

DIAGRAMMI PER IL CONTROLLO DELLA DUTTILITA' DEI PILASTRI

Argomento trattato dal Prof.

Antonino GIUFFRE'

Diagrammi per il controllo della duttilità dei pilastri in c.a.

L. Benato, R. Giannini, A. Giuffré, R. Masiello, M. Menegotto (*)

SOMMARIO

Viene brevemente discusso il modo di definire la deformazione ultima e la duttilità di elementi in cemento armato.

Come criteri, per l'impiego nei calcoli presentati, si fa riferimento alla deformazione specifica ultima calcolata per il conglomerato, e ad una data riduzione del momento flettente dopo avere superato il massimo.

Sono stati costruiti diagrammi di interazione a rottura ed alle tensioni ammissibili, al fine di confrontare indicativamente le capacità delle sezioni secondo i due procedimenti previsti dalle Norme italiane.

Vengono inoltre illustrati, per le sezioni, diagrammi di interazione allo snervamento con indicazione della duttilità in funzione di vari parametri.

In base ad un modello semplificato della deformabilità di un pilastro isostatico, tali diagrammi vengono riportati a rappresentare snervamento e duttilità in funzione della forza laterale, tenendo conto degli effetti del second'ordine. In questo modo, essi possono avere impiego diretto in una progettazione antisismica allo stato limite ultimo.

I risultati ottenuti vengono infine tradotti in diagrammi di confronto che mettono in evidenza l'influenza separata di alcuni parametri.

Un'applicazione numerica esemplifica l'impiego dei diagrammi stessi.

(*) Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni - Facoltà di Architettura - Università di Roma.

Ricerca finanziata con contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche - Progetto Finalizzato Geodinamica.

1. GENERALITÀ

Le condizioni ultime di un elemento monodimensionale coincidono con l'esaurimento della capacità di deformazione in una sezione, ovvero della sua duttilità, intesa come rapporto fra la deformazione di rottura e la massima deformazione elastica.

Pertanto ogni criterio di verifica della struttura rispetto al collasso dovrebbe far riferimento ad esso.

Ciò è chiaro concettualmente, ma trova delle difficoltà operative, sia nella definizione sia nell'impiego di un modello di calcolo adeguato.

Per quanto riguarda la definizione, un parametro semplice per individuare la condizione di « rottura » non è ancora stabilito universalmente. Del resto, anche fisicamente la rottura di una sezione non omogenea come quella in c.a. può essere considerata come tale a vari livelli di degradazione.

Il parametro più immediato è certamente la deformazione specifica ultima ϵ_u di uno dei materiali.

Si consideri in primo luogo la ϵ_u del conglomerato.

Essa non presenta un valore univoco, dipendendo da molti fattori, come qualità del conglomerato, stato pluriassiale di tensione, velocità di carico, gradiente di deformazione lungo la sezione, storia di carico subita, a prescindere dalle condizioni fisiche ambientali.

Inoltre, anche ammesso di saper fissare un valore numerico tenendo conto di tali fattori, è da tener presente che la deformazione specifica viene calcolata mediante un mo-

dello analitico fondato su ipotesi che non sono molto approssimate in fase di rottura: mantenimento della sezione piana, aderenza, legge σ/ϵ a sua volta non vincolata ai medesimi fattori sopra accennati, e valida per l'intera sezione.

Ad esempio, in un elemento di trave lo stato di tensione trasversale tra l'interno e l'esterno del nucleo staffato è del tutto diverso.

Per queste ragioni un valore numerico posto come limite alla ϵ_{max} calcolata ha un significato di larga approssimazione come soglia di rottura della sezione.

Nonostante tale indeterminazione, la ϵ_{max} del conglomerato viene molto spesso assunta come grandezza di riferimento per la rottura della sezione, data la relativa semplicità con cui si può calcolare. In tal caso, il comportamento dell'armatura di acciaio dolce viene schematizzato come elasto plastico a deformabilità illimitata, rimanendo molto al disotto della propria deformazione ultima.

Un altro criterio invece (cfr. [10]) riferisce la « rottura » della sezione alla rottura dell'armatura tesa, trascurando quella del conglomerato. In questo caso, l'allungamento a rottura effettivo dell'acciaio, nonché il ramo incrudente della sua curva σ/ϵ , giocano un ruolo importante.

I due criteri, basati rispettivamente sulla ϵ_{cu} e sulla ϵ_{su} , forniscono valori della duttilità della sezione non confrontabili; non tanto perché scelgono parametri diversi, quanto perché corrispondono a diversi fenomeni fisici. Nel primo caso, si cerca di cogliere la rottura come distacco delle fibre estreme di conglomerato. Nel secondo, invece, si immagina una fase successiva, in cui, pur dopo forti deformazioni assiali, con eventuale svergolamento delle armature compresse e con un conglomerato disintegrato, ma bene o male fungente da fulcro, il concio è in grado di sopportare ulteriori rotazioni, funzionando da incatenamento estremo della struttura.

Si tratta quindi di due stati diversi, entrambi definiti « rottura », il che può essere giustificato a seconda del problema che si considera.

Nel presente lavoro si farà riferimento alla prima interpretazione della rottura, come a quella cui un elemento strutturale può giungere senza compromettere la sua capacità di reagire a successive alternanze di sollecitazione in condizioni sostanzialmente integre.

Merita però di essere citato un altro parametro di valutazione della duttilità di una sezione, il quale ha il pregio di essere più globale, cioè non legato alla condizione della sola fibra estrema di conglomerato [15].

Considerando la relazione Momento/Curvatura della sezione, ricavata analiticamente secondo le consuete ipotesi, la rottura viene individuata a quella curvatura per cui il momento flettente, superato il massimo valore, si riduce di una certa frazione del massimo stesso.

Tale frazione è stabilita empiricamente fra il 10 e il 20%, ed è un indice significativo della degradazione complessiva della sezione, coerente con il carattere del modello, imperniato sul comportamento della sezione piuttosto che sulle condizioni puntuali. Naturalmente il suo computo risulta più laborioso che non fissando una ϵ_u , in

quanto occorre esplorare a lungo il diagramma M/θ per cercare il massimo e la sua frazione.

In questo lavoro, la maggior parte dei risultati forniti faranno riferimento a valori limite ϵ_u del conglomerato, mentre l'ultimo criterio esposto verrà impiegato come riscontro del precedente, rilevandone come si vedrà anche un inconveniente minore.

Del parametro ϵ_{cu} non si individua un valore numerico « giusto », per la sua intrinseca indeterminazione.

E' compito peraltro delle Normative per le verifiche di sicurezza di fissare o raccomandare valori numerici da attribuire ai parametri significativi, o addirittura, semplificando nettamente il problema, direttamente la duttilità da attribuire a tipi strutturali standard.

Tale obiettivo è però ancora futuro.

Come è noto, fino a non molto tempo fa, la Normativa Italiana si è riferita, per le verifiche di sicurezza, solamente alla limitazione delle tensioni di esercizio. Da qualche anno in forma marginale, ed ora (cfr. [5]) in forma piena, è stata introdotta la verifica con il metodo degli stati limite, che rappresenta un notevole passo in avanti verso l'individuazione selezionata delle condizioni di sicurezza.

In particolare, per ciò che concerne gli stati limite ultimi, si prescrive di individuare la sollecitazione massima — sotto certe ipotesi cautelative — che una sezione può sopportare (nelle pagine seguenti si troverà, a titolo illustrativo, un confronto fra i risultati dei due metodi nella progettazione di una sezione pressoinflessa).

Il passo ulteriore della Normativa dovrà essere appunto quello di fornire dei modelli unificati per la verifica della rottura come deformazione ultima, oltre che come sollecitazione.

Le limitazioni di ϵ che si leggono ora per le verifiche agli s.l.u. ($\epsilon_{cu} = 3,5\%$; $\epsilon_{su} = 10\%$) non sono d'altra parte intese come limiti per il controllo della deformazione ultima, ma solo per il calcolo della sollecitazione ultima che è, come si diceva, la grandezza che interessa nelle verifiche a carichi statici. Se si vuole, tali limiti possono considerarsi come una terza interpretazione della rottura, la più cautelativa; significativa nei riguardi dei carichi usuali (statici), ma troppo ridotta per indicare la duttilità disponibile certamente nell'elemento con un deterioramento controllato.

Ciò invece è di importanza fondamentale per le verifiche agli stati limite ultimi sismici, dove le forze sollecitanti non sono applicate come tali esternamente, ma nascono dalla risposta dinamica delle strutture, fortemente influenzata dalla duttilità. La capacità di una struttura nei riguardi del sisma è perciò funzione della sua resistenza in termini di forze, congiuntamente alla sua duttilità [1, 3, 4, 8, 9, 12, 14, 15, 16].

Tali verifiche non hanno potuto ancora essere introdotte nelle Norme sismiche, che sono ferme alle tensioni ammissibili, in mancanza del controllo della duttilità.

Questo lavoro prende in considerazione elementi strutturali semplici, quali i pilastri isostatici o riconducibili a tali, il cui comportamento limite è determinante per molte strutture soggette ad azioni sismiche.

Vi è presentata una serie di grafici che vuole avere, nei suoi limiti, un duplice obiettivo.

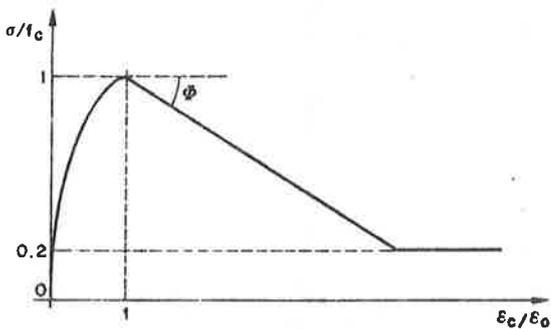
Uno è quello di proporre forme sintetiche d'uso immediato, una volta che i parametri convenzionali siano fissati dalle Norme, per determinare direttamente resistenza e duttilità del pilastro, oltre che della sezione, ed evitare così calcoli che comunque, per la progettazione ordinaria, risulterebbero piuttosto laboriosi.

L'altro è di fornire sin d'ora un'immagine dell'influenza che sul grado di duttilità possono avere i principali fattori — deformazione specifica ultima, armatura longitudinale, staffatura, snellezza dell'elemento — attraverso la casistica, piuttosto ampia, già deducibile dai grafici stessi.

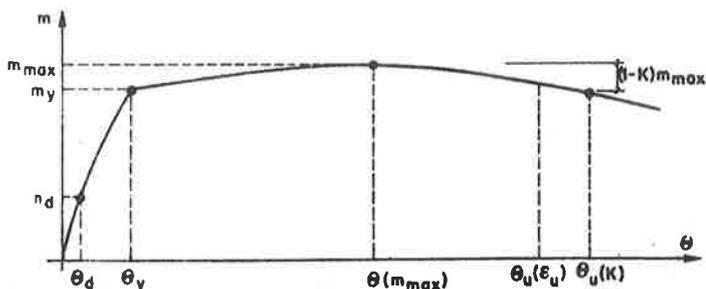
2. DIAGRAMMI RELATIVI ALLA SEZIONE

I diagrammi riguardano tutti sezioni rettangolari con armatura simmetrica, che costituiscono la norma per i pilastri. Essi sono presentati in forma adimensionale, dati la tensione di snervamento dell'acciaio ed il rapporto di copriferro, in funzione di diverse percentuali d'armatura, coprenti la maggior parte dei casi pratici. Tutti i diagrammi sono interrotti allo sforzo corrispondente a duttilità uno, oltre al quale si hanno rotture « di compressione » a carattere fragile.

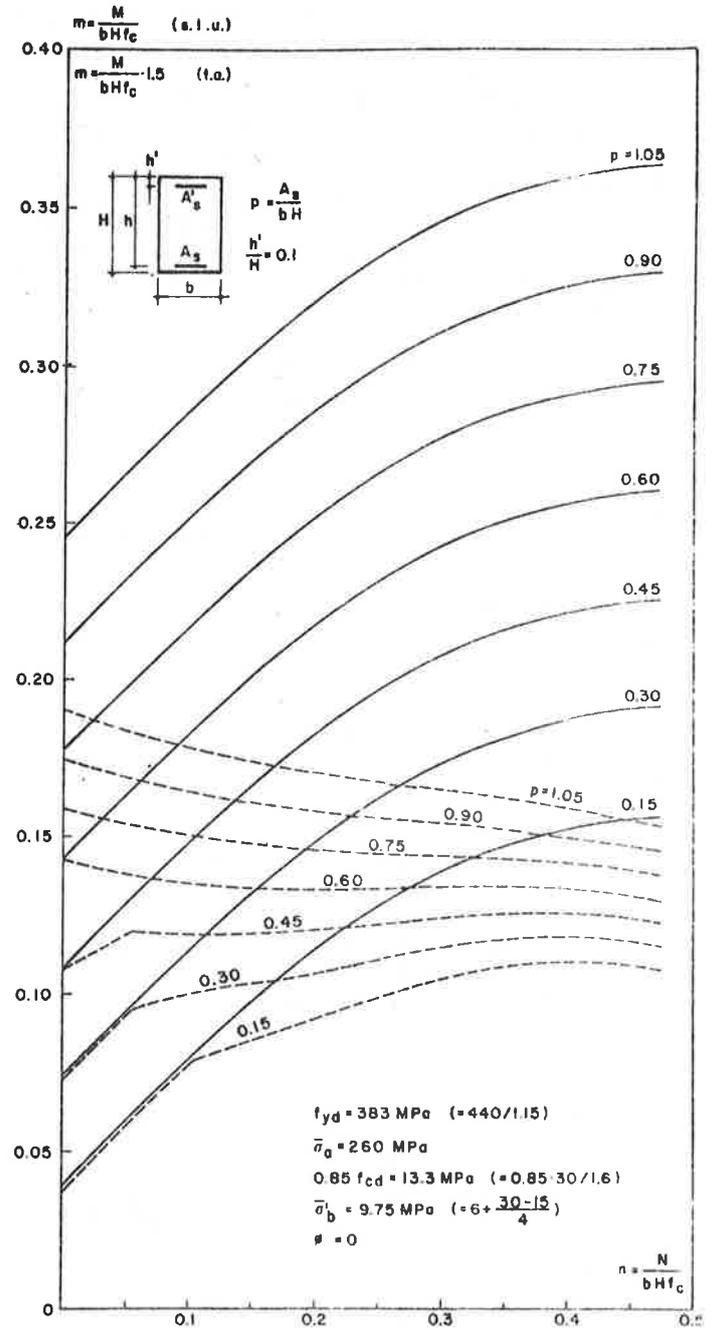
La curva σ/ε per il conglomerato è stata assunta come in fig. 1; il primo tratto è parabolico, con vertice ad $\varepsilon = \varepsilon_0 = 0,002$. Il secondo tratto è inclinato di un angolo ϕ , dipendente dalla qualità del conglomerato e dal contenimento esercitato dalla staffatura.



1 - Curva σ/ε impiegata per il conglomerato.



2 - Relazione schematica Momento/Curvatura per una sezione in c.a.



3 - Domini di interazione a rottura ed alle tensioni ammissibili di sezioni in c.a.

In fig. 3 appaiono i domini di interazione della sezione secondo le Norme Italiane [5], per i due metodi di verifica previsti, e relativi al caso

$$R'_{bk} = 30 \text{ MPa (300 Kg/cm}^2\text{)};$$

$$R_{ak} = 440 \text{ MPa (4400 Kg/cm}^2\text{)}.$$

Una serie di curve rappresenta lo stato limite ultimo (rottura convenzionale della sezione per $\varepsilon_c = 3,5\%$, con curva parabola-rettangolo: $\phi = 0$). L'altra serie di curve rappresenta lo stato di tensione ammissibile, amplificato dal coefficiente 1,5.

Tale coefficiente è inteso come coefficiente di sicurezza unico applicato alle sollecitazioni N e M di esercizio, per rendere direttamente confrontabili i due diagrammi. Esso risulta unico in molti casi di combinazione di azioni esterne, ma per alcune le Norme [5] non sempre conducono ad un coefficiente unico, quindi il raffronto mediante questa alterazione di scala non ha valore assoluto.

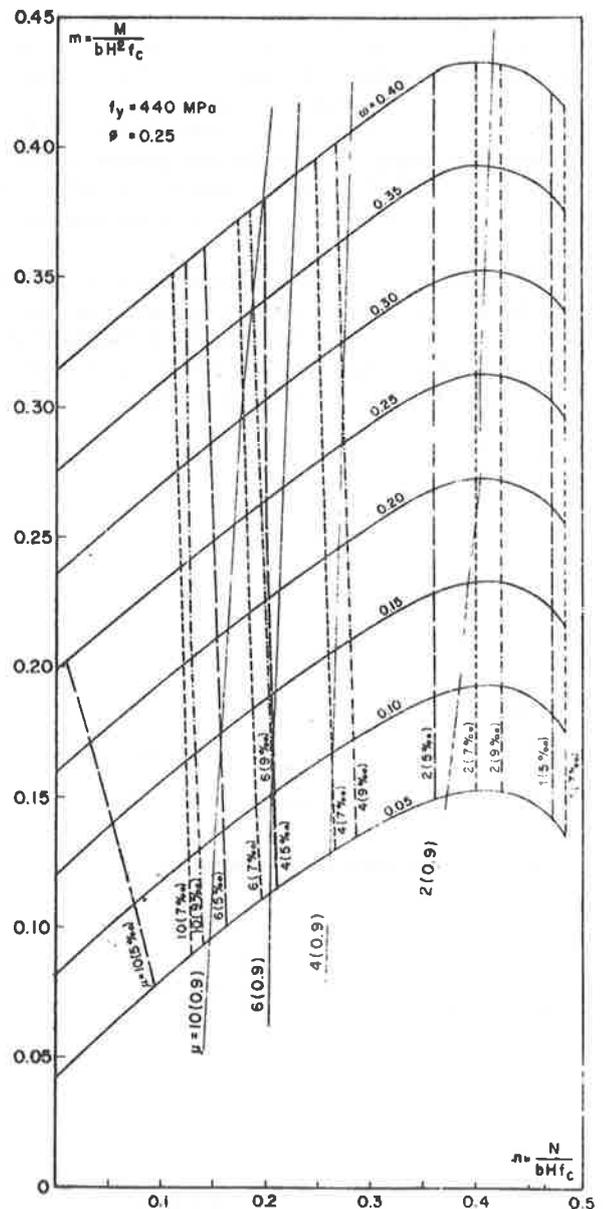
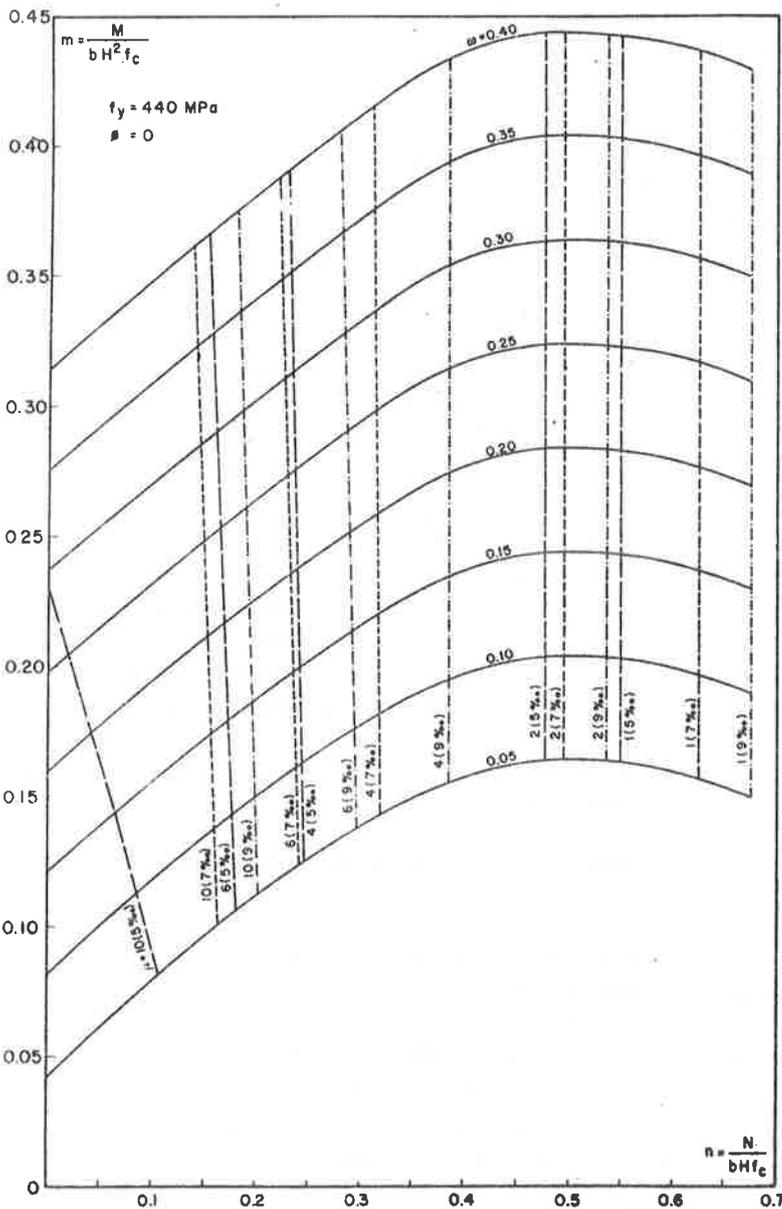
Inoltre, poiché il rapporto tra la tensione ammissibile $\bar{\sigma}'_b$ e la resistenza di calcolo f_{cd} non è costante, il raffronto ha significato solo per il caso particolare di $R'_{bk} = 30$ MPa, cui corrispondono

$$0,85 f_{cd} = 13,3 \text{ MPa (133 Kg/cm}^2\text{)}$$

$$\bar{\sigma}'_b = 9,75 \text{ MPa (97,5 Kg/cm}^2\text{)}.$$

Data una sollecitazione di esercizio N, M, la verifica si effettua trovando i corrispondenti n, m adimensionali come indicato in figura, moltiplicandoli quindi per 1,5, e controllando che il punto rappresentativo sia contenuto nel rispettivo dominio, nell'un caso e nell'altro, data l'armatura; o, viceversa, trovato il punto, si ricava l'armatura occorrente.

Si noti che i domini coincidono quasi, sull'asse delle ordinate. (flessione semplice, ove è determinante l'armatura tesa, le cui tensioni sono nel rapporto $f_{yd}/\bar{\sigma}_a = 383/260 = 1,47$, circa uguale al coefficiente 1,5 sui carichi), mentre divergono nettamente al crescere dello sforzo normale, dove la verifica alle t.a. diviene molto più restrittiva.



4.3 - Domini di snervamento della sezione con indicazione delle duttilità per diverse ϵ_{cu} e per $m_u = 0,9 m_{max}$.

Ciò sta ad indicare (cfr. [13]) la differenza concettuale dei due metodi di verifica, anche se i rispettivi coefficienti sono calibrati in modo da fornire valori circa coincidenti in un punto. Si ricordi però che la verifica allo s.l. ultimo va accompagnata da verifiche agli altri stati limite, che (come la compressione eccessiva in esercizio) possono risultare più limitativi in qualche zona.

Le figg. 4 e 5 contengono dei domini di interazione allo snervamento di sezioni in c.a., con indicazione delle corrispondenti duttilità.

Giova a chiarirne il significato la fig. 2, che riproduce indicativamente la relazione Momento/Curvatura di una sezione (cfr. [7]). Il punto Y corrisponde allo snervamento dell'acciaio teso (il corrispondente valore del momento è quello riportato nei diagrammi); da qui in poi il momento cresce molto leggermente fino al massimo M (riportato nel diagramma in fig. 3), per poi decrescere fino a rottura.

Questi diagrammi, ed i seguenti, sono orientati non alle verifiche regolamentari per carichi statici come il precedente, ma per calcoli sismici. Il punto di snervamento è più significativo a questo proposito che non il massimo, per la sua influenza sulla risposta dinamica dell'elemento (cfr. [3, 4, 8, 9, 13, 14]).

Le curve σ/ϵ del conglomerato sono come in fig. 1, rispettivamente con $\Phi = 0$ (in fig. 4) e $\Phi = 0,25$ (in fig. 5). Quest'ultimo valore rappresenta in via approssimata un minimo di staffatura (cfr. par. 5), mentre il primo è un caso fuori del reale, che è stato riportato come estremo opposto, in modo da consentire una stima dei campi di variazione della duttilità. I diagrammi sono adimensionali rispetto alla resistenza del conglomerato, fissata la forma della curva σ/ϵ .

Per l'acciaio è stato scelto un valore della tensione di snervamento di 440 MPa (4400 Kg/cm²) corrispondente a quella del FeB 44 K non ridotta del coefficiente di sicurezza γ_s . Ciò perché i diagrammi presentati sono svincolati dalla Normativa, che, come si accennava, non prescrive coefficienti da impiegarsi per la valutazione della duttilità. A tal fine, del resto, ridurre la resistenza allo snervamento f_y non è a favore della sicurezza.

La duttilità della sezione viene definita come il rapporto fra la curvatura ultima e quella di snervamento:

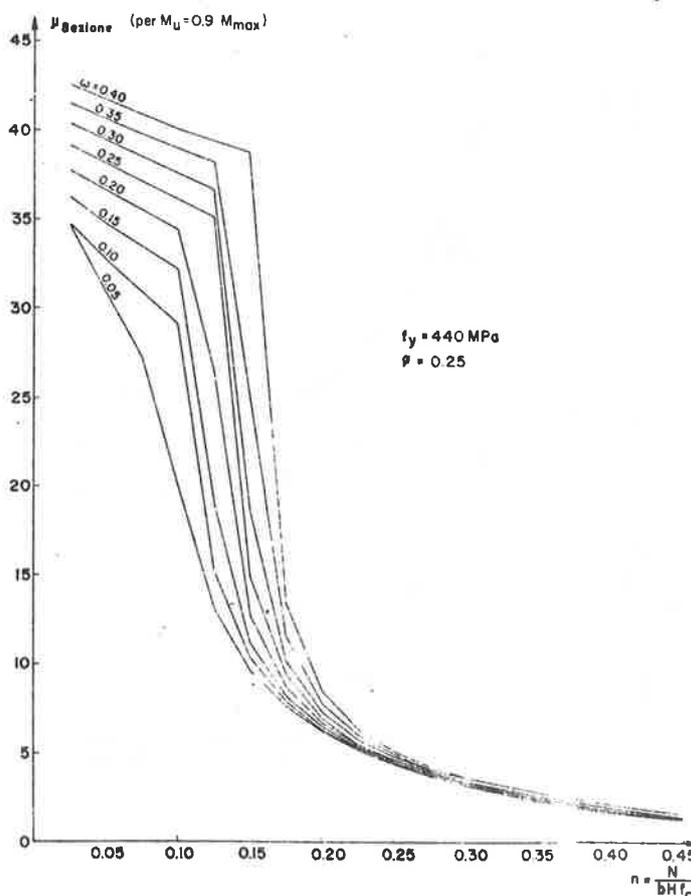
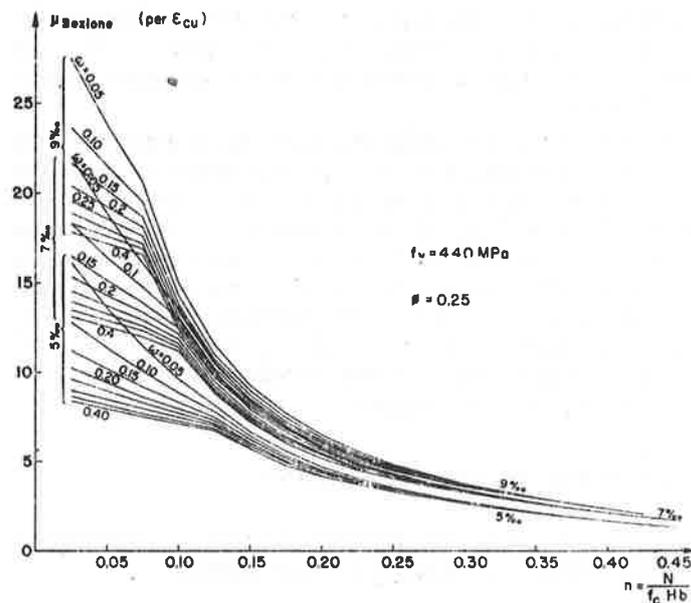
$$\mu_{sez} = \theta_u / \theta_y$$

Nei diagrammi, le linee ad andamento verticale sono isoduttili. Sono tracciate le linee per le duttilità $\mu = 1, 2, 4, 6, 10$; ognuna riferita ai valori di $\epsilon_{cu} = 5\%, 7\%, 9\%$, nonché alla riduzione al 90% del momento (cfr. fig. 2, punto C), indicata con $\mu (0,9)$. Quest'ultima è riportata solo per $\Phi = 0,25$ (fig. 5), poiché con $\Phi = 0$ non si ottiene un ramo discendente nella relazione M/θ .

Si osserva innanzi tutto che le duttilità sono inferiori con $\Phi = 0,25$, poiché la discesa della curva anticipa il raggiungimento della deformazione ultima.

Inoltre, al crescere dello sforzo normale appare evidente la riduzione della duttilità; così che la verifica allo stato limite, da una parte (fig. 3) indica che si ha una riserva di resistenza crescente, rispetto alla verifica delle tensioni

di esercizio, ma dall'altra (figg. 4 e 5) mostra che si ha una progressiva riduzione della duttilità. Pertanto, le prescrizioni per i casi di azioni statiche e per i casi sismici debbono differenziarsi.



6 - Duttilità della sezione per diverse ϵ_{cu} (in alto), e per $m_u = 0.9 m_{max}$ (in basso): influenza dell'armatura.

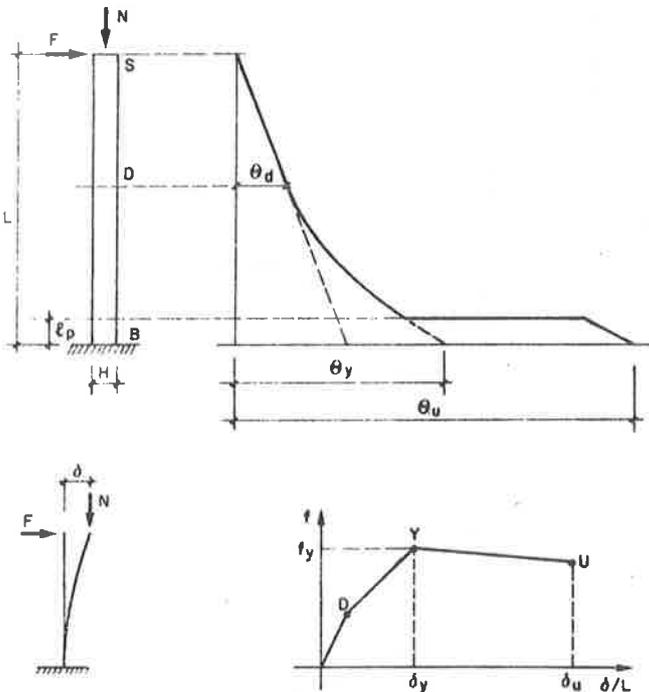
Si osserva infine che le curve $\mu(0,9)$ nella media forniscono valori in accordo con le linee $\mu(\epsilon_{cu})$ tra 5‰ e 9‰, salvo che hanno una inclinazione opposta. Questa indica la diversa influenza della percentuale d'armatura rispetto ai due criteri, che appare in maggior evidenza nei diagrammi in fig. 6.

Nel diagramma superiore, nell'ambito di ognuna delle tre ϵ_{cu} prescelte, la duttilità appare decrescente al crescere dell'armatura, sia pure molto lievemente per $n > 0,1$. In effetti questo aspetto minore del risultato, troppo teorico, non è buono.

Invece, il criterio della riduzione della capacità della sezione (diagramma inferiore) premia anche la maggiore armatura, che non è certo sfavorevole al comportamento duttile della sezione nel suo complesso. Esso valuta poi come molto alte le duttilità per $n < 0,1$, per tutte le percentuali di armatura; fatto individuato anche dall'altro criterio, in minor misura e con maggior dispersione. Anche questo risultato sembra valido, in quanto con le forti curvature vicino alla flessione semplice si possono forse accettare ϵ_{cu} teoriche maggiori.

3. DIAGRAMMI RELATIVI AL PILASTRO

Con i diagrammi che seguono si passa ad esaminare il comportamento del pilastro nel suo insieme.



7 - Distribuzione delle curvature assunta per il pilastro e punti notevoli della relazione Forza/Spostamento.

I pilastri considerati sono isostatici (fig. 7), ma i risultati ottenuti per essi possono essere estesi a pilastri vincolati anche in sommità, a parità di altezza del punto di flesso. L'estensione è esatta se la rotazione in sommità è impedita, mentre è approssimata se il vincolo è cedevole, in quanto il flesso tende a calare col plasticizzarsi della sezione di base, con conseguente riduzione della duttilità (cfr. [11]).

Il modello per lo studio della deformazione del pilastro è quello in fig. 7. Lo spostamento laterale della sezione di sommità S è funzione di:

- deformazione (curvatura) della sezione di base B ;
- posizione della sezione di decompressione D ;
- distribuzione delle curvature: lineare da S a D , con l'aggiunta di un tratto parabolico da D a B (per tener conto della fessurazione), e di un tratto rettangolare di altezza l_p , e larghezza pari alla curvatura plastica che risulta nella sezione B ; l'altezza l_p è tratta dalla formula di Mattock:

$$l_p = 0,5 H + 0,05 L.$$

La congruenza delle curvature è stabilita nelle sezioni D e B tramite i rispettivi diagrammi Momento/Curvatura, in corrispondenza degli sforzi N, M presenti.

Nelle figure 8, 9, 10 sono riportate le relazioni Forza/Spostamento, riferite alla sezione S , per alcuni dei casi studiati.

La adimensionalizzazione della forza non può giovare di un ulteriore fattore L/H , per la presenza addizionale del momento del 2° ordine e per l'espressione di l_p non proporzionale ad esso. Pertanto occorre costruire tali relazioni per vari rapporti L/H .

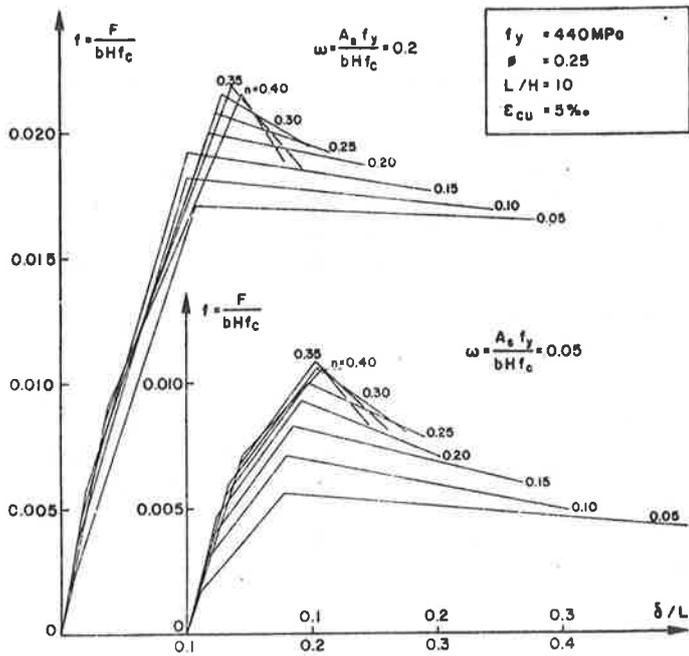
I diagrammi sono schematici, in quanto solo i tre punti corrispondenti a decompressione, snervamento e curvatura ultima della sezione di base sono calcolati, e quindi raccordati da segmenti rettilinei. L'ultimo di questi tratti è discendente, in ragione sia della pendenza Φ (fig. 1), sia dell'effetto del second'ordine del carico assiale, poiché al crescere di δ , cresce il momento $N \cdot \delta$, riducendo il momento disponibile a $F \cdot L$.

La duttilità del pilastro viene definita come (fig. 7)

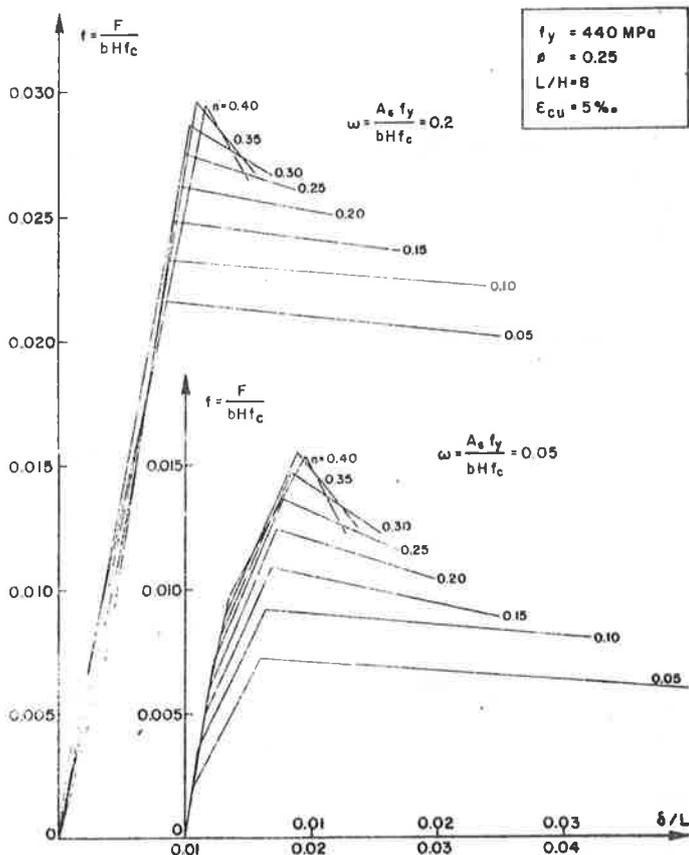
$$\mu_{pil} = \delta_u / \delta_y.$$

Anche sul pilastro si ripercuote naturalmente la riduzione di duttilità in funzione dello sforzo normale, in dipendenza di quanto avviene nella sezione.

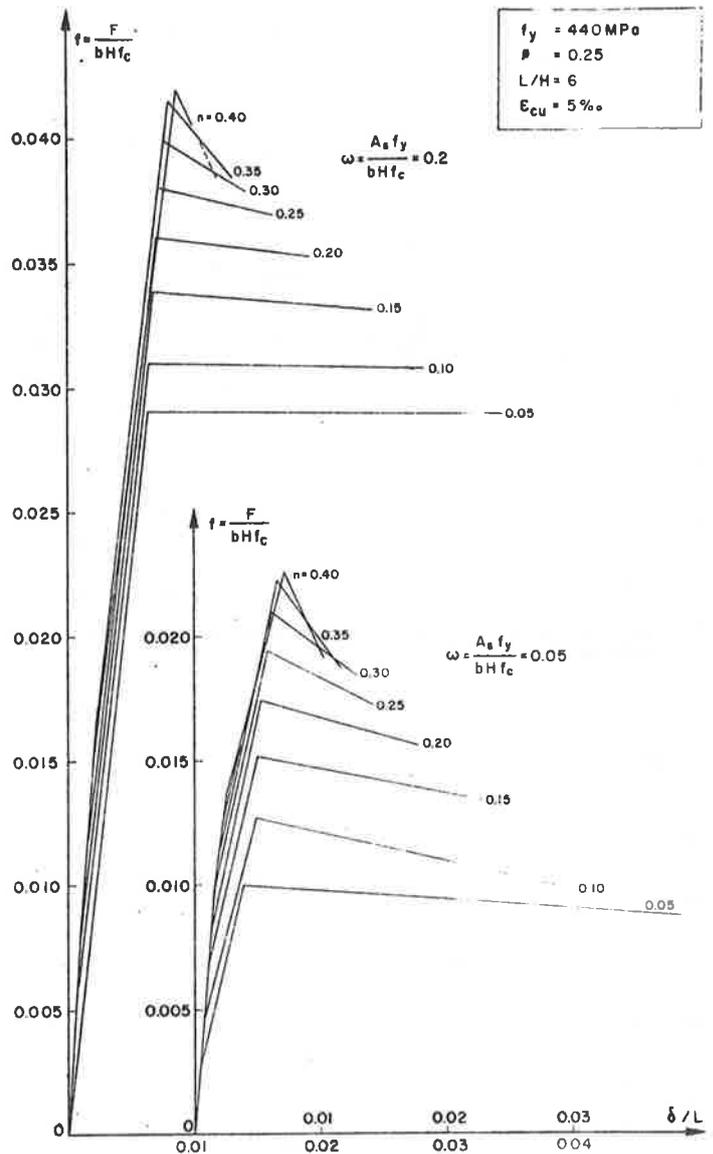
Si può osservare che l'effetto $N \cdot \delta$ non riduce la duttilità, così come è stata calcolata, essendo δ_y e δ_u indipendenti da tale effetto. Però, se si considerasse per il pilastro, come per la sezione, la duttilità come funzione di una certa riduzione di portanza orizzontale rispetto a quella massima, il fatto che la pendenza del diagramma viene ridotta da tale effetto soprattutto nell'ultimo tratto, verrebbe a tradursi in una riduzione della duttilità dell'elemento.



8 - Relazione Forza/Spostamento per $L/H = 6$.



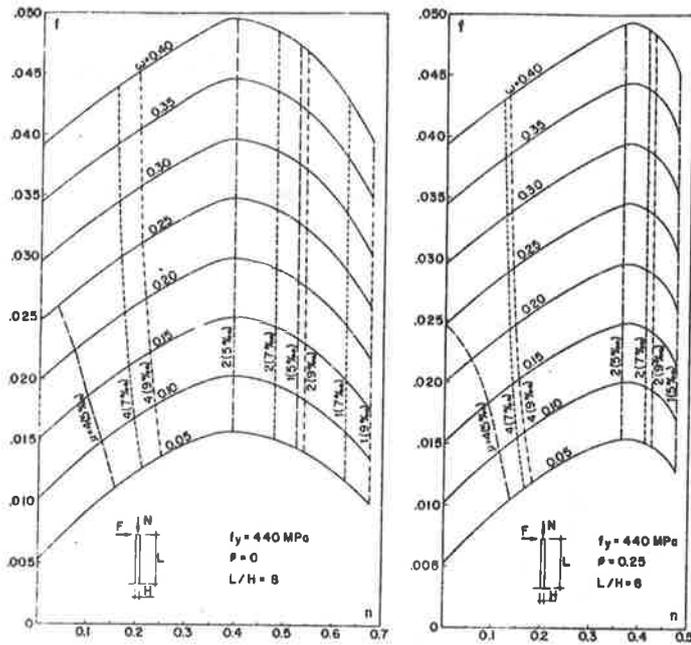
9 - Relazione Forza/Spostamento per $L/H = 8$.



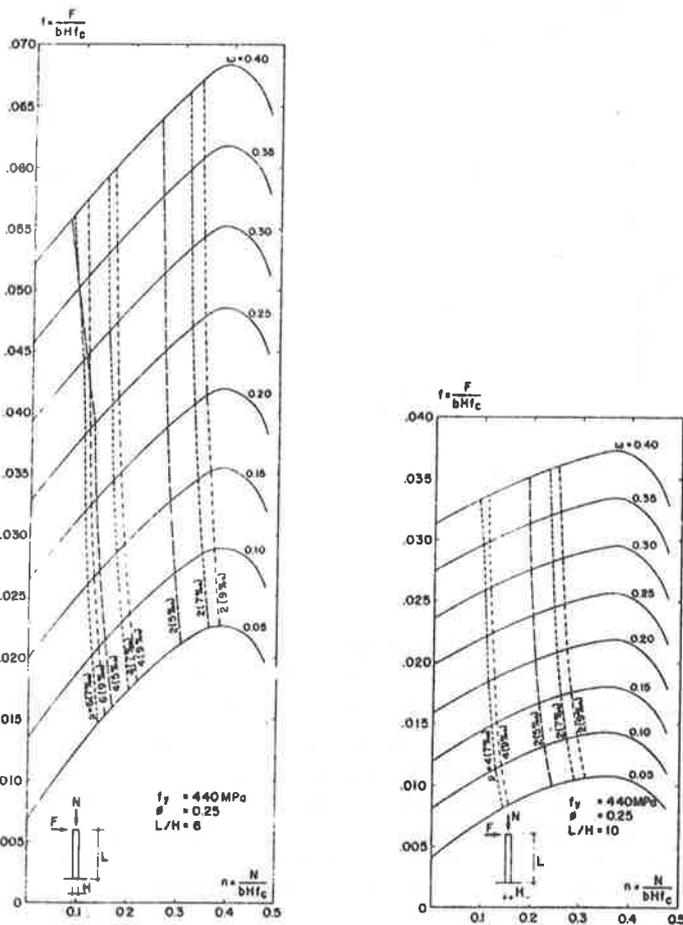
10 - Relazione Forza/Spostamento per $L/H = 10$.

Le figure 11 e 12 rappresentano i domini di snervamento per il pilastro, con indicazione delle duttilità rispettive, di significato analogo ai domini della sezione.

Si nota che, a parità di condizioni, le duttilità risultano inferiori a quelle della sezione stessa. Ciò deriva dal fatto che lo spostamento « elastico » δ_y risulta dal contributo di deformazione di tutto il pilastro, mentre lo spostamento « plastico » $\delta_u - \delta_y$ è dovuto alla deformazione del solo tratto l_p , a tutto sfavore del rapporto δ_u/δ_y . Sempre la duttilità degli elementi, e quindi quella delle strutture, sono inferiori a quella delle sezioni, a meno che la struttura stessa non abbia una distribuzione di sforzi tale da plasticizzarla per intero.



11 - Domini di snervamento del pilastro per diverse curve σ/ϵ , con indicazione delle duttilità.



12 - Domini di snervamento del pilastro per diversi rapporti L/H, con indicazione delle duttilità.

4. DIAGRAMMI DI CONFRONTO SEZIONE-PILASTRO

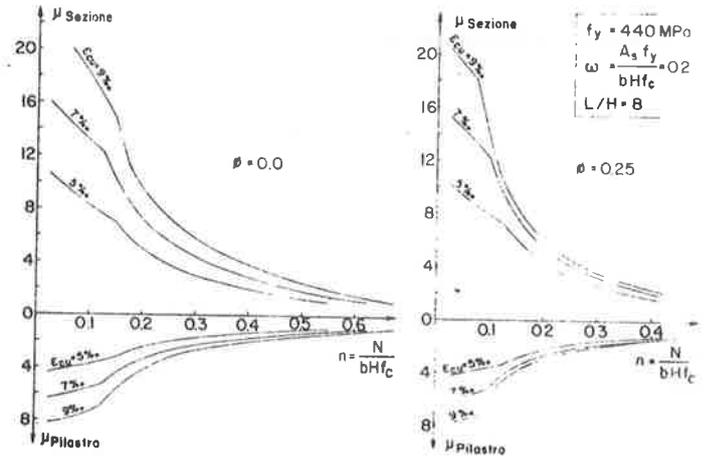
Gli ultimi quattro diagrammi mettono in evidenza il fenomeno suddetto, raffrontando le duttilità ricavate per il pilastro e per la sezione (figg. 13 e 14).

Per le due curve σ/ϵ considerate ($\Phi = 0$; $\Phi = 0,25$) ed in funzione dello sforzo normale, da tali diagrammi si può ricavare direttamente, data la duttilità richiesta al pilastro, la corrispondente duttilità richiesta alla sezione, a seconda dell'altezza L o della deformazione specifica ultima ϵ_{cu} .

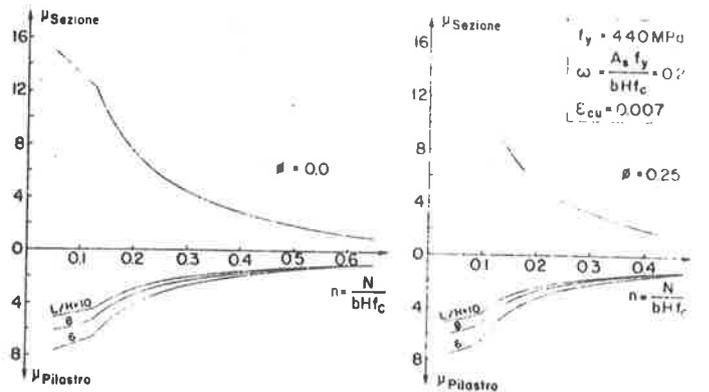
Tramite i domini della sezione, si può facilmente progettare la stessa, come illustrato nel seguito.

Per le due curve σ/ϵ considerate ($\Phi = 0$; $\Phi = 0,25$)

La riduzione di duttilità è maggiore al crescere del rapporto L/H, come appare in fig. 14, perché l'altezza equivalente di deformazione plastica l_p cresce in misura meno che proporzionale ad esso. Per quanto detto poc'anzi ciò comporta una riduzione dello spostamento plastico rispetto a quello elastico.



13 - Raffronto fra duttilità della sezione e del pilastro per diverse ϵ_{cu}



14 - Raffronto fra duttilità della sezione e del pilastro per diversi rapporti L/H.

5. ESEMPIO DI USO DEI DIAGRAMMI

Sia da progettarsi un pilastro di un telaio a traverso rigido, con i dati:

$$f_c = 27 \text{ MPa (270 Kg/cm}^2) \quad N = 450 \text{ KN (45 t)}$$
$$f_y = 440 \text{ MPa (4400 Kg/cm}^2) \quad L = 4,2/2 = 2,10 \text{ m.}$$

Da un ipotetico regolamento si debba assegnare una forza di progetto allo snervamento pari a $F = 100 \text{ KN}$ ($= 10 \text{ t}$), con una duttilità pari a $\mu_{pil} = 4$, per $\epsilon_{cu} = 5\%$.

Scelta una sezione $35 \times 35 \text{ cm}$, con una staffatura $\varnothing 6/15 \text{ cm}$, si ha un volume percentuale di staffe:

$$\rho = \frac{A_{st} \cdot 2(b'' + h'')}{b'' \cdot h'' \cdot i_{st}} = \frac{0,28 \cdot 2(31 + 31)}{31 \cdot 31 \cdot 15} = 0,24\%$$

(essendo $b'' = h'' = \text{lato della staffa} = 31 \text{ cm}$).

Dal rif. [14] (pagg. 28-29), si ricava un corrispondente coefficiente $\Phi = 0,25$ per la curva σ/ϵ del conglomerato.

Si verifica ora che il pilastro possa fornire la duttilità richiesta:

$$L/H = 210/35 = 6$$
$$n = 45000/(35 \cdot 35 \cdot 270) = 0,136$$
$$f = 1000/(35 \cdot 35 \cdot 270) = 0,030$$

Dal diagramma di fig. 13, in corrispondenza di n, f calcolati (il punto è segnato ES) si trova che la duttilità μ_{pil} è pari a 4, quindi sufficiente. Si legge anche l'armatura necessaria, interpolando fra $\omega = 0,15$ ed $\omega = 0,20$, e cioè $\omega = 0,18$. L'armatura sarà quindi

$$A_s = A'_s = 0,18 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 270/4400 = 13,5 \text{ cm}^2$$

Il progetto è così definito.

La duttilità della sezione risulta, per i valori di n ed ω ricavati, dal diagramma in fig. 5 (punto ES) pari a $\mu \approx 7$ (per $\epsilon_{cu} = 5\%$). In ordinata si legge il momento ridotto di snervamento della sezione per lo sforzo n dato, pari a $m = 0,186$, corrispondente a

$$M_y = 0,186 \cdot 35^3 \cdot 270 \cdot 10^{-5} = 21,5 \text{ tm}$$

di cui:

$$F \cdot L = 10 \cdot 2,10 = 21 \text{ tm}$$

del prim'ordine e la restante parte assorbita dal 2° ordine $N \cdot \epsilon$ (il valore di ϵ si potrebbe controllare su un diagramma del tipo in figg. 8, 9, 10).

6. CONCLUSIONI

L'esempio svolto ha mostrato come dei diagrammi dei tipi presentati possano rendere molto semplice il progetto allo stato limite ultimo di pilastri con forze di progetto e duttilità assegnate.

Naturalmente, per un'applicazione pratica estesa, essi andrebbero moltiplicati, e riferiti a dei parametri regolamentari da stabilirsi.

Non mancano risultati di ricerche teoriche e sperimentali che permettano di fissare tali parametri convenzionali (cfr. [2, 3]), ma per essere impiegati nella progettazione, essi richiedono l'avallo della Normativa.

Questo studio ha affrontato un tipo strutturale standard, il pilastro isolato, il cui comportamento governa strutture come capannoni industriali o edifici rigidi su piano portico, o simili.

Per strutture con comportamento governato anche da altri elementi, come per esempio le strutture a « telaio duttile », il calcolo della duttilità disponibile diviene più elaborato ma, una volta che vi fossero delle Normative di riferimento, non sarebbe forse difficile ricavare anche per esse delle rappresentazioni sintetiche analoghe.

Il pilastro comunque è stato considerato per primo, perché è il più semplice da descriversi, ma anche il più delicato. Quando di fatto è chiamato a fornire tutta la duttilità necessaria alla struttura, esso va progettato con particolare attenzione al problema.

La possibilità, che vengano prodotti grafici di facile lettura in grande quantità per coprire tutta la gamma dei parametri in gioco, può d'altra parte accelerare la considerazione del problema stesso in modo adeguato e la sua regolamentazione da parte della Normativa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] American Concrete Institute: « Building Code Requirements for Reinforced Concrete », (ACI 318-77) Detroit 1977.
- [2] Aoyama H.: « Mechanical Properties of Concrete under load cycles idealizing seismic actions » AICAP-CEB Symposium: Concrete Structures under Seismic Actions, Roma. CEB Bulletin n. 131, 1979.
- [3] Bertero V.: « Seismic behaviour of structural concrete linear elements (beams, columns), and their connections » AICAP-CEB Symposium: Concrete Structures under Seismic Actions, Roma. CEB Bulletin n. 131, 1979.
- [4] Castellani A.: « Criteri progettuali » - Ingegneria Sismica (a cura di M. Mele) Cap. XI, CISM, Udine, 1976.
- [5] Consiglio Sup. LL.PP.: « Norme Tecniche per la esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso ». Testo in via di pubblicazione, 1979.
- [6] Consiglio Sup. LL.PP. D.M. 3-3-1975: « Norme Tecniche per le costruzioni in zona sismica ».
- [7] Di Chiara G., Menegotto M., Tremi S., Zanetti P.: « Calcoli di duttilità per sezioni pressoinflesse in c.a. ». Ist. Scienza e Tecnica Costruz. Univ. Roma, pubbl. 129. Roma 1979.

- [8] Giannini R., Giuffrè A., Menegotto M.: « Reliability Analysis for seismic limit design of R.C. Columns » Ist. Scienza e Tecnica Costruz., Univ. Roma, pubbl. n. 123, Roma 1979.
- [9] Giuffrè A.: « La duttilità strutturale » Ingegneria Sismica (a cura di Michele Mele) Cap. VI, CISM, Udine, 1976.
- [10] Kato B.: « Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic actions », AICAP-CEB Symposium: Concrete Structures under Seismic Actions, Roma. CEB Bulletin n. 131, 1979.
- [11] Menegotto M.: « Sulla Redistribuzione dei Momenti Flettenti nei pilastri in c.a. intelaiati » Ingegneria Civile n. 52, Roma 1974.
- [12] Menegotto M.: « Analisi non lineare di Strutture a Telaio in c.a. » L'Industria delle Costruzioni, n. 7, Roma 1978.
- [13] Menegotto M.: « Progettazione agli stati limite ultimi » Ist. di Scienza e Tecnica delle Costruz., Univ. di Roma, pubbl. n. 115, Roma 1979.
- [14] Park R., Paulay T.: « Reinforced Concrete Structures » J. Wiley & S., New York 1975.
- [15] Park R., Norton J.A.: « Effects of Confining Reinforcement on the Flexural Ductility of Rectangular Reinforced Concrete Column Sections with High Strength Steel », IABSE Symposium: Design and Safety of Reinforced Concrete Compression Members, Québec (Canada), 1974.
- [16] Standard Association of New Zealand: « Code of Practice for General Structural Design and Design Loadings for Buildings » NZS 4203, 1976.

METODI DI MISURA DELLA SICUREZZA : STATI LIMITI
ULTIMI

Argomento trattato dal Prof.

Emanuele Filiberto RADOGNA

Metodi di misura della sicurezza: stati limite ultimi

Relazione del Prof. Ing. Emanuele Filiberto Radogna

1. CONSIDERAZIONI INTRODUTTIVE E CENNI STORICI

Scopo della presente relazione è quello di esporre i concetti fondamentali sui quali si basano i procedimenti di verifica delle costruzioni in c.a. ed in c.a.p. rispetto ai vari tipi di fenomeni di collasso.

I procedimenti esposti rientrano nella filosofia generale del metodo semiprobabilistico agli stati limite, nella sua formulazione più recente, presentata nel CEB-FIP Model Code 1978.

Durante la illustrazione degli aspetti salienti delle verifiche agli stati limite ultimi verranno svolti sistematici riferimenti alla posizione del metodo delle tensioni ammissibili nei confronti dei medesimi fenomeni pericolosi. Ciò per due ragioni: da una parte viene favorita la comprensione delle nuove metodologie, attraverso i riferimenti a quelle attualmente impiegate, la conoscenza delle quali, iniziata durante gli studi universitari, si è approfondita e maturata attraverso anni di esperienza professionale; dall'altra, si tiene conto dell'indirizzo assunto dalla normativa italiana di ammettere la coesistenza dei due metodi di verifica, quello delle tensioni ammissibili (T.A.) e quello semiprobabilistico agli stati limite (S.P.S.L.), con l'unica limitazione che « nell'ambito di una stessa struttura i calcoli dovranno tutti fondarsi sullo stesso metodo di verifica ».

In effetti è tuttora in corso il periodo di transizione iniziato con il D.M. 30 maggio 1972, che, al punto 2.7 delle Norme Tecniche sul c.a., ha introdotto per la prima volta in Italia la possibilità di avvalersi del calcolo a rottura per le verifiche di resistenza in presenza di sforzi normali e di momenti flettenti, confermando al punto 2.14.3 tale alternativa anche nelle verifiche alla instabilità flessionale dei pilastri snelli.

Per quanto riguarda il c.a.p., poiché era stata immediatamente riconosciuta la necessità di introdurre la verifica a rottura come operazione autonoma, a causa della presenza

dello stato di coazione artificialmente impresso [1], già nelle Circolari del Ministero dei LL.PP. (v. ad es. la Circolare n. 194 del 1° marzo 1960) tale verifica era stata esplicitamente richiesta. Il punto 3.6 delle Norme tecniche sul c.a.p. ha quindi semplicemente recepito quanto già disposto, perfezionando le istruzioni sul metodo di calcolo ed armonizzandolo con quelle del punto 2.7 delle Norme Tecniche sul c.a.

Il primo aggiornamento biennale (D.M. 30 maggio 1974) ha confermato l'orientamento della normativa italiana per un adeguamento ai criteri accolti a livello internazionale, facendo esplicito riferimento al calcolo agli stati limite ed integrando le verifiche allo stato limite ultimo con quelle, sempre necessarie, agli stati limite di fessurazione e di deformazione.

Il secondo aggiornamento biennale (D.M. 16 giugno 1976) non ha introdotto modifiche di rilievo, ma ha sostanzialmente confermato le indicazioni precedenti.

Nel contempo la Commissione del Consiglio Nazionale delle Ricerche per lo studio delle norme relative al cemento armato, al cemento armato precompresso, ai leganti idraulici ed ai laterizi, ha elaborato un testo di « Istruzioni per la progettazione e l'esecuzione delle opere in cemento armato e cemento armato precompresso col metodo semiprobabilistico agli stati limite », sottoposto ad inchiesta pubblica nel novembre 1976, e pubblicato, nella stesura iniziale, cioè precedente alla inchiesta, nel Bollettino Ufficiale del C.N.R., n. 58, in data 31 gennaio 1978.

Il terzo aggiornamento delle Norme tecniche ha largamente utilizzato nella sostanza i criteri ed i metodi esposti nelle Istruzioni C.N.R., con i necessari adattamenti richiesti dal carattere prescrittivo di una norma rispetto a quello, più informativo, di un documento di studio.

Gli aspetti evolutivi della situazione presente suggeriscono, quindi, di soffermarsi in modo particolare sul con-

fronto fra le ipotesi del metodo della T.A. e quello del metodo S.P.S.L.

Il punto di partenza per le successive considerazioni è quello della definizione del termine « stato limite ultimo ».

Nel volume I del *Système International de Réglementation Technique Unifiée des Structures*, pubblicato insieme al *Model Code 78*, al punto 2 viene precisato che una struttura, o una parte di essa, è considerata come non più adatta per l'impiego previsto, quando essa raggiunge uno stato particolare, detto stato limite, in corrispondenza del quale vengono violati i requisiti che condizionano il suo comportamento o la sua utilizzazione.

Gli stati limite possono essere classificati in due categorie:

a) gli stati limite ultimi, che corrispondono alla massima capacità portante;

b) gli stati limite di utilizzazione, che corrispondono alle esigenze di prestazione normale ed alla durabilità.

Gli stati limite costituiscono dunque, in generale, situazioni di messa fuori servizio della struttura, o di una sua parte; negli stati limite ultimi, in particolare, la messa fuori servizio dipende da fenomeni di collasso, locale o globale, pericoloso per l'incolumità delle persone e delle cose.

La identificazione dell'evento pericoloso pone quindi il problema di assicurare un conveniente margine fra l'evento stesso e la situazione di impiego normale. La precisazione quantitativa di tale margine conduce alla nozione di coefficiente di sicurezza.

Da questo punto di vista, intesi cioè come cause di eventi pericolosi, gli stati limite ultimi sono evidentemente presenti anche nel metodo delle T.A., il quale li descrive, di regola, in termini di tensioni di rottura, di snervamento, di tensioni critiche nel caso di membrature snelle, di limiti di fatica in presenza di carichi variabili, ripetuti un gran numero di volte.

Più in generale, si può dire che l'esigenza della sicurezza nei confronti dei fenomeni di collasso è sempre esistita ed ha preceduto, nel tempo, la messa a punto degli algoritmi di calcolo, che noi conosciamo oggi, come frutto delle ricerche della Meccanica applicata alle costruzioni. Giova in proposito ricordare che, prima di Navier, l'attenzione degli ingegneri era concentrata sulla determinazione della capacità portante massima, o ultima, degli elementi strutturali, come è testimoniata dai primi libri di ingegneria strutturale, dovuti al Parent (1666-1716), a Jakob Leupold (1726), al Belidor (1729), al Coulomb (1736-1806), al Girard (1798).

Fu Navier ad affermare, nella sua famosa opera « *Résumé des leçons données à l'école Royale des Ponts et Chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines* » (I^a edizione 1826), che la conoscenza dei carichi di rottura non era sufficiente per il corretto dimensionamento delle varie parti di una costruzione.

Occorre infatti non soltanto evitare la rottura immediata, ma garantire anche che i carichi di lunga durata e quelli frequentemente ripetuti non dessero luogo ad alte-

razioni e deterioramenti, che, evolvendo nel tempo, pregiudicassero la stabilità della costruzione.

Per prevenire questi fenomeni Navier suggeriva di mantenere le tensioni in campo elastico, mentre, per evitare danneggiamenti dovuti ad azioni chimiche, si dovevano prevedere adeguati sistemi di protezione. Gli insegnamenti di Navier sui requisiti di resistenza, di funzionalità, di durezza conservano ancora oggi piena validità.

La differenza fra allora ed oggi non sta nella formulazione dei problemi, quanto nella disponibilità dei metodi di risoluzione. Oggi, accanto ai metodi di analisi del comportamento al collasso, sono stati messi a punto metodi per la valutazione delle deformazioni in servizio, sia istantanee che differite, e delle ampiezze delle lesioni e sono state precisate regole dettagliate per la corretta esecuzione dei particolari costruttivi, cosicché è possibile raggiungere in modo razionale gli obiettivi lucidamente indicati da Navier un secolo e mezzo fa e per i quali egli stesso aveva proposto una prima, concreta soluzione, col metodo delle tensioni ammissibili.

Questo metodo, adottato inizialmente per il caso dei materiali dell'epoca, muratura, legno, ferro, è stato successivamente esteso alle costruzioni in cemento armato, introducendo alcune ingegnose ipotesi, fra cui fondamentali quella di trascurare totalmente la resistenza del calcestruzzo teso e quella di interpretare il comportamento delle armature trasversali con l'analogia della trave reticolare (traliccio piano di Mörsch e traliccio spaziale di Rausch), mutuandole dal comportamento a rottura (III stadio).

In questo modo le tensioni calcolate sotto i carichi di servizio hanno perduto ogni riferimento con le tensioni effettivamente presenti, per acquistare il carattere di tensioni convenzionali da confrontare con le tensioni ammissibili, dipendenti dalle caratteristiche dei materiali.

Malgrado il carattere convenzionale del procedimento e le incertezze inerenti alla valutazione quantitativa della sicurezza, il metodo delle T.A. continua ad avere larghi consensi, che si traducono anche in perplessità nei confronti del metodo S.P.S.L.

Le considerazioni critiche seguenti tendono a fornire elementi di giudizio per una valutazione obiettiva delle potenzialità dei due metodi.

2. GLI STATI LIMITE ULTIMI: ASPETTI FENOMENOLOGICI

La elencazione dei fenomeni pericolosi, che insidiano la resistenza e la stabilità di una costruzione, fornisce un inquadramento preliminare della materia in esame e consente una classificazione delle modalità di crisi, alla quale si possono più agevolmente correlare i metodi di calcolo disponibili per la misura della sicurezza.

2.1. Perdita della configurazione di equilibrio di una parte o dell'insieme della struttura, considerata come corpo rigido

Gli esempi che generalmente vengono richiamati per illustrare questo tipo di crisi sono quelli dei muri di sostegno e delle pile alte di viadotti a travi appoggiate.

Per i muri i fenomeni pericolosi come corpo rigido sono rappresentati dallo scorrimento lungo il piano di base e dalla rotazione intorno allo spigolo a valle, mentre la eccessiva pressione di contatto o lo slittamento generale lungo

superfici curve riguardano aspetti della resistenza del terreno. Per le pile alte l'evento pericoloso è innescato dalla rotazione della sezione al piede della pila per effetto di un eventuale cedimento non uniforme del piano di appoggio della fondazione e nel conseguente spostamento della sommità della pila: oltre un certo limite, dipendente dalle dimensioni assegnate agli appoggi delle travate, una delle campate può venirsi a trovare in condizioni di labilità, per la perdita di uno dei vincoli.

Le azioni sismiche possono determinare la medesima conseguenza, se non sono previsti opportuni dispositivi di collegamento fra travate e pile.

2.2. Rottura di sezioni critiche della struttura o deformazioni eccessive

Le modalità di questi fenomeni dipendono dalla natura del materiale costitutivo. Per il c.a. ed il c.a.p. viene riportato successivamente un prospetto dettagliato delle manifestazioni della crisi del calcestruzzo e/o dell'acciaio.

In termini generali interessa ora mettere in evidenza il pericolo che la rottura di una sezione inneschi un processo a catena che dia luogo al collasso progressivo dell'intera struttura.

Esempi di collasso progressivo sono forniti dalla rottura di tiranti, impiegati come ancoraggio di paratie, o nei sistemi strallati, o nelle coperture di edifici industriali del tipo ad arco a spinta eliminata; anche la rottura di un pilastro può avere conseguenze analoghe, così il crollo di elementi di solaio o di balcone a sbalzo può determinare la crisi di quelli sottostanti. Un altro clamoroso esempio di collasso progressivo, è stato offerto da un edificio prefabbricato a grandi pannelli a Ronan Point.

In genere la rottura di una sezione non dipende da un aumento eccessivo dei carichi applicati, ma piuttosto da cause accidentali, per es. incendio, esplosioni di gas, collisioni di veicoli contro pilastri, di natanti contro pile di ponti, azioni sismiche, errori di esecuzione, ecc.

Tenuto conto della aleatorietà di tali fenomeni, la prevenzione del collasso progressivo è affidata a misure di carattere generale, quali la adozione di schemi statici ad alto grado di iperstaticità, l'adeguato proporzionamento dei giunti nelle costruzioni prefabbricate, la predisposizione di percorsi alternativi atti a convogliare il flusso delle forze, quando venga a mancare il contributo di un elemento.

2.3. Trasformazione della struttura in un meccanismo

Escluso il caso banale delle strutture isostatiche, nelle quali la rottura di una sezione determina la labilizzazione del sistema, lo stato limite in esame interessa le strutture iperstatiche costituite da materiale dotato di duttilità, cosicché tutte le sezioni critiche, nelle quali si formano le cerniere plastiche, abbiano una sufficiente capacità di ruotare, senza subire deterioramenti, fino a che non si sia raggiunto il numero di cerniere che trasforma la struttura in una catena cinematica.

Nel caso di sezioni inflesse di acciaio il diagramma momenti-curvature presenta un andamento bilineare, con un primo tratto crescente linearmente da zero al valore del momento plastico e con un secondo tratto ad andamento orizzontale, analogo a quello del diagramma σ - ϵ .

Nel caso delle sezioni inflesse di c.a. la forma del diagramma momenti-curvature è trilineare: il primo tratto corrisponde al comportamento nel I stadio (calcestruzzo teso non ancora fessurato), il secondo tratto al II stadio (calcestruzzo teso fessurato, acciaio teso in campo elastico), il terzo tratto al III stadio (acciaio teso snervato). La esistenza e la estensione del terzo tratto dipendono dalla percentuale di armatura tesa e dalla eventuale presenza di sforzo normale di compressione: la duttilità è ridotta o addirittura scompare al crescere della percentuale di armatura ed al crescere dello sforzo normale di compressione.

Quindi nei sistemi iperstatici costituiti da travi a bassa percentuale di armatura il comportamento a rottura si avvicina a quello delle travi in acciaio e la redistribuzione dei momenti corrisponde a quella prevista nell'ipotesi di corpo rigido-perfettamente plastico; se la percentuale di armatura è elevata (uguale o superiore alla percentuale critica, quella per la quale il calcestruzzo e l'acciaio arrivano contemporaneamente l'uno allo schiacciamento, l'altro allo snervamento) la redistribuzione non ha luogo; per percentuali intermedie di armatura, la redistribuzione è parziale e la rottura si verifica in una sezione prima che tutte le cerniere plastiche necessarie per la trasformazione del sistema iperstatico in meccanismo si siano potute manifestare.

Per valutare la redistribuzione dei momenti nelle strutture iperstatiche di c.a. e di c.a.p., nel caso di sezioni a duttilità limitata, sono stati messi a punto metodi di calcolo appropriati, noti come metodi di « analisi non lineare », riservando i termini di « limit design », « analisi plastica », « metodi delle cerniere plastiche » per indicare il procedimento basato sulla duttilità teoricamente illimitata delle sezioni.

2.4. Instabilità

Il comportamento di un'asta snella compressa dipende dalla legge costitutiva del materiale e dalla presenza o assenza di imperfezioni.

Nel caso di materiale elastico e di assenza di imperfezioni, se il carico è perfettamente centrato, la configurazione iniziale resta perfettamente rettilinea fino a che la forza assiale non raggiunge il valore critico di Eulero, in corrispondenza del quale l'equilibrio diventa indifferente. Questo caso è noto come « problema di stabilità con biforcazione ».

Se il materiale è elastico e se il carico assiale è eccentrico la configurazione dell'asta snella è incurvata sin dall'inizio della messa in carico ed è sempre stabile. Quando il carico applicato tende al valore critico di Eulero, relativo alla situazione in cui l'eccentricità è nulla, lo spostamento trasversale della sommità dell'asta tende all'infinito. Questo caso è spesso definito come « problema di tensioni del secondo ordine ».

Nel caso effettivo di aste snelle di c.a. il comportamento del materiale è non lineare e le imperfezioni sono inevitabili, quindi il carico è sempre eccentrico. Sono possibili allora due diversi comportamenti, in relazione alle caratteristiche della sezione, della snellezza e dei valori di N ed M:

a) comportamento analogo a quello descritto per il pro-

blema di tensioni del secondo ordine, con la differenza che il carico assiale massimo è quello associato alla crisi per resistenza di almeno uno dei due materiali costitutivi, calcestruzzo e acciaio;

b) comportamento caratterizzato dal raggiungimento del massimo carico assiale senza che si sia ancora manifestata la crisi per resistenza dei materiali costitutivi; questo caso è designato da taluni Autori come « problema di stabilità senza biforcazione ».

Il Model Code 78 adotta, per semplicità, la dizione « Stati limite ultimi di instabilità (flambement, buckling) », ma elimina ogni possibilità di equivoco precisando che si tratta di problemi di verifica della stabilità di pilastri isolati e di quella di strutture formate da pilastri e travi nelle quali gli effetti detti del secondo ordine non possono essere trascurati, che occorre tenere conto delle proprietà non lineari dei materiali, dello scorrimento viscoso del calcestruzzo e prescrivendo una eccentricità minima non intenzionale. Per quanto riguarda lo scorrimento viscoso del calcestruzzo, la sua influenza risulta in generale apprezzabile negli stati limite di utilizzazione, ma non negli stati limite ultimi per resistenza, tenuto conto delle notevoli deformazioni non elastiche del calcestruzzo e dell'acciaio. Invece, nel caso degli stati limite ultimi di instabilità, tenuto conto della influenza delle deformazioni sulle sollecitazioni (problema del 2° ordine), il creep del calcestruzzo aumenta le deformazioni dovute ai carichi permanenti e, quindi, la eccentricità del carico assiale e riduce, a parità di condizioni, la capacità portante dell'asta snella.

2.5. Fatica

E' noto che la resistenza di un materiale soggetto a sollecitazioni dinamiche diminuisce rispetto alla resistenza determinata con un carico applicato staticamente. Nelle prove di laboratorio la legge temporale del carico ciclico è sinusoidale; per descrivere il ciclo di carico occorrono due parametri, o il valore massimo e minimo delle tensioni, oppure il valore medio e la semiampiezza.

Se la tensione massima è sufficientemente bassa per poter considerare lineare il legame σ - ϵ si è nel campo della fatica propriamente detta « high cycle fatigue » che interessa nelle costruzioni di macchine, di veicoli e nelle costruzioni civili nel caso di verifiche sotto carichi di servizio ripetuti un gran numero di volte.

Se la tensione massima è tanto elevata da interessare la zona non lineare del diagramma σ - ϵ si è nel campo della « low cycle fatigue », o « fatica plastica », che riguarda problemi relativi alle costruzioni navali, alle cabine pressurizzate degli aerei e, nel campo delle costruzioni civili, al comportamento prodotto dalle azioni sismiche.

Per quanto riguarda la fatica propriamente detta, il comportamento di un materiale ai carichi ripetuti è descritto dalle curve di Wöhler, nelle quali si riportano in ordinate le tensioni massime di un ciclo di tipo prefissato (sollecitazione alternata, ripetuta, pulsante) ed in ascisse il numero di cicli di rottura. Adottando scale logaritmiche per entrambi gli assi, le curve si presentano formate da due segmenti, il primo inclinato ed il secondo parallelo all'asse delle ascisse.

La tensione corrispondente al tratto orizzontale è detta « limite di fatica ». Se la tensione massima effettiva è inferiore al limite di fatica, il materiale può sopportare un numero illimitato di cicli di carico. Se la tensione massima è superiore al limite di fatica, la durata della vita del materiale è espressa dal corrispondente valore del numero di cicli, ricavato dalla curva di Wöhler.

Questa informazione è valida se, durante le n ripetizioni, le tensioni massime e minime dei cicli restano costanti. Se, come accade di frequente, i cicli applicati hanno ampiezze diverse, si adotta la teoria del danneggiamento cumulativo di Palmgren e Miner espressa dalla relazione

$$\sum_1 \frac{n_i}{N_i} = 1$$

in cui n_i è il numero dei cicli effettivamente applicati con tensioni massime S_i ed N_i è il numero di cicli che, in corrispondenza della medesima S_i , determinerebbero la rottura del materiale.

Informazioni e riferimenti sul problema della fatica sono dati nell'Allegato f del Model Code 78.

Non viene invece trattato il problema della fatica plastica, al quale si fa qui un breve cenno, per includere nella lista dei fenomeni pericolosi il deterioramento del materiale sotto carichi ripetuti di forte intensità.

Terminata l'elencazione degli stati limite ultimi, consideriamo in dettaglio le modalità di collasso per rottura delle sezioni critiche, del punto 2.2., distinguendole in base alle caratteristiche di sollecitazione che le producono.

- a) in presenza di sollecitazioni normali (N , M)
 - a.1) schiacciamento del calcestruzzo
 - a.2) snervamento dell'acciaio
- b) in presenza di sollecitazioni tangenziali
 - b.1) per quanto riguarda il collegamento fra il calcestruzzo e le armature: perdita di aderenza, sfaldamento di ancoraggi
 - b.2) nel caso di flessione e taglio
 - b.2.1) schiacciamento del calcestruzzo delle bielle compresse
 - b.2.2) snervamento delle armature trasversali
 - b.2.3) rottura del calcestruzzo per lesioni oblique nel caso di assenza o di percentuale molto bassa di armatura trasversale
 - b.3) nel caso di torsione
 - b.3.1) schiacciamento del calcestruzzo delle eliche compresse
 - b.3.2) snervamento delle armature longitudinali
 - b.3.3) snervamento delle armature trasversali
 - b.4) nel caso di piastre soggette a carichi localizzati su aree limitate (collegamenti fra piastra e pilastro): distacco per punzonamento di un tronco di cono di calcestruzzo, la cui direttrice è il contorno dell'area caricata e le cui generatrici sono inclinate sul piano della piastra di un angolo generalmente compreso fra 30° e 35°.

3. LA MISURA DELLA SICUREZZA

3.1. Il metodo S.P.S.L.

Sono ben noti gli aspetti salienti del metodo S.P.S.L. dal punto di vista della filosofia della sicurezza. Le grandezze aleatorie (azioni, resistenze), descritte da funzioni di densità di probabilità di cui sono noti la legge di variazione, il valor medio, lo scarto quadratico medio, intervengono nel procedimento semi-probabilistico tramite le grandezze caratteristiche.

Precisamente il carico caratteristico è il frattile 95% e la resistenza caratteristica è il frattile 5% delle rispettive distribuzioni gaussiane.

Quindi

$$F_K = F_M + 1,64 \delta_F$$

$$R_K = R_M - 1,64 \delta_R$$

Per realizzare, o, quantomeno, approssimare il risultato ottenuto dalla impostazione probabilistica rigorosa, quello cioè di avere probabilità di collasso dell'ordine di $10^{-5} \cdot 10^{-6}$, le curve di distribuzione delle azioni e delle resistenze vanno distanziate in modo opportuno, introducendo i coefficienti parziali γ_f , moltiplicatori dei carichi, e γ_m , divisori delle resistenze.

I coefficienti γ_i vengono poi ulteriormente frazionati nei coefficienti $\gamma_g, \gamma_p, \gamma_q$ relativi ai carichi permanenti, alla precompressione e ai carichi accidentali, nei coefficienti di combinazione ψ_{oi} e nel coefficiente $\gamma_{f3} \approx \frac{\gamma_f}{\gamma_{f1}}$ che interviene nel caso di analisi non lineare.

I coefficienti γ_m si distinguono in γ_c per il calcestruzzo e γ_s per l'acciaio.

I valori di γ_c e di γ_s sono funzione delle caratteristiche dei controlli di qualità: $\gamma_c = 1,5$ se si adottano rigorosamente i criteri di controlli di accettazione del calcestruzzo e $\gamma_s = 1,15$ per gli acciai controllati in stabilimento. Ciò premesso vengono brevemente richiamate le formule principali, che traducono quanto ora esposto, sia per quanto riguarda le sollecitazioni di calcolo che per quanto riguarda le resistenze di calcolo, la cui espressione dipende dallo stato limite di resistenza considerato.

L'espressione simbolica della verifica agli stati limite ultimi è

$$S_{act,d} \leq R_d$$

in cui

$S_{act,d}$ è la sollecitazione agente di calcolo

R_d è la resistenza di calcolo.

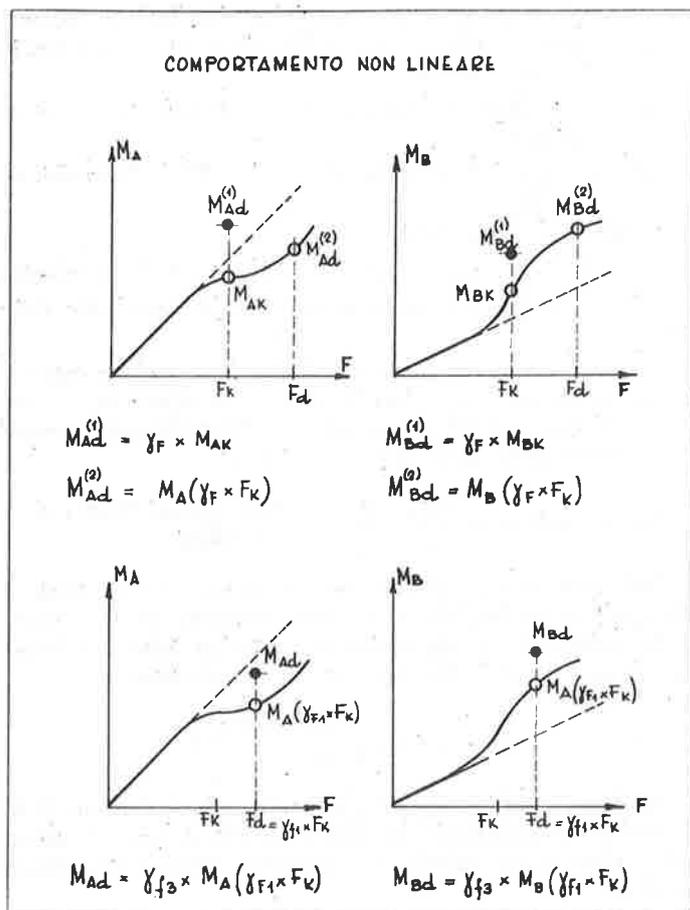
Nelle verifiche di resistenza questa è la formulazione più conveniente, ma nei casi in cui si esegue una verifica globale (trasformazione in meccanismo di piastre, col metodo delle linee di rottura, instabilità di strutture snelle) il confronto viene fatto anche a livello di forze:

$$F_{act,d} \leq F_{res,d}$$

Detta F_K la generica azione caratteristica, $(\psi_o F_K)$ rappresenta il valore di combinazione e $(\gamma_f \psi_o F_K)$ l'azione di calcolo. Quindi la precedente espressione della sollecitazione di calcolo si scrive:

$$S_{act,d} = S [(\gamma_f \psi F_K)_1, \dots, (\gamma_f \psi F_K)_i, \dots]$$

COMPORTAMENTO NON LINEARE



1 - Quando il legame fra le forze (F) e le componenti di sollecitazione (M) è del tipo non lineare, la applicazione del coefficiente parziale dei carichi γ_F alla forza caratteristica F_K conduce alla forza di calcolo F_d e, quindi, di momenti $M_{Ad}^{(2)}$ ed $M_{Bd}^{(2)}$, mentre, applicando γ_F di momenti caratteristici M_{AK} ed M_{BK} si perviene ai momenti $M_{Ad}^{(1)}$ ed $M_{Bd}^{(1)}$, diversi dai precedenti. Il CEB suggerisce in questi casi di dividere il coefficiente γ_F in due parti, la prima da applicare al carico caratteristico ($\gamma_{f1} \times F_K$) e la seconda da applicare al corrispondente « effetto del carico ».

Nel caso di analisi lineare, le sollecitazioni caratteristiche S_K sono proporzionali alle azioni caratteristiche F_K e si può scrivere anche:

$$S_{act,d} = (\gamma_f \psi S_{FK})_1 + \dots + (\gamma_f \psi S_{FK})_i \dots$$

Invece, nel caso di analisi non lineare ([2] v. fig. 1), può essere opportuno suddividere il coefficiente γ_f nei coefficienti γ_{f1} e γ_{f3} :

$$S_{act,d} = \gamma_{f3} S [(\gamma_{f1} \psi F_K)_1, \dots, (\gamma_{f1} \psi F_K)_i, \dots]$$

Con riferimento alla formulazione generale

$$S_{act,d} = S [(\gamma_f \psi F_K)_1, \dots, (\gamma_f \psi F_K)_i, \dots]$$

valgono le seguenti due espressioni, la prima relativa alla combinazione fondamentale dei carichi, la seconda alla combinazione accidentale:

$$S_d = S \{ \gamma_g G + \gamma_p P + \gamma_q [Q_{1K} + \sum_{i < 1} (\psi_{oi} Q_{ik})] \}$$

in cui γ_g , γ_p , e γ_q sono i coefficienti parziali γ_f relativi, rispettivamente, alle azioni permanenti, alla precompressione, alle azioni variabili,

P è il valore rappresentativo della forza di precompressione

Q_{1K} è l'azione variabile di base della combinazione studiata.

Combinazione accidentale:

$S_d = S(F_a + \gamma_g G + \gamma_p P + \text{ogni azione } Q \text{ probabile})$ in cui F_a è l'azione accidentale, definita come tale dalla normativa.

A sua volta la resistenza di calcolo della sezione dipende dalle resistenze caratteristiche del calcestruzzo R_{ck} e dell'acciaio R_{sk} , ognuna divisa per il suo coefficiente parziale γ_m , nonché dello stato limite considerato:

$$R_d = \text{funzione} \left(\frac{R_{ck}}{\gamma_c}, \frac{R_{sk}}{\gamma_s}, \text{ stato limite ultimo di resistenza} \right)$$

Nel caso della sollecitazione composta di pressione e flessione la condizione di sicurezza esprime che il vettore della sollecitazione appartiene al dominio della resistenza di calcolo, definito nel piano delle sollecitazioni:

$$\left\{ \begin{matrix} N_d \\ M_d \end{matrix} \right\} \in \Omega_d \left(\frac{R_{ck}}{\gamma_c}, \frac{R_{sk}}{\gamma_s} \right)$$

Ai fini di un successivo confronto con il metodo T.A. è opportuno richiamare le ipotesi su cui si basa il calcolo dello stato limite ultimo di resistenza sotto sollecitazioni normali:

- conservazione delle sezioni piane,
- perfetta aderenza fra calcestruzzo e acciaio,
- la resistenza a trazione del calcestruzzo è trascurata,
- diagramma σ - ϵ del calcestruzzo: parabola-rettangolo
 $\epsilon_{c \max} = 3,5\%$ nella flessione semplice e composta
 $\epsilon_{c \max} = 2\%$ nella pressione centrata,
- diagramma σ - ϵ dell'acciaio elastico-perfettamente plastico
 $\epsilon_{s, \max} = 10,0\%$.

Considerando lo stato limite ultimo di resistenza allo sforzo di taglio, l'espressione simbolica

$$S_d \leq R_d$$

diventa:

- in assenza di armatura trasversale:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

in cui:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} K (1 + 50 \rho_1) b_w d$$

con τ_{Rd} : tensioni tangenziali assegnate dalle norme in funzione di f_{ck}

$$K = (1,6 - d) \leq 1 \text{ (d in metri)}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \geq 0,02$$

- in presenza di armature trasversali:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} = 0,30 f_{cd} b_w d$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} =$$

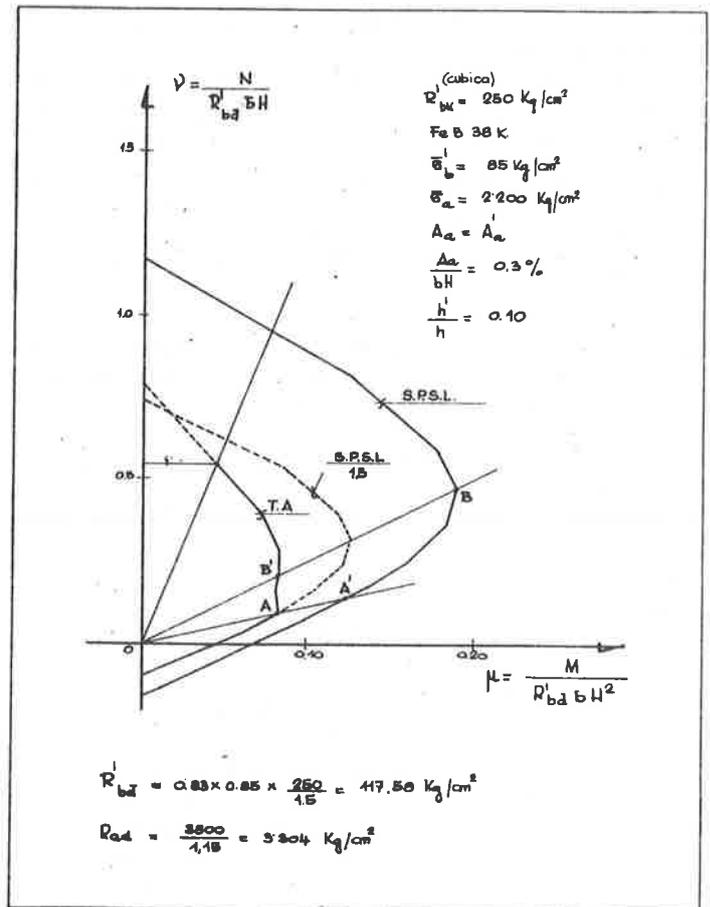
$$= \frac{A_{sw}}{s} 0,9 d f_{ywd} (1 + \text{ctg } \alpha) \sin \alpha + 2,5 \tau_{Rd} b_w d$$

V_{Rd2} , V_{wd} , V_{cd} sono determinati in base al modello del traliccio isostatico di Morsch,

α è l'inclinazione delle armature trasversali rispetto alla linea media della trave.

3.2. Il metodo delle T.A.

Il metodo si avvale, attualmente, delle grandezze caratteristiche dei carichi (D.M. 3 ottobre 1978) e delle resistenze (D.M. 16 giugno 1976) al pari degli altri metodi della impostazione semiprobabilistica. Utilizza due differenti coefficienti divisorii delle resistenze (del tipo cioè dei γ_m), di cui quello del calcestruzzo è variabile con il valore della R'_{bk} , coefficienti che, peraltro, sono inclusi nelle relazioni che forniscono le tensioni ammissibili. Entrambi i coefficienti, sia γ_c che γ_s , svolgono anche il ruolo di coefficienti γ_f .



2 - Sul piano v, μ sono riportate le curve di interazione relative, rispettivamente; a) al metodo S.P.S.L. nella versione M.C. 78, oppure C.N.R. 78, diverse da quelle del D.M. 16.7.76; b) al metodo S.P.S.L., dividendo le coordinate del caso a) per $\gamma_F = 1,5$ in modo da poter confrontare la curva di interazione così ottenuta con quella del metodo delle T.A.

In effetti, date le leggi costitutive lineari ipotizzate per entrambi i materiali, e la ipotesi del calcestruzzo teso non reagente, che mantiene la sezione resistente costante per tutto il campo di variazione delle tensioni, tutti i diagrammi carichi-effetti dei carichi, effetti dei carichi-tensioni, sono lineari e passano per l'origine (diretta proporzionalità) ciò che è requisito indispensabile per la misura della sicurezza in termini di tensioni.

Le tensioni che vengono così calcolate, associando i carichi di servizio alle sezioni totalmente fessurate, sono puramente convenzionali e servono solo per il confronto con una opportuna frazione del carico di rottura del calcestruzzo e di quello di snervamento dell'acciaio.

Per quanto riguarda la pressione e flessione, vengono assunte le seguenti ipotesi:

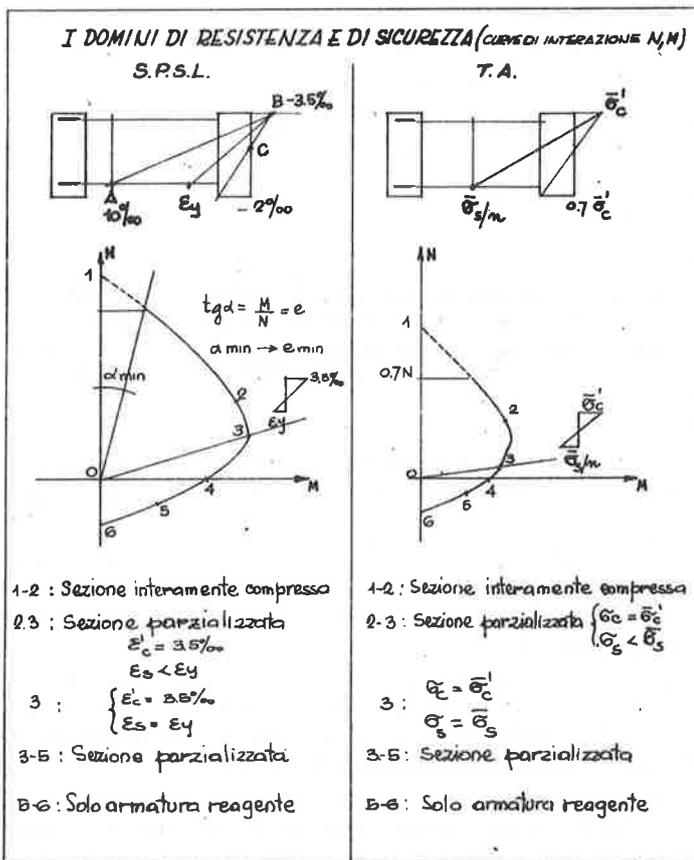
- conservazione delle sezioni piane,
- perfetta aderenza fra calcestruzzo ed acciaio,
- la resistenza a trazione è trascurata,
- diagramma σ - ϵ lineare del calcestruzzo,
- diagramma σ - ϵ lineare dell'acciaio.

Giova riportare sul piano delle sollecitazioni N, M i domini ammissibili del metodo T.A., in analogia ai domini di resistenza del calcolo a rottura, per mettere in evidenza analogie e differenze tra le due famiglie di domini (figg. 2, 3).

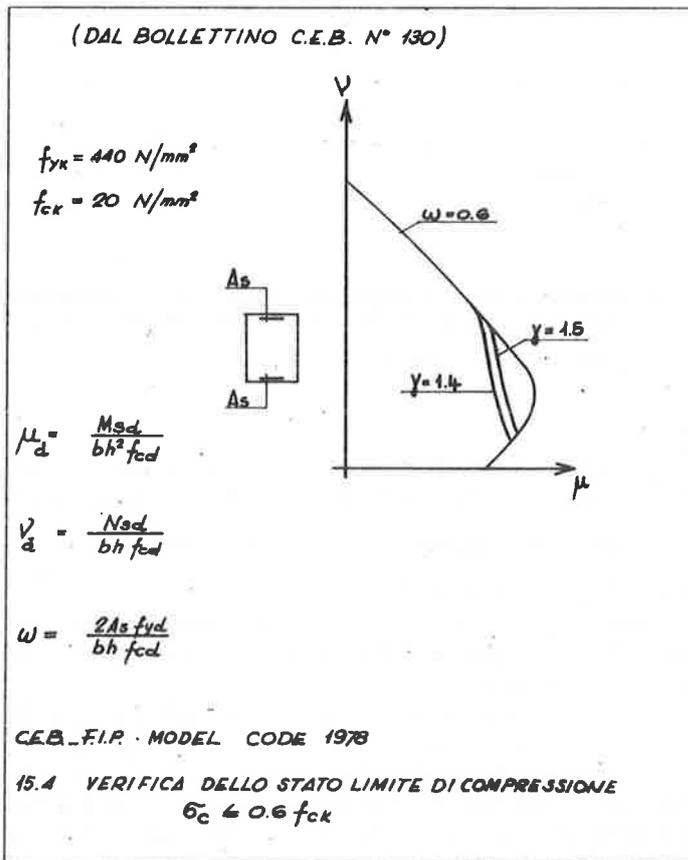
Si ricorda, infine, che le verifiche agli stati limite di utilizzazione possono imporre alle sezioni condizioni più stringenti di quelle relative agli stati limite ultimi. La fig. 4 mostra l'influenza dello stato limite di fessurazione longitudinale per compressione sulla estensione di una curva M, N.

Per quanto riguarda la flessione ed il taglio, gli sforzi nelle armature trasversali sono determinati mediante il traliccio isostatico di Morsch. Resta escluso il contributo del calcestruzzo al taglio interno dovuto alle armature disposte nell'anima.

Va peraltro ricordato che il regolamento prussiano del c.a. del 1907 conteneva la prescrizione in base alla quale le armature trasversali non dovevano assorbire l'intero sforzo risultante del diagramma $\frac{T}{z} = b\tau$, ma soltanto la parte $b(\tau - \tau_{bo})$ eccedente il valore $b\tau_{bo}$, in cui τ_{bo} era uguale



3 - Si confrontano i diagrammi, a partire dai quali vengono generati i punti delle due curve N, M, e gli andamenti delle curve stesse, sulle quali sono distinti i tratti corrispondenti a particolari comportamenti della sezione.



4 - Nel M.C. 78 la verifica allo stato limite di compressione è inclusa fra quelle dello stato limite di fessurazione, facendo riferimento alla fessurazione longitudinale conseguente alle compressioni. Essa consiste nel controllare che la tensione di compressione nel calcestruzzo, sotto le combinazioni dei carichi rare $(G + P + Q_{1K}) + \psi Q_{2K}$, non superi $0.6 f_{ck}$. Sul piano ν, μ questa condizione si traduce in una limitazione della estensione della curva N, M.

IL CASO DELLA FLESSIONE E TAGLIO: M, V

METODO STANDARD: bielle compresse a 45°

S.P.S.L.

T.A.

ordine di molteplicità: $\frac{z}{s} (1 + \cot \alpha)$

$V_{sd} \leq V_{rd} = 0.30 f_{cd} b_w d$

$V_{sd} \leq V_{rd} = V_{wd} + V_{cd}$
FORMULA ADDITIVA

$V_{cd} = 2.5 \tau_{rd} b_w d$

f_{ck}	200	300	400	500	Kg/cm ²
τ_{rd}	2.6	3.4	4.2	5	v
$2.5 \tau_{rd}$	6.5	8.5	10.5	12.5	v
$\frac{2.5 \tau_{rd}}{\gamma_s = 1.5}$	4.3	5.7	7.0	8.3	v

$V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} 0.9 d f_{yw} (1 + \cot \alpha) \sin \alpha$
 $\alpha = 45^\circ$ (staffe)

$V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} 0.9 d f_{yw} (z \cot \alpha)$

$T = \frac{A_s}{s} x z \times \bar{\sigma}_c$

R'_{bk}	200	300	400	500	Kg/cm ²
$\bar{\tau}_{co}$	4.7	6.0	7.3	8.7	v

5 - Si confrontano i modelli di calcolo per il metodo Standard, considerando sia il metodo S.P.S.L. sia quello delle T.A. Si vede anche che i valori di $\frac{2.5}{1.5} \tau_{rd}$ sono dell'ordine delle $\bar{\tau}_{co}$.

a 4,5 kg/cm². Mörsch aveva successivamente escluso questo metodo, stabilendo che, per $\tau > \tau_{bo}$, lo sforzo risultante dell'intero diagramma $\frac{T}{z} = \tau b$ dovesse essere affidato alle armature al taglio.

Invece negli U.S.A. il criterio di attribuire in ogni caso una parte del taglio al calcestruzzo si è mantenuto invariato sino ad oggi.

La formula additiva $V_{rd} = V_{wd} + V_{cd}$ del Model Code ripristina quindi un antico criterio, che risulta peraltro più razionale nell'ambito del calcolo a rottura. Va anche rilevato che le regole sulle disposizioni costruttive richiedono una armatura trasversale, che talora supera quella richiesta dal calcolo.

In effetti nel campo dei modelli di calcolo per gli stati limite ultimi di resistenza, le ipotesi del metodo T.A. e quelle del metodo S.P.S.L. presentano non poche analogie. La circostanza non è casuale: l'adattamento al c.a. del metodo delle T.A. ha richiesto non solo nel caso di N, M ma anche di M, T e di torsione di utilizzare schemi

S.P.S.L.

CONTROLLO DEL CALCESTRUZZO COMPRESSO NELLE BIELLE

T.A.

CONTROLLO DEL CALCESTRUZZO COMPRESSO NELLE BIELLE

$\tau_{max} \leq \bar{\tau}_{c1}$

$T = \bar{\tau}_{c1} b_w z = S \sin \theta$

$\theta = 45^\circ$ $\alpha = 90^\circ$ (staffe)

$V_{rd} = \sigma_c b_w z \frac{1}{2} = 0.5 f_{cd} b_w z \sin \theta = 0.45 f_{cd} b_w d$ (TEORICO)

$V_{rd} = 0.30 f_{cd} b_w d$ (NORMATIVA)

f_{ck}	200	300	400	500
f_{cd}	133.3	200	266.7	333.3
$0.30 f_{cd}$	40	60	80	100
$\frac{0.30 f_{cd}}{\gamma_f = 1.5}$	26.7	40	53.3	66.7

R'_{bk}	200	300	400	500
$\bar{\tau}_{c1}$	15.4	18.3	21.1	24
σ_c	30.9	36.6	42.3	48

6 - Si completa il confronto considerando le bielle compresse dell'anima. Nel metodo T.A. il controllo delle compressioni nelle bielle oblique è implicito nell'altro controllo esplicitamente richiesto fra la τ e la $\bar{\tau}_{c1}$, in quanto $\sigma_c = 2 \tau_{c1}$ (staffe verticali), che risulta sempre minore del valore ammissibile.

di calcolo fisicamente realizzabili molto più in vicinanza dei carichi di collasso che non di quelli di esercizio (figg. 5, 6, 7).

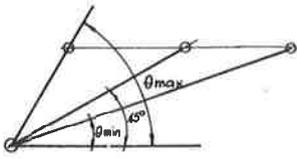
Più rilevanti appaiono a tutt'oggi gli sviluppi nel campo dell'instabilità e dell'analisi non lineare delle strutture iperstatiche, con la messa a punto di nuovi metodi sia esatti che approssimati.

Per quanto riguarda lo stato limite ultimo di instabilità, nel caso di una singola asta snella è possibile costruire sul piano N, M delle curve di interazione modificate in modo da tenere conto della influenza della snellezza.

Su tali diagrammi si possono mettere in evidenza tre sottodomini, caratterizzati, rispettivamente, da tre modi di crisi possibili, due di resistenza, in presenza di momenti amplificati per effetti del 2° ordine, e uno di instabilità senza biforcazioni (fig. 8).

Tenuto conto della notevole laboriosità dell'analisi, a causa della duplice non linearità, quella dei materiali costitutivi e quella geometrica, risultano di particolare utilità tre metodi approssimati:

METODO AFFINATO PER IL TAGLIO E LA TORSIONE



$$\frac{3}{5} \leq \cotg \theta \leq \frac{5}{3}$$

$$\sim 30^\circ \leq \theta \leq \sim 60^\circ$$

TAGLIO

$$V_{rd2} = 0.30 f_{cd} b_w d \sin 2\theta \quad (\text{M. st. } 0.30 f_{cd} b_w d)$$

$$V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} 0.9 d f_{ywd} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \sin \alpha$$

$$\text{Per } V_{sd} \leq 2.5 \tau_{rd} b_w d : V_{cd} = 2.5 \tau_{rd} b_w d$$

$$\text{Per } V_{sd} \geq 7.5 \tau_{rd} b_w d : V_{cd} = 0$$

Per valori intermedi V_{cd} è determinato per interpolazione lineare.

TORSIONE

$$\text{Compressione delle pareti } T_{rd1} = 0.50 f_{cd} A_{ef} h_{ef} \sin 2\theta$$

$$\text{stafette : } T_{rd2} = T_{ef,d} + T_{cd}$$

$$T_{ef,d} = \frac{A_s}{s} 2 A_{ef} f_{yd} \cotg \theta$$

$$\text{per } T_{sd} \leq 5 \tau_{rd} A_{ef} h_{ef} : T_{cd} = 5 \tau_{rd} A_{ef} h_{ef}$$

$$\text{per } T_{sd} \geq 15 \tau_{rd} A_{ef} h_{ef} : T_{cd} = 0$$

per valori intermedi interpolazione lineare

$$\text{Armatura longitudinale : } T_{rd3} = \frac{A_s}{s} 2 A_{ef} f_{yd} \cotg \theta$$

7 - Il metodo affinato unifica l'approccio del taglio e della torsione ed accetta inclinazioni della biella compressa diverse da 45°.

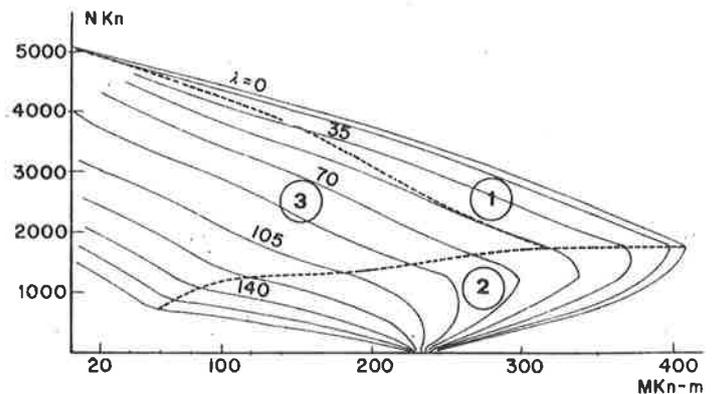
- il metodo della colonna modello
- il metodo dell'equilibrio
- il metodo del momento complementare.

Per quanto riguarda l'analisi non lineare delle strutture iperstatiche essa è sostanzialmente basata sulle condizioni di equilibrio e di compatibilità delle deformazioni, tenendo conto delle caratteristiche flessionali non lineari degli elementi componenti, talora sostituendo alle curve delle spezzate trilatero o anche bilatero.

Attualmente i metodi fondamentali sono due:

- l'analisi al passo
- il metodo delle rotazioni imposte.

Il primo è un metodo di simulazione numerica del comportamento della struttura iperstatica sotto carichi gradualmente crescenti, analogo al comportamento sperimentale durante una prova di carico.



calcestruzzo c40 acciaio s400 $\eta_1 = 1.3$ $A_s = A'_s = 2080 \text{ mm}^2$

8 - Curve di interazione di un pilastro snello per varie snellezze. I sotto-domini 1, 2, 3 sono caratterizzati, rispettivamente, dalla crisi per schiacciamento del calcestruzzo, per snervamento dell'acciaio e per instabilità anelastica.

Il pregio del metodo è quello di fornire una soluzione completa del problema, ma ciò richiede una notevole mole di calcolo.

Il secondo metodo risulta sensibilmente semplificato dalla introduzione di tre ipotesi:

- diagramma trilineare M/φ ,
- rotazioni anelastiche concentrate nelle sezioni critiche mentre la restante struttura resta in campo elastico,
- calcolo riferito direttamente allo stato limite ultimo, senza passare per fasi di carico intermedio.

Il metodo ha dato luogo ad una interessante interpretazione in termini di problema di programmazione quadratica [3] che consente la sua generalizzazione a strutture particolarmente complesse.

4. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Dalla disamina precedente è emerso che il metodo delle T.A. condivide con il metodo S.P.S.L. diverse ipotesi per quanto riguarda le verifiche agli stati limite di resistenza.

Anche l'impostazione semiprobabilistica, almeno per quanto riguarda l'impiego dei frattili 5% inferiori e superiori, è diventata praticamente comune ai due metodi.

Le differenze più rilevanti riguardano l'impiego dei coefficienti parziali di sicurezza e l'introduzione dei metodi di analisi non lineare nella trasformazione dei « carichi » in « effetti dei carichi » nel caso di strutture iperstatiche e/o di strutture snelle.

BIBLIOGRAFIA

- G. Pizzetti, F. Levi: Nuovi orientamenti di Scienza delle Costruzioni. Parte I. L'equilibrio elasto-plastico. Parte II. Il cemento armato precompresso. VIVI editoriale. Milano, 1947.
- C.E.B. Bulletin d'Information N. 101. Structures hyperstatiques. Juillet 1974.
- O. De Donato, G. Maier: Mathematical programming methods for the inelastic analysis of reinforced concrete frames allowing for limited rotation capacity. Ist. Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Politecnico Milano. Ted. Ref. 484 47, 1970.

LA PROGETTAZIONE CON IL METODO DEGLI STATI LIMITE: STATI DI TENSIONE TANGENTE

Argomento trattato dal Prof.

Remo Francesco CALZONA

1 INTRODUZIONE

Le norme tecniche italiane relative alle opere in cemento armato e cemento armato precompresso hanno introdotto, fin dal 1972, la possibilità di utilizzare il metodo degli stati limite, in alternativa a quello tradizionale delle "tensioni ammissibili", per le verifiche di sicurezza delle strutture in c.a. e c.a.p.

Questa conferenza, nello spirito del corso organizzato dalla A.I.C.A.P., si propone di illustrare la metodologia della progettazione, con il metodo degli stati limite, degli elementi strutturali sottoposti ad una prevalente sollecitazione di taglio, mettendo in luce come essa derivi da un'analisi del comportamento degli elementi in c.a. e c.a.p. al di là della prima fessurazione fino alla rottura.

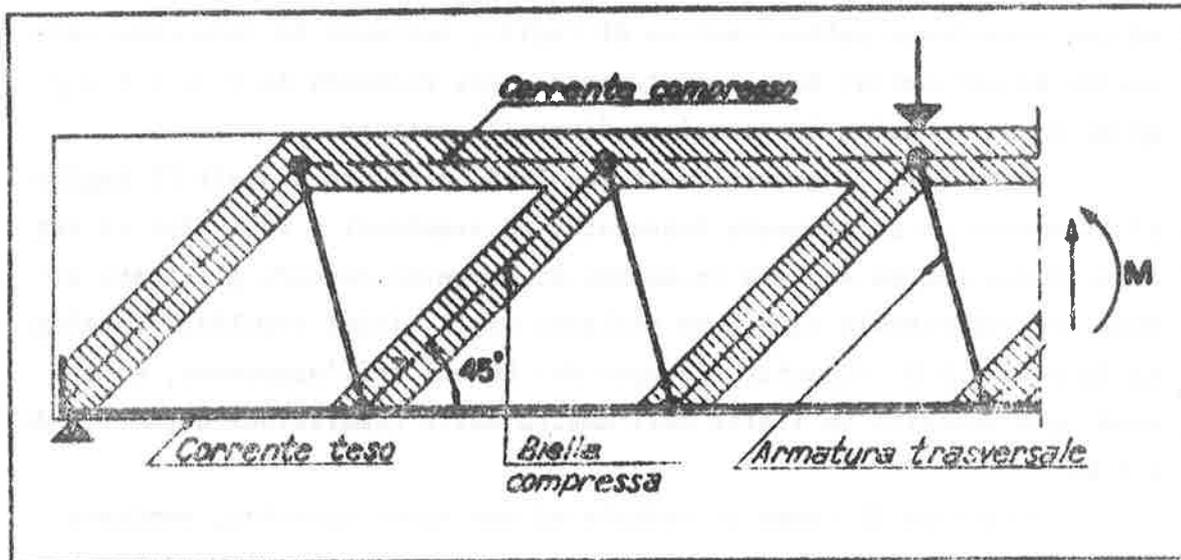
Descritti i fenomeni e le modalità, mediante i quali il taglio si trasmette in un elemento fessurato, ed esaminati i vari tipi di rottura, viene infine esposto un metodo di progetto secondo gli stati li-mite, le cui formule numeriche derivano dagli ultimi risultati raggiun-ti in sede C.E.B. (Comitato Europeo del Béton) sull'argomento, e che sono già recepiti in Italia nell'ambito delle Commissioni normative del C.N.R.

Completa il testo il calcolo di una trave continua, condotta sia secondo le formule proposte sia secondo quelle classiche del metodo delle tensioni ammissibili della Normativa Italiana.

2 MECCANISMI RESISTENTI DI UNA TRAVE IN C.A.

Per il calcolo delle travi in c.a. sottoposte ad una sollecitazione di taglio si è finora utilizzato il classico modello teorico proposto nel lontano 1902 da Ritter-Morsch, consistente nell'ipotizzare per una trave con armature trasversali un traliccio resistente ad aste incernierate nei nodi, con correnti paralleli e bielle di conglomerato di parete inclinate di 45° . Secondo tale modello si ha per tutta la trave un unico tipo di lesioni, inclinate di 45° rispetto all'asse dell'elemento, e la forza di taglio esterna viene interamente portata dall'armatura trasversale:

$$T_e = Q (A_t) \quad (2.1)$$



In assenza di armature trasversali, di conseguenza, secondo tale schema, l'elemento non potrebbe sopportare alcun incremento di carico al di là di quello di fessurazione.

Moltissime ricerche teoriche e sperimentali, nell'esame critico di tale schematizzazione hanno dimostrato che il reale comportamento di una trave sottoposta a taglio si discosta sensibilmente da essa, risultando le sollecitazioni nelle armature trasversali minori di quelle previste nella teoria di Ritter-Morsch come si osserva nella fig. 2, dove l'andamento della deformazione nelle staffe, all'aumentare del carico è

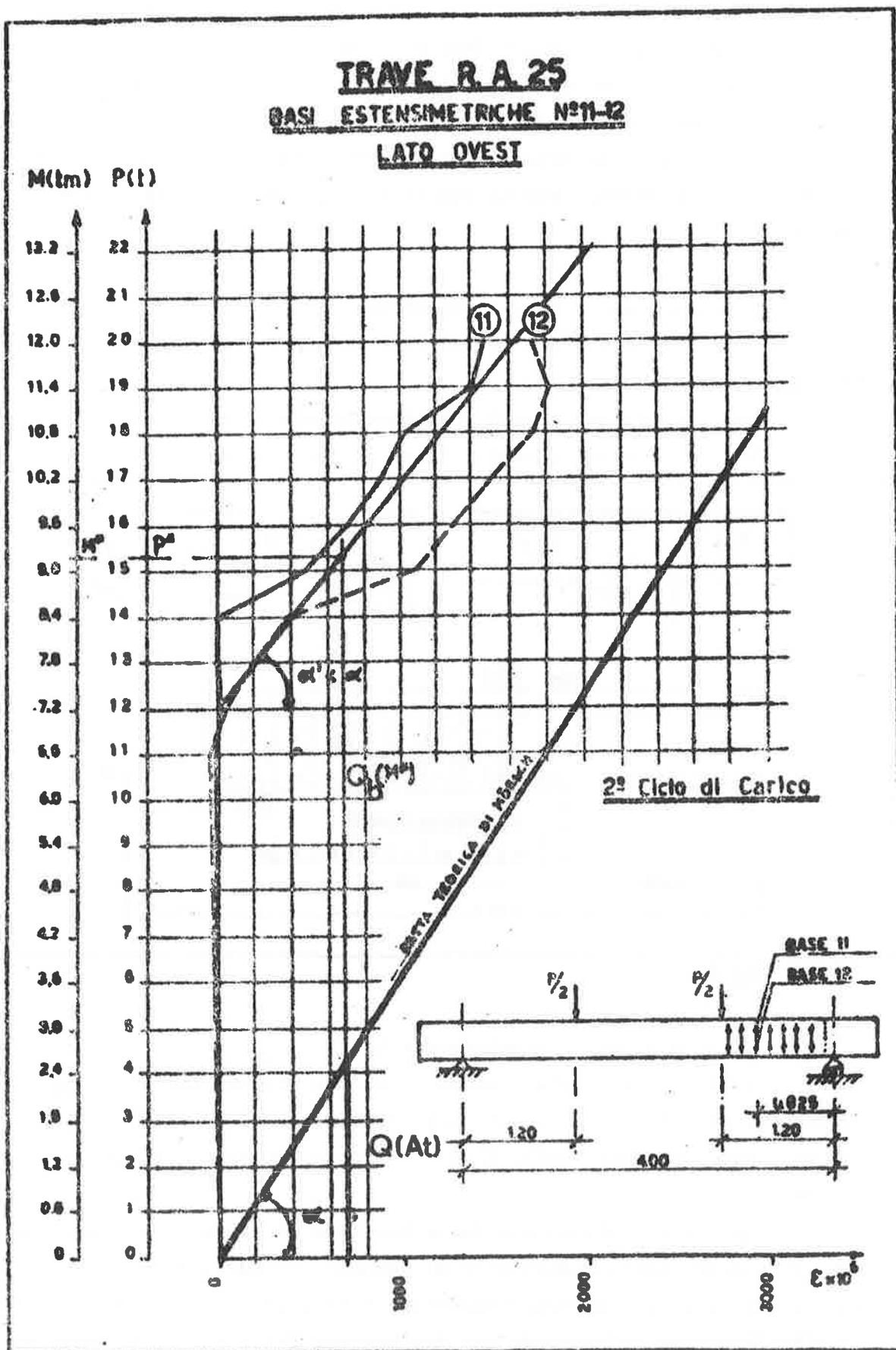


Fig. 2. Andamento teorico (secondo Morsch) e sperimentale delle deformazioni specifiche nella staffa. Trave RA25: interasse staffe 15 cm. Tb rappresenta il taglio portato dal conglomerato. Prove eseguite presso l'Università di Roma

paragonato con quello sperimentale. Ciò significa che si hanno nella trave altri elementi capaci di dare un contributo alla portata di taglio e una serie di fenomeni che riducono ulteriormente la sollecitazione nelle armature d'anima.

Oltre che dalle armature trasversali funzionanti come aste tese, è sufficientemente provato che il taglio esterno viene portato anche dal:

2.1 Corrente compresso di conglomerato Q (a)

È il taglio portato dalle τ che si hanno nel conglomerato non fessurato (fig. 3).

Questo fenomeno si manifesta interamente a seguito di una fessurazione del tipo flessione-taglio (fig. 3: lesione tipo B).

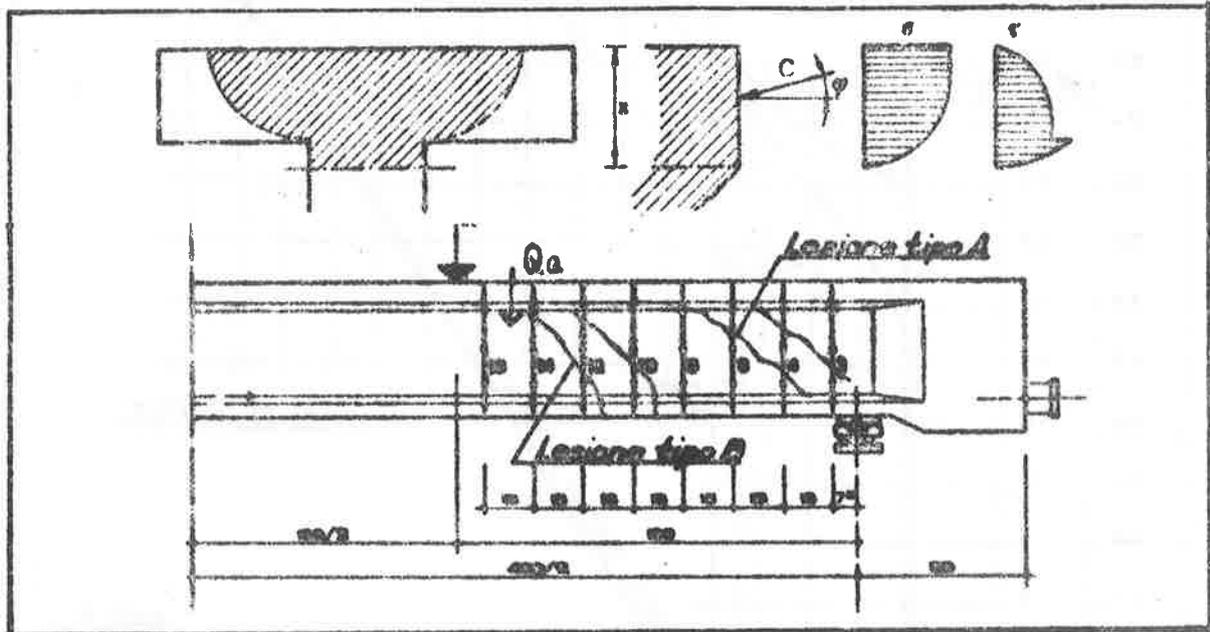


Fig. 3

2.2 Bielle d'anima di conglomerato Q (b)

Le bielle inclinate d'anima contenute tra due lesioni (fig. 3) successive non sono incernierate alle estremità, bensì incastrate, per cui assorbono una parte della forza verticale che sollecita le armature d'anima.

Inoltre l'inclinazione delle bielle di conglomerato è diversa da 45° , dipendendo dalla percentuale di armatura trasversale e dal rapporto tra la rigidezza del corrente superiore e dell'anima. Alla diminuzione dell'inclinazione corrisponde una diminuzione dello sforzo di trazione nelle staffe compensato però da un aumento di quello nelle armature lon

gitudinali.

Tale contributo è maggiormente rilevante nelle zone con fessurazione del tipo Taglio d'anima (fig. 3 lesione tipo B) ove le bielle sono incastrate ad ambedue le estremità.

2.3 Conglomerato per "ingranamento degli inerti". $Q(d)$ (Aggregate interlock)

È il taglio che si trasmette attraverso una superficie lesionata a causa dell'ingranamento degli inerti, quando i due elementi separati dalla lesione tendono ad avere uno scorrimento relativo (fig. 4).

In ciascuna delle due parti a contatto il moto relativo genera sia una τ che una σ (fig. 4) e quindi una forza di taglio e una forza normale.

La forza di taglio di ingranamento $Q(d)$ dipende essenzialmente dalla ampiezza della lesione, dal movimento relativo parallelo alla lesione δ , dalle dimensioni, forma, resistenza degli inerti e dalla presenza di una forza normale alla superficie della lesione; se la lesione è attraversata da armature, accade che le irregolarità, nello spostamento δ , tendono a sovrapporsi ed ad aprire la lesione, mettendo in tensione l'armatura che genera così una forza normale alla lesione.

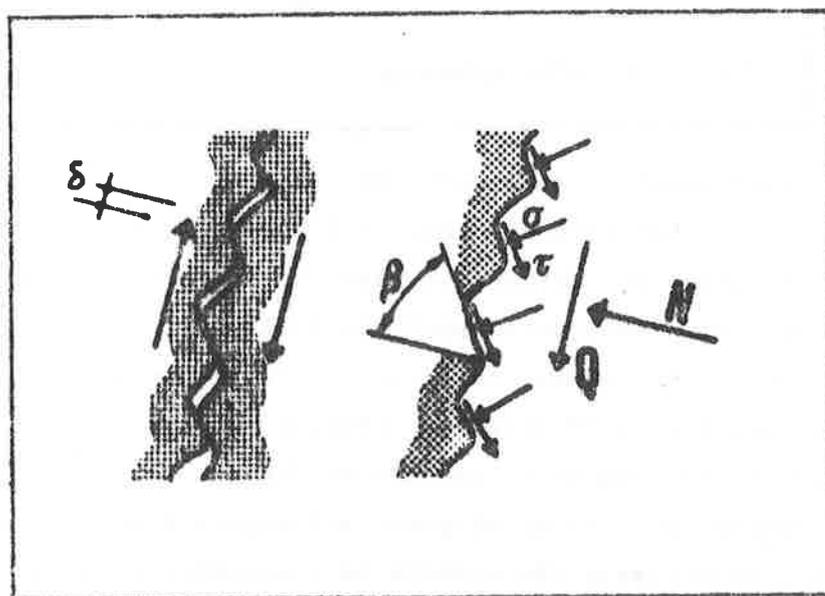


Fig. 4 - Taglio portato per ingranamento degli inerti

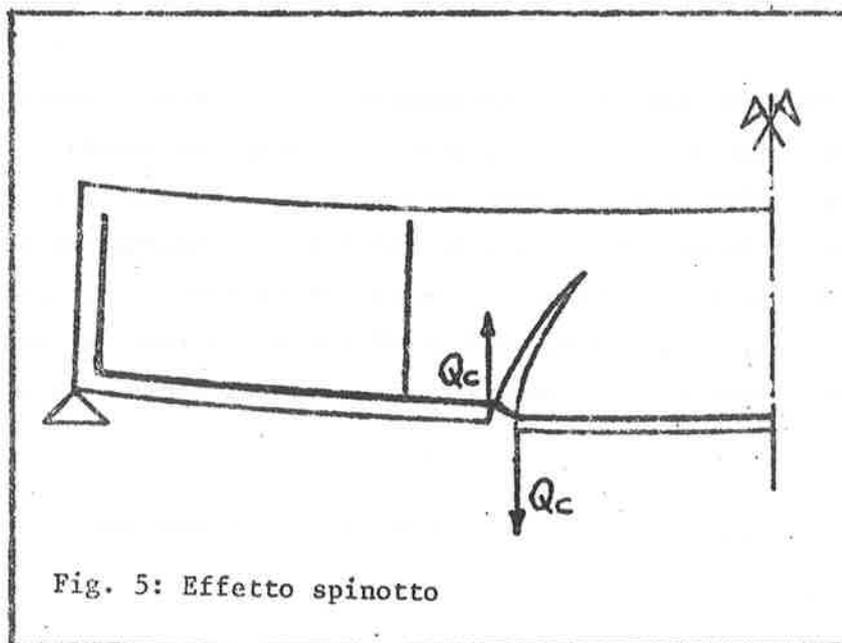
2.4 Armature longitudinali per "Effetto spinotto" (Dowel-action)

$Q(c)$.

L'effetto spinotto è la resistenza al taglio offerta dalle barre che attraversano una fessura, conseguente allo scorrimento relativo delle facce della fessura.

La sua capacità portante è funzione di un elevato numero di fattori e principalmente della rigidità del conglomerato direttamente al di sotto della barra, (dimensioni e resistenza a trazione del conglomerato) e della distanza tra la sezione dove è applicata la Dowel Action e la prima staffa che sopporta le barre (fig.5).

Relativamente agli altri meccanismi il suo contributo è modesto nelle travi, assume invece importanza nelle piastre.



2.5 Conglomerato per "Effetto arco" A(e).

Nel caso di carichi vicini all'appoggio, o travi alte, o nelle piastre il carico può essere trasmesso agli appoggi attraverso un comportamento ad arco, come quello mostrato in fig.6.

In realtà, questo, non è un effettivo meccanismo di taglio nel senso che non trasmette azioni tangenziali da una sezione all'altra, però il suo effetto riduce il contributo degli altri elementi resistenti.

Perché tale azione si possa sviluppare è necessaria una forte armatura longitudinale che assorba la componente orizzontale della forza nell'arco.

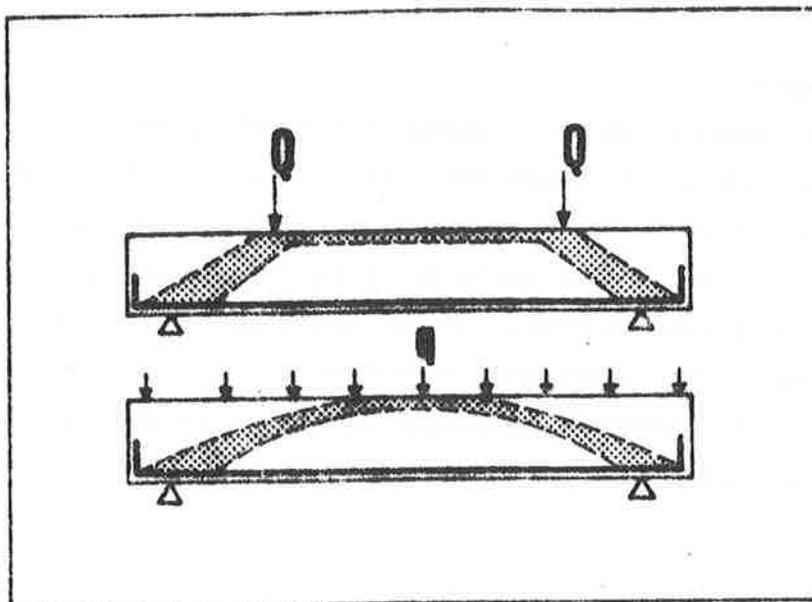


fig. 6. Comportamento ad arco di travi in cemento armato.

Alla luce di quanto detto precedentemente sembrerebbe di poter concludere che la (2.1) andrebbe sostituita con una relazione del tipo:

$$T_e = Q(A_t) + Q(a) + Q(b) + Q(c) + Q(d) + Q(f) \quad (2.2)$$

In realtà il contributo dei vari termini non è semplicemente sommabile, perché:

- a) è fortemente influenzato dai numerosi parametri (tipo di carico, forma della sezione ecc.) che condizionano la resistenza a flessione e taglio;
- b) a seconda del tipo di fessurazione e del meccanismo di rottura che si instaura nella trave alcuni termini sono nulli;
- c) varia al di là della prima fessurazione con l'aumentare del carico.

Al cap. 5 si discuterà della validità della relazione (2.2)

3 ESAME DEI TIPI DI ROTTURA PER TAGLIO

Volendo studiare la resistenza a rottura di un elemento sottoposto a taglio è indispensabile esaminare i tipi di rottura e perciò le caratteristiche della fessurazione per taglio, perché è il quadro fessurativo che condiziona il funzionamento dell'elemento resistente e la rottura.

3.1 Tipi di rottura

Una volta creatosi un certo quadro fessurativo, nella trave si istaura un nuovo meccanismo resistente, capace di sopportare notevoli incrementi di carico al di là di quello di prima fessurazione di taglio, come è chiaramente messo in luce dalla trave di fig. 2 per la quale il carico di rottura è risultato circa il 1.85 volte quello corrispondente alla lesione di taglio attraversante le staffe. La rottura avviene per cedimento di uno degli elementi resistenti e, quanto questi sono numerosi, altrettanto lo sono i tipi e fenomeni di rottura.

3.1.1 Elementi con armatura trasversale

Negli elementi con armatura trasversale, considerando il classico funzionamento a traliccio, i tipi di rottura possono intendersi come il cedimento di un'asta del traliccio o di un nodo (collegamento) nelle diverse zone della trave.

In rapporto al tipo di fessurazione la rottura può aversi per:

a) schiacciamento del conglomerato della zona compressa: "rottura di taglio-flessione"

Tale rottura si ha a seguito di una fessurazione del tipo flessione-taglio, che estendendosi verso l'alto, con l'aumentare del carico, provoca la progressiva riduzione della zona compressa (fig.7) e quindi il suo schiacciamento sotto l'azione combinata delle τ e delle σ . La rottura avviene perchè l'armatura d'anima, attraversata dalla lesione, ha superato il suo limite d'elasticità e non è più idonea ad impedire il progressivo innalzamento della lesione.

Tale rottura si verifica più frequentemente nelle travi in cemento armato, o in quelle in precompresso con $\frac{M}{Th} > 2$.

Si possono essenzialmente distinguere due tipi di lesione di taglio:

A) Lesioni di taglio dell'anima (tipo A) (fig. 3):

Sono lesioni inclinate che si formano repentinamente a circa mezza altezza dell'anima propagandosi verso l'estremità al crescere del carico.

Si hanno per effetto delle τ nelle zone di forte taglio e piccolo momento o nel caso di anime sottili in travi precomprese.

B) Lesioni di flessione - taglio (tipo B) (fig. 3):

Sono lesioni che si formano in zone già fessurate dalla flessione. La lesione inizia per effetto della σ al lembo teso della sezione in direzione normale a questo, e, al crescere del carico, si propaga verso l'alto inclinandosi per effetto delle tensioni tangenziali. In aggiunta a queste lesioni principali si possono avere lesioni secondarie per effetto di forze di distacco delle armature longitudinali, o scorrimento tra conglomerato e acciaio o per forze dovute all'effetto spinotto, oppure per concentrazioni di tensioni in grosse barre piegate.

La formazione di un tipo di lesione A o B dipende dalla grandezza relativa delle τ_0 d'anima e delle σ_f al lembo teso, secondo l'espressione

$$\frac{\sigma_f}{\tau_0} = \alpha \cdot \frac{M}{T \cdot h} \cdot \frac{b_0}{b} \quad (3.1)$$

in cui M e T sono momento e taglio nella stessa sezione, b e b_0 sono la larghezza della zona compressa e dell'anima, h è l'altezza utile della sezione, α è un coefficiente che dipende dalla forma della sezione, dall'armatura longitudinale, e dalle caratteristiche del conglomerato e dell'acciaio e nel caso di travi precomprese dal livello di precompressione.

Dalla (3.1) si evince pertanto che il tipo di fessurazione di taglio dipende dal rapporto $\frac{M}{T \cdot h}$ o $\frac{a}{h}$, dalla forma della sezione attraverso $\frac{b_0}{b}$, e nel caso di travi precomprese dal livello di precompressione al lembo teso.

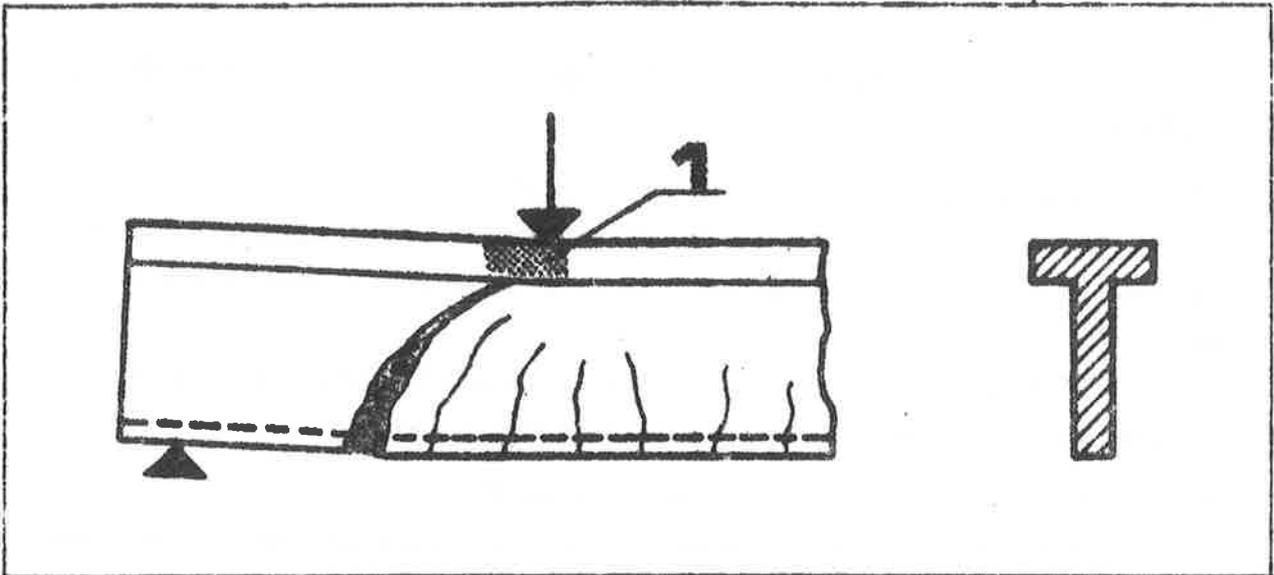


Fig. 7 - Rottura di taglio flessione con schiacciamento del conglomerato nella zona 1 tipo ①

b) Schiacciamento del conglomerato d'anima, ossia della biella in clinata.

Tale fenomeno può aversi sia a seguito di una fessurazione di flessione-taglio, che di taglio d'anima.

Nel primo caso la biella di conglomerato, contenuta fra due le sioni inclinate, si schiaccia nella zona d'attacco al corrente superiore a seguito di una sollecitazione di pressione eccentrica (rottura tipo (5)). Tale rottura si ha spesso nelle travi a T con anima sottile (fig. 8).

Una rottura analoga è quella mostrata in fig. 9 in cui si schiaccia il conglomerato al di sopra della lesione di rottura, ancora per una pressione eccentrica, ma nel blocco rigido compreso tra la lesione e l'appoggio (rottura Arco-tirante):

si ha per bassi valori del rapporto $\frac{M}{T \cdot h} < 1,5$, ossia nelle travi parete o in travi con una grossa soletta superiore, a seguito dell'i staurarsi nella trave di un funzionamento ad Arco-tirante.

Nel secondo caso con fessurazione tipo taglio d'anima si ha lo schiacciamento del conglomerato (fig. 10) quando la tensione principale di compressione raggiunge la resistenza del conglomerato, che è ridotta per la presenza di uno stato di tensione biassale di compres sione e trazione: Rottura di taglio-compressione.

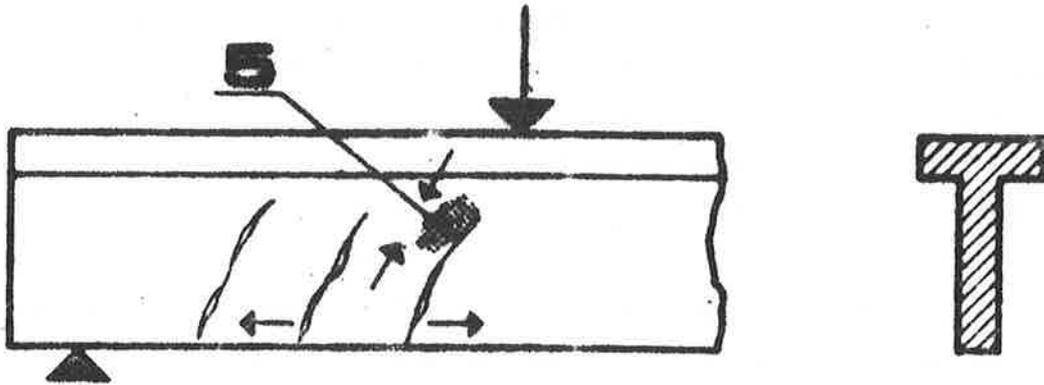


fig. 8 - Rottura della biella di conglomerato sottoposta a pressione eccentrica con schiacciamento nella zona C. tipo 5.

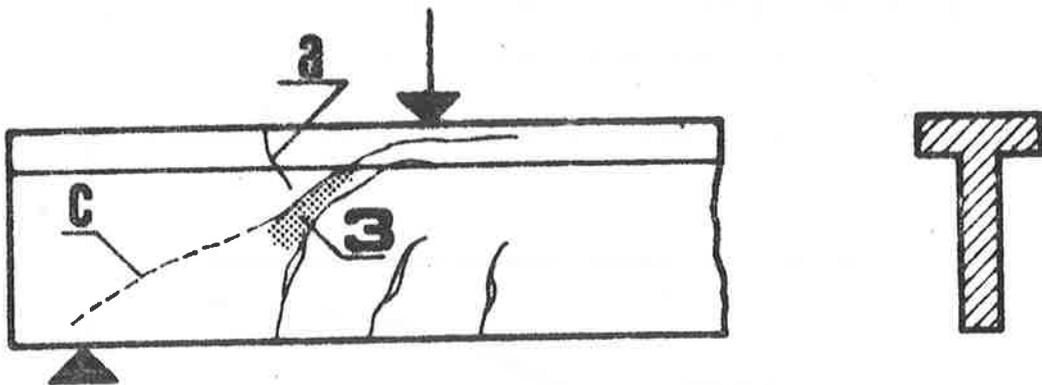


fig. 9 - Rottura per schiacciamento del conglomerato al disopra della lesione tipo 3 a. lesione all'estradosso. c. linea delle pressioni.

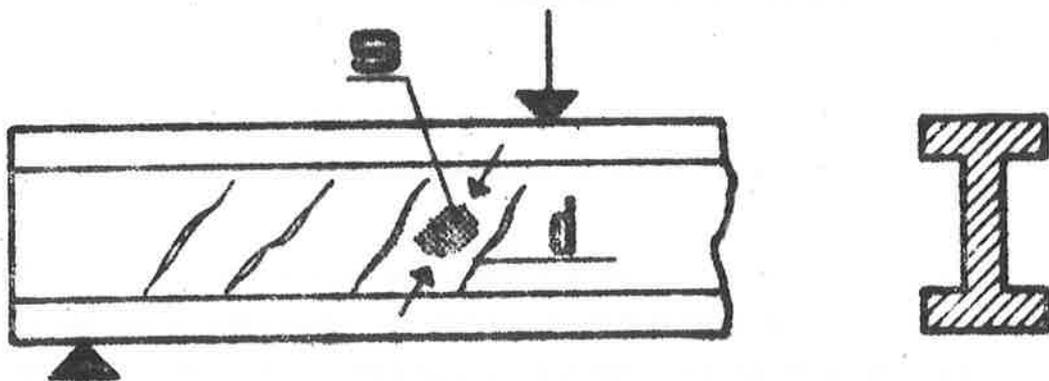


fig. 10 - Rottura della biella di conglomerato con schiacciamento nella zona 9: tipo 9.

Frequentemente la rottura avviene senza una manifesta fessurazione obliqua: si ha nelle travi a doppio T con una grossa soletta inferiore od un elevato livello di precompressione. Avendo caratteristiche di rottura fragile è estremamente pericolosa.

Pur essendo tre tipi di rottura abbastanza simili, occorre porre attenzione al diverso ruolo dell'armatura: nel tipo (5) l'armatura è al di sopra del suo limite elastico ed un aumento della sua percentuale, aumenta il carico di rottura; nel tipo (9) l'armatura è ancora in campo elastico e la sua percentuale non influenza apprezzabilmente il carico di rottura; ciò che invece assume importanza è la disposizione: con staffe inclinate o barre piegate di 45° la resistenza aumenta di circa 1,5 volte rispetto al caso di staffe verticali (v. n. 4.4).

c) Distacco del corrente teso spinto dalle bielle di conglomerato non sostenuto dalle armature trasversali (fig. 11).

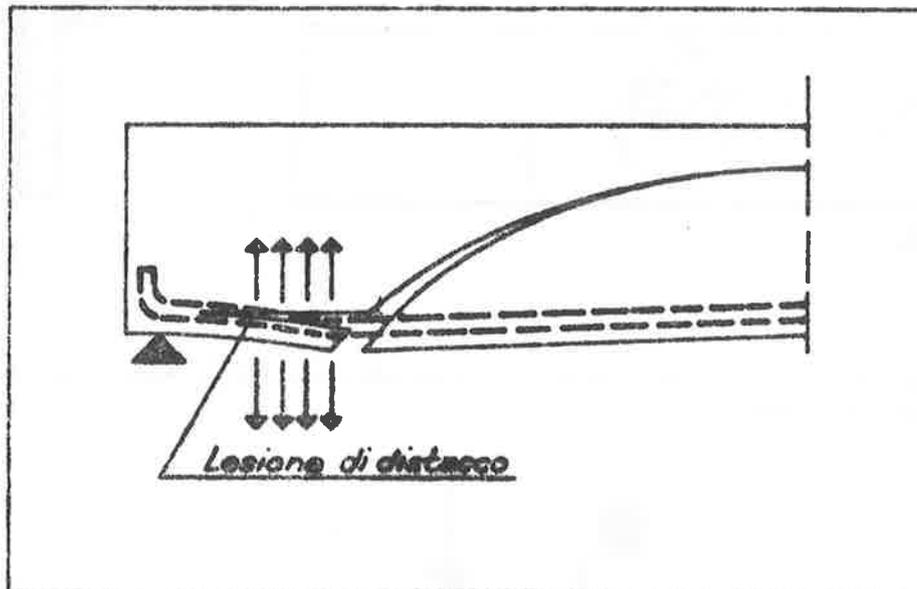


fig 11 - Distacco del corrente inferiore. Tipo (4).

Ciò può avvenire o perché l'armatura trasversale (staffe) ha superato il suo limite elastico o perché è troppo rada (fig. 12).

Avviene spesso per l'azione concomitante dell'effetto spinotto.

d) Rottura dell'ancoraggio dell'armatura longitudinale fortemente sollecitata per l'ustaurarsi in prossimità dell'appoggio, di un funzionamento Arco-tirante (fig. 11).

Tale rottura è spesso favorita, se l'ancoraggio non è ben studiato, dal distacco del conglomerato sottostante l'armatura per effetto spinotto, che porta ad una diminuzione dell'aderenza tra conglomerato e acciaio.

e) Nel caso di basse percentuali d'armatura o di disposizioni errate (fig.12), si può avere la rottura, perchè una lesione del tipo flessione e taglio si propaga sulla zona compressa.

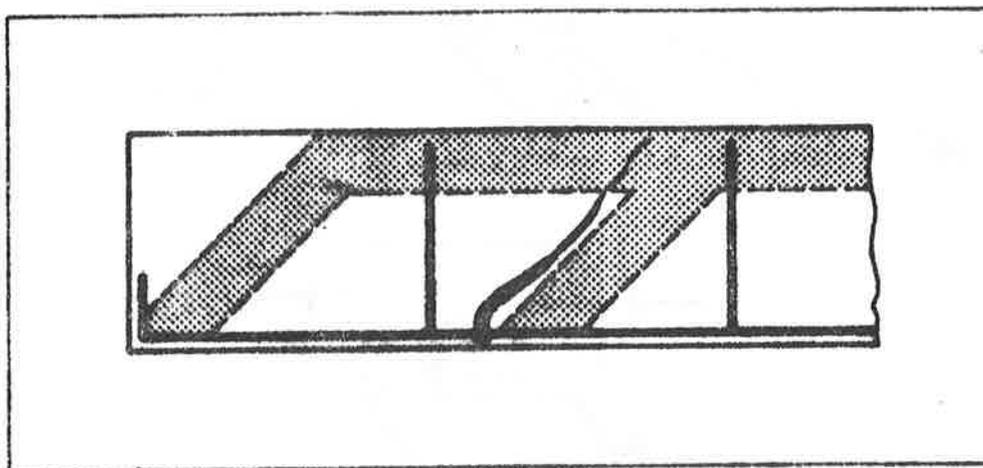


fig. 12 - Rottura per errata disposizione delle armature trasversali.

3.1.2 Elementi senza armatura trasversale

Per questi elementi il tipo di fessurazione di taglio assume un'importanza ancora maggiore di quelli con armatura.

Se si verifica una lesione del tipo (A), l'elemento non è in genere capace di sopportare alcun ulteriore aumento del carico esterno, ed il carico di rottura coincide con quello di prima fessurazione.

Quando invece si ha una fessurazione di tipo (B), l'elemento conserva la sua capacità portante.

In questo caso le lesioni sono poco inclinate e più che individuare delle bielle, come quelle ipotizzate dal traliccio di Morsch, separano come dei denti di conglomerato incastrati nella zona compressa fig.13.

Con riferimento ad una soletta od una piastra o trave a spessore, che sono i tipici elementi senza armatura trasversale, la capacità portante si può pensare dovuta all'innescarsi di un funzionamento arco-tirante, rinforzato dalla resistenza dei denti di conglomerato.

Con riferimento alla fig.13 il taglio esterno è equilibrato dal

contributo del conglomerato del corrente compresso $Q(a)$ e del dente $Q(b)$, dall'ingranamento degli inerti $Q(d)$ e dall'effetto spinotto $Q(c)$.

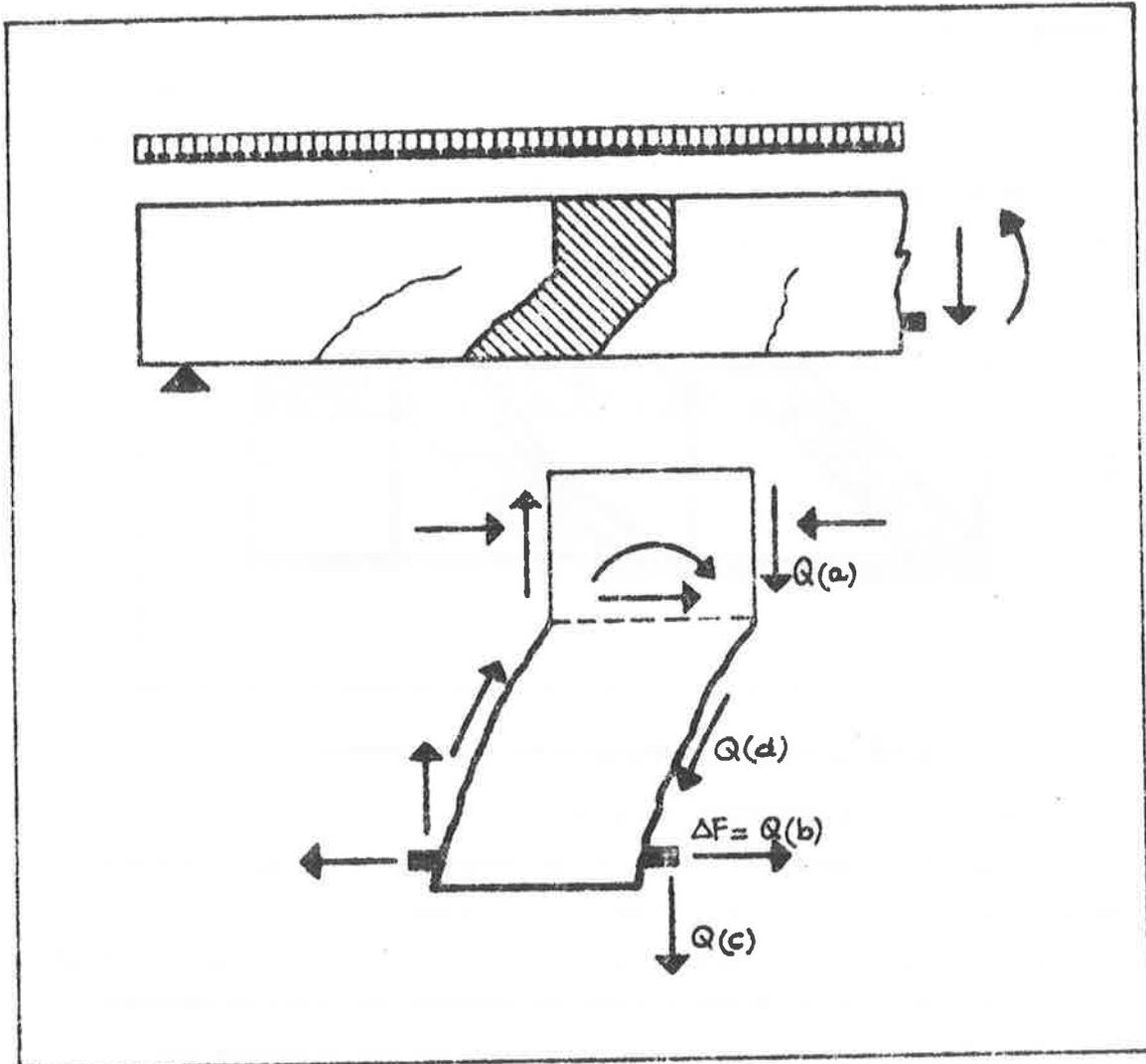


fig. 13- Schema di funzionamento di una trave senza armatura trasversale.

All'aumentare del carico, la rottura avviene sia per schiacciamento del conglomerato del dente sottoposto a presso-flessione (tipo (5)), che per schiacciamento del conglomerato del corrente compresso (tipo (1)), ovvero per penetrazione della fessura obliqua nella zona compressa (tipo(2)).

4 PARAMETRI CHE INFLUENZANO LA RESISTENZA

Nei paragrafi precedenti si sono esaminati i meccanismi resistenti

e tipi di fessurazione e rottura che possono aversi in una trave sottoposta a flessione e taglio.

Tali fenomeni sono influenzati da un elevato numero di parametri il cui effetto sta, da un punto di vista di comportamento, nel provocare un certo tipo di fessurazione e rottura, e, da un punto di vista di resistenza, nell'esaltare o ridurre il contributo dei diversi meccanismi resistenti precedentemente elencati.

I principali sono:

4.1 Rapporto M/Th (a/h)

E' il parametro che ha maggiore influenza sul comportamento di un elemento a taglio, perchè come mostrato al par. 3 da esso dipende il quadro fessurativo dell'elemento e quindi il meccanismo resistente.

4.2 Forma della sezione

La forma della sezione, in particolare il passaggio da sezione rettangolare a T o doppio T ha grande importanza, perchè ha effetto sul tipo di fessurazione come illustrato al n° 3, sulla resistenza a rottura nel senso che diminuendo il rapporto $\frac{b_o}{b}$ si ha una diminuzione del carico ultimo dovuta ad un diminuito contributo del taglio portato dalla biella d'anima Q(c) e dal conglomerato d'anima per ingranamento degli inerti.

4.3 Percentuale di armatura longitudinale tesa

L'effetto della percentuale di armatura tesa sulla resistenza al taglio si manifesta in più modi:

- a) Il contributo Q(a), del corrente compresso di conglomerato può intervenire completamente, se non si ha un prematuro cedimento dell'armatura tesa (rottura tipo (7)). Inoltre elevati valori di ρ , contrastano la formazione ed il propagarsi delle lesioni tipo (B) verso l'alto ed impediscono il ridursi della zona compressa e quindi aumentano la capacità di resistenza del corrente compresso.
- b) L'effetto spinotto Q(d) aumenta con l'aumentare di ρ .

c) Aumentando ρ diminuisce l'apertura delle lesioni, per cui è più alto il contributo dell'ingranamento degli inerti $Q(c)$.

4.4 Percentuale, posizione e tipo armature trasversali

L'armatura trasversale gioca un ruolo, sulla resistenza a taglio, molto diverso da quello presupposto dal traliccio di Morsch: oltre a portare il taglio funzionando come una asta tesa $Q(A_t)$, contrasta l'apertura delle lesioni per cui incrementa l'effetto ingranamento, sostiene le armature longitudinali tese permettendo un efficace contributo dell'effetto spinotto, impedisce l'instabilità delle armature longitudinali compresse; dà essa stessa un contributo per effetto spinotto.

Vale a dire che, pur essendo piccolo il termine $Q(A_t)$, le armature trasversali servono per permettere l'estrinsecarsi di altri essenziali contributi.

Per elevati rapporti $\frac{M}{Th}$, con rotture tipo (I) la quota di taglio portata dal corrente compresso di conglomerato $Q(a)$ è spesso maggiore di $Q(A_t)$.

Le staffe hanno effetto invece sulla resistenza della biella d'anima. Si consideri infatti l'elemento di trave prossimo ad un appoggio e delimitato dalla lesione di rottura per flessione e taglio per cui alla fig. 14. In assenza di staffe la linea delle pressioni nell'interno dell'elemento ha l'andamento (I) e le sezioni ad essa normali sono sollecitate a pressione fortemente eccentrica.

Le misure effettuate nel corso di esperienze rivelano infatti, che dopo la fessurazione, nascono trazioni al lembo superiore delle travi e si perviene alla rottura per schiacciamento dell'anima come mostrato in fig. 9.

La presenza di staffe modifica l'andamento della linea delle pressioni portandola sul tracciato (2) con allontanamento dal lembo compresso; si riduce quindi la tensione massima nel conglomerato e ciò evidentemente a vantaggio della resistenza del conglomerato dell'anima.

Il beneficio delle staffe, in presenza di una forte armatura longitudinale, si fa sentire in maniera determinante solo nel caso di anime sottili, nel qual caso si potrebbe avere una rottura prematura per flessione e taglio, rispetto a quella per flessione semplice, per schiacciamento

del conglomerato dell'anima (rottura tipo (9)).

Maggiore effetto hanno le staffe quando la percentuale di armatura longitudinale tesa è modesta, perchè in tal caso esse ostacolano la propagazione, verso la zona compressa, delle lesioni, che riducono l'area di conglomerato, impedendo al corrente compresso di dare il suo contributo alla resistenza a taglio.

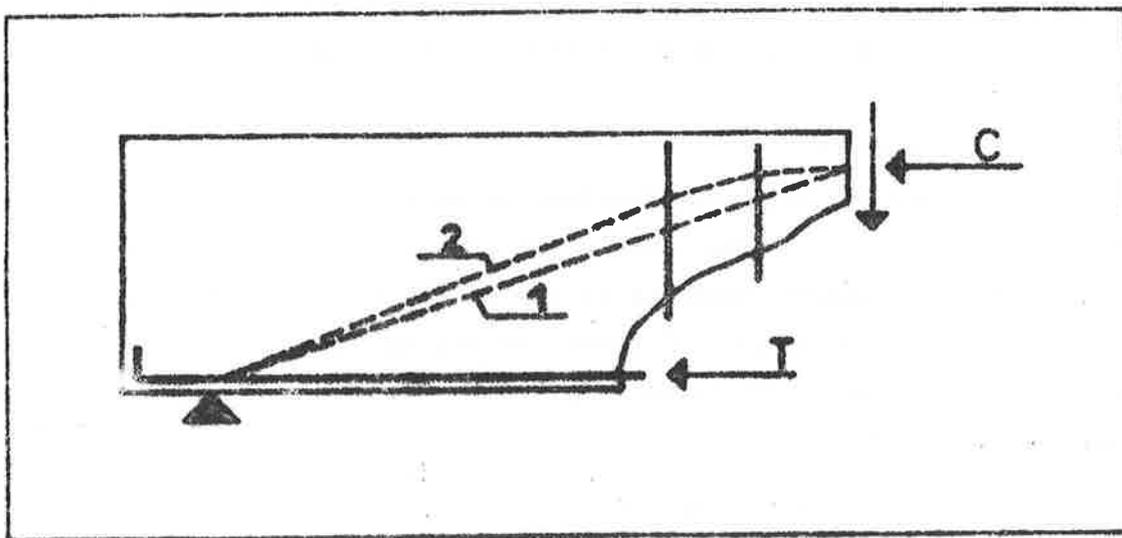


fig. 14 - Ridistribuzione delle tensioni dopo la formazione di taglio.

Le staffe possono assolvere tale compito solo se in elevata percentuale; un piccolo numero di staffe non riesce infatti a fermare l'apertura della lesione obliqua.

Per quello che riguarda le cosiddette barre piegate occorre tenere presente che, se da un lato rialzare una barra longitudinale aumenta il contributo di $Q(A_c)$ alla resistenza al taglio, d'altro canto la riduzione della armatura longitudinale facilita la formazione e la propagazione delle lesioni verso l'alto per cui diminuisce il contributo di $Q(a)$, e spesso risulta che la resistenza totale è minore; vale a dire che il rialzamento di una barra si rivela dannoso.

Le barre piegate sono più efficaci delle staffe nel caso di anime sottili, quando possono aversi rotture del tipo (6).

Volendo fare una classifica di idoneità del tipo di armature trasversale sarebbero da preferire nell'ordine: Staffe inclinate di 45° , staffe dritte, ferri piegati.

4.5 Caratteristiche di aderenza tra acciaio e conglomerato

L'aderenza tra acciaio e conglomerato, principalmente dell'armatura longitudinale tesa ha importanza sulla resistenza a taglio, perchè influenza l'ampiezza delle lesioni: è noto che diminuendo l'aderenza aumenta l'ampiezza delle lesioni, di conseguenza diminuisce l'effetto dell'ingranamento degli inerti; inoltre, nel caso di fessurazione di flessione-taglio, diventa maggiore l'estensione della lesione nell'anima della trave e quindi si ha un minore contributo del corrente compresso.

4.6 Precompressione

L'effetto della precompressione si manifesta essenzialmente sul quadro fessurativo, nel senso che la precompressione opponendosi alla trazione ai lembi della trave, fa sì che si abbiano, rispetto al cemento armato, più lunghi tratti di trave con lesioni tipo A piuttosto che tipo B; da questo punto di vista la precompressione equivale ad un aumento del rapporto $\frac{M}{T_h}$.

Per quanto riguarda la rottura poichè la precompressione eleva il livello di compressione nelle bielle, in particolare modo se vengono precomprese anche le staffe, possono aversi pericolose rotture del tipo (9).

Ciò che incide notevolmente sulla resistenza è l'inclinazione dei cavi: il rialzamento dei cavi (fig. 15) diminuisce il contributo del conglomerato per effetto arco, per cui globalmente può accadere che:

$$Q_p + Q(e) < Q'(e)$$

e la resistenza della trave risultare minore; inoltre aumenta la zona dove può aversi una fessurazione di flessione-taglio, che è quella che richiede una maggiore armatura trasversale, come si deduce dalla fig. 15, in cui è paragonato l'andamento delle trazioni al lembo inferiore.

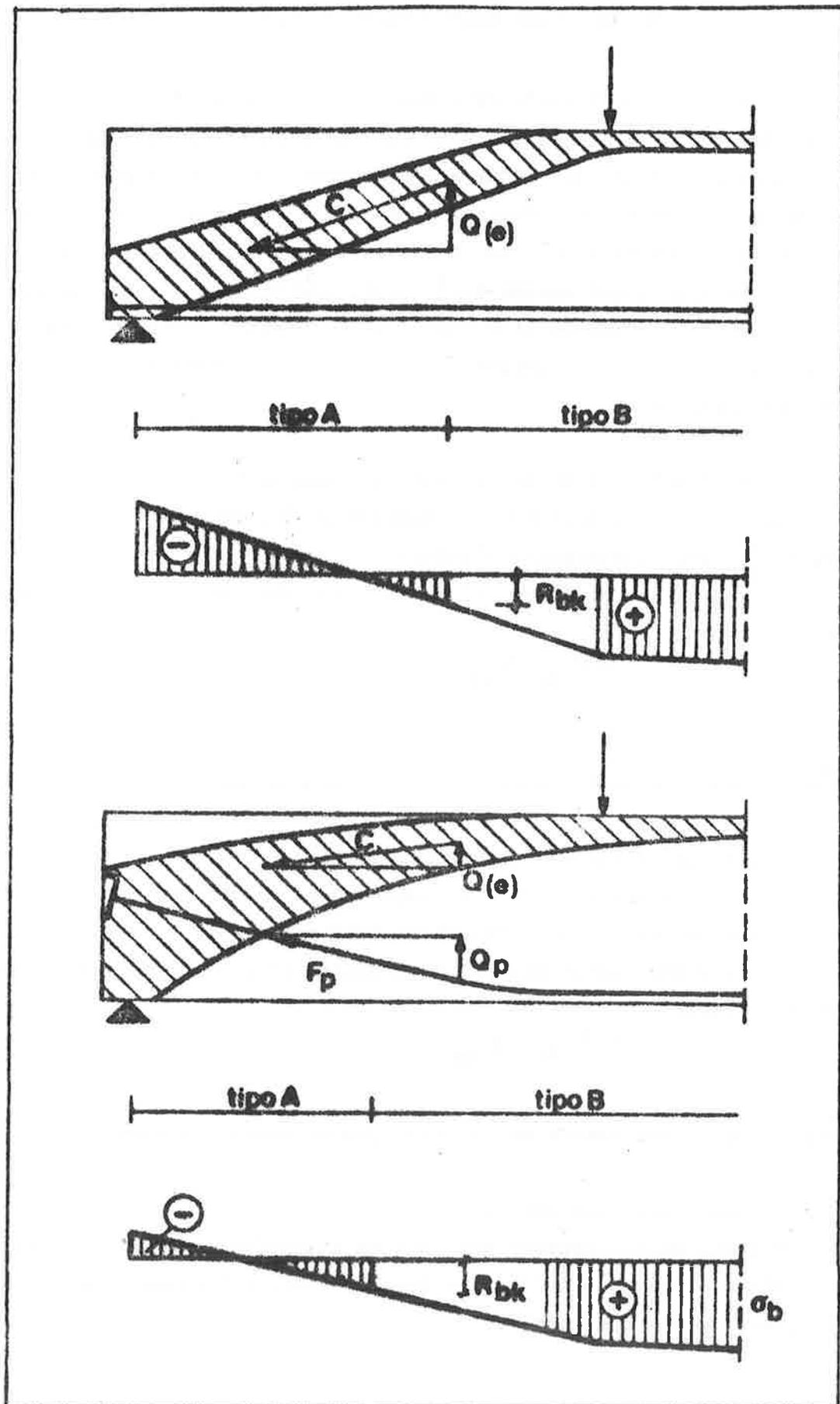


Fig. 15

5 METODO DI CALCOLO ALLO STATO LIMITE ULTIMO

Di seguito verrà illustrata una metodologia di calcolo che ricalca le ultime conclusioni del comitato FIP-CEB e delle istruzioni CNR.

Come illustrato nei paragrafi precedenti, il comportamento degli elementi sottoposti a flessione e taglio, è estremamente complesso; di conseguenza diventa difficile la esatta verifica della resistenza.

Nella logica del metodo degli stati limite, la valutazione della resistenza viene ridotta alla verifica degli stati limiti ultimi dei più importanti elementi resistenti e al controllo di particolari disposizioni costruttive.

1) Stato limite ultimo di taglio-compressione

La causa della rottura è lo schiacciamento del conglomerato d'anima. (Verifica del conglomerato d'anima).

La verifica consisterà nel controllare che, per ogni condizione di carico, risulti:

$$T^* \leq T_{r1}$$

dove:

T_{r1} = Taglio resistente del conglomerato d'anima

2) Stato limite ultimo di taglio-trazione

La causa della rottura è il superamento del limite di elasticità dell'armatura trasversale. (Verifica dell'armatura).

La verifica consisterà nel controllare che, per ogni condizione di carico, risulti:

$$T^* \leq T_{r2}$$

dove:

T_{r2} = Taglio resistente della trave con armatura trasversale

3) Disposizione costruttive

Possano aversi rotture per cattiva disposizione dell'armatura trasversale e longitudinale. La verifica consiste nel rispettare particolari prescrizioni costruttive.

5.1 Elementi senza armature trasversali

La resistenza dell'elemento fessurato, allo sforzo di taglio deriva dallo instaurarsi di un funzionamento ad arco-tirante e dalla resistenza dei "denti" di conglomerato compresi tra due lesioni successive.

5.1.1 Stato limite di taglio compressione. (Verifica del conglomerato d'anima).

Il taglio resistente vale:

$$T_{r1} = 0.25 \cdot R_b^* \cdot b \cdot d \cdot \psi \cdot \delta$$

dove:

ψ : coefficiente funzione della percentuale di armatura longitudinale e dell'altezza della trave:

$$\psi = (1.6 - d) \cdot (1 + 50 \rho_L)$$

con d misurato in m, in cui i valori dell'altezza utile d e delle percentuali di armatura longitudinale ρ_L , da prendere in conto non possono superare i seguenti limiti:

$$d \leq 0.60 \text{ m}$$

$$\rho_L \leq 0.02$$

e quindi

$$\psi \leq 2$$

δ : coefficiente che tiene conto della presenza di uno sforzo normale:

$\delta = 1$ in assenza di sforzo normale

$\delta = 0$ in presenza di un apprezzabile sforzo normale di trazione

$\delta = 1 + \frac{M_o}{M_r^*}$ in presenza di sforzo di compressione (o decompressione) con M_o momento di decompressione ed M_r^* momento resistente della sezione.

5.1.2 Disposizioni costruttive

L'armatura longitudinale deve essere dimensionata per assorbire un momento pari a: (regola del decalage)

$$M(T) = M + T \cdot 1.5 \cdot d$$

Gli elementi debbono avere sempre armature normali a quelle prin-

cipali, capaci di ridistribuire trasversalmente i carichi.

5.2 Elementi con armatura trasversale

La resistenza allo sforzo di taglio dell'elemento fessurato si può supporre derivi da un traliccio iperstatico, di cui quello di Ritter-Mörsch rappresenta un modello semplificato.

Il taglio viene portato dalle armature trasversali, funzionanti come aste tese del traliccio, e del conglomerato sia del corrente compresso che delle bielle d'anima.

5.2.1 Stato limite di taglio-compressione. (Verifica del conglomerato d'anima).

Il taglio resistente vale:

$$T_{r1} = 0.25 \cdot R_b^* \cdot b_0 \cdot d$$

Nel caso in cui l'anima contenga barre o cavi con diametro $\phi > b_0/8$, il calcolo dovrà essere fatto con riferimento alla larghezza nominale dell'anima:

$$b_{0n} = b_0 - \frac{1}{2} \sum \phi$$

dove ϕ è calcolata al livello più sfavorevole

5.2.2 Stato limite di taglio-trazione. (Calcolo dell'armatura trasversale).

Il taglio resistente vale:

$$T_{r2} = T_{rb} + T_{ra}$$

in cui:

- T_{rb} : taglio portato dal conglomerato

$$T_{rb} = 0.60 \cdot R_b^* \cdot b_0 \cdot d \cdot \delta$$

dove δ è un coefficiente che tiene conto della presenza di uno sforzo normale vale:

$\delta = 1$ in assenza di sforzo normale o sforzo normale di trazione tale che l'asse neutro sia ancora interno alla sezione

$\delta = 0$ in presenza di sforzo normale di trazione tale che l'asse neutro cada fuori della sezione (sezione interamente tesa)

$\delta = 1 + \frac{M_0}{M_r^*}$ in presenza di sforzo normale di compressione (o precompressione) con M_0 momento di decompressione ed M_r^* momento resistente della sezione

- T_{ra} : taglio portato dalle armature

$$T_{ra} = A_s \cdot R_a^* \cdot \frac{0.9 d}{l_s} \lambda$$

in cui λ dipende dalla inclinazione α dell'armatura rispetto

all'asse della trave:

$$\lambda = \text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha$$

5.2.3 Stato limite di disposizioni costruttive

Armatura longitudinale

L'armatura longitudinale deve essere dimensionata per assorbire un momento pari a: (Regola del decalage):

$$M(T) = M + T \cdot a_1$$

con a_1 (decalage):

$$a_1 = 0.9 \cdot d (1 - \cot \alpha) > 0.2 d$$

Armatura trasversale

Tutte le travi debbono avere una quantità minima di staffe (verticali o inclinate) a configurazione chiusa pari a:

$$\frac{A_s}{i_s \cdot b \cdot \text{sen } \alpha} = 0.0015$$

L'interasse minimo delle staffe dovrà essere minore di:

$$i_s \leq \begin{cases} 0.75 d \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

In prossimità di carichi concentrati o delle zone d'appoggio per una lunghezza pari a d da ciascuna parte dell'appoggio, l'interasse minimo dovrà essere minore di:

$$i_s \leq 12 \phi_l$$

in cui ϕ_l è il diametro minimo dell'armatura longitudinale

5.3 Casi particolari

5.3.1 Componenti trasversali

Nel caso di elementi con membrature inclinate di compressione o trazione (elementi ad altezza variabile) o con cavi inclinati, il taglio di calcolo può essere assunto pari a:

$$T_{rid}^* = T^* \pm T_m^* \pm T_p^*$$

dove:

T^* : taglio dei carichi esterni di calcolo

T_m^* : componente di taglio dovuto alla membratura inclinata

T_p^* : componente di taglio dovuto allo sforzo di precompressione iniziale di calcolo.

Le componenti T_m^* e T_p^* dovranno essere sempre prese in conto se il loro effetto si somma a quello dei carichi.

Quando si rialzano dei cavi, è ammesso ancora di assumere per d un valore costante pari al suo massimo, solo se l'armatura residua al lembo teso (di precompressione e passiva) è tale da rispettare le condizioni date dalla regola del decalage

5.3.2 Carichi concentrati vicino agli appoggi.

Se un elemento è sottoposto ad un carico concentrato Q agente ad una distanza dall'appoggio $a < d$, il contributo di Q al taglio di calcolo T si potrà assumere pari a $Q \cdot a/d$.

Nel caso di elementi ad altezza variabile, T_m dovuto al carico Q va assunto uguale a zero.

5.3.3 Carichi indiretti o sospesi.

Nel caso di carichi indiretti o applicati alla parte inferiore dell'elemento, dovranno essere previste armature di sospensione che riportino l'intero carico nella zona compressa dell'elemento.

6 - APPLICAZIONE NUMERICA

Viene eseguito a titolo esemplificativo il calcolo di una trave con
tinua in c.a., con due campate a sezione costante e una mensola a
sezione variabile (fig. 16).

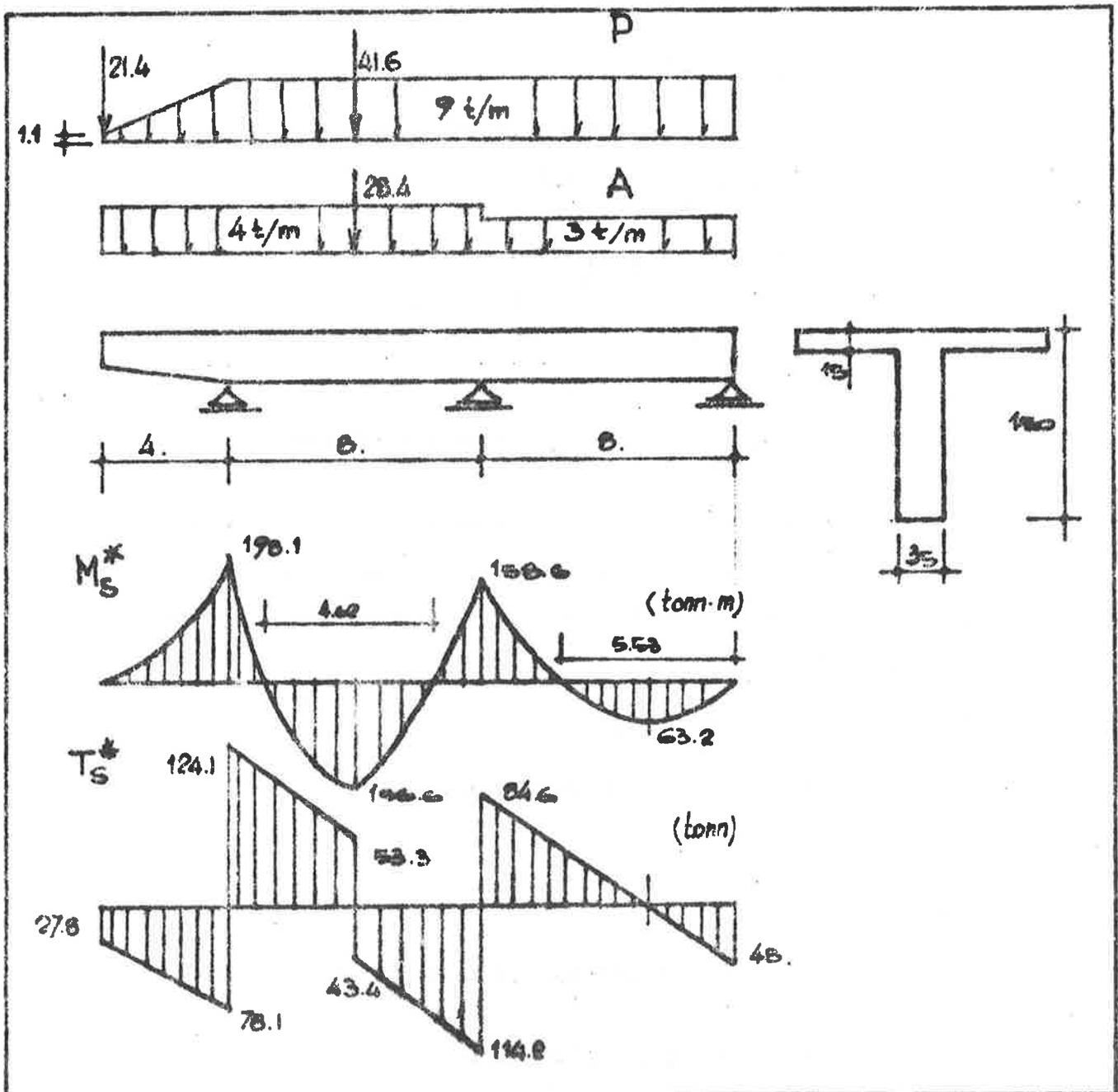


Fig. 16

6.1 - Materiali

- cls:

tensione caratteristica di rottura a compressione: $R'_{bk} = 200 \text{ kg/cm}^2$ Tensione di rottura a trazione: $R_b = 26 \text{ ''}$ Tensione caratteristica a trazione: $R_{bk} = 0.6 \times R_b = 15.6 \text{ ''}$

- acciaio

Tensione caratteristica di snervamento: $R_{ak} = 4000 \text{ ''}$

6.2 - Resistenze di calcolo

- cls : $R'_b{}^* = R'_{bk} / \gamma_c = 133.3 \text{ kg/cm}^2$ (a compressione) $R_b{}^* = R_{bk} / \gamma_c = 10.4 \text{ ''}$ (a trazione)- acciaio: $R_a{}^* = R_{ak} / \gamma_s = 3478 \text{ kg/cm}^2$

avendo adottato:

$$\gamma_c = 1.5$$

$$\gamma_s = 1.15 \text{ (acciaio non controllato in stabilimento)}$$

6.3 - Analisi dei carichi e sollecitazioni

Indicati con P i carichi permanenti e con A quelli accidentali, e con S_p ed S_A le rispettive sollecitazioni, si assume per il calcolo della struttura:

$$S^* = \gamma_p \cdot S_p + \gamma_a \cdot S_a$$

ponendo, per il calcolo dello stato limite ultimo:

$$\gamma_p = 1.3$$

$$\gamma_a = 1.5$$

Le sollecitazioni sono riportate nei diagrammi di fig. 16.

6.4 - Larghezza di soletta collaborante

Assumendo:

$$b = b_0 + 0.2 l_0$$

in cui:

$$b_0 = \text{larghezza dell'anima} = 35 \text{ cm.}$$

$$l_0 = \text{distanza tra i punti di momento nullo}$$

risulta:

$$\text{sezione 2} \quad b = 0.35 + 0.2 \times 4.62 = 1.28 \text{ m}$$

$$\text{" 4} \quad b = 0.35 + 0.2 \times 5.53 = 1.46 \text{ m.}$$

6.5 - Verifiche allo stato limite ultimo per sollecitazioni normali

$$M_R^* > M_S^*$$

I valori delle grandezze necessarie per il calcolo di M_R^* sono riportate nella tabella.

SEZIONE	M_S^* (t·m)	b (m)	A_a (cm ²)	d (m)	z (m)	z (m)	$N_p = N_a$ (tonn.)	M_R^* (t·m)
1	198.1	0.35	50.24	1.43	0.55	1.21	174.5	211.15
2	156.6	1.28	34.54	1.43	0.10	1.39	120.1	166.80
3	158.6	0.35	37.68	1.44	0.41	1.27	131.1	165.80
4	63.2	1.46	18.85	1.46	0.50	1.43	65.6	93.76

in cui:

$$z = d - \frac{1}{2} \cdot 0.8 \cdot x$$

$$N_b = 0.85 R'_b \cdot b \cdot 0.8 x$$

$$N_a = R'_a \cdot A_s$$

$$M_R^* = N_b \cdot z$$

6.6 - Verifiche allo stato limite ultimo per sollecitazioni taglianti

6.6.1 - Verifica del conglomerato d'anima

$$T_{R1} = 0.25 \cdot 133.3 \cdot 35 \cdot 143 = 166.8 \text{ t}$$

$$T_s^* (\text{max}) = 124.1 \text{ t} < T_{R1}$$

6.6.2 - Calcolo delle armature trasversali

- Taglio portato dal conglomerato:

$$T_{Rb} = 0.60 \cdot 10.4 \cdot 35 \cdot 143 \cdot 1 = 31.23 \text{ t}$$

- Taglio portato dalle armature

Adottando staffe verticali ($\alpha = 90^\circ$) \emptyset 10 si ha:

$$\lambda = \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$A_s = 1.57 \text{ cm}^2$$

$$T_{Ra} = \frac{1.57}{is} \cdot 3478 \cdot 0.9 \cdot 143 \cdot 1$$

per $is = 10 \text{ cm}$

$$T_{Ra} = 70.53 \text{ t}$$

" $= 20 \text{ cm}$

$$" = 35.26 \text{ t}$$

" $= 20 \text{ cm}$

$$" = 23.50 \text{ t}$$

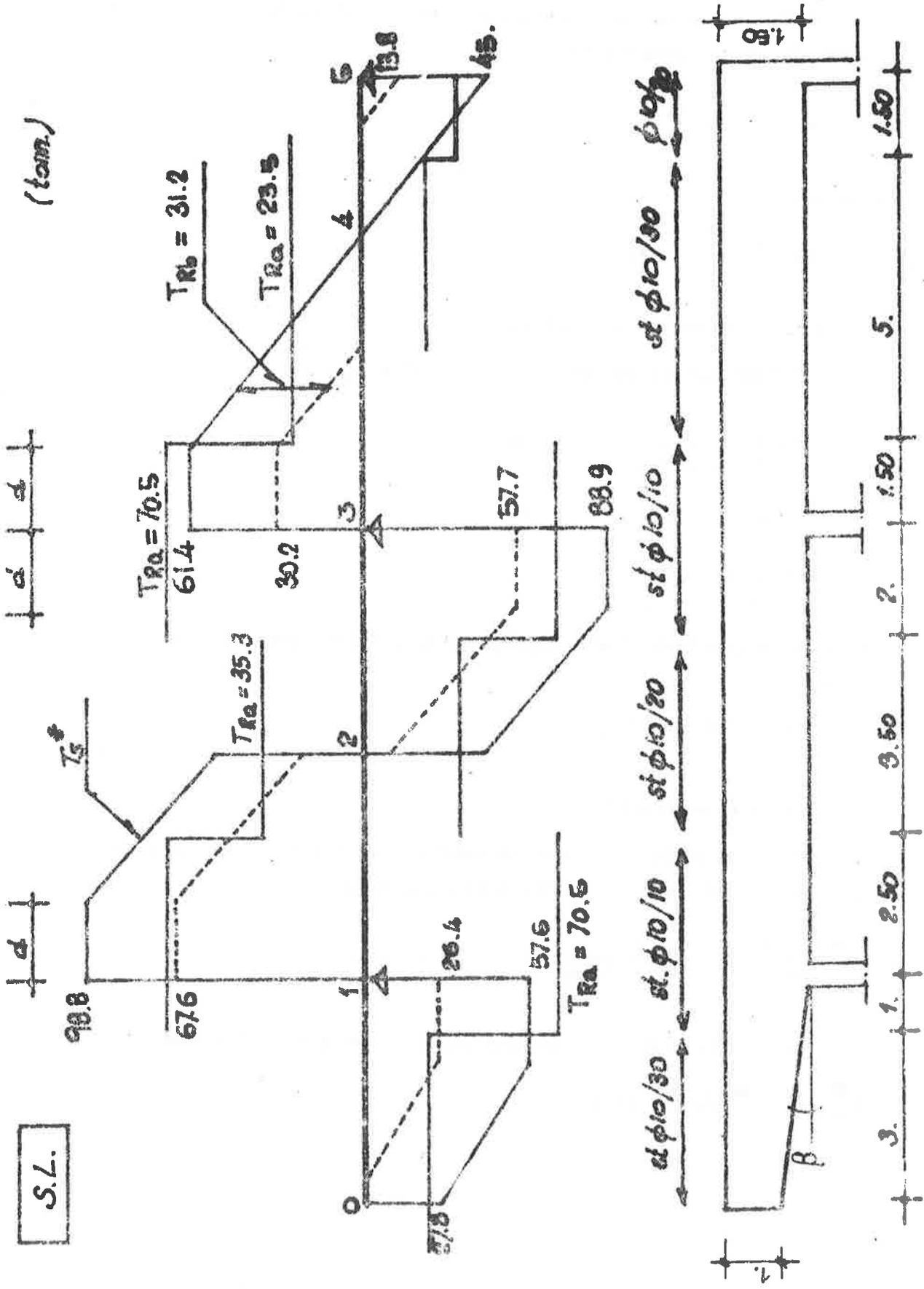


Fig. 17

La figura 17 mostra la disposizione adottata per le armature, che soddisfa la disuguaglianza:

$$T_s^* \leq T_{Rb} + T_{Ra}$$

che equivale a:

$$T_{Ra} \geq T_s^* - T_{Rb}$$

6.6.3 - Disposizioni costruttive

- Limitazione del passo delle staffe i_s

$$i_s \leq \frac{A_s}{0.0015 b} = 30 \text{ cm}$$

$$i_s \leq 0.75 d = 107 \text{ cm}$$

$$i_s \leq 30 \text{ cm}$$

e in corrispondenza degli appoggi, per una lunghezza di 1.40 m per parte:

$$i_s \leq 12 \varnothing = 24 \text{ cm}$$

6.6.4 - Casi particolari

Essendo la mensola a sezione variabile, con $\text{tg} \beta = 0.125$, il taglio T di calcolo può essere ridotto della quantità:

$$\Delta T^* = \frac{M_s^*}{z} \cdot \text{tg} \beta = \frac{198.1}{1.21} \cdot 0.125 = 20.5 \text{ t}$$

Pertanto nella sezione d'attacco della mensola si può assumere:

$$T_{srid}^* = T_s^* - \Delta T^* = 57.6 \text{ t}$$

6.7 - Verifiche e armature a taglio con il metodo delle tensioni ammissibili.

6.7.1 - Tensioni ammissibili

In base alle caratteristiche dei materiali di 6.1 risulta:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}'_b &= 72.5 \text{ kg/cm}^2 \\ \bar{\sigma}_a &= 2000 \text{ " } \\ \bar{\tau}_{b0} &= 4.67 \text{ " } \\ \bar{\tau}_{b1} &= 15.43 \text{ " }\end{aligned} \quad (^\circ)$$

6.7.2 - Verifiche

$$\begin{aligned}T(\max) &= 91 \text{ t} \\ \tau_{\max} &= 20.2 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{con } b = 35 \text{ cm} \\ \tau_{\max} &= 14.1 < \bar{\tau}_{b1} \quad \text{con } b = 50 \text{ cm}\end{aligned}$$

6.7.3 - Armature

staffe	A/ml	$T_{st} = A \cdot \bar{\sigma}_a \cdot z$
Ø 14/10	30.8 cm ²	79. t.
Ø 14/15	20.5 "	52.9 "
Ø 14/30	10.3 "	26.4 "

La disposizione delle staffe è riportata in fig. 18

6.7.4 - Disposizioni costruttive

$$\begin{aligned}A_{st}/ml &\geq 3 \text{ cm}^2/ml \\ i_s &\leq 33 \text{ cm} \\ i_s &\leq 0.8 d = 114 \text{ cm}\end{aligned}$$

(^o) Le Norme Italiane prescrivono, per tensioni di esercizio $\bar{\sigma}_a > 1900 \text{ kg/cm}^2$, l'impiego di calcestruzzo con $R'_{bk} \geq 250 \text{ kg/cm}^2$.

T.A.

(tonn.)

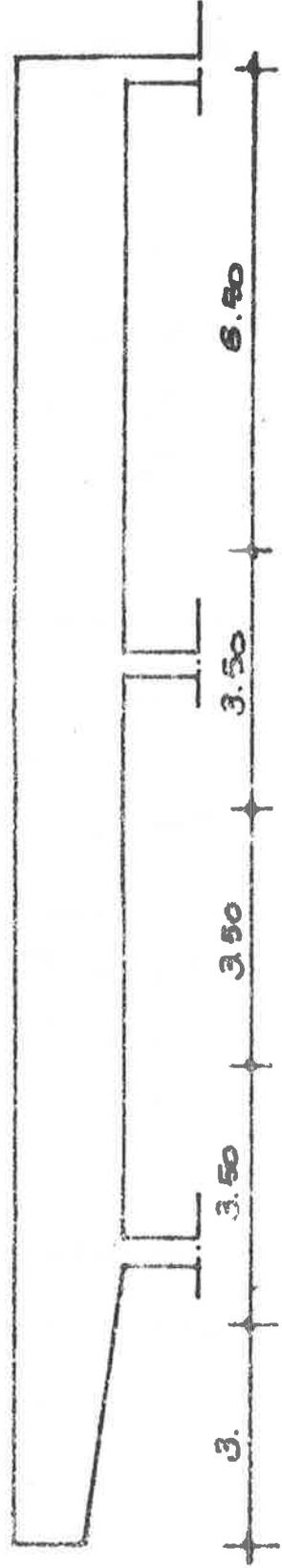
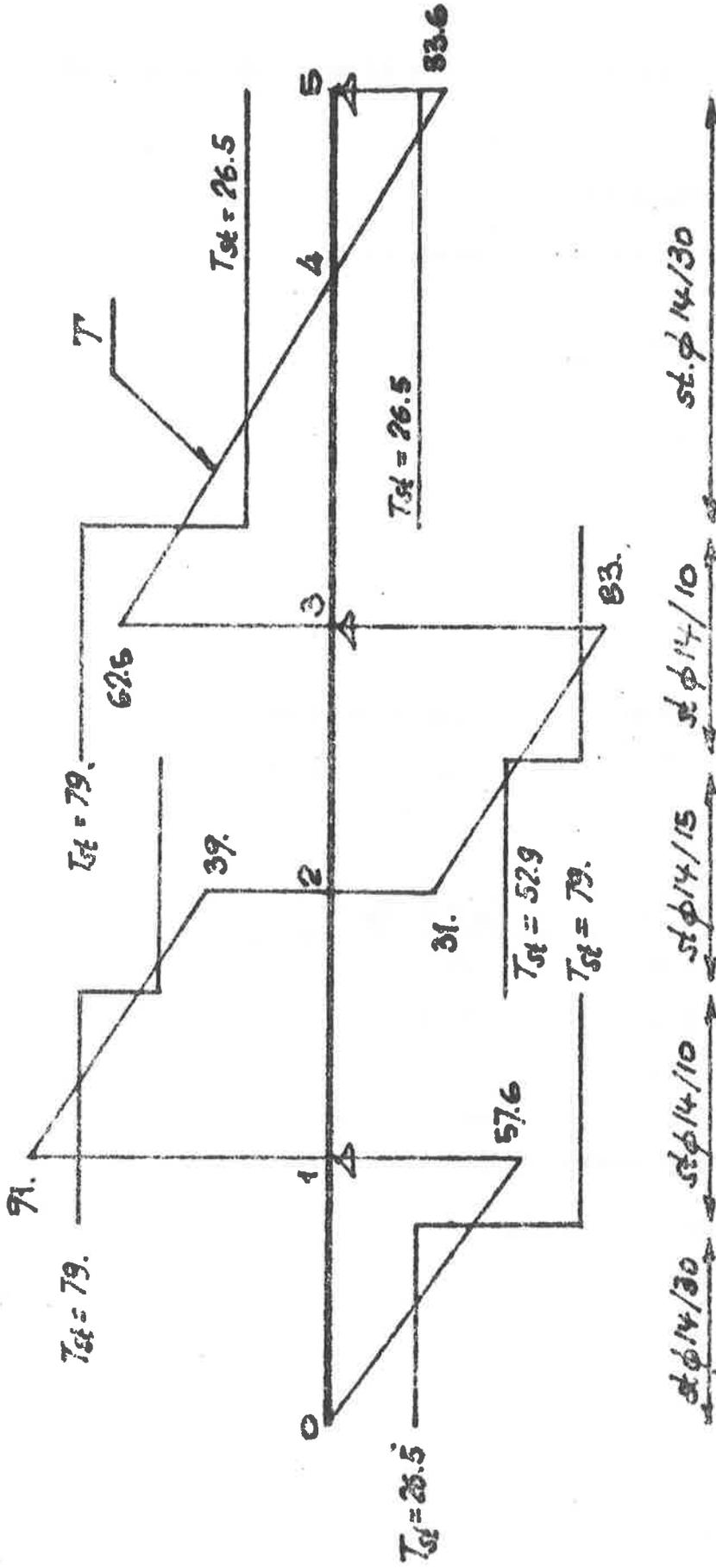


Fig. 10

6.8 - Confronto tra i quantitativi di armatura a taglio

	Stato limite ultimo	Tensioni ammissibili
peso della staffa/ml	(\emptyset 10) = 0.616	(\emptyset 14) = 1.208 kg/ml
lunghezza media	(b = 35) = 3.50	(b = 50) = 3.80 m
n° totale staffe	126	120
peso totale	270	590 kg.

BIBLIOGRAFIA

- 1) R. CALZONA
Considerazioni sulla resistenza a taglio degli elementi in cemento armato normale e precompresso.
Industria delle Costruzioni. Gennaio.Febbraio 1975.
- 2) R. CALZONA - C. CESTELLI GUIDI
Il calcolo del cemento armato con i metodi delle tensioni ammissibili e degli stati limite. Hoepli 1975.
- 3) F. LEONHARTD
Effort tranchant et torsion en béton precontraint.
Annales I.T.B.T.P. N° 280 Aprile 1971.
- 4) Recommandations internationales pour le calcul et l'execution des Ouvrages en beton. FIP-CEB Juin 1970.
- 5) C.E.B. "Bulletin d'information n° 42. Maggio 1965.
- 6) C.E.B. "Bulletin d'information n° 70. Dicembre 1968.
- 7) C.E.B. "Bulletin d'information n° 92. Giugno 1973
- 8) C.E.B. "Bulletin d'information n°111. Ottobre 1975.
- 9) C.N.R. Istruzioni per la progettazione e l'esecuzione delle opere in c.a. e c.a.p. col metodo semiprobabilistico agli stati limite.

STATO LIMITE ULTIMO PER SOLLECITAZIONI NORMALI : FLESSIONI

Applicazioni numeriche svolte dall'Ing.

Roberto DI MARCO

A FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

B ANALISI DELLE CARATTERISTICHE DEI MATERIALI

C ANALISI DELLE AZIONI

D ANALISI DEGLI EFFETTI DELLE AZIONI

E VERIFICA DELLE SEZIONI

MATERIALI

- CLS $R'_{bk} = 250 \text{ Kg/cm}^2$

- ACCIAIO Fe B 38K $R_{ak}(s) = 38 \text{ Kg/mm}^2$
(CONTROLLATO)

RESISTENZE DI CALCOLO

S.P.S.L.	CLS	T. A.
$\gamma_b = 1.6 \Rightarrow R'_{bd} = \frac{250}{1.6} = 156 \text{ Kg/cm}^2$		$\bar{\sigma}'_b = 60 + \frac{250 - 150}{4} = 85 \text{ Kg/cm}^2$
$f_{cd} = 0.83 \times 0.85 \times 156 = 110 \text{ Kg/cm}^2$		$\bar{\gamma}_b = \frac{250}{85} = 2.94$
		$\bar{\sigma}'_b(T) = (1 - 0.1) \times 85 = 76.5 \text{ Kg/cm}^2$

ACCIAIO

$\gamma_a = 1.15 \Rightarrow f_{ad} = \frac{3800}{1.15} = 3304 \text{ Kg/cm}^2$	$\sigma_a = 2200 \text{ Kg/cm}^2$
$E_{sd} = \frac{3304}{2100000} \times 1000 = 1.573 \%$	$\bar{\gamma}_a = \frac{3800}{2200} = 1.727$

- ANALISI DELLE AZIONI

I TELAI SONO POSTI AD INTERASSE $l = 6.0 \text{ m}$ E L'ANALISI SI INTENDE RIFERITA AD UN ELEMENTO POSTO NELLA ZONA CENTRALE

SOLAIO $H = 20 \text{ cm}$

+ AZIONI SULLE COSTE PROSP. 3.21	R.P. FORATO + NERVATURA	160 kg/m^2
	+ SOLETTA $h = 4 \text{ cm}$	100
	SOTT. IN POMICE	100
	MALTA DI ALLETTAMENTO	20
	* PAVIMENTO	40
	* MANTO DI IMPERM.	30
	* INTONACO	30
	TOT	480 kg/m^2

ACCIDENTALE
(SOLAIO NON PRATICABILE) 100 kg/m^2

§ 3.3.2 NEVE (LAZIO ZONA 1
 $H < 300 \text{ m}$) 60 kg/m^2

§ 3.3.3 VENTO q (ZONA 2) 80
 $H < 10 \text{ m}$ $q = 0.75 \times 80 = 60 \text{ kg/m}^2$

$$c = \begin{matrix} + 0.8 \\ - 0.4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 60 \times 0.8 = 48 \text{ kg/m}^2 \\ 60 \times 0.4 = 24 \text{ kg/m}^2 \end{matrix}$$

I VALORI INDICATI SONO ASSUNTI COME CARATTERISTICI,
IN ACCORDO CON § 3 DM 3/10/78

LE AZIONI DI CALCOLO SI OTTENGONO DA QUELLE CARATTERISTICHE
MOLTIPLICANDOLE PER I COEFF. γ_f

$$F_{di} = F_{ki} \cdot \gamma_{fi}$$

- ANALISI DEGLI EFFETTI DELLE AZIONI

METODO DI CALCOLO:

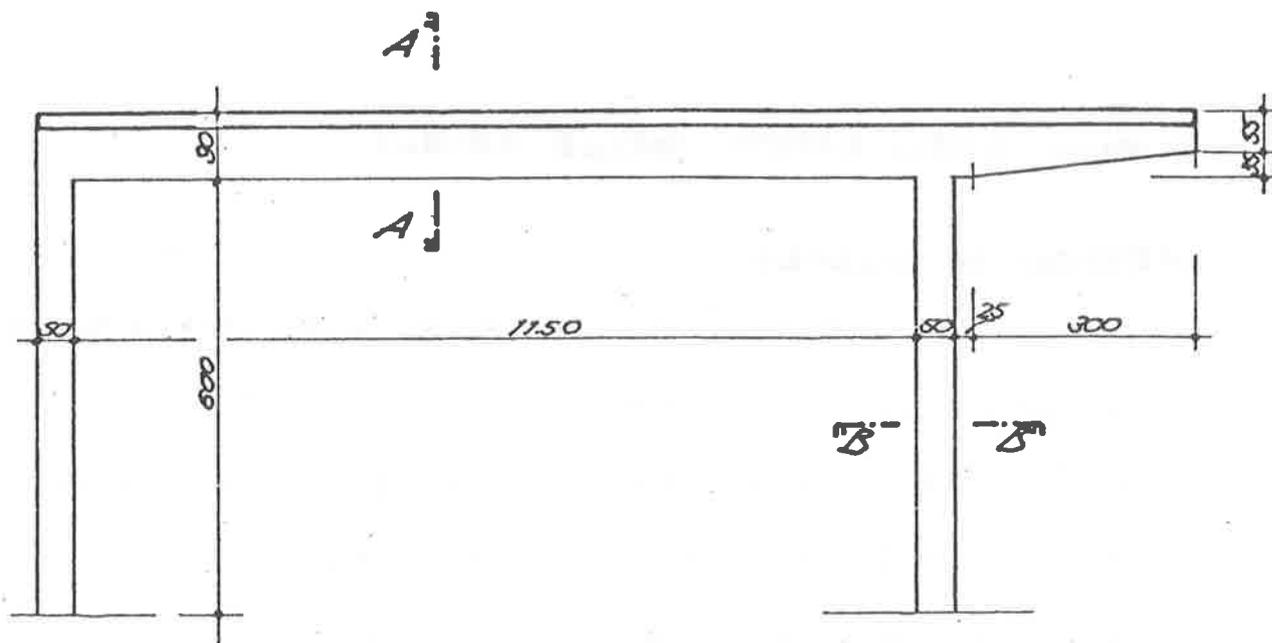
SI ADOTTA L'IPOTESI DI ANALISI LINEARE E QUINDI

- SEZIONI INTERAMENTE REAGENTI
- COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE DELLA STRUTTURA
- VALIDITÀ DELLA TEORIA DELLA TRAVE
- SOVRAPPONIBILITÀ DEGLI EFFETTI

LO SCHEMA DI CALCOLO È INDIVIDUATO DALLA LINEA D'ASSE DEI VARI ELEMENTI

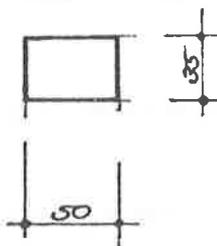
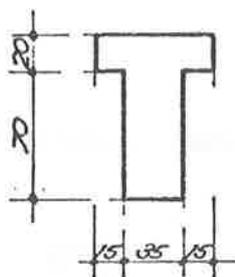
SI CONSIDERANO I SEGUENTI CARICHI CARATTERISTICI

1	P.P. TRASVERSO		max 0.9375 T/m min 0.6325
	P.P. + PERMANENTE SOLAIO		2.808 T/m
2	ACCIDENTALE	SULLA CAMPATA	0.6 T/m
3	NEVE	SULLA CAMPATA	0.36 T/m
4	ACCIDENTALE	SULLO SBALZO	0.6 T/m
5	NEVE	SULLO SBALZO	0.36 T/m
6	VENTO	DA SINISTRA	0.288 T/m 0.144
7	VENTO	DA DESTRA	0.144 T/m 0.288



SEZ. A-A

SEZ. B-B



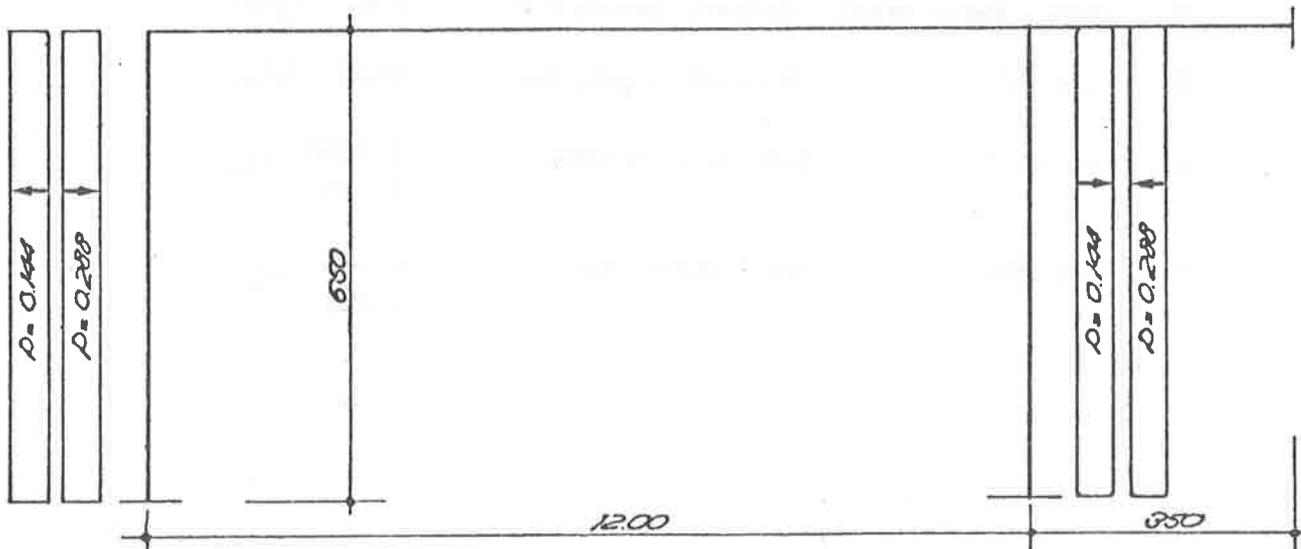
NEVE $P = 0.36$
ACCIDENTALE $P = 0.6$

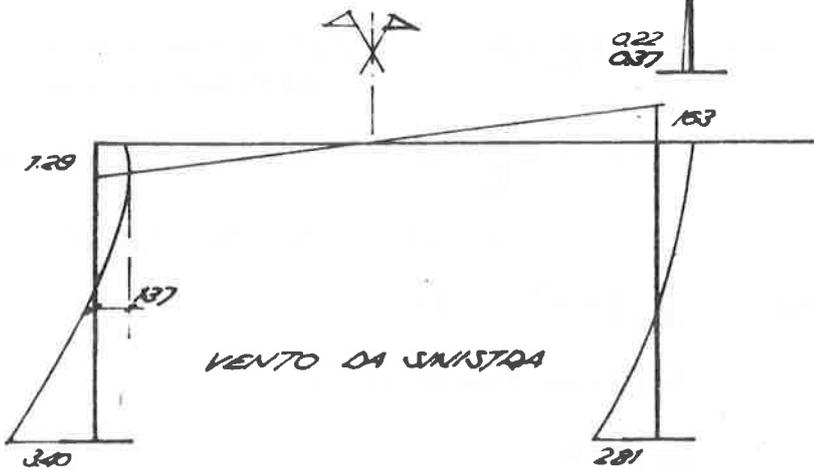
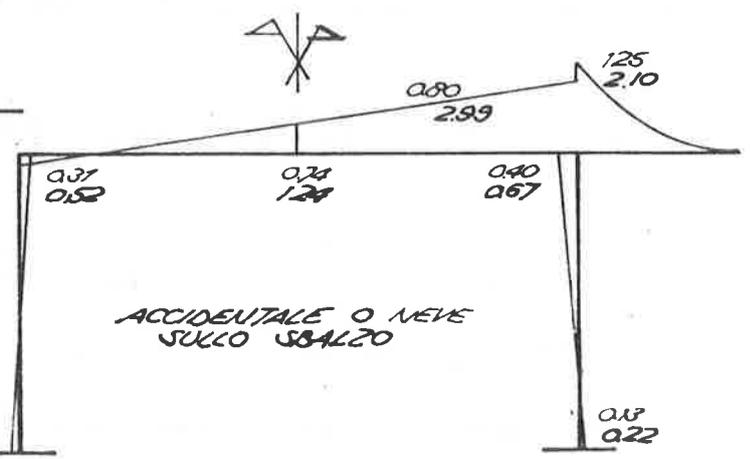
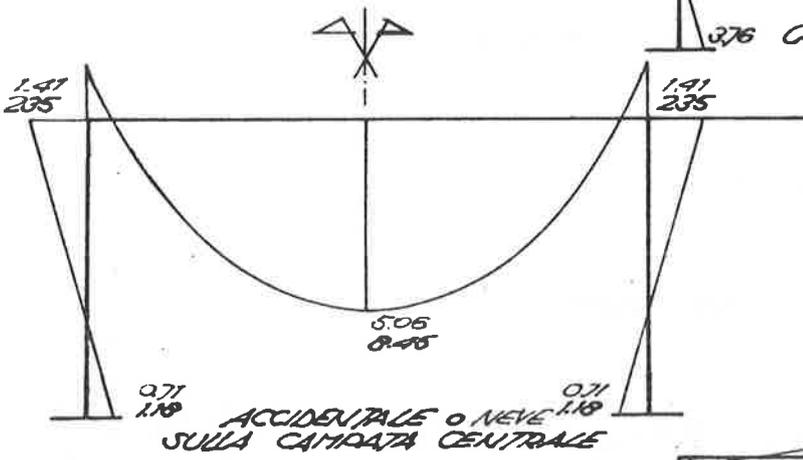
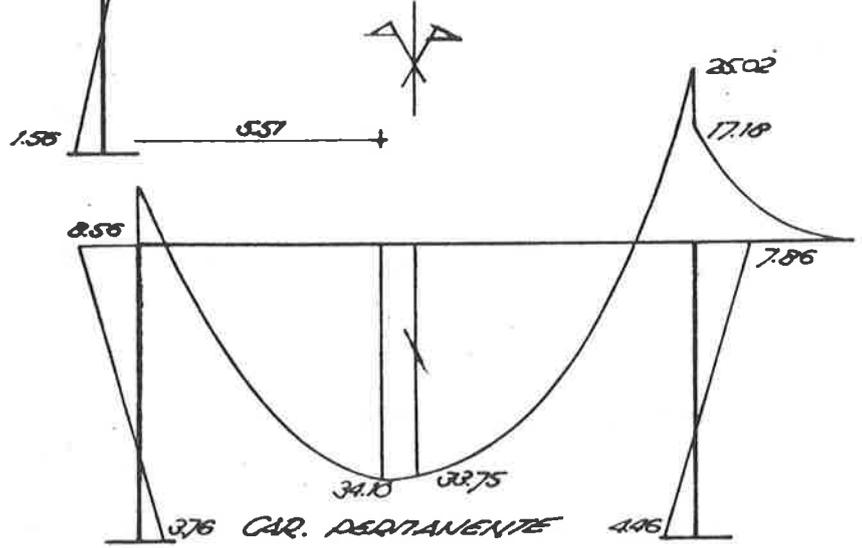
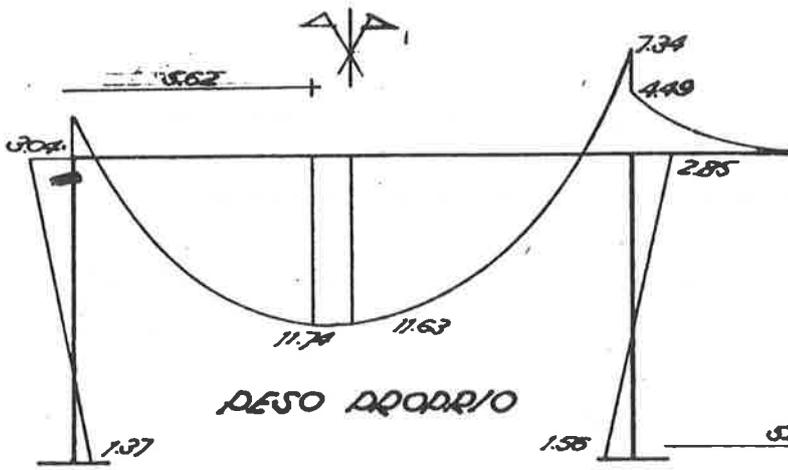
NEVE $P = 0.36 \text{ T/m}$

ACCIDENTALE $P = 0.6 \text{ T/m}$

P. PERMANENTE $P = 2.808 \text{ T/m}$

P. A TRAVE $P = 0.9375 + 0.6325 \text{ T/m}$





PER L'IPOTESI DI LINEARITÀ LE SOLLECITAZIONI INDOTTE DA
 COMBINAZIONI DELLE AZIONI DI CALCOLO SI OTTENGONO
 COMBINANDO LINEARMENTE LE SOLLECITAZIONI INDOTTE DALLE
 AZIONI CARATTERISTICHE.

I COEFF. DI COMBINAZIONE SONO I COEFF. γ_{fi}

$$S^*(\gamma_{fi} F_{fi}) = \sum_i \gamma_{fi} S^*(F_{fi})$$

- COMBINAZIONI DI CARICO § 2.4.2.1 CIRCOLARE N. 18581 3/11/78
 § 2.4.2.1 ISTRUZIONI C.N.R.

- CARICO PERMANENTE + P.P. + MAX ACCIDENTALE

$$\alpha \quad G^* = \gamma_g G_{gk} + \gamma_q G_{qmax}$$

- CARICO PERMANENTE + P.P. + ACCIDENTALI

$$\beta \quad G^* = \gamma_g G_{gk} + \gamma_q (0.9 G_{q1k} + 0.8 G_{q2k} + 0.7 (\sum_i G_{qi k}))$$

$$\gamma_g = 1.5 \quad \gamma_q = 1.5$$

ISTRUZIONI C.N.R. E CIRCOLARE 18581 I COEFF. γ ASSUMONO I

SEGUENTI VALORI - MATERIALI CLS γ_c 1.5, 1.4 (STABILIMENTO DI
 PREFABBRICAZIONE)

ACCIAIO γ_s 1.32 (NON CONTROLLATO)

= 1.15 (CONTROLLATO)

- CARICHI γ_{g1} (P.P.) = 1.35

γ_{g2} (PERMANENTE) = 1.5

$\gamma_q = 1.5$

DETERMINAZIONE DEGLI EFFETTI DELLE AZIONI
DI CALCOLO

PER IL TRASVERSO SUPERIORE SI CONSIDERANO LE SEGUENTI

SEZIONI DI VERIFICA



CC	M (T/m)	γ	α	γ	β	T.A
1	-3.04 -8.56	1.5	-17.41	1.5	-17.41	-11.60
2	-2.35	1.5	-3.53	1.5*0.9	-3.18	-2.35
3	-1.41		-	1.5*0.7	-1.48	-1.41
4	0.52		-			0.52
5	0.31		-			0.31
6	1.29		-	1.5*0.8	-1.95	1.29
7	-1.63		-			-1.63
TOT			-20.94		-24.02	-16.99 $\Delta = -5.7\%$

SEZ BB

1	11.69 33.75	1.5	68.16	1.5	68.16	45.44
2	8.45	1.5	12.67	1.5*0.9	11.41	8.45
3	5.07			1.5*0.8	6.08	5.07
4	-1.24					
5	-0.74					
6	-0.17					
7	-0.17					
TOT			80.83		85.64	58.96 $\Delta = -3.2\%$

SEZ CC

CC	M (T/m)	γ	α	δ	β	T.A	
1	-7.34 -25.02	1.5	-48.54	1.5	-48.54	-32.36	
2	-2.35		-	1.5+0.8	-2.82	-2.35	
3	-1.41		-	1.5+0.7	-1.47	-1.41	
4	-2.99	1.5	-4.48	1.5+0.9	-4.04	-2.99	
5	-1.80		-	1.5+0.7	-1.89	-1.80	
6	-1.63		-	1.5+0.7	-1.71	-1.63	
7	+1.29		-			-	
TOT			-53.04		-60.47	-42.54	$\Delta \approx -5.2\%$

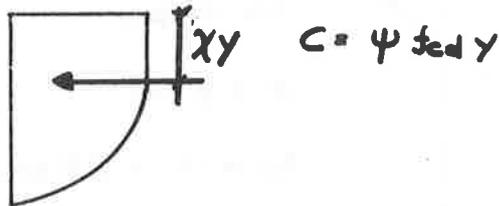
SEZ DD

		γ	α	δ	β	T.A	
1	-4.49 -17.18	1.5	-32.51	1.5	-32.51	-21.67	
2	-		-		-	-	
3	-		-		-	-	
4	-3.67	1.5	-5.51	1.5+0.9	-4.86	-3.67	
5	-2.20		-	1.5+0.8	-2.64	-2.20	
6	-		-		-	-	
7	-		-		-	-	
TOT			-38.02		-40.11	-27.55	$\Delta \approx -2.9\%$

$$\Delta = \frac{M(\beta) - M(T.A.)}{1.5} \times 100$$

$$M(T.A.)$$

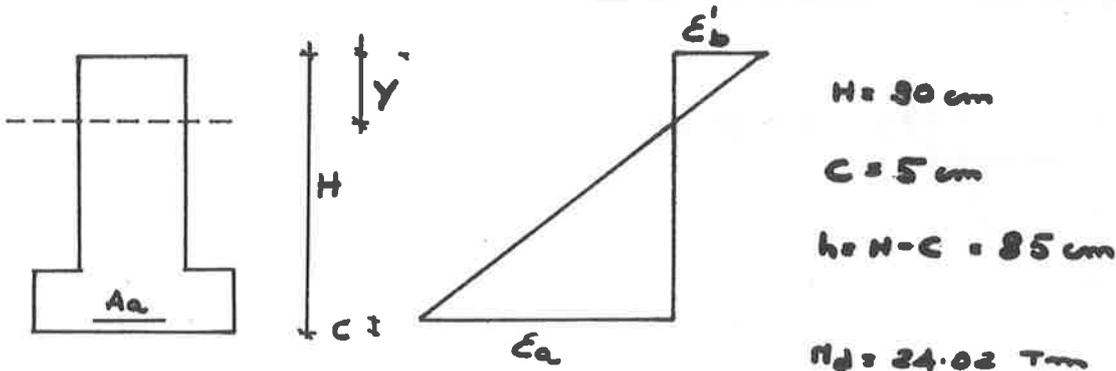
Appendix 5.
Coefficients defining the value and
position of the parabola-rectangle
compression diagram (2.2)



ϵ^0/∞	ψ	x
3.5	0.8095	0.4160
3.4	0.8039	0.4139
3.3	0.7980	0.4118
3.2	0.7917	0.4095
3.1	0.7849	0.4072
3.0	0.7778	0.4048
2.9	0.7701	0.4022
2.8	0.7619	0.3996
2.7	0.7531	0.3968
2.6	0.7436	0.3939
2.5	0.7333	0.3909
2.4	0.7222	0.3878
2.3	0.7101	0.3846
2.2	0.6970	0.3814
2.1	0.6825	0.3782
2.0	0.6667	0.3750
1.9	0.6492	0.3720
1.8	0.6300	0.3690
1.7	0.6092	0.3663
1.6	0.5867	0.3636
1.5	0.5625	0.3611
1.4	0.5367	0.3587
1.3	0.5092	0.3564
1.2	0.4800	0.3542
1.1	0.4492	0.3520
1.0	0.4167	0.3500
0.9	0.3825	0.3480
0.8	0.3467	0.3462
0.7	0.3092	0.3443
0.6	0.2700	0.3426
0.5	0.2292	0.3409
0.4	0.1867	0.3393
0.3	0.1425	0.3377
0.2	0.0967	0.3362
0.1	0.0492	0.3347
0	0	0.3333

VERIFICA DI SICUREZZA

SEZ AA



$H = 90 \text{ cm}$

$c = 5 \text{ cm}$

$h = H - c = 85 \text{ cm}$

$M_d = 24.02 \text{ Tm}$

1° TENTATIVO

$\epsilon'_b = 3.5 \text{ ‰}$

$\epsilon_a = 10 \text{ ‰}$

$y = \frac{3.5}{10 + 3.5} \times 85 = 22.04 \text{ cm}$

$C = 0.8095 \times 22.04 \times 35 \times 110 = 68689 \text{ kg}$

$M_r = 68689 \times (85 - 0.416 \times 22.04) = 68689 \times 75.83 = 52.09 \times 10^5 \text{ kg cm}$
 $= 52.09 \text{ Tm} \gg 24.02$

LA ZONA DI CLS COMPRESSA E' TROPPO GRANDE

⇒ SI DIMINUISCE Y

2° TENTATIVO

$\epsilon'_b = 2 \text{ ‰}$

$\epsilon_a = 10 \text{ ‰}$

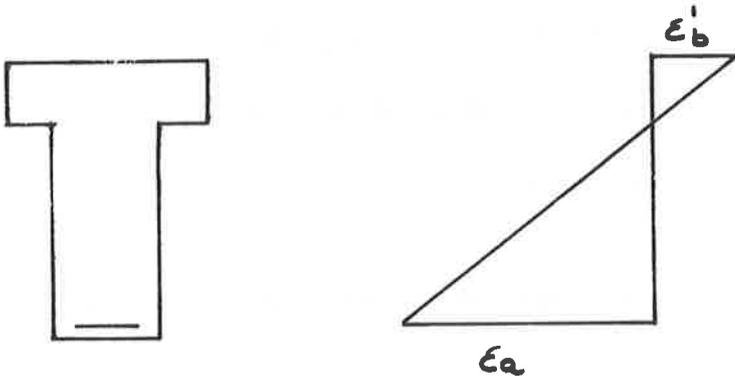
$y = \frac{2.0}{10 + 2} \times 85 = 14.17 \text{ cm}$

$C = \frac{2}{3} \times 14.17 \times 35 \times 110 = 36370 \text{ kg}$

$M_r = 36370 \times (85 - \frac{3}{8} \times 14.17) = 36370 \times 79.69 = 28.98 \times 10^5 \text{ kg cm}$
 $= 28.98 \text{ Tm} \approx 24.02$

$T = C = 36370 \text{ kg} \Rightarrow A_c = \frac{36370}{3304} = 11 \text{ cm}^2$

SEZ B B



$$H = 90 \text{ cm}$$

$$c = 8 \text{ cm}$$

$$h = 90 - 8 = 82$$

$$M_d = 85.64 \text{ T.m}$$

1° TENTATIVO $\epsilon'_b = 3.5\%$ $\epsilon_a = 10\%$

$$y = \frac{3.5}{13.5} \times 82 = 21.26 \text{ cm}$$

TRASCURANDO L'ASSENZA DEL CONTRIBUTO DELLA ZONA DI SOLETTA

AL DI SOTTO DEL LEMBO DI INTRADOSSO

$$C = 0.8095 \times 21.26 \times 65 \times 110 = 123051 \text{ kg}$$

$$M_r = 123051 \times (82 - 0.416 \times 21.26) = 123051 \times 73.16 = 90.02 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 90.02 \text{ T.m} > 85.64$$

2° TENTATIVO $\epsilon'_b = 3.3\%$ $\epsilon_a = 10\%$

$$y = \frac{3.3}{13.3} \times 82 = 20.35 \text{ cm}$$

$$C = 0.798 \times 20.35 \times 65 \times 110 = 116110 \text{ kg}$$

$$M_r = 116110 \times (82 - 0.4118 \times 20.35) = 116110 \times 73.62 = 85.49 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 85.49 \text{ T.m} \approx 85.64$$

$$T = C = 116110 \text{ kg} \Rightarrow A_s = \frac{116110}{3304} = 35.1 \text{ cm}^2$$

CONFRONTO CON T.A. (A PARITÀ DI AZIONI)

AL MOMENTO DI CALCOLO $M_d = 28.98 \text{ T}\cdot\text{m}$ CORRISPONDE

- A MENO DEI COEFFICIENTI DI COMBINAZIONE 0.9, 0.8, 0.7 -

UN MOMENTO INDOTTO DAI CARICHI CARATTERISTICI

$$M_k = 28.98 / 1.5 = 19.32 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$\alpha = 0.362 \quad \frac{G_d}{G_k} = \frac{59}{2200} \quad \gamma = 0.384 \quad A_s = \frac{0.384 \times 35 \times 85}{100} = 11.42$$

$$Z = 0.904 \times 85 = 76.84 \text{ cm}$$

LA A_s OTTENUTA CON I DUE METODI - A PARITÀ DI AZIONE - È LA STESSA

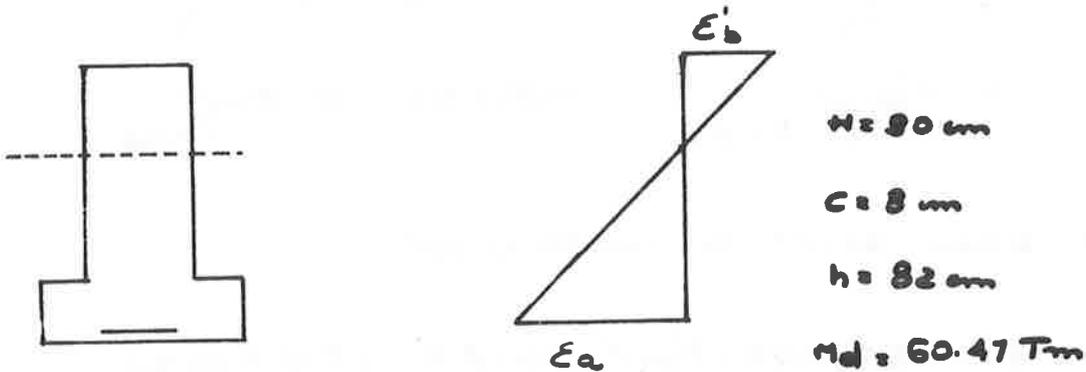
S.P.S.L	T.A
$M(P_k) \times \gamma_s \parallel \frac{R_{sk}(s)}{\gamma_a}$	$M(P_k) \times \gamma_f \parallel \frac{R_{sk}}{\gamma_s}$
$M(P_k) \times 1.5 \parallel \frac{R_{sk}(s)}{1.15}$	$M(P_k) \times 1.0 \parallel 1.727$
$M(P_k) \times 1.0 \parallel \frac{R_{sk}(s)}{1.15 \times 1.5 = 1.725}$	

SE LA CAUSA DELLA CRISI È LO SNERVAMENTO DELL'ACCIAIO IL COEFF. GLOBALE DI SICUREZZA È, NEI DUE METODI, CIRCA LO STESSO. LE MODESTE DIFFERENZE NELLE QUANTITÀ DI ARMATURA CALCOLATE SONO DIPENDENTI DALLA DIFFERENZA NEL BRACCIO DELLE FORZE INTERNE. NEL CASO IN ESAME :

$$\text{T.A} \quad Z = 76.84 \text{ cm}$$

$$\text{S.P.S.L} \quad Z = 79.59 \text{ cm}$$

SEZ CC



1° TENTATIVO $\epsilon'_b = 3.5 \text{ ‰}$ $\epsilon_a = 5 \text{ ‰}$

$$y = \frac{3.5}{5+3.5} \times 82 = 33.76 \text{ cm}$$

$$C = 0.8095 \times 33.76 \times 35 \times 110 = 105215 \text{ kg}$$

$$M_r = 105215 \times (82 - 0.416 \times 33.76) = 71.50 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 71.50 \text{ Tm} \gg 60.47$$

2° TENTATIVO $\epsilon'_b = 3.5 \text{ ‰}$ $\epsilon_a = 7 \text{ ‰}$

$$y = \frac{3.5}{7+3.5} \times 82 = 27.33 \text{ cm}$$

$$C = 0.8095 \times 27.33 \times 35 \times 110 = 85186 \text{ kg}$$

$$M_r = 85186 \times (82 - 0.416 \times 27.33) = 60.18 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 60.18 \text{ Tm} \approx 60.47$$

$$T = C = 85186 \text{ kg} \Rightarrow A_e = \frac{85186}{3304} = 25.8 \text{ cm}^2$$

CONFRONTO CON T.A.

$$M_n = \frac{60.18}{1.5} = 40.12 \text{ Tm}$$

$$\alpha = 0.242 \quad \frac{G_b}{G_a} = \frac{85}{1400} \quad \gamma = 1.446 \quad A_e = 1.446 \times 82 + \frac{35}{100} = 41.5 \text{ cm}^2$$

SPSL		T.A	
$M(P_H) = 1.5$	$\parallel \frac{R'_{bx}}{1.6}$	$M(P_H) = \bar{\gamma}_3$	$\parallel \frac{R'_{bx}}{\gamma_c}$
$M(P_H) = 1.$	$\parallel \frac{R'_{bx}}{1.5 \times 1.6 = 2.4}$	$M(P_H) = 1.$	$\parallel \frac{R'_{bx}}{2.94}$

RISULTANTE DEGLI SFORZI DI COMPRESSIONE

S.P.S.L. $0.8095 \times 0.83 \times 0.85 \times \frac{R'_{bx}}{\gamma_c} \times b \times y = \frac{0.571 R'_{bx} b y}{\gamma_c}$

T.A. $0.5 \times \frac{R'_{bx}}{\gamma_c} \times b y =$

QUANDO LA CAUSA DELLA CRISI È NEL METODO DELLE T.A LO SCHIACCIAMENTO DEL CLS È IN QUELLO S.P.S.L. SI MANTIENE LO SNERVAMENTO DELL'ACCIAIO, LE DIFFERENZE NOTEVOLI NELLE QUANTITÀ DI ARMATURA CALCOLATE DIPENDONO DA

- DIVERSITÀ DEI VALORI DEI COEFF. DI SICUREZZA GLOBALI (LATO CLS)
- DIVERSITÀ DELLA RISULTANTE DEGLI SFORZI DI COMPRESSIONE.

TALI FATTORI CHE INCREMENTANO LA PORTANZA DELLE TRAVI CALCOLATE CON IL METODO S.P.S.L. SONO SOLO PARZIALMENTE BILANCIATI DALLA VARIAZIONE DEL BRACCIO DELLE FORZE INTERNE

T.A	$z = h - \gamma/2$
SPSL	$z = h - \eta \gamma$ CON $0.415 \geq \eta \geq 0.333$

SEZ DD

$$H = 90 \text{ cm} \quad C = 5 \text{ cm} \quad h = 85 \text{ cm} \quad Md = 40.10 \text{ Tm}$$

POICHÉ (VEDI SEZ AA) PER LA COPPIA DI DEF $3.5/10$

$$M_r = 52.09 \gg 40.10$$

SI SCEGLIE

$$1^\circ \text{ TENTATIVO} \quad \epsilon_a = 10 \quad \epsilon'_b = 3.0$$

$$y = \frac{3.0}{13} \times 85 = 19.62 \text{ cm}$$

$$C = 97778 \times 35 \times 19.62 \times 110 = 58739 \text{ kg}$$

$$M_r = 58739 \times (85 - 0.4048 \times 19.62) = 45263 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 45.26 \text{ Tm} > 40.10$$

$$2^\circ \text{ TENTATIVO} \quad \epsilon_a = 10 \quad \epsilon'_b = 2.7$$

$$y = \frac{2.7}{12.7} \times 85 = 18.07 \text{ cm}$$

$$C = 0.7531 \times 35 \times 18.07 \times 110 = 52395 \text{ kg}$$

$$M_r = 52395 \times (85 - 0.3368 \times 18.07) = 40.78 \times 10^5 \text{ kg cm}$$

$$= 40.78 \text{ Tm} \approx 40.10$$

$$T = C = 52395 \text{ kg} \Rightarrow A_e = \frac{52395}{3304} = 15.86 \text{ cm}^2$$

STATO LIMITE ULTIMO PER SOLLECITAZIONI NORMALI :
PRESSOFLESSIONE

Applicazioni Numeriche svolte dall'Ing.

Ezio DOLARA

STATO LIMITE ULTIMO PER SOLLECITAZIONI NORMALI: PRESSOFLESSIONE.

Applicazioni numeriche: Ing. Ezio DOLARA

Le applicazioni numeriche che seguono fanno riferimento allo schema strutturale e statico utilizzato già per la FLESSIONE SEMPLICE e per il TAGLIO. Tale schema statico è riportato in fig.1, con l'indicazione delle sezioni che sono oggetto di verifiche.

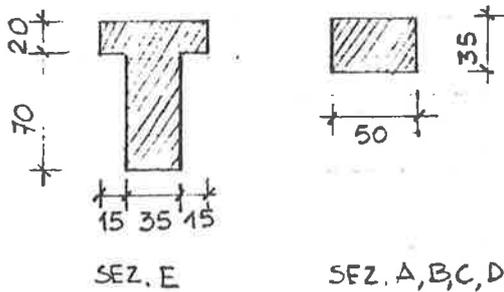
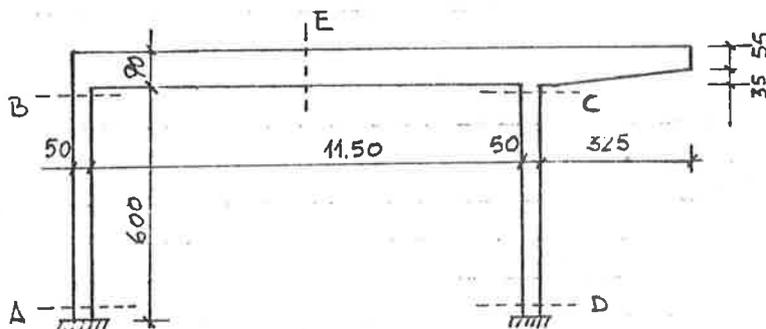
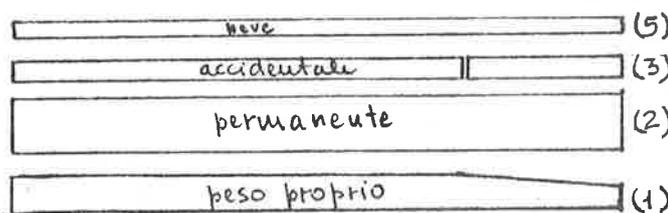
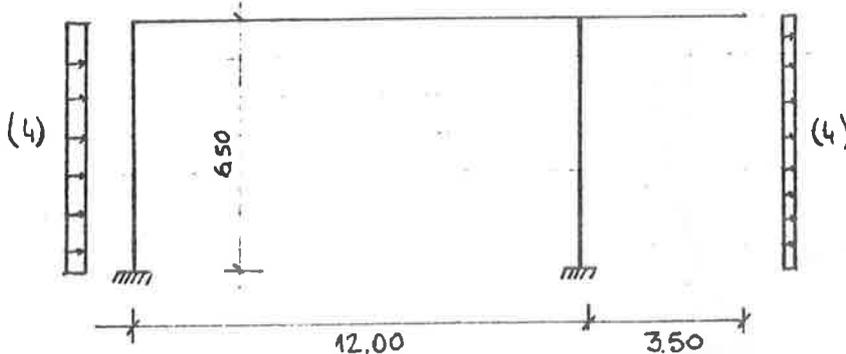


FIG. 1

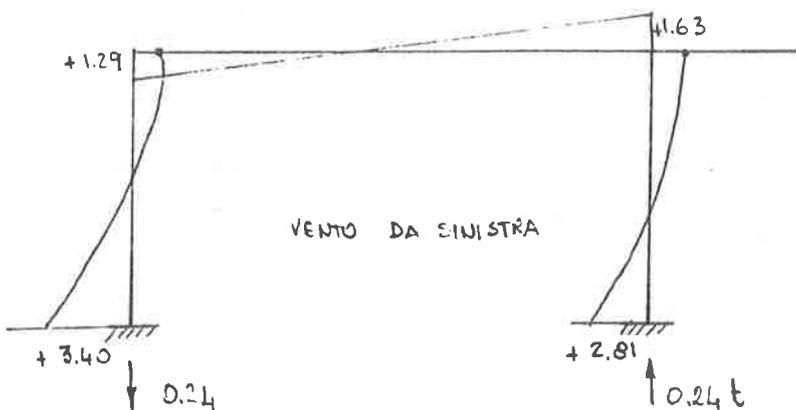
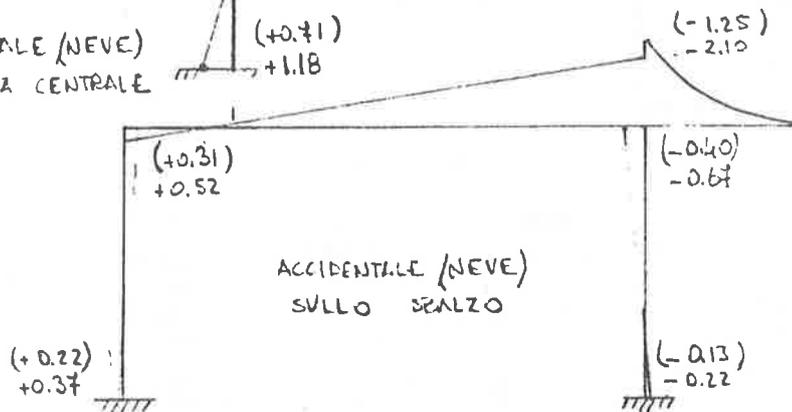
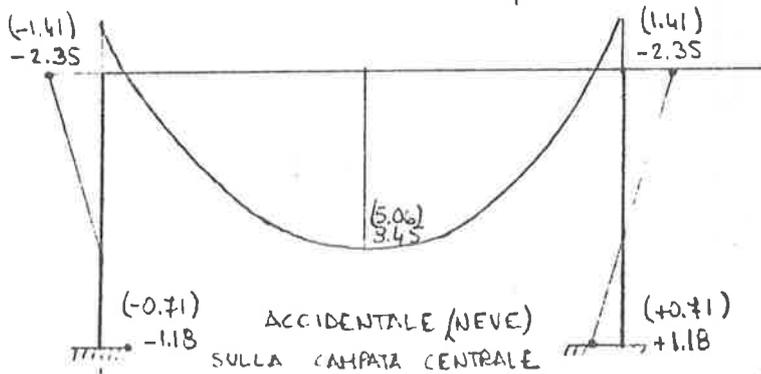
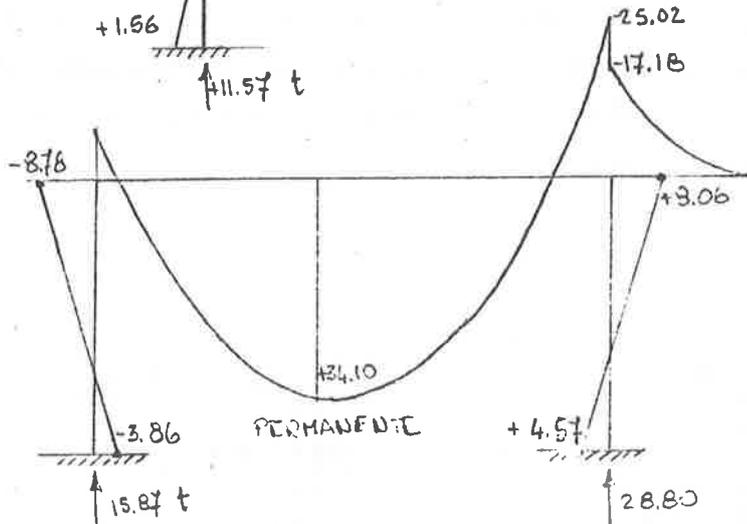
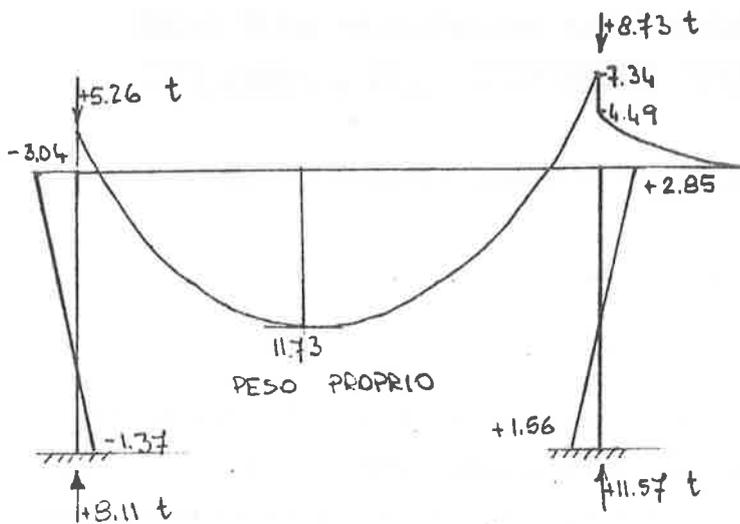


CARICHI CARATTERISTICI:
 [§3 D.M. 3/10/78]
 (1) peso proprio:
 $p_1 = 0.94 \div 0.63 \text{ kg/m}$
 (2) p. permanente:
 $p_2 = 2.81 \text{ kg/m}$



(3) accidentale:
 $p_3 = 0.60 \text{ kg/m}$
 (4) vento:
 $p_4 = 0.29 \text{ kg/m}$
 0.14 "

(5) neve:
 $p_5 = 0.36 \text{ kg/m}$



E' opportuno ricordare che gli effetti delle azioni caratteristiche sulla struttura, sono analizzati ricorrendo all'ipotesi di linearità, per cui si considerano le sezioni interamente reagenti, la struttura ha un comportamento elastico-lineare, sono valide la teoria della trave e la sovrapposibilità degli effetti.

Restano quindi validi i metodi classici di soluzione per le strutture iperstatiche. In questo caso si ha perciò che le sollecitazioni caratteristiche sono proporzionali alle azioni che le inducono.

Per rendere l'esempio più articolato, si effettuano dei confronti tra il metodo alle "TENSIONI AMMISSIBILI" (T.A.) e quello "SEMIPROBABILISTICO AGLI STATI LIMITE" (S.P.S.L.)

ANALISI DELLE CARATTERISTICHE DEI MATERIALI

I materiali utilizzati sono gli stessi per ambedue le verifiche:

Calcestruzzo di classe 250

$$R'_{bk} = 250 \text{ Kg/cm}^2$$

Acciaio tipo Fe B 38K CONTROLLATO

$$R_{ak} = 3800 \text{ Kg/cm}^2$$

Le resistenze di calcolo vengono valutate in modi diversi:

S.P.S.L.

CONGLOMERATO

T.A.

$$\gamma_c = 1.5 ; f_{ck} = 0.83 R'_{bk}$$

$$f_{cd} = 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 118 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma'_b = 60 + \frac{250 - 150}{4} = 85 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\gamma_b = 250/85 = 2.94$$

ACCIAIO

S.P.S.L

T.A.

$$\gamma_s = 1.15$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{3800}{1.15} = 3304 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = 2200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\gamma_a = 1.73$$

Si può constatare la notevole differenza tra il coefficiente $\gamma_c < \gamma_b$

e il $\gamma_s < \gamma_a$ tenendo presente anche il modo con cui vengono introdotti

γ_c e γ_s , più intimamente legati alle caratteristiche dei materia-

li. Tale differenza nella valutazione del "comportamento" dei materiali in esercizio, porterà ad alcune importanti osservazioni, soprattutto nel caso in esame di sollecitazione composta di flessione e compressione.

ANALISI DELLE AZIONI

Si è già visto che le azioni inducono sulla struttura delle sollecitazioni proporzionali, in modo tale che risulta applicabile la relazione:

$$G_d = \gamma_{g1} G_{g1K} + \gamma_{g2} G_{g2K} + \gamma_q G_{q1K} \quad (1)$$

oppure la:

$$G_d = \gamma_{g1} G_{g1K} + \gamma_{g2} G_{g2K} + \gamma_q \left[0.9 G_{q1K} + 0.8 G_{q2K} + 0.7 (G_{q3K} + G_{q4K} + \dots) \right] \quad (2)$$

dove γ_g e γ_q sono i coefficienti moltiplicatori degli "effetti delle azioni" e G_g sono gli "effetti delle azioni".

I coefficienti 0.9, 0.8, 0.7 servono per tenere conto della minore probabilità che tutti gli accidentali G_q siano presenti contemporaneamente e tutti con il valore massimo.

I coefficienti γ "trasformano" le sollecitazioni caratteristiche G (provocate dai carichi caratteristici) nelle sollecitazioni di calcolo G_d

Secondo la Normativa, si dovrebbero ricercare le sollecitazioni massime di calcolo eseguendo delle permutazioni di classe n (n è il valore delle sollecitazioni $G_{q_{nk}}$) con i valori uguali, per cui la ricerca andrebbe estesa a $\frac{n!}{u!}$ valori G_d . Tuttavia con semplici osservazioni si può arrivare alla determinazione dei valori massimi di M e N (momento a sforzo normale) in ciascuna sezione senza eccessive difficoltà.

SOLLECITAZIONI CARATTERISTICHE

Si prepara una tabella delle sollecitazioni caratteristiche nelle quattro sezioni A,B,C,D in cui si eseguono le verifiche

		SEZIONE A		SEZIONE C	
		M_{ki}	N_{ki}	M_{ki}	N_{ki}
1	PESO PROPRIO	-1.37	+ 8.11	+ 2.85	+ 8.73
2	PERMANENTE	-3.86	+ 15.87	+ 8.06	+ 28.80
3	ACCIDENTALE	-0.80	+ 3.31	+ 1.68	+ 6.00
4	VENTO	+3.40	- 0.24	+ 1.63	+ 0.24
5	NEVE	-0.48	+ 1.98	+ 1.01	+ 3.60

		SEZIONE B		SEZIONE D	
		M_{ki}	N_{ki}	M_{ki}	N_{ki}
1	PESO PROPRIO	- 3.04	+ 5.26	+ 1.56	+ 11.57
2	PERMANENTE	- 8.78	+ 15.87	+ 4.57	+ 28.80
3	ACCIDENTALE	- 1.83	+ 3.31	+ 0.95	+ 6.00
4	VENTO	+ 1.29	- 0.24	+ 2.31	+ 0.24
5	NEVE	- 1.10	+ 1.98	+ 0.58	+ 3.60

M_{ki} ed N_{ki} sono le sollecitazioni caratteristiche indotte sulla struttura dalla i -esima condizione di carico. Per semplicità sono state prese in considerazione 5 condizioni di carico, numerate da 1 a 5.

Le unità di misura adottate sono t, m.

SOLLECITAZIONE DI CALCOLO

Si effettua il calcolo delle sollecitazioni M_d ed N_d per le sezioni B,C,D, istituendo anche un confronto col metodo T.A. per le sezioni C e D.

SEZIONE B

	M_{ki}	N_{ki}	γ	M		N	
1. P.P	-3.04	+ 5.26	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
2. PERM.	-8.78	+15.87	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
3. ACC.	-1.83	+ 3.31	1.5	1.5×0.9	1.5×0.8	1.5×0.9	1.5×0.8
4. VENTO	+1.29	- 0.24	-	-	-	-	-
5. NEVE	-1.10	+ 1.98	-	1.5×0.8	1.5×0.9	1.5×0.8	1.5×0.9
			(a)	(b)	(c)	(d)	(e)

$$\left[\text{T.A.} \quad -14.75 \quad +26.42 \right]$$

La condizione di carico 4 non viene mai valutata in quanto in tutte le combinazioni a,b,c,d,e, risulta sempre a favore di sicurezza. Si può facilmente constatare che le condizioni, c,d,e, sono certamente inferiori alle a,b, si calcolano dunque M_d ed N_d relativi a questi soli 2 casi.:

(a)	M_{id}	N_{id}	(b)	M_{id}	N_{id}
1.	- 4.56	+ 7.89		- 4.56	+ 7.87
2.	-13.17	+23.80		-13.17	+23.80
3.	- 2.74	+ 4.96		- 2.47	+ 4.47
4.	-	-		-	-
5.	-	-		- 1.32	+ 2.38

$$\left[\text{S.L.} \quad -20.47 \quad +36.65 \right]$$

$$\left[\text{S.L.} \quad -21.51 \quad +38.54 \right]$$

Le eccentricità di calcolo sono dunque:

$$e_{d_a} = 0.5585$$

$$e_{d_b} = 0.5581$$

Per effettuare la verifica si fa riferimento alle tabelle riportate sul testo "Calzona-Dolara-Giannini, Il calcolo delle sezioni in c.a. nello stato limite ultimo per tensioni normali" (Hoeppli 1977). In particolare si riporta il diagramma di fig.2, che rappresenta il dominio delle resistenze o diagrammi delle interazioni m, n , di una sezione rettangolare.

Adimensionalizzando le sollecitazioni di calcolo si ha:

$$m = \frac{M_d}{bd^2 fd} \quad n = \frac{N_d}{bd fd}$$

dove: b = larghezza della sezione

d = altezza utile della sezione

fd = resistenza di calcolo del conglomerato

Nel caso (a):

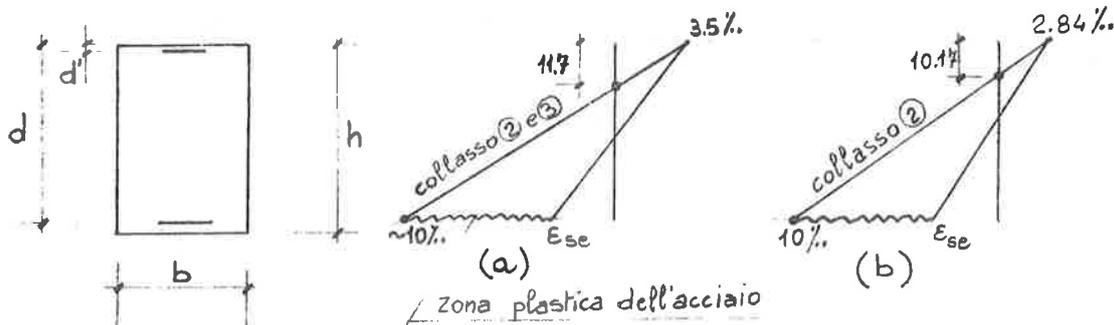
$$m = \frac{2151000}{35 \times 46^2 \times 118} = 0.246 \quad n = \frac{38540}{35 \times 46 \times 118} = 0.203$$

Con i valori (n, m) si "entra" nel diagramma di fig.2

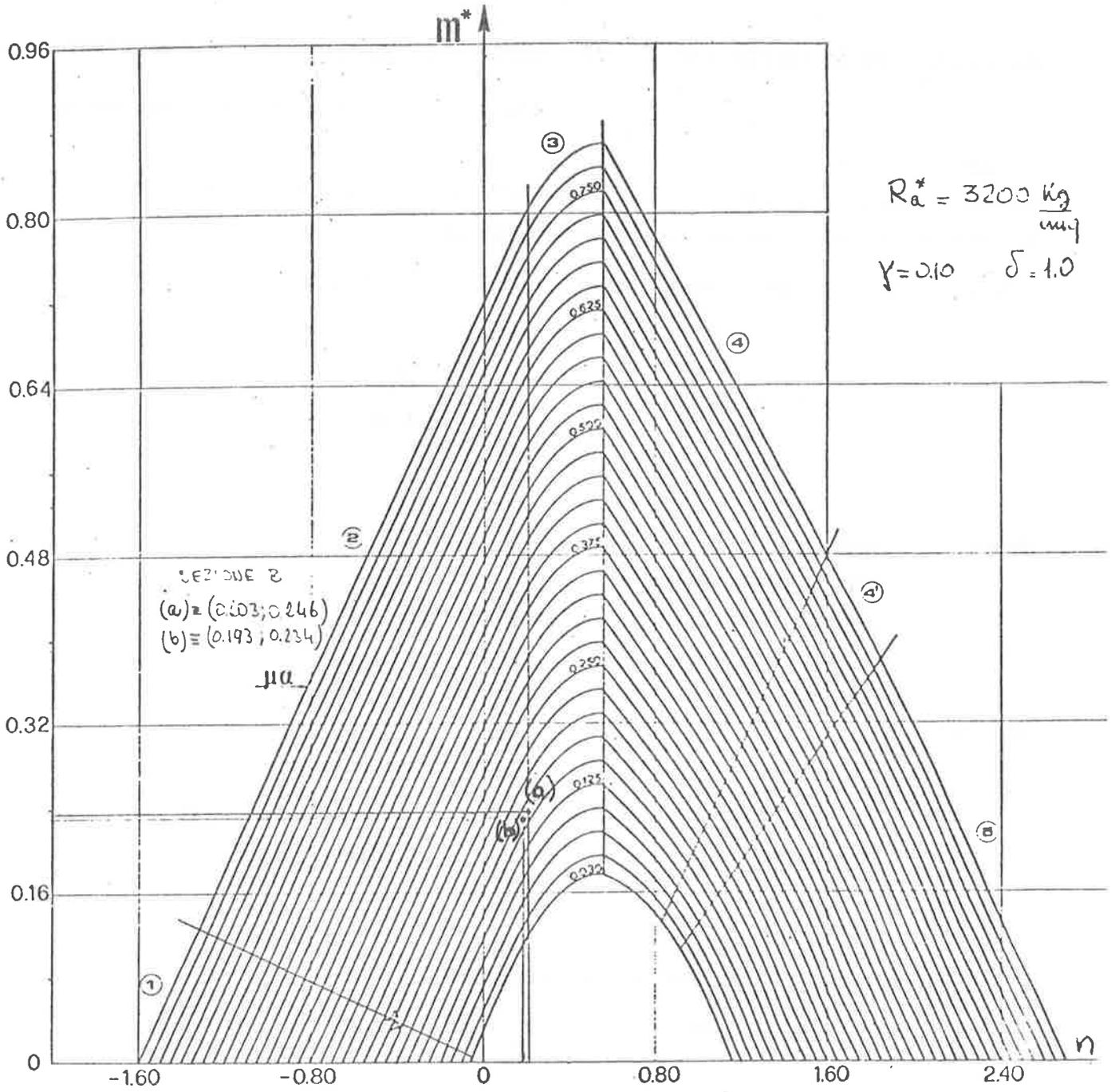
$$\gamma = d'/d = 0.086 \rightarrow 0.10$$

$$R_a^* = 3200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{ax}}{R_b^*} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$



SEZIONE RETTANGOLARE A DOPPIA ARMATURA



(Fig. 14 b - Domini di resistenza: $\gamma = 0,10$, $\delta = 1,00$, $R_a^* = 3200 \text{ kg/cm}^2$.)

FIG. 2

Dal diagramma si ricava $\mu \cdot \alpha = 0.170$ con $\alpha = \frac{3304}{118} = 28$

$\mu \cdot \alpha$ rappresenta la percentuale meccanica dell'armatura; $\mu = \frac{A + A'}{b \cdot d}$ è la

percentuale geometrica dell'armatura.

Il collasso della sezione è al limite del campo (3) col (2) e avviene per cedimento del conglomerato. Si ricorda che le relazioni che governano la pressoflessione sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 0.8 K + \mu (-\alpha + \delta \alpha') \\ m = 0.8 K \eta_b + \mu (\alpha + \delta \alpha') \end{array} \right\} \text{ equilibrio (3)}$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{E_s}{E_c}} \quad \text{congruenza}$$

con

$$\alpha = \frac{\bar{\sigma}_s}{f_{cd}} \quad \alpha' = \frac{\sigma'_s}{f_{cd}} \quad \mu = \frac{A + A'}{bd} ; \delta = \frac{M'}{M}$$

$$\eta_a = \frac{1 + \gamma}{2} \quad \eta_b = \frac{1 + \gamma}{2} - 0.4 K ; \gamma = \frac{d'}{d} ;$$

e che i diagrammi di fig.2 sono relativi alla stress-block di tipo rettangolare esteso a 0.8y dell'altezza y dell'asse neutro.

Dalla prima della (3) si può ricavare: $K = \frac{0.203}{0.8} = 0.254 \sim K_e = 0.26$

la differenza con K_e è imputabile anche alle approssimazioni della verifica grafica.

$$\bar{y} = Kd = 11.7 \text{ cm} ; \mu = \frac{0.170}{28} = 0.00607 ; A + A' = 9.77 \text{ cm}^2$$

La verifica numerica a sua volta dà:

$$\eta_a = 0.456 \quad \eta_b = 0.4419 \quad ; \quad \text{dalla prima delle (3) :}$$

$$0.246 = 0.8 \times 0.254 \times 0.4419 + 2\bar{\mu} \cdot 28 \times 0.456$$

$$\mu = 0.006117$$

La differenza tra il calcolo grafico e quello analitico

$$E = \frac{\bar{\mu} - \mu}{\bar{\mu}} = 0.7\%$$

Volendo poi analizzare l'unità dell'errore introdotto nel calcolo dall'utilizzazione di tabelle non esattamente riferite alla $f_{sd} = 3304$ dell'acciaio si ha:

$$f_{sd} = 3200 \quad ; \quad \alpha^* = \frac{f_{sd}}{f_{cd}} = \frac{3200}{118} = 27.12 \quad ; \quad \text{dalla (3)}$$

$$0.246 = 0.8 \times 0.254 \times 0.4419 + 2\bar{\mu} \cdot 27.12 \times 0.456$$

$$E = \frac{\bar{\mu} - \mu}{\bar{\mu}} = 3.2\%$$

Nel caso (b) si ricava:

$$m = \frac{2047000}{35 \times 46^2 \times 118} = 0.234 \quad \quad n = \frac{36650}{35 \times 46 \times 118} = 0.193$$

Dal grafico si ha la percentuale meccanica dell'armatura $\mu \cdot \alpha = 0.160$ e si ricava anche l'informazione che il collasso avviene nel campo (2) per cedimento dell'acciaio, mentre il conglomerato non ha ancora raggiunto il valore massimo di accorciamento.

Dalla (3) si ha:

$$w = 0.8k + \mu \left(-\frac{f_{sal}}{f_{cd}} + \alpha' \right) ; \alpha' = \frac{E_a}{f_{cd}} \frac{k - \gamma}{1 - k} \cdot 10^2 ;$$

Se $\gamma = 0.087$ si deduce

$$0.8 k^2 - 2.2435 k + 0.4570 = 0$$

$$k = 0.221 \quad \bar{y} = 0.22 \times 46 = 10.17 \text{ cm}$$

$$E_c = 10 : \left(\frac{46}{10.17} - 1 \right) = 2.84$$

Si ricorda che l'armatura è doppia e disposta simmetricamente nella sezione rettangolare

Si passa alla verifica della Sezione C

SEZIONE C

	M_{ki}	N_{ki}	γ
1 P.P.	+ 2.85	+ 8.37	1.5 1.5
2 PERM.	+ 8.06	+ 28.80	1.5 " "
3 ACC.	+ 1.68	+ 6.00	1.5 1.5 x 0.9 1.5 x 0.9
4 VENTO	+ 1.63	+ 0.24	- " x 0.8 " x 0.7
5 NEVE	+ 1.01	+ 3.60	- " x 0.7 " x 0.8
[T.A.]	[+15.23]	[47.37]	(a) (b) (c) (d) (e) (f)=1

Le sollecitazioni di calcolo delle combinazioni d,e,f,g, sono inferiori a quelle che si ottengono dalle combinazioni a,b,c,

Le sollecitazioni di calcolo sono:

	M_{ki}	N_{ki}	γ	M_{di}	N_{di}	γ	M_{di}	N_{di}	γ	M_{di}	N_{di}
1	+2.85	+8.73	1.5	+4.27	+13.09	1.5	+4.27	+13.09	1.5	+4.27	+13.09
2	+8.06	+28.80	1.5	+12.12	+43.20	1.5	+12.12	+43.20	1.5	+12.12	+43.20
3	+1.68	+6.00	1.5	+2.52	+9.00	1.35	+2.22	+8.10	1.35	+2.22	+8.10
4	+1.63	+0.24	-	-	-	1.20	+1.96	+0.29	1.05	+1.71	+0.25
5	+1.01	+3.60	-	-	-	1.05	+1.06	+3.78	1.20	+1.21	+4.32
S.L.				+18.91	65.29		21.63	68.46		21.53	68.96

(a)

(b)

(c)

$$e_{da} = 0.2896$$

$$e_{db} = 0.3159$$

$$e_{dc} = 0.3122$$

Si considera il caso (b) come il più sfavorevole in quanto ha un'eccentricità maggiore:

$$m = \frac{M_d}{bd^2 f_d} = \frac{2163000}{35 \times 46^2 \times 118} = 0.247$$

$$n = \frac{N_d}{bd f_d} = \frac{68460}{35 \times 46 \times 118} = 0.360$$

Dai diagrammi di interazione si ha:

$$\mu \cdot \alpha = 0.130$$

Il collasso avviene nel campo (3), per cedimento del calcestruzzo mentre l'acciaio non ha ancora raggiunto il massimo della deformazione pur avendo superato il limite elastico E_{se}

Si trova l'asse neutro utilizzando la (3):

$$K = \frac{0.360}{0.8} = 0.45 \quad \alpha = f_{sd}/f_{cd} = 28 \quad ; \quad \mu = \frac{0.130}{28} = 0.0046378$$

cui corrisponde una percentuale di armatura

$$A+A' = 7.47 \text{ cm}^2$$

Se si effettua una verifica analitica, dalle (3)

$$0.247 = 0.8 \times 0.45 \times 0.3635 + 2 \bar{\mu} 28 \times 0.456$$

$\bar{\mu} = 0.00459$; per cui l'errore che si commette utilizzando i grafici:

$$E = \frac{\bar{\mu} - \mu}{\bar{\mu}} = 0.8\%$$

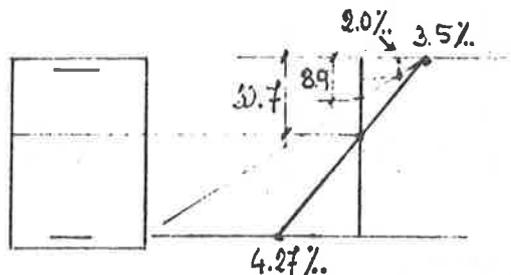
Utilizzando poi una resistenza di calcolo dell'acciaio pari a $f_{sd} = 3200$ (al posto di $f_{sd} = 3304$), si ha: $\alpha^* = 27.12$;

$$0.247 = 0.8 \times 0.45 \times 0.3635 + 2 \bar{\mu} 27.12 \times 0.456 \text{ da cui si ri-}$$

cava $\mu = 0.00469$ L'errore dunque è:

$$E = \frac{\bar{\mu} - \mu}{\bar{\mu}} = 1.1\%$$

$$\bar{y} = kd = 0.45 \times 46 = 20.7 \quad ; \quad \epsilon_s = 46 \frac{0.0035}{20.7} - 0.0035 = 4.27\%$$



Siccome $8.9 > 4$
 si ha che anche l'acciaio
 compresso è snervato aven-
 do superato il limite 2%
 di deformazione.

Consideriamo il caso (a) di minore eccentricità:

$$m = \frac{1891000}{35 \times 46^2 \times 118} = 0.216 \quad n = \frac{65290}{35 \times 46 \times 118} = 0.344$$

Dalle curve di interazione si ha la percentuale meccanica di armature

$$\mu \cdot \alpha = 0.075 \quad \text{Si ottiene } \mu = \frac{0.075}{28} = 0.0026785$$

La percentuale totale di armature è:

$$A + A' = 4.31 \text{ cm}^2$$

Si può osservare che la minore eccentricità fa risentire un notevole beneficio in termini di percentuale di armatura. Tuttavia si deve scegliere la combinazione di carichi (b) in quanto risulta essere la più sfavorevole.

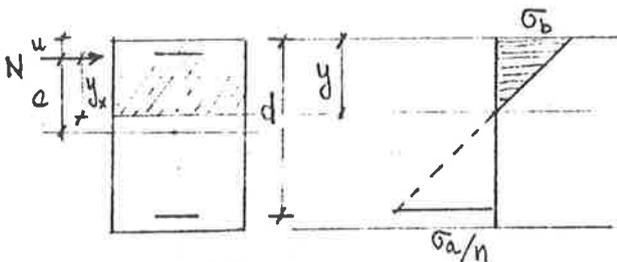
Sempre per la sezione C si applica ora il metodo T.A., nel rispetto delle tensioni massime per il conglomerato e per l'acciaio, per una sezione $b = 35 \text{ cm}$; $d = 46 \text{ cm}$.

$$\bar{\sigma}_a = 2200 \text{ kg/cm}^2 \quad \bar{\sigma}_b = 85 \text{ kg/cm}^2 \quad n = 15$$

$$M = 15.23 \text{ t m} \quad N = 47.37 \text{ t} \quad e = 0.2105$$

$$u = \frac{h}{2} - e ; y_x^3 - p y_x + q = 0$$

$$y = y_x + u$$



$$p = \frac{6 \cdot n}{b} \left[A (d-u) + A' (d'-u) - \frac{b u^2}{2n} \right]$$

$$q = \frac{6 \cdot n}{b} \left[A (d-u)^2 + A' (d'-u)^2 + \frac{b u^3}{3n} \right] \quad (4)$$

$$S_x = \frac{1}{2} b y^2 - n A (d-y) + n A' (y-d')$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{N}{S_x} y \quad \bar{\sigma}_a = n \frac{N}{S_x} (d-y)$$

Quindi per la sezione si ha:

$$u = -7 \text{ cm}; A = A' = 22 \text{ cmq}$$

$$y_x^3 - p y_x + q = 0; y = y_x + u, \text{ ed i valori di } p, q \text{ delle (4) sono:}$$

$$p = 3472; q = 164976 \quad \text{per cui risolvendo la cubica}$$

$$y_x = 35 \text{ cm}; y = 28 \text{ cm}$$

$$S_x = \frac{1}{2} 28^2 \times 35 - 15 \times 22 \times 18 + 15 \times 22 \times 24 = 15700 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_b = \frac{47370}{15700} 28 = 84.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = 15 \frac{47370}{15700} 18 = 815 \text{ "}$$

Se si esegue il calcolo a parità di armatura oltre che di sezione: $A = A' = 7.47 \text{ cm}^2$

$n = 15$, si ottengono i valori: $\sigma_b = 152 \text{ Kg/cm}^2$ $\sigma_a = 2928 \text{ Kg/cm}^2$

$\bar{y} = 20.1 \text{ cm}$ è la posizione dell'asse neutro.

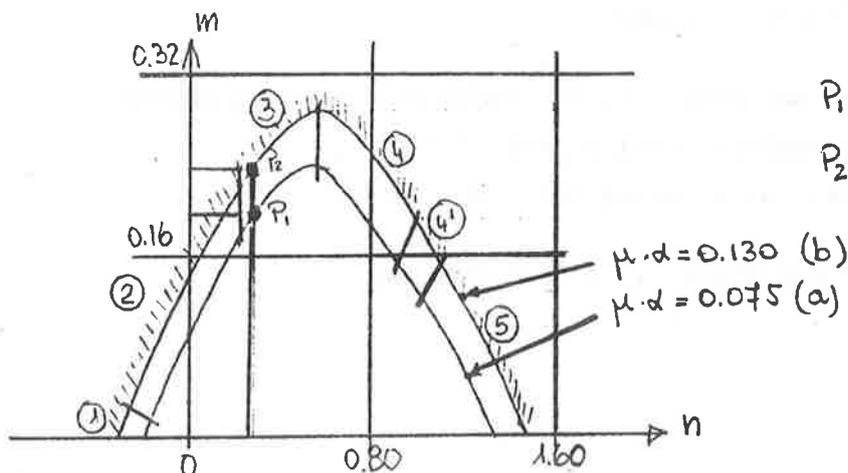
Cioè in questo caso la sezione non è verificata per superamento sia della tensione ammissibile del conglomerato, che quella dell'acciaio.

Il fatto contingente che la quantità di armatura richiesta nei due metodi non sia uguale, non deve indurre a facili generalizzazioni, in quanto nel metodo S.P.S.L. il contratto è esercitato su ambedue i materiali, mentre invece nel metodo T.A. si esercita il controllo solo su uno di essi: nella fattispecie il controllo è eseguito dal conglomerato, facendo rispettare il valore di $\sigma_b = 84.5 < \bar{\sigma}_b$

Si riscontra in questo modo che la tensione ammissibile dell'acciaio rimane

$$\sigma_a = 815 < \bar{\sigma}_a = 2200 \text{ Kg/cm}^2$$

Si noti per inciso che delle due verifiche eseguite (a) e (b), prevale quella relativa alla curva con la percentuale di armatura meccanica maggiore:



$$P_1 \equiv (0.344, 0.216)$$

$$P_2 \equiv (0.360, 0.247)$$

$$\mu.d = 0.130 \text{ (b)}$$

$$\mu.d = 0.075 \text{ (a)}$$

La condizione di carico avente l'eccentricità più grande, con n molto vicini tra loro, risulta la più sfavorevole.

Si passa alla verifica della sezione D

SEZIONE D

	M_{ki}	N_{ki}	γ	M_{di}	N_{di}	M_{di}	N_{di}	M_{di}	N_{di}		
1 P.P.	1.56	11.57	1.5	2.34	17.35	1.5	2.34	17.35	1.5	2.34	17.35
2 PERM.	4.57	28.80	1.5	6.85	43.20	1.5	6.85	43.20	1.5	6.85	43.20
3 ACC.	0.95	6.00	1.5	1.42	9.00	1.35	1.28	2.10	1.20	1.14	7.20
4 VENTO	2.81	0.24	-	-	-	1.05	2.95	0.25	1.35	3.79	0.22
5 NEVE	0.58	3.60	-	-	-	1.20	0.70	4.32	1.05	0.61	2.72
[T.A.	10.57	50.21	S.L.	10.61	69.55	14.12	73.22	14.73	71.85		

(a)

(b)

(c)

(a) $m = 0.121$; $n = 0.366$; $e_{da} = 0.152$; $\mu \cdot \alpha < 0.03$

(b) $m = 0.161$; $n = 0.385$; $e_{db} = 0.193$; $\mu \cdot \alpha = 0.03$:

Il collasso avviene sul campo (3) per cedimento del conglomerato.

(c) $m = \frac{1473000}{35 \times 46^2 \times 118} = 0.168$; $n = \frac{71850}{35 \times 46 \times 118} = 0.378$

$e_{dc} = 14.73/71.85 = 0.205$

Il collasso avviene ancora nel campo (3) per cedimento del conglomerato, con percentuale meccanica di armatura pari a $\mu \cdot \alpha = 0.040$

Quindi la percentuale totale di armatura per $\alpha = 28$ è:

$\mu = 0.040/\alpha = 0.00143$; $A = A' 2.3 \text{ cm}^2$

Utilizzando le (4) :

$$p = \frac{6 \times 15}{35} [10.937 (42.05) + 10.937 (0.05) - 18.20] = 1136$$

$$q = \frac{6 \times 15}{35} [10.937 (42.05)^2 + 10.937 (0.05)^2 + 47.937] = 49482$$

$$y_x = 26.8 \text{ cm} ; y = 26.8 + 3.95 = 30.75$$

$$S_x = 18434 \text{ cm}^3 \text{ , per cui:}$$

$$\sigma_b = \frac{N}{S_x} y = \frac{50210}{18434} 30.75 \approx 84 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = n \frac{N}{S_x} (d - y) = 623 \text{ Kg/cm}^2$$

Come si può vedere il conglomerato ha raggiunto la tensione ammissibile

$\sigma_b = 84 \text{ Kg/cm}^2$, la tensione dell'acciaio teso è rimasta molto al di sotto del tasso di lavoro massimo pari a $\bar{\sigma}_a = 2200 \text{ Kg/cm}^2$

Pertanto un diretto confronto col metodo S.P.S.L. non è istituibile in questi termini. L'acciaio è sfruttato in trazione solo per meno di un terzo delle sue possibilità, pertanto è ovvia la necessità di una maggiore quantità di armatura, che in questo caso è circa tre volte maggiore di quella ottenuta col metodo S.P.S.L..

Se si effettua il calcolo a parità di armature si ha, sempre utilizzando le (4):

$$M = 10.57 \text{ tm} ; N = 50.21 \text{ t} ; A = A' = 2.3 \text{ cm}^2 ; n = 15$$

$$e = 21.05 \text{ cm} ; u = 3.95 \text{ cm} ; \text{ Dalla } y_x^2 - p y_x + q = 0$$

$$p = 202 ; q = 10575 \text{ si ha } y_x = 19$$

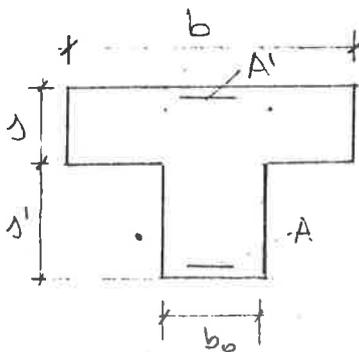
$$y = 22.95 ; S_x = 9075.8$$

In questo caso il conglomerato ha superato il limite ammissibile, mentre non lo ha superato l'acciaio, anzi questo è abbastanza sotto detto limite.

La situazione che si è verificata appare conforme ai gradi di sicurezza introdotti per i due metodi, tenendo presente che quello che paralizza il conglomerato è molto elevato nel metodo T.A..

Il tentativo eseguito di riportare la σ_b del conglomerato a valori ammissibili, senza modificare la forma della sezione, peggiora il comportamento dell'acciaio in servizio, che scende a tassi molto bassi, imponendo di conseguenza delle percentuali notevoli di armatura. Tale osservazioni tendono a ridimensionare facili e inopportune generalizzazioni sull'uso dei due metodi a confronto sulle quantità di armature che a parità di sezioni e di sollecitazioni vengono ad essere necessarie per le verifiche.

Altra osservazione importante è che col metodo S.P.S.L. altre verifiche, come quella a fessurazione o altre, sono indispensabili prima di considerare "progettata" una sezione. Resta quindi da dire che se si volesse considerare una sezione che col metodo T.A. sia in grado di assorbire delle sollecitazioni $M = 10.57 \text{ tm}$; $N = 50.21 \text{ t}$ a parità di tutte le altre condizioni, dovrebbe avere una diversa forma:



$$\begin{aligned} H &= 46 \text{ cm} & ; & \delta = 20 \\ b &= 76 \text{ " } & ; & \delta' = 26 \\ b_0 &= 25 \text{ " } \end{aligned}$$

$$A = A' = 2.3 \text{ cmq}$$

Dalle (4) si ricava: $\bar{y} = 16.24 \text{ cm}$; $\sigma_b = 85 \text{ Kg/cmq}$

$$\sigma_a = 2030 \text{ Kg/cmq} ; \sigma_a' = 964 \text{ Kg/cmq}$$

Si può constatare che per avere anche un'area di conglomerato identica

$$B = 35 \times 50 = 1750 \text{ cmq}$$

sarebbe sufficiente ancora la larghezza b della soletta diminuendo lo spessore.

BIBIGLIOGRAFIA

- C.N.R. : ISTRUZIONI PER LA PROGETTAZIONE E L'ESECUZIONE DELLE OPERE IN C.A. e C.A.P. COL METODO SEMIPROBABILISTICO AGLI STATI LIMITE B.U. N° 58 del 31.1.78
- C.E.B. : BULLETIN n°117-F 1976
- MIGLIACCI
 - MOLA : PROGETTI AGLI STATI LIMITE DELLE STRUTTURE IN C.A. MASSON 1978
- CALZONA, DOLARA, GIANNINI, :
IL CALCOLO DELLE SEZIONI IN C.A.
HOEPLI 1977
- MINISTERO LL.PP. :
NORME TECNICHE PER χ CARICHI E SOVRACCARICHI 1977
- CALZONA, CESTELLI:
IL CALCOLO DEL C.A.
HOEPLI 1975

STATO LIMITE ULTIMO PER TENSIONI TANGENZIALI :

Applicazioni Numeriche svolte dall'Ing.

PIERO PERSIA

1 - PREMESSA

Vengono eseguite le verifiche allo S.L.U. e il calcolo delle armature a taglio della struttura a portale di figura, facendo uso della metodologia di calcolo contenuta nelle Norme tecniche di prossima pubblicazione (1), e già riportata nelle Istruzioni CNR (4).

Per quanto riguarda invece l'analisi delle azioni agenti sulla struttura e dei relativi effetti, vengono utilizzati il D.M. 3.10.78 (2), e la Circolare Ministeriale 18591 del 9.11.78 (3), integrati per quanto verrà modificato dal prossimo aggiornamento delle Norme.

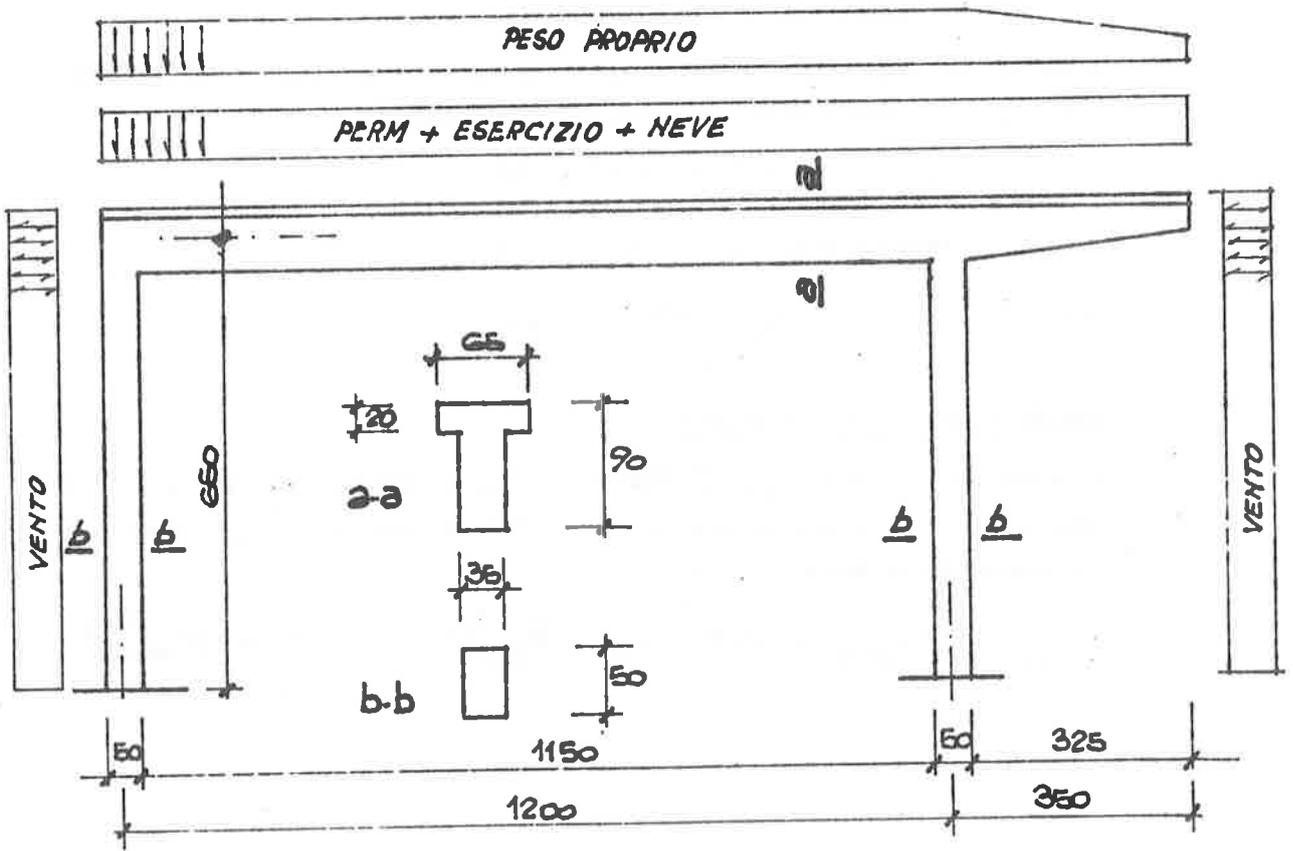
2 - UNITA' DI MISURA

Si fa uso delle unità di misura del sistema S.I.:

per le forze : 1 N (Newton) = 0.1 kg

1 kN (kiloNewton) = 0.1 t

per le tensioni : 1 MPa (megaPascal) = 1 N/mmq = 10 kg/cmq



3 - ANALISI DELLE AZIONI

In base alle unità di misura adottate i valori numerici delle intensità delle azioni considerate sono riportate in tab. 1.

4 - ANALISI DEGLI EFFETTI DELLE AZIONI

Adottando le formule 7 e 8 del punto 2.4.2.1 della C.M. (3), con $\gamma_{gk1} = 1.5$ (tab. 1), è stata costruita la tab. 2, relativa ai valori del taglio nelle sezioni significative, in cui:

- f_{ki} : valore caratteristico dell'intensità dell'azione i;
 c_i : valore del taglio per $f_{ki} = 1$;
 V_{ki} : taglio dovuto alla azione i;
 $V = \sum V_{ki}$: valore del taglio "alle tensioni ammissibili";
 γ_{fi} : coefficiente moltiplicatore dell'azione i (ovvero del suo effetto S_{ki} , trattandosi di calcolo lineare);
 V_{ki}^* : taglio di calcolo dovuto alla azione i
 $V^* = \sum V_{ki}^*$: taglio totale di calcolo ottenuto applicando le formule di combinazione 1 e 2.

I valori del taglio di calcolo risultano dalla applicazione della formula 2 citata; numeramente tali valori risultano:

$$V^* = 1.455 \cdot V$$

con una riduzione rispetto al valore principale di $\gamma_f = 1.5$

di:

$$\frac{\gamma_f - 1.455}{\gamma_f} \approx 3\%$$

5 - CARATTERISTICHE DEI MATERIALI

Adottato un cls con $R_{bk} = 25 \text{ MPa}$ (resistenza caratteristica cubica) si ricava (tab. 3), la resistenza caratteristica a trazione f_{ctk} tramite la relazione delle Norme (1) :

$$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm} = 0.7 \cdot 0.27 \cdot R_{bk}^{2/3} = 0.189 R_{bk}^{2/3}$$

ANALISI DELLE AZIONI

- peso proprio $= 0.375 \times 25 = 9.37 \text{ kN/m}$
- permanente portato (soffitto $h=20 \text{ cm}$) $= 4.68 \text{ kN/m}^2 \times 6 = 28.08 \text{ ''}$
- neve (zona 2, $H < 300 \text{ m. slm}$) $= 0.6 \times 6 = 3.60 \text{ ''}$
- vento (zona 2, $h < 10 \text{ m.}$)
 $= c \cdot q = 0.8 \cdot (0.75 \times 0.8) = 0.48 \text{ kN/m}^2$
 $0.48 \times 6 = 2.88 \text{ kN/m}$ (sopravento)
 1.44 '' (sottovento)
- carico di esercizio (soffitto non praticabile)
 $= 0.1 \times 6 = 6. \text{ ''}$

ANALISI DEGLI EFFETTI DELLE AZIONI

$$S^* = \gamma_{g1k} \cdot S_{g1k} + \gamma_{g2k} \cdot S_{g2k} + \left\{ \begin{array}{l} \gamma_q S_{q1k} \\ \gamma_q [0.9 S_{q1k} + 0.8 S_{q2k} + 0.7 (S_{q3k} + \dots)] \end{array} \right. \quad (1)$$

\uparrow
 $= 1.5$
 effetto peso proprio

\uparrow
 $= 1.5$
 permanente portato

\uparrow
 $= 1.5$
 variabile più gravoso

altri carichi variab.

		f_{ki}	c_i	V_{ki}	γ_{fi}	V_{ki}^*	(1)	(2)	
SEZ. SINISTRA TRAVE	Peso prop.			52.65	1.5	78.98			
	PERMAN.	28.08	6.	168.48	1.5	252.72			
						331.70	331.70	331.70	
	ESERCIZ.	6.	6.	36.	1.6	54.	54.	0.9	48.60
	NEVE	3.60	6.	21.60	1.5	32.40		0.8	25.90
	VENTO	2.88	0.845	2.43	1.5	3.65		0.7	2.60
				281.2			385.7	408.8	

SEZ. DESTRA TRAVE	Peso prop.			59.84	1.5	89.76			
	PERMAN.	28.08	6.49	182.84	1.5	273.36			
						363.10	363.10	363.10	
	ESERCIZ.	6.	6.49	38.94	1.5	58.41	58.41	0.9	52.60
	NEVE	3.6	6.49	23.36	1.5	35.05		0.8	28.
	VENTO	2.88	0.845	2.43	1.5	3.67		0.7	2.6
				306.8			421.5	446.3	

SBALZO	Peso prop.			27.47	1.5	41.21			
	PERMAN.	28.08	3.5	98.28	1.5	147.42			
						188.6	188.6	188.6	
	ESERC.	6.	3.5	21.	1.5	31.5	31.5	0.9	28.4
	NEVE	3.6	3.5	12.6	1.5	18.9		0.8	15.1
	VENTO	2.88	-	-					
				159.4			220.1	232.1	

CARATTERISTICHE DEI MATERIALI- C.L.S.

Resistenza caratter. cubica : $R_{bk} = 25 \text{ MPa}$

" " cilindrica : $f_{ck} = 0.83 R_{bk} = 21 \text{ "}$

Resistenza caratter. a trazione :

$$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm} = 0.7 \times 2.30 = 1.62 \text{ "}$$

con :

$$f_{ctm} = 0.27 R_{bk}^{2/3} = 2.30 \text{ MPa}$$

- ACCIAIO (FeB 380 k)

Tensione caratteristica di snervamento $f_{yk} = 380 \text{ MPa}$

RESISTENZE DI CALCOLO

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 13. \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_c = 1. \text{ "}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 330.4 \text{ "}$$

con: $\gamma_c = 1.6$

$$\gamma_s = 1.15$$

in accordo, per ogni valore di R_{bk} , con la relazione C.E.B. (5):

$$\begin{aligned} f_{ctk} &= 0.7 f_{ctm} = 0.7 \cdot 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} \\ &= 0.7 \cdot 0.3 \cdot (0.83 \cdot R_{bk})^{2/3} = 0.187 \cdot R_{bk}^{2/3} \end{aligned}$$

6 - RESISTENZE DI CALCOLO

Si adottano i coefficienti γ_m delle Norme (1):

$$\gamma_c = 1.6 \quad (\text{per il cls.})$$

$$\gamma_s = 1.15 \quad (\text{per acciaio controllato in stabilimento})$$

7 - METODI DI CALCOLO

"Il comportamento a rottura degli elementi in cemento armato e cemento armato precompresso sottoposti a prevalente sollecitazione di taglio è estremamente complesso dipendendo da un gran numero di parametri, talchè non esistono ancora metodi di calcolo semplici e di corrente utilizzo che coprano tutti i tipi di rottura e che tengano conto adeguatamente dei contributi alla resistenza di tutti gli elementi costituenti le membrane.

I metodi di calcolo agli stati limite che seguono fanno riferimento soltanto ai principali tipi di rottura imputabili al cedimento del conglomerato d'anima o delle armature trasversali; i rischi inerenti ad altri tipi di rottura verranno coperti mediante prescrizioni sui dettagli costruttivi (ancoraggi) e limitazioni progettuali (interasse minimo delle armature trasversali, conformazione delle armature trasversali, ecc)." (4)

7.1 - S.L.U. DI TAGLIO COMPRESSIONE

(Verifica del conglomerato)

Il taglio di calcolo V^* deve risultare: $V^* < V_{r1}$

con V_{r1} (taglio resistente del conglomerato) pari a:

$$V_{r1} = 0.30 f_{cd} b d = 0.30 \cdot 13 \cdot 350 \cdot 850 = 1158 \text{ kN}$$

essendo:

$$b = 350 \text{ mm (larghezza dell'anima per intero, non essendoci nel nostro caso)}$$

barre d'armatura con $\phi > b/8$); $d = 850$ mm (altezza utile della sezione).
Tale condizione risulta soddisfatta essendo:

$$V^*_{\text{max}} = 446.3 < 1158 \text{ kN}$$

7.2 - S.L.U. DI TAGLIO TRAZIONE

(Verifica dell'armatura trasversale)

$$V^* < V_{r2} \qquad V_{r2} = V_{cd} + V_{sd}$$

in cui:

$$V_{cd} \text{ (taglio portato dal conglomerato)} = 0.60 f_{ctd} \cdot b \cdot d \cdot \delta$$

$$= 0.60 \cdot 1 \cdot 850 \cdot 350 = 179 \text{ kN}$$

avendo assunto $\delta = 1$ (sezioni con sforzo normale ≈ 0)

$$V_{sd} \text{ (taglio portato dalle armature)} = \frac{A_s}{i_s} f_{yd} 0.9 d \lambda$$

Impiegando staffe a 2 braccia $\emptyset 10$ risulta:

$$\alpha \text{ (inclinazione rispetto all'asse trave)} = 90^\circ$$

$$\lambda = \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$V_{sd} = \frac{157}{i_s} \cdot 330.4 \cdot 0.9 \cdot 850 = 39.7/i_s \text{ kN/m}$$

per

$$i_s = 0.30 \text{ m} \quad \rightarrow \quad V_{sd} = 135 \text{ kN}$$

$$i_s = 0.15 \text{ " } \quad \rightarrow \quad V_{sd} = 270 \text{ "}$$

7.3 - LIMITAZIONI PROGETTUALI

- Il quantitativo minimo di staffe deve risultare:

$$\frac{A_s}{i_s} \geq 0.0015 b \sin \alpha$$

che nel nostro caso (staffe $\emptyset 10$) fornisce:

$$i_s \leq \frac{157}{0.0015 \cdot 350} = 30 \text{ cm.}$$

$$V_{s \text{ min}} = 135 \text{ kN}$$

- L'interasse minimo deve soddisfare le limitazioni:

$$i_s \leq \begin{cases} 0.75 d = 64 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

e in corrispondenza degli appoggi:

$$i_s \leq 12 \cdot \phi_L \quad (\phi_L = \text{diametro minimo armatura longitudinale}).$$

In un tratto pari a $d = 85 \text{ cm}$, per parte.

7.4 - DISPOSIZIONE DELLE ARMATURE

In tab. 4 è riportata sommariamente la disposizione delle armature che risulta dal progetto eseguito.

La parte di diagramma campita corrisponde ai valori

$$V^* - V_{cd} \leq V_{sd}$$

8 - CONFRONTO CON LE VERIFICHE ALLE T.A.

In tab. 5 sono state condotte le note verifiche alle tensioni ammissibili, e, a titolo di confronto, è stato eseguito un calcolo delle staffe, adottando diametri e interassi estremamente variabili, al fine di rendere comparabili i valori finali dei quantitativi in peso di armatura.

Nel caso presentato risultano notevoli differenze:

$$TA = 260 \text{ kg} \quad SLU = 160 \text{ kg} \quad \frac{TA - SLU}{SLU} = + 62\%$$

ma a riguardo è importata la limitazione per lo SLU:

$$\frac{A_s}{i_s} \geq 0.0015 b$$

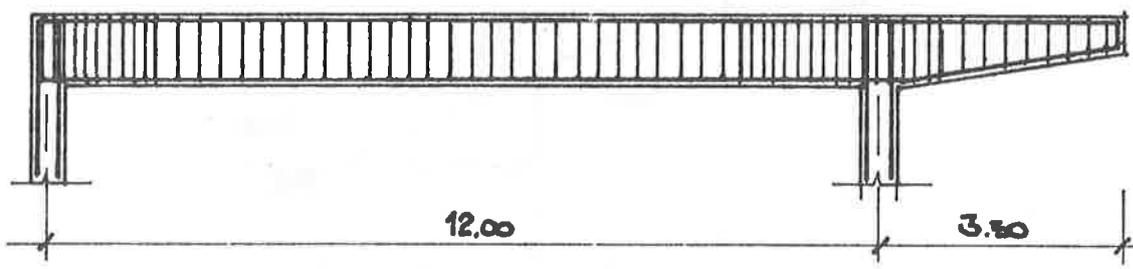
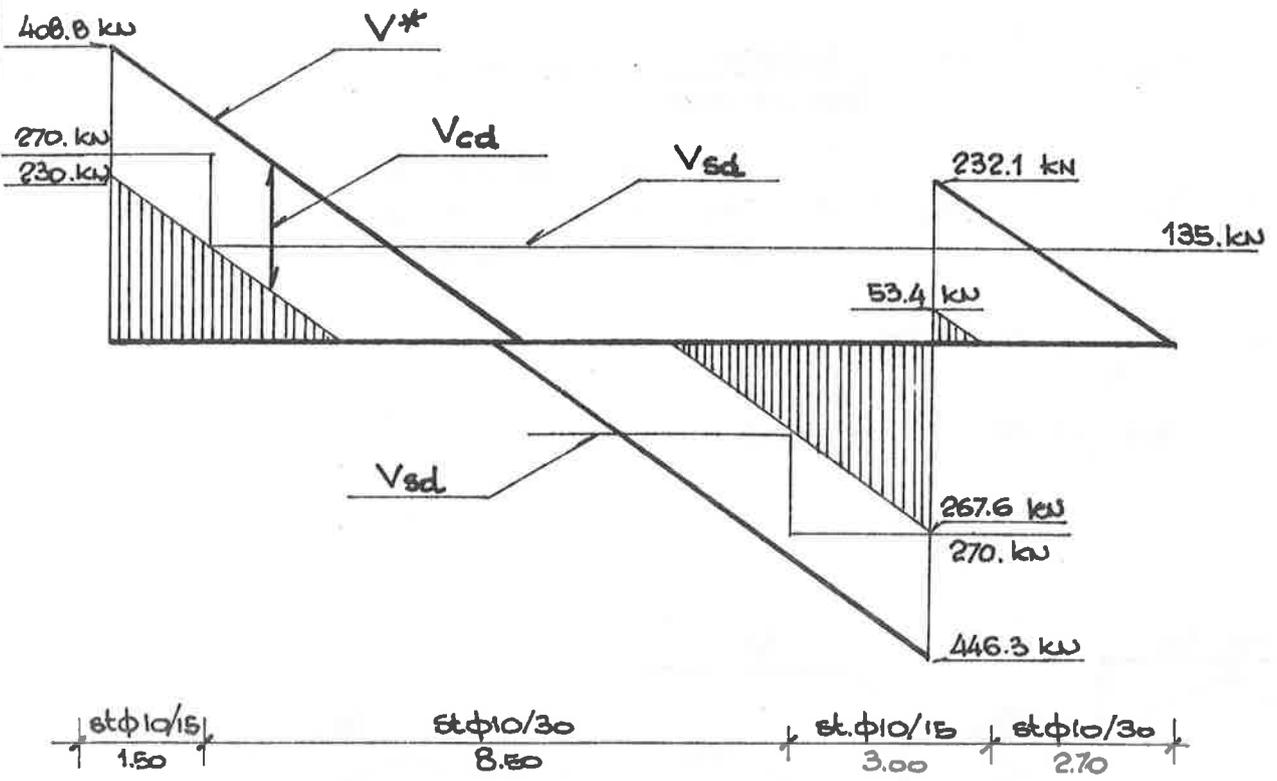
Se infatti si avesse $b = 45$, risulterebbe:

$$i_s \leq 23 \text{ cm}$$

$$V_{smin} = 171 \text{ kN}$$

con un incremento del quantitativo di staffe del 20% :

$$\frac{TA - SLU}{SLU} = \frac{260 - 192}{192} = + 35\%$$



TENSIONI AMMISSIBILI

$R_{bk} = 25 \text{ MPa}$

$\bar{\sigma}_a = 220 \text{ //}$

$\bar{\sigma}_b = 6 + \frac{R_{bk}-15}{4} = 8.5 \text{ MPa}$

$\tau_{b0} = 0.4 + \frac{R_{bk}-15}{75} = 0.53 \text{ //}$

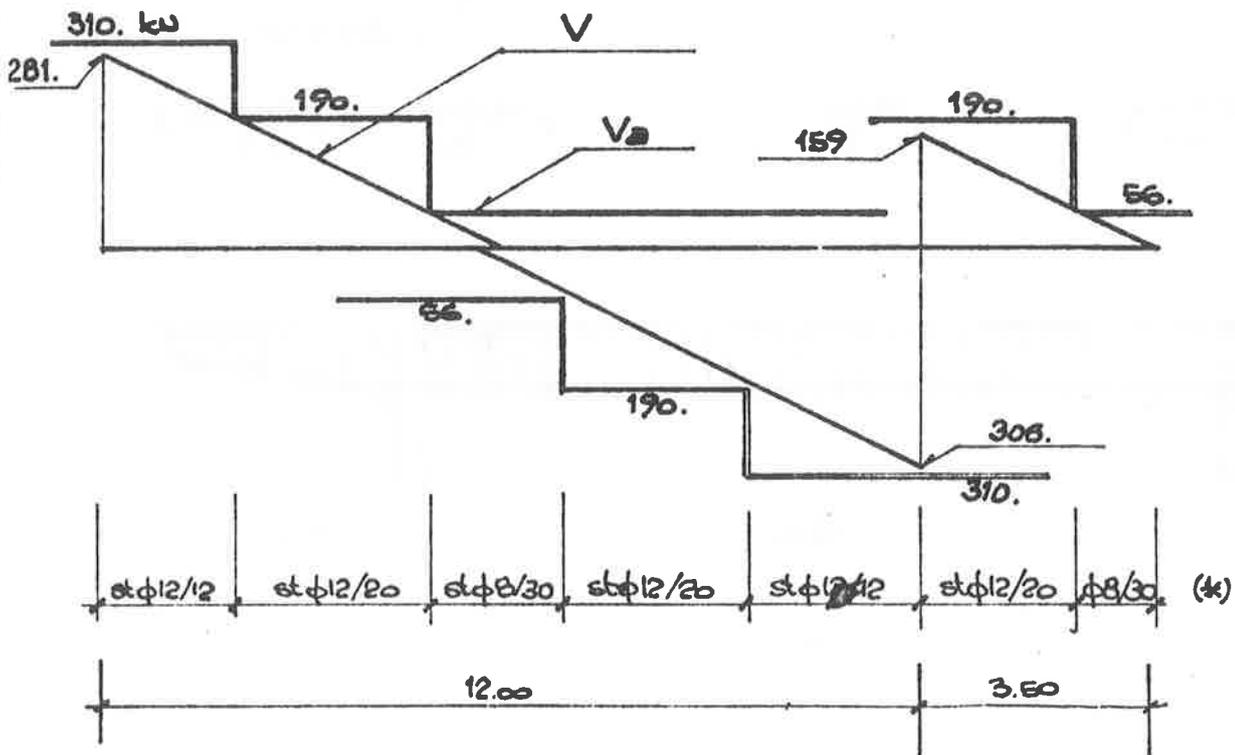
$\tau_{b1} = 1.4 + \frac{R_{bk}-15}{35} = 1.68 \text{ //}$

$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{b \cdot z} = \frac{306800}{350 \cdot 0.9 \cdot 850} = 1.15 \text{ MPa}$

$V_a = \frac{A_s}{i_s} \cdot \bar{\sigma}_a \cdot z = \begin{matrix} 56 \text{ kN} & \text{st. } \phi 8/30 \\ 190 \text{ //} & \phi 12/20 \\ 310 \text{ //} & \phi 12/125 \end{matrix}$

$A_s/i_s \geq 3 \text{ cm}^2/\text{m}$

$i_s \leq 33 \text{ cm} ; i_s \leq 0.8 d$



9 - RIFERIMENTI

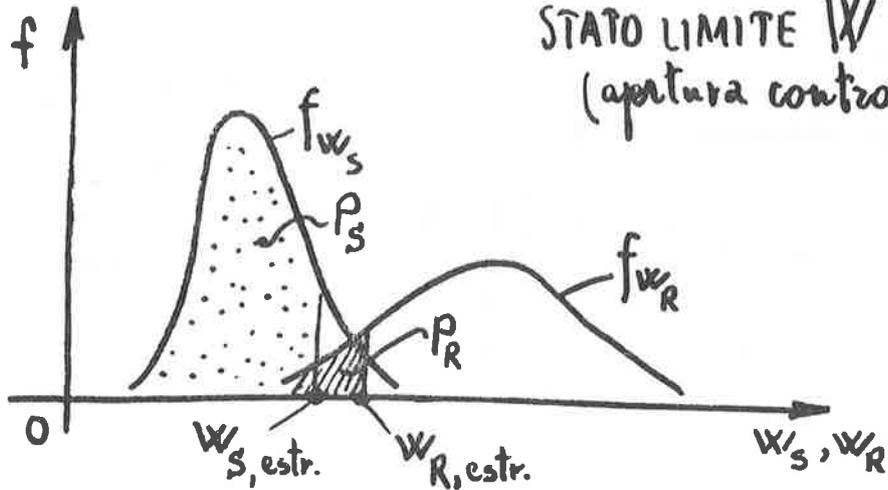
- (1) D.M. di aggiornamento delle: "Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in c.a. e c.a.p. e per le strutture metalliche " di cui alla legge 1086.
- (2) D.M. 3/10/'78: "Criteri generali per la verifica della sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi (G.U. n. 319 del 15/11/'78).
- (3) Circolare n. 18591 del 9/11/'78 del Min. LL.PP.: "Istruzioni per l'applicazione del D.M. 3/10/'78".
- (4) "Istruzioni per la progettazione e l'esecuzione delle opere in c.a. e c.a.p. col metodo S.P.S.L."
C.N.R. (Bollettino Ufficiale A. XII N°- 58).
- (5) CODE MODELE CEB-FIP POUR LE STRUCTURES EN BETON (Testo originale in francese 1977).
CODICE-MODELLO CEB-FIP PER LE STRUTTURE IN C.A.
(Edizione italiana AITEC 1979).

STATI LIMITI DI ESERCIZIO : FESSURAZIONE E DEFORMAZIONE

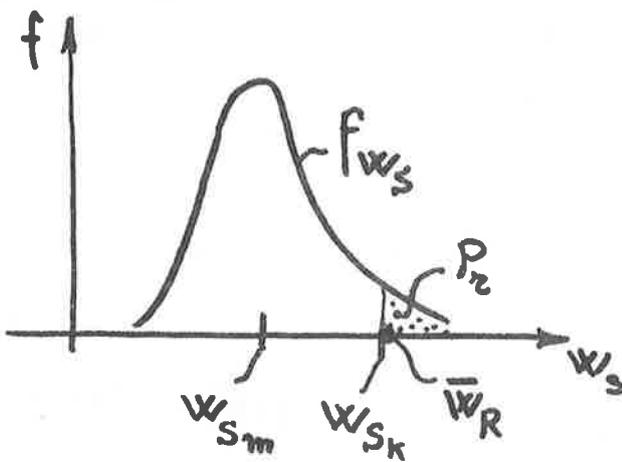
Argomento trattato dal Prof.

ANTONIO MIGLIACCI

STATO LIMITE W
(apertura controllata)



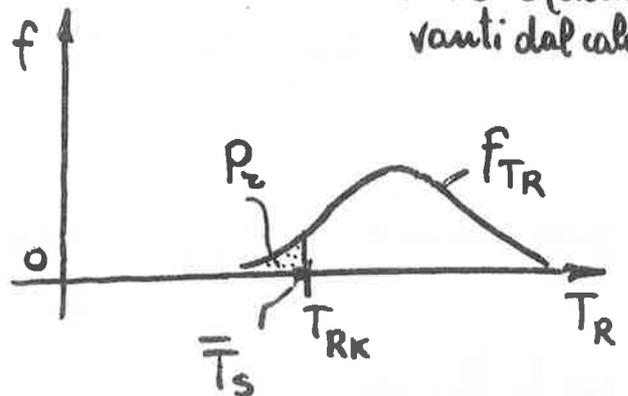
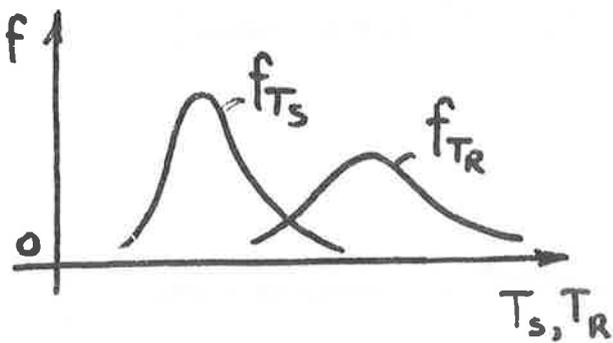
MISURA DELLA DURABILITÀ



W_S valori derivanti dal calcolo
 W_R valori ammissibili

STATO LIMITE di "DEGRADAZIONE"

T_S tempi di vita richiesti
 T_R tempi di degradazione (derivanti dal calcolo)

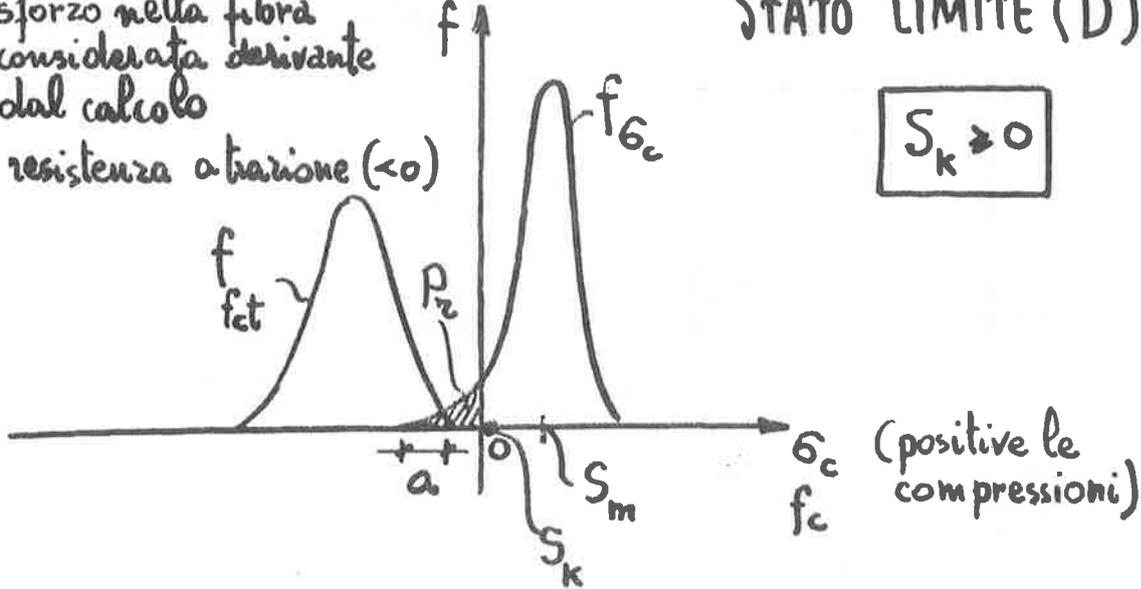


σ_c sforzo nella fibra considerata derivante dal calcolo

f_{ct} resistenza a trazione (< 0)

STATO LIMITE (D)

$$S_k \geq 0$$

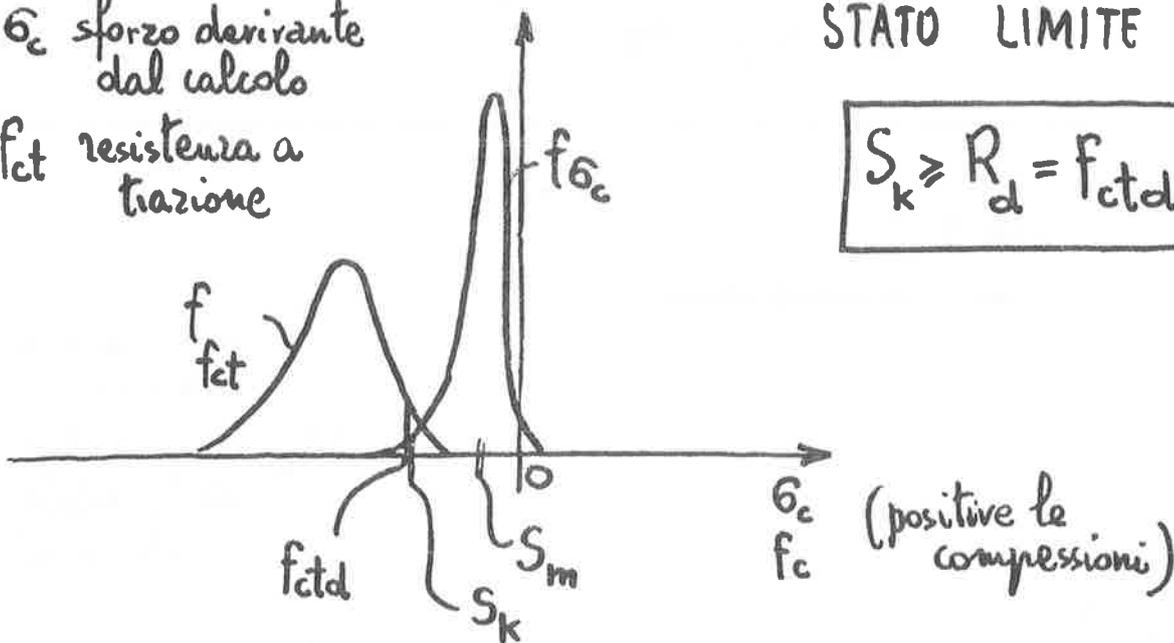


σ_c sforzo derivante dal calcolo

f_{ct} resistenza a trazione

STATO LIMITE (Cr)

$$S_k \geq R_d = f_{ctd}$$



generalmente

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$$

$\gamma_c = 1,30$ (nonostante stato all'esercizio)

per la flessione

$$f_{ctd} \text{ (fless.)} = \frac{(1,30 \div 1,90) f_{ctk}}{1,30} \rightarrow f_{ctk}$$

CEB, dimensioni MPa

$$f_{ctk} = 0,6 f_{ctm}$$

$$f_{ctm} = -0,35 f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctd} = -0,21 f_{ck}^{2/3}$$

(fless.) ↖ (su cilindri)

dimensioni k_f, cm
 f_{ck} (cubi)

$$f_{ctd} \approx -0,40 f_{ck}^{2/3}$$

(fless.) (cubi)

[ben minore, circa $\frac{1}{2}$, della $f_{ctd} = - \frac{2(7+0,06 f_{ck})}{\gamma_c = 1,3}$, CNR]

MISURA STATO LIMITE (Cr)

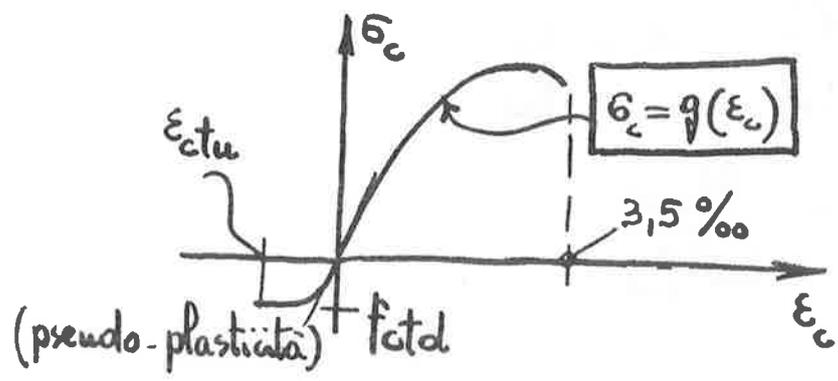
1^a possibilità

$$\sigma_c = - \frac{M_{sd}}{W_c} \geq f_{ctd}$$

2^a possibilità

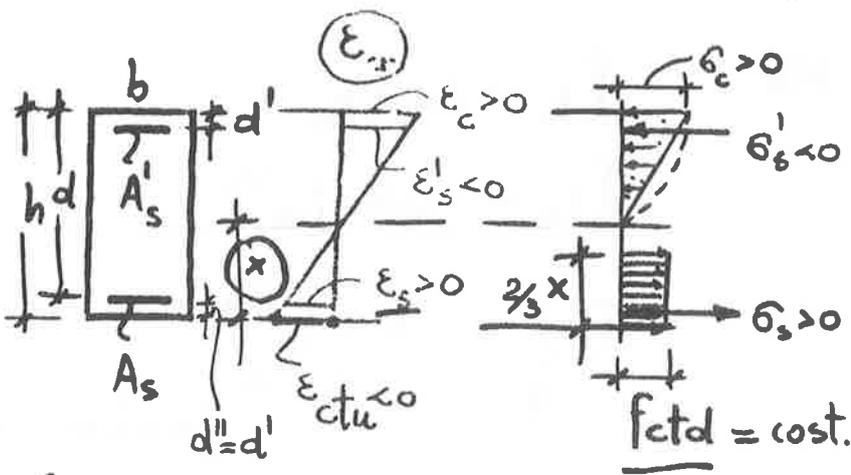
$$M_{sd} \leq M_{crd}$$

(resistenza da valutarsi con riferimento allo stato di ϵ_{cr} della sezione)



$$\epsilon_{ctu} = \beta \epsilon_{ctu}^0$$

↖ (≈ -0,15 ‰)



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{0,15}{0,20\%}$
 $\epsilon_{ctu} = c \cdot \epsilon_{ctu}$
 $M_{cr d}$

$$\frac{1}{2} \sigma_c b (h-x) - \sigma'_s A'_s + f_{ctd} \frac{2}{3} x b - \sigma_s A_s = 0$$

$$\frac{1}{2} \sigma_c b (h-x) \left[\frac{2}{3} (h-x) + \frac{2}{3} x \right] - \sigma'_s A'_s \left(d - \frac{1}{3} x \right) + \sigma_s A_s \left(\frac{1}{3} x - d' \right) = M_{cr d}$$

Linearità ϵ_u

$$\begin{cases} \epsilon_c = - \frac{h-x}{x} \epsilon_{ctu} \\ \epsilon'_s = \frac{d-x}{x} \epsilon_{ctu} \\ \epsilon_s = - \frac{x-d'}{x} \epsilon_{ctu} \end{cases}$$

IN FORMA ADIMENSIONALE

$A'_s, A_s \rightarrow$	$\omega'_s = \frac{A'_s}{bd} \frac{f_{sd}}{f_{cd}}, \omega_s = \frac{A_s}{bd} \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$
$x, d' = d''$	$\xi = x/d, \delta' = \delta'' = \delta = d'/d$
σ_c, f_{ctd}	$\alpha_c = \frac{\sigma_c}{f_{cd}}, C = \frac{f_{ctd}}{f_{cd}}$
σ'_s, σ_s	$\alpha'_s = \frac{\sigma'_s}{f_{sd}}, \alpha_s = \frac{\sigma_s}{f_{sd}}$
$M_{cr d}$	$\mu_{cr d} = \frac{M_{cr d}}{bd^2 f_{cd}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \alpha_c (1 + \delta - \xi) - \alpha'_s \omega'_s + \frac{2}{3} \xi c - \alpha_s \omega_s = 0 \\ \frac{1}{3} \alpha_c (1 + \delta - \xi) (1 + \delta) - \alpha'_s \omega'_s (1 - \frac{1}{3} \xi) + \alpha_s \omega_s (\frac{1}{3} \xi - \delta) = \mu_{crd} \\ \alpha_c = \frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{g \left(- \frac{1 + \delta - \xi}{\xi} \varepsilon_{ctu} \right)}{f_{cd}} \\ \alpha'_s = \frac{1 - \xi}{\xi} \left(\frac{E_s \varepsilon_{ctu}}{f'_{sd}} \right), \quad \alpha_s = - \frac{\xi - \delta}{\xi} \left(\frac{E_s \varepsilon_{ctu}}{f_{sd}} \right) \end{array} \right.$$

$$\text{(dalla prima)} \quad \xi = \frac{\frac{1}{2} \alpha_c (1 + \delta) + (-\alpha'_s \omega'_s - \alpha_s \omega_s)}{\frac{1}{2} \alpha_c - \frac{2}{3} c}$$

$\xi = \xi_1$, (quindi dalle ultime
 $\alpha_c, \alpha'_s, \alpha_s$
 e dalla $\xi = \dots$
 si ricava ξ'_1 , generalmente $\neq \xi_1$)

$\xi = \xi_2$ ecc.

determinato ξ ,

$$\text{(dalla seconda)} \quad \mu_{crd} m \rightarrow M_{crd} (\geq M_{Sd})$$

[osservazione, possibilità di adeguare la resistenza a:
 | quantità, distribuzione, tipo d'armatura
 | (caratteristiche del calcestruzzo, pseudo-
 | plasticità)

MISURA STATO LIMITE W

65

$$W_{SK} \leq \bar{W}_R$$

1 - valori di soglia \bar{W}_R

valori base \bar{W}_R	$\begin{cases} 0,1 \text{ mm} \\ 0,2 \text{ " } \\ 0,4 \text{ " } \end{cases}$	lesure non visibili:
		lesure poco visibili:
		lesure molto visibili: (da distanza $\geq 1 \text{ m}$)

condizioni che determinano \bar{W}_R

(fra i tre valori base \bar{W}_R)

aggressività dell'ambiente

sensibilità delle armature alla corrosione

(situazione di ricoprimento)

(fattori psicologici, esigenze estetiche)

riduzione del frattile superiore W_{SK}
(ad esempio, utilizzazione di W_{Sm} semplicemente)

amplificazione di \bar{W}_R per il rapporto

$$c/c_{min}$$

(c, ricoprimento $\leq 50 \text{ mm}$)

aggressività dell'ambiente

poco aggressivo
moderatamente aggressivo
molto aggressivo

$$\bar{w}_R = 0,4 \text{ mm}$$

$$\bar{w}_R = 0,2 \text{ mm}$$

$$\bar{w}_R = 0,1 \text{ mm}$$

sensibilità alla corrosione

sensibili alla corrosione
poco sensibili alla corrosione

$$\bar{w}_R \leq 0,2 \text{ mm}$$

$$w_{SK} \equiv w_{sm} (\leq \bar{w}_R)$$



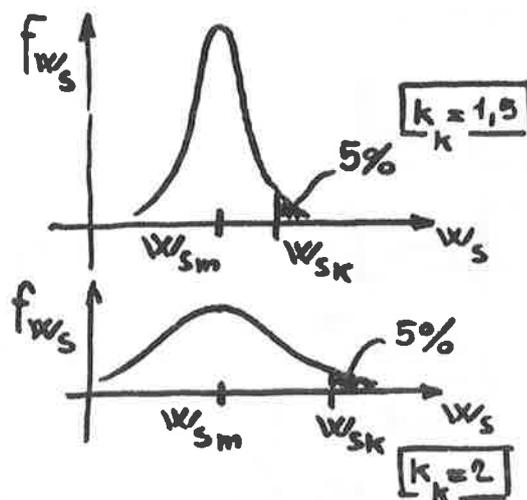
$$w_{SK} = k_k w_{sm} \cdot k_\beta$$

1,3 in trazione semplice

1,6 in flessione semplice

1,8 con taglio e torsione

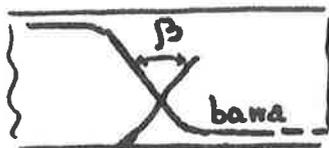
k_k
(CNR, CEB
 $k_k = 1,7$)



1 per $\beta \geq 75^\circ$

2 se $\beta = 45^\circ$
(n.b. - possibilità di interpolaz. lineare)

k_β efficienza della cucitura
(CNR, CEB
 $k_\beta = 1$)



$$w_{sm} = \epsilon_{sm} \cdot L$$

ϵ_{sm} , dilatazione media dell'acciaio
 L , distanza fra le fessure

TRAZIONE, FLESSIONE

85

calcolo di ϵ_{sm}

$$w_{sm} = \epsilon_{sm} \cdot L$$

— CNR, Raccomandaz. FIP-CEB

$$(\circ) \quad \epsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} \left(\sigma_{sd} - \frac{3000}{100 \cdot \rho_{s,ct}} \right)$$

tiranti $A_{ct} = A_c$

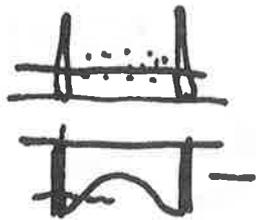
travi inflesse $A_{ct} = A_{ci}$ (con suola)

$$A_{ct} = 0,25 b h$$

travi pseudo-inflesse $A_{ct} = 0,4 b_w (h-x)$

$$\rho_{s,ct} = \frac{A_s}{A_{ct}}$$

contributo calcestruzzo, da trascurarsi in presenza di carichi ripetuti



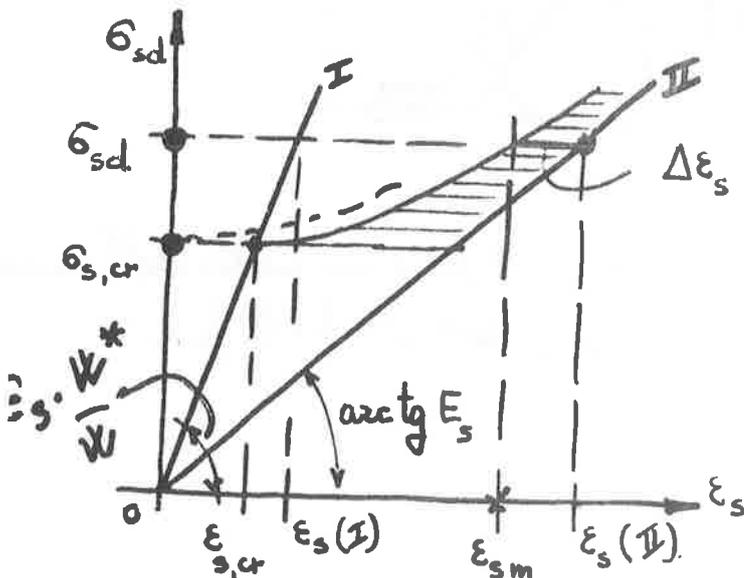
CEB (e prof. Leonhardt)

$$\beta \begin{cases} 0,7 & \text{tipodi} \\ 0 & \text{barre} \end{cases}; \begin{cases} 0,4 \div 0,8 & \text{natura} \\ \ll 1 & \text{carichi} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^m$$

$$(\bullet\bullet) \quad \epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^2 \right]$$

$\epsilon_{sm} = \epsilon_s(\text{I}) \left[1 - \left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^2 \right]$ $\sigma_{s,cr}$, tensione nell'acciaio (a sezione fessurata) prodotta dalle sollecitazioni di prima fessurazione



$\Delta \epsilon_s$, contributo del calcestruzzo

$$\begin{aligned} \epsilon_{sm} &= \epsilon_s(\text{I}) - \Delta \epsilon_s \\ &= \frac{\sigma_{sd}}{E_s} - \frac{\Delta \sigma_s}{E_s} \\ &= \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \frac{\Delta \sigma_s}{\sigma_{sd}} \right) \end{aligned}$$

Le formule (●), (●●) si ottengono ponendo per il $\boxed{t.s.}$

$$\Delta \sigma_s = \frac{(-\sigma_{ct}^*)}{\rho_s} \quad t.s. \text{ costante}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\sigma_{s,cr}^2}{\sigma_{sd}} \quad t.s. \text{ iperbolico}$$

$\boxed{T.S. \text{ costante}}$

$$N_{sm} = \sigma_{sd} A_s + (\sigma_{ct} A_{ct})_m, \quad (\sigma_{ct} < 0)$$

$$= \sigma_{sd} A_s + \sigma_{ct}^* A_c, \quad \text{con } A_c = b d \approx 0,9 b h \\ = 3,6 A_{ct}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \frac{N_{sm}}{E_s A_s} = \frac{1}{E_s} \left(\sigma_{sd} + \frac{\sigma_{ct}^*}{\rho_s} \right) \\ &= \frac{1}{E_s} \left(\sigma_{sd} + \frac{(-7,5 \text{ kg/cm}^2) \cdot 100}{\frac{\rho_{s,ct}}{3,6} \cdot 100} \right) = \\ &= \frac{1}{E_s} \left(\sigma_{sd} - \frac{2700}{\rho_{s,ct}} \right) \quad (\text{vedi la } (\bullet)) \end{aligned}$$

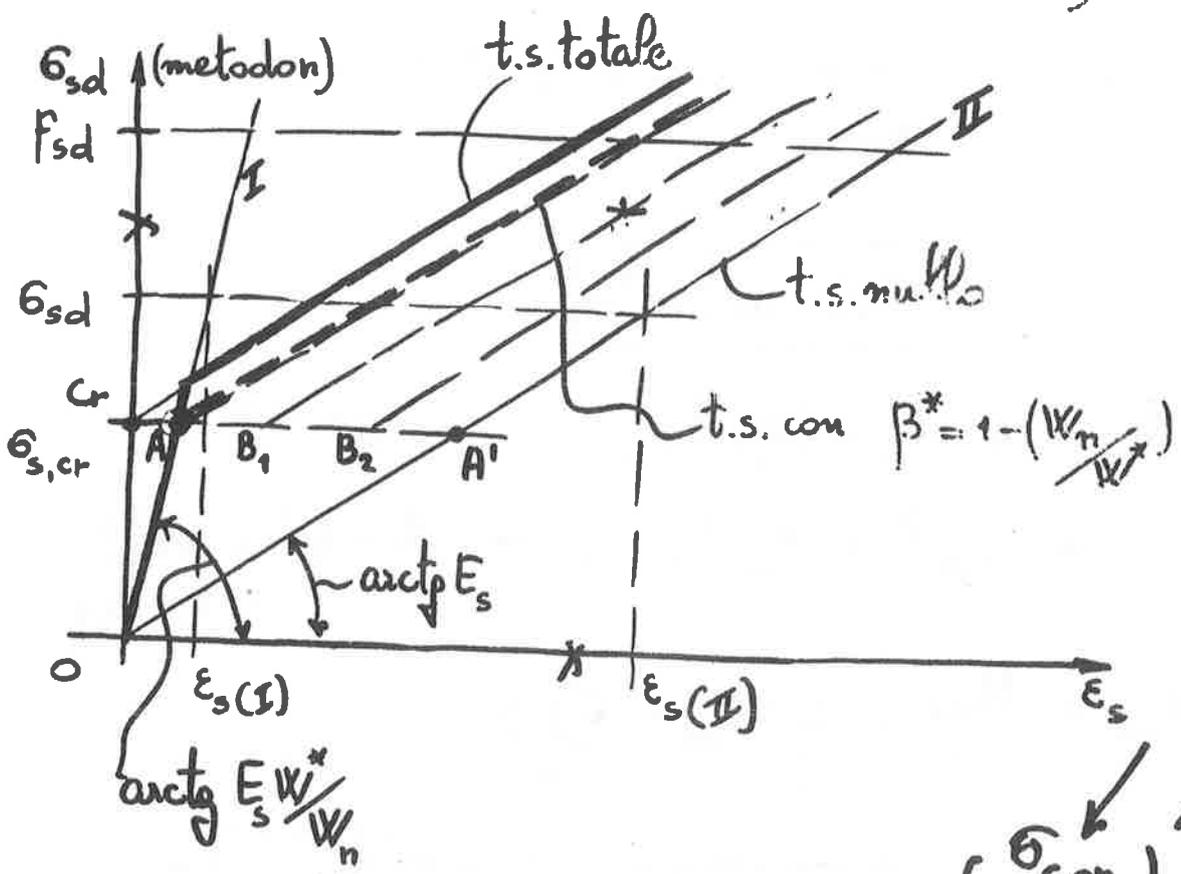
Dalla :

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \frac{\Delta \sigma_s}{\sigma_{sd}} \right), \quad \text{volendo } \varepsilon_{sm} \approx 0 \text{ per } \sigma_{sd} = \sigma_{s,cr},$$

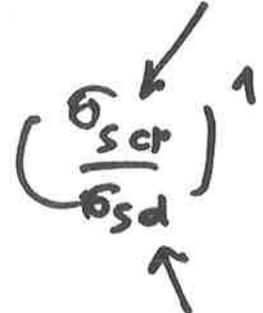
risulta: $\boxed{\Delta \sigma_s = \sigma_{s,cr}}$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}}\right) \quad (\text{t.s. totale})$$

*
$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \beta \frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}}\right) \quad (\text{t.s. parziale, } \beta=0 \text{ nullo})$$



determinazione di β^*



ϵ_{sm} per $\sigma_{sd} = \sigma_{s,cr}$ si ricava dalla *, ossia:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s} (1 - \beta^*)$$

ma anche tale valore è dato dalla:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s W^*/W_n}$$

T.S. iperbolico

$\Delta\sigma_s$
 / crescente con le possibilità del calcestr. di essere messo in trazione, ossia con $\sigma_{s,cr}$
 \ decrescente con lo stato tensionale, ossia con σ_{sd}

$$\Delta\sigma_s = \frac{\sigma_{s,cr}^2}{\sigma_{sd}}$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^2 \right] \quad (\text{t.s. totale})$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left[1 - \beta \left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^2 \right] \quad (\text{t.s. parziale, } \beta=0 \text{ nullo, } \beta=\beta^* \text{ passante per A})$$

calcolo di L

$$w_{sm} = \epsilon_{sm} L \quad \begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ & 12 \\ & 5 \end{matrix}$$

- Raccomandazioni FIP-CEB

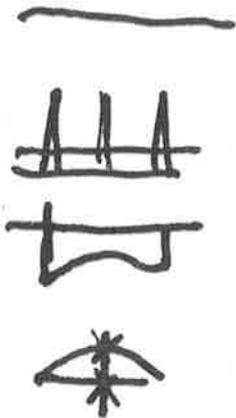
$$L = \alpha_1 \cdot c + \alpha_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_{s,ct}}$$

$$\frac{A_s}{A_{ct}} = \rho_{s,ct}$$

precisamente, poiché si poneva:

$$w_{sx} = 1,7 w_{sm} = 1,7 \cdot \frac{\sigma_{sm}}{E_s} L \equiv$$

$$\equiv \frac{\left(1,5c + \frac{16\phi}{100 \rho_{s,ct}}\right) (\sigma_{sd} - 3000) \cdot 10^{-6}}{L \cdot \epsilon_{sm} \cdot 10^6}$$



significa che:

$$\alpha_1 = \frac{1,5 \cdot 2,1}{1,7} \approx 1,85$$

$$\alpha_2 = \frac{16}{100} \cdot \frac{2,1}{1,7} \approx 0,20, \quad \left(\text{con } \rho_{s,ct} = \frac{A_s}{A_{ct}}, \right. \\ \left. A_{ct} \text{ variabile} \right)$$

- CNR

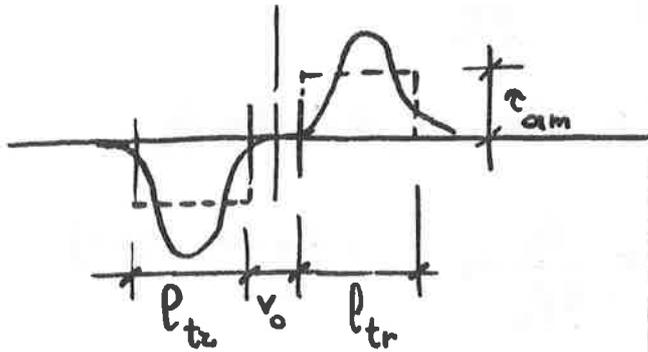
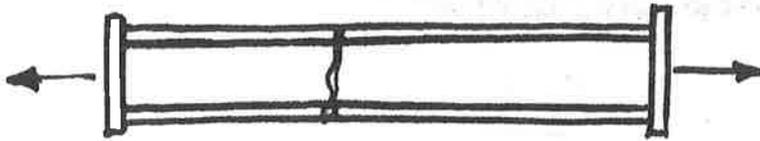
$$L = 2c + \frac{k_1 \phi}{100 \rho_{s,ct}}$$

$$\left(\text{con } \rho_{s,ct} = \frac{A_s}{A_{ct}} \right)$$

$$A_{ct} = \text{cost.} = 2b_w (h-d)$$

VALORI DI k_1	c h-x	tensione semp.	flessione						
			0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50
	k_1	20	15	9	5	3	1,6	0,9	0,6

- prof. LEONHARDT



$$v_0 = \frac{\sigma_{s,cr} (K_f/cm^2) \cdot \phi}{520}$$

$$l_{tr} = 1,5 \cdot (c, e) + 0,08 \frac{\phi}{\rho_{s,ct}}$$

$$(c, e) = \begin{cases} c, & \text{per } e \leq 2c \\ c + \frac{e-2c}{4}, & \text{per } e \geq 2c. \end{cases}$$

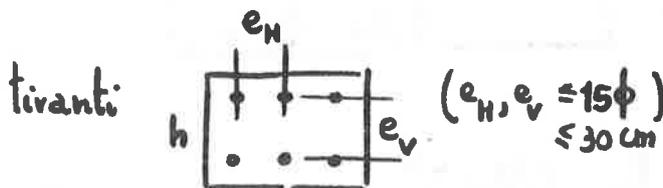
$$W_{sm} = \epsilon_{sd} v_0 + 2 \epsilon_{sm} l_{tr}$$

nella fessurazione stabilizzata

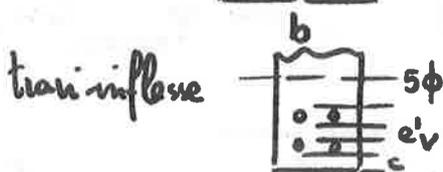
$$L_m = 1,5 l_{tr} = 2,25 \cdot (c, e) + 0,12 \frac{\phi}{\rho_{s,ct}}$$

(con $\rho_{s,ct} = \frac{A_s}{A_{ct}}$)

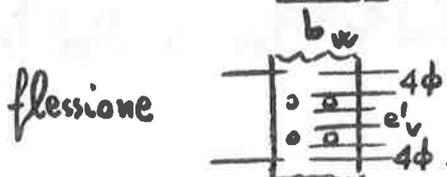
A_{ct} variabile come segue:



$$A_{ct} = bh$$



$$A_{ct} = b_w (c + e'_v + 5\phi)$$



$$A_{ct} = b_w (e'_v + 10\phi)$$

TAGLIO

145

- Borichanski (Est europeo, CQME.COM)

$$L = \alpha l_{cr} = \frac{-2 f_{ct} A_c}{\rho \tau_a}$$

per staffe verticali a 2 braccia, diametro ϕ_s

$$L = \frac{2 A_c \cdot -f_{ct}}{(2\pi\phi_s) \tau_a} = \frac{\phi_s}{2\rho_{ss}} k_s, \quad (f_{ct} < 0, k_s > 0)$$

$$\rho_{ss} = \frac{2 \pi \phi_s^2 / 4}{A_c}, \quad (A_c = b_w e_s, e_s \text{ interasse staffe})$$

$$L = \frac{\phi_s}{4\rho_{ss}} k_s \quad (\text{minima})$$

si assume

$$L = \frac{\phi_s}{3\rho_{ss}} k_s \quad \text{ossia} \quad L = \frac{1}{3 \left(\frac{\rho_{ss}}{\phi_s k_s} \right)}$$

con staffe e barre piegate:

$$L = \frac{1}{3 \left(\frac{\rho_{ss}}{\phi_s k_s} + \frac{\rho_{sp}}{\phi_p k_p} \right)}$$

$$\varepsilon_{sm} = \psi \frac{f_{ys}}{E_s} \left(\frac{V_{sd}}{V_u} \right)^2, \quad \text{con } \psi_{\text{spatim.}} \approx 2,4$$

$$V_u = N_{ss} + V_c$$

$$N_{ss} = \frac{z_0}{e_s} A_{ss} f_{ys}$$

$$V_c = \frac{0,15 f_c(\text{fless}) b_w d^2}{z_0}$$

$$V_u = \sqrt{0,6 f_c(\text{fless}) b_w d^2 q_{ys}}, \quad q_{ys} = f_{ys} \rho_{ss} b_w$$

$$V_u^2 = 0,6 f_c (f_{\text{less.}}) b_w^2 d^2 f_{ys} \rho_{ss}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{4 V_{sd}^2}{E_s [f_c (f_{\text{less.}}) b_w^2 d^2 \rho_{ss}]} = \frac{4 \tau_d^2}{E_s [f_c (f_{\text{less.}}) \rho_{ss}]}$$

con staffe e barre piegate:

$$\epsilon_{sm} = \frac{4 \tau_d^2}{E_s [f_c (f_{\text{less.}}) (\rho_{ss} + \rho_{sp})]}$$

naturalmente, poi sempre

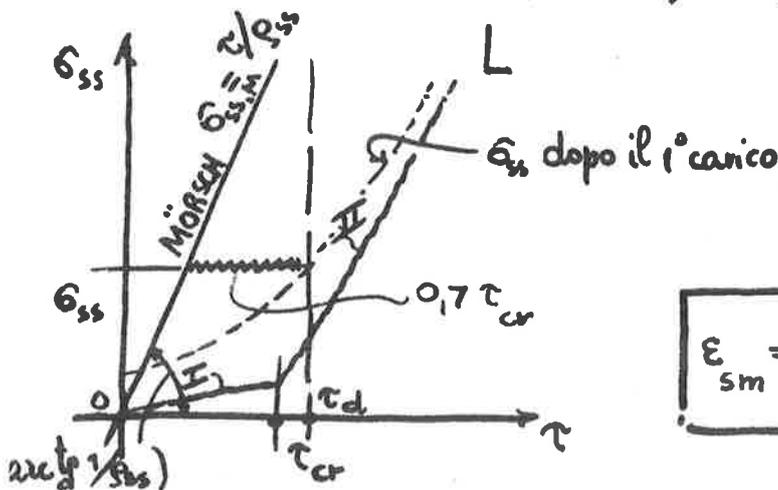
$$\underbrace{k_k k_\beta (\epsilon_{sm} L)}_{W_{sk}^*} = \bar{W}_R \quad , \quad \text{con ad esempio: } k_k = 1,8 ; k_\beta \rightarrow 2.$$

— prof. LEONHARDT

con staffe $\sigma_{ssd} = \frac{\tau_d - (0,7 \tau_{cr})}{\rho_{ss}}$, $\tau_{cr} \hat{=} -0,6 f_{ctd}$ alti contributi resistenti

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{ssd}}{E_s}$$

$$W_{sm} \rightarrow W_{sk} \leq \bar{W}_R$$



$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{ss,M}}{E_s} \left[1 - \beta \frac{\tau_{cr}}{\tau_d} \right] \quad \left(\sigma_{ss,M} = \frac{\tau}{\rho_{ss}} \right)$$

