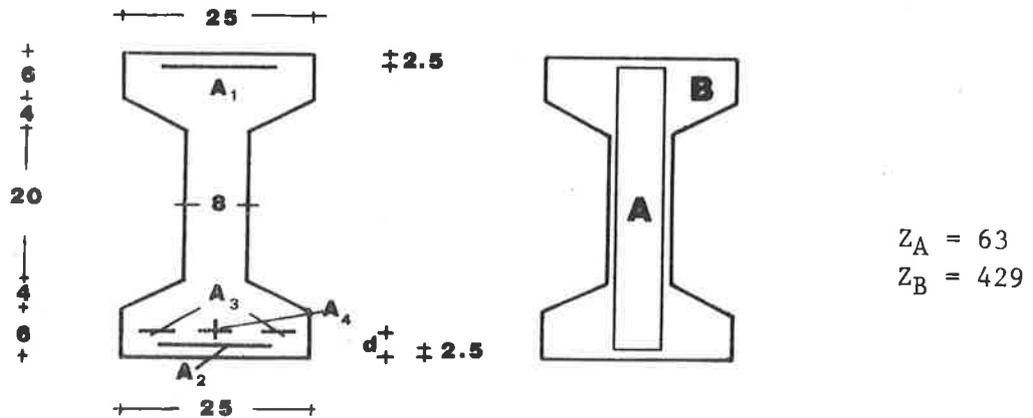


Fig. 7

5.4.3 Armature

Con riferimento alla fig. 7, nella tabella 2 seguente sono riportate le quantità di armatura e nella tabella 3 le distanze del cavo dal bordo inferiore delle varie sezioni di fig. 6.

SERIE	$A_1=A_2$	A_3	A_4
I	1.131	—	2.356
II	1.131	3.393	1.577
III	1.131	4.523	1.178
IV	1.131	6.786	0.785
V	1.131	9.048	—

Tab. 2

SEZ.	d(cm)
1	19.5
2	13.5
3	7.5
4	3.5
5	3.5

Tab. 3

5.4.4 Entità della precompressione

Serie I, III, IV $\sigma_s = 10000 \text{ kg/cm}^2$

Serie II $\sigma_s = 8500 \text{ kg/cm}^2$

5.4.5 Valori per lo studio delle relazioni M/X

Ai soli fini dello studio dell'effetto sul diagramma momento curvatura delle sez. 4/5 di tutte le serie di travi, sono stati considerati anche i seguenti casi:

- Precompressione $\sigma_s = 12000 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_s = 8000 \text{ kg/cm}^2$
- Resistenza a trazione $f_{ct} = 15 \text{ kg/cm}^2$
- Forma della curva σ - ϵ del cls teso: dello stesso tipo di quella utilizzata per le tensioni di compressione:

$$\sigma = f_{ct} \frac{k_t \xi_1 - \xi_1^2}{1 + (k_t - 2) \xi_1} \quad \text{valida per } \epsilon < \epsilon_{ut}$$

ove

$$k_t = E_c^* \epsilon_{ot} / f_{ct}$$

$$\epsilon_{ot} = 1.5 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_{ut} = 2 \times 10^{-4}$$

$$\xi_1 = \epsilon / \epsilon_{ot}$$

ed f_{ct} , E_c^* mantengono gli stessi significati indicati precedentemente.
(par. 5.3.1)

- Tipo di calcestruzzo $f_c = 500 \text{ kg/cm}^2$

6. RISULTATI DELLA SIMULAZIONE NUMERICA E CONFRONTO CON QUELLI DELLE ESPERIENZE DEL 1962.

I risultati più significativi della simulazione numerica sono stati riportati in una serie di diagrammi le cui caratteristiche sono indicate nella tab. 4 seguente.

Tipo	P/δ		M/ε _c	M/ε _a	M/λ'	
Gruppi di travi	I ÷ V		I,II,V	I,II,V	I ÷ IV	
n. figura	8÷12	13	14÷16	17÷19	20	21÷24
Ciclo di carico	0 $20T(I\div III)$ $22T(IV\div V)$ 0	0 $20T$	0 $12T_m$	0 $12T_m$	$16T_m^0(I\div III)$ $17T_m(IV\div V)$	0 $10T_m$

Tab. 4

6.1 Diagrammi Carichi - abbassamenti in mezzeria

Nelle travi dei gruppi I ÷ III, il confronto tra le curve calcolate e quelle sperimentali mostra un ottimo accordo tanto nella forma quanto nei valori numerici; risultano sostanzialmente coincidenti:

- i rami rappresentativi del I stadio e delle fasi successive alla fessurazione,
- il carico di inizio fessurazione.

Un minore accordo puntuale caratterizza invece la fase di fessurazione nella quale le curve simulate presentano costantemente ben visibili discontinuità che non trovano corrispondenza nella realtà sperimentale. Ciò può essere riportato alla natura discreta del modello nel quale il comportamento della struttura reale è ricondotto a quello di alcune sezioni caratteristiche: il fenomeno "quasi continuo" della fessurazione, che si estende progressivamente lungo la trave, è sostituito da uno "discreto", a gradini, nel quale la fessurazione di ognuna delle sezioni caratteristiche è contemporaneamente estesa a tutte quelle del corrispondente concio.

Maggiori differenze tra il comportamento simulato e quello sperimentale sono presenti:

- per la trave IV che aveva mostrato anomalie anche nel corso delle prove,
- per le travi del tipo V limitatamente al I stadio, ove la maggiore deformabilità delle travi sperimentate rispetto al modello può essere ricondotta ad una più estesa microfessurazione indotta dal ritiro impedito dalle armature ordinarie, e alla prima fase del II stadio quando più importante è l'effetto del tension-stiffening che il modello trascura.

L'analisi poi delle curve corrispondenti alla fase di scarico, non prevista nelle prove sperimentali, mostra un recupero notevole anche con gradi modesti di precompressione e mette chiaramente in evidenza che la differenza tra il carico di prima fessurazione (ramo di carico) e quello di seconda fessurazione (ramo di scarico) è di entità circa costante.

Il confronto tra le curve di fig. 13, relative alle travi di tutti i gruppi sperimentati, sottoposte ad un carico monotonicamente crescente, met-

te in evidenza che, al diminuire del grado di precompressione μ :

- a) aumenta la inclinazione del segmento rappresentativo del I stadio, per effetto del contributo crescente al momento d'inerzia della percentuale di acciaio ordinario;
- b) diminuisce il carico di prima fessurazione, in funzione lineare del grado di precompressione μ ;
- c) aumenta la inclinazione media del tratto rappresentativo del II stadio; ciò dipende dal maggior contributo che l'acciaio ordinario, il cui modulo di elasticità si mantiene costante fino allo snervamento, ha nella formazione della sezione ideale rispetto a quello dell'acciaio "preteso" il cui modulo decresce, a partire dal limite elastico, in funzione del carico applicato.

6.2 Diagrammi Momenti-allungamenti specifici del cls del lembo di intradosso Momenti-allungamenti specifici dell'acciaio ordinario.

Il confronto tra le curve calcolate e quelle ottenute mediando, quando possibile, i valori delle letture degli estensimetri posti in posizione simmetrica rispetto all'asse di simmetria della sezione, per compensare i fenomeni di flessione deviata riscontrati nella prova, mostrano nel caso dell'armatura un migliore accordo che in quello del calcestruzzo, specie nella fase successiva alla fessurazione.

Anche sperimentalmente le misure dell'allungamento del calcestruzzo presentano dispersioni più marcate di quelle relative alla deformazione dell'acciaio che come elemento resistente continuo, è sede di uno stato di sollecitazione che risente meno l'influsso di condizioni locali.

6.3 Diagrammi Momenti - curvatura

A differenza dei precedenti, i diagrammi M/X calcolati non trovano riscontro in quelli misurati, se non indirettamente attraverso la valutazione della curvatura per il tramite delle deformazioni specifiche.

L'esame dei diagrammi di fig. 20, relativi alle travi di tutti i gruppi, sottoposte a un carico monotonicamente crescente fino a valori prossimi al collasso, mostra la sostanziale uniformità del loro andamento, costituito da tre tratti quasi rettilinei, corrispondenti rispettivamente al I stadio, alla redistribuzione degli sforzi di trazione dal calcestruzzo alle armature per effetto della fessurazione, al II stadio.

Nelle fig. 21 ÷ 24 viene studiata l'influenza, sul comportamento della sezione, della variazione, dei valori numerici di quei parametri che presentano nella sperimentazione maggiori incertezze:

- entità della tensione residua di precompressione,
- caratteristiche del calcestruzzo (resistenza a trazione e a compressione, forma della curva σ - ϵ del ramo in trazione).

Per quanto riguarda l'effetto della tensione residua di precompressione, la sua variazione

- 12000 kg/cm² curva A
- 10000 kg/cm² curva B (utilizzata nella simulazione)
- 8000 kg/cm² curva C

influenza sostanzialmente solo la entità del momento di prima fessurazione, lasciando pressochè invariata sia la estensione del tratto orizzontale che la pendenza del ramo relativo al II stadio.

Per quanto riguarda la resistenza al calcestruzzo:

- 300 kg/cm² curva D
- 370 kg/cm² curva E (utilizzata nella simulazione)
- 500 kg/cm² curva F

essa ha influenza sulla pendenza del tratto relativo al I stadio, attraverso il valore del modulo E_c^* , sul valore del momento di fessurazione e sulla estensione del tratto orizzontale.

Passando poi a considerare l'effetto della forma del diagramma σ - ϵ a trazione (curva G), esso appare particolarmente rilevante, a parità di tutte le altre condizioni, sia sulla entità del momento di fessurazione che sulla estensione del tratto orizzontale.

La prima circostanza deriva dall'aumento della risultante del diagramma parabolico, rispetto a quello lineare e del corrispondente aumento della deformazione ultima.

La seconda circostanza è strettamente connessa con la precedente perchè alla maggiore risultante delle forze di trazione nel calcestruzzo corrisponde un incremento della deformazione dell'acciaio necessaria, all'atto della fessurazione, per equilibrare istantaneamente tale forza.

7 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il procedimento proposto per la simulazione numerica del comportamento di travi inflesse ad armatura mista ha fornito risultati concordi con quelli sperimentali, confermando la sostanziale validità della schematizzazione adottata sia per le condizioni di esercizio che per quelle ultime.

Un ulteriore perfezionamento può essere apportato in relazione alla fase di prima fessurazione, tenendo conto del carattere discontinuo delle lesioni e della conseguente riduzione delle tensioni nell'acciaio per effetto del "tension-stiffening".

Sono anche state condotte indagini sulla influenza dei seguenti parametri che presentano le maggiori dispersioni:

- entità delle tensioni finali di precompressione,
- resistenza del calcestruzzo,
- legge tensione-deformazione per il calcestruzzo teso.

Da queste prime applicazioni è emerso il suggerimento di sviluppare un programma sistematico di indagine parametrica relativa al legame momenti-curvatura di cui si riferisce in [15].

Per quanto riguarda le applicazioni, si ritiene che il procedimento proposto sia prevalentemente orientato verso indagini teoriche più che per la pratica tecnica e che quindi per i casi correnti vada data la preferenza

al metodo S.P.S.L. che tratta separatamente le condizioni di servizio e quelle ultime in corrispondenza a ben precisi livelli di carico, anzichè attraverso una analisi completa del comportamento facendo variare i carichi in modo continuo.

Va segnalata la differenza tra il calcolo regolamentare, che limita la deformazione dell'acciaio al 10% e del calcestruzzo al 3.5% ed il metodo adottato, in cui tali limitazioni non sono applicate, perchè lo scopo è quello di ottenere una simulazione il più possibile aderente alla realtà fisica.

I risultati della sperimentazione numerica consentono anche di esprimere alcune valutazioni sulla scelta del grado di precompressione ai fini delle applicazioni.

Nei confronti degli stati limite di esercizio appare certamente vantaggiosa la presenza di stati di coazione, anche modesti, che limitano la ampiezza delle lesioni e riducono la entità delle deformazioni sia immediate che residue.

Per quanto riguarda gli stati limite ultimi è opportuno fare assegnamento su un comportamento sufficientemente duttile che consenta tanto un adeguato margine di avvertimento, quanto la capacità di dissipare energia indotta dalle azioni esterne, senza perdita di capacità portante.

La precompressione parziale consente, attraverso una opportuna scelta del grado di precompressione, di soddisfare entrambe le esigenze nel modo più adatto alla natura del problema.

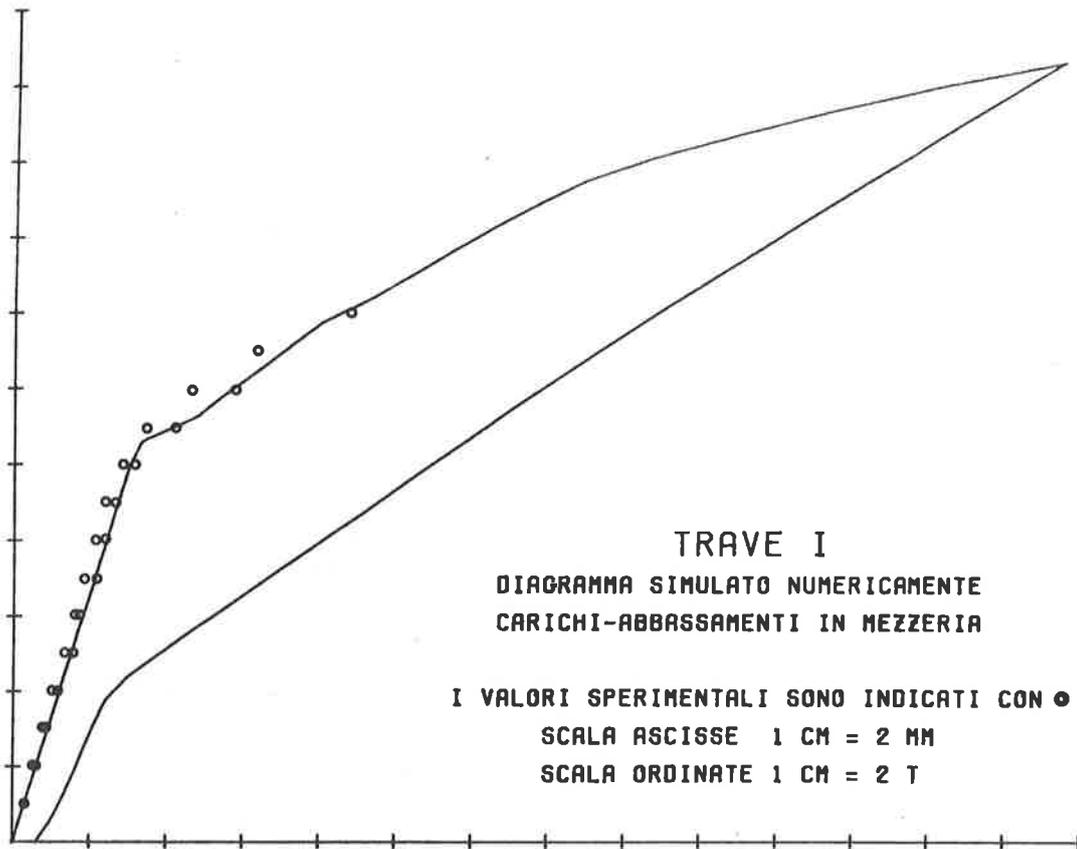


Fig. 8

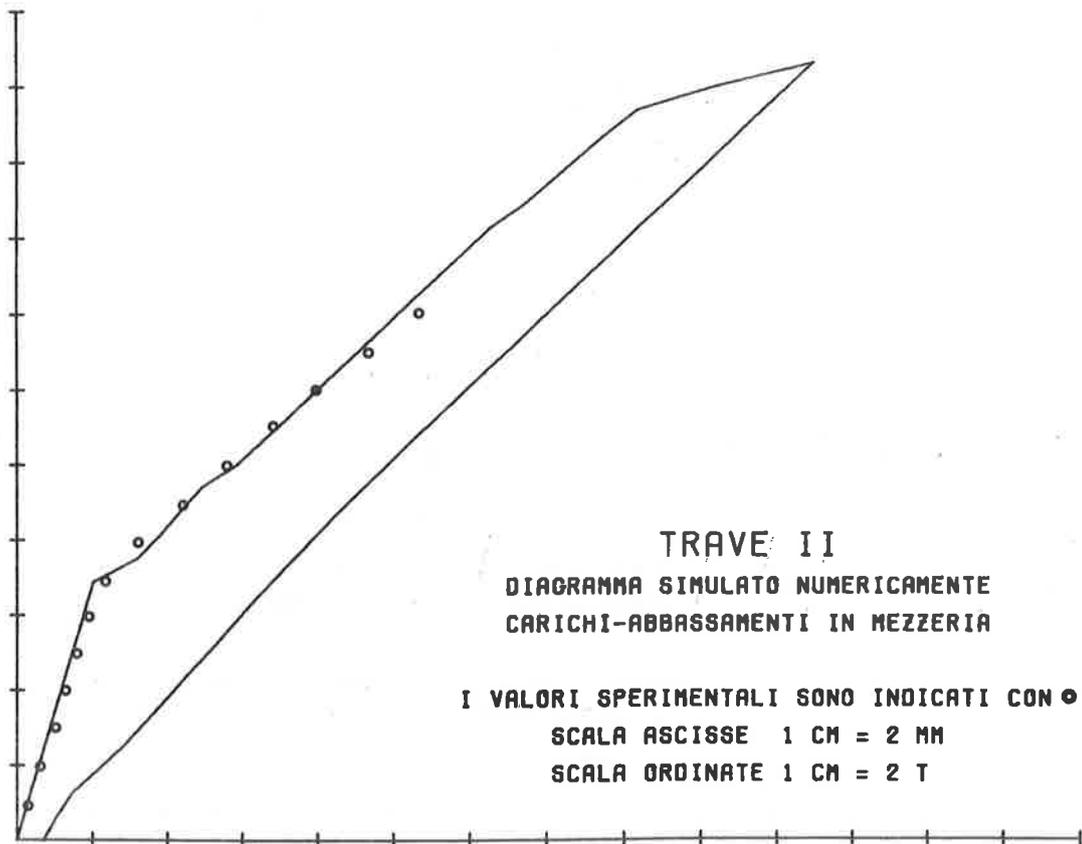


Fig. 9

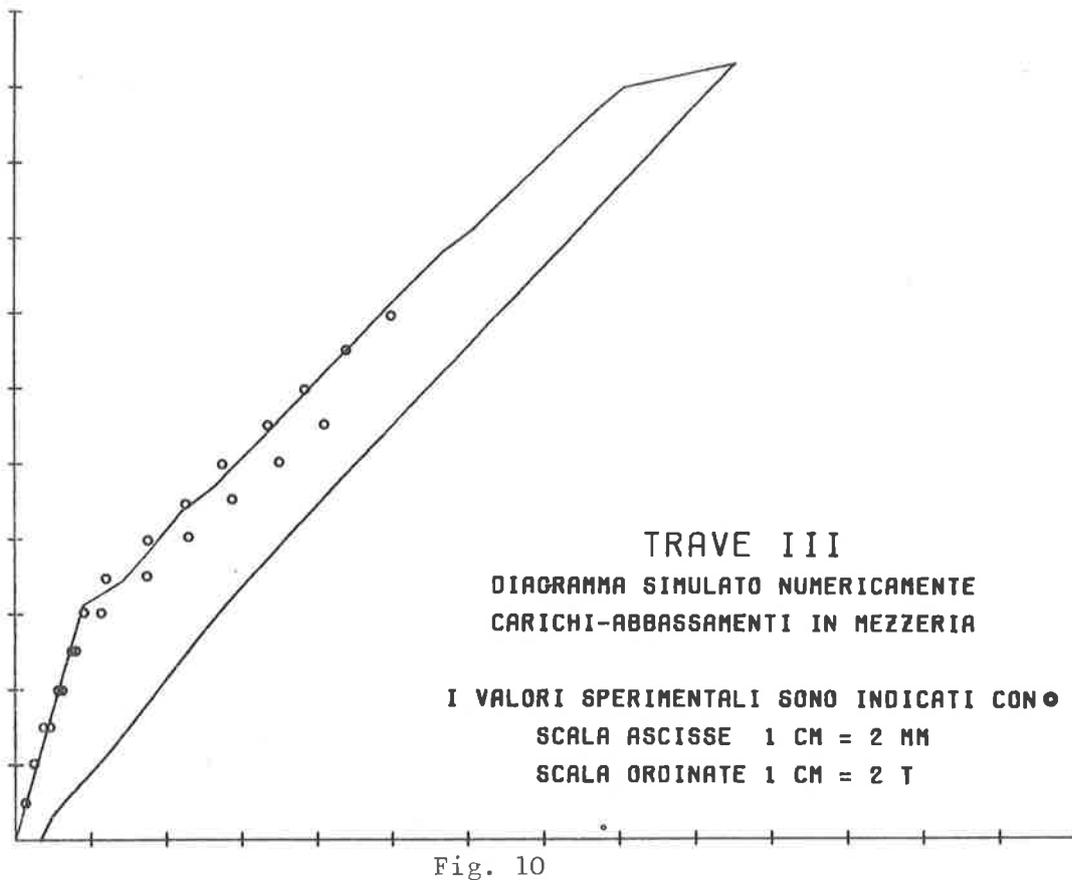


Fig. 10

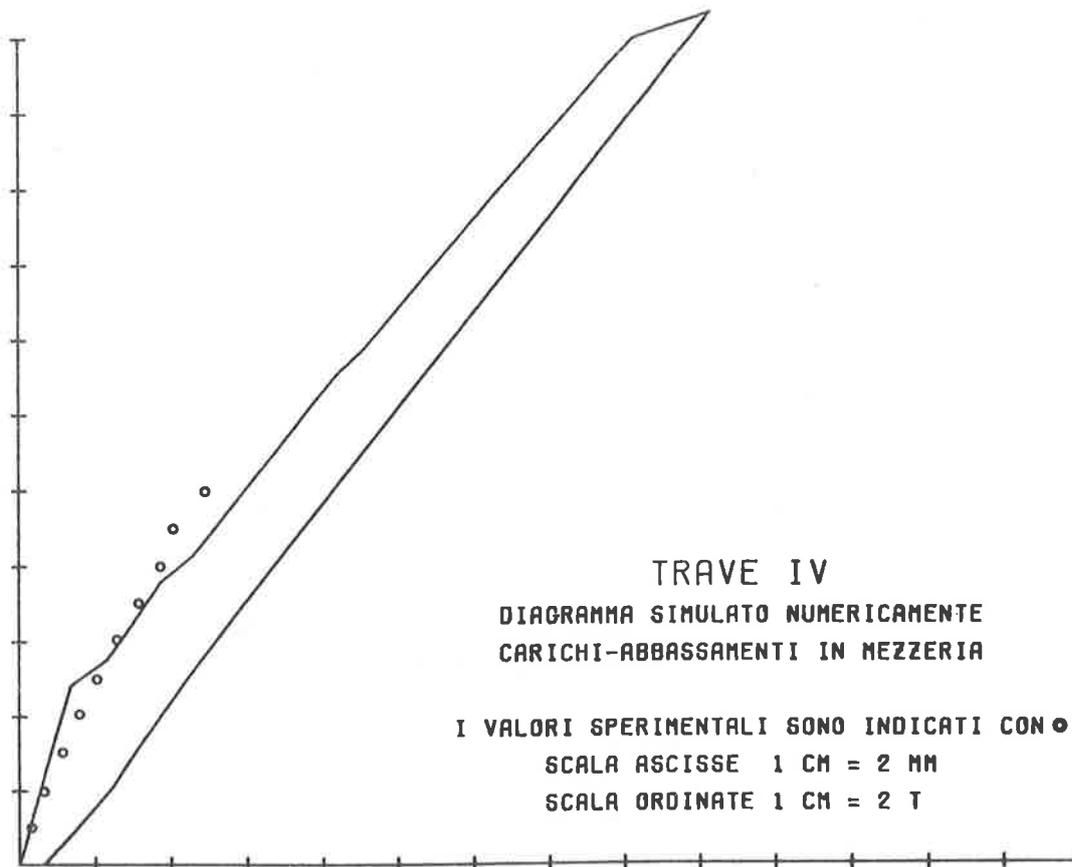


Fig. 11

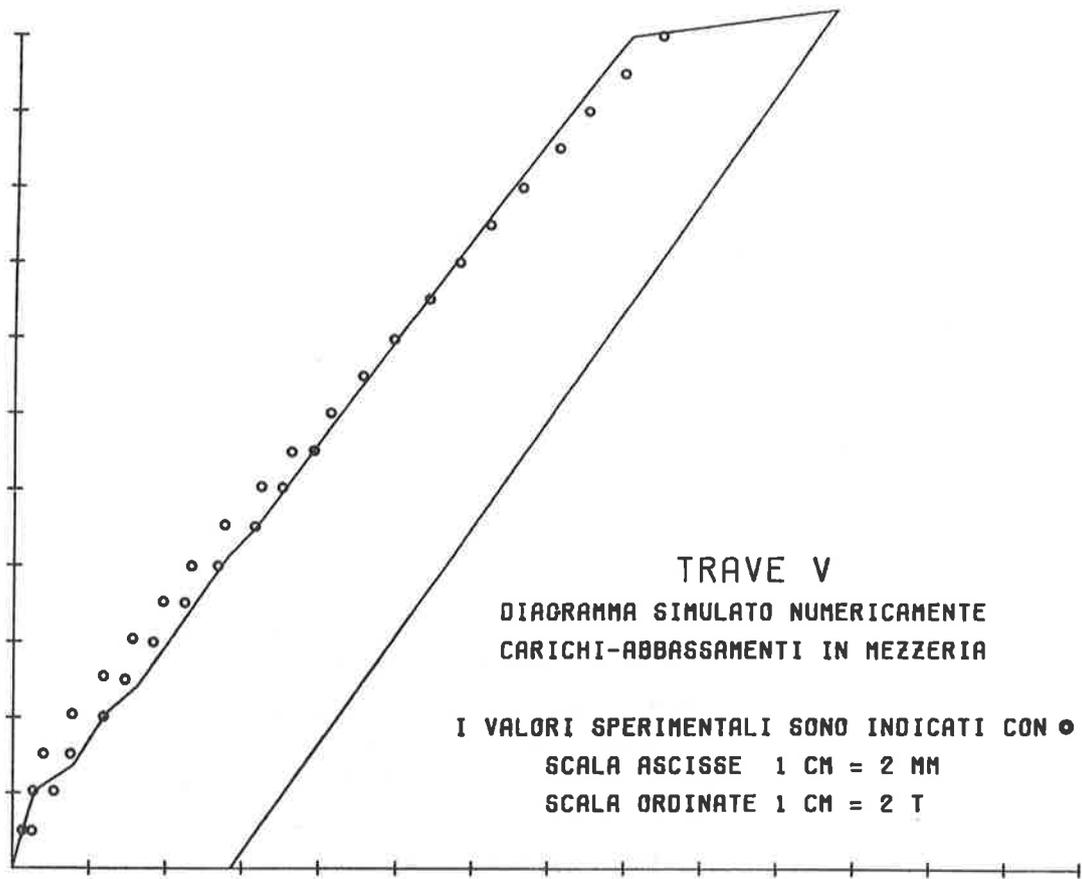


Fig. 12

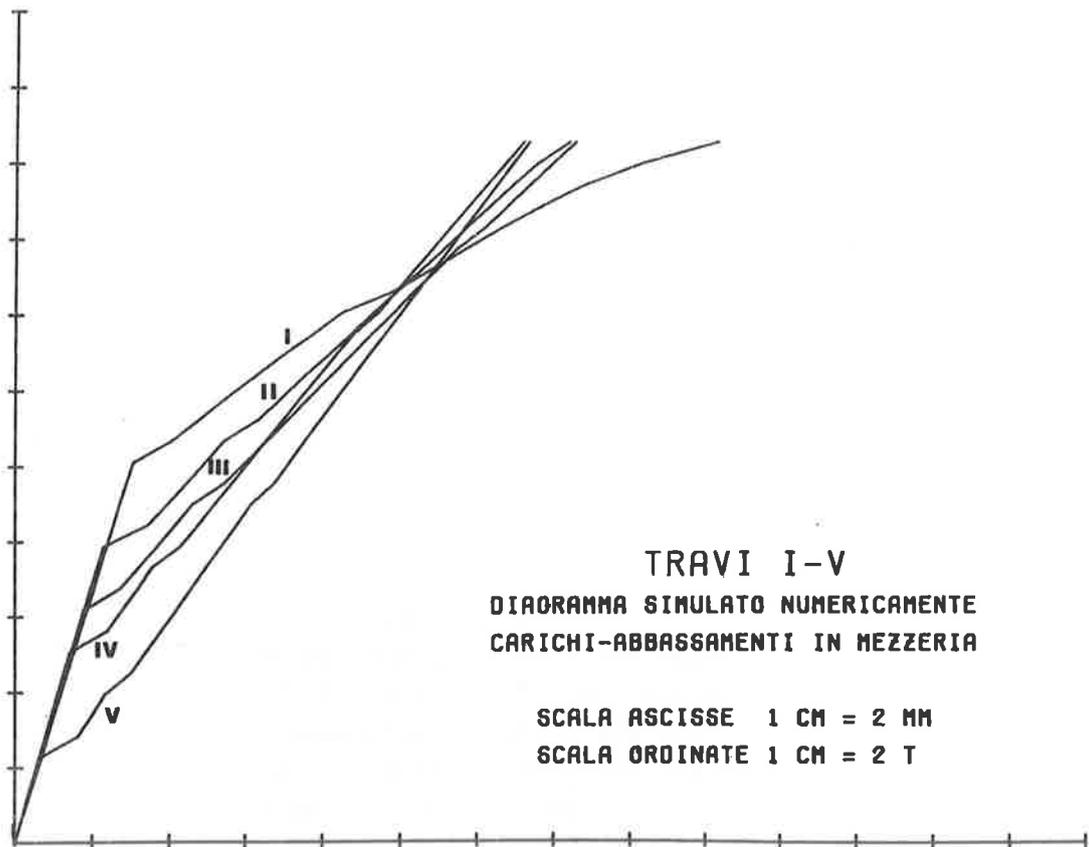


Fig. 13

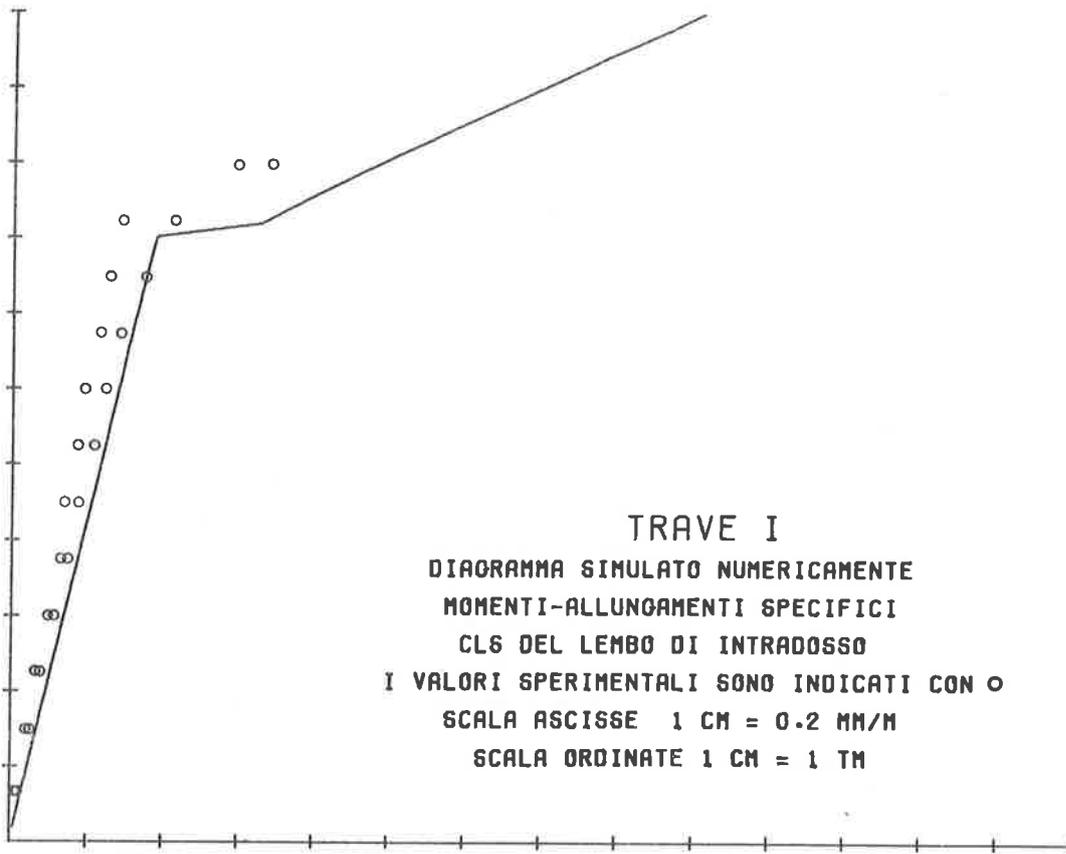


Fig. 14

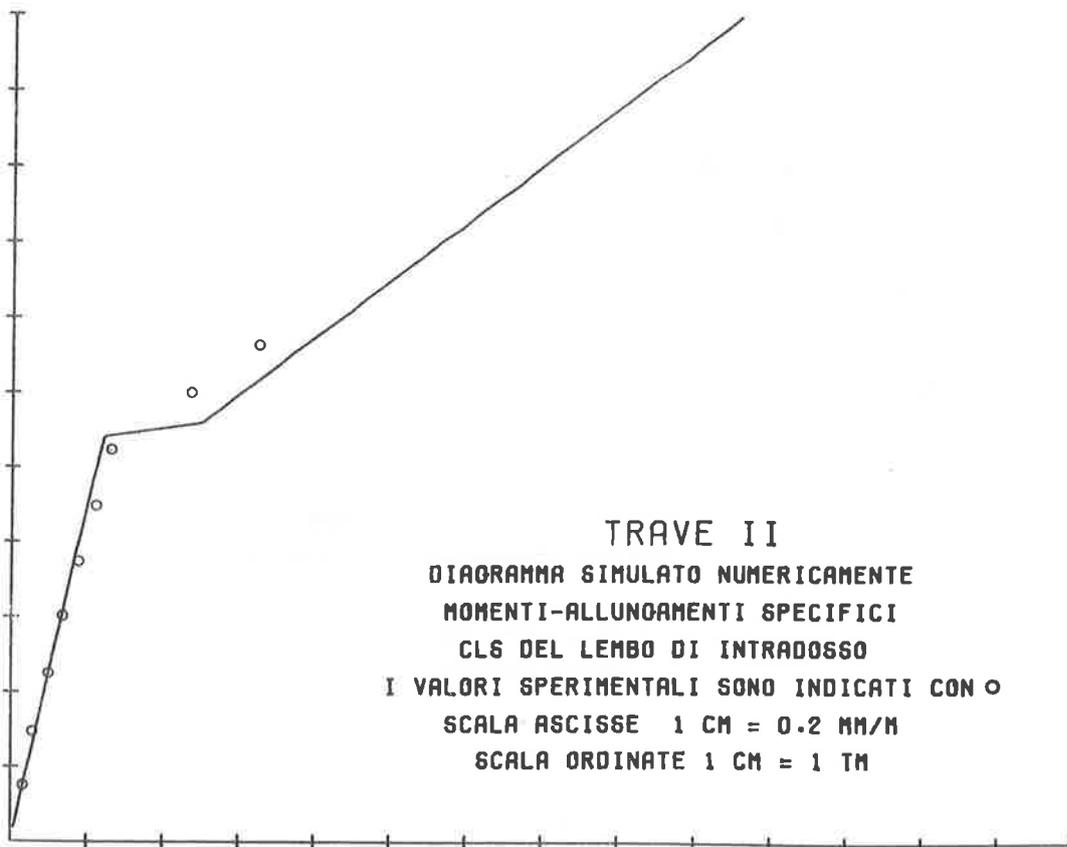


Fig. 15

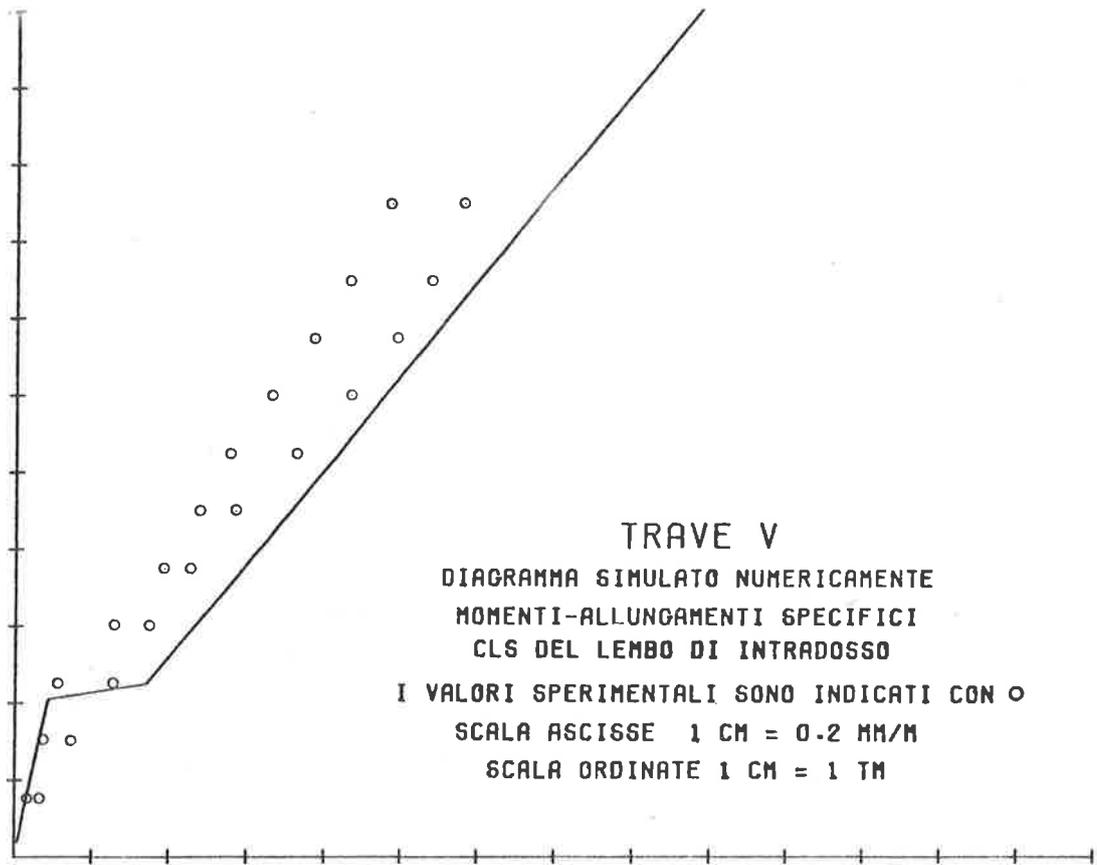


Fig. 16

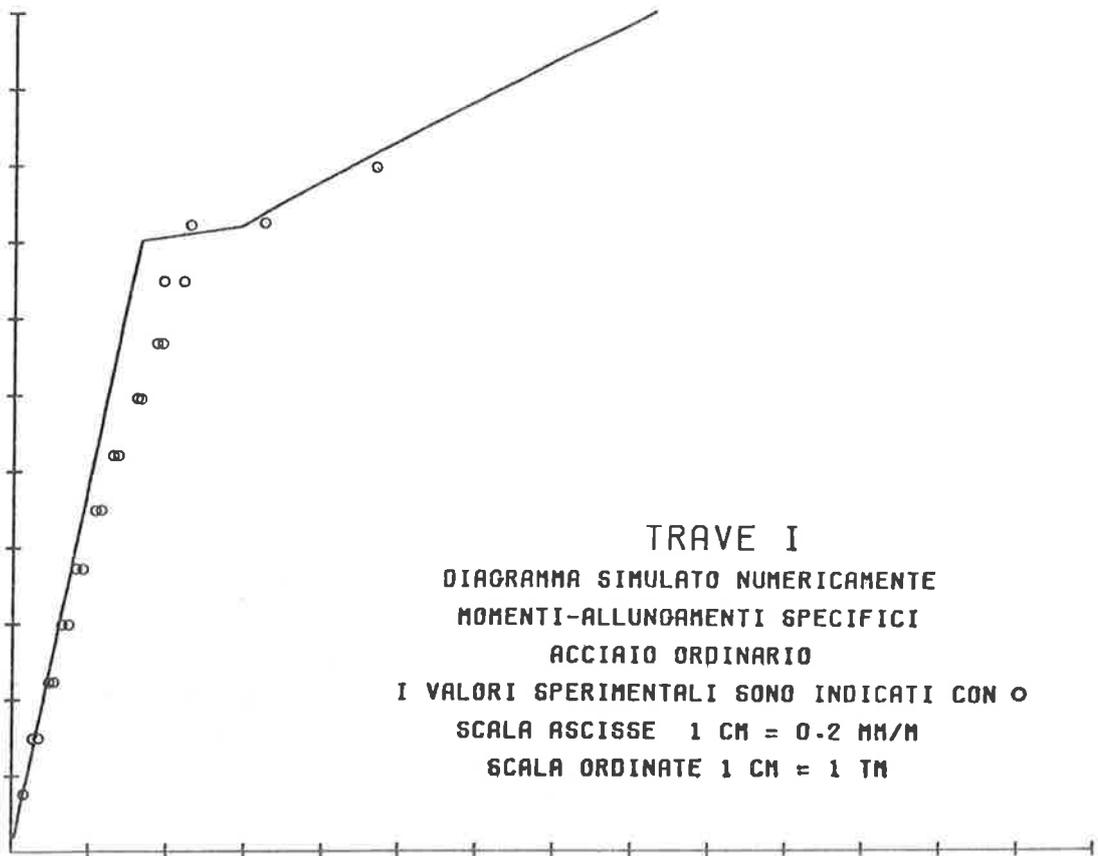


Fig. 17

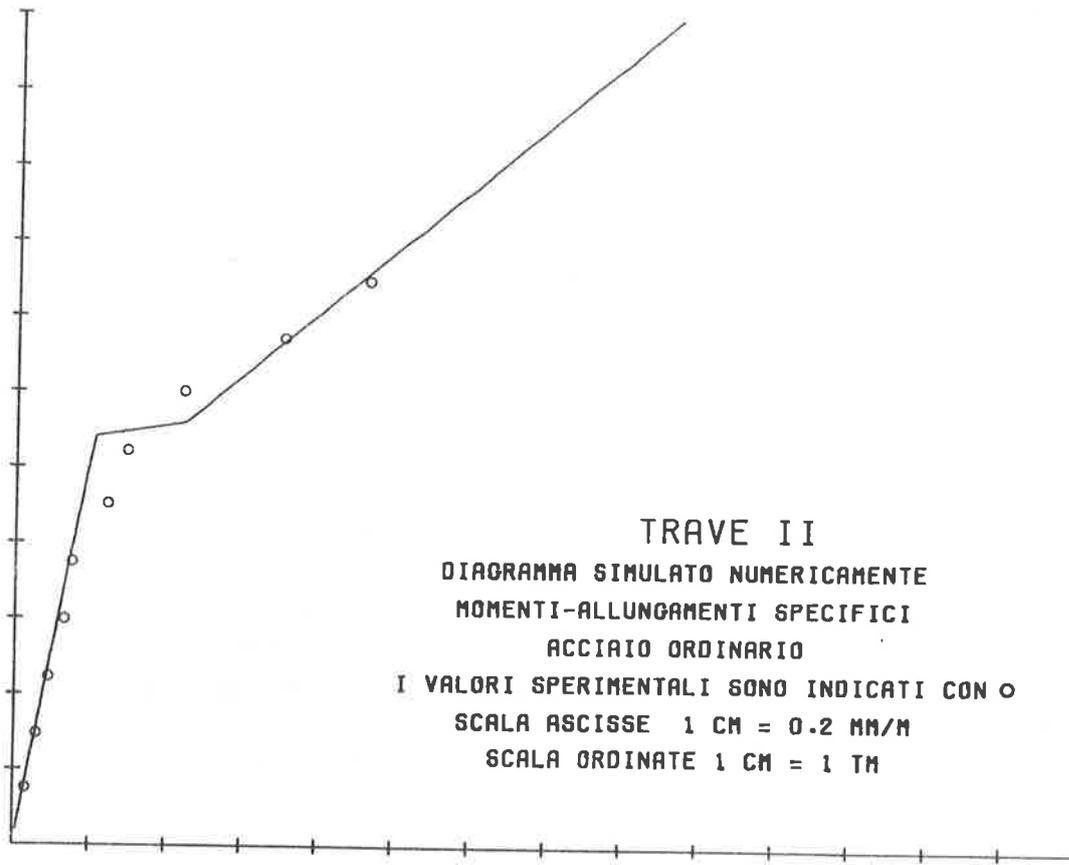


Fig. 18

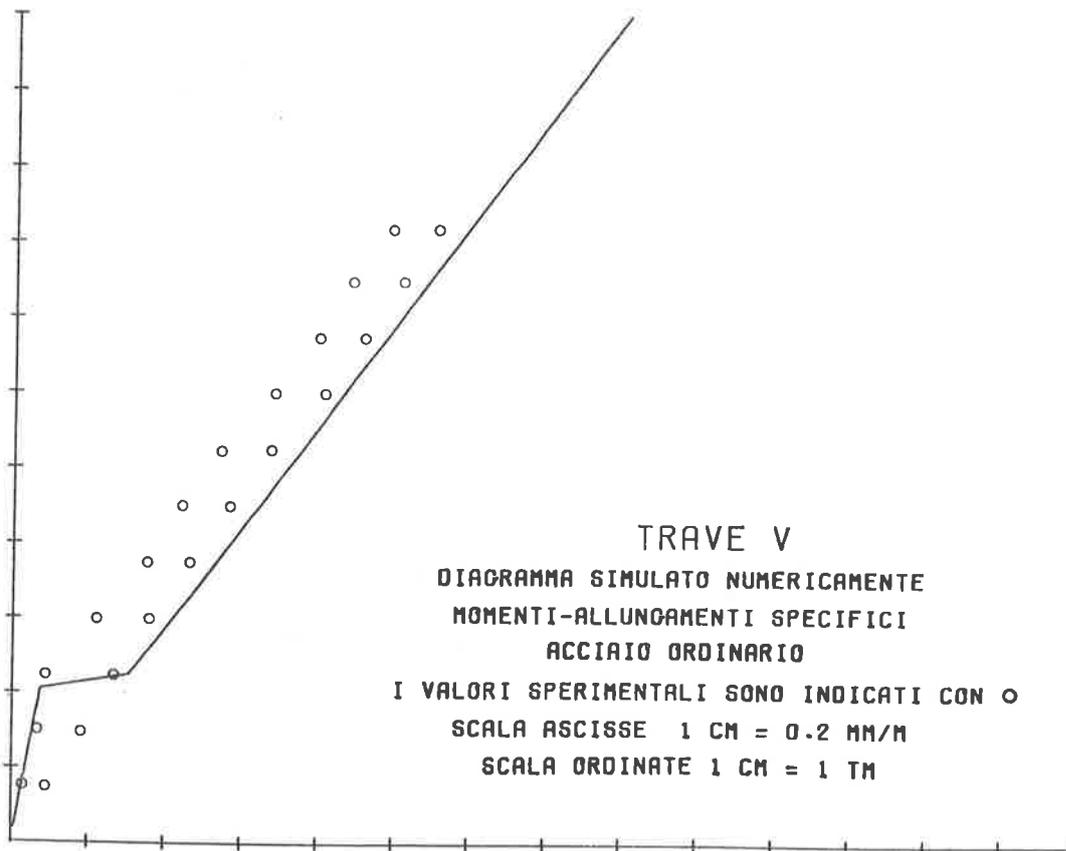


Fig. 19

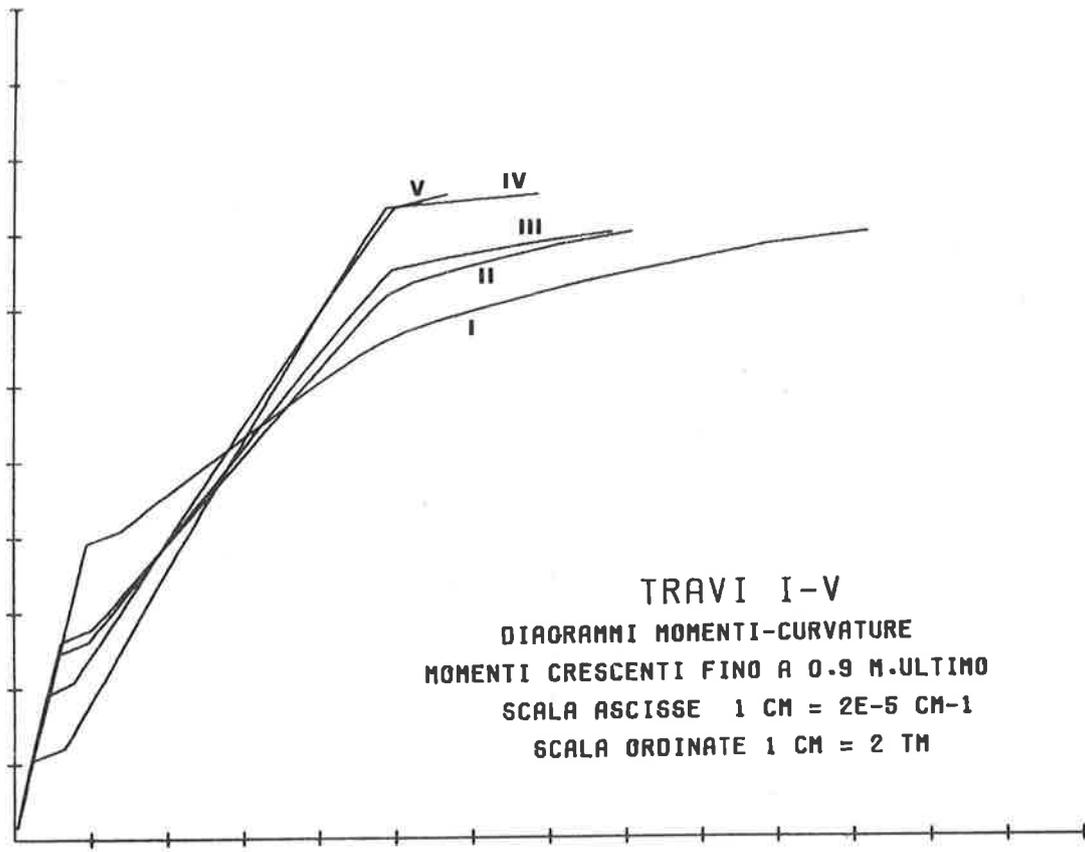


Fig. 20

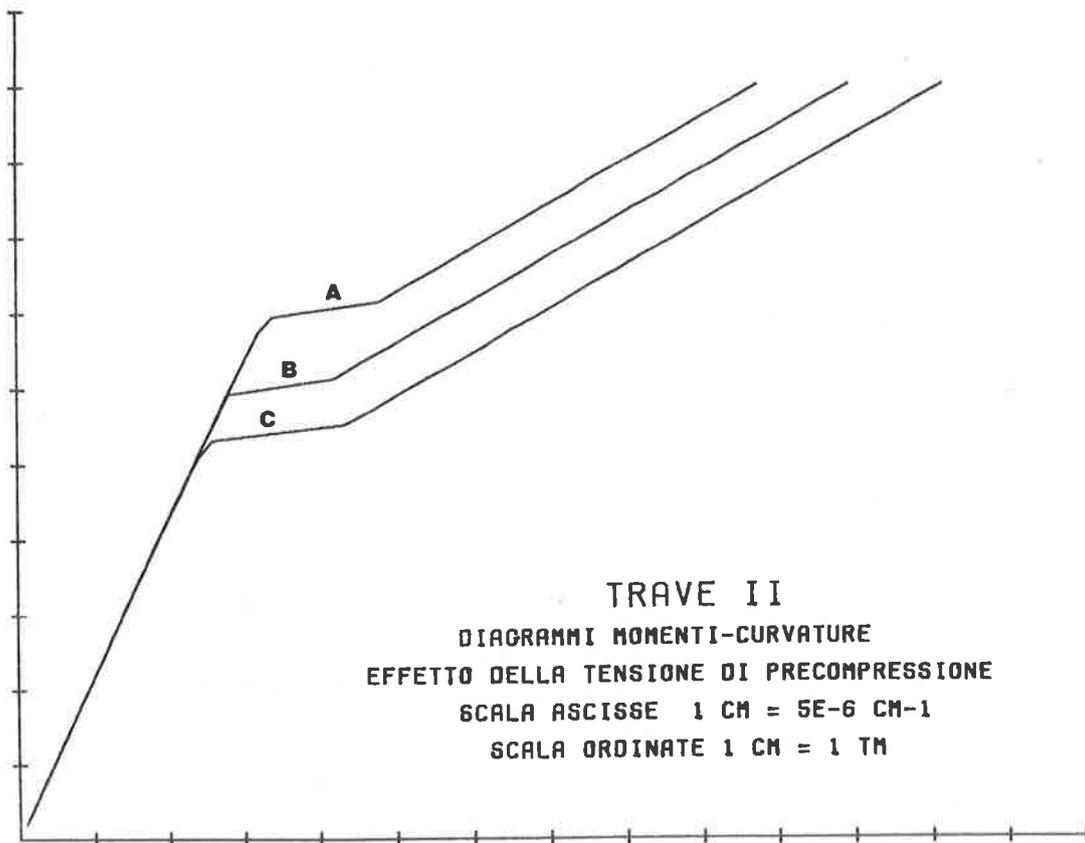


Fig. 21

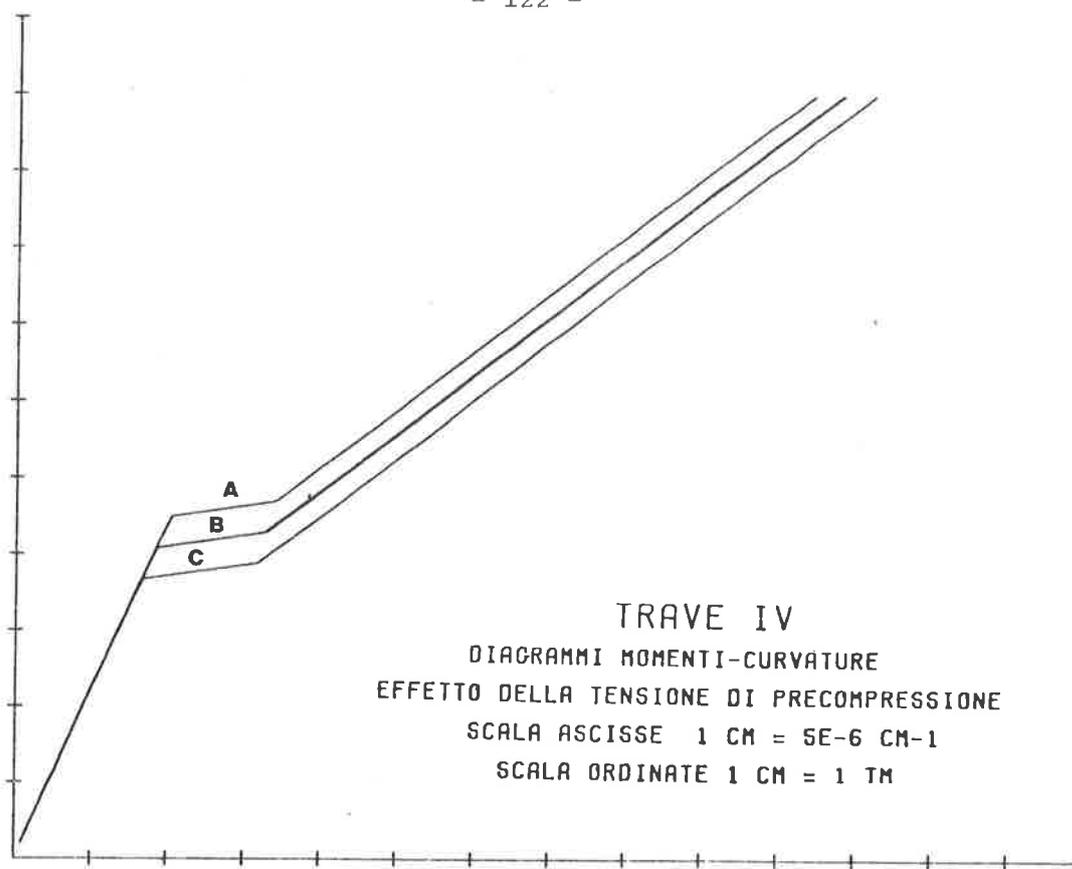


Fig. 22

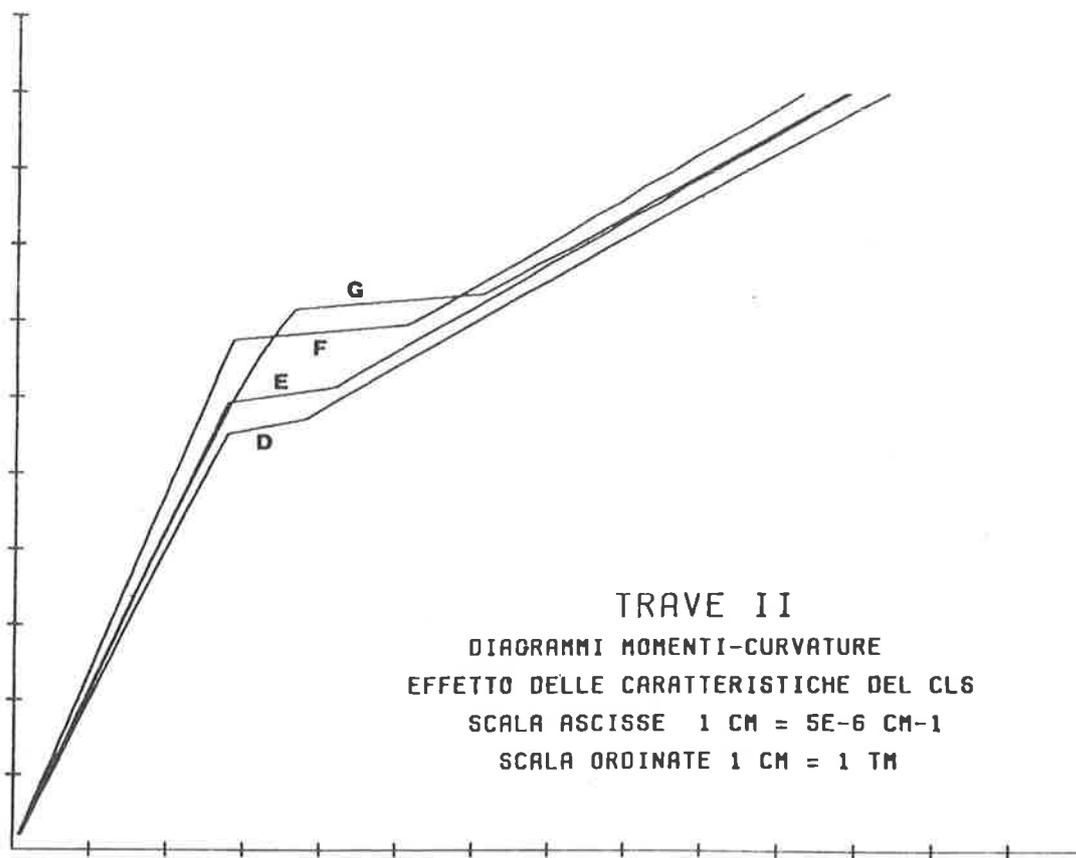


Fig. 23

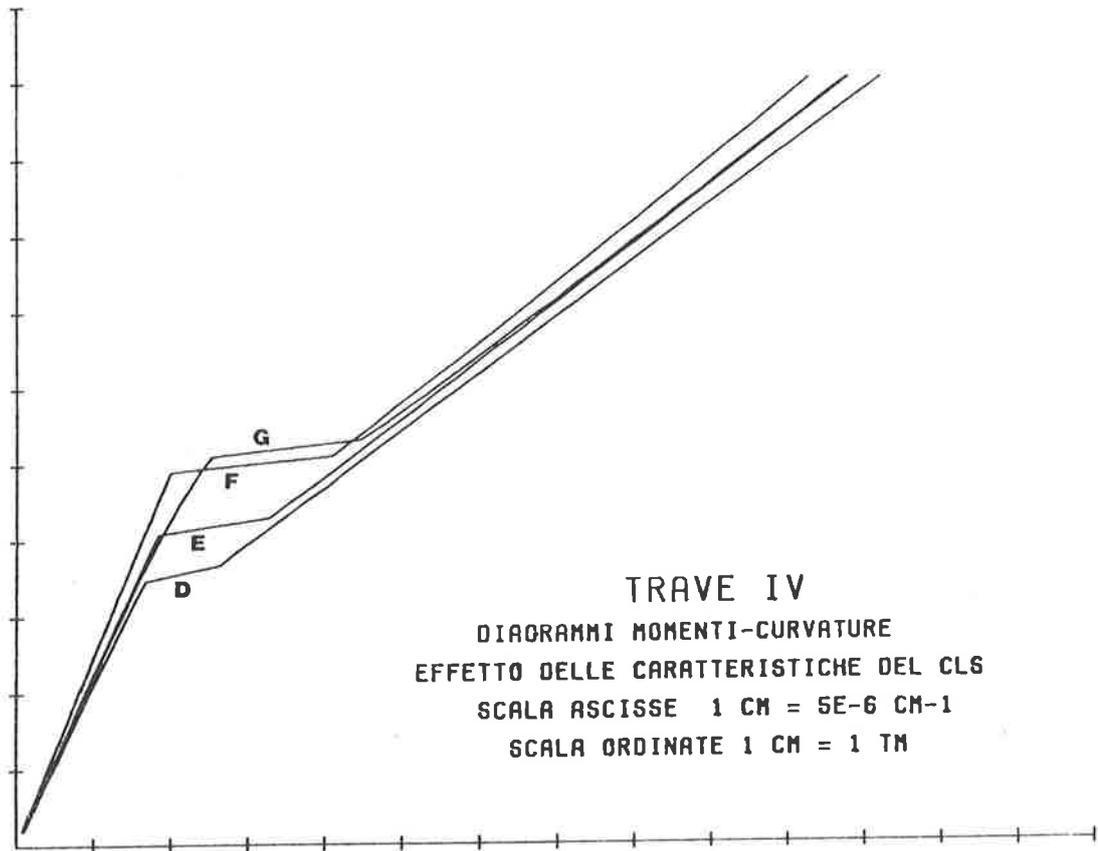


Fig. 24

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. CESTELLI GUIDI, E.F. RADOGNA "Contributo teorico sperimentale allo studio della precompressione parziale". Atti delle Giornate del Pre-compresso. Venezia, ottobre 1963.
- [2] BERICHT Nr 162 dell'E.M.P.A. Zurigo 1950: Rôts. M."Die material Technischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die Zukünftige Gestaltung der Stahlbetonbauweise".
- [3] LIN T.Y. "Design of Prestressed Concrete Structures" Wiles International Edition .
- [4] BERTERO V.V. "Seismic behaviour of structural linear elements (beams columns) and their connections". AICAP-CEB Symposium structural concrete under seismic actions. Rome May 1979 CEB Bullettin d'information n. 131 Avril 1979, pagg. 135-141.
- [5] AOYAMA H., NOGUCHI H. "Mechanical Properties of Concrete under load cycles idealizing seismic actions" CEB Bullettin d'information n. 131 Avril 1979, pagg. 31-44.
- [6] SARGIN, M. "Stress-strain Relationships for Concrete and the Analysis of Reinforced Concrete sections" Study N. 4, Solid Mech. Div. Univ. of Waterloo, Ont., Canada 1971.
- [7] CEB. FIP "Model Code for Concrete Structures" 1978.
- [8] KENT D.C. and PARK R. "Flexural Members with Confined Concrete" Journal of the Structural Division A.S.C.E. July 1971 vol. 97, N. ST7 pagg. 1969 - 1981.
- [9] INOMATA S. " A Theoretical Study on Section Ductility of Partially Prestressed Concrete" Proceedings of FIP Symposia on Partial Prestressing and Partial Construction in Prestressed and Reinforced Concrete Bucarest September 1980. pagg. 150-161.
- [10] KATO B. "Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic actions" CEB Bullettin d'information n. 131 Avril 1979, pagg. 7-27.
- [11] KATO B., AKIYAMA H. e YAMONOUCI N. "Predictable Properties of Material under Incremental Cyclic Loadings" Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads. IABSE, Lisbon, 1973.
- [12] R. DI MARCO "Mathematical modelling of R.C. and P.C members under non monotonic loading histories", in corso di pubblicazione.

- [13] FIP/5/3 Report on Prestressing Steel 1 Types and Properties, August 1976.
- [14] CEB Bulletin d'information n. 130 "Complements" on Code-Modele CEB-FIP 1978 (1^{er} Draft) Avril 1979, pag. 36.
- [15] E.F. RADOGNA, R. DI MARCO "Influenza del grado di precompressione sulle leggi momenti - curvature di sezioni di calcestruzzo armato ad armatura mista", in corso di pubblicazione.

TEMA A) PRECOMPRESSIONE PARZIALE
A2) APPLICAZIONI

Presidente di sessione: Giorgio MACCHI

Relazione generale: Giulio PIZZETTI

M E M O R I E

TITOLO :

L'IMPIEGO DEL CEMENTO ARMATO PARZIALMENTE PRECOMPRESSO
NELLE TRAVI D'IMPALCATO DEL VIADOTTO DI CORSO FRANCIA
A ROMA

AUTORE :

MARIO DESIDERI

L'IMPIEGO DEL CEMENTO ARMATO PARZIALMENTE PRECOMPRESSO
NELLE TRAVI D'IMPALCATO DEL VIADOTTO DI CORSO FRANCIA
A ROMA

MARIO DESIDERI

SOMMARIO :

Vengono illustrate le caratteristiche di progetto delle travi di impalcato del Viadotto di Corso Francia a Roma. E' in particolare illustrato un metodo di calcolo, già indicato da Carlo Cestelli-Guidi, per valutare gli effetti del momento flettente su di una sezione parzialmente precompressa. Viene pure illustrato un metodo di calcolo della sezione presso-inflessa in cemento armato ordinario.

SUMMARY :

The project characteristics of the Corso Francia Viaduc in Rome are illustrated in this report. In particular it is illustrated a calculation method, already indicated by Carlo Cestelli-Guidi, so as to evaluate the bending moment effects on a partially prestressed section. It is also illustrated a calculation method of combined compressive and bending stress in a reinforced concrete section.

Il viadotto di Corso Francia a Roma fu costruito tra il 1958 ed il 1960, su progetto di Pier Luigi Nervi. Chi scrive ebbe l'incarico dello studio statico.

I tratti rettilinei del viadotto risultano di campate a luce costante di 16 metri con un impalcato di travi prefabbricate con sezione a V, e solette anch'esse prefabbricate, collegate alle travi mediante getti di saldatura in opera.

Prima della esecuzione di questi getti si aveva dunque una fase del processo costruttivo, in cui le travi poste in opera restavano soggette sia al peso proprio, sia al peso delle solette, senza che fosse ancora possibile la collaborazione statica tra solette e travi.

Si pensò - conseguentemente - alla adozione di una precompressione parziale delle travi allo scopo di eliminarvi ogni sollecitazione di trazione nel conglomerato in tutte le fasi precedenti la solidarizzazione con le solette.

Si impiegarono, per questo, due cavi di precompressione del tipo Freyssinet per ogni travi prefabbricata a V. Ogni cavo è costituito da 12 tondini $\varnothing 7$ ed è in grado di fornire in esercizio uno sforzo di precompressione di circa 36 tonnellate; a un tasso di lavoro di 7800 Kg/cm². L'andamento dei cavi è rettilineo e la loro disposizione è simmetrica rispetto alla mezzera, ognuno avendo una lunghezza pari ai tre quarti circa della trave con un ancoraggio del tipo fisso, ad una estremità della trave, e un ancoraggio a cono Freyssinet all'altro estremo; la tesatura era effettuata dall'interno della trave, mentre essa ancora riposava sulla forma a terra.

Dalla fotografia della gabbia di armatura si rileva chiaramente la disposizione dei due cavi.

Una volta effettuati i getti di saldatura, la sezione resistente della trave risulta costituita da una soletta superiore ancora inerte e dalle anime della parte a V soggette a tensioni normali che hanno sempre carattere di compressione nel conglomerato con valore minimo di 5 Kg/cm². al bordo inferiore, e valore massimo di 33 Kg/cm². in corrispondenza all'attacco con la soletta superiore.

Con l'intervento del sovraccarico accidentale e della conseguente sollecitazione di flessione la sezione resistente dell'impalcato si parzializza; restando peraltro sempre totalmente compressa la soletta superiore.

E' proprio questa circostanza, ovviamente verificata "a posteriori", che rende possibile l'applicazione del metodo di calcolo appreso illustrato, e già indicato da Carlo Cestelli Guidi. ("Travi in c.a. ad elementi in diverso stato di coazione").

Prima che intervenga il momento flettente del sovraccarico si pensi di aggiungere - in corrispondenza della soletta - le tensioni normali occorrenti a completare in un unico diagramma trapezio il diagramma delle della sezione sottostante.

Queste tensioni normali fittizie - che andranno perciò successivamente eliminate - corrispondono a uno sforzo risultante N_s , da pensare agente sulla soletta, - resa indipendente dal resto, - lungo una ben individuata retta.

Se chiamiamo N_0 lo sforzo risultante (effettivo quest'ultimo) delle tensioni agenti sulla trave sottostante, sarà $N_f = N_0 + N_s$ lo sforzo fittizio corrispondente al diagramma trapezio completo delle tensioni σ . E sia f^* la retta di applicazione di N_f considerato agente sulla intera sezione trasversale.

Il momento flettente M che interviene sulla sezione solidarizzata, può pensarsi equivalente ad una coppia di forze perpendicolari alla sezione, di intensità N_f e braccio $= \frac{M}{N_f}$.

Delle due forze l'una ha carattere di trazione e l'altra di compressione rispetto alla sezione. Si può in particolare pensare la forza di trazione applicata lungo la retta f^* e la forza di compressione applicata di conseguenza, con una ben determinata eccentricità rispetto al baricentro dell'intera sezione.

L'effetto della forza di trazione è allora quello di annullare esattamente il preesistente sforzo normale N_f , azzerandone il relativo diagramma delle tensioni normali. Resta soltanto da valutare l'effetto della forza di compressione eccentrica, che può essere calcolato come in tutti i casi di sezione pressoinflessa in cemento armato ordinario. Una volta individuato il diagramma delle tensioni normali sulla sezione parzializzata, restano da sottrarre le tensioni normali che erano state preliminarmente aggiunte in corrispondenza alla soletta - e controllare che questa risulti in definitiva ancora tutta compressa.

Per quanto attiene alla verifica a pressoflessione, lo scrivente ha anche messo a punto un metodo di calcolo di impiego particolarmente rapido, per tutte le sezioni di forma qualsiasi purchè simmetrica rispetto all'asse di sollecitazione.

Si ricorda preliminarmente che nella sollecitazione di pressoflessione risulta nullo il momento centrifugo della sezione reagente rispetto all'asse neutro e alla parallela a questo per il centro di pressione.

Cioè
$$\int_{A^*} uv \, dA = 0$$

essendo A^* l'area reagente, u la distanza del suo generico elemento dall'asse neutro e v la distanza dalla parallela all'asse neutro per il centro di pressione. Se si chiama "C" questa ultima retta e si indica $dS = v \, dA$, il momento statico del generico elemento d'area rispetto alla retta "C", la proprietà sopra ricordata può anche esprimersi mediante la

$$\int_{A^*} u \, dS = 0$$

Quest'ultima esprime che - sulla sezione reagente A^* - le quantità dS hanno momento statico complessivo nullo rispetto all'asse neutro. Questo può essere perciò individuato ricercando il baricentro delle quantità dS .

Si esprime per questo la proprietà dei momenti statici rispetto al lembo compresso della sezione. Cioè
$$Y \int_{A^*} dS = \int_{A^*} y \, dS$$

nella quale Y è la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso, e y è la distanza del generico elemento d'area dallo stesso lembo.

Passando dagli integrali alle sommatorie risulta cioè :

$$Y = \frac{\sum y_i \Delta S_i}{\sum \Delta S_i} = \frac{\sum y_i v_i \Delta A_i}{\sum v_i \Delta A_i}$$

Poichè le sommatorie vanno estese soltanto alla parte di sezione reagente, che è incognita, il calcolo numerico va condotto in modo opportuno.

Si divide l'area in striscie perpendicolari all'asse di sollecitazione, di spessore sufficientemente piccolo (non più di un ventesimo dell'altezza complessiva della sezione) e si valutano separatamente le aree equivalenti alle diverse armature metalliche.

Si costruisce quindi la tabella appresso riportata in cui di ogni area parziale ΔA_i è indicata sia la distanza y_i , sia la distanza v_i , e sono calcolate le quantità $v_i \Delta A_i$ e $y_i \Delta A_i$.

Vengono inserite per prime tutte le aree equivalenti alle armature metalliche - che certamente appartengono alla sezione reagente - poi le aree delle striscie di conglomerato a partire dal lembo compresso. Per ogni nuova striscia aggiunta si calcolano anche le somme parziali $\sum v_i \Delta A_i$ e $\sum y_i v_i \Delta A_i$; il rapporto tra questi due valori fornisce la distanza dal lembo compresso del baricentro delle quantità ΔS_i fino a quel punto prese in considerazione.

Per la presenza delle armature metalliche in zona tesa, il rapporto tra le somme parziali risulta inizialmente maggiore della distanza y_i dell'ultima striscia considerata.

A mano a mano che si procede nel calcolo, il valore del rapporto si abbassa avvicinandosi al valore di y_i dell'ultima striscia considerata. Il calcolo va ovviamente arrestato quando la differenza tra i due valori è inferiore allo spessore delle striscie ΔA_i .

A questo punto il rapporto tra le due somme parziali fornisce il valore da assumere come distanza Y dell'asse neutro.

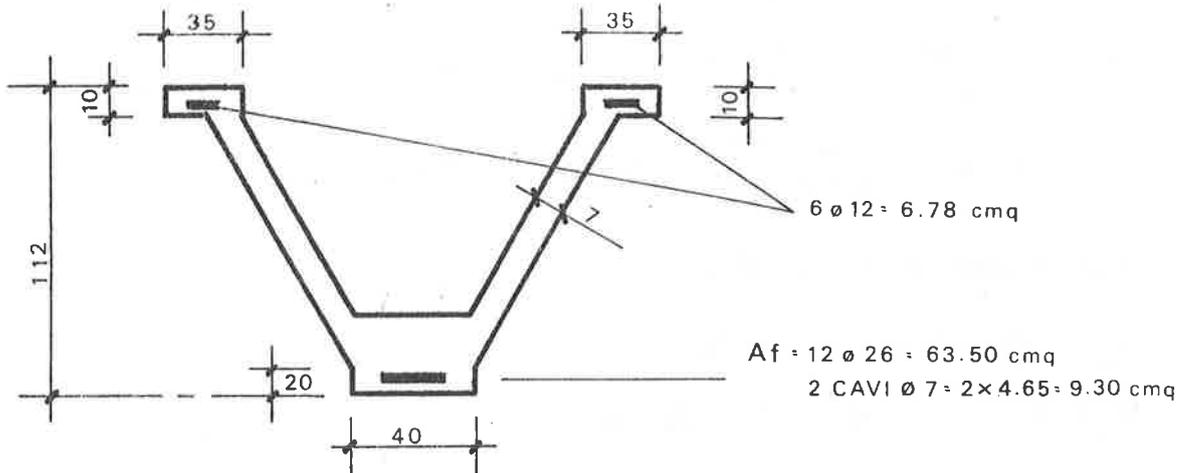
Si individuano le distanze delle aree parziali dall'asse neutro, - $s_i = Y - y_i$, e si calcola il momento statico della sezione reagente rispetto all'asse neutro

$$S_x = \sum s_i \Delta A_i .$$

I calcoli appresso riportati si riferiscono alle travi esterne dell'impalcato, che risultano le più sollecitate.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE IN MEZZERIA

Trave prefabbricata



DISTANZA DEL BARICENTRO DAL LEMBO SUPERIORE

$$d_o = 57,54 \text{ cm.}$$

MOMENTO D'INERZIA BARICENTRICO

$$I = 6.289.616 \text{ cm}^4.$$

ARMATURE PRETESE :

Per ogni trave sono adottati due cavi, ognuno costituito da 12 tondini $\varnothing 7$, che all'atto del tesaggio forniscono uno sforzo complessivo di $2 \times 44.000 = 88.000 \text{ Kg}$. (con una tensione unitaria di circa 9.500 Kg/cm^2).

TESAGGIO DEI CAVI :

$$N = 9.500 \times 9,30 = 88.000 \text{ Kg.}$$

eccentricità rispetto al baricentro :

$$e = 112 + 57,54 - 7 = 47,46 \text{ cm.}$$

momento flettente corrispondente :

$$M_o = 88.000 \times 47,46 = 4.180.000 \text{ Kg/cm.}$$

Momento in mezzeria per effetto del peso e della tesatura cavi :

$$2.750.000 - 4.180.000 = 1.430.000 \text{ Kg/cm.}$$

Al lembo superiore e inferiore della trave le sollecitazioni sono perciò :

$$\sigma' = \frac{88.000}{3.863} - \frac{1.430.000}{6.289.616} \cdot 57,54 = 22,80 - 13,10 = 9,70 \text{ Kg/cmq.}$$

$$\sigma'' = 22,80 + \frac{1.430.000}{6.289.616} \cdot 54,46 = 35,20 \text{ Kg/cmq.}$$

Dopo le cadute di tensione si ha :

$$N_o = 7.800 \times 9,30 = 72.500 \text{ Kg.}$$

$$M_o = 72.500 \times 47,46 = 3.450.000 \text{ Kgm.}$$

E quindi in mezzeria :

$$M = 3.450.000 - 2.750.000 = 700.000 \text{ Kgm.}$$

$$\sigma' = \frac{72.500}{3.863} - \frac{700.000}{6.289.616} \cdot 57,54 = 18,80 - 6,40 = 12,40 \text{ Kg/cmq.}$$

$$\sigma'' = 18,80 + \frac{700.000}{6.289.616} \cdot 54,46 = 24,90 = 24,90 \text{ Kg/cmq.}$$

Per quanto riguarda la sezione di estremità della trave, poichè vi si ha un solo cavo preteso, le sollecitazioni da esso indotte, sono (all'atto del tesaggio) :

$$N_o = 44.000 \text{ Kg.}$$

$$M_o = 44.000 \times 47,46 = 2.085.000 \text{ KgXcm.}$$

E le sollecitazioni ai lembi :

$$\bar{\sigma}' = \frac{44.000}{3.863} - \frac{2.085.000}{6.289.616} \cdot 57,54 = 11,40 - 19,10 = -7,70 \text{ Kg/cmq.}$$

$$\bar{\sigma}'' = 11,40 + \frac{2.085.000}{6.289.616} \cdot 54,46 = 29,50 \text{ Kg/cmq.}$$

2^a FASE :

ESECUZIONE DELLA SOLETTA DI IMPALCATO

All'atto della esecuzione della soletta la sezione resistente delle travi è ancora la stessa che nella fase 1a.

Aggiungendosi il peso della soletta ($375 \times 2,00 = 750 \text{ Kg/ml.}$) il nuovo momento flettente in mezzeria)

$$M = \frac{1}{8} 750 \times 15,50^2 = 22.600 \text{ Kgm.}$$

provoca ulteriori tensioni

$$\Delta\sigma^I = \frac{22.600.000}{6.289.616} \cdot 57,54 = 20,60 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$\Delta\sigma^{II} = \frac{22.600.000}{6.289.616} \cdot 54,46 = - 19,50 \text{ Kg/cm}^2.$$

E le sollecitazioni complessive divengono :

$$\sigma^I = 12,40 + 20,60 = 33 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$\sigma^{II} = 24,90 - 19,50 = + 5,40 \text{ Kg/cm}^2.$$

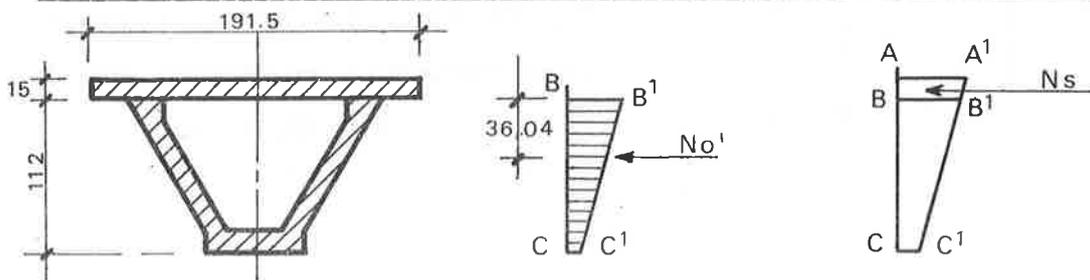
Si nota per inciso che questo diagramma (BB' C'C in fig.) equivale a quello di pressoflessione provocato da una unica forza :

$$N_o = 72.500 \text{ agente a cm. } 21,50$$

sopra il baricentro, cioè a 36,04 cm. sotto il bordo della trave prefabbricata.

3^a FASE

INTERVENTO DEL SOVRACCARICO SULLA TOTALE SEZIONE REAGENTE



Poichè il gradiente del diagramma BB' C'C è $K = \frac{33 - 5,40}{112} = 0,247$

Kg/cm^3 , sulla soletta le tensioni normali da aggiungere devono passare da 33 a $33 + 0,247 \times 15 = 36,70 \text{ Kg/cm}^2$.

Indicando allora con

$N_f = N_o + N_s$ lo sforzo totale di pressione eccentrica corrispondente al diagramma di tensione AA' B'C'CA sulla intera sezione reagente (trave + soletta), si ha :

$$N_s = \frac{33 + 36,70}{2} \times 191,5 \times 15 = 100.000 \text{ Kg.}$$

posto a una distanza dal bari-

centro della soletta tale che sia

$$\frac{N_s \cdot e_s}{I} = 1,85 \text{ Kg/cm}^2$$

cioè a 0,13 cm. dal baricentro della soletta.

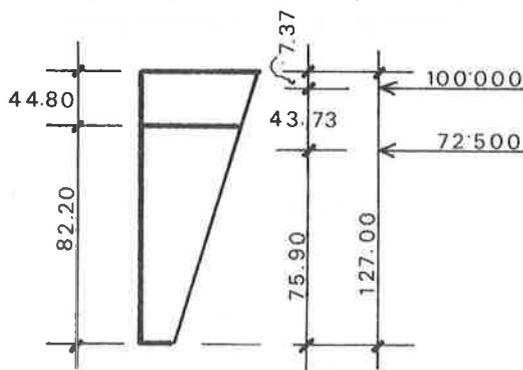
DISTANZA DAL LEMBO SUPERIORE DEL BARICENTRO SEZIONE TOTALE

$$d'_G = 44,80$$

Momento d'inerzia baricentrico :

$$I = 13.330.000 \text{ cm}^4$$

La tensione varia sulla sezione totale da 5,40 Kg/cm^2 al lembo inferiore a 36,70 Kg/cm^2 al lembo superiore, con valore di



$$\frac{36,70 - 5,40}{127} \times 82,20 + 5,40 = 25,60$$

Kg/cm^2 in corrispondenza del baricentro. La risultante fittizia

$N_f = N_o + N_s = 172.500 \text{ Kg.}$ va pensata allora applicata a una distanza sopra il baricentro $e_f = 19,10 \text{ cm.}$

Infatti con tale eccentricità le tensioni ai lembi, superiore e inferiore riuscirebbero proprio :

$$\sigma_s = 25,60 + \frac{172.500 \times 19,10}{13.330.000} \cdot 44,80 = 36,70 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$\sigma_i = 25,60 - \frac{172.500 \times 19,10}{13.330.000} \cdot 82,20 = 5,40 \text{ Kg/cm}^2.$$

TRAVE ESTERNA DI IMPALCATO

Il massimo momento flettente, per effetto della massicciata, della folla sul marciapiede e del sovraccarico accidentale è $M_S = 150.200 \text{ Kgm}$.

Il braccio della coppia da considerare risulta perciò :

$$b = \frac{M_s}{N_f} = \frac{150.200}{172.500} = 0,87 = 87 \text{ cm.}$$

Per effetto del momento M_S e della preesistente pressione normale fittizia N_f ci si riduce a una sollecitazione di sforzo normale eccentrico con eccentricità :

$$e = b + e_f = 87,00 + 19,10 = 106,10 \text{ cm.}$$

sopra al baricentro della sezione totale.

Corrispondentemente la sezione totale può essere calcolata come una ordinaria sezione in C.A. soggetta a pressoflessione con

$$N = N_f = 172.000 \text{ Kg.}$$

$$e = 106,10 \text{ cm.}$$

Il calcolo viene condotto con il metodo già illustrato, e viene compilata la tabella che segue

A_i	y_i	v_i	$A_i v_i$	$\sum A_i v_i$	$A_i v_i y_i$	$\sum A_i v_i y_i$	$\frac{\sum A_i v_i y_i}{\sum v_i}$	s_i	s_x
582	122,00	193,10	112.384	112.384	13.710.872	13.710.872	122	- 81,30	- 47.316
1.436	3,75	74,85	107.484	219.868	403.067	14.113.939	64	36,95	53.060
1.436	11,25	82,35	118.254	338.122	1.330.364	15.444.303	46	29,45	43.103
350	17,50	88,60	31.010	369.132	542.675	15.986.978	43	23,20	8.120
350	22,50	93,60	32.760	401.892	737.100	16.724.078	42	18,20	6.370
175	27,50	98,60	17.255	419.147	474.512	17.198.590	41	13,20	2.310
145	32,50	103,60	15.022	434.169	488.215	17.686.805	40,7	8,20	1.189
100	37,50	108,60	10.860	445.029	407.250	18.094.055	40,65	3,20	320
80	42,50	113,60	9.088	454.117	386.240	18.480.295	40,70		

$S_x = 67.156$

Dalle colonne contrassegnate con \sum' e y_i si deduce che l'asse neutro si ha per $y = 40,7$ cm. Infatti (ultima riga) risulta :

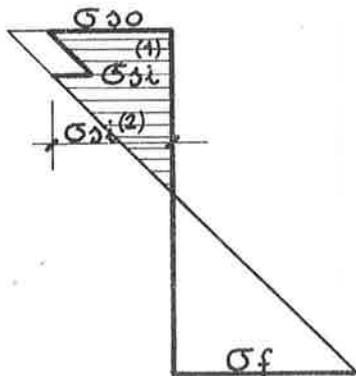
$$Y = \frac{18.480.296}{454.117} = 40,70 \text{ cm.}$$

Nelle ultime due colonne della stessa tabella è stato condotto il calcolo del momento statico della sezione reagente.

Risulta :

$$S_x = \sum A_i s_i = 67.156 \text{ cm}^3$$

Di conseguenza, tenendo anche conto che nella soletta vanno detratte le sollecitazioni relative alla compressione fittizia N_f si hanno le tensioni unitarie di cui allo schema :

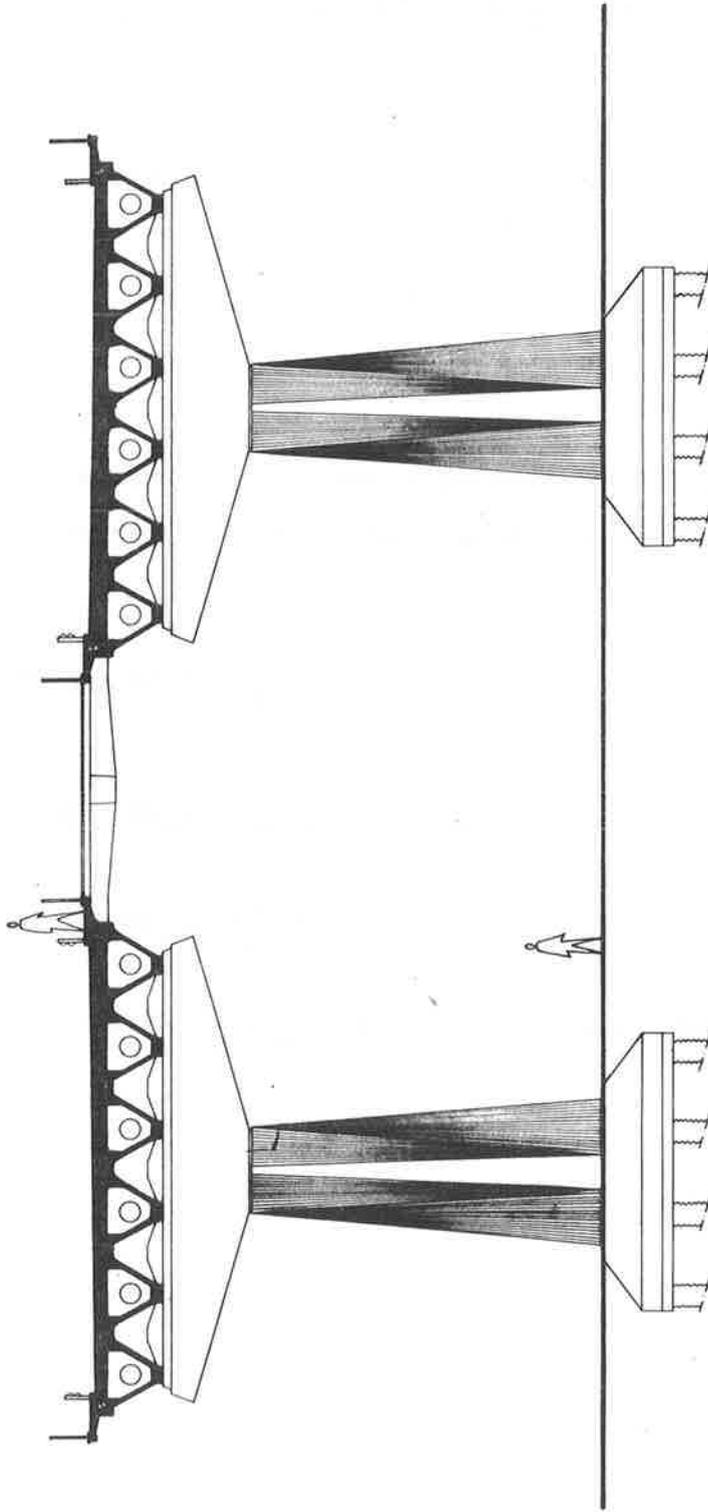


$$\sigma_{s,o} = \frac{172.500}{67.156} 40,70 - 36,70 = 68 \text{ Kg/cmq.}$$

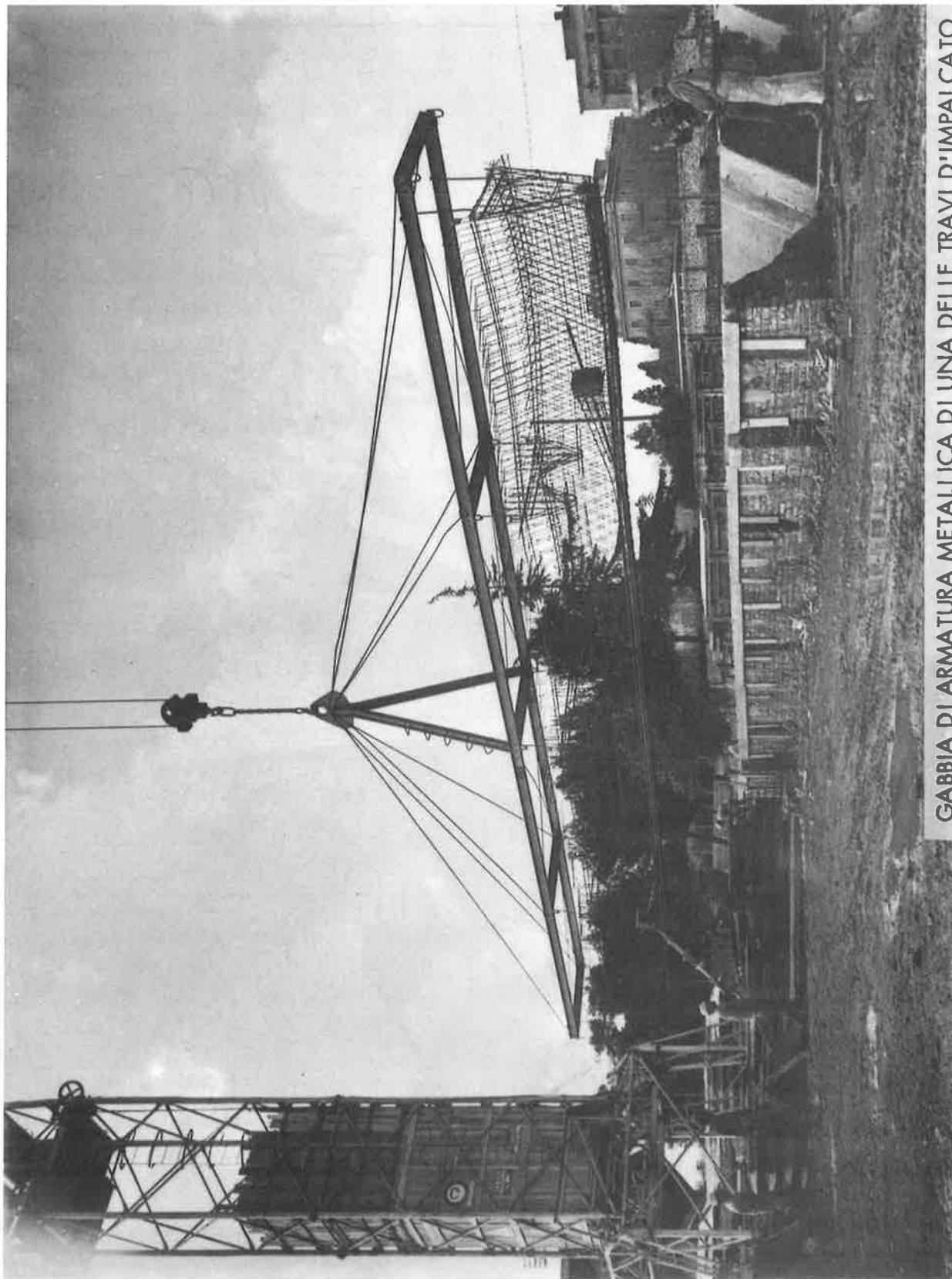
$$\sigma_{s,i}^{(1)} = \frac{172.500}{67.156} 25,70 - 33 = 33 \text{ Kg/cmq.}$$

$$\sigma_{s,i}^{(2)} = \frac{172.500}{67.156} 25,70 = 66 \text{ Kg/cmq.}$$

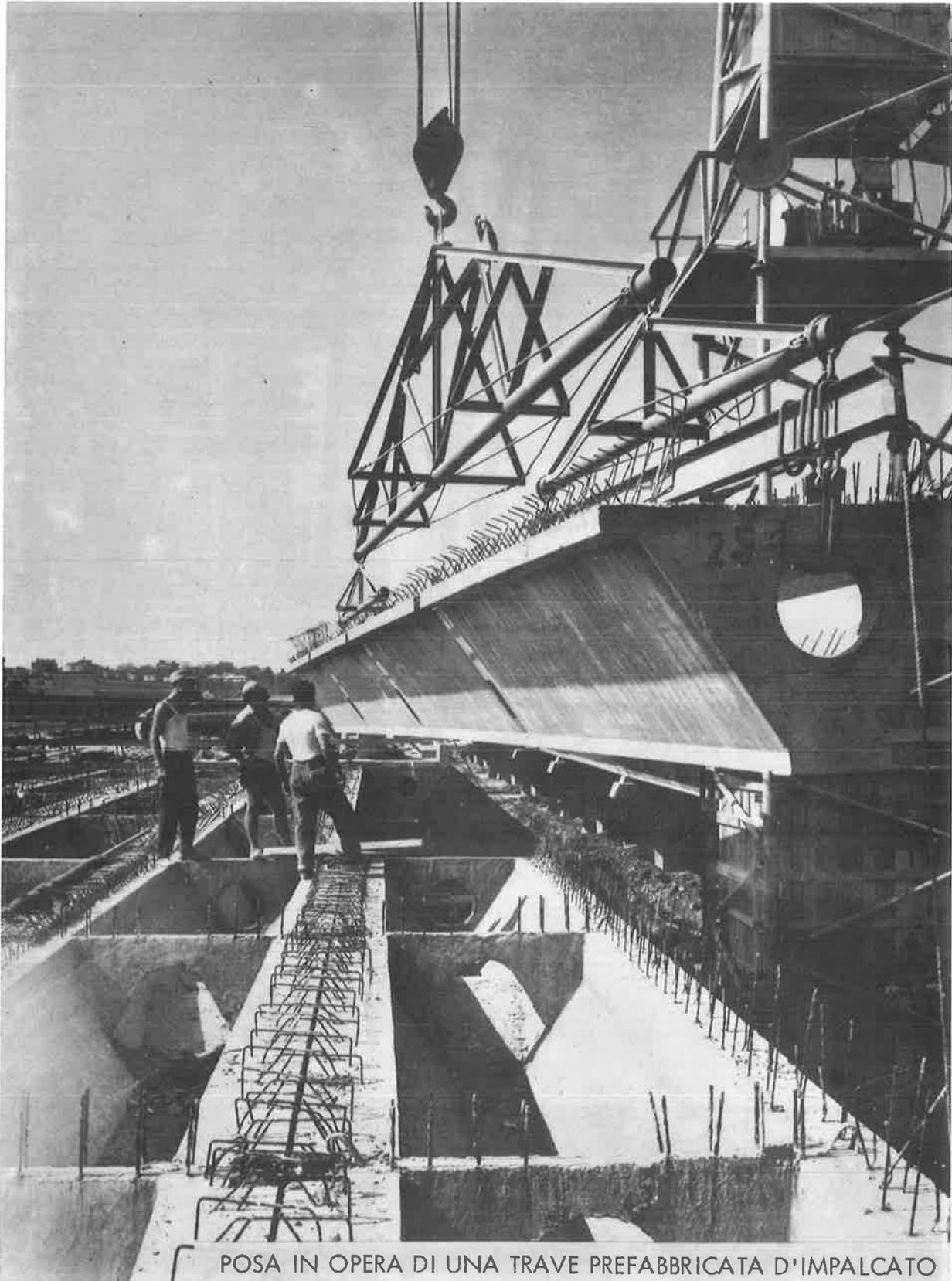
$$\sigma_f = 8 \frac{172.500}{67.156} 81,30 = 1.680 \text{ Kg/cmq.}$$



SEZIONE TRASVERSALE DEL VIADOTTO



GABBIA DI ARMATURA METALLICA DI UNA DELLE TRAVI D'IMPALCATO



POSA IN OPERA DI UNA TRAVE PREFABBRICATA D'IMPALCATO

TITOLO :

SUL COMPORTAMENTO IN ESERCIZIO DI IMPALCATI
DA PONTE AUTOSTRADALI

AUTORI :

DANTE GALEOTA

MATTEO M. GIAMMATTEO

Istituto di Scienza delle Costruzioni - Facoltà di Ingegneria
Università dell'Aquila

SALVATORE PERINETTI

A.N.A.S. - Compartimento dell'Aquila

SUL COMPORTAMENTO IN ESERCIZIO DI IMPALCATI
DA PONTE AUTOSTRADALI

DANTE GALEOTA MATTEO M. GIAMMATTEO SALVATORE PERINETTI

Sommario: Si riportano i risultati di una indagine statistica sul comportamento in esercizio di 646 campate di viadotti delle autostrade A24 e A25, realizzati in c.a e c.a.p.

Summary: The results of a statistical survey on the behaviour, under service loads, of 646 simply supported spans of highway bridges in reinforced and prestressed concrete are presented.

PREMESSA

Nella Normativa Italiana sulle opere in c.a. e c.a.p. è stato di recente introdotto, accanto al metodo delle tensioni ammissibili, quello delle verifiche agli stati limite, ed in particolare quello allo stato limite di deformazione.

E' possibile ottenere informazioni utili alla applicazione di tale stato limite sottoponendo le strutture a prove di carico, atte a riprodurre il loro comportamento sotto i carichi di progetto.

In tale ambito l'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria dell'Università dell'Aquila ha curato nel corso degli ultimi dieci anni l'esecuzione di numerose prove di carico statico su una interessante categoria di strutture, quali gli impalcati da ponte delle autostrade A24 e A25.

L'oggetto di questa nota è l'esame dei risultati di parte di tali prove, fatto allo scopo di trarne indicazioni sul comportamento in esercizio di alcune tra le più ricorrenti categorie di impalcati.

DESCRIZIONE DELLE OPERE

Lungo il tracciato delle autostrade A24 e A25, che sviluppa nei tratti realizzati all'incirca 300 Km, compresi per lo più in zone montuose, sono inseriti numerosi viadotti, costruiti con diverse tipologie e diversi schemi statici.

In questa prima indagine sono state prese in considerazione opere, realizzate secondo lo schema di trave appoggiata, che rientrano nelle seguenti categorie (v. fig. 1):

- a) solettoni in cemento armato ordinario con luce di calcolo pari a 12 m (99 campate);
- b) solettoni come a) con luce di calcolo pari a 24 m (100 campate);
- c) impalcati a 4 nervature prefabbricate in cemento armato precompresso, con soletta gettata in opera (in alcuni casi prefabbricata) in cemento armato ordinario, con luce di calcolo pari a 28 m (122 campate);
- d) impalcati come c) con luce di calcolo pari a 40 m (112 campate);
- e) cassoni monocellulari gettati in opera in cemento armato a sezione interamente precompressa, con la luce di calcolo pari a 32,5 m (106 campate);
- f) cassoni come e) con luce di calcolo pari a 37,5 m (107 campate).

Complessivamente sono state considerate 646 campate per uno sviluppo di circa 19 Km di viadotti.

La scelta è stata fatta con l'intento di esaminare ipotesi di comportamento che vanno dalla sezione parzializzata a quella interamente precompressa, sotto l'azione dei carichi di esercizio.

ELABORAZIONE DEI DATI

La quantità dei dati disponibili ha consentito di svolgere valutazioni statistiche relativamente a caratteristiche quali le frecce medie, i moduli elastici apparenti, l'effetto della ripartizione trasversale dei carichi,

Luce (m)		SEZIONE TRASVERSALE IMPALCATO TIPO					Campioni	Impalcato	Trasversi	Appoggi
a	12						99	c.a.o.	2	Piastre di piombo antimoniato
b	24						100	c.a.o.	2	idem c.s.
c	28						122	c.a.p.	3-5	metallici tipo cerniera pendolo
d	40						112	c.a.p.	5 precompressi	idem c.s.
e	32.5						106	c.a.p.	2	idem c.s. tipo cerniera carrello
f	37.5						107			

Fig. 1

l'entità dei carichi di collaudo, alla luce della Normativa vigente all'epoca delle prove e di quella attuale.

Frecce medie. Per poter confrontare dati relativi ad opere appartenenti ad una stessa tipologia, ma provate separatamente a diversi livelli di carico di collaudo, è stato adottato il criterio di normalizzare i valori relativamente al massimo tra i carichi realizzati, moltiplicando ciascuna freccia media per il rapporto tra tale carico massimo e quello che l'ha prodotta. Questo procedimento è in certa misura criticabile, in particolare per la tipologia in c.a.o., in quanto l'extrapolazione lineare non tiene conto in maniera perfetta del reale comportamento della struttura; l'approssimazione è peraltro accettabile, essendo il campo di variabilità dei carichi di collaudo abbastanza ristretto.

Moduli elastici apparenti. Sono stati dedotti a partire dalle frecce medie, considerando i momenti d'inerzia delle sezioni interamente reagenti.

Ripartizione trasversale dei carichi. Per gli impalcati realizzati con solette e per quelli a nervature si è adottato, in prima approssimazione, il metodo del trasverso infinitamente rigido; per gli impalcati a cassone, fatta l'ipotesi di conservazione della forma della sezione, la ripartizione trasversale è stata effettuata tenendo conto della rotazione rigida per torsione.

Entità dei carichi di collaudo. Il confronto tra carichi di collaudo e carichi di progetto è stato effettuato sulla base dei rapporti tra i momenti flettenti massimi M_c realizzati nel corso delle prove e i momenti flettenti massimi di progetto M_p .

Il confronto è stato esteso ai momenti flettenti ottenuti adottando l'attuale Normativa sui carichi per i ponti.

Elaborazioni statistiche. Sulla base dei dati relativi alle frecce medie e ai moduli elastici apparenti sono stati ricavati degli istogrammi sperimentali, dai quali sono stati dedotti, allo scopo di formulare un modello di distribuzione teorica, i parametri delle distribuzioni statistiche, quali la media, lo scarto quadratico medio, la asimmetria.

Limitata la scelta di tale modello alle distribuzioni normale e log-normale, che sono quelle di uso più semplice e più ricorrente nell'ambito di problemi di ingegneria strutturale, se ne è valutata la bontà mediante test di significatività del χ^2 e di Kolmogorov-Smirnov.

RISULTATI

Nelle figure da 2 a 7 sono riportati i risultati delle elaborazioni relative alle frecce medie per i vari tipi di impalcati. Con linea tratteggiata è indicato l'istogramma del modello teorico adottato, sovrapposto a quello sperimentale, riportato a linea continua; sulla figura è indicato il valore del test χ^2 ; accanto all'istogramma compare il criterio di Kolmogorov-Smirnov in forma grafica, con un livello di significatività del 5%; la linea retta indica il modello teorico adottato, mentre con linea tratteggiata è rappresentato per confronto un modello alternativo.

SOLETTONI

L	= 12 m	$\bar{\delta}$	= 2,25 mm
n_c	= 99	$s(\delta)$	= 0,937 mm
M_c	= 2394 kNm	asimm	= 0,375
M_p	= 2510 kNm	χ^2	= 56,151
δ_p	= 2.11 mm		

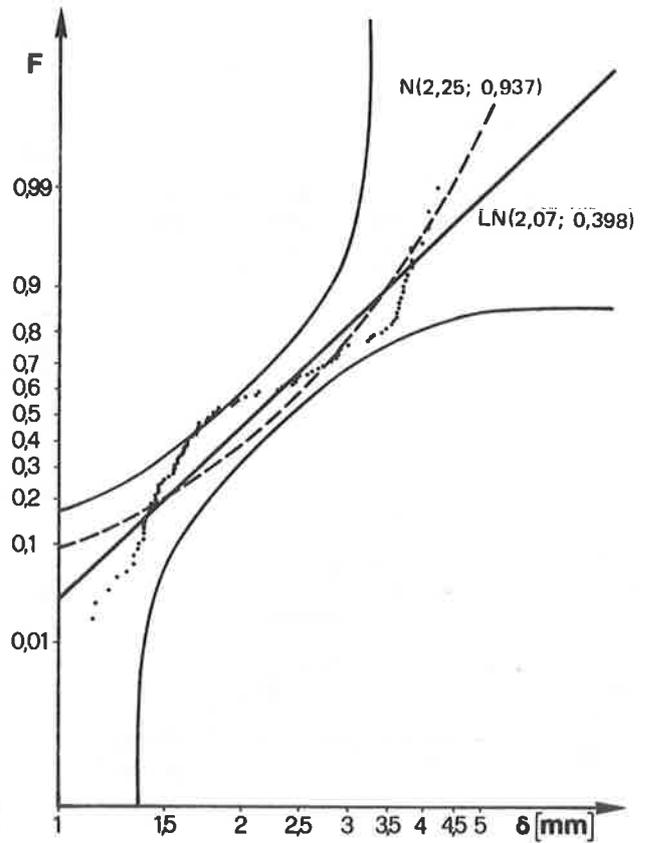
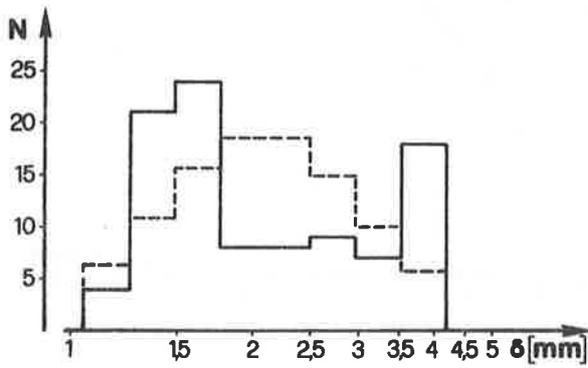


Fig. 2

SOLETTONI

L	= 24m	$\bar{\delta}$	= 10,14 mm
n_c	= 100	$s(\delta)$	= 2,16 mm
M_c	= 7662 kNm	asimm	= 0,373
M_p	= 7465 kNm	χ^2	= 23,434
δ_p	= 7.20 mm		

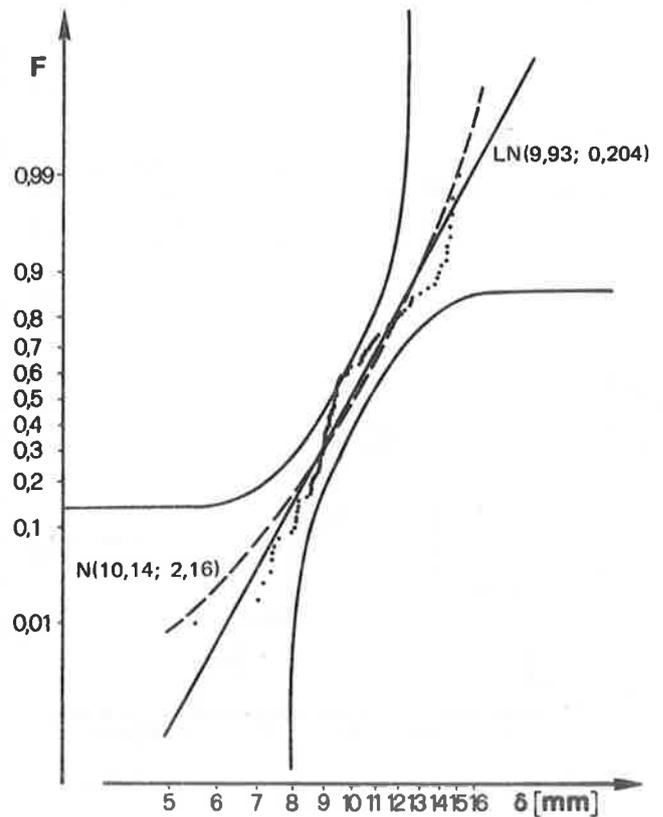
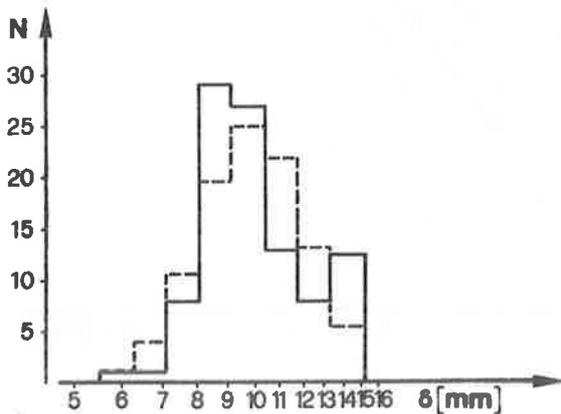


Fig. 3

NERVATURE

L	= 28 m	$\bar{\delta}$	= 10,78
n_c	= 122	$s(\delta)$	= 1,099 mm
M_c	= 9888 kNm	asymm	= 0,164 mm
M_p	= 9761 kNm	χ^2	= 14,95 mm
δ_p	= 11,17 mm		

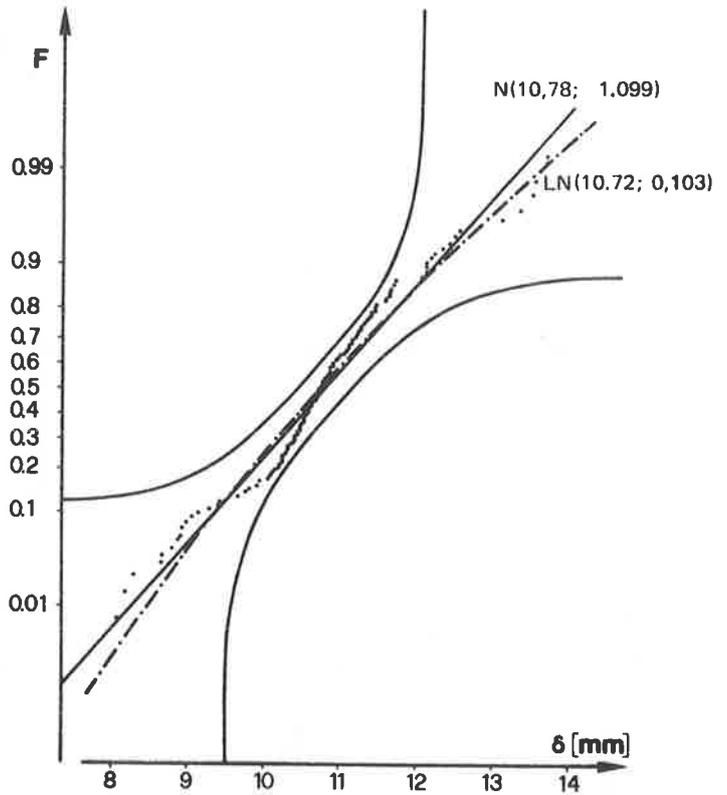
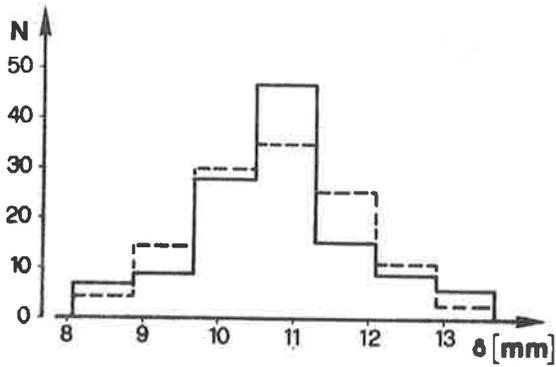


Fig. 4

NERVATURE

L	= 40 m	$\bar{\delta}$	= 15,59 mm
n_c	= 112	$s(\delta)$	= 1,024 mm
M_c	= 15304 kNm	asymm	= -0,087
M_p	= 18855 kNm	χ^2	= 3,521
δ_p	= 18,11 mm		

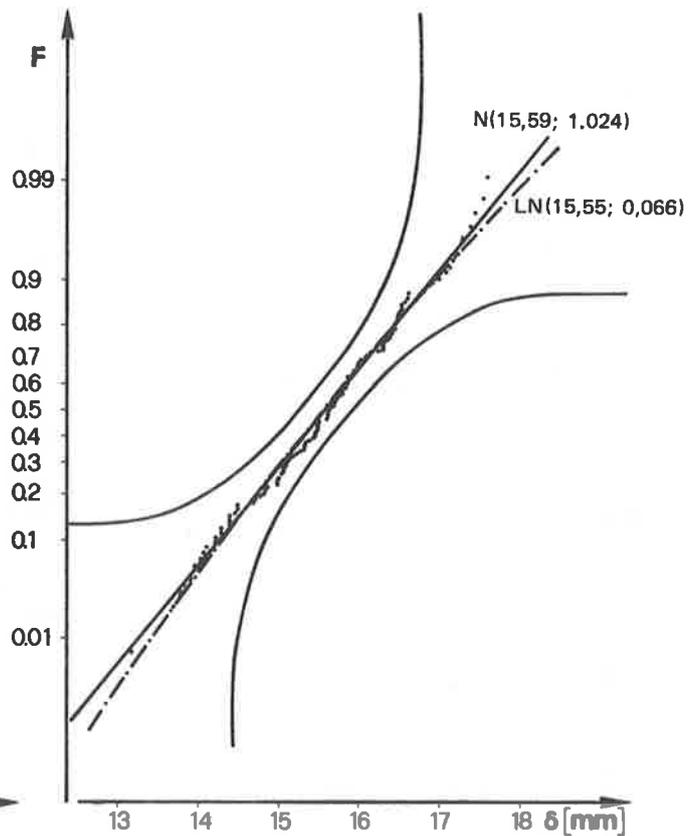
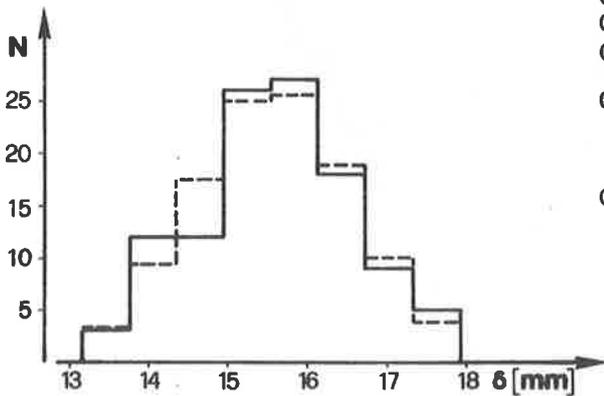


Fig. 5

CASSONI

L	=	32,5 m	$\bar{\delta}$	=	17,24 mm
n_c	=	106	$s(\delta)$	=	1,332 mm
M_c	=	12753 kNm	asymm	=	-0,031
M_p	=	13430 kNm	χ^2	=	2,182
δ_p	=	14.60 mm			

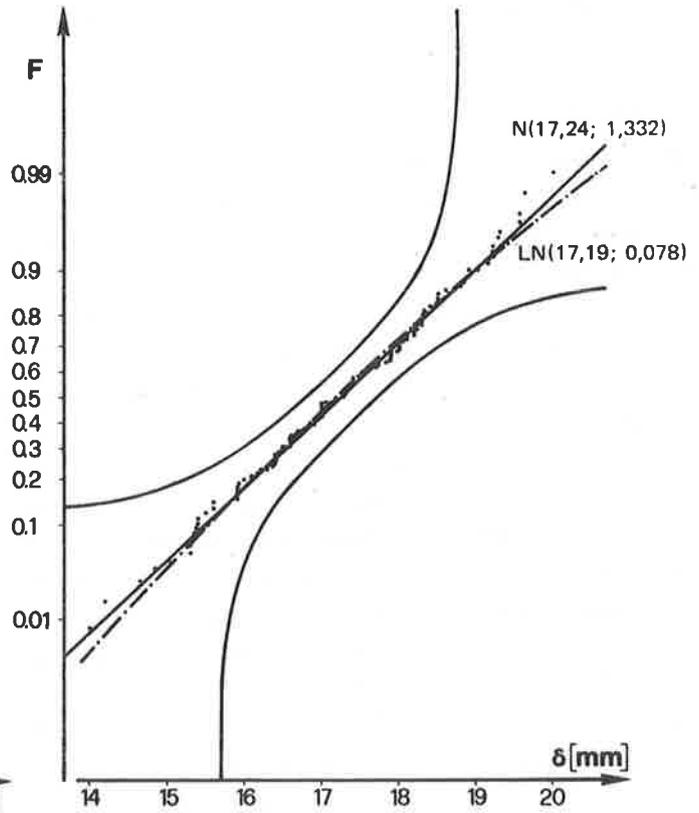
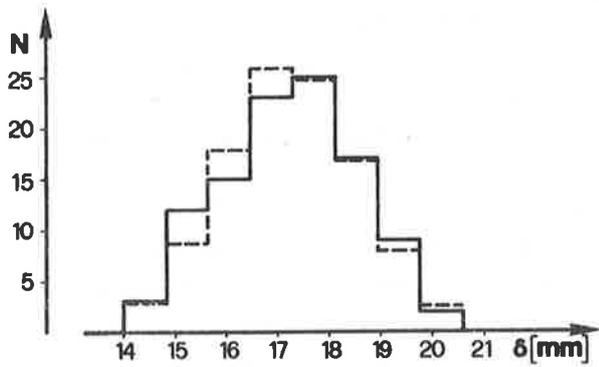


Fig. 6

CASSONI

L	=	37,5 m	$\bar{\delta}$	=	27,99 mm
n_c	=	107	$s(\delta)$	=	1,774 mm
M_c	=	16304 kNm	asymm	=	0,218
M_p	=	17236 kNm	χ^2	=	7,764
δ_p	=	25.98 mm			

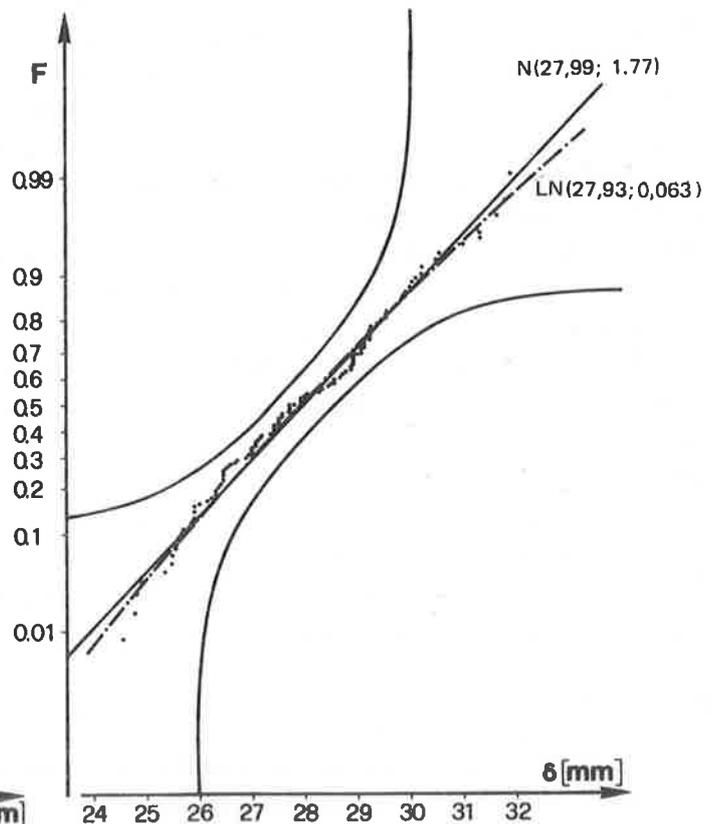
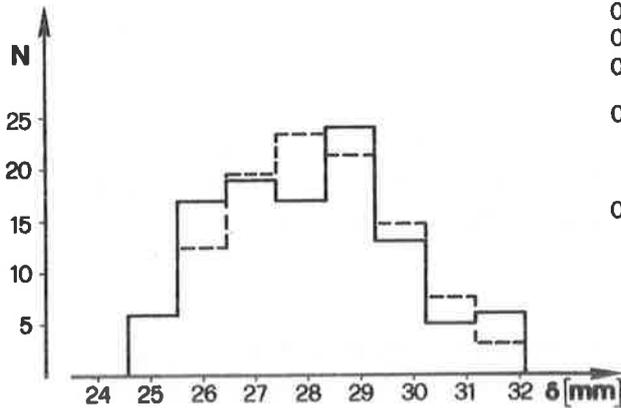


Fig. 7

Dall'andamento dei grafici risulta che il modello normale descrive in maniera assai soddisfacente, nell'ambito del livello di significatività scelto, la distribuzione delle frecce medie per impalcati a nervatura, fig. 4 e 5, e a cassone, fig. 6 e 7; è da notare la rispondenza dei valori degli scarti quadratici medi nell'ambito di impalcati di uguale tipologia. Nel caso degli impalcati a solettone viceversa, risulta più accettabile il modello log normale (fig. 2 e 3), stante la sensibile asimmetria della distribuzione sperimentale dei dati.

Nelle figure è indicato infine per confronto il valore della freccia media teorica δ_p , ricavata in base ai carichi di progetto e ad un valore convenzionale del modulo elastico del calcestruzzo pari a $E_c = 5700 \sqrt{R_{bK}}$ (MPa).

Nelle figure da 8 a 10 è rappresentata la distribuzione sperimentale dei moduli elastici apparenti per le varie tipologie; con tratto discontinuo è indicata la distribuzione teorica di tipo normale. La rispondenza di quest'ultima ai dati sperimentali è generalmente accettabile, salvo che per gli impalcati a solettone da 12 m (fig. 8).

Per tali impalcati si osserva che sia nei dati relativi alle frecce medie, così come per i moduli elastici, esiste una forte dispersione dei valori (v. figg. 2 e 3); in particolare le frecce sono comprese tra 1 e 4 mm circa, mentre i moduli elastici tra 16 GPa e 60 GPa. E' da notare che i valori più alti dei moduli e più bassi delle frecce sono in parte dovuti al non perfetto funzionamento dei vincoli, costituiti da piastre d'acciaio con interposte lastre di piombo antimonioso. Peraltro i valori più bassi dei moduli derivano sicuramente dall'assunzione fatta nei calcoli del momento di inerzia della sezione interamente reagente.

Nelle figure da 11 a 13 è illustrata per le varie tipologie la distribuzione del rapporto $x = \delta_c / \delta_T$ tra le frecce di bordo sperimentali e teoriche, valutate come detto in precedenza.

Nuovamente, si osserva per i solettoni (fig. 11) la marcata dispersione dei valori, che peraltro dipende anche dall'uso del metodo del trasverso infinitamente rigido, poco rispondente al comportamento di tale tipologia. Migliore accordo tra valori di calcolo e sperimentali si ha per i ponti a nervature (fig. 12), che presentano risultati prossimi all'unità, con modeste dispersioni, in particolare per gli impalcati da 40 m, che hanno i trasversi precompressi. Infine i ponti a cassone (fig. 13) presentano una rispondenza pressochè perfetta, indice della validità delle assunzioni di calcolo fatte.

La figura 14 raccoglie i carichi realizzati in fase di collaudo per tutte le opere esaminate, in termini di rapporto $X = M_c / M_p$; con linea continua sono riportati i valori relativi alla Normativa vigente all'epoca delle prove, con linea tratteggiata quelli relativi alla Normativa attuale.

CONCLUSIONI

I risultati proposti in questa nota sono relativi, come s'è detto, ad una prima serie di indagini, limitate sia nella scelta dello schema statico che in quella degli schemi di comportamento degli impalcati. Essi peraltro appaiono abbastanza significativi, considerato il consistente numero di cam

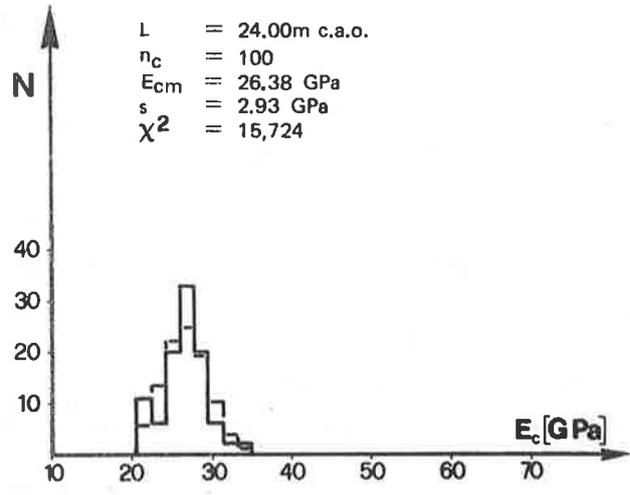
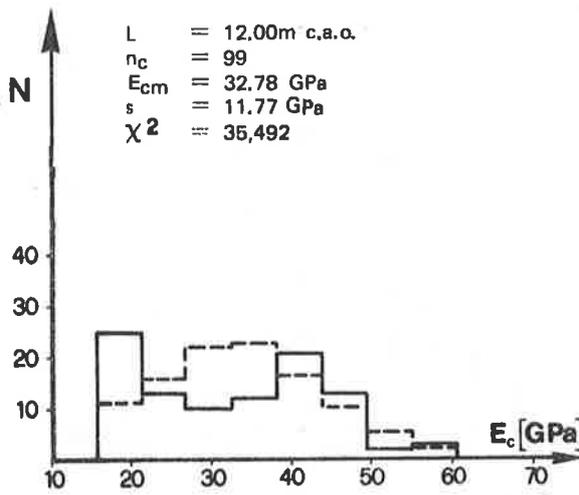


Fig. 8 - SOLETTONI

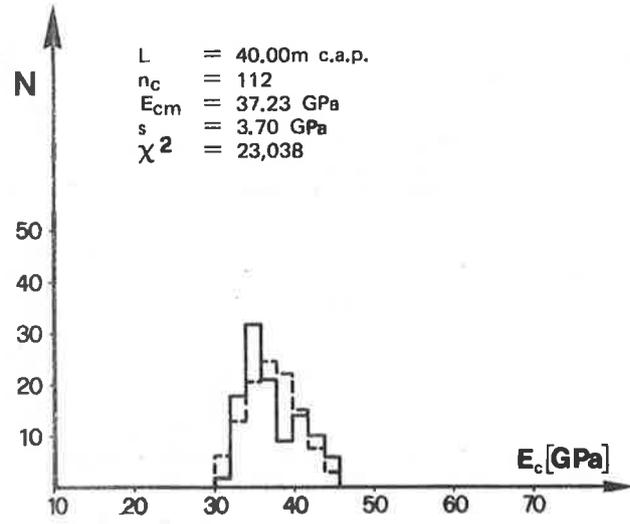
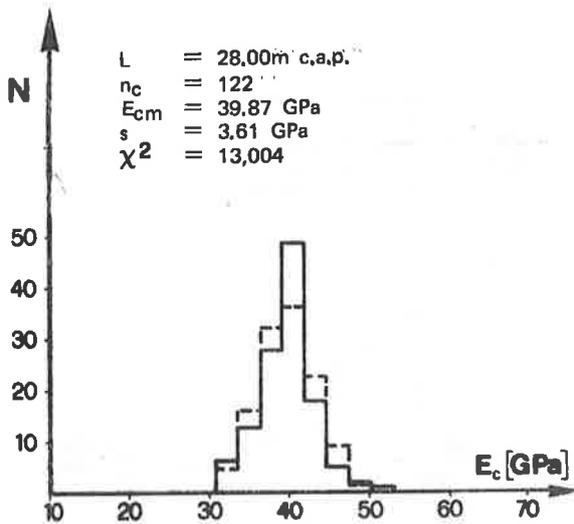


Fig. 9 - NERVATURE

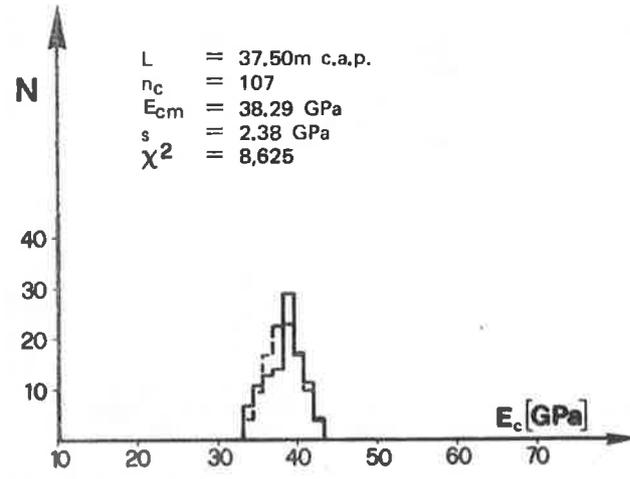
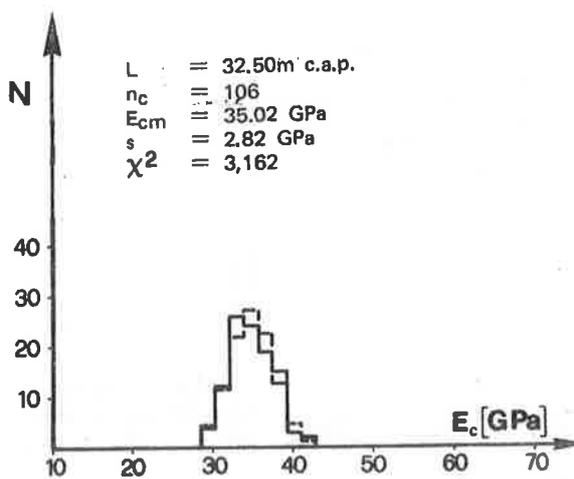


Fig. 10 - CASSONI

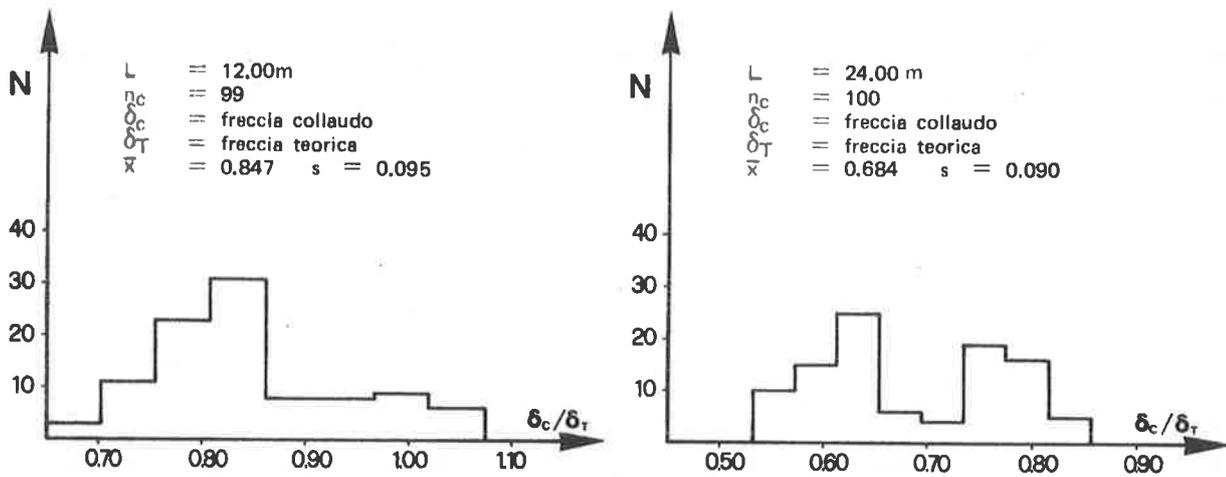


Fig. 11 - SOLETONI

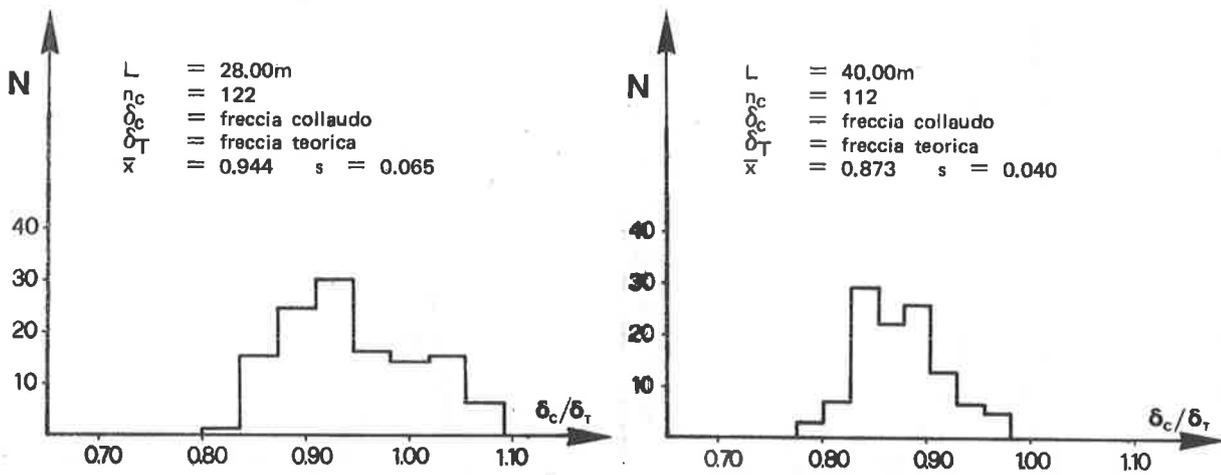


Fig. 12 - NERVATURE

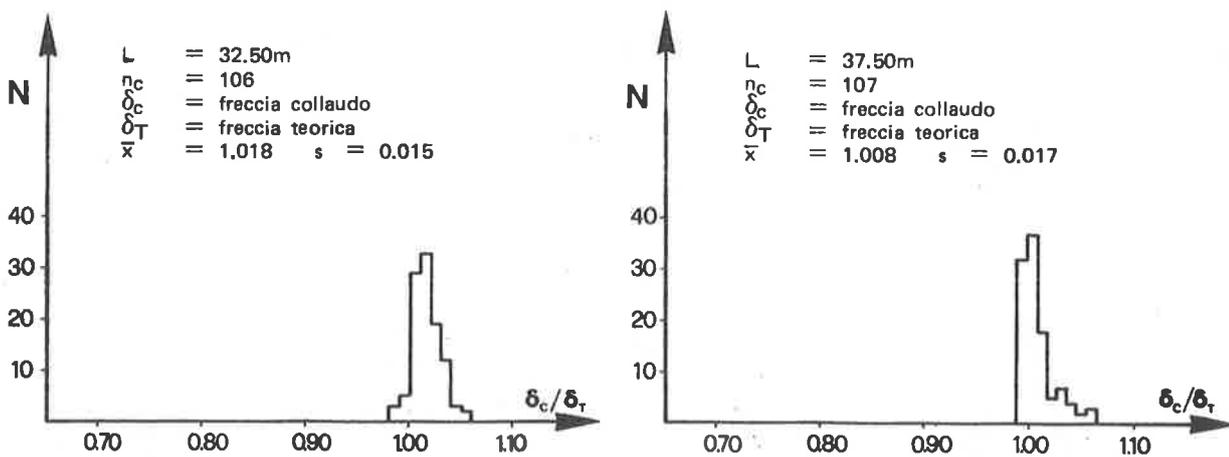


Fig. 13 - CASSONI

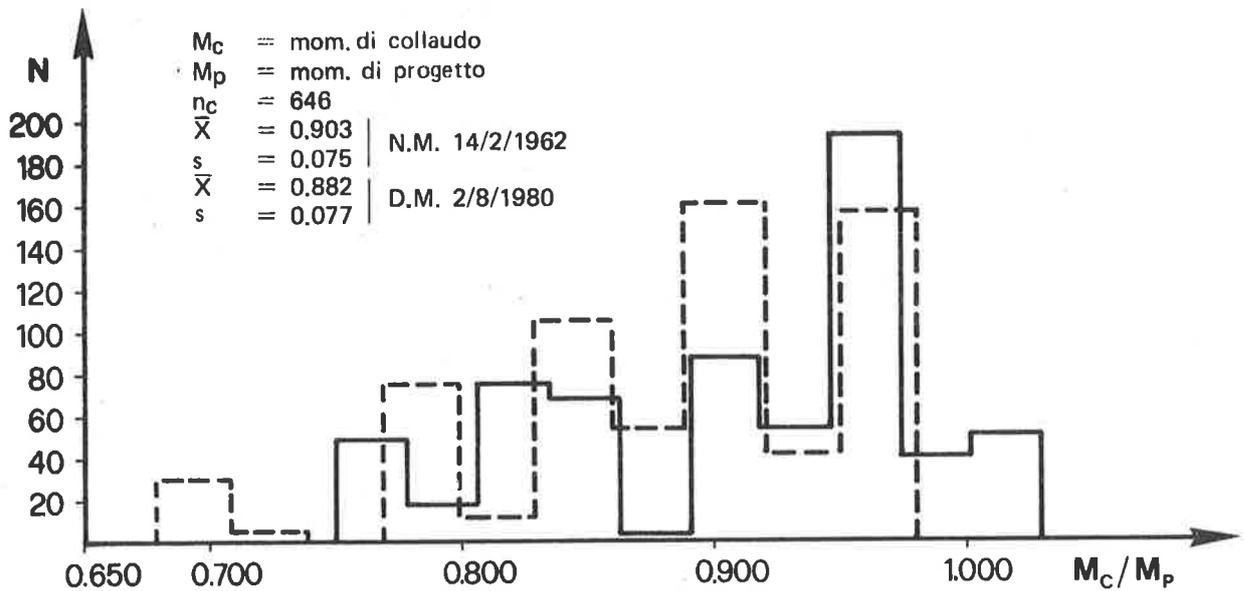


Fig. 14

pioni esaminati e la buona rispondenza dei modelli teorici proposti.

E' comunque opportuno estendere il lavoro a schemi statici differenti, ma ugualmente diffusi, quali la trave continua e la trave Gerber, adottando altresì ipotesi di comportamento più aderenti ai vari casi.

BIBLIOGRAFIA

BENJAMIN J.R., CORNELL C.A.: Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers - Mc Graw-Hill; New York.

FERRY BORGES J., CASTANHETA M.: Structural safety - L.N.E.C.; Lisbona.

Normale Ministeriale n. 384, 14 febbraio 1962 "Norme relative ai carichi per il calcolo dei ponti stradali".

D.M. 2 agosto 1980 "Criteri generali e prescrizioni tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo dei ponti stradali". Suppl. ord. alla G.U. n. 308 del 10.11. 1980.

