

**TEMA B)**

**TEROTECNOLOGIA DELLE OPERE IN C.A. E C.A.P.**

**ASPETTI TEORICI**

Presidente di sessione: prof. ing. Franco LEVI

Relatore generale: prof. ing. Renato SPARACIO



## "Analisi dei parametri e meccanismi di frattura nei giunti di acciaio-calcestruzzo"

E. AGNELONI\* - A. DI LEO\*\* - A. DI TOMMASO\*\*

\* Libero Professionista, S. Mariano di Corciano (PG)

\*\* Istituto di Scienza delle Costruzioni - Fac. Ingegneria -  
Università di Bologna

### Sommario

Sulla base dei risultati sperimentali su una trave in c.a.p. placcata e su giunti acciaio-calcestruzzo incollati, vengono analizzati rispettivamente il grado di collaborazione del placcaggio e l'effetto dimensionale sulla crisi dell'incollaggio.

Il grado di collaborazione sotto carichi istantanei è stato stabilito in campo elastico-lineare e può essere valutato in termini di coefficiente di omogeneizzazione.

Nell'ambito delle lunghezze di incollaggio saggiate, l'effetto dimensionale rientra in valutazioni riconducibili a leggi già stabilite con la Meccanica della Frattura Elasto-Lineare.

### Summary

In the present paper two aspects are experimentally investigated: the first is the degree of collaboration of a steel plate glued to a prestressed concrete beam, the second is the "size effect" on the crisis, in shear mode, of steel plates glued with different lengths to concrete specimens.

The degree of collaboration is evaluated, with reference to instantaneous loadings, in linear elastic range, utilizing the coefficient of homogeneization.

The "size effect" on the shear crisis is evident from experimental results, following the theoretical predictions of the Linear Elastic Fracture Mechanics.

## 1) Problematica dei giunti incollati

In molti problemi di ingegneria strutturale l'incollaggio è una tecnologia applicata in modo esteso che presenta notevole interesse<sup>[1]</sup>. L'incollaggio di metalli è infatti largamente adottato in ingegneria aeronautica e meccanica. L'incollaggio fra acciaio e calcestruzzo riceve crescente interesse in ingegneria civile per il rinforzo di elementi strutturali di calcestruzzo<sup>[2][3]</sup>.

In quest'ultimo caso la tecnologia denominata generalmente "bèton plaqué" consiste nell'incollare lamine metalliche ad elementi in conglomerato cementizio mediante collanti costituiti da resine epossidiche. Lo stato di incollaggio è deputato al trasferimento di prevalenti tensioni tangenziali sul piano della lamina. Per le caratteristiche dei materiali giuntati, tale stato tensionale di tipo "tangenziale" conduce ad una crisi con propagazione di una fessura all'interfaccia collante-calcestruzzo. Ciò è dovuto essenzialmente alle proprietà di tenacità relativa dei componenti che trova il calcestruzzo come elemento meno tenace.

Lo schema fondamentale che riproduce le condizioni più ricorrenti è quello di fig. n.1, in cui si verifica il tipico meccanismo di frattura<sup>[4][5]</sup>. Per valutare la condizione di crisi, due sono i meccanismi tipici di tipo limite. Il primo comporta una "plasticizzazione" per cui si giunge alla rottura quando la tensione tangenziale è attestata sul valore limite  $\tau_0$  su tutto il piano di potenziale distacco secondo il quale si verifica la fessura. Questa rottura la definiamo duttile.

Il secondo comporta una crisi, tipica della frattura fragile, in cui si perviene alla rottura con forte variabilità puntuale delle tensioni tangenziali che raggiungono il massimo all'inizio dell'incollaggio. L'accumulo di energia di deformazione all'inizio dell'incollaggio si libera in modo catastrofico generando la propagazione instabile della fessura (ancora nel piano di interfaccia colla/calcestruzzo). Questo secondo meccanismo tende ad evidenziarsi, ossia prevale sul meccanismo duttile, per grandi provini, ossia per estese zone di incollaggio. Questa situazione mette in evidenza l'effetto dimensionale o "size effect" comune a molti problemi di crisi strutturale secondo il noto diagramma di Leicester<sup>[6]</sup> (fig.n.2).

Tra le due situazioni limite si verifica una transizione che raccorda i due comportamenti. Le esperienze che sono state sviluppate confermano questo esame della fenomenologia. Inoltre, nelle applicazioni progettuali è di interesse la conoscenza del coefficiente di omogeneizzazione  $n$  del placcaggio per condizioni di esercizio in ambito elastico lineare.

A fronte di questa problematica, nel seguito viene presentato un programma sperimentale realizzato e vengono analizzati i risultati ottenuti.

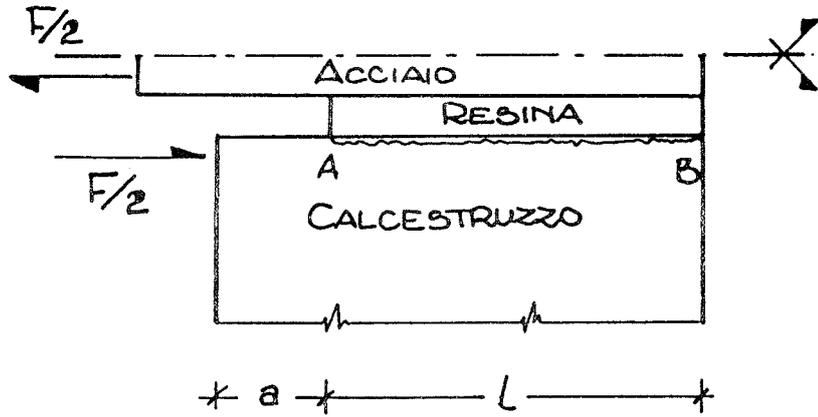
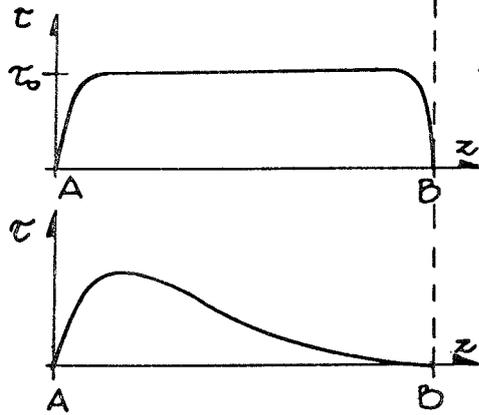


FIG. 1



Rottura duttile

Rottura fragile

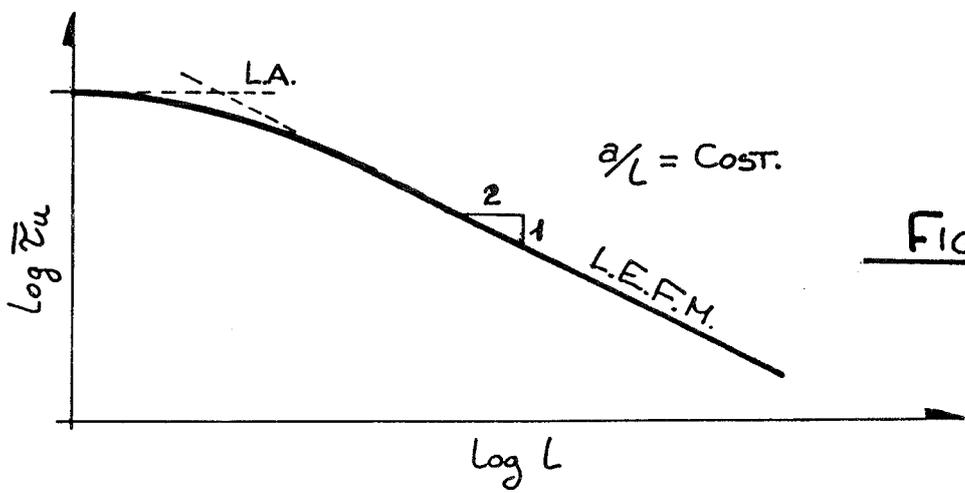


FIG. 2

## 2) Programma Sperimentale

### PROVA DI CARICO SU TRAVE IN C.A.P. PLACCATA

La geometria e le dimensioni nominali della trave saggiata e del placcaggio di intradosso sono riportate in fig.n.3.

La prova di carico è stata eseguita secondo lo schema statico di fig.n. 4, con la finalità che il tratto interessato dal momento flettente costante fosse caratterizzato anche da rigidità costante pari a quella della sezione di mezzeria. Il caricamento è stato realizzato mediante due martinetti idraulici con portata di 200 KN alimentati da una centralina elettroidraulica a funzionamento manuale di classe 1-UNI 6326.

Per ogni passo di carico realizzato sono stati rilevati:

- gli spostamenti verticali, mediante flessimetri meccanici-centesimali, rispetto ad un riferimento assoluto in corrispondenza delle sezioni di appoggio, sotto carico e di mezzeria;
- le deformazioni, mediante estensimetri elettrici a variazione di resistenza, in corrispondenza delle fibre longitudinali della sezione di mezzeria della trave, in intradosso (fibre tese dell'acciaio di placcaggio) ed in estradosso (fibre compresse del conglomerato cementizio).

### PROVA DI TAGLIO SU GIUNTI ACCIAIO-CALCESTRUZZO INCOLLATI

La fig.n.5 riporta in sezione e in vista assonometrica la geometria e le dimensioni dei provini saggiati, oltre che lo schema statico adottato. L'altezza variabile di incollaggio  $l$  ha assunto i valori 60,80,100,120,140,160 mm..

Lo sforzo di trazione al piatto di acciaio è stato esercitato per contrasto tra la testa inferiore e la testa mobile di una macchina universale elettro-idraulica, inserendo il provino nello spazio di compressione. Il collare di contrasto riportato in fig.n.5 è stato adottato per evitare, per quanto possibile, lo scostamento dalla condizione nominale al collasso di Modo 2, in considerazione della tendenza dei due solidi di calcestruzzo a ruotare rispetto all'asse di simmetria del provino.

## 3) Risultati sperimentali

### TRAVE IN C.A.P. PLACCATA

In base al rilievo geometrico, la sezione di mezzeria della trave (al netto del placcaggio) risulta caratterizzata, assumendo uguale a 6 il coefficiente di omogeneizzazione dell'armatura di precompressione, da un'area  $A_c=204896 \text{ mm}^2$ , da un momento di inerzia baricentrico  $J_c=1.75E10 \text{ mm}^4$  con baricentro posto a quota  $y_{gc}=397.9 \text{ mm}$ . rispetto alla fibra di intradosso del placcaggio. Con riguardo al placcaggio, lo spessore di resina è risultato mediamente di 1 mm. mentre i piatti sono risultati di 140,2 x 6,1 mm. .

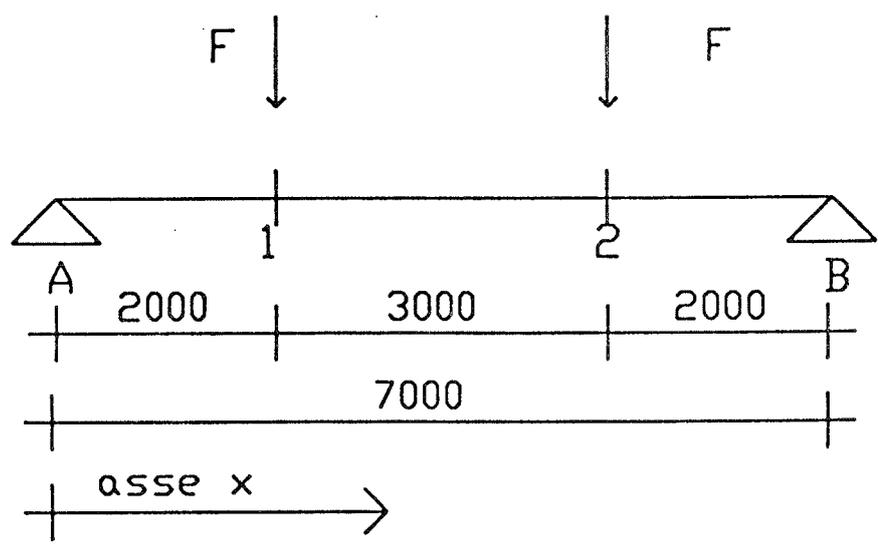
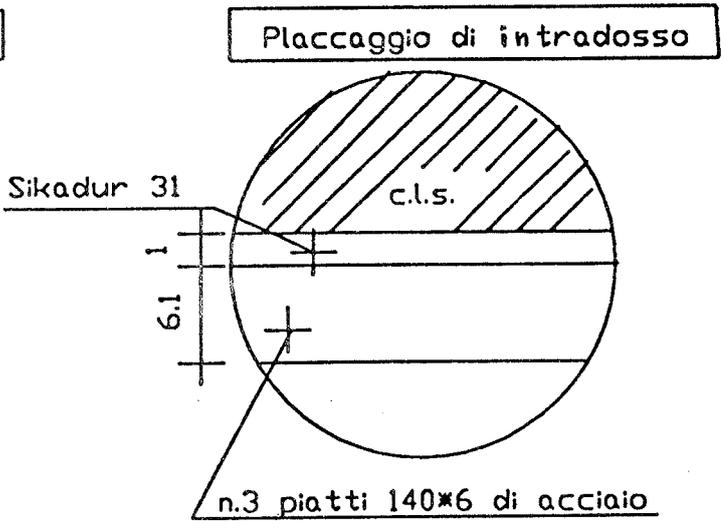
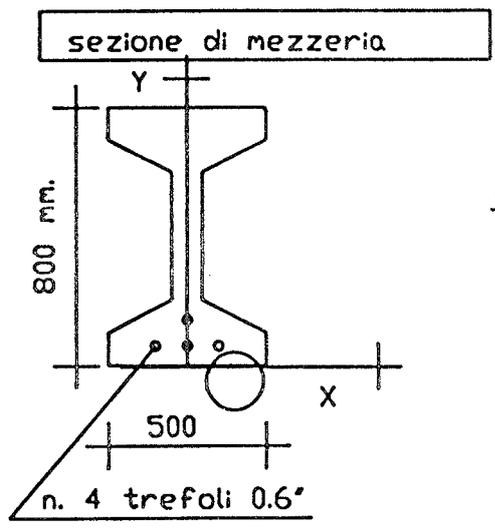
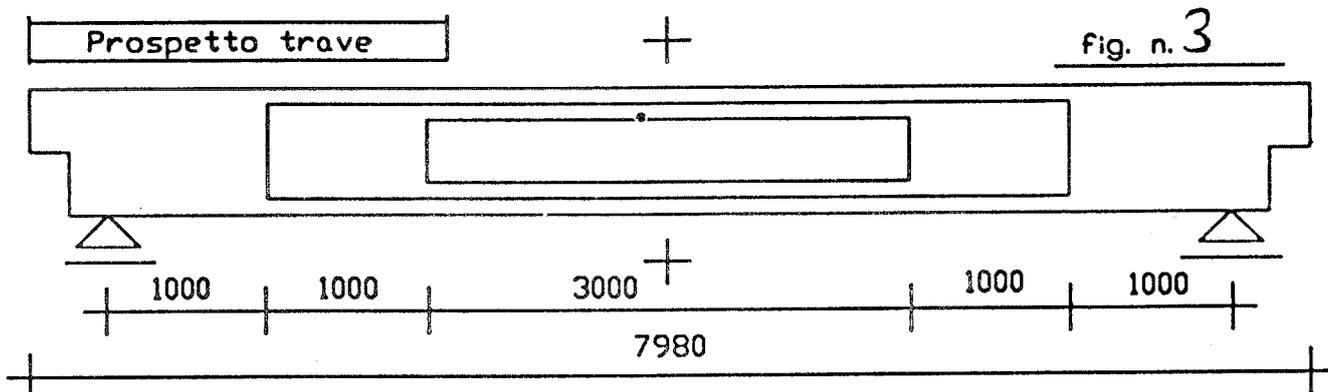


fig. n. 4

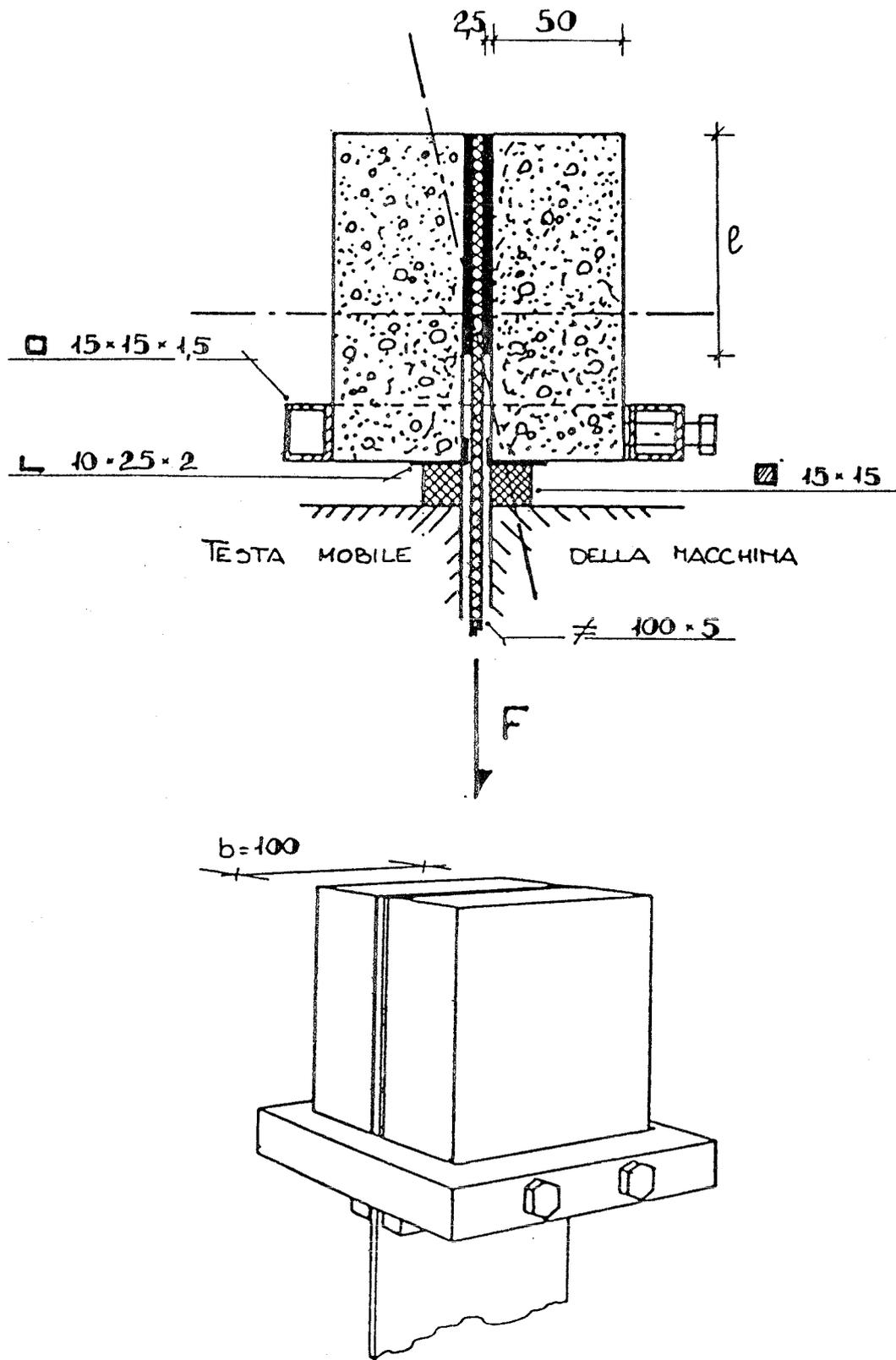


FIGURA 5

La caratterizzazione meccanica della resina **Sikadur** è stata eseguita su prismi 40 x 40 x 160 mm. con determinazione dei parametri elastici (Rilem CPC 8/75)

- modulo di elasticità  $E_r=5813 \text{ N/mm}^2$
- coefficiente di Poisson  $\nu_r=0.28$

e di parametri fisico-meccanici (D.M. 3/6/68)

- massa volumica tal quale  $m=1380 \text{ kg/m}^3$
- resistenza a compressione  $f_{cc}=39.7 \text{ N/mm}^2$
- resistenza a trazione per flessione  $f_{tt}=23.6 \text{ N/mm}^2$
- resistenza a trazione brasiliana  $f_{tb}=10 \text{ N/mm}^2$ .

L'acciaio di placcaggio è stato caratterizzato mediante prova di trazione (UNI 556) con i seguenti risultati:

- modulo di elasticità  $E_s=205000 \text{ N/mm}^2$
- tensione di snervamento  $f_{ys}=324 \text{ N/mm}^2$
- tensione di rottura  $f_{ts}=472 \text{ N/mm}^2$
- allungamento a rottura  $e_{rs}=33.7\%$

La tabella 1 riporta i valori delle determinazioni sperimentali conseguenti alla prova di carico:

- M= momento flettente nel tratto a momento costante;
- $e_p$ = deformazione all'intradosso dell'acciaio di placcaggio;
- $e_c$ = deformazione in estradosso della trave;
- f= freccia della sezione di mezzera relativa alle sezioni caricate.

#### GIUNTI ACCIAIO-CALCESTRUZZO INCOLLATI

La formazione dei provini in termini di taglio dei solidi di calcestruzzo e di incollaggio dei giunti non ha consentito le tolleranze geometriche auspiccate per la realizzazione dello schema statico prefigurato. A ciò si è cercato di rimediare, per quanto possibile, con l'ausilio di spessori di lamiera di piombo, con la finalità di non inficiare eccessivamente la configurazione all'atto della crisi.

I valori delle determinazioni sperimentali sono riportati in tabella 2:

- l = lunghezza di incollaggio;
- $F_u$  = carico massimo esercitato;
- $\bar{\tau}_u$  = tensione tangenziale media di crisi

$$\bar{\tau}_u = \frac{F_u}{2lb}$$

I valori contraddistinti con (\*) sono relativi a provini mantenuti per 20h prima della prova a 80° C in stufa.

Il collasso dei provini si è verificato per distacco dello strato superficiale di calcestruzzo.

Il conglomerato cementizio è caratterizzato dai seguenti parametri fisico-meccanici:

- massa volumica tal quale = 2158 kg/m<sup>3</sup>
- modulo di elasticità = 22368 N/mm<sup>2</sup>
- coefficiente di Poisson = 0.29

- resistenza cubica a compressione =23.3 N/mm<sup>2</sup>
- resistenza a trazione brasiliana =2.2 N/mm<sup>2</sup>.

#### 4) Elaborazione dei risultati sperimentali

##### TRAVE IN C.A.P. PLACCATA

Sulla base dei valori riportati in tabella 1, sono state testate, mediante regressione lineare, le relazioni (M-f, e<sub>p</sub>, e<sub>c</sub>) assumendo M come variabile dipendente. I diagrammi 1, 2, e 3 rendono conto della bontà delle correlazioni stabilite.

In vista di stabilire il coefficiente di omogeneizzazione n dell'acciaio di placcaggio e in considerazione di operare in campo elastico lineare, per il tratto sotto momento flettente M e con momento di inerzia J costanti valgono le seguenti relazioni:

$$(1) \quad \frac{8 E_c J}{L^2} = \frac{M(f)}{f}$$

$$(2) \quad \frac{E_c J}{y_g} = \frac{M(e_p)}{e_p}$$

essendo:

-L= 3000 mm.

-E<sub>c</sub>= modulo di elasticità del conglomerato costituente la trave;

-y<sub>g</sub>= quota del baricentro della sezione rispetto all'intradosso del placcaggio.

Il sistema costituito dalle equazioni (1) e (2) fornisce:

$$(3) \quad \frac{8 y_g}{L^2} = \frac{e_p}{f} \frac{M(f)}{M(e_p)} = K$$

I valori di K e quelli conseguenti di y<sub>g</sub> sono riportati in tabella 3, insieme a quelli di J ed E<sub>c</sub> calcolati in base alle equazioni (1) e (2).

I parametri sintetici statistici riportati a fondo tabella rendono conto della notevole concentrazione dei valori intorno al rispettivo valor medio. In particolare, con riguardo alla densità di probabilità afferente i valori di y<sub>g</sub>, il diagramma 4 mette in relazione l'intervallo di previsione dei valori di e<sub>c</sub> con quelli misurati: la risposta è più che soddisfacente, potendosi calcolare un errore standard di stima di soltanto 4,3 E-06.

Infine con riguardo al valore del coefficiente di omogeneizzazione del placcaggio, tenendo presente il valore di E<sub>s</sub> =205000 N/mm<sup>2</sup> per l'acciaio e la distribuzione di densità di probabilità dei valori di E<sub>c</sub> riportati nell'ultima colonna di tabella 3 si calcolano per esso:

- il valore medio=6,84
- lo scarto tipo=0,01.

## GIUNTI ACCIAIO-CALCESTRUZZO INCOLLATI

Nel diagramma 5 sono riportati i valori della tensione tangenziale media determinati per le lunghezze  $l$  di incollaggio saggiate. Su di essi è stata testata la regressione:

$$\bar{\tau}_u = \bar{K} l^{-\alpha}$$

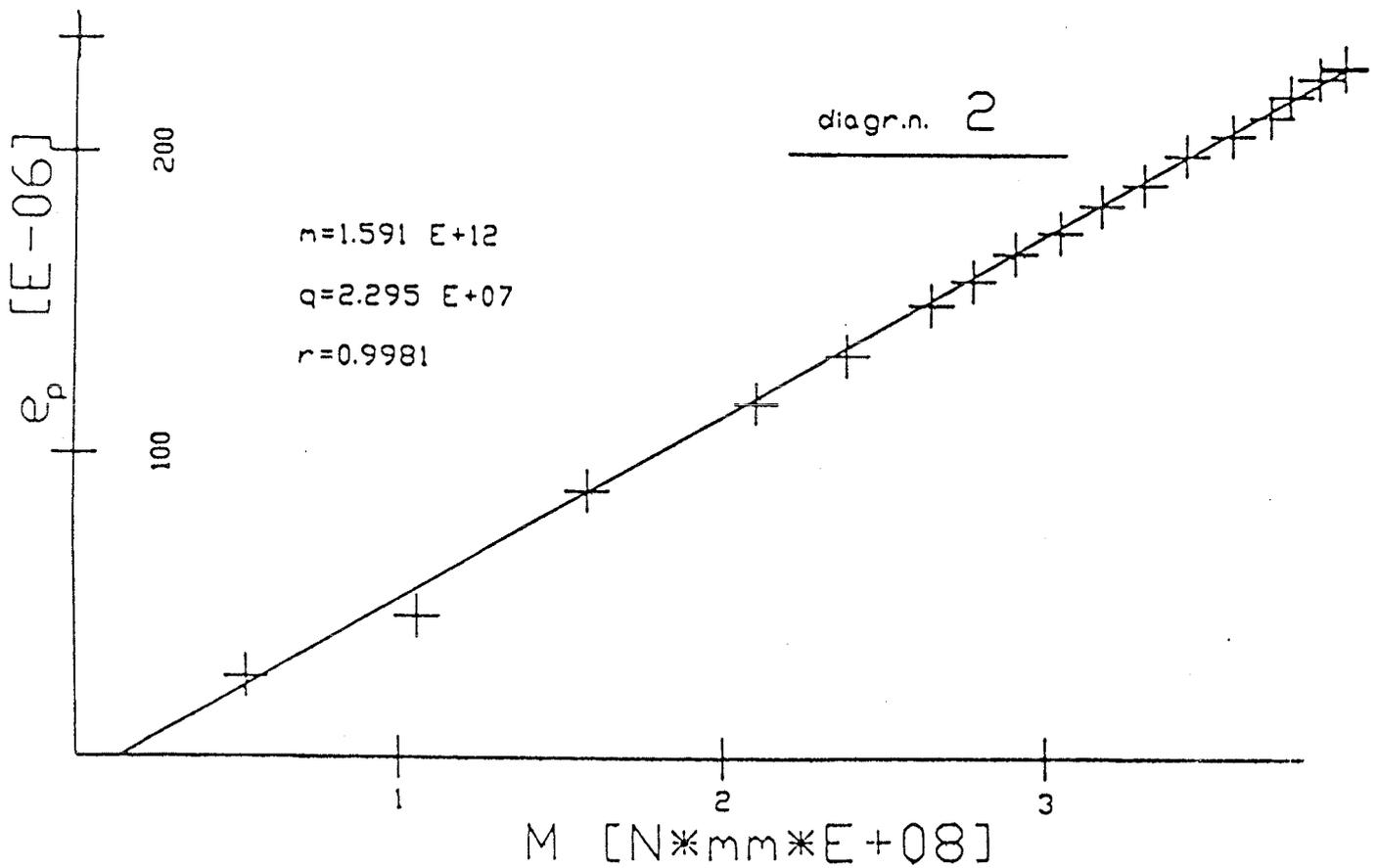
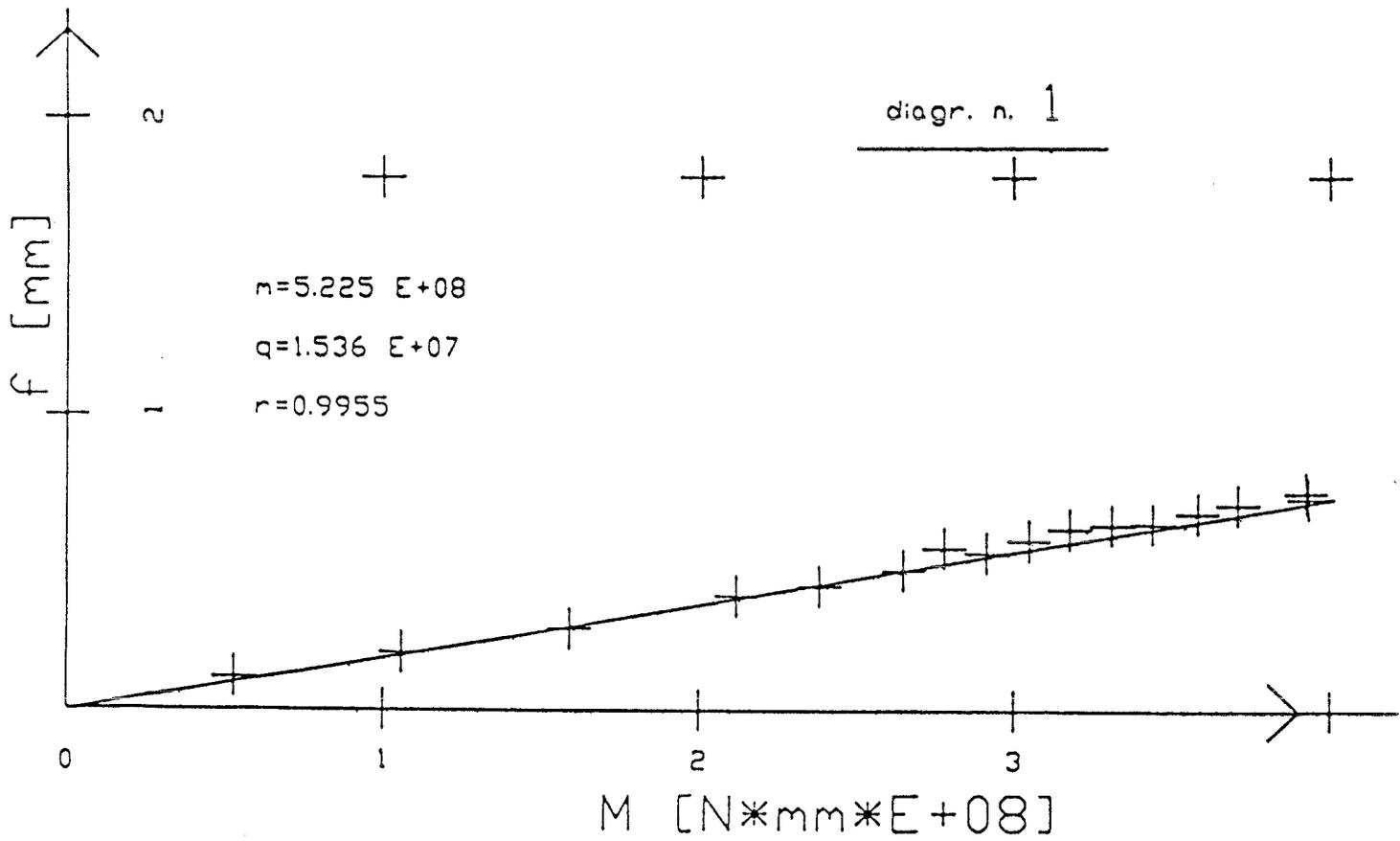
che per  $\bar{K}=52,845$  e  $\alpha = 0,564$  stabilisce un coefficiente di regressione pari a 0,906. Essa è anche riportata a linea intera nello stesso diagramma.

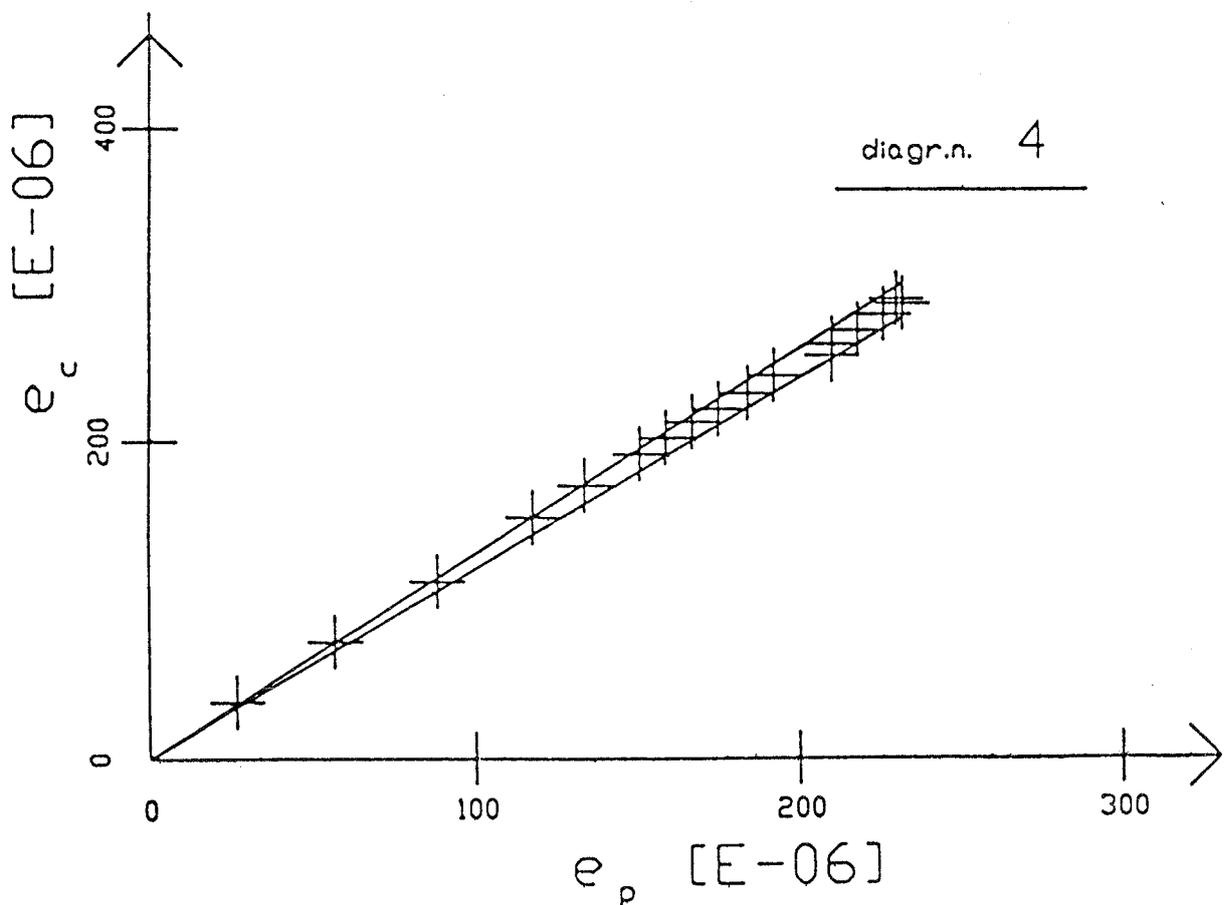
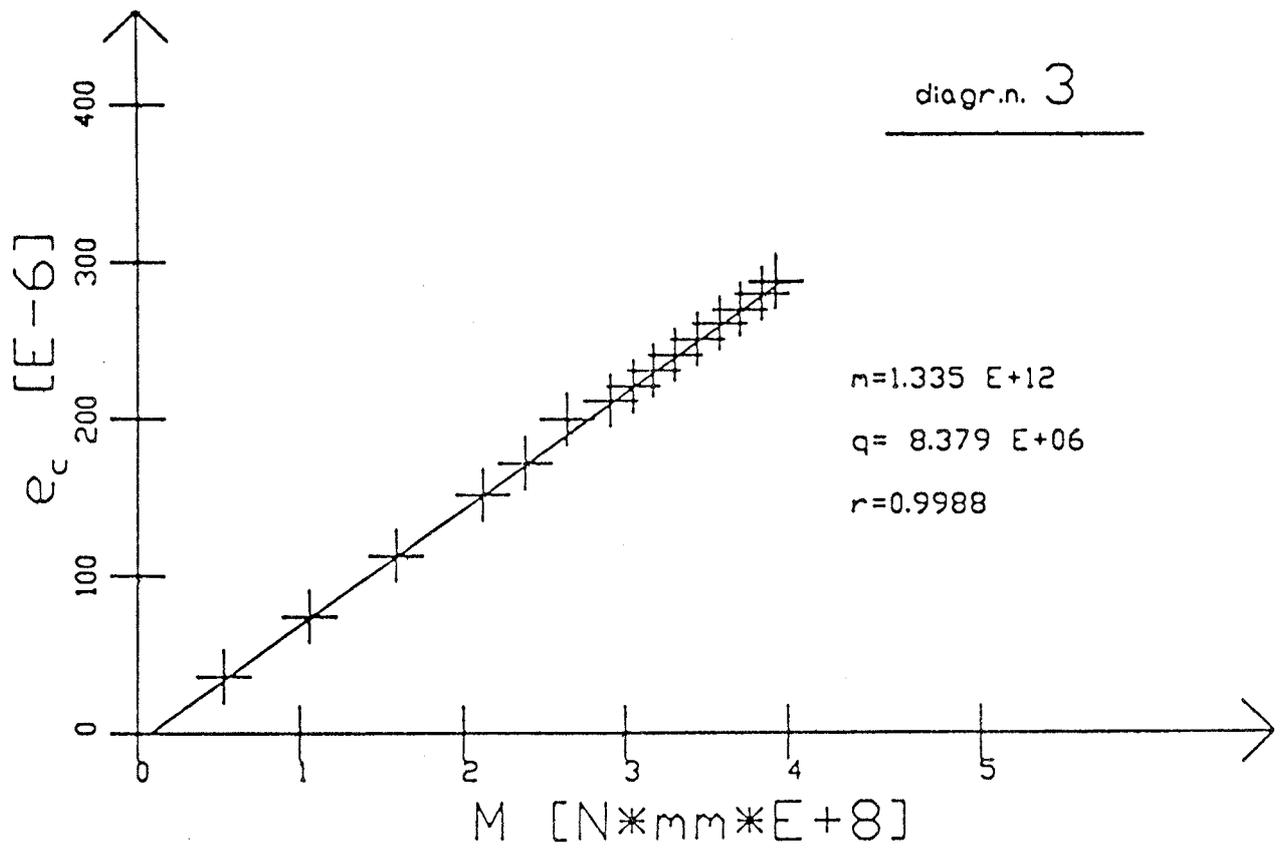
Tabella 1

M (N mm)	$e_p$	$e_c$	f (mm)
5,289E+07	2,700E-05	3,600E-05	1,100E-01
1,058E+08	5,700E-05	7,400E-05	1,950E-01
1,587E+08	8,850E-05	1,130E-04	2,770E-01
2,115E+08	1,180E-04	1,520E-04	3,870E-01
2,380E+08	1,337E-04	1,720E-04	4,190E-01
2,644E+08	1,510E-04	1,920E-04	4,770E-01
2,777E+08	1,590E-04	2,020E-04	4,940E-01
2,909E+08	1,670E-04	2,120E-04	5,500E-01
3,046E+08	1,750E-04	2,210E-04	5,350E-01
3,173E+08	1,840E-04	2,310E-04	5,750E-01
3,305E+08	1,920E-04	2,410E-04	6,150E-01
3,438E+08	2,101E-04	2,510E-04	6,320E-01
3,575E+08	2,097E-04	2,610E-04	6,340E-01
3,702E+08	2,180E-04	2,700E-04	6,700E-01
3,834E+08	2,262E-04	2,800E-04	6,990E-01
3,917E+08	2,320E-04	2,870E-04	7,200E-01
3,917E+08	2,300E-04	2,900E-04	7,400E-01

## 5) Analisi e conclusioni

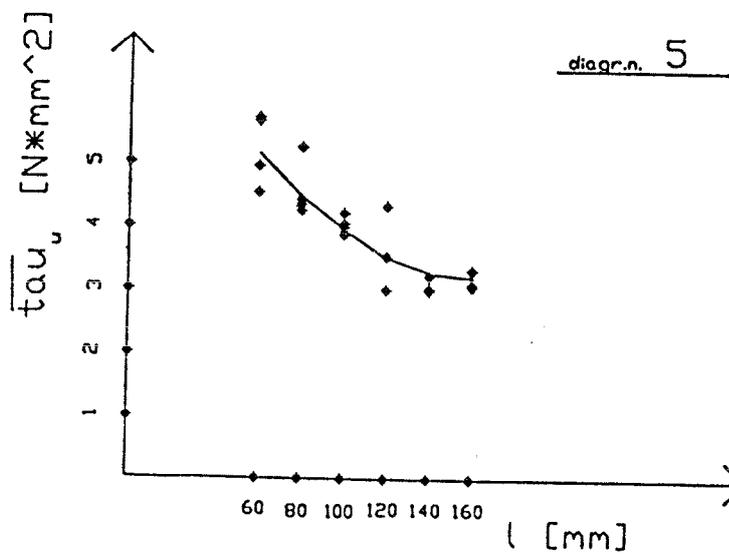
La prova di carico eseguita sulla trave in c.a.p. ha denunciato, nell'ambito delle sollecitazioni provocate, un comportamento decisamente lineare. La conseguente conservazione delle sezioni piane ha consentito l'elaborazione dei dati sperimentali per l'identificazione del coefficiente di omogeneizzazione del placcaggio e del modulo di elasticità del conglomerato cementizio. In particolare è stato calcolato per il primo il valor medio  $n=6.84$ , del tutto prevedibile in assenza di fenomeni viscosi sia nel conglomerato cementizio che nel collante. Il dato non concorda con quanto, a conoscenza degli Autori, viene consigliato in bibliografia: la ragione, probabilmente, risiede nel fatto che correntemente si confrontano i dati sperimentali con quelli attesi per  $n=15$ .





**Tabella 2**

l (mm)	Note	F <sub>u</sub> (N)	$\bar{\tau}_u$ (N/mm <sup>2</sup> )
60		68647	5,72
60		68156	5,68
60		54500	4,54
60	*	59500	4,96
80		83356	5,26
80	*	67500	4,26
80		70250	4,43
80		69000	4,36
100		81250	4,06
100	*	81000	4,05
100		84500	4,23
100		77500	3,88
120		71500	3,01
120		82250	3,46
120		103000	4,33
140		83500	3,00
140		85000	3,05
140		90000	3,23
160		97250	3,06
160		98500	3,10
160		105500	3,32



**Tabella 3**

<b>M</b> (N)	<b>f</b> (mm)	<b>e<sub>p</sub></b>	<b>K</b> (1/mm)	<b>Y<sub>g</sub></b> (mm)	<b>EJ</b> (N mm <sup>2</sup> )	<b>J</b> (mm <sup>4</sup> )	<b>E<sub>c</sub></b> (N mm <sup>2</sup> )
1,587E+08	2,743E-01	8,527E-05	3,109E-04	349,31	6,499E+14	2,144E+10	30316,1
2,115E+08	3,755E-01	1,185E-04	3,156E-04	354,58	6,330E+14	2,101E+10	30123,7
2,380E+08	4,261E-01	1,351E-04	3,171E-04	356,27	6,275E+14	2,088E+10	30060,1
2,644E+08	4,767E-01	1,517E-04	3,183E-04	357,61	6,232E+14	2,077E+10	30009,4
2,777E+08	5,020E-01	1,600E-04	3,188E-04	358,17	6,214E+14	2,072E+10	29987,8
2,909E+08	5,273E-01	1,683E-04	3,193E-04	358,68	6,197E+14	2,068E+10	29968,1
3,046E+08	5,536E-01	1,770E-04	3,197E-04	359,17	6,182E+14	2,064E+10	29949,5
3,173E+08	5,779E-01	1,850E-04	3,200E-04	359,57	6,169E+14	2,061E+10	29933,7
3,305E+08	6,032E-01	1,933E-04	3,204E-04	359,96	6,156E+14	2,058E+10	29918,6
3,438E+08	6,285E-01	2,016E-04	3,207E-04	360,32	6,145E+14	2,055E+10	29904,7
3,575E+08	6,548E-01	2,102E-04	3,210E-04	360,66	6,134E+14	2,052E+10	29891,4
3,702E+08	6,791E-01	2,182E-04	3,213E-04	360,96	6,124E+14	2,050E+10	29879,9
3,834E+08	7,044E-01	2,265E-04	3,215E-04	361,24	6,115E+14	2,047E+10	29868,8
3,917E+08	7,204E-01	2,317E-04	3,217E-04	361,41	6,110E+14	2,046E+10	29862,2
3,917E+08	7,204E-01	2,317E-04	3,217E-04	361,41	6,110E+14	2,046E+10	29862,2
Valori medi			3,192E-04	358,62	6,199E+14	2,069E+10	29969,1
Scarti tipo:			2,793E-06	3,14	1,011E+13	2,539E+08	118,3

Con riguardo ai risultati ottenuti per i giunti acciaio-calcestruzzo incollati, la regressione stabilita è molto prossima a quella individuabile secondo Reinhardt <sup>[5]</sup> per materiale elasto-fragile. Al proposito si potrebbero condurre delle considerazioni sull'effetto dimensionale che in questa sede si omettono, in vista di un ampliamento del programma sperimentale per lunghezze di incollaggio minori di 60 mm..

#### Ringraziamenti

Il programma sperimentale e' stato eseguito con la collaborazione delle Ditte:

- **MANINI** Prefabbricati S.p.A.- Perugia, che ha fornito la trave in c.a.p.;
  - **SIKA ITALIA** S.p.A.- Milano, tramite l'Ing. Luraghi, che ha fornito il collante ed ha eseguito l'incollaggio dei giunti acciaio-calcestruzzo;
  - **TEC.INN** S.R.L.- Perugia, che ha eseguito il placcaggio della trave in c.a.p. e che ha promosso il programma sperimentale;
  - **S.G.M.** S.R.L. - Perugia, che ha collaborato alle determinazioni sperimentali sulla trave in c.a.p..
- Ad esse va il sentito ringraziamento degli Autori.

Un particolare e doveroso ringraziamento va, altresì, ai tecnici: R.Roffi, F.Maccaferri e R.Carli del Laboratorio Sperimentale per la Resistenza dei Materiali- Universita' di Bologna, presso il quale è stato eseguito il programma sperimentale.

Un caloroso incoraggiamento a proseguire nel lavoro di tesi sull'argomento all'allievo M.Arduini, al quale gli Autori attestano il proficuo contributo finora apportato.

#### Bibliografia:

- [1] Bresson J.(1971) "Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures. Beton plaque", *Annales de l'I.T.B.T.P.*, n.258,2/1971, pp.23-55.
- [2] Tattoni S.(1982) "Sul ripristino ed il rinforzo di elementi prefabbricati in c.a. inflessi", *Atti convegno C.T.E.82,C/1982*, pp.305-311.
- [3] Poluzzi R.(1988) "Alcuni problemi connessi a ripristini e rinforzi di strutture ad arco in calcestruzzo semplice o armato effettuati con l'applicazione di armature esterne. Prove sperimentali monotone e cicliche. Osservazioni - Applicazioni", *Ingegneri Architetti Costruttori*, vol.486,2/1988, pp.48-54.
- [4] Di Tommaso A.(1988) "Size effects and brittleness" Chapman & Hall cap.7 (in corso di stampa),
- [5] Reinhardt H.W.(1988) "Third draft report RILEM Technical Committee 90 - FMA Fracture mechanics of concrete - applications", 5/1988, cap.16.
- [6] Leicester R.H.(1973) "Effetc of size on strength of structures", *C.S.I.R.O. Forest Product Lab. Div. of Building Research*, 71, Melbourne.

# METODI PER LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA DELLE STRUTTURE ESISTENTI

MARCELLO CIAMPOLI

PAOLO EMILIO PINTO

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di Roma "La Sapienza"

## SOMMARIO

Nella nota vengono illustrate le possibilità di impiego dei metodi probabilistici nella valutazione della sicurezza delle costruzioni esistenti o in corso di realizzazione. La metodologia proposta è basata sull'applicazione dei metodi del primo ordine ai secondi momenti ai casi in cui si disponga di informazioni successive alla stima iniziale dell'affidabilità, consistenti in notizie storiche e nei risultati di controlli in opera. Essa può essere interpretata come una estensione delle ben note tecniche dell'inferenza bayesiana, che usualmente si limitano al trattamento delle singole variabili aleatorie. Dopo aver definito il quadro teorico, sono sviluppati due esempi di applicazione della metodologia a problemi strutturali.

## SUMMARY

The paper deals with the possible use of the probabilistic methods for the reliability assessment of existing structures and/or of structures under construction. The proposed extension is based on the FORM methods, in which account is taken of the additional informations gained by means of in situ measurements and historical data. The general approach may be seen in the context of a generalized bayesian technique used to update the reliability estimates. After a brief presentation of the theoretical framework, two examples of application to structural problems are discussed.

## 1. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA E SCOPO DEL LAVORO

### 1.1 Introduzione

La progettazione strutturale è caratterizzata da forti incertezze nella definizione sia degli scenari delle azioni che del modello strutturale e delle proprietà meccaniche dei materiali, essendo queste ultime strettamente legate alla qualità dell'esecuzione. Di tali incertezze si deve quindi tener conto introducendo margini di sicurezza adeguati, la cui quantificazione è però spesso difficile.

Il livello di comprensione dell'effettivo comportamento strutturale può essere comunque approfondito sulla base di informazioni addizionali, ricavate nelle fasi di esecuzione dei lavori o di esercizio dell'opera attraverso il controllo di qualità, il collaudo, le prove sperimentali, le

ispezioni periodiche o il monitoraggio.

Mediante queste informazioni è infatti generalmente possibile rendere più attendibile la valutazione dell'affidabilità di una struttura esistente: ciò, ad esempio, verificando direttamente in corso d'opera la rispondenza della costruzione alle prescrizioni di progetto, valutando la possibilità di una variazione della destinazione funzionale o di una variazione del periodo di esercizio, progettando interventi di riparazione o di rinforzo ed infine pianificando il programma delle ispezioni periodiche o degli interventi di manutenzione.

Vi è d'altra parte da considerare che nella verifica di sicurezza delle costruzioni esistenti, ed in particolare di quelle più antiche, spesso le informazioni desunte attraverso le prove in situ sono le uniche disponibili; di esse occorre quindi servirsi per dare consistenza ai modelli assunti nella valutazione analitica dell'affidabilità, condotta sulla base di stime delle proprietà meccaniche dei materiali e del degrado di esse e di previsioni di meccanismi resistenti, poichè tali stime e valutazioni altrimenti rimarrebbero senza supporti obiettivi.

## 1.2 Costruzioni nuove e costruzioni esistenti

La teoria della sicurezza strutturale non distingue concettualmente un'opera esistente da un'opera ancora da realizzare: per entrambi i casi infatti essa richiede gli stessi dati ed opera con i medesimi algoritmi.

E' nella fase applicativa che emergono le differenze tra i due problemi, differenze che assumono talvolta un rilievo tale da farli apparire tra loro irriducibili.

Sulla natura di tali diversità è quindi utile un breve richiamo.

Per una costruzione ancora da realizzare, i dati del problema: le caratteristiche dei materiali, le dimensioni geometriche, lo schema strutturale, i carichi permanenti ed i sovraccarichi, le azioni esterne attese, etc., sono univocamente definiti nelle specifiche di progetto e sono quindi, in partenza, grandezze deterministiche.

La perdita di tale carattere deterministico è legata al processo di costruzione, nel corso del quale vengono introdotte dispersioni ed incertezze, in misura inversa al rigore del controllo.

Un edificio esistente, al contrario, è un oggetto fisico suscettibile di ogni tipo di misura e quindi, a parte le azioni esterne, sembrerebbe potersi conoscere con qualsiasi prefissato livello di dettaglio.

Questa possibilità astratta è di fatto vanificata, in particolare per le costruzioni realizzate al di fuori della impostazione tecnologica moderna, da tre ordini di difficoltà:

- la *variabilità spaziale* delle caratteristiche geometriche e meccaniche. All'interno di tale variabilità sono da distinguere le *variazioni sistematiche*, che sono dovute ai cambiamenti da punto a punto delle caratteristiche del materiale e della tipologia strutturale, e di cui è certa l'esistenza ed incerta la localizzazione, da quelle *casuali*, che comportano una dispersione intorno ad un valore medio noto e sono intrinseche alla fattura originaria ed ai successivi fenomeni di alterazione (*aleatorietà intrinseca*).
- l'incertezza sulle caratteristiche meccaniche e geometriche, legata all'inevitabile incompletezza ed alla non totale significatività delle indagini conoscitive, che spesso sono l'unico strumento di cui si dispone (l'incertezza "*statistica*" sui parametri della distribuzione, per insufficiente campionamento, e gli "*errori sulle misure*").
- l'incertezza sul meccanismo resistente della struttura ("*incertezza sul*

modello").

Una struttura esistente porta dunque al suo interno quattro distinte fonti di aleatorietà ed incertezza, il cui peso relativo sulla quantificazione della sicurezza varia da caso a caso e può modificarsi in relazione alla conduzione delle indagini successive.

Di queste quattro fonti, una costruzione moderna realizzata secondo il progetto possiede essenzialmente la prima (una dispersione relativamente modesta delle caratteristiche dei materiali) e talvolta una aliquota della quarta, quando la complessità dello schema statico comporta semplificazioni sul modello strutturale e quindi incertezze sulla sua "fedeltà".

La necessità di istituire modelli stocastici per ciascuna delle fonti di incertezza e, soprattutto, di individuare strategie di indagini (prove sui materiali, prove di carico, monitoraggio in continuo, ispezioni di routine o speciali, etc.) ottimizzanti ai fini della riduzione delle stesse, rappresenta invece un impegno specifico delle costruzioni esistenti, la cui conoscenza deriva proprio dai rilievi e dalle indagini sperimentali. Molto più semplicemente infatti, per le costruzioni nuove i requisiti di sicurezza vengono ottenuti dal progettista attenendosi alle norme tecniche, le più recenti delle quali si basano sul sistema dei valori caratteristici e dei coefficienti parziali di sicurezza da attribuire a ciascuna delle grandezze di progetto.

Questo sistema non è utilizzabile per la verifica delle costruzioni esistenti, ed in particolare di quelle più antiche, per la duplice ragione che i coefficienti parziali sono frutto di un lungo iter di calibrazione eseguito con riferimento alle caratteristiche dei materiali e delle tipologie moderne, e soprattutto per il fatto che il sistema in sé non è flessibile nei confronti di un processo continuo di aggiornamento delle informazioni.

Questa flessibilità è invece necessaria in quanto la misura della sicurezza di un edificio esistente è solo uno degli elementi di un processo decisionale volto a stabilire l'efficienza statica e la necessità, il tipo e l'estensione di eventuali interventi.

In tali casi la decisione è legata al conseguimento di un "ottimo", nel quale l'onere relativo all'approfondimento delle indagini si bilancia con una accresciuta precisione nella stima della sicurezza, per dar luogo all'intervento "minimo" compatibile con la soglia di sicurezza richiesta. Ciò comporta che la misura della sicurezza costituisca una operazione dinamica, da affinare in modo continuo con l'introduzione di nuove informazioni, secondo quanto richiesto dal processo di ottimizzazione: questo anche durante la stessa fase di costruzione, di cui può costituire un supporto efficiente.

### 1.3 Strumenti operativi

Le teorie e gli algoritmi per la misura probabilistica dell'affidabilità strutturale hanno oggi raggiunto uno stadio avanzato di maturità ed efficienza nelle varie versioni di diversa accuratezza che vengono sempre più diffusamente impiegate (I).

Meno studiato è invece l'accoppiamento di tali metodi con informazioni successive alla stima iniziale dell'affidabilità, informazioni consistenti in notizie storiche, controlli ed indagini (II) (III).

Tale estensione è però concettualmente agevole, poichè richiede l'introduzione di probabilità condizionate e/o delle consuete tecniche bayesiane per l'aggiornamento delle distribuzioni delle variabili.

Queste ultime risultano infatti particolarmente idonee agli scopi enunciati, perchè consentono di introdurre nelle stime anche i giudizi soggettivi maturati dal progettista sulla base della propria esperienza o intuizione, con lo stesso peso dei risultati quantitativi.

Per completezza di esposizione, la nota riassume nella parte iniziale l'essenziale del meccanismo dell'inferenza bayesiana e dei metodi del 1° ordine. Stabilito il quadro teorico e la nomenclatura, riesce molto diretta l'estensione ai casi dei diversi tipi di aggiornamento.

Ad illustrare la metodologia, si presentano e commentano i risultati ricavati in due esempi di problemi strutturali.

## 2. IL MECCANISMO DELL'INFERENZA BAYESIANA

In generale la caratterizzazione di una variabile aleatoria che interviene nella stima del livello di sicurezza di una costruzione esistente viene basata su *opinioni soggettive*, su *informazioni preliminari*, reperibili attraverso la documentazione di progetto, e su *risultati di prove sperimentali* eseguite per misurare direttamente o indirettamente tale grandezza.

Con riferimento ad esempio alla scelta del tipo di distribuzione di probabilità della resistenza di un materiale ed alla definizione quantitativa dei parametri di essa, le opinioni soggettive forniscono indicazioni fondate sul giudizio relativo alla qualità della progettazione e dell'esecuzione dell'opera; le informazioni preliminari corrispondono al valore della resistenza prescritto nel progetto o rilevato a seguito del controllo di qualità o dedotto per analogia con costruzioni simili a quella esaminata, situate in generale nella stessa zona e realizzate adottando la stessa tecnologia costruttiva; le prove sperimentali, di tipo distruttivo e non, forniscono invece il valore della resistenza del materiale nello stato attuale della costruzione, che tiene conto dello stato di degrado e della storia di carico effettivi.

L'inferenza bayesiana rappresenta lo strumento che permette di trattare informazioni di diversa natura secondo un approccio unificato: attraverso tale tecnica infatti la distribuzione di probabilità ipotizzabile a priori sulla base delle opinioni soggettive e delle informazioni preliminari viene ad essere modificata in modo da includere le informazioni addizionali dedotte attraverso le prove sperimentali.

Il vantaggio principale che si consegue consiste quindi nella completezza delle informazioni su cui è possibile basare la valutazione, perchè alle opinioni soggettive viene attribuito un "peso" omogeneo con quello delle informazioni quantitative e l'aumento di conoscenza ricavato attraverso le esperienze dirette consente di ottenere una nuova "opinione" sulla grandezza aleatoria considerata.

Infine, a differenza della statistica classica, per mezzo delle tecniche di inferenza bayesiana si ricava esplicitamente l'espressione di una distribuzione di probabilità: è quindi possibile l'estensione diretta ai problemi trattati con i metodi della teoria dell'affidabilità strutturale. Per un sintetico richiamo della teoria, si introducano le notazioni seguenti.

Siano:  $\theta$  il vettore dei parametri che descrivono probabilisticamente le grandezze di interesse (ad esempio i valori medi e le deviazioni standard delle variabili aleatorie che governano il problema);  $x$  il vettore delle osservazioni indipendenti delle variabili aleatorie  $X$ , che costituisce il risultato del campionamento statistico eseguito attraverso le prove

sperimentali;  $g(\theta)$  la densità di probabilità del vettore  $\theta$  postulata "a priori";  $f(x_i|\theta)$  la densità di probabilità di  $X_i$  condizionata al verificarsi di  $\theta$ ;  $f(\mathbf{x}|\theta) = \prod_i f(x_i|\theta)$  la densità di probabilità di  $\mathbf{X}$  condizionata al verificarsi di  $\theta$ ;  $f(\mathbf{x}, \theta)$  la densità di probabilità congiunta di  $\mathbf{X}$  e  $\theta$ ;  $f(\mathbf{x})$  la densità di probabilità marginale di  $\mathbf{X}$ ;  $g(\theta|\mathbf{x})$  la densità di probabilità di  $\theta$  date le osservazioni  $\mathbf{x}$ , indicata con il nome di probabilità "a posteriori", che costituisce l'obiettivo dell'analisi.

Il teorema di Bayes (IV), la cui genesi teorica è una diretta interpretazione della definizione di probabilità condizionata, stabilisce che la distribuzione a posteriori è correlata alla distribuzione a priori ed ai risultati del campionamento statistico attraverso la relazione:

$$g(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\theta) \cdot g(\theta)}{f(\mathbf{x})} = \frac{[\prod_i f(x_i|\theta)] \cdot g(\theta)}{f(\mathbf{x})} \quad (1)$$

dove:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} \int f(\mathbf{x}, \theta) g(\theta) d\theta & \text{se } \theta \text{ è continuo} \\ \sum f(\mathbf{x}, \theta) g(\theta) \Delta\theta & \text{se } \theta \text{ è discreto} \end{cases}$$

e l'integrale è esteso all'intero campo di variazione di  $\theta$ .

Se il vettore  $\mathbf{x}$  si considera assegnato, la funzione  $f(\mathbf{x}|\theta)$  viene a dipendere soltanto da  $\theta$  e non più da  $\mathbf{x}$ . In tale ipotesi, ed indicata con la nuova notazione  $L(\theta|\mathbf{x})$ , essa prende il nome di "funzione di verosimiglianza", in quanto esprime la probabilità che i parametri della distribuzione assumano il generico valore  $\theta = \theta$ , dati i risultati sperimentali  $\mathbf{x}$ .

L'espressione (1) indica che la probabilità a posteriori si ottiene attraverso il prodotto della funzione di verosimiglianza per la distribuzione a priori, prodotto normalizzato attraverso la probabilità marginale dell'evento.

Il modello ricavato a posteriori rappresenta quindi la modifica, basata sui risultati delle prove sperimentali, del livello di conoscenza soggettivo su  $\theta$ , espresso attraverso il modello assunto a priori.

Come si vedrà negli esempi successivi l'applicazione del teorema di Bayes consente di indirizzare la scelta e di ottimizzare il numero e l'estensione delle prove da eseguire sulla costruzione esistente: generalmente inoltre le tecniche di inferenza che da esso derivano richiedono un numero di dati diretti inferiore a quello richiesto dai metodi della statistica classica per ottenere risultati della stessa qualità, cioè caratterizzati da una limitata dispersione.

Esso consente inoltre di processare in modo sequenziale i dati a mano a mano che essi divengono disponibili, e quindi di aggiornare con continuità il livello di conoscenza su  $\theta$  all'aumentare del numero di informazioni. Il peso relativo delle informazioni addizionali sarà tanto maggiore quanto più vago o incerto è il livello di conoscenza a priori (quindi quanto più "diffusa" è la distribuzione di probabilità corrispondente) e quanto meno "diffusa" è invece la funzione di verosimiglianza.

### 3. RICHIAMI SUL METODO DEL PRIMO ORDINE AI SECONDI MOMENTI

In relazione a ciascuno stato limite di interesse per la verifica di sicurezza di una costruzione esistente, si assume che siano identificabili per il sistema strutturale due stati distinti, convenzionalmente indicati come di "sicurezza" e di "collasso".

Sia  $\mathbf{X}$  il vettore delle grandezze aleatorie (resistenze, carichi, etc.) che intervengono nel particolare problema considerato: sulla base del modello di analisi strutturale assunto è possibile stabilire se per un assegnato insieme di valori delle variabili aleatorie la struttura si trova in stato di sicurezza o di collasso.

Tale operazione porta alla suddivisione dello spazio delle variabili di base in due sottospazi, il dominio di sicurezza  $S$  ed il dominio di collasso  $F$ , separati dalla superficie di stato limite espressa attraverso la funzione:

$$h(\mathbf{x}) = 0$$

e tale che:

$$\begin{aligned} h(\mathbf{x}) &> 0 && \text{se } \mathbf{x} \in S \\ h(\mathbf{x}) &\leq 0 && \text{se } \mathbf{x} \in F \end{aligned}$$

La valutazione dell'affidabilità del sistema in relazione allo stato limite considerato richiede, nell'ambito dei metodi del primo ordine ai secondi momenti (metodi FORM), due operazioni: la trasformazione delle variabili di base  $\mathbf{X}$  in un insieme di variabili  $\mathbf{U}$  gaussiane standard scorrelate, e la linearizzazione nel punto di minima distanza dall'origine della frontiera del dominio di sicurezza proiettato nello spazio delle variabili trasformate.

Di conseguenza l'espressione della condizione di stato limite viene approssimata attraverso l'equazione di un iperpiano:

$$h(\mathbf{U}) \cong -\boldsymbol{\alpha}' \cdot \mathbf{U} + \beta = M(\mathbf{U}) = 0$$

essendo  $\boldsymbol{\alpha}$  il vettore dei coseni direttori della normale a tale piano,  $\beta$  la sua distanza dall'origine, denominata indice di sicurezza elementare, ed  $M(\mathbf{U})$  il corrispondente margine di sicurezza del primo ordine.

La probabilità di superamento dello stato limite è quindi valutabile attraverso la relazione:

$$P_f \cong P \{h(\mathbf{U}) \leq 0\} \cong P \{(-\boldsymbol{\alpha}' \cdot \mathbf{U} + \beta) \leq 0\} = \Phi(-\beta)$$

dove  $\Phi$  è la funzione di distribuzione gaussiana standard.

Tale approccio è del tutto generale: esso può essere esteso al caso di sistemi complessi, rappresentabili dal punto di vista strutturale o funzionale attraverso gli schemi di "minimal cut set" o di "minimal path to failure" (V).

Le informazioni aggiuntive desunte attraverso le notizie storiche, le indagini ed i controlli in sito forniscono delle relazioni tra le componenti di  $\mathbf{X}$  che possono essere della forma:

$$H_i(\mathbf{z}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (a)$$

$$H_j(\mathbf{z}) = 0 \quad j = r+1, \dots, r+s \quad (b)$$

dove  $\mathbf{z}$  è un vettore le cui componenti sono le variabili di base del problema (vettore  $\mathbf{X}$ ) ed eventuali variabili ulteriori, chiamate in gioco dal tipo di informazione.

Ogni informazione aggiuntiva costituisce infatti una o più condizioni su  $\mathbf{X}$ : tali condizioni saranno del tipo (a) se comportano una diseguaglianza (cioè se corrispondono al superamento di una certa intensità del carico utile, rilevato attraverso una prova di carico, o di un valore fissato dell'ampiezza delle fessure, in una prova di resistenza a fatica, o ancora di un valore limite di una componente di spostamento) o del tipo (b) se desunte attraverso la misura diretta di una particolare grandezza. Il risultato di una prova potrà essere anche di tipo misto, cioè portare ad espressioni sia del tipo (a) che del tipo (b): è questo il caso in cui, ad esempio, nel valutare la resistenza di un calcestruzzo attraverso prove di tipo distruttivo, si impone un criterio di accettazione per cui un valore viene ritenuto accettabile se superiore ad un valore prefissato, e sempre che il valore medio di tutte le rilevazioni sia anche superiore ad un

valore assegnato.

Le condizioni espresse dalle relazioni (a) e (b) possono essere trattate come altrettanti margini di sicurezza, definiti nello spazio delle variabili normali standard trasformate.

La probabilità di superamento dello stato limite considerato, aggiornata per tener conto delle informazioni addizionali, diventa di conseguenza una probabilità condizionata, la cui espressione formale è fornita dalla relazione:

$$P_f = P \{M \leq 0 \mid M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} = 0 \cap \dots \cap M_{r+s} = 0\} \quad (2)$$

dove si sono indicati con  $M_i$  i margini di sicurezza "artificiali" associati alle condizioni (a) e (b).

L'espressione (2) è formalmente uguale a quella che si scriverebbe per un sistema strutturale composto da elementi disposti in parallelo e caratterizzati dai rispettivi margini  $M$  ed  $M_i$ . Le "resistenze" degli elementi del sistema risultano naturalmente correlate per il fatto di dipendere tutte dal medesimo vettore  $X$ . Il calcolo della (2) per mezzo di metodi FORM è illustrato in (II). In particolare, se le informazioni addizionali conducono a condizioni tutte del tipo (b), la probabilità condizionata è data dall'espressione (VI):

$$P_f = \Phi(-\beta_{|1,2,\dots,s})$$
 dove  $\beta_{|1,2,\dots,s}$  è l'indice di sicurezza associato al margine  $M$  e condizionato agli eventi  $H_j$ , il cui valore è fornito dalla relazione:

$$\beta_{|1,2,\dots,s} = \frac{\beta - \rho_{M,M}^T \cdot \rho_{M,M}^{-1} \cdot \beta}{\sqrt{1 - \rho_{M,M}^T \cdot \rho_{M,M}^{-1} \cdot \rho_{M,M}}}$$

dove:  $\rho_{M,M} = [\rho(M, M_i)] = [\alpha_i^T \alpha_i]$  è la matrice di correlazione  $[1 \times s]$  tra il margine di sicurezza  $M$  dell'evento considerato ed i margini di sicurezza associati agli eventi condizionanti;

$\rho_{M,M} = [\rho(M_i, M_j)] = [\alpha_i^T \alpha_j]$  è la matrice di correlazione  $[s \times s]$  tra i margini di sicurezza associati agli eventi condizionanti;

$\beta = \{\beta_i\}$  è il vettore degli indici di sicurezza elementari associati agli eventi condizionanti.

Da tale espressione si rileva facilmente che la parte di incertezza che viene rimossa attraverso le informazioni addizionali è influenzata dal coefficiente di correlazione multiplo:  $\rho^* = (\rho_{M,M}^T \cdot \rho_{M,M}^{-1} \cdot \rho_{M,M})$ .

All'aumentare di esso infatti si modifica fortemente il valore dell'indice di sicurezza elementare dell'evento considerato. L'obiettivo delle indagini svolte deve quindi essere proprio quello di aumentare per quanto possibile il valore di tale coefficiente.

#### 4. ESEMPI DI AGGIORNAMENTO DELLA MISURA DELLA SICUREZZA

Il primo esempio considerato è relativo alla verifica di stabilità di una parete in muratura soggetta ad azioni sismiche agenti in direzione normale al piano medio, in funzione dell'efficacia del collegamento con il solaio e quindi della possibilità di ripartire le azioni sismiche tra gli elementi portanti che sono disposti nella direzione in cui agisce il sisma.

Le caratteristiche geometriche della parete ed il modello di analisi strutturale assunto sono riportati in fig. 1.

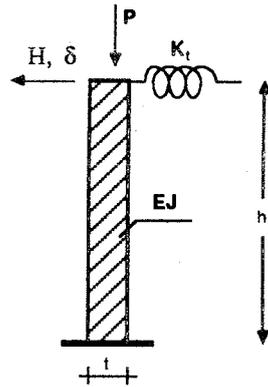


Tabella 1

X	E[X]	V[X]
$K_t$	6000 N/mm	0.20
EJ	26 N·mm <sup>2</sup>	0.15
$f'_m$	7 N/mm <sup>2</sup>	0.20

Fig. 1 - Dati geometrici e di carico della parete

Le variabili aleatorie considerate sono: la rigidezza alla traslazione del vincolo con il solaio ( $K_t$ ); la rigidità media della parete in muratura in fase fessurata (EJ); la resistenza a compressione della muratura ( $f'_m$ ). Alla condizione di stato limite, espressa attraverso il superamento della resistenza ultima a flessione della parete, corrisponde il margine di sicurezza:

$$M(K_t, EJ, f'_m) = M_u(f'_m) - M_e(K_t, EJ) =$$

$$= \frac{\sigma_n t^2 b}{2} \left(1 - \frac{\sigma_n}{f'_m}\right) - \left[ Hh - (P - Kh) \frac{Hh^3}{3EJ + Kh^3} \right]$$

dove:  $M_u$  ed  $M_e$  sono il momento ultimo ed il momento agente nella sezione di base della parete;  $\sigma_n = P/(tb)$ ;  $t$  (= 0.6 m) e  $b$  (= 1.0 m) sono lo spessore e la larghezza della parete;  $h$  (= 4 m) è l'altezza della parete;  $P$  (= 300 KN) è lo sforzo assiale applicato alla sommità della parete;  $H$  è l'azione orizzontale indotta dal sisma ed applicata alla sommità della parete;  $E_m$  è il modulo di elasticità medio della muratura;  $J_n$  è il momento d'inerzia della sezione trasversale della parete;  $EJ = E_m J_n (0.13 + P/P_u) \leq 0.7 E_m J_n$ ;  $P_u = bt f'_m$  è la resistenza ultima a compressione della parete;

Le variabili aleatorie di base hanno tutte distribuzione log-normale, con valori medi e coefficienti di variazione riportati in Tabella 1: per semplicità si ammette che le diverse grandezze siano scorrelate.

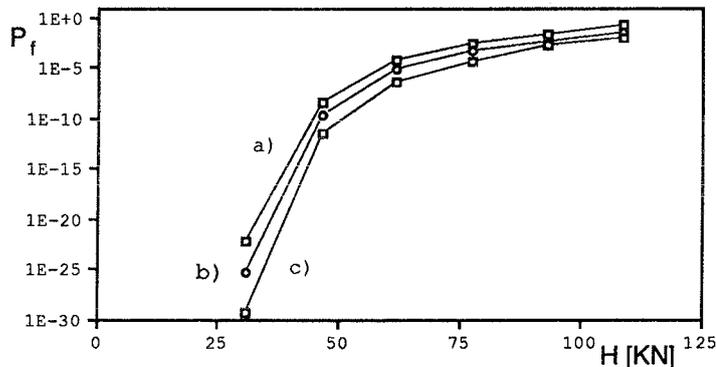


Fig. 2 -  $P_f$  della parete al crescere dell'azione sismica  $H$ :

- a)  $P_f$  "a priori";
- b)  $P_f$  con distribuzione aggiornata di  $f'_m$ ;
- c)  $P_f$  "a posteriori".

La probabilità di collasso del sistema, valutata sulla base dei dati in Tabella 1 per valori crescenti dell'intensità dell'azione sismica  $H$ , è riportata in fig. 2 (curva a).  
 Nelle figg. 3a, 3b e 3c viene riportata invece la variazione di tale probabilità (valutata per  $H = 77.6$  KN) in funzione dei valori medi di  $K_t$ ,  $EJ$  ed  $f'_m$ .

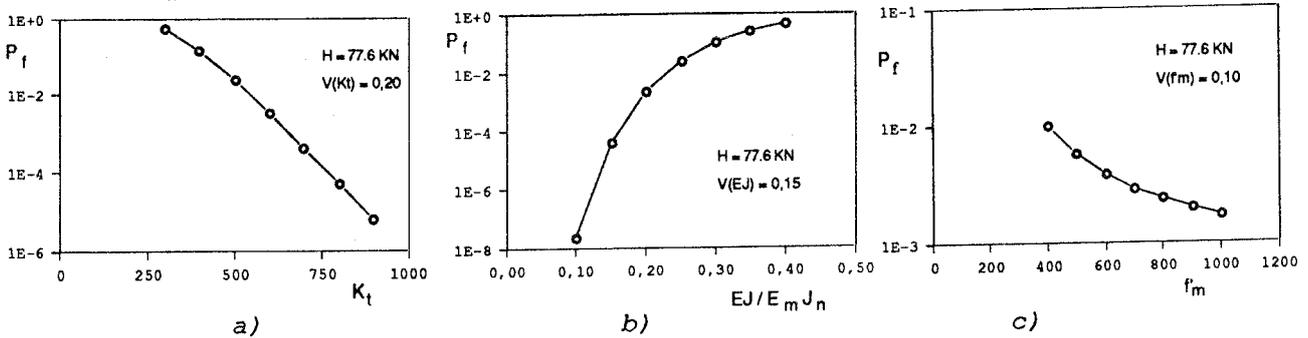


Fig. 3 - Variazione di  $P_f$  in funzione di  $E[K_t]$ ,  $E[EJ/E_m J_n]$ ,  $E[f'_m]$

Si osserva che  $P_f$  risulta influenzata in modo sostanziale da  $K_t$  ed  $EJ$ . Per ridurre l'incertezza associata a tali variabili, come pure alla resistenza a compressione  $f'_m$ , si immagini di eseguire due serie di esperienze:

- la prima consiste in una serie di prove di schiacciamento su carote di materiale prelevate nella parete. Tali prove hanno lo scopo di aggiornare i parametri della distribuzione di probabilità di  $f'_m$ . Le due distribuzioni di probabilità di  $f'_m$  (log-normali), quella assunta a priori sulla base delle indicazioni di progetto e quella ricavata a posteriori attraverso l'analisi bayesiana (VII) sono riportate nella

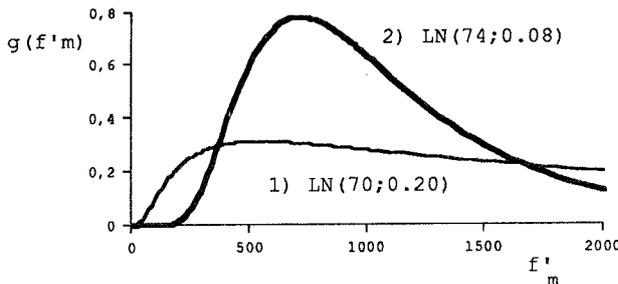


Fig. 4 - Densità di  $f'_m$  a priori (1) ed a posteriori (2)

fig. 4.

La campagna di prove fornisce come risultato una leggera variazione del valore medio ed una sostanziale riduzione della dispersione di  $f'_m$ .

I nuovi valori dei parametri della distribuzione di  $f'_m$  vengono ora utilizzati per ricalcolare la  $P_f$  della parete: i risultati sono presentati in fig. 2 (curva b). La differenza tra le due curve è limitata; ciò era in parte prevedibile, poiché

nel problema in esame la resistenza a compressione della muratura ha un'influenza modesta sulla condizione di collasso.

- una prova di carico del sistema in opera allo scopo di ottenere informazioni addizionali sul valore di  $K_t$  e di  $EJ$ . Tale prova consiste nell'applicare un carico trasversale alla sommità della parete e nel misurare il corrispondente spostamento. All'evento rappresentato dal risultato della prova è quindi associabile un margine, la cui espressione nello spazio delle variabili di base è la seguente:

$$H_1(\delta^*, H^*, K_t, EJ) = \delta^* - \frac{H^* h^3}{3 E J} / \left[ 1 + \frac{K_t h^3}{3 E J} \right] = 0 \quad (3)$$

dove  $\delta^*$  ed  $H^*$  sono rispettivamente lo spostamento misurato e la forza applicata nella prova. Per tener conto dell'incertezza sulla precisione dei valori misurati, le due grandezze precedenti vengono anch'esse caratterizzate come variabili aleatorie, e precisamente come log-normali con  $V = 0.10$ .

La probabilità di collasso aggiornata in funzione del risultato della prova è espressa dalla relazione:

$$P_f = P \{ M^* \leq 0 \mid H_1 = 0 \} \quad (4)$$

in cui  $M^*$  rappresenta il margine di sicurezza riferito alla distribuzione aggiornata di  $f'_m$ .

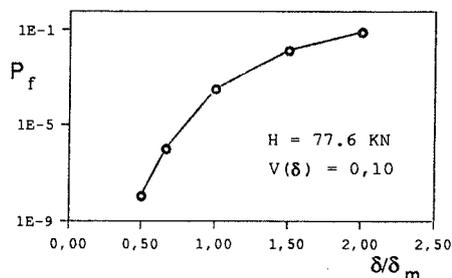


Fig. 5 -  $P_f$  della parete in funzione dei risultati della prova.

I valori della  $P_f$  del sistema calcolati sulla base della (4) sono riportati in fig. 5 in funzione del rapporto  $\delta/\delta_m$  tra l'intensità dello spostamento misurato ed il valore dello spostamento ricavato dalla (3) attribuendo alle grandezze aleatorie i valori medi.

A titolo d'esempio si rileva che nel caso in cui lo spostamento rilevato avesse un valore pari a quello medio le probabilità di

collasso del sistema a priori ed a posteriori risulterebbero pari rispettivamente a (per  $H = 77.6$  KN):

$$P_f \text{ (a priori)} = 2.90 \cdot 10^{-3}$$

$$P_f \text{ (a posteriori)} = 3.37 \cdot 10^{-4}$$

con una riduzione quindi di  $P_f$  pari a circa un ordine di grandezza.

L'andamento di  $P_f$  in funzione di  $H$  (per  $\delta/\delta_m = 1$ ) è riportato nella curva c) di fig. 2. Poichè la prova simulata ha confermato i valori medi assunti per le variabili aleatorie di base ne consegue una generale riduzione della dispersione del margine di sicurezza, e quindi di  $P_f$ .

Il secondo esempio preso in esame consiste nella verifica di sicurezza delle travi in c.a.p., che costituiscono la copertura di un capannone industriale in stato di avanzato degrado. Successivamente viene sviluppato il progetto dell'intervento di consolidamento, che consiste nel ripristino della sezione e nell'aggiunta di cavi di precompressione esterni.

Le caratteristiche geometriche della trave sono riportate nella fig. 6.

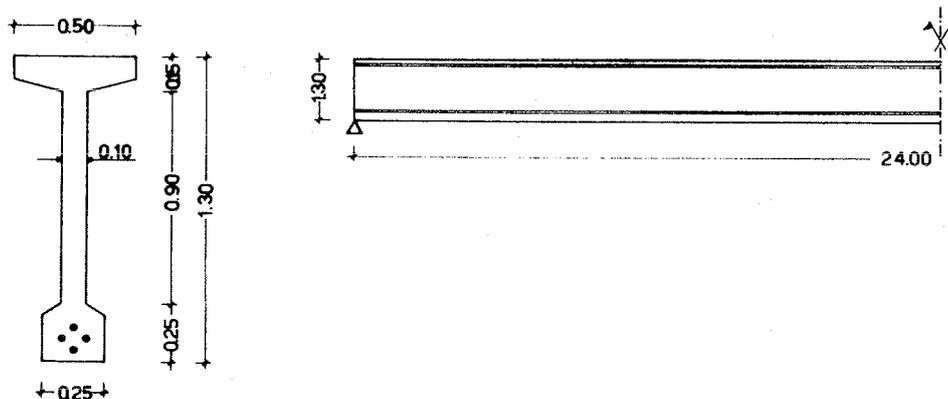


Fig. 6 - Geometria della trave precompressa

Le variabili aleatorie considerate sono: la resistenza convenzionale a snervamento dell'armatura di precompressione ( $R_{ap}$ ); la resistenza a snervamento dell'armatura ordinaria ( $R_{as}$ ); la resistenza a compressione del calcestruzzo ( $f'_c$ ); l'intensità dello sforzo di precompressione ( $N_p$ ).

La variazione nel tempo dello sforzo di precompressione e quindi l'entità delle perdite a lungo termine è stata oggetto di un'analisi preliminare eseguita utilizzando il modello proposto da Madsen (VIII), ed assumendo per il ritiro e la viscosità le espressioni introdotte da Bazant e Panula (IX). Nel modello di Madsen sono state introdotte come variabili aleatorie la deformazione iniziale di precompressione  $\epsilon_{pp}$ , le condizioni di temperatura ed umidità, la composizione e la resistenza del materiale e le

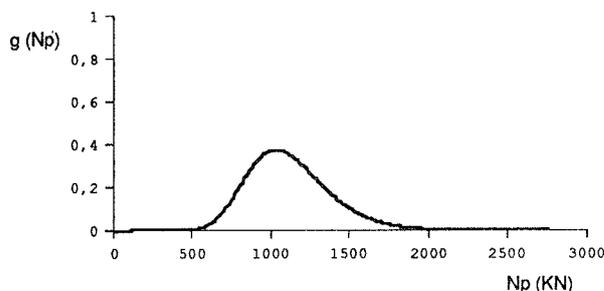


Fig. 7 - Densità di probabilità dello sforzo di precompressione al momento dell'intervento

incertezze insite nei modelli di previsione dell'evoluzione nel tempo degli effetti della viscosità (misurati dal modulo viscoso del calcestruzzo  $E_c$ ) e del ritiro (rappresentati dalla corrispondente deformazione  $\epsilon_{sh}$ ): la densità di probabilità di  $N_p$  valutata al tempo in cui si effettua il progetto di consolidamento è riportata nella fig. 7. I dettagli dell'analisi preliminare sono descritti in (VII).

Il primo atto del procedimento consiste nella valutazione delle probabilità di collasso associate agli stati limite ultimo e di esercizio per la struttura integra (nelle condizioni previste in progetto).

Agli stati limite considerati corrispondono due margini di sicurezza, espressi rispettivamente attraverso le relazioni:

$$- \text{ s. l. ultimo: } M = (A_s R_{as} d_1 + A_p R_{ap} d_2) \left( 1 - \frac{(A_s R_{as} + A_p R_{ap})}{2 b \left( \frac{d_1 + d_2}{2} \right) f'_c} \right) - M_{ud}$$

$$- \text{ s. l. d'esercizio: } M = N_p(t) - N_{min}$$

dove:  $A_s$  è l'area dell'armatura ordinaria;  $A_p$  è l'area dell'armatura di precompressione;  $d_1$  e  $d_2$  sono i corrispondenti bracci delle forze interne;  $b$  è la larghezza della parte compressa della sezione in c.a.p.;  $M_{ud}$  è il momento flettente di progetto;  $N_p(t)$  è l'entità dello sforzo di precompressione;  $N_{min}$  è il valore minimo di tale grandezza compatibile con lo stato limite di esercizio.

Tabella 2

X	E[X]	V[X]
$R_{ap}$	1580 N/mm <sup>2</sup>	0.05
$R_{as}$	414 N/mm <sup>2</sup>	0.05
$f'_c$	53 N/mm <sup>2</sup>	0.15

Le variabili di base del problema hanno distribuzioni di tipo log-normale ed i valori dei parametri dedotti sulla base delle indicazioni di progetto sono riportati nella Tabella 2.

Per la struttura integra si ricava:

- per la verifica allo stato limite ultimo:

$$\beta = 4.67 \quad P_f = .152 \cdot 10^{-5}$$

- per la verifica allo stato limite d'esercizio:

$$\beta = 2.14 \quad P_f = .160 \cdot 10^{-1}$$

I valori delle probabilità di superamento dei due stati limite di cui sopra rappresentano l'obiettivo dell'intervento di adeguamento, assumendo però anche un aumento dei carichi utili pari al 20%.

Il primo passo dell'analisi sulla struttura esistente degradata consiste nella valutazione delle distribuzioni di probabilità delle resistenze del calcestruzzo e dell'armatura di precompressione.

A tale scopo sono eseguite prove di tipo distruttivo (carotaggi e prove di trazione su spezzoni delle barre di armatura) su una trave campione, e prove di tipo non distruttivo (impiegando le tecniche degli ultrasuoni e dello sclerometro) su altre due travi.

I risultati delle prove di schiacciamento delle carote di calcestruzzo sono impiegati per tarare la curva di correlazione che fornisce il valore della resistenza a compressione in funzione della velocità di propagazione degli ultrasuoni  $V$  (in km/sec) e dell'indice di rimbalzo dello sclerometro  $R$ . La funzione assunta è di tipo esponenziale e l'analisi di regressione fornisce l'espressione:

$$f'_c = a \exp (bV + cR) = 0.8 \exp (0.72 V + 0.02 R) \quad (\text{in } [N/mm^2])$$

Sulla base di tale relazione, è possibile ricavare la distribuzione di  $f'_c$ , aggiornata in funzione del campionamento statistico rappresentato dai risultati delle prove di tipo non distruttivo.

Per l'acciaio l'aggiornamento viene eseguito con riferimento diretto ai risultati delle prove di trazione.

Le distribuzioni di probabilità assunte a priori e ricavate a posteriori sono riportate nelle figg. 8a ed 8b.

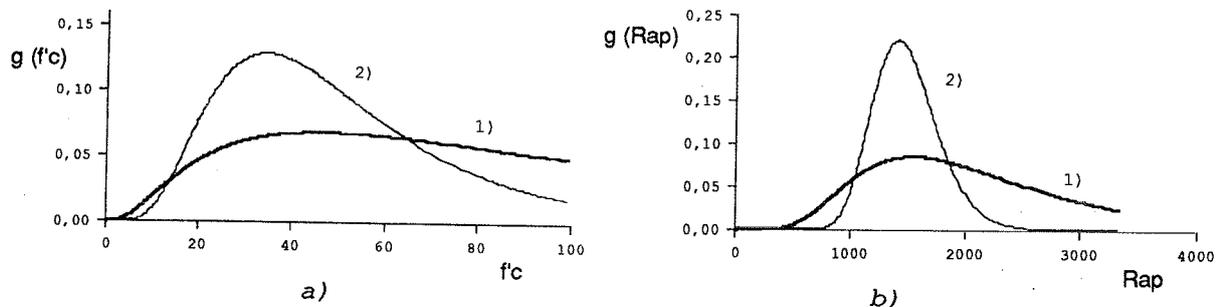


Fig. 8 - Densità a priori (1) ed a posteriori (2) di  $f'_c$  e di  $R_{ap}$

Per entrambi i materiali, si osserva una riduzione dei valori medi, rispetto a quanto assunto in progetto; in compenso le informazioni aggiuntive riducono l'incertezza in modo considerevole.

Per la struttura degradata si ottengono le seguenti probabilità di superamento dei due stati limite considerati:

- per lo stato limite ultimo:

$$\beta = 1.55 \quad P_f = .610 \cdot 10^{-1}$$

- per lo stato limite di esercizio:

$$\beta = .275 \quad P_f = .392$$

Dal confronto tra questi valori ed i corrispondenti relativi alla struttura integra appare evidente la necessità di realizzare l'intervento di consolidamento.

Nelle figg. 9a, 9b e 9c viene illustrata l'influenza della dispersione dei valori della resistenza dell'armatura da precompressione e della resistenza a compressione del calcestruzzo sulla probabilità di superamento dello stato limite ultimo e l'influenza della dispersione dei valori dello sforzo di precompressione sulla probabilità di superamento

dello stato limite d'esercizio.

Come si può verificare, l'entità della  $P_f$  è fortemente influenzata dall'incertezza su  $N_p$ . E' quindi spontaneo tentare di ridurre tale incertezza eseguendo una prova di carico della struttura degradata. In tale prova l'intensità del carico viene spinta fino ad un valore pari all'ottanta per cento del carico ultimo teorico.

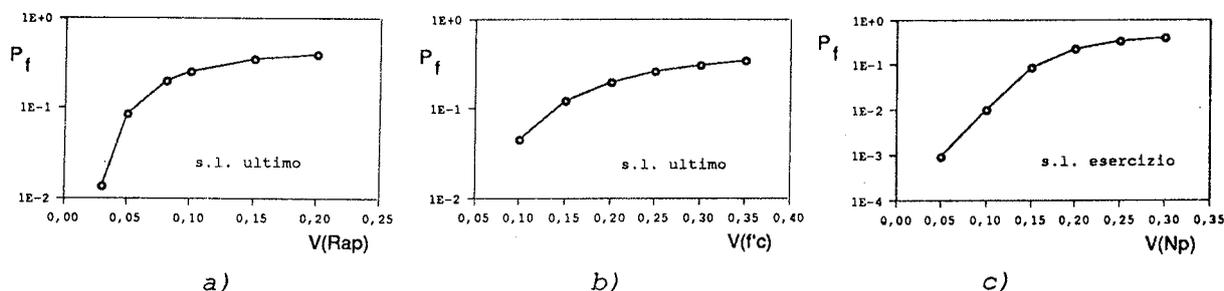


Fig. 9 - Dipendenza di  $P_f$  dai coefficienti di variazione delle variabili di base

Il margine di sicurezza associato a tale evento risulta espresso dalla relazione:

$$M = \frac{5}{48} \frac{M_e - N_p y_p}{E_c I_c} L^2 - \delta^*$$

dove:  $M_e$  è il momento esterno applicato dovuto alla somma del carico permanente e di quello di prova;  $y_p$  è la distanza del baricentro dei cavi di precompressione dal baricentro della sezione;  $L$  è la luce della trave;  $E_c$  è il modulo viscoso del calcestruzzo;  $I_c$  è il momento d'inerzia della sezione;  $\delta^*$  è il valore dello spostamento della mezzeria della trave, che viene anch'esso caratterizzato da una certa aleatorietà per tener conto dell'incertezza associata alla misura sperimentale ( $V_{\delta^*} = 0.10$ ).

La probabilità di superamento dello stato limite d'esercizio aggiornata sulla base del risultato della prova di carico risulta pari a:

$$\beta = .976 \quad P_f = .177$$

La riduzione dell'incertezza non è sufficiente a ricondurre il valore della  $P_f$  alla soglia desiderata.

Il necessario intervento di adeguamento consiste nell'aggiunta di due cavi di precompressione esterni. In tal modo, eseguendo per la struttura rinforzata la verifica allo stato limite ultimo, si ricava:

$$\beta = 4.31 \quad P_f = .818 \cdot 10^{-5}$$

Per la verifica allo stato limite d'esercizio, svolta per un periodo di vita utile della struttura pari a 10 anni e quindi assumendo per  $N_p(t)$  la corrispondente distribuzione di probabilità, si ricava:

$$\beta = 1.70 \quad P_f = .45 \cdot 10^{-1}$$

Poichè le maggiori incertezze del progetto sono associate alla definizione dell'intensità dello sforzo di precompressione, sono eseguite sulla struttura rinforzata tre prove di carico, spinte rispettivamente al valore del carico d'esercizio, al valore del carico massimo di progetto ed al valore dell'ottanta per cento del carico ultimo teorico.

L'espressione della probabilità di collasso del sistema, condizionata agli eventi associati a ciascuna delle tre prove di carico, è quindi la seguente:

$$P_f = P \{M \leq 0 \mid M_1 = 0 \cap M_2 = 0 \cap M_3 = 0\}$$

Ad essa corrispondono i valori:

$$\beta = 2.26 \quad P_f = .11 \cdot 10^{-1}$$

I due valori di  $P_f$  per la struttura rinforzata corrispondono agli obiettivi prefissati.

## 5. CONCLUSIONI

Sono state descritte ed illustrate attraverso ipotetici casi applicativi le possibilità offerte dai più recenti metodi probabilistici ai fini della valutazione della sicurezza delle costruzioni esistenti.

La caratteristica di maggior pregio di tali metodi sta nella loro capacità di assorbire dati conoscitivi addizionali con molta flessibilità ed indipendentemente dalla loro natura: i risultati di prove sperimentali (comprese le eventuali incertezze sul valore e sulla significatività delle misure), le informazioni dirette ed indirette di natura storica, i campionamenti statistici sulle variabili e l'attribuzione alle stesse di "pesi" probabilistici soggettivi.

Se con il termine di "inferenza bayesiana" si indica il complesso di tecniche per l'aggiornamento dei modelli probabilistici sulla base di dati aggiuntivi, il procedimento descritto nel lavoro può essere visto come una generalizzazione di tali tecniche all'aggiornamento delle probabilità di eventi composti.

Attraverso gli esempi viene evidenziata l'utilità del procedimento ai fini decisionali, quali la scelta delle indagini cui dare maggior peso, la più opportuna estensione delle stesse e la giusta dose di interventi di rinforzo.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- I) DITLEVSEN, O.: "Uncertainty Modeling with Applications to Multidimensional Civil Engineering Systems", McGraw-Hill, 1981.
- II) MADSEN, H.O.: "Model Updating in Reliability Theory", in *Reliability and Risk Analysis in Civil Engineering*, Vol. 1, Atti dell'ICASP5, Vancouver, Canada, Maggio 1987, pp. 565-577.
- III) DIAMANTIDIS, D.: "Reliability Assessment of Existing Structures", *Engineering Structures*, Vol. 9, Luglio 1987, pp. 177-182.
- IV) BOX, G.E.P., TIAO, G.C.: "Bayesian inference in Statistical Analysis", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Canada, 1973.
- V) CIAMPOLI, M.: "Analisi dell'affidabilità dei sistemi soggetti ad azioni stocastiche - Applicazione ai sistemi strutturali in caso di evento sismico", Tesi di Dottorato di Ricerca, Aprile 1987.
- VI) MADSEN, H.O., KRENK, S., LIND, N.C.: "Methods of Structural Safety", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
- VII) CIAMPOLI, M., PINTO, P.E.: "Le tecniche dell'inferenza bayesiana nella valutazione della sicurezza delle costruzioni esistenti", in corso di pubblicazione, 1989
- VIII) MADSEN, K.: "Matrix Formulation for Practical Solution of Concrete Creep Problems", DIALOG 1-79, Danish Engineering Academy, Lyngby, Denmark, 1979.
- IX) BAZANT, Z.P., PANULA, L.: "Practical Prediction of Time-Dependent Deformations of Concrete", *Materials and Structures, Research and Testing (RILEM, Parigi)*, 1978-1979, Vol. 11, pp. 307-328, Vol. 11, pp. 415-434, Vol. 12, pp. 169-183.

## L'INFLUENZA DELLA CARBONATAZIONE SULLA CORROSIONE DEI FERRI NEL CALCESTRUZZO ARMATO

M.Colleparidi, R.Fratesi, G.Moriconi, C.Branca, S.Simoncini

Dipartimento di Scienze dei Materiali e della Terra  
Facoltà di Ingegneria  
Università degli Studi di Ancona

### SOMMARIO

Le variazioni di potenziale elettrochimico delle barre di armatura non sembrano avere una unica correlazione con il processo di carbonatazione. Dai dati del presente lavoro emerge, inoltre, che la carbonatazione del calcestruzzo è condizione necessaria ma non sufficiente per la corrosione dei ferri di armatura, in quanto è determinante anche la presenza di un velo liquido di acqua a contatto con le armature.

### SUMMARY

The changes in electrochemical potential of reinforcing bars do not appear to be in an unique relation with the carbonation process. Furthermore, the data of the present paper indicate that carbonation is a necessary process but not a sufficient one for the steel corrosion, since the humidity into the concrete is also a determining factor in the corrosion process.

### 1. INTRODUZIONE

E' stata a lungo opinione comune che il calcestruzzo armato costituisca un materiale di durabilità praticamente illimitata. Tale opinione è anche confortata dalla particolare azione protettiva delle armature che si viene a creare in seguito alla formazione di un film di ossido di ferro, aderente alle armature e passivante delle stesse, nelle condizioni di elevata alcalinità prodotte dall'idratazione del cemento.

Purtroppo, in mancanza di una corretta esecuzione delle strutture in calcestruzzo armato, si sono evidenziati limiti di durabilità delle strutture stesse, spesso attribuibili a processi di corrosione delle armature in seguito ad aggressioni ambientali. Nel caso specifico della corrosione delle armature i fenomeni aggressivi sono imputabili alla penetrazione o dei cloruri (capaci di distruggere il film di ossido protettivo) o dell'anidride carbonica, capace di neutralizzare l'alcalinità della soluzione acquosa presente nei pori del calcestruzzo, e di rimuovere quindi le favorevoli condizioni di passivazione delle armature.

E' divenuta, allora, opinione comune che il processo di carbonatazione del calcestruzzo, peraltro inevitabile, fosse una delle cause principali, se non l'unica responsabile in alcuni casi, dei fenomeni di degrado delle strutture in calcestruzzo armato, anche quando questi appaiono molto rapidamente dall'inizio della vita operativa delle strutture. Scopo del presente lavoro è quello di valutare la responsabilità oggettiva del processo di carbonatazione nei fenomeni di corrosione delle armature del calcestruzzo armato e di verificare se, diversamente, esso non costituisca un alibi alle carenze di qualità e stagionatura del calcestruzzo ed alla

deficienza di adeguato spessore di copriferro.

## 2. PARTE SPERIMENTALE

Il processo di carbonatazione naturale del calcestruzzo ha una evoluzione nel tempo misurabile in anni. Per poter acquisire risultati sperimentali in tempi ragionevolmente brevi, il processo di corrosione è stato seguito in condizioni di carbonatazione accelerata - cioè in ambienti artificiali ricchi in anidride carbonica - oltre che in condizioni di atmosfera naturale.

Inoltre si è fatto uso di calcestruzzi al posto di malte, precedentemente utilizzate in altri lavori (I), per ottenere risultati aderenti alla situazione reale.

Infine, per evitare che il processo di corrosione delle armature potesse essere innescato da cause diverse dalla carbonatazione come i cloruri, in tutte le fasi della sperimentazione si è prestata particolare attenzione rivolta ad evitare che cloruri arrivassero a contatto delle armature.

Sono stati preparati calcestruzzi a diverso rapporto acqua/cemento ( $a/c = 0,35 - 0,50 - 0,65 - 0,80$ ). Come legante è stato usato un cemento portland 425 da solo o in presenza di una pozzolana artificiale come la cenere volante. Quest'ultima è stata impiegata sia in parziale sostituzione (20%) del cemento portland, sia in aggiunta (circa 60 Kg per m<sup>3</sup> di calcestruzzo) senza riduzione di cemento portland: nel caso della sostituzione parziale si è di fatto impiegato un cemento pozzolanico.

Con ogni calcestruzzo sono stati confezionati provini cubici di 10 cm di lato, non armati, per la determinazione della profondità di penetrazione dell'anidride carbonica. Inoltre sono stati confezionati provini prismatici delle dimensioni di cm 40x15x10, armati con 16 barre di comune acciaio da carpenteria FeB44k ad aderenza migliorata del diametro di 8 mm, poste simmetricamente con copriferri variabili da 2 a 5 cm con passo di 1 cm, per la determinazione del potenziale elettrochimico di corrosione e della resistenza di polarizzazione delle barre. Per quest'ultima determinazione, durante il getto all'interno dei provini armati sono state inserite, come controelettrodi, sei barrette di grafite (equidistanti rispetto alle barre

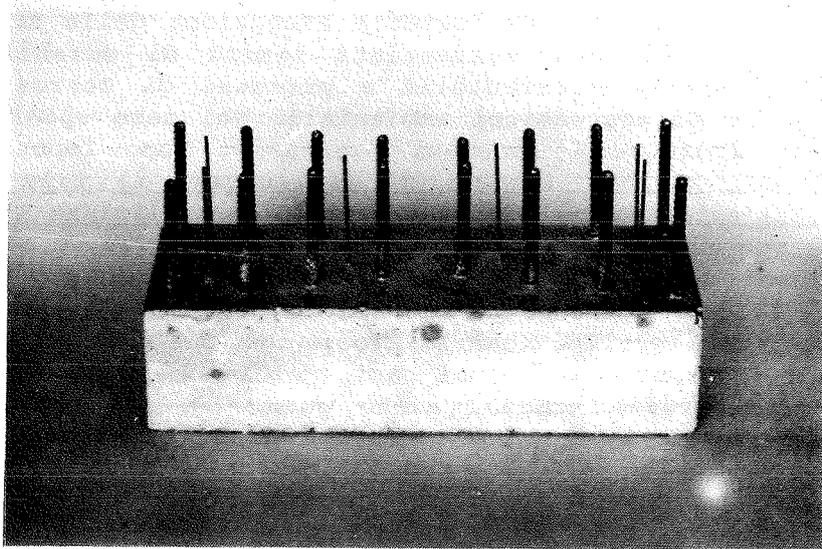


Fig.1 - Provino prismatico impiegato per le prove elettrochimiche.

di armatura) sulle quali erano state avvitate delle barrette di ottone per realizzare il contatto elettrico con la strumentazione di prova. In Fig.1 è mostrata la foto di uno di questi provini prismatici con le barre di armatura ed i controelettrodi.

Tutti i provini sono stati stagionati per sette giorni in ambiente saturo di vapore. Dopo aver impermeabilizzato con resina epossidica le facce dei provini perpendicolari alle armature, e la superficie delle barrette di ottone e delle armature emergenti, i provini sono stati esposti sia all'atmosfera naturale ( $\%CO_2 = 0,03$ ), sia in ambiente a pressione atmosferica arricchito artificialmente in  $CO_2$  (30% in volume). L'umidità relativa dell'ambiente arricchito in  $CO_2$  è stata mantenuta costantemente ad un valore del 75%, per accelerare il processo di carbonatazione (II).

Dopo tempi diversi di esposizione all'anidride carbonica sono stati misurati i seguenti parametri:

(a) la profondità di penetrazione dell'anidride carbonica, mediante saggio alla fenolftaleina, spruzzando sulla sezione mediana dei provini cubici una soluzione idroalcolica al 2% di fenolftaleina;

(b) il potenziale elettrochimico di corrosione delle barre di armatura dei provini rispetto ad un elettrodo di riferimento a solfato mercurioso (SSE), mediante elettrometro differenziale ad alta impedenza di ingresso, secondo il metodo raccomandato dall'ASTM (III);

(c) la resistenza di polarizzazione (IV,V,VI) delle barre stesse, con metodo galvanodinamico, polarizzando l'elettrodo di lavoro (barra di arma-

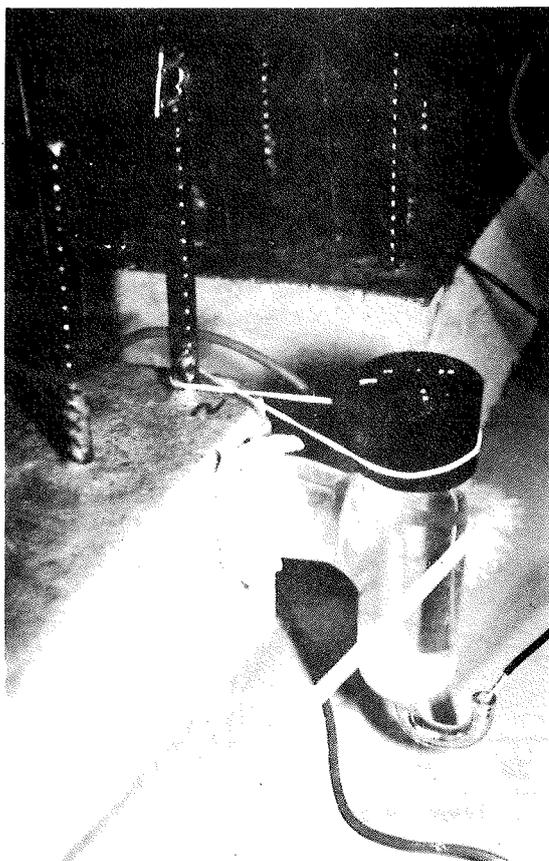


Fig.2 - Posizionamento dell'elettrodo di riferimento per la misura della resistenza di polarizzazione.

tura) mediante il controlettrodo di grafite e posizionando l'elettrodo di riferimento a solfato mercurioso sulla superficie esterna del provino in corrispondenza della barra di armatura in esame (Fig.2); inoltre, al fine di abbattere le cadute ohmiche, è stato interposto un tampone inumidito con soluzione di nitrato di sodio in acqua tra l'elettrodo di riferimento e la superficie esterna del provino; infine, è stata compensata la caduta ohmica dovuta allo spessore di calcestruzzo interposto tra l'elettrodo di riferimento e l'elettrodo di lavoro (VII).

### 3. RISULTATI E DISCUSSIONE

#### 3.1 Profondità di carbonatazione

I risultati della profondità di carbonatazione in funzione del tempo di esposizione all'anidride carbonica, mostrati in Fig.3 per i calcestruzzi di

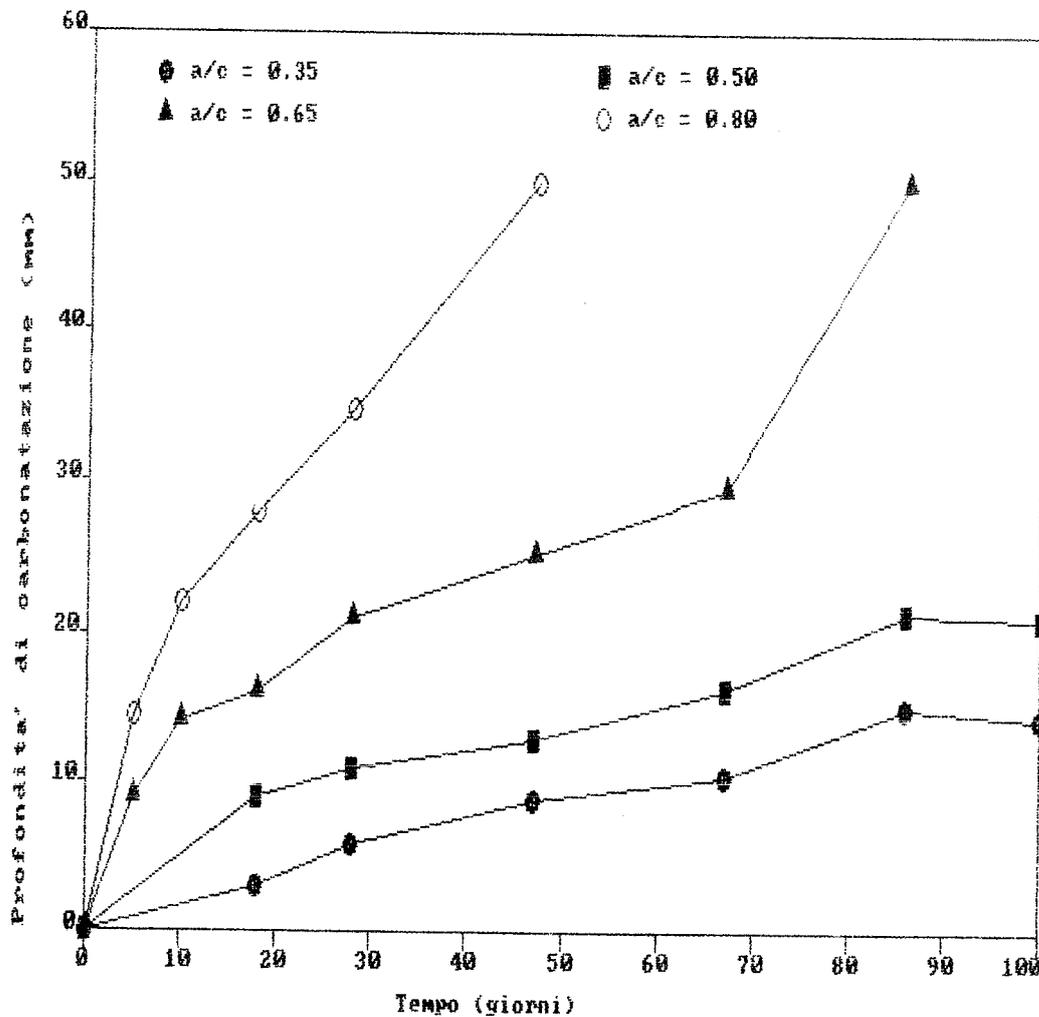


Fig.3 - Influenza del tempo di esposizione e del rapporto acqua/cemento sulla profondità di carbonatazione in calcestruzzi di cemento portland in atmosfera al 30% in volume di CO<sub>2</sub> e U.R.=75%.

cemento portland, sono in accordo con quanto già riportato in letteratura (VIII,IX), evidenziando un aumento di permeabilità all'anidride carbonica all'aumentare del rapporto acqua/cemento, e quindi della porosità del calcestruzzo.

Impiegando cemento pozzolanico (Fig.4) con gli stessi rapporti acqua/legante si hanno andamenti del tutto simili a quelli mostrati in Fig.3, ma profondità di penetrazione maggiori a parità di tempo di esposizione, come conseguenza di una maggior porosità iniziale - derivante dal maggiore rapporto acqua/cemento effettivo (X) - e di una minor quantità di calce di idrolisi disponibile (VI).

Al contrario l'aggiunta di cenere volante in sostituzione dell'inerte fine, anziché del cemento, diminuisce sistematicamente la profondità di penetrazione dell'anidride carbonica (Fig.5).

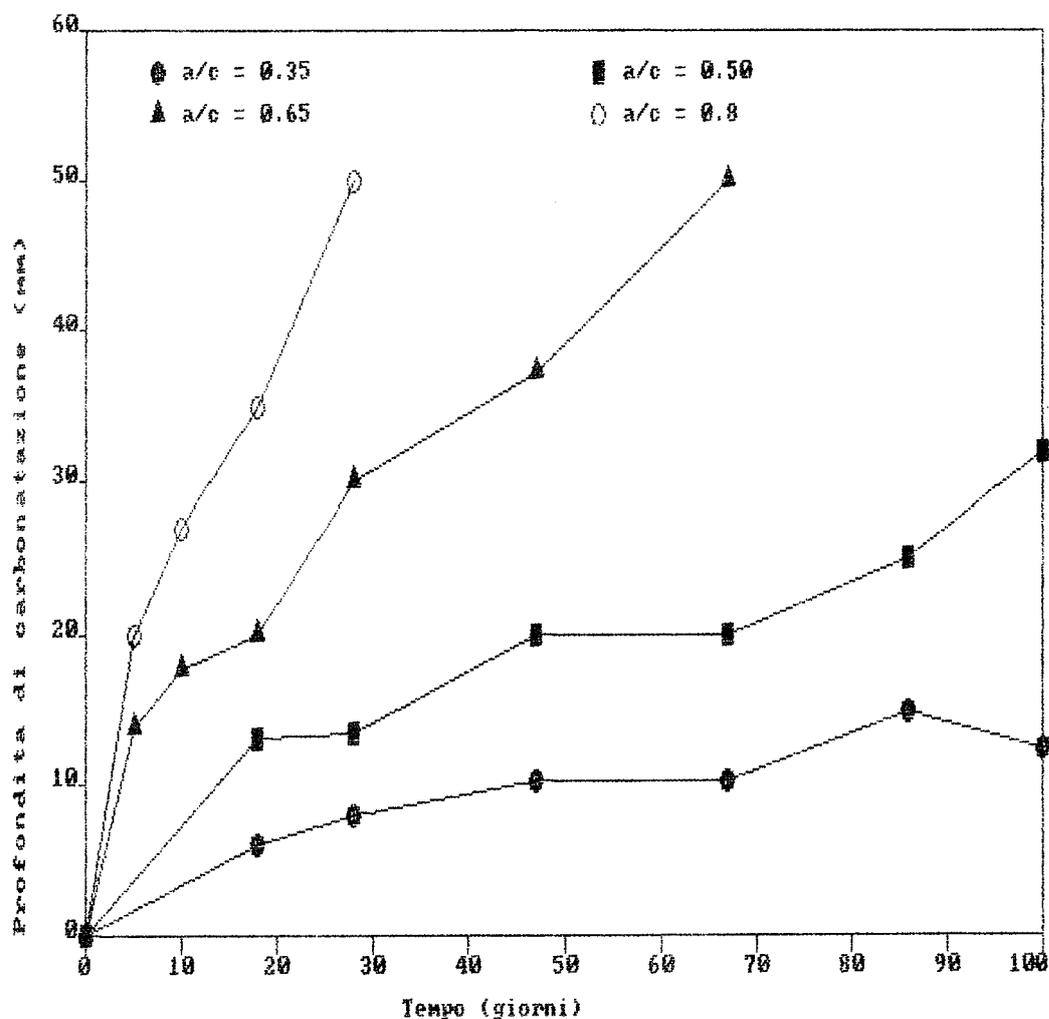


Fig.4 - Influenza del tempo di esposizione e del rapporto acqua/cemento sulla profondità di carbonatazione in calcestruzzi di cemento pozzolanico in atmosfera al 30% in volume di CO<sub>2</sub> e U.R.=75%.

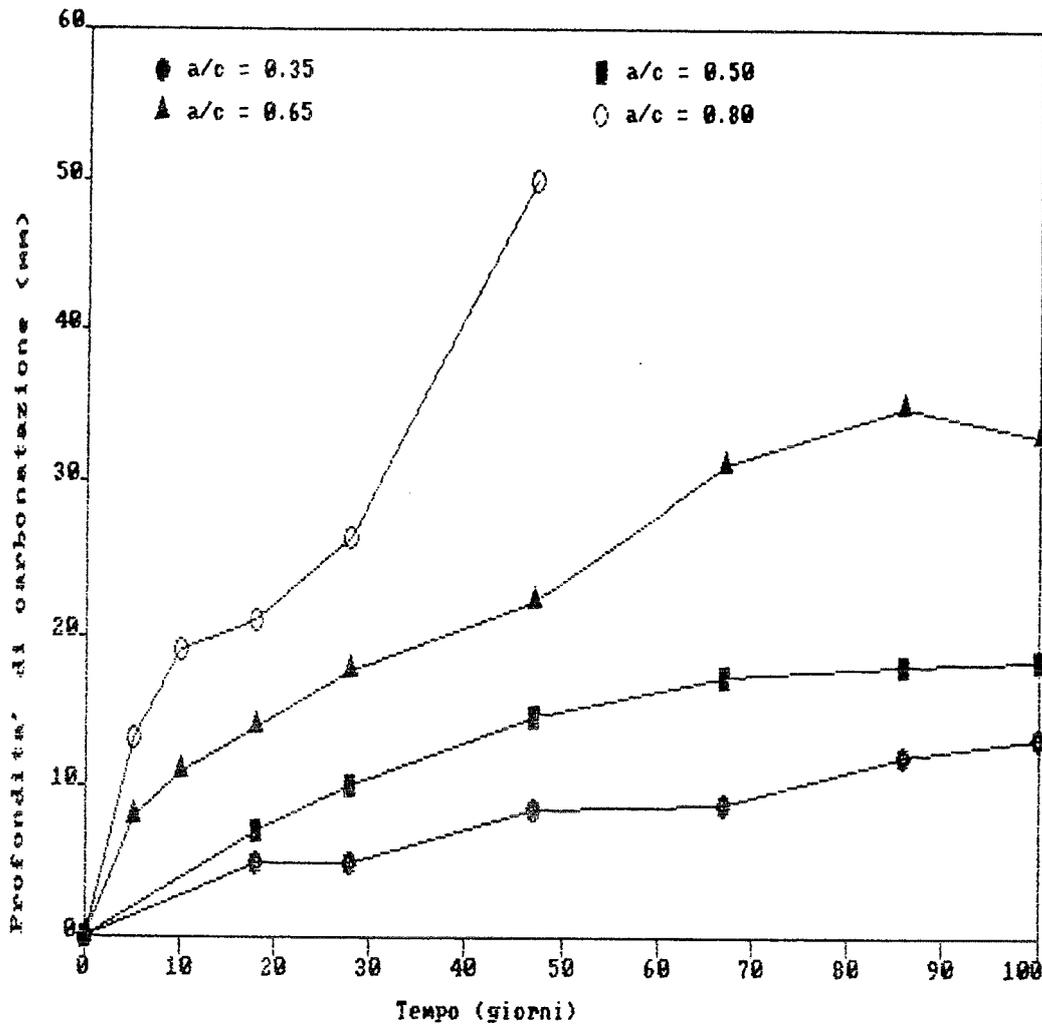


Fig.5 - Influenza del tempo di esposizione e del rapporto acqua/cemento sulla profondità di carbonatazione in calcestruzzi di cemento portland con aggiunta di cenere volante in atmosfera al 30% in volume di CO<sub>2</sub> e U.R.=75%.

### 3.2 Potenziale elettrochimico

Sono stati misurati i potenziali elettrochimici delle armature immerse in provini di calcestruzzo conservati in atmosfera naturale o in ambiente arricchito artificialmente in anidride carbonica.

#### 3.2.1 Potenziale elettrochimico in ambiente naturale

Il potenziale elettrochimico delle armature dei campioni esposti alla carbonatazione naturale (peraltro non raggiunte in alcun caso dal fronte di carbonatazione) si mantiene sempre all'interno di una fascia di valori compresi tra -370 mV e -580 mV SSE, significativi dello stato di

passivazione delle armature stesse, e non sembra molto influenzato dal rapporto acqua/cemento del calcestruzzo, almeno nel periodo di osservazioni effettuate.

Ricordando che possono essere considerati indicativi di uno stato di corrosione in atto valori di potenziale compresi all'incirca tra -600 mV e -1250 mV SSE - come si può dedurre dal diagramma di Pourbaix (XI, XII, XIII, XIV) in corrispondenza di un valore del pH di 8,3, misurato sull'estratto acquoso del calcestruzzo - questo risultato conferma che i calcestruzzi non carbonatati costituiscono un ambiente passivante per le armature; le variazioni di potenziale elettrochimico registrate sono essenzialmente dipendenti dalle variazioni termoigrometriche delle condizioni atmosferiche.

### 3.2.2 Potenziale elettrochimico in ambiente arricchito in anidride carbonica

Il potenziale elettrochimico dei ferri di armatura dei provini soggetti a carbonatazione accelerata mostra, invece, notevoli variazioni nel tempo, come indicato dalla Fig.6, relativa al potenziale elettrochimico delle armature con un copriferro di 2 cm. Tuttavia tali variazioni non sono imputabili al processo di carbonatazione, in quanto l'andamento del potenziale nel tempo non è modificato dal raggiungimento dei ferri da parte del fronte di carbonatazione (punti C sulle curve di Fig.6).

L'andamento del potenziale elettrochimico, nei calcestruzzi carbonatati, dipende dal rapporto acqua/cemento e mostra come per i valori più bassi ( $a/c=0,35$  e  $a/c=0,50$ ) il potenziale delle armature tenda gradualmente verso valori meno negativi, e quindi rappresentativi della stabilità del film protettivo di ossido. Anche dopo che le armature sono state raggiunte dal fronte di carbonatazione ( $a/c=0,5$ ), i potenziali non mutano la loro tendenza, e questo è giustificabile probabilmente con la mancanza di acqua disponibile per la formazione di un velo liquido sulle armature, a causa del basso rapporto acqua/cemento.

Le barre annegate nei calcestruzzi con rapporti acqua/cemento più alti ( $a/c=0,65$  e  $a/c=0,80$ ) mostrano, invece, una iniziale tendenza verso potenziali più negativi per poi invertire tale tendenza. Questo avviene ancora una volta indipendentemente dal fatto che le armature siano state raggiunte dal fronte di carbonatazione. L'andamento iniziale verso potenziali più negativi è probabilmente dovuto alla crescente instabilità del film protettivo di ossido per la contemporanea disponibilità di acqua ed ossigeno in calcestruzzi maggiormente porosi. La successiva inversione di tendenza può essere, invece, spiegata dalla progressiva scomparsa del velo liquido di acqua sulla superficie delle armature, provocata dall'essiccamento di questi calcestruzzi porosi nell'ambiente insaturo di umidità (U.R.=75%). Infatti, variando l'umidità relativa ambientale dal 75% al 90% (curve tratteggiate nella Fig.6) si riscontra di nuovo un netto abbassamento del valore del potenziale, dovuto verosimilmente alla formazione di un nuovo velo liquido sulla superficie delle armature: tale effetto aumenta all'aumentare del rapporto acqua/cemento, proprio per la maggior capacità di assorbimento d'acqua da parte di calcestruzzi più porosi.

Dai dati sopra esposti, sembrerebbe quindi che il fattore determinante per il progredire della corrosione dei ferri non sia tanto il processo di carbonatazione del calcestruzzo - che, pure, è essenziale per la dissoluzione del film di ossido protettivo - quanto, invece, la possibilità

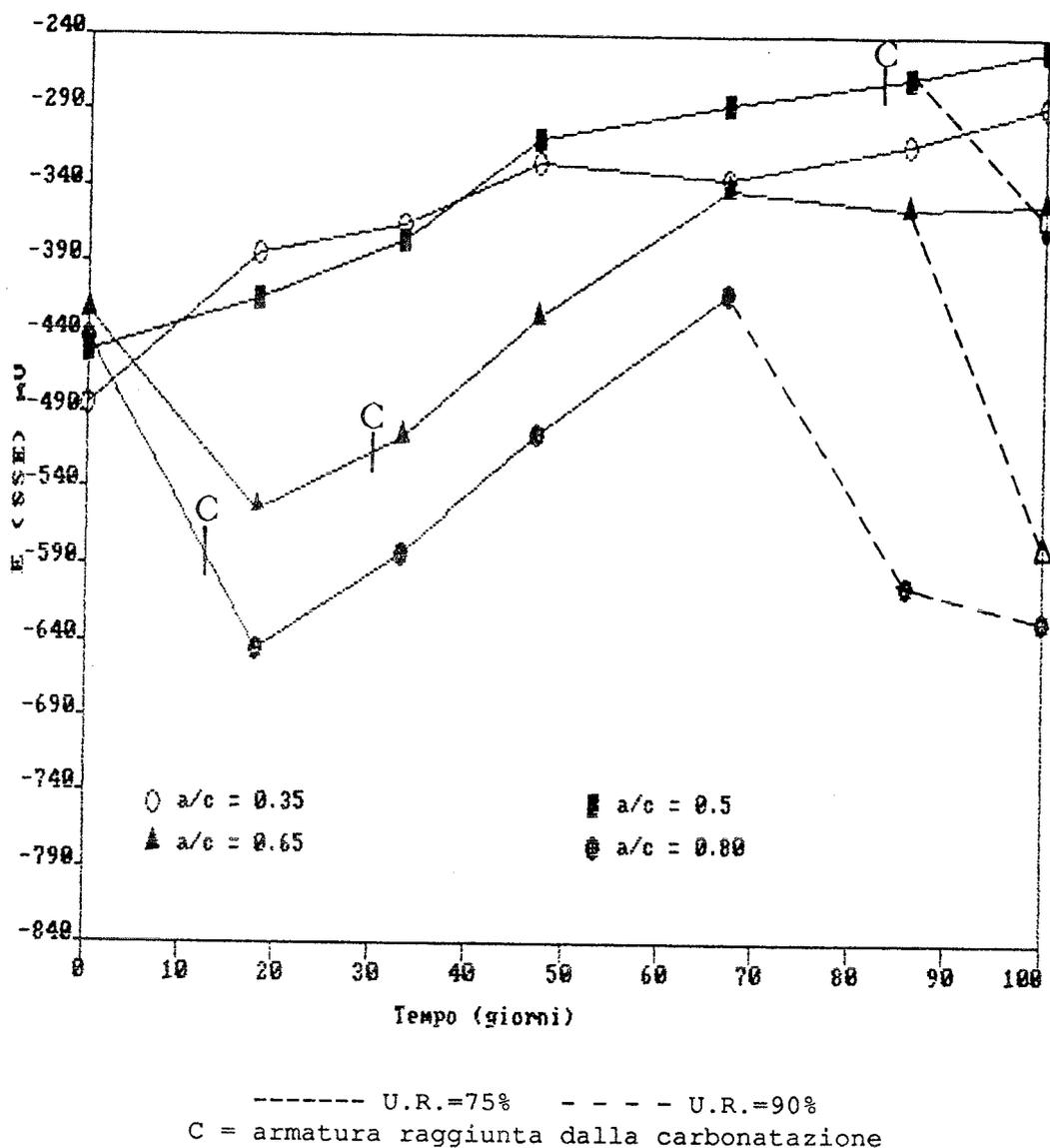


Fig.6 - Influenza del tempo di esposizione, del rapporto acqua/cemento e dell'umidità relativa sul potenziale elettrochimico delle barre di armatura poste a 2 cm di copriferro in provini di calcestruzzo di cemento portland in atmosfera al 30% di anidride carbonica.

di formazione di un velo liquido di acqua sulle armature, oltre ovviamente alla disponibilità di ossigeno.

Tali conclusioni sono state confermate dall'esame dei risultati riguardanti le armature protette da copriferri maggiori di 2 cm, qui non riportati per brevità.

### 3.3 Resistenza di polarizzazione

I valori della resistenza di polarizzazione per le armature con copriferro di 2 cm, mostrati in fig.7, crescono nel tempo in ambiente arricchito in anidride carbonica con U.R. del 75%, mentre l'aumento

dell'umidità relativa dal 75% al 90% (curve tratteggiate in Fig.7) provoca una brusca caduta della resistenza di polarizzazione. Il fronte di carbonatazione (punti C sulle curve di Fig.7) non sembra avere un'influenza diretta su tale andamento. Al contrario i valori della resistenza di polarizzazione per copriferri maggiori (Fig.8) si mantengono costantemente bassi nel tempo. Quest'ultimo comportamento è attualmente di difficile interpretazione, dal momento che i bassi valori di resistenza di polarizzazione, che dovrebbero indicare corrosione in atto, non sono giustificati dai corrispondenti valori di potenziale elettrochimico, che indicano, invece, condizioni di passività.

Gli andamenti della resistenza di polarizzazione riportati in Fig.7 appaiono congruenti con il modello proposto per l'interpretazione dell'an-

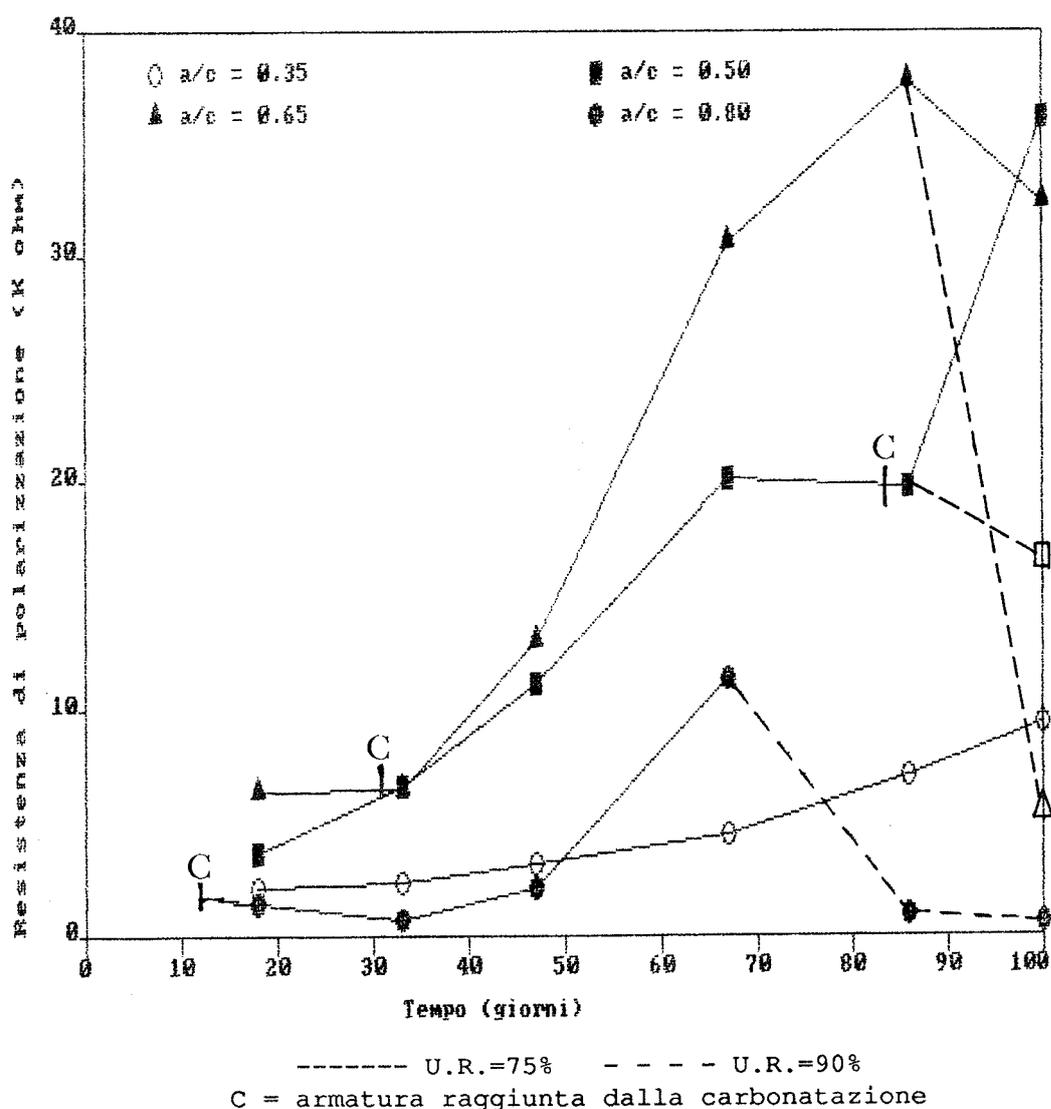
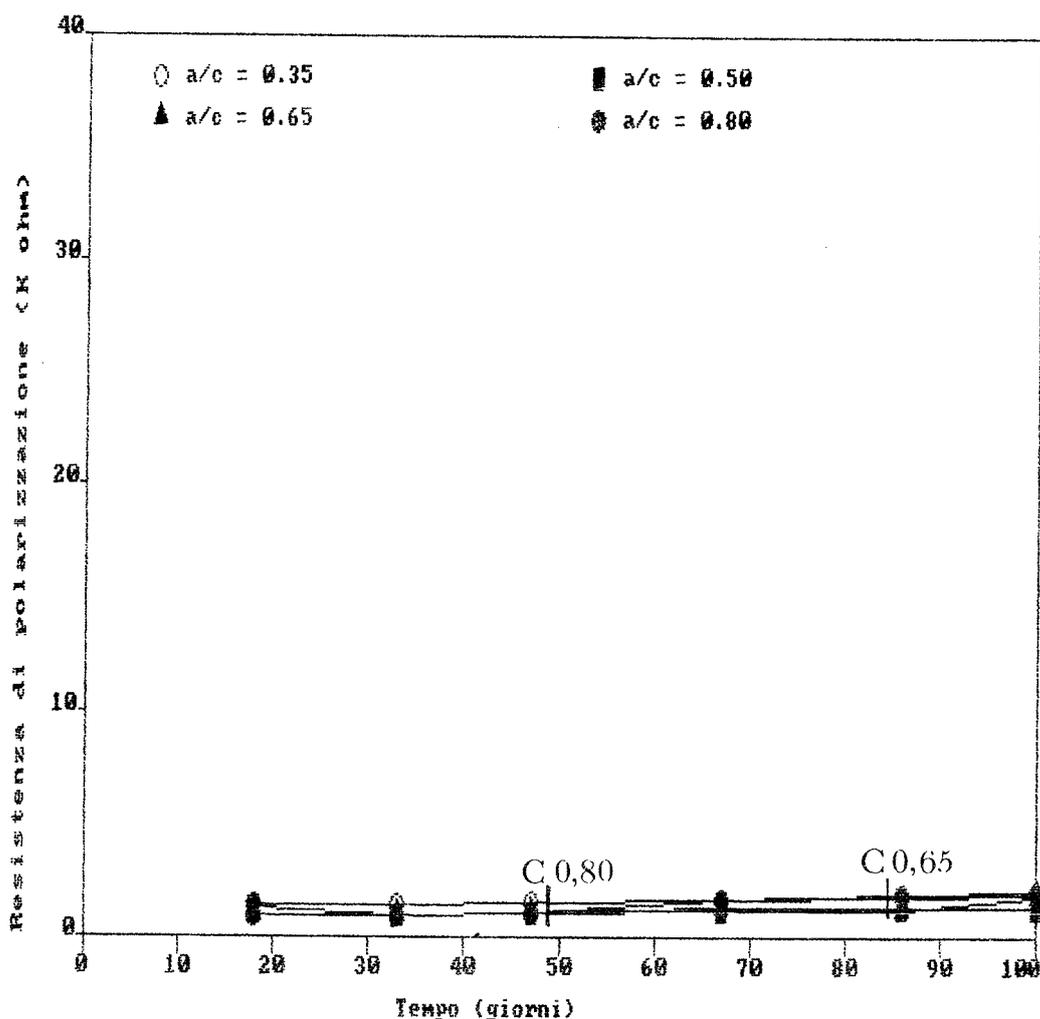


Fig.7 - Influenza del tempo di esposizione, del rapporto acqua/cemento e dell'umidità relativa sulla resistenza di polarizzazione delle barre di armatura poste a 2 cm di copriferro in calcestruzzi di cemento portland in atmosfera al 30% di anidride carbonica.



C 0,80 = armatura raggiunta dalla carbonatazione  
nel calcestruzzo con a/c=0,80  
C 0,65 = armatura raggiunta dalla carbonatazione  
nel calcestruzzo con a/c=0,65

Fig.8 - Influenza del tempo di esposizione e del rapporto acqua/cemento sulla resistenza di polarizzazione delle barre di armatura poste a 5 cm di copriferro in calcestruzzi di cemento portland in atmosfera al 30% di anidride carbonica e U.R.=75%.

damento del potenziale elettrochimico, basato sulla possibilità di formazione di un velo liquido sulla superficie delle armature.

Infatti, la resistenza di polarizzazione cresce nel tempo soprattutto per le armature annegate nei calcestruzzi con maggior rapporto acqua/cemento, e quindi più porosi e più facilmente essiccabili. L'anomalia mostrata dai valori della resistenza di polarizzazione relativi al calcestruzzo con rapporto acqua/cemento di 0,8 (il cui andamento è comunque coerente con gli altri) è oggetto di ulteriore approfondimento, anche se si ritiene che sia probabilmente imputabile alla complessa influenza

simultanea dei diversi parametri che condizionano l'equilibrio con l'umidità relativa ambientale per la formazione del velo liquido di acqua sulle armature. La variazione nei valori di potenziale elettrochimico e di resistenza di polarizzazione delle armature poste a 2 cm di copriferro nei calcestruzzi con rapporto acqua/cemento di 0,65 esposti a diversa umidità relativa (75% e 90%) fa supporre un diverso stato superficiale delle armature, ed ha quindi suggerito di constatare direttamente tale presunta differenza di condizioni superficiali scalzando lo strato di copriferro. Le armature del provino esposto ad umidità relativa del 90% hanno evidenziato segni di corrosione, mentre le armature del provino esposto ad umidità relativa del 75% hanno mostrato la superficie ricoperta di ossido protettivo. Si può così dedurre che bassi valori del potenziale elettrochimico accompagnati da bassi valori della resistenza di polarizzazione indichino un effettivo stato di corrosione.

L'osservazione visiva della corrispondente armatura anegata nel calcestruzzo con rapporto acqua/cemento di 0,35 e posta a 2 cm di copriferro, per la quale risultano bassi valori della resistenza di polarizzazione ed alti valori di potenziale, non ha evidenziato peraltro alcun segno di corrosione.

Si può, quindi, concludere che bassi valori della resistenza di polarizzazione indichino un'effettiva attività corrosiva solo se accompagnati da bassi valori del potenziale elettrochimico.

L'aggiunta di cenere volante - per brevità qui non esaminata - anche se modifica la cinetica di carbonatazione, non cambia in alcun modo i risultati descritti per i calcestruzzi con solo cemento portland.

#### 4. CONCLUSIONI

I risultati del presente lavoro dimostrano che:

- 1 - La profondità di carbonatazione nel calcestruzzo dipende fortemente dal rapporto acqua/cemento e cresce all'aumentare di questo.
- 2 - L'aggiunta di cenere volante senza riduzione del cemento riduce la profondità di penetrazione dell'anidride carbonica, mentre l'aggiunta di cenere volante in sostituzione di parte del cemento (cemento pozzolanico) porta ad un aumento della profondità di carbonatazione.
- 3 - Dall'osservazione diretta delle armature si è dimostrata la validità delle misure di potenziale elettrochimico, accoppiate alle misure di resistenza di polarizzazione, nel rilevare stati di corrosione in atto: infatti, valori più negativi del potenziale e bassi valori della resistenza di polarizzazione sono indice di corrosione.
- 4 - Le singole misure di potenziale elettrochimico o di resistenza di polarizzazione, prese separatamente, non possono essere considerate attendibili, quando sono effettuate su sistemi complessi come il calcestruzzo armato.
- 5 - Il processo di carbonatazione, in totale assenza di cloruri, appare condizione necessaria ma non sufficiente per innescare il processo di corrosione delle armature nel calcestruzzo armato, che sembra invece fortemente condizionato dall'umidità relativa ambientale, oltre che, ovviamente, dalla disponibilità di ossigeno.
- 6 - La presenza di cenere volante, in aggiunta o in sostituzione del cemento, non modifica il comportamento alla corrosione delle armature rispetto a quelle nei calcestruzzi con cemento portland.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- I - C.ANDRADE, V.CASTELO, C.ALONSO, J.A.GONZALES: The determination of the corrosion rate of steel embedded in concrete by the polarization resistance and AC impedance methods, in "Corrosion effect of stray currents and the techniques for evaluating corrosion of rebars in concrete", ASTM STP 906, 43, 1986.
- II - P.PEDEFERRI: Corrosione e protezione di strutture metalliche e in cemento armato negli ambienti naturali, Ed.Clup, Milano, 432, 1987.
- III - ASTM C876-80: Standard test method for half cell potentials of reinforcing steel in concrete, 1980.
- IV - M.STERN, A.L.GEARY: Electrochemical polarization, J. Electrochem. Soc., 104(1), 56, 1957.
- V - J.A.GONZALES, A.MOLINA, M.L.ESCUDERO, C.ANDRADE: Errors in the electrochemical evaluation of very small corrosion rates - I. Polarization resistance method applied to corrosion of steel in concrete, Corr. Sci., 25(10), 917, 1985.
- VI - J.A.GONZALES, C.ALONSO, C.ANDRADE: Corrosion rate of reinforcements during accelerated carbonation of mortars made with different types of cement, in "Corrosion of reinforcement in concrete construction", A.P.Crane Ed., Ellis Horwood, Chichester, 159, 1983.
- VII - G.LAUER, R.A.OSTERYOUNG: Effect of uncompensated resistance on electrode kinetic and adsorption studies by chronocoulometry, Anal.Chem., 38, 1106, 1966.
- VIII - A.RIO: Influenza della carbonatazione e della penetrazione dei cloruri sulla durabilità dei conglomerati cementizi armati, Convegno A.I.T.E.C., La durabilità delle opere in calcestruzzo, Padova, 8-9 ottobre 1987, 267, 1987.
- IX - K.W.J.TREADAWAY, G.MACMILLAN, P.HAWKINS, C.FONTENAY: The influence of concrete quality on carbonation in Middle Eastern conditions - A preliminary study, in "Corrosion of reinforcement in concrete construction", A.P. Crane Ed., Ellis Horwood, Chichester, 101, 1983.
- X - D.W.S.HO, R.K.LEWIS: Carbonation of concrete and its prediction, Cem. Concr. Res., 17, 489, 1987.
- XI - M.POURBAIX: Atlas of Electrochemical Equilibria in Aqueous Solutions, Pergamon Press, Oxford, 1973.
- XII - M.POURBAIX: Applications of electrochemistry in corrosion science and in practice, Corr.Sci., 14, 25, 1974.
- XIII - C.M.HANSSON: Comments on electrochemical measurements of the rate of corrosion of steel in concrete, Cem. Concr. Res., 14, 574, 1984.
- XIV - ACI Committee 222: Corrosion of metals in concrete, ACI J., 82, 3, 1985.

SOLLECITAZIONI DA PRESSOFLESSIONE NELLE SEZIONI COMPOSITE IN FASI  
SUCCESSIVE DI LAVORO

MARIO COMO      GIORGIO LANNI

Professori di Ingegneria delle Strutture

Dipartimento di Ingegneria Civile Edile, Università di Roma Tor Vergata

SOMMARIO

Nel lavoro si affronta, nell'ambito del metodo delle tensioni ammissibili, il problema della verifica statica delle sezioni presso-(tenso)-inflesse sottoposte a lavorazioni di rinforzo, ad esempio sezioni rettangolari in c.a. rinforzate mediante incamiciature, in c.a. o mediante placcaggio di armatura, ovvero sezioni murarie ecc. rinforzate con cementazioni armate o cuciture. Il problema statico esaminato si incentra quindi nella valutazione delle sollecitazioni che si producono nelle sezioni variate che via via si determinano durante lo sviluppo della sequenza delle differenti fasi e nelle varie condizioni di lavoro. In questo ambito ed in prosieguo di un precedente studio degli A.A. sull'argomento (VI), si fornisce una metodologia di valutazione di tali stati di sollecitazione e si sviluppano vari esempi illustrativi.

SUMMARY

Aim of the paper is the stress analysis, according to the Working Stress Method, of reinforced concrete, masonry or concrete elements, under axial and bending loadings, post-reinforced with reinforced concrete coverings, steel-concrete gluings or tie rods etc. The static problem is centered on the evaluation of stresses produced during the development of the various stages of the reinforcing process under the various loading conditions. In this framework and in line with a previous paper of the authors on the same argument (VI), a complete method of stress analysis is given and some useful applications are developed.

## 1. PREMESSA

Oggetto del presente lavoro é lo studio della Statica di sezioni composite, cioe' costituite da parti di diverso materiale, eventualmente aggregate in fasi successive e sottoposte ad assegnate sequenze di carico. Molto frequente é oggi, per esempio, il problema della verifica statica di sezioni in c.a. sottoposte ad un processo di riparazione e di rinforzo, che ne modifica via via la geometria e le armature, e ad una sequenza di incrementi  $\Delta N_i$ ,  $\Delta M_i$  dello stato di sollecitazione assiale e flessionale (I, II).

Si pensi cosí ad esempio, alla sequenza degli stati di sollecitazione cui va incontro una sezione di un pilastro in c.a. sottoposto ad una lavorazione di rinforzo consistente nella placcatura di nuove armature (III, IV) e nell'esecuzione di una incamiciatura in spritzbeton. In questo caso possono distinguersi tre diverse fasi di lavoro:

fase 1 - Fase di lavoro iniziale della sezione non rinforzata.

La sezione preesistente del pilastro, generalmente privata dal calcestruzzo copriferro, é soggetta allo stato di sollecitazione  $\Delta N_1, \Delta M_1$  derivante dai carichi, di regola ridotti, agenti sulle travi e solai che scaricano sul pilastro in riparazione.

fase 2 - Fase di lavoro permanente della sezione rinforzata

La sezione é stata rinforzata ed a rinforzo eseguito é stata sottoposta all'incremento di sollecitazione  $\Delta N_2, \Delta M_2$ , derivante dall'applicazione dai carichi che, inizialmente rimossi durante l'esecuzione del rinforzo, ripristinano la condizione di carico permanente sul pilastro.

fase 3 - Fase di lavoro istantaneo della sezione rinforzata.

Sulla sezione del pilastro agisce l'incremento di sollecitazione  $\Delta N_3, \Delta M_3$ , di carattere istantaneo, derivante, ad esempio, dall'azione sismica.

La risposta della sezione nelle diverse fasi di lavoro, oltre che dalla geometria variata e dalle armature aggiunte, dipende dalla diversa risposta esplicata dai calcestruzzi costituenti la sezione preesistente e l'incamiciatura ed inoltre dai diversi moduli di elasticità che devono essere attribuiti ai calcestruzzi stessi in relazione all'applicazione di sollecitazioni permanenti o istantanee (V). La risposta delle sezioni in

c.a., infatti, per il comportamento viscoelastico del calcestruzzo, è influenzata dalla velocità di carico e può essere valutata, in via approssimata, utilizzando due diversi moduli di elasticità: quello di lunga durata e quello istantaneo.

Situazioni analoghe si incontrano, ovviamente, nell'analisi statica di sezioni riparate o rinforzate di travi in c.a. Ancora analoghi sono i problemi di verifica statica nelle varie fasi di lavoro delle sezioni di appoggio in fondazione di opere di sostegno, anch'esse sottoposte a rinforzo mediante l'esecuzione di cementazioni armate ed ancoraggi. Si faccia ad esempio riferimento alla fig.1 che descrive le varie fasi di lavoro di un muro di sostegno, in muratura o in calcestruzzo, così articolate:

fase 1 - Fase iniziale di lavoro del muro non rinforzato.

La sezione di appoggio sul piano di fondazione del muro è sottoposta allo stato di sollecitazione  $\Delta N_1$ ,  $\Delta M_1$  derivante dal peso proprio del muro e dalla spinta del terrapieno.

fase 2 - Fase di lavoro permanente del muro rinforzato. Il rinforzo del muro di sostegno è consistito nell'esecuzione di cementazioni armate ed ancoraggi, come illustrato nella Fig.2, che realizzano un'armatura solidale alla muratura nelle zone inferiori più sollecitate ed ancora l'ancoraggio al terreno di appoggio. Può pensarsi allora che, a rinforzo realizzato, sia stato ripristinato un sovraccarico permanente  $q$  agente sul terrapieno a ridosso del muro. Le sezioni del muro sono ora rinforzate dalla presenza delle cementazioni armate e dagli ancoraggi. Sulla sezione di base, allora, ora armata, agirà l'incremento di sollecitazione  $\Delta N_2$ ,  $\Delta M_2$ . Questo, sul piano di appoggio della muratura determinerà incrementi di pressione che si aggiungeranno a quelli ivi già presenti dalla prima fase.

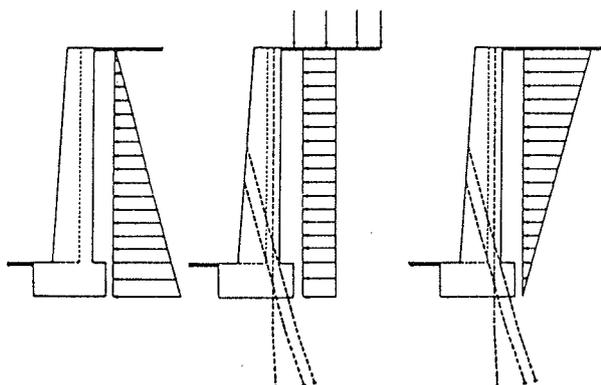


Fig.1

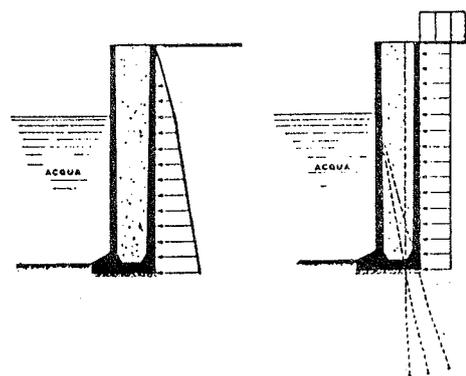


Fig.2

Nei tiranti, invece, prima assenti, lo stato di sollecitazione dipenderà dal solo incremento  $\Delta N_2, \Delta M_2$ .

fase 3 - Fase di lavoro istantaneo, per effetto sismico, del muro rinforzato.

Si immagina che, a rinforzo eseguito, agisca sul muro un incremento di spinta del terrapieno dovuto all'azione sismica. Sulla sezione di appoggio del muro agirà pertanto l'incremento di sollecitazione  $\Delta N_3, \Delta M_3$ , dovuto a tale incremento di spinta. Anche in questo caso, per il carattere istantaneo di tale condizione di carico, la risposta del terreno di base può essere diversa da quella relativa alle fasi 1 e 2.

Situazioni analoghe a questa ora considerata si incontrano ancora frequentemente in altre categorie di lavori, ad esempio nell'ambito delle costruzioni marittime, quando è richiesta l'esecuzione di rinforzi di sottofondazione a mezzo di micropali di strutture a cassone in c.a. a sostegno di banchine portuali sulle quali debbano applicarsi importanti incrementi di sovraccarico (Fig.2).

Il complesso di tali problemi non è analizzabile mediante applicazione della tradizionale statica del c.a. e non sempre è di immediata soluzione. In questo ambito ed in prosieguo di un precedente studio degli AA. sull'argomento (VI), in questo lavoro si procede all'analisi sistematica del problema della valutazione degli stati di sollecitazione che si determinano via via nelle sezioni rinforzate, di varia natura, nelle differenti fasi costruttive e durante lo sviluppo della sequenza delle varie condizioni di lavoro.

## 2. LA FORMULAZIONE DEL PROBLEMA E LE EQUAZIONI RISOLUTIVE

Si considera una sezione rettangolare in c.a. costituita da una parte interna detta convenzionalmente "nucleo" (zona bianca di fig.3a) e da una parte esterna detta "ricoprimento" (zona punteggiata di fig.3a).

L'armatura è costituita da un certo numero di "registri" (tratti orizzontali ispessiti di fig.3a), ciascuno caratterizzato da un'area globale di acciaio e da una distanza dal bordo superiore del ricoprimento. La sezione è soggetta ad un certo numero di fasi di lavoro distinte, ciascuna caratterizzata da un valore dello sforzo normale e del momento flettente, nonché dai valori dei moduli di elasticità dei vari materiali componenti la sezione. Pertanto l'assenza, in una certa fase di lavoro, del nucleo, del

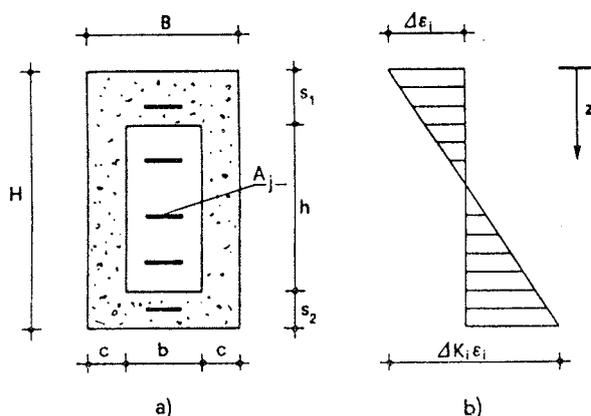


Fig.3

ricoprimento o di un registro può essere indicata assegnando in corrispondenza un valore nullo del modulo di elasticità.

Si adottano i seguenti simboli con il relativo significato qui di seguito specificato:

$i$  : indice caratteristico della fase di lavoro

$n_f$  : numero delle fasi di lavoro

$b, h$  : dimensioni del nucleo

$B, H$  : dimensioni della sezione complessiva del nucleo e del ricoprimento

$E_{ci}$  : modulo di elasticità del nucleo nella  $i$ ma fase di lavoro

$E_{ri}$  : modulo di elasticità del ricoprimento nella  $i$ ma fase di lavoro

$j$  : indice caratteristico del registro

$n_a$  : numero dei registri

$A_j$  : area metallica dello  $j$ mo registro

$d_j$  : distanza dello  $j$ mo registro dal bordo superiore del ricoprimento

$E_{fi, j}$  : modulo di elasticità dello  $j$ mo registro nella  $i$ ma fase di lavoro

$\Delta N_i$  : incremento di sforzo normale relativo alla  $i$ ma fase di lavoro

(positivo se di compressione)  $\Delta M_i$  : incremento di momento flettente relativo alla  $i$ ma fase di lavoro (positivo se tende le fibre inferiori)

$D_i$  : distanza di  $\Delta N_i$  dal bordo superiore del ricoprimento.

Se si indicano con i simboli  $N_i, M_i$  (accompagnati da opportuni pedici) il risultante e il momento risultante, rispetto al bordo superiore del

ricoprimento, degli sforzi interni totali agenti nei vari materiali alla ima fase di lavoro, si possono scrivere simbolicamente le equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione relative alla ima fase di lavoro stessa:

$$N_{ci} + N_{ri} + N_{fi} = \sum_1^i \Delta N_k \quad (1)$$

$$M_{ci} + M_{ri} + M_{fi} = \sum_1^i \Delta M_k - \sum_1^i \Delta N_k D_k$$

dove con  $\sum_1^i$  si intende la somma estesa a tutti gli elementi per  $k$  variabile tra 1 ed  $i$ . Se si indica ancora con  $\Delta \varepsilon_i(z)$  il campo di deformazioni prodotto dall'applicazione degli sforzi esterni  $\Delta N_i$  e  $\Delta M_i$  nella ima fase di lavoro, si può porre, con riferimento alla fig. 1b,

$$\Delta \varepsilon_i(z) = \Delta \varepsilon_i (1 - \Delta K_i z/H) \quad (2)$$

dove  $\Delta \varepsilon_i$  rappresenta la deformazione al bordo superiore del ricoprimento (positiva se di contrazione) e  $\Delta K_i$  è un parametro adimensionale legato alla curvatura.

Con riferimento in particolare al nucleo la deformazione complessiva alla generica fase  $i$  è allora rappresentata come

$$\varepsilon_{ci}(z) = \sum_1^i \Delta \varepsilon_k(z) = \sum_1^i \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_i z/H) \quad (3)$$

La posizione dell'asse neutro "cinematico" cioè delle fibre su cui si annullano le deformazioni  $\varepsilon_{ci}$  alla generica fase  $i$  è allora definita dalla quantità  $a^*_{ci}$

$$a^*_{ci} = H ( \sum_1^i \Delta \varepsilon_k ) / ( \sum_1^i \Delta K_k \Delta \varepsilon_k ) \quad (4)$$

Con riferimento in particolare al nucleo, il regime di sollecitazione nella ima fase di lavoro si può esprimere nel modo seguente:

$$\sigma_{ci}(z) = \sum_1^i E_{ck} \Delta \varepsilon_k(z) \quad (5)$$

ovvero

$$\sigma_{ci}(z) = E_f \sum_1^i n_{ck} \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_k z/H) \quad (5')$$

dove si è posto

$$n_{ci} = E_{ci}/E_f \quad (6)$$

con  $E_f$  modulo di elasticità dell'acciaio.

La posizione dell'asse neutro "statico" nella ima fase di lavoro cioè

delle fibre su cui si annullano le sollecitazioni  $\sigma_{ci}$  é allora definita dalla quantità  $a_{ci}$

$$a_{ci} = H (\sum_1^i n_{ck} \Delta \varepsilon_k) / (\sum_1^i n_{ck} \Delta K_k \Delta \varepsilon_k) \quad (7)$$

ovvero, più semplicemente

$$a_{ci} = H \gamma_{ci} / \delta_{ci} \quad (8)$$

dove

$$\gamma_{ci} = \sum_1^i n_{ck} \Delta \varepsilon_k \quad \delta_{ci} = \sum_1^i n_{ck} \Delta K_k \Delta \varepsilon_k \quad (9)$$

E' evidente quindi che se i coefficienti  $n_{ck}$  sono diversi da fase a fase la quantità  $a_{ci}$  risulterà differente dalla quantità  $a^*_{ci}$  e quindi l'asse neutro "cinematico" sarà distinto dall'asse neutro "statico".

Si procede ora alla valutazione della risultante e del momento risultante degli sforzi interni nel nucleo e, successivamente, nel ricoprimento.

Si ha allora nel nucleo

$$N_{ci} = b \int_{l'_{ci}}^{l''_{ci}} \sigma_{ci}(z) dz \quad (10)$$

ovvero, tenendo in conto le (5'), (7), (8), (9) si ottiene

$$N_{ci} = b E_f [\gamma_{ci} (l''_{ci} - l'_{ci}) - 1/2 \delta_{ci} (l''_{ci}{}^2 - l'_{ci}{}^2) / H] \quad (11)$$

con i limiti di integrazione forniti dalle seguenti relazioni

$$l'_{ci} = \begin{cases} 0 & \text{se } a_{ci} < s_1 \\ s_1 & \text{se } a_{ci} > s_1 \end{cases} \quad (12)$$

$$l''_{ci} = \begin{cases} 0 & \text{se } a_{ci} < s_1 \\ a_{ci} & \text{se } a_{ci} < s_1 + h \\ s_1 + h & \text{se } a_{ci} > s_1 + h \end{cases} \quad (13)$$

In modo analogo si ottiene il momento risultante  $M_{ci}$  degli sforzi interni nella stessa generica fase di lavoro

$$M_{ci} = b \int_{l'_{ci}}^{l''_{ci}} \sigma_{ci}(z) z dz \quad (14)$$

ovvero, tenendo in conto le (5'), (7), (8), (9) si ottiene

$$M_{ci} = b E_f [(1/2) \gamma_{ci} (l''_{ci}{}^2 - l'_{ci}{}^2) - 1/3 \delta_{ci} (l''_{ci}{}^3 - l'_{ci}{}^3) / H] \quad (15)$$

con i limiti di integrazione  $l'_{ci}$ ,  $l''_{ci}$  ancora espressi dalle (12) e (13).

Passando al ricoprimento e procedendo in modo analogo a quanto si é fatto

per il nucleo, il regime di sollecitazione nella *ima* fase di lavoro vale

$$\sigma_{ri}(z) = \sum_1^i E_{rk} \Delta \varepsilon_k(z) \quad (16)$$

ovvero

$$\sigma_{ri}(z) = E_f \sum_1^i n_{rk} \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_k z/H) \quad (16')$$

dove si è posto

$$n_{ri} = E_{ri}/E_f \quad (17)$$

La posizione dell'asse neutro "statico" è fornita da una relazione analoga alla (7)

$$a_{ri} = H \left( \sum_1^i n_{rk} \Delta \varepsilon_k \right) / \left( \sum_1^i n_{rk} \Delta K_k \Delta \varepsilon_k \right) \quad (18)$$

ovvero, più semplicemente

$$a_{ri} = H \gamma_{ri} / \delta_{ci} \quad (18')$$

dove

$$\gamma_{ri} = \sum_1^i n_{rk} \Delta \varepsilon_k \quad \delta_{ri} = \sum_1^i n_{rk} \Delta K_k \Delta \varepsilon_k \quad (19)$$

Esprimendo la risultante degli sforzi interni  $N_{ri}$  nel modo seguente

$$N_{ri} = B \int_0^{l_i} \sigma_{ri}(z) dz - b \int_{l'_{ri}}^{l''_{ri}} \sigma_{ri}(z) dz \quad (20)$$

si ottiene dopo qualche passaggio

$$N_{ri} = BE_f \left[ \gamma_{ri} l_i - 1/2 \delta_{ri} l_i^2/H \right] - \left[ \gamma_{ri} (l''_{ri} - l'_{ri}) - 1/2 \delta_{ri} (l''_{ri}^2 - l'_{ri}^2)/H \right] \quad (21)$$

dove i limiti di integrazione  $l'_{ri}$  e  $l''_{ri}$  sono forniti da relazioni analoghe alle (12), (13) mentre il limite di integrazione  $l_i$  vale

$$l_i = \begin{cases} a_{ri} & \text{se } a_{ri} < s_1 + h + s_2 \\ s_1 + h + s_2 & \text{se } a_{ri} > s_1 + h + s_2 \end{cases} \quad (22)$$

In modo perfettamente analogo si ottiene per il momento risultante degli sforzi interni  $M_{ri}$  l'espressione

$$M_{ri} = BE_f \left( 1/2 \gamma_{ri} l_i^2 - 1/3 \delta_{ri} l_i^3/H \right) - bE_f \left[ 1/2 \gamma_{ri} (l''_{ri}^2 - l'_{ri}^2) - 1/3 \delta_{ri} (l''_{ri}^3 - l'_{ri}^3)/H \right] \quad (23)$$

Passando infine alle armature, per la risultante  $N_{fi}$  e il momento risultante  $M_{fi}$  degli sforzi interni si ottengono le seguenti semplici espressioni

$$N_{fi} = \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_k d_j / H) A_j E_{fi,j} \quad (24)$$

$$M_{fi} = \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_k d_j / H) A_j E_{fi,j} d_j \quad (25)$$

Sostituendo le espressioni di  $N_{ci}, N_{ri}, N_{fi}$  e  $M_{ci}, M_{ri}, M_{fi}$ , fornite dalle (11), (21), (24), (15), (23), (25) nelle (1) si ottiene, per ciascuna fase di lavoro, un sistema non lineare di due equazioni algebriche; la generica  $i$ ma equazione presenta le sole due incognite  $\Delta \varepsilon_i$  e  $\Delta k_i$  se preventivamente si sono risolti i sistemi relativi alle fasi di lavoro precedenti. Calcolate allora, con uno dei vari metodi forniti dal calcolo numerico, le quantità  $\Delta \varepsilon_i$  e  $\Delta k_i$  per  $i = 1, \dots, n_f$ , è possibile determinare facilmente lo stato tensionale della sezione in ciascuna fase di lavoro. Per esempio la tensione  $\sigma_{ci}$  al bordo superiore del calcestruzzo del copriferro del nucleo sarà, tenendo conto della (4)

$$\sigma_{ci} = E_f \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_k n_{ck} (1 - \Delta K_k s_1 / H) \quad i = 1, \dots, n_f \quad (26)$$

Ancora, la tensione  $\sigma_{ri}$  al bordo superiore del cls. del ricoprimento sarà, tenendo conto della (14)

$$\sigma_{ri} = E_f \sum_{k=1}^i \Delta \varepsilon_k n_{rk} \quad i = 1, \dots, n_f \quad (27)$$

Infine la tensione  $\sigma_{fi,j}$  nell'acciaio corrispondente al  $j$ mo registro sarà

$$\sigma_{fi,j} = \sum_{k=1}^i E_{fi,j} \Delta \varepsilon_k (1 - \Delta K_k d_j / H) \quad i = 1, \dots, n_f \quad (28)$$

La soluzione dei sistemi di equazioni algebriche non lineari definiti dalle (1) richiede la costruzione di un programma di calcolo automatico che utilizzi uno dei metodi forniti allo scopo dall'analisi numerica. La semplice tecnica di soluzione adottata consiste nel porre il generico sistema delle due equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione nella forma

$$f(\Delta \varepsilon, \Delta K) = 0 \quad (29)$$

$$g(\Delta \varepsilon, \Delta K) = 0$$

dove quindi  $f$  e  $g$  rappresentano gli "squilibri" alla traslazione e alla rotazione, funzioni di  $\Delta \varepsilon, \Delta K$ . Fissato allora un primo valore di tentativo

$\Delta\varepsilon^*$  di  $\Delta\varepsilon$ , la prima delle (28) diventa un'equazione non-lineare nella sola incognita  $\Delta K$

$$f(\Delta\varepsilon^*, \Delta K) = 0 \quad (30)$$

La soluzione della (30) é facilmente ottenibile col metodo iterativo delle "successive secanti". Si individua in pratica il valore di  $\Delta K$  che, per un assegnato  $\Delta\varepsilon$  annulla lo squilibrio alla traslazione e pertanto si definisce un legame di dipendenza di  $\Delta\varepsilon^*$  da  $\Delta K$ ; la seconda della (29) si può allora scrivere come un'equazione non lineare nella sola incognita  $\Delta\varepsilon$

$$g[\Delta\varepsilon^*, \Delta K(\Delta\varepsilon)] = 0 \quad (31)$$

e si può quindi anch'essa risolvere con il metodo delle successive secanti.

#### 4. APPLICAZIONI CONCRETE

Esempio 1. Sezione di un pilastro in c.a sottoposto a rinforzo mediante placcaggio di nuove armature ed incamiciatura in spritzbeton. (Fig. 4).

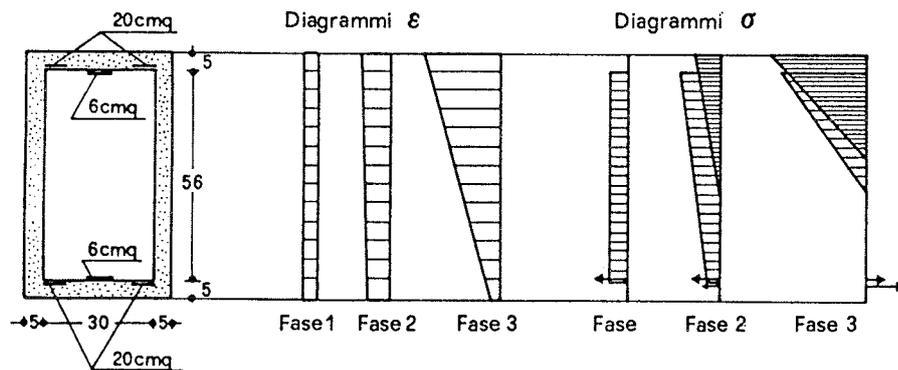


Fig. 4

Fase 1: la sezione iniziale del pilastro e' stata privata del cls. copriferro. Dimensioni sezione i 30cm X 56cm. Aree armature presenti nella fase:  $A_f = 6 \text{ cmq}$  superiormente ed inferiormente. Caratteristiche della sollecitazione (permanenti) agenti nella fase:  $\Delta N_1 = 60t$ ,  $\Delta M_1 = 0$ . Modulo di elasticita' del Cls. per sollecitazioni di lunga durata: si assume  $E_{c1} = 150.000 \text{ kg/cmq}$ . Dal calcolo risulta:  $\sigma_{c,1} = 32 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f1,2} = 433 \text{ kg/cmq}$ .

Fase 2: E' stato eseguito il placcaggio delle nuove armature e

l'incamiciatura in spritzbeton. Le dimensioni della sezione ad incamiciatura effettuata sono: 40cm X 66cm. Aree armature aggiunte:  $A_f = 20$  cmq superiormente ed inferiormente. Caratteristiche della sollecitazione (permanenti) agenti nella fase:  $\Delta N_2 = 20t$ ,  $\Delta M_2 = 10tm$ . Modulo di elasticita' del Cls. del nucleo per sollecitazioni di lunga durata: si assume  $E_{C2} = 150.000$  kg/cmq. Modulo di elasticita' del Cls. del ricoprimento per sollecitazioni di lunga durata: si assume  $E_{R2} = 200.000$  kg/cmq. Dal calcolo risulta:  $\sigma_{C,2} = 56$ kg/cmq;  $\sigma_{R,2} = 36$ kg/cmq;  $\sigma_{f2,2} = 211$ kg/cmq;  $\sigma_{f2,4} = -222$ kg/cmq.

Fase 3: stesse dimensioni ed armature come nella Fase 2. Caratteristiche della sollecitazione, derivante da azione sismica (sollecitazione istantanea) nella fase:  $\Delta N_3 = 10t$ ,  $\Delta M_3 = 15tm$ . Modulo di elasticita' del Cls. del nucleo per sollecitazione istantanea: si assume  $E_{C3} = 200.000$  kg/cmq. Modulo di elasticita' del Cls. del ricoprimento per sollecitazione istantanea: si assume  $E_{R3} = 250.000$  kg/cmq. Dal calcolo risulta:  $\sigma_{C,3} = 116$ kg/cmq;  $\sigma_{R,3} = 129$ kg/cmq;  $\sigma_{f3,2} = -787$ kg/cmq;  $\sigma_{f3,4} = -1220$ kg/cmq.

Esempio 2. Sezione al piede di un'opera di sostegno in muratura rinforzata con cuciture e micropali. (Fig.5).

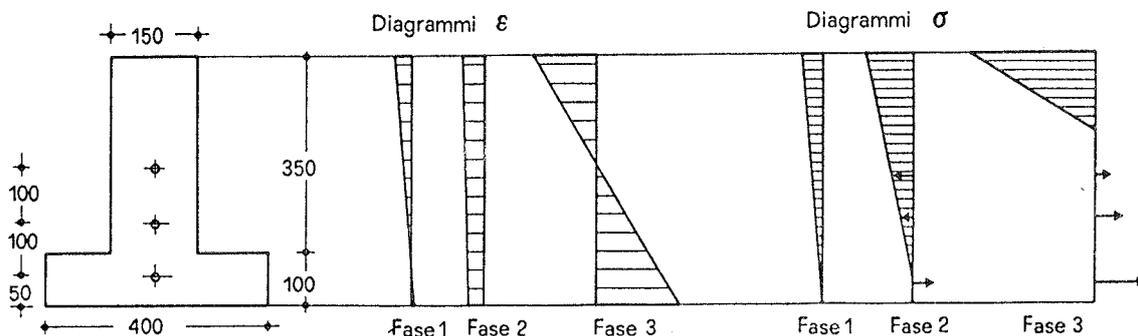


Fig.5

Fase 1: Si considera la sezione di base, sul piano di fondazione.

Dimensioni sezione, come da disegno. Armature presenti nella fase: nessuna. Caratteristiche della sollecitazione (permanenti) nella fase:

$\Delta N_1 = 200t$ ,  $\Delta M_1 = 200tm$ . Dal calcolo risulta:  $\sigma_{R,1} = 6$ kg/cmq.

Fase 2: Il muro di sostegno è stato rinforzato mediante esecuzione di

cementazioni armate e micropali. Dimensioni della sezione: come nella fase 1. I 3 micropali hanno aree di acciaio  $A_f = 15 \text{ cmq/micropalo}$  disposte, nel piano della sezione di base del muro come dal disegno. Caratteristiche della sollecitazione (permanenti) nella fase:  $\Delta N_2 = 50t, \Delta M_2 = 100tm$ . Modulo di elasticità della muratura consolidata per sollecitazioni di lunga durata: si assume  $E_{R2} = 25.000 \text{ kg/cmq}$ . Modulo di elasticità degli ancoraggi:  $E_f = 500.000 \text{ kg/cmq}$ . Dal calcolo risulta:  $\sigma_{r,2} = 8 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,2,1} = -10 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,2,2} = 3 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,2,3} = 17 \text{ kg/cmq}$ .

Fase 3: Sul muro, rinforzato, agisce l'azione sismica. Dimensioni ed armature come nella Fase 2. Caratteristiche della sollecitazione (istantanee) nella fase:  $\Delta N_3 = 50t, \Delta M_3 = 400tm$ . Modulo di elasticità della muratura consolidata per sollecitazioni istantanee: si assume  $E_{R2} = 50.000 \text{ kg/cmq}$ . Modulo di elasticità degli ancoraggi:  $E_f = 500.000 \text{ kg/cmq}$ . Dal calcolo risulta:  $\sigma_{r,3} = 33 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,3,1} = -720 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,3,2} = -466 \text{ kg/cmq}$ ;  $\sigma_{f,3,3} = -213 \text{ kg/cmq}$ .

#### BIBLIOGRAFIA

- (I) M. MELE, "La riparazione degli edifici danneggiati ed il rafforzamento antisismico delle strutture in c.a. ed in acciaio" Atti Giornata AICAP, Venezia, 1977.
- (II) A. ALBI MARINI, M. S. GUELLA, E. CHIESURA, M. VALENTE "Sul risanamento statico delle strutture in calcestruzzo armato lesionate o degradate" VIII Congr. sulla Manutenzione edifici.., Trieste, 1977
- (III) R. L'HERMITE, J. BRESSON, "Béton armé d'armatures collées: Colloque RILEM "Recherches Experimentales sur les nouveaux developpement apportés par les résines synthétiques aux techniques de construction", Paris, 1967, U.T.I. Vol. II, 1967.
- (IV) J. BRESSON "Nouvelle recherches et applications concernant l'utilisation del collages dans les structures. Béton plaqué." Annales de l'Inst. Techn. du Beton et des Travaux Publics, 278, 1971
- (V) M. COMO, P. MALANGONE "Sulla risposta delle sezioni in c.a. ad incrementi istantanei di sforzo successivi a sollecitazioni permanenti", Giornale del Genio Civile, Fasc. 1-2-3, 1982
- (VI) M. COMO, G. LANNI "Sulla Statica delle sezioni rinforzate in c.a." Dipartimento di Ingegneria Civ. Ed., Università di Roma T.V, Rapp. Scient. n°6, 1986.

DOMINI DI INTERAZIONE  $N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  PER SEZIONI RETTANGOLARI  
IN CEMENTO ARMATO RINFORZATE MEDIANTE INCAMICIATURA

MICHELE CONTALDO - GIUSEPPE FAELLA

Istituto Tecnica delle Costruzioni  
Facoltà di Ingegneria - Napoli -

SOMMARIO

Si esamina il comportamento di sezioni rettangolari in c.a. rinforzate mediante incamiciatura in conglomerato cementizio armato e soggette a sforzo normale e flessione biassiale in regime non lineare. Viene descritto un algoritmo di calcolo che consente l'analisi allo stato limite ultimo per tensioni normali e la costruzione di domini di interazione.

SUMMARY

In this paper the non-linear behaviour of rectangular reinforced concrete sections with a reinforced concrete jacket and subjected to axial compression and biaxial bending is examined. A mathematical formulation which allows the analysis at the ultimate limit state under normal stresses and provides the interaction curves is presented.

1. INTRODUZIONE

La modifica dei carichi di esercizio ovvero la riduzione della capacità portante per danneggiamento o deterioramento può comportare la necessità di procedere al rinforzo di elementi strutturali in cemento armato. Quando è possibile modificare le dimensioni di tali elementi, il rinforzo può essere eseguito realizzando una incamiciatura con conglomerato cementizio armato. Tale tecnica risulta particolarmente idonea e di semplice realizzazione nel caso di pilastri potendosi infatti ottenere, con una opportuna disposizione delle armature di rinforzo, anche un cerchiamento della preesistente sezione con indubbi vantaggi sul suo comportamento ad incrementi di carico.

In generale la problematica che si pone nel rinforzo di elementi strutturali in c.a. è se privilegiare incrementi della duttilità o della resistenza; in aggiunta si pone la scelta se affidare per intero le sollecitazioni al solo rinforzo o anche alla preesistente sezione. In quest'ultimo caso è necessario garantire, con una delle molteplici tecniche operative disponi-

bili, la solidarietà del nuovo materiale al preesistente.

Da un punto di vista statico la valutazione dell'efficienza del rinforzo richiede la verifica di sezioni in cemento armato realizzate in più fasi e con materiali che possono essere caratterizzati da differenti proprietà meccaniche.

Nel presente lavoro si affronta la valutazione della capacità portante allo stato limite ultimo per tensioni normali di sezioni rettangolari in c.a. rinforzate, portando in conto il contributo offerto dalla sezione preesistente, ipotizzata soggetta ad un assegnato valore di sforzo normale. A tal fine si sono tracciati i domini di interazione  $N, M_x, M_y$ , in termini adimensionali, al variare dei parametri che definiscono la sezione preesistente ed il rinforzo. La procedura di calcolo utilizzata è uno sviluppo di quella messa a punto dagli autori e riportata in (VII).

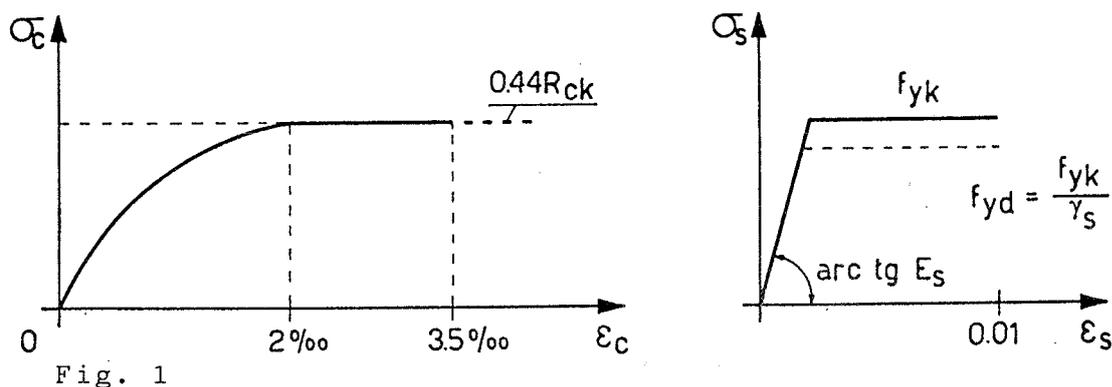
## 2. IMPOSTAZIONE TEORICA DEL PROBLEMA

Le sollecitazioni che caratterizzano la situazione limite ultima vengono ricavate assumendo le seguenti ipotesi usuali :

- 1 - conservazione delle sezioni piane fino a rottura;
- 2 - aderenza acciaio-calcestruzzo fino a rottura;
- 3 - assenza di resistenza a trazione nel calcestruzzo;
- 4 - tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio funzioni assegnate delle deformazioni;
- 5 - raggiungimento dello stato limite ultimo in corrispondenza di valori assegnati delle deformazioni limite nell'acciaio e/o nel calcestruzzo.

Nel caso in esame la sezione preesistente è soggetta ad un assegnato stato di deformazione e gli incrementi successivi di carico risultano applicati all'intera sezione rinforzata in virtù dell'ipotesi di perfetta solidarietà tra vecchi e nuovi materiali. Pertanto il procedimento di carico comporta la modifica, nel rispetto della congruenza, delle deformazioni sulla vecchia sezione ed il sorgere di uno stato deformativo nel ringrosso. La situazione di crisi a tal punto corrisponde al raggiungimento delle deformazioni limite nell'acciaio e/o nel calcestruzzo della sezione preesistente o del ringrosso. In quanto segue per il calcestruzzo e per l'acciaio si sono assunti i legami tensioni-deformazioni proposti dalla normativa italiana vigente (fig. 1).

Nell'ipotesi che la sezione preesistente sia soggetta ad uno sforzo normale centrato, lo stato deformativo è caratte-



rizzato da una  $\varepsilon_p$  costante (fig. 2), il cui valore si ottiene da :

$$N = 1000 \sigma_{oc} \varepsilon_p (1 - 250 \varepsilon_p) B H + E_f \varepsilon_p \Sigma A_f \quad (1)$$

o da :

$$N = 1000 \sigma_{oc} \varepsilon_p (1 - 250 \varepsilon_p) B H + \sigma_{fo} \Sigma A_f \quad (2)$$

rispettivamente per  $\varepsilon < \varepsilon_{of}$  e per  $\varepsilon \geq \varepsilon_{of}$ .

Al crescere delle sollecitazioni, per le ipotesi assunte, in un punto generico della sezione rinforzata di coordinate  $x, y$  la  $\varepsilon$  conseguente ai soli incrementi di carico è fornita da :

$$\varepsilon_2 = a + bx + cy \quad (3)$$

valore che rappresenta la deformazione attuale sul rinforzo, mentre per i punti della sezione preesistente si ha:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_p + a + bx + cy \quad (4)$$

La condizione locale di crisi si scrive :

$$\max \varepsilon_2 = \bar{\varepsilon} \quad (5)$$

ovvero

$$\max \varepsilon_1 = \bar{\varepsilon} \quad (6)$$

ove il valore  $\bar{\varepsilon}$  coincide con la massima deformazione specifica assunta per il calcestruzzo e/o l'acciaio e valendo la (5) o la (6) a seconda che la  $\bar{\varepsilon}$  venga attinta prima nel rinforzo ovvero sulla sezione preesistente.

Nella situazione limite ultima, definita dal raggiungimento delle condizioni di crisi in almeno un punto della sezione rinforzata, il rispetto delle condizioni di equilibrio comporta

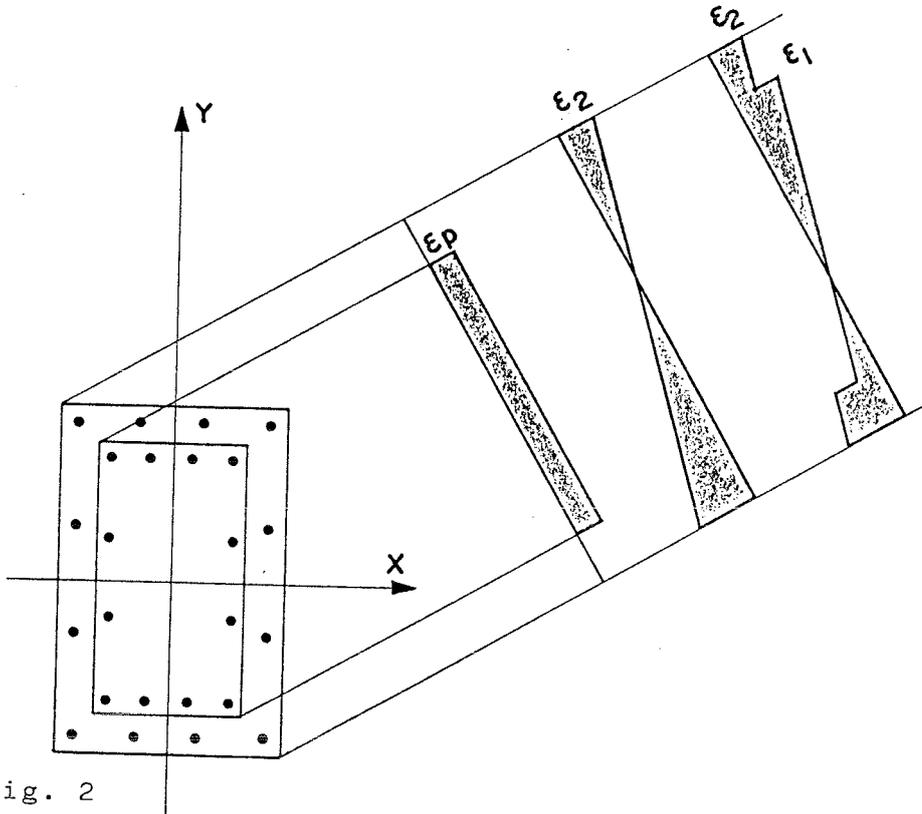


Fig. 2

che risulti :

$$\begin{aligned}
 N_u &= \int_{A_1} \sigma dA + \int_{A_2} \sigma dA \\
 N_u x_N + M_y &= \int_{A_1} \sigma x dA + \int_{A_2} \sigma x dA \\
 N_u y_N - M_x &= \int_{A_1} \sigma y dA + \int_{A_2} \sigma y dA
 \end{aligned} \quad (7)$$

in cui con  $x_N$  ed  $y_N$  si sono indicate le coordinate del punto di applicazione dello sforzo normale e gli integrali sono estesi alla sezione reagente ( $A_1$  ed  $A_2$  rispettivamente della sezione preesistente e del rinforzo). Le (7) sono scritte assumendo positivi i momenti che l'osservatore vede ruotare in senso orario quando percorre gli assi del riferimento a partire dall'origine.

La condizione di crisi corrisponde ad una particolare superficie di deformazione, caratterizzata da una terna di coefficienti  $a, b, c$  e dal raggiungimento in almeno un punto della sezione del valore  $\bar{\epsilon}$  della deformazione specifica. Noti i valori dei coefficienti, è possibile, attraverso le condizioni di equilibrio (7), ottenere lo stato di sollecitazione ultimo. A ciascuna condizione ultima, individuata da una terna di valori

$N, M_x, M_y$ , corrisponde un punto della superficie di interazione. Volendo pertanto tracciare per intero tale superficie è necessario individuare tutte le possibili superfici limite di deformazione.

Il sistema di equazioni di equilibrio (7) può essere utilizzato per tale scopo se si adopera un procedimento iterativo di soluzione. Se infatti per la ricerca di un punto  $(N, M_x, M_y)$  della superficie di interazione si sceglie una generica terna iniziale di valori  $a, b, c$  ed una generica terna di valori delle caratteristiche della sollecitazione  $N, M_x, M_y$ , le condizioni di equilibrio (7) non risultano soddisfatte. Occorre quindi modificare successivamente sia la terna dei coefficienti  $a, b, c$ , nel rispetto delle condizioni (5) o (6), sia i valori  $N, M_x$  ed  $M_y$  per ottenere che risultino soddisfatte le condizioni di equilibrio, osservando in particolare che tali ultimi valori possono crescere singolarmente od insieme e secondo leggi generiche.

In quanto segue si ipotizza una crescita lineare delle caratteristiche della sollecitazione: in particolare, volendo tracciare domini di interazione  $N-M_x$ , si ipotizza costante il valore di  $M_y$  durante il procedimento di carico e si tracciano le sezioni della superficie di interazione con piani  $M_y = \text{cost.}$  Ciascun dominio inoltre, tracciato per punti, viene ottenuto ricercando per assegnati valori dello sforzo normale ultimo i corrispondenti valori ultimi di  $M_x$ . Pertanto la generica terna di valori  $N, M_x, M_y$  di partenza, nella ricerca dei punti del dominio, contiene due valori noti mentre viene ricercato il momento  $M_x$ . Se si indicano con :

$$|p| = \begin{vmatrix} N \\ N x_N + M_y \\ N y_N - M_y \end{vmatrix} \quad | \sigma | = \begin{vmatrix} \sigma \, dA \\ \sigma x \, dA \\ \sigma y \, dA \end{vmatrix} \quad (8)$$

rispettivamente il vettore carichi esterni ed il vettore caratteristiche della sollecitazione interna, corrispondente alla superficie di deformazione caratterizzata dalla terna  $a, b, c$  assegnata, si può determinare un coefficiente amplificativo  $\lambda$  del valore di  $M_x$  nel vettore  $|p|$  tale da rendere minore di una prefissata quantità  $\vartheta$  il rapporto

$$\lambda = \left\| \frac{|\delta u_i|}{|u_i|} \right\| \quad (9)$$

in cui  $|\delta u_i|$  e  $|u_i|$  indicano rispettivamente l'incremento dei coefficienti  $a, b, c$  ed i valori degli stessi calcolati nel passo precedente.

La (9) infatti, se con  $|\bar{p}|$  si indica il vettore  $|p|$  in cui compare  $\lambda Mx$ , può scriversi in generale

$$\chi = \frac{(|\bar{p}| - |\sigma|)^t |K|^{-1} (|\bar{p}| - |\sigma|)}{|\sigma|^t |K|^{-1} |\sigma|} \quad (10)$$

con

$$\lambda = \frac{|\sigma|^t |K|^{-1} |p|}{|p|^t |K|^{-1} |p|} \quad (11)$$

ove la (11) è ottenuta derivando la (10) rispetto a  $\lambda$  ed avendo posto:

$$|K| = \begin{vmatrix} \int E \, dA & \int E x \, dA & \int E y \, dA \\ \int E x \, dA & \int E x^2 \, dA & \int E xy \, dA \\ \int E y \, dA & \int E xy \, dA & \int E y^2 \, dA \end{vmatrix} \quad (12)$$

nella quale si ipotizza che la sezione sia totalmente reagente e che i materiali abbiano comportamento elastico lineare.

Si osserva inoltre che per accelerare ulteriormente il procedimento iterativo si può utilizzare la seguente relazione :

$$|\delta u_i| = |K|^{-1} (|\bar{p}| - |\sigma|) \quad (13)$$

e pertanto i coefficienti  $|u_i|$ , prima di procedere alla valutazione di  $\lambda$  con la (11) e di  $\chi$  con la (10), sono modificati secondo la (13) nel modo seguente :

$$|u_{i+1}| = |u_i| + |K|^{-1} (|\bar{p}| - |\sigma|) \quad (14)$$

ove in  $|\bar{p}|$  compare il valore del coefficiente amplificativo  $\lambda$  valutato al passo precedente.

Il procedimento innanzi descritto richiede ovviamente una scelta della terna iniziale dei valori  $a, b, c$  sui quali iterare, come pure la scelta della terna di caratteristiche  $N, Mx$  ed  $My$  di primo tentativo.

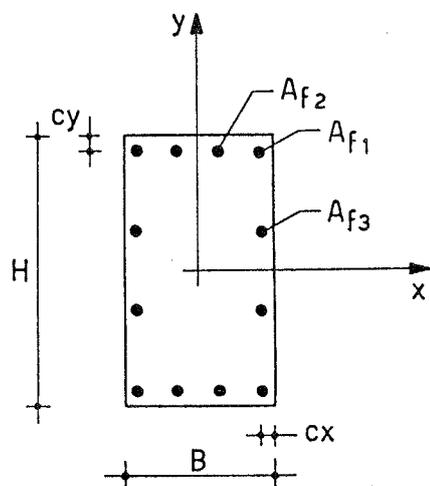
### 3. APPLICAZIONI

Utilizzando la procedura innanzi descritta si sono tracciati domini di interazione adimensionalizzati  $\nu - \mu_x$  per sezioni rettangolari rinforzate con incamiciatura in conglomerato cementizio armato.

Il rinforzo di una sezione in c.a. può essere ottenuto sia operando sulle caratteristiche meccaniche dei materiali acciaio e calcestruzzo, sia sulla geometria del rinforzo stesso ossia

sullo spessore del calcestruzzo e/o sulla disposizione ed il diametro delle armature. Pertanto il problema di verifica risulta in generale condizionato da numerosi parametri in quanto, oltre quelli già illustrati e relativi al rinforzo, sono variabili anche la geometria della sezione originaria, le relative caratteristiche meccaniche dei materiali e lo stato di sollecitazione preesistente.

Circa quest'ultimo punto la trattazione svolta ipotizza che lo stato di sollecitazione preesistente sia costituito da uno sforzo normale. Per quanto concerne la sezione originaria si è assunta una geometria di frequente impiego e coincidente con quella adottata in (VII) per il tracciamento dei domini di interazione; le espressioni delle percentuali meccaniche  $\omega_x$  e  $\omega_y$  delle armature e dei copriferri  $c_x$  e  $c_y$  sono riportate in fig. 3.



$$\omega_x = 4 (A_{f1} + A_{f2}) \sigma_{of} / BH \sigma_{oc}$$

$$\omega_y = 4 (A_{f1} + A_{f3}) \sigma_{of} / BH \sigma_{oc}$$

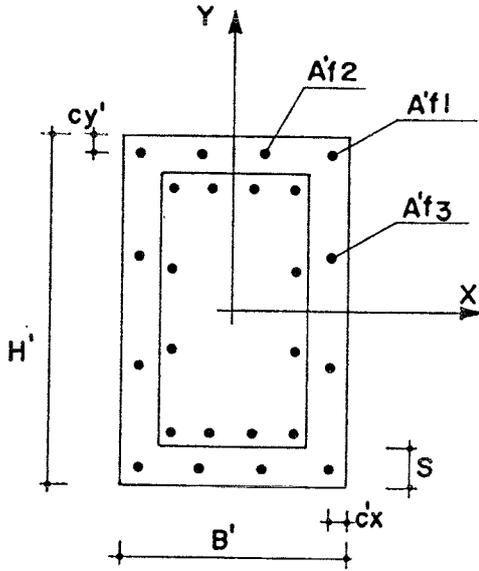
$$c_x = B / 10$$

$$c_y = H / 10$$

Fig. 3

Per il rinforzo si è assunto in modo analogo la geometria riportata in fig. 4, in cui per i copriferri si è imposta la limitazione che non superino la metà dello spessore del rinforzo stesso.

La determinazione delle caratteristiche ultime della sezione rinforzata è stata effettuata valutando il contributo della sezione originaria in quanto si è ipotizzato che quest'ultima non presenti deterioramento sia nella geometria che nelle proprietà dei materiali. Pertanto le tensioni di calcolo del calcestruzzo e dell'acciaio della sezione preesistente sono state valutate come da Normativa senza l'applicazione di coefficienti riduttivi. È interessante inoltre evidenziare che la sezione originaria assunta nelle applicazioni è caratterizzata, in presenza di sforzo normale e momento  $\mu_x$  nulli, da un momento  $\mu_y$  ultimo pari a 0.10.



$$\omega'_x = 4 (A'f_1 + A'f_2) \sigma_{of} / BH\sigma_{oc}$$

$$\omega'_y = 4 (A'f_1 + A'f_3) \sigma_{of} / BH\sigma_{oc}$$

$$C'_x = B'/10 \quad (C'_x \leq S/2)$$

$$C'_y = H'/10 \quad (C'_y \leq S/2)$$

Fig.4

L'indagine numerica svolta ha inteso quindi esaminare l'influenza dello spessore del rinforzo, delle percentuali meccaniche di armatura, delle caratteristiche dei materiali impiegati nel rinforzo e dello sforzo normale preesistente sul valore delle caratteristiche ultime della sezione rinforzata. Pertanto al fine di evidenziare l'influenza di ciascuno di questi si sono tracciati domini d'interazione adimensionalizzati  $\nu - \mu_x$  facendo variare il parametro in esame entro un interval-

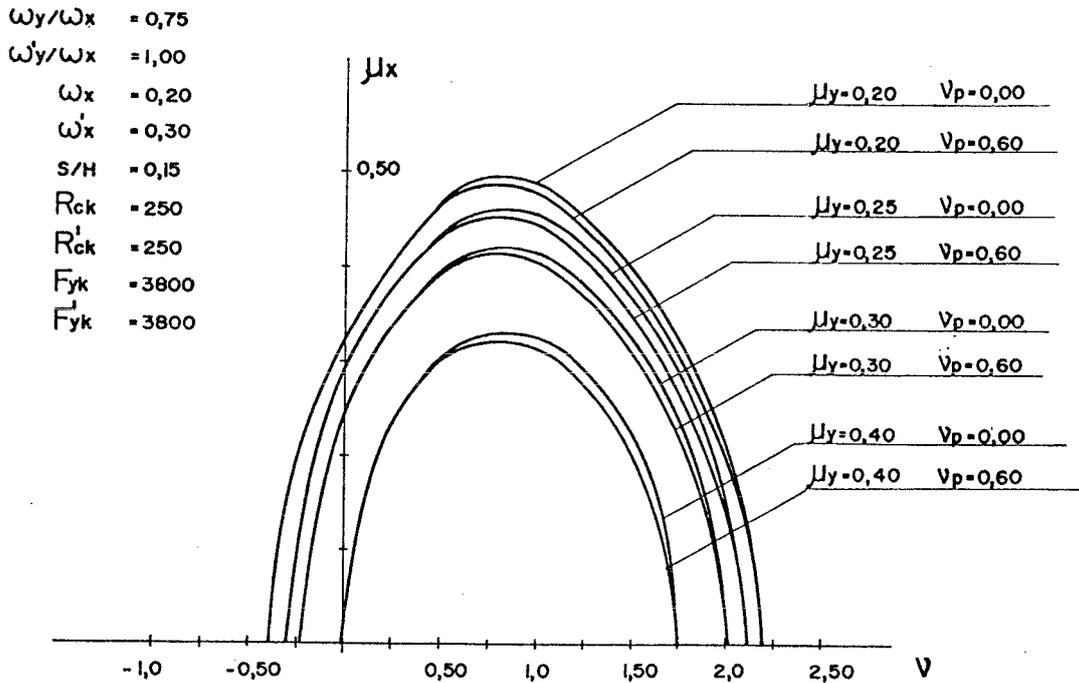
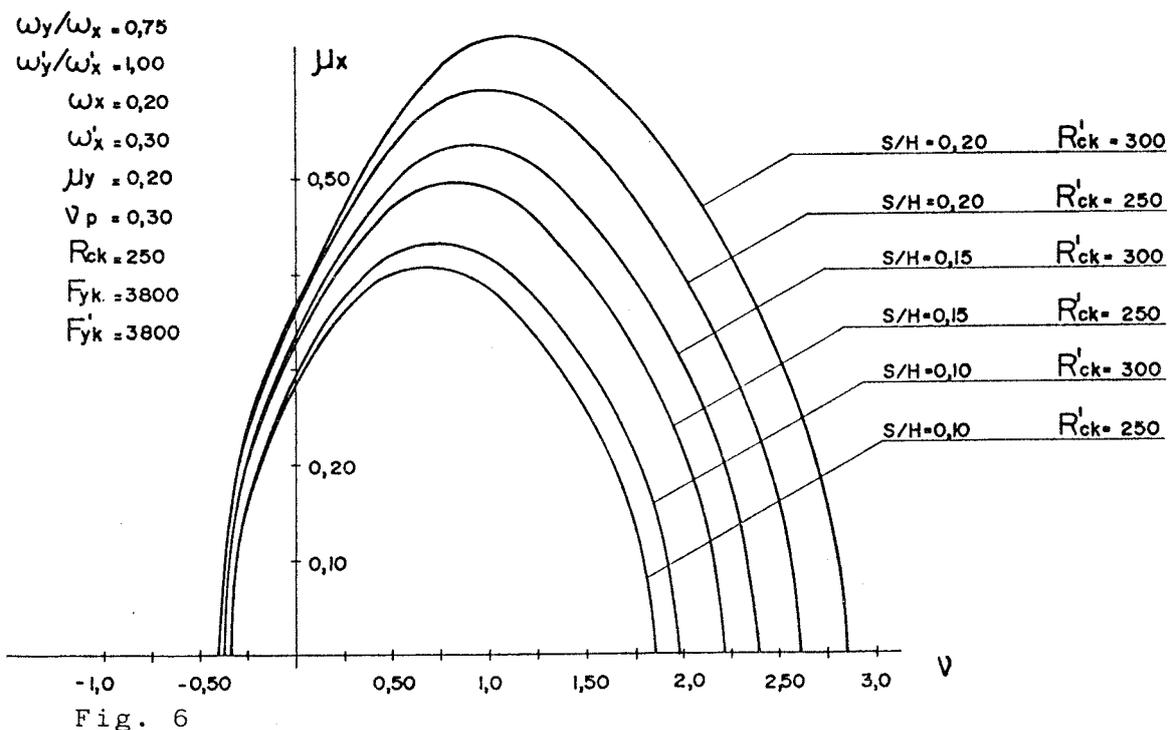
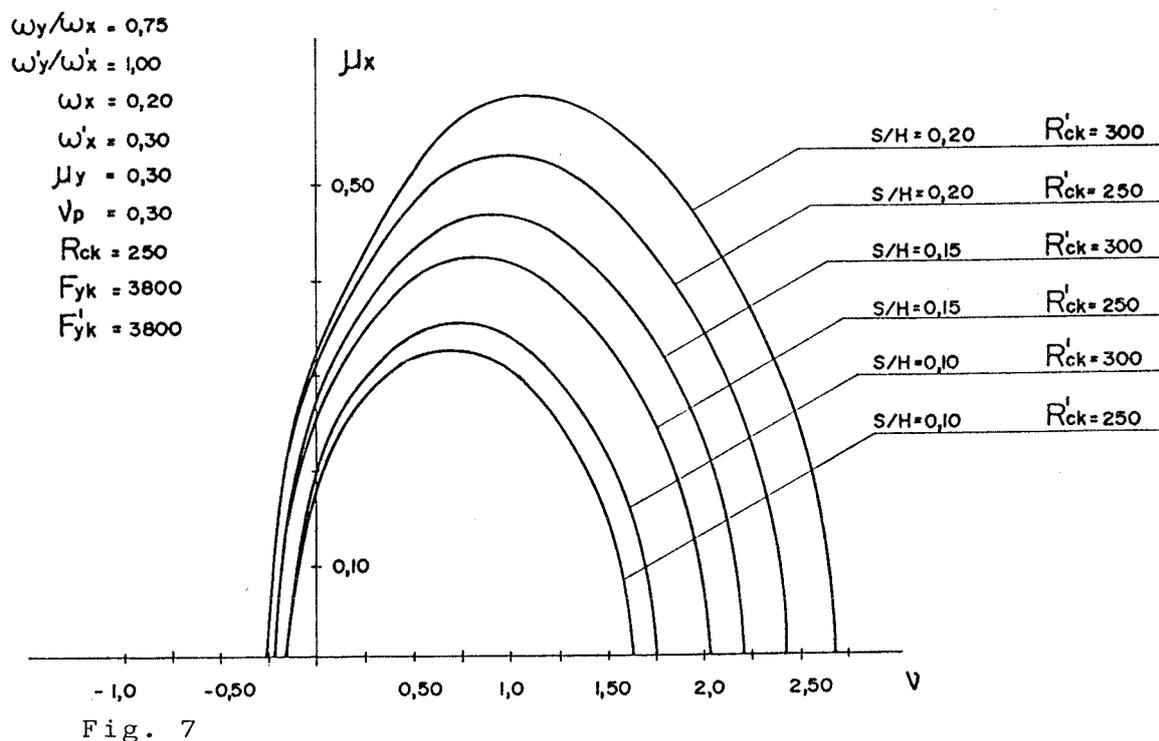


Fig.5



lo significativo ed assumendo valori costanti e corrispondenti a situazioni ritenute le più ricorrenti per tutti gli altri. L'adimensionalizzazione è stata eseguita con riferimento alle caratteristiche geometriche e meccaniche della



sezione originaria.

Nella fig. 5 sono riportati i domini  $\nu - \mu_x$  al variare del momento  $\mu_y$  e del valore dello sforzo normale preesistente  $\nu_p$ : si rileva, come prevedibile, la modestissima influenza di tale parametro sul valore delle caratteristiche ultime della sezione rinforzata. Tale considerazione evidenzia pertanto il trascurabile beneficio conseguibile con lo scarico dei pilastri durante gli interventi di rinforzo su di essi, a fronte degli oneri e difficoltà che una tale tecnica comporta. E' inoltre opportuno aggiungere che non è sempre agevole valutare con esattezza l'entità dello sforzo normale esistente in un pilastro e che lo scarico di questo può comportare turbative non trascurabili nelle travi di piano.

Nelle figg. 6 e 7 è evidenziato l'incremento della capacità portante al variare dello spessore del rinforzo: questo, come suggerito in bibliografia, andrebbe realizzato con materiali di proprietà meccaniche superiori rispetto a quelle della sezione originaria. Nelle figure si sono tuttavia riportati anche i domini relativi a rinforzi eseguiti con gli stessi materiali della sezione preesistente: si rileva che gli incrementi conseguibili con spessori maggiori di rinforzo risultano più cospicui di quelli derivanti dall'impiego di calcestruzzi di qualità superiore.

Nella fig. 8 è viceversa evidenziato l'influenza della percentuale meccanica di armature disposte nel rinforzo. Per cogliere contemporaneamente l'influenza sull'incremento del-

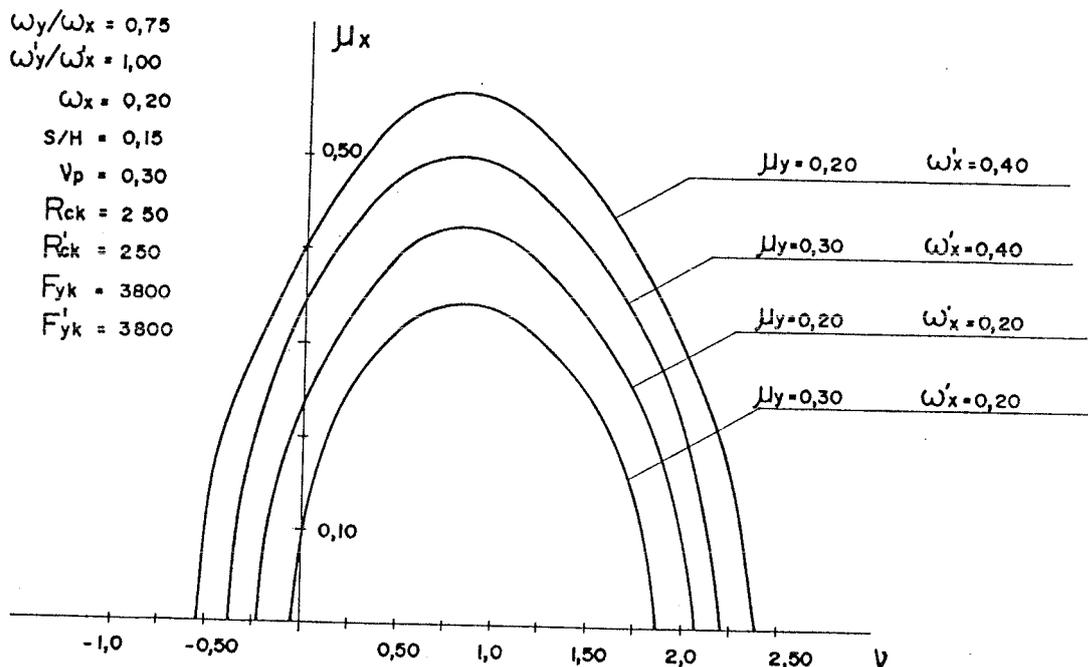
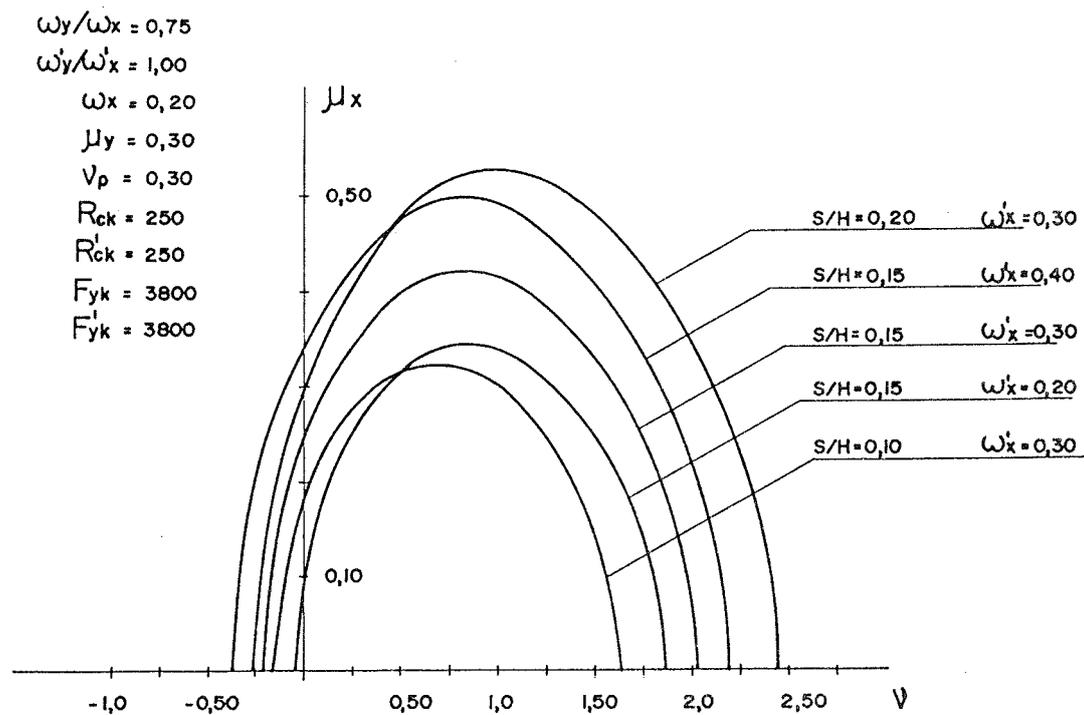
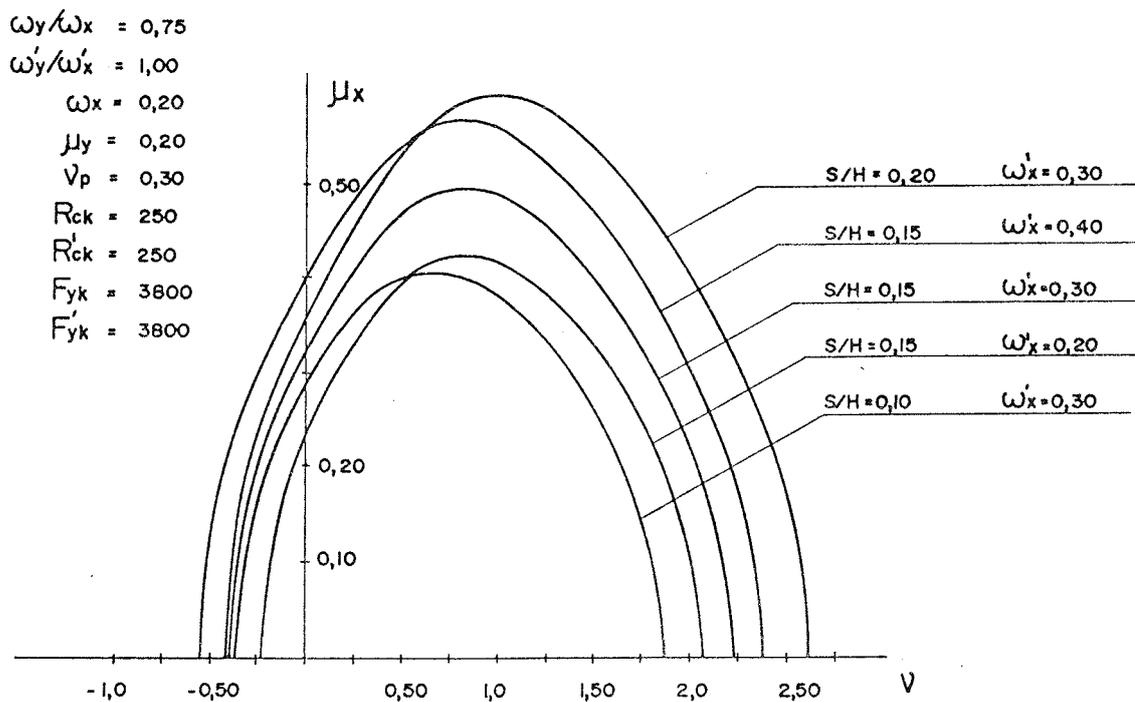


Fig. 8



Figg. 9 e 10

le sollecitazioni ultime conseguibile operando sia sullo spessore del rinforzo che sulle percentuali meccaniche di armatura si sono tracciati i domini riportati nelle figg. 9

e 10, relative rispettivamente ad un valore di  $\mu_y = 0.20$  e  $\mu_y = 0.30$ . E' interessante rilevare che un aumento dello spessore del rinforzo comporta una dilatazione dei domini dal lato degli sforzi normali di compressione mentre l'impiego di armature di rinforzo di area maggiore implica anche un incremento degli sforzi normali di trazione.

A conclusione delle applicazioni effettuate si vuole evidenziare che la valutazione dei benefici conseguibili con il rinforzo della sezione esaminata conserva una validità generale e quindi fornisce indicazioni qualitative relativamente all'influenza dei diversi parametri caratterizzanti il rinforzo di una sezione generica.

#### 4. BIBLIOGRAFIA

- 1) MINISTERO PER IL COORD. DELLA RICERCA SCIENTIFICA E TECNOLOGICA: Edifici di cemento armato danneggiati da terremoti, Ist. Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma, 1981
- 2) T.P. TASSIOS: The mechanics of column repair with a reinforced concrete jacket, VII ECEE, Atene; 1982
- 3) G. AUGUSTI, F. FOCARDI, S. GIORDANO, E. MANZINI: Seismic behaviour and restoration of r.c. elements: an experimental investigation, Univ. Firenze, Ist. Ing. Civile, UFIST 04/1980
- 4) M. COMO G. LANNI: Sulla statica delle sezioni rinforzate in c.a., Dip. Ing. Civile, II Univ. degli Studi di Roma
- 5) C. FLORIS, H. KAYOUECHE, P. GAMBAROVA, A. MIGLIACCI: Verifica agli stati limite di esercizio di sezioni rettangolari in c.a., Industria Italiana del Cemento, 7-8/1987
- 6) E.F. RADOGNA, R. DI MARCO: Sulle modalità di crisi delle colonne snelle pressoinflesse di cemento armato, Industria Italiana del Cemento, 1/1985
- 7) M. CONTALDO, G. FAELLA: Un procedimento di calcolo automatico per la verifica allo stato limite ultimo per tensioni normali di sezioni in c.a., Giornale del Genio Civile, Fascicolo 10°-12°, Ottobre-Dicembre 1987
- 8) M. MELE: La riparazione degli edifici danneggiati ed il rafforzamento antisismico delle strutture in c.a. ed in acciaio, Atti Giornate AICAP, Venezia, 1977
- 9) M. CONTALDO, G. FAELLA: In tema di analisi allo stato limite ultimo di sezioni in c.a. soggette a sforzo normale e flessione biassiale, Atti 3° Convegno Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia, Roma, 1987.

## CRITERI DI PROGETTAZIONE NEL RECUPERO STRUTTURALE

LUIGINO DEZI(1) - GIOVANNI MENDITTO(2)

- (1) Professore Associato di Complementi di Tecnica delle Costruzioni - Università degli Studi di Ancona.
- (2) Professore Ordinario di Scienza delle Costruzioni - Università degli Studi di Ancona.

## SOMMARIO

Si espongono criteri generali di intervento sul costruito con particolare attenzione al ricalcolo delle strutture, alla determinazione della resistenza attuale del conglomerato ed alla misura della sicurezza. Il confronto tra le varie normative d'epoca e quella attuale relativamente alle azioni sui ponti ed alle caratteristiche dei materiali calcestruzzo e acciaio consente un migliore inquadramento del problema.

## SUMMARY

Redesign general criteria of existing structures with particular attention to structural analysis, concrete present strength evaluation and reliability assesment are presented. Comparing the old and the present standard specifications concerning to bridge loads and the strength parameters of concrete and steel a better restatement of the problem is obtained.

## 1. INTRODUZIONE

La progettazione nel recupero strutturale può limitarsi al ripristino delle originarie prestazioni dell'opera ovvero ad un miglioramento delle stesse con interventi di rinforzo tesi o ad aumentarne la durata o a migliorarne il comportamento sismico o ad incidere contemporaneamente su entrambi.

Nel conseguimento di questi obiettivi la progettazione, intesa come compromesso tra la misura dell'efficienza economica e di quella tecnica, può anche tollerare danni in alcuni stati di comportamento in presenza di azioni eccezionali (XXVII) o prevedere appositi accorgimenti (smorzatori) idonei ad abbattere la risposta sismica per salvaguardare arredi di particolare sofisticazione (attrezzature industriali) (XXVIII).

La riprogettazione prende le mosse da un dossier tecnico composto da documentazione di archivio, da rilievi in loco, da indagini sistematiche sui materiali e sulle strutture.

La documentazione tecnica può essere disponibile nella sua versione originaria, corredata dagli atti di cantiere in modo congruo per risalire a tutte le fasi della costruzione e quindi a porre in relazione eventuali difetti riscontrati con esecuzioni carenti, ovvero tale documentazione può presentarsi incompleta o addirittura mancare. E' allora necessario assumere informazioni sulla data di esecuzione dell'opera in modo da poterla quanto meno inquadrare nelle tecnologie e normative d'epoca.

In ogni caso è richiesto un rilievo del costruito per la verifica delle

caratteristiche dei materiali e per poter confrontare la geometria progettata con quella effettivamente realizzata. Tale rilievo servirà anche ad evidenziare presenza di eventuali stati deformativi, soluzioni di continuità, cedimenti, efficienza dei giunti e degli apparecchi di appoggio ed ogni altra irregolarità che possa avere interesse.

Le tecniche di rilievo più frequenti consistono essenzialmente nel ricorso a:

- estensimetria
- fessurografia: rilievo fessure e loro evoluzione nel tempo
- fessurometria: rilievo dell'ampiezza delle fessure
- misura di forze, per esempio reazioni agli appoggi nei ponti a travata continua particolarmente interessanti nel caso di realizzazioni per fasi, per valutare gli effetti di redistribuzione dovuti alla viscosità e quelli connessi al tracciato dei cavi di precompressione.

## 2. CRITERI DI RIPROGETTAZIONE

La rianalisi dell'opera da ristrutturare è sempre necessaria per la comprensione dei meccanismi che hanno innescato i disordini, per la stima del livello di sicurezza attuale e per poter predisporre in modo razionale la campagna di indagini sperimentali.

Il ricalcolo del manufatto viene condotto con riferimento alla normativa attuale sia per quanto attiene le azioni ed i criteri di sicurezza sia per quanto attiene la metodologia di calcolo.

E' però opportuno che sia preventivamente esperito un confronto critico tra le normative correnti all'epoca della costruzione e quelle attuali.

Nel rianalizzare la struttura, particolare attenzione va posta:

a- ai valori delle azioni permanenti, nel senso che in genere le normative d'epoca ne sottostimavano l'entità. Per esempio per il conglomerato cementizio armato era previsto un peso di  $24 \text{ KN m}^{-3}$  contro gli attuali  $25 \text{ KNm}^{-3}$ . Altre volte, come spesso è capitato per i ponti, si è proceduto a numerosi ricarichi dell'impalcato sicché il peso permanente di quest'ultimo si è notevolmente incrementato rispetto a quello di progetto.

E' da osservare inoltre che le massicciate dei ponti costituivano un carico importante per la struttura: in fase di progetto si assumeva un peso variabile da 4 a  $5 \text{ KNm}^{-2}$  a seconda dell'importanza dell'opera e nel caso di ponti in città con lastricato si arrivava a  $7 \text{ KNm}^{-2}$ ;

b- ai valori dei carichi accidentali molte volte variati per differente destinazione d'uso.

Nel caso dei ponti i carichi mobili sono aumentati considerevolmente nel corso degli anni, come si evince dall'ispezione della Tab. 1 nella quale sono riportati gli schemi previsti dalle normative d'epoca a partire da una circolare francese, a cui facevano riferimento anche i progettisti italiani in mancanza di norme nazionali, fino a quella attualmente in vigore.

Solo la Normale del 1945 fa registrare una diminuzione del carico rispetto alla precedente del 1933, con l'eliminazione dello schema II (traino militare) ritenuto ingiustificato e eccezionalmente gravoso (III).

Il problema dell'aumento dei carichi mobili sui ponti è particolarmente sentito nelle strutture secondarie dell'impalcato, come le solette, per le quali si è registrato un aumento del coefficiente dinamico oltre che

Circolare Ministeriale Francese 29/08/1891	I                      Colonna di carri da 6t trainati da due cavalli	STRADE NORMALI (lontane dalle città)	$Q_I + Q_{II} + Q_V$
	II                      Colonna di carri da 11t trainati da 5 cavalli		
	III                      Colonna di carri da 16t trainati da 8 cavalli		
	IV                      Rullo compressore isolato		
	V $4+6 \text{ KN m}^{-2}$ folla compatta		
Normale n.8 15/09/1933	I                      Colonna indefinita	STRADA TIPO I°	$2 Q_I + Q_{IV}$
	II		$Q_I + Q_{II} + Q_{IV}$
	III                      Rullo compressore		$Q_{IV}$
	III'	STRADA TIPO II°	$2 Q_I + Q_{IV}$
	III''		$Q_I + Q_{III''}$
	IV $4 \text{ KN m}^{-2}$ (folla compatta) coefficiente dinamico $\phi=1.25$	STRADA TIPO III°	$2 Q_{III'}$
	$Q_{IV}$		
Normale n.6018 09/06/1945 n. 772 12/06/1946	I                      colonna indefinita	STRADA TIPO I	$Q_I + Q_{IV}$
	II                      rullo compressore		$Q_{III} + Q_{IV}$
	III $4 \text{ KN m}^{-2}$ (folla compatta) coefficiente dinamico $\phi=1 + \frac{16}{L+40}$	STRADA TIPO II°	$Q_I + Q_{III}$
		$Q_{II} + Q_{III}$	
		$Q_{III}$	

Tab. 1

Circolare ANAS n.820 15/03/1952		STRADE STATALI	$Q_{I,II,III} + Q_I (n.1945) + Q_{IV}$
		STRADE NON STATALI TIPO I	cfr. STRADE TIPO I n. 1945
		STRADE NON STATALI TIPO II	cfr. STRADE TIPO II n. 1945
	IV Folla compatta $4 \text{ KN m}^{-2}$		
Circolare n. 384 14/02/1962		STRADE DI 1 <sup>a</sup> CATEGORIA	$Q_{IV} + Q_I + Q_{III}$ $Q_V + Q_I + Q_{III}$ $Q_{VI} + Q_I + Q_{III}$
	III Folla compatta $4 \text{ KN m}^{-2}$	STRADE DI 2 <sup>a</sup> CATEGORIA	$Q_I + Q_{III}$ $Q_{II} + Q_{III}$
Coefficiente dinamico $\phi = 1 + \frac{(100-L)^2}{100(250-L)}$			
D.M. 2/08/1980 - G.U. 10/11/1980	$q_{1A} = \begin{cases} 28.9 + 520/L \text{ KN m}^{-1} & L \leq 40\text{m} \\ 43.5 - L/25 & 40 \leq L \leq 400\text{m} \\ 27.5 & L > 400\text{m} \end{cases}$	1 <sup>a</sup> CATEGORIA	$q_{1A}, q_{1B}, q_{1C}, q_{1D}, q_{1E}, q_{1F}$
	$q_{1B} = \begin{cases} 4 + 270/L \text{ KN m}^{-1} & L \leq 15\text{m} \\ 22.3 - L/50 & 15 \leq L \leq 400\text{m} \\ 14.3 & L > 400\text{m} \end{cases}$		
		2 <sup>a</sup> CATEGORIA	$q_{1B}, q_{1D}, q_{1E}, q_{1F}$
	$q_{1E}$ Carico di 10 KN su $0.7 \times 0.7 \text{ m}$	3 <sup>a</sup> CATEGORIA	$q_{1E}, q_{1F}$
	$q_{1F} = 4 \text{ KN m}^{-2}$ Folla compatta Coefficiente dinamico $\phi = 1,4 - 0,002(g/q+1)L$		

del carico.

Per quanto concerne invece le travi principali dei ponti in c.a. l'esperienza dimostra che le armature presenti sono spesso sufficienti a far fronte ai nuovi carichi (almeno quando si sostituisce la vecchia massicciata con una pavimentazione più leggera). Altre volte, il ricorso al metodo semiprobabilistico agli stati limite per la verifica al taglio, in assenza di fessurazione, può consentire di evitare il rinforzo di elementi in calcestruzzo con armatura lenta;

- c- ad azioni particolari quasi sempre trascurate nel calcolo del progetto originario, come ad esempio gli effetti delle escursioni termiche e quelli della viscosità. Questi ultimi hanno, come noto, un'importanza a seconda dell'età della struttura e della tipologia costruttiva. Così nelle strutture maturate da tempo la messa in conto degli effetti viscosi può tornare utile per la ricerca delle cause che hanno provocato eventuali disordini e per cogliere ridistribuzioni nel caso di esecuzione per fasi successive;
- d- al particolare modello strutturale adottato. Ai modelli semplici e disarticolati d'epoca si possono con maggiore aderenza alla realtà fisica sostituire modelli continui che consentono di tener conto del comportamento d'insieme e della successione delle fasi d'esecuzione, sì da cogliere in modo più preciso l'evoluzione dell'opera. Ciò è consentito oggi dalla disponibilità di strumenti di calcolo più sofisticati, quali ad esempio quelli della modellazione del continuo attraverso elementi discreti e della possibilità di elaborazione dei risultati per via automatica;
- e- alla possibilità di operare il ricalcolo su modelli che tengono conto anche dei disordini o quanto meno di quelli più significativi, come per esempio soluzioni di continuità, cedimenti differenziali, etc.

### 3. LA RESISTENZA ATTUALE DEI MATERIALI

La conoscenza dei materiali assume un ruolo determinante nel ricalcolo di una struttura, sicché anche quando risultassero indicazioni nel dossier tecnico è indispensabile condurre un'indagine che ne evidenzii le principali caratteristiche meccaniche.

A tal fine va rilevato che i campionamenti indicati dalle normative, avvenendo in condizioni di maturazione standard, conducono ad una resistenza che può definirsi "potenziale". La resistenza invece che si ottiene dal prelievo di campioni dalla struttura edificata e che può classificarsi come resistenza "attuale", differisce da quella potenziale sia per la tecnologia di getto, sia per le differenti condizioni di maturazione. Va inoltre evidenziato che la resistenza attuale viene valutata nella generalità dei casi dopo un lungo tempo dalla data del getto, sicché il suo carattere è quello di resistenza a tempo infinito. Pertanto una volta valutata la resistenza attuale, per risalire a quella potenziale ed in particolare al valore a 28 giorni di stagionatura, normalmente assunto come riferimento dal normatore, occorre ridurre i valori della resistenza attuale secondo un coefficiente che viene generalmente indicato variabile da 0.7 a 0.8 (II) (Fig. 1). E' noto infatti che sulla resistenza di un conglomerato influisce l'età o la durata della stagionatura del calcestruzzo e che la normativa, prefigurando l'incremento nel tempo della resistenza del materiale, ha convenzionalmente calibrato i coefficienti di sicurezza con riferimento a

quella misurata a 28 giorni di stagionatura.

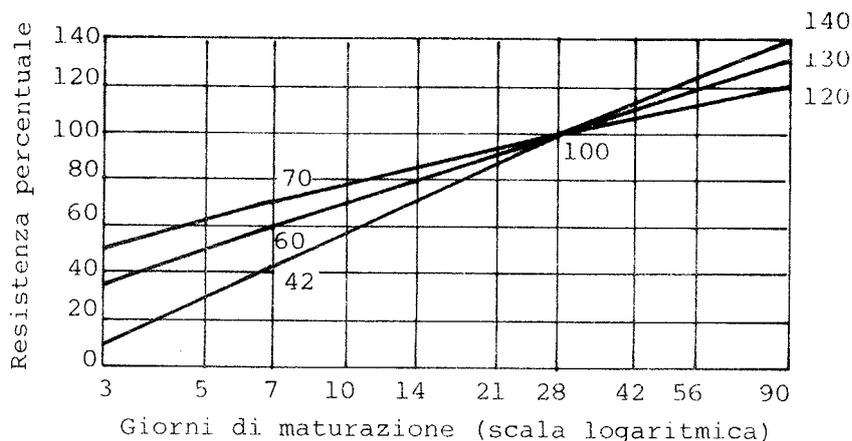


Fig. 1

La stima della resistenza attuale ( $R_{CS}$ ) può farsi sulla base di valutazioni statistiche ricorrendo per esempio al metodo SONREB (XV), (XVIII), (XXI) (sclerometro + ultrasuoni) attraverso formule di correlazione del tipo

$$R_{CS} = K_S \cdot c \cdot I_R^\alpha \cdot V_1^\beta \cdot 10^{-9} [N \text{ mm}^{-2}] \quad (1)$$

dove  $c$  è un coefficiente globale di influenza individuato dalla media di un certo numero di rapporti tra le resistenze locali valutate su carota (riportate a resistenza cubica) e la resistenza preventivamente stimata nella medesima carota a mezzo della (1) in cui si è posto  $c = 1$ ;  $I_R$ , indice di rimbalzo dello sclerometro e  $V_1$ , velocità degli impulsi ultrasonici ( $m \text{ sec}^{-1}$ ), sono i parametri non distruttivi del metodo. In Tab. 2 sono riportati i valori delle costanti  $c$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  secondo le raccomandazioni RILEM NDT 1 e quelle di alcuni ricercatori italiani. Nota  $R_{CS}$  per un certo numero di stazioni, si valuta il valore medio  $R_{CS,m}$ , lo scarto quadratico medio  $s$  e quindi si risale al valore caratteristico a tempo infinito a mezzo della

$$R_{CS,k} = R_{CS,m} - K \cdot s \quad (2)$$

dove per  $K$  si possono prendere i valori indicati dalla normativa tecnica vigente.

Un tale procedimento, conformemente a quanto previsto dalle nostre norme tecniche, va ripetuto in funzione della volumetria e dei lotti omogenei di conglomerato ricavabili dall'ispezione del giornale di cantiere o, in mancanza, articolando per tipologie.

Alternativamente, o in modo complementare, il valore di  $R_{CS}$  può essere stimato con la tecnica dell'impiego delle sonde WINDSOR (VII) o con i metodi di estrazione (PULL-OUT) (IX).

	c	$\alpha$	$\beta$	$K_S$
RILEM NDT 1	0.07698	1.4	2.6	$R^*_C/R_C$
(XI) (XII) (XXI)	1.2	1.058	2.446	1
$R^*_C$ = valore della resistenza calcolata sulla carota mediante la (1) con $K_S$ e c pari uno. $R_C$ = resistenza a schiacciamento della carota.				

Tab. 2

Va infine rilevato che allorquando si proceda con il metodo degli stati limite una opportuna correzione andrebbe apportata al coefficiente  $\gamma_C$  che consente di calcolare la resistenza di progetto. Questo coefficiente infatti può essere pensato come prodotto di tre fattori  $\gamma_{C1} \cdot \gamma_{C2} \cdot \gamma_{C3}$  (XIII): di essi sopravvivono i primi due e precisamente  $\gamma_{C1}$  ( $1.07 \div 1.32$ ) che consente di trasformare il frattile 5% nel frattile 5% delle resistenze convenzionali, nell' ipotesi di modello normale, richiesto dalla condizione di stato limite ultimo,  $\gamma_{C2}$  (1.10) che considera le incertezze inerenti alla determinazione dei valori delle sollecitazioni resistenti della sezione, funzioni a loro volta delle approssimazioni della teoria, mentre il terzo  $\gamma_{C3}$ , che si assumeva pari ad 1.10, è da porre uguale ad uno poiché non esiste più alcun divario tra resistenza convenzionale e resistenza effettiva.

La localizzazione delle armature lente può farsi attraverso rilevazioni magnetiche con un' approssimazione sulla valutazione dei diametri di circa  $\pm 10\%$ , integrate con ispezioni locali. Al rilievo delle armature segue un' indagine per accertare l' eventuale corrosione delle stesse attraverso l' individuazione di sezioni esplose e la misura del potenziale elettrico (XXV), tecnica ancora da mettere completamente a punto, e con l' impiego di appositi indicatori chimici (p. e. soluzione idroalcalina di fenolftaleina, tymolftaleina, elizerina gialla R).

In presenza di corrosione occorre eseguire una stima del degrado misurando l' estensione ed il diametro delle barre corrose.

In assenza di certificazioni che comprovino anche attraverso il riscontro con il giornale di cantiere la qualità degli acciai impiegati si procederà all' estrazione nelle zone di minore sollecitazione di spezzoni di barre di armatura da sottoporre a prove di laboratorio in modo da individuarne le caratteristiche elastomeccaniche. Le prove di qualificazione, previste in tal caso dalla normativa attuale richiederebbero un' estesa quanto impraticabile campagna di prelievi; purtuttavia si ritiene che un

Normativa di riferim.	C A L C E S T R U Z Z O										A C C I A I O				
	Tipo di cls.	Determinazione di R <sub>ck</sub>	max $\bar{\sigma}_c$	$\bar{\sigma}_c$	$\bar{\sigma}_c - 2$	$\bar{\tau}_{CO}$	$\bar{\tau}_{Cl}$	E N mm <sup>-2</sup>	n	$\gamma^*_c$	$\bar{\sigma}_s$	A %	f <sub>yk</sub>	f <sub>tk</sub>	Tipo di acciaio
D M 10/01/1907	c. Portland	---	1/5 R <sub>ck</sub>	4				20.000	10	25	95			355-440	Ferro omogeneo
RDL n. 1981 04/09/1927	1 <sup>a</sup> qualità	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/4 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> R <sub>cimin</sub> > 0.8 R <sub>ck</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	3	4	0.2		15.000	10	24	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
G.U. 11/11/1927	2 <sup>a</sup> qualità		1/4 R <sub>ck</sub>	4	5	0.2		15.000	10	24	75	12		345	Ferro saldato
RDL n. 1431 07/06/1928	c. normale a lenta presa	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/4 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> R <sub>cimin</sub> > 0.8 R <sub>ck</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	3	4	0.2		15.000	10	24	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
G.U. 06/07/1928	malte R > 40		1/4 R <sub>ck</sub>	4	5	0.2		15.000	10	24	75	12		345	Ferro saldato
RDL n. 592 04/04/1929	c. alluminato ad A.R.	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/4 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> R <sub>cimin</sub> > 0.8 R <sub>ck</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	5	6.5	(0.2)		(15.000)	(10)	(24)	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
G.U. 30/04/1929	c. d'altoforno malte R > 50		1/4 R <sub>ck</sub>	5	6.5										
RDL n. 1133 18/07/1930	c. Portland	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/4 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> R <sub>cimin</sub> > 0.8 R <sub>ck</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	3	4	0.2	1.4	20.000	10	24	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
G.U. 30/08/1930	c. malte R > 40 c. A.R.		1/4 R <sub>ck</sub>	4	5	0.2	1.4	20.000	10	24					
RDL n. 832 23/05/1932	c. Portland	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/3 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> si esclude R <sub>cimin</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	3	4	0.2	1.4	20.000	10	24	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
GU 23/07/32	c. malte R > 40		1/4 R <sub>ck</sub>	4	5		1.4	20.000	10	24					
L. n. 1830 22/12/1932	c. A.R.		1/4 R <sub>ck</sub>	5	6.5	0.4	1.4	20.000	10	24					
GU 26/01/33															
RDL n. 1213 29/07/1933	c. Portland	su 4 cubi 16x16 R <sub>ck</sub> = 1/3 f <sub>i</sub> R <sub>ci</sub> si esclude R <sub>cimin</sub>	1/4 R <sub>ck</sub>	4	5	0.2	1.4	20.000	10	24	115	27±21		375-490	Ferro omogeneo
G.U. 26/09/1933	c. A.R.		1/4 R <sub>ck</sub>	5	6.5	0.4	1.4	20.000	10	24					

Tab. 3

Normativa di riferim.	C A L C E S T R U Z Z O										A C C I A I O				
	Tipo di cls.	Determinazione di $R_{ck}$	max $\bar{\sigma}_c$	$\bar{\sigma}_c$	$\bar{\sigma}_c - 2$ N mm	$\bar{\tau}_{c0}$	$\bar{\tau}_{c1}$	E N mm <sup>-2</sup>	n	$\gamma_c^*$	$\bar{\sigma}_s$	A %	$f_{yk}$	$f_{tk}$	Tipo di acciaio
RDL n. 2228 16/11/1939	C. Portland C. A.R. C. alluminoso	Classe 120 " 160 " 180 " 225 $R_{ck} > 225$	$1/3 R_{ck}$ $1/3 R_{ck}$ $1/3 R_{ck}$ $7,5+(R_{ck}-22,5)/9$	3.5 4.5 6.0	4 5 7.5	0.4 0.6 0.6 0.6	1.4 1.6 1.6 1.6		10 8 6	25 25 25	20 16 14	230 270 310	410-490 490-590 590-690	Ferro omogeneo Acciaio semiduro " duro	
C. n. 1472 23/05/1957 + C. n. 1547 17/05/1965	classe 250 classe 350								10		12 12 12 10	>275 >315 >355 >430	>410 >490 >590	Aq 42 Barre Aq 50 Aq 60 Barre ad adheren- za migliorata	
30/05/1972 G.U. 22/07/1972	classi 150-500	$R_{ck} = R_{cm} - K_s$		0.7 1.0	$6 + \frac{R_{ck}-15}{15}$ $4$	$0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$ $0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$	$1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$ $1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$	$5700 \sqrt{R_{ck}}$ $5700 \sqrt{R_{ck}}$	10/15	25	24 23 14 14 12	215 315 375 400 430	330 490 450 490 550	Fe B22 Fe B32 A 38 A 41 Fe B44	
DM 1976 G.U. 14/08/1976	classi 150-500	$R_{ck} = R_{cm} - K_s$		0.7 1.0	$6 + \frac{R_{ck}-15}{15}$ $4$	$0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$ $0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$	$1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$ $1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$	$5700 \sqrt{R_{ck}}$ $5700 \sqrt{R_{ck}}$	10/15	25	24 23 14 12	215 315 375 430	330 490 450 540	Fe B22 K Fe B32 K Fe B38 K Fe B44 K	
DM 26/05/1980 G.U. 28/06/1980 e successivi		$R_{ck} = R_{cm} - 3.5$		0.7 1.0	$6 + \frac{R_{ck}-15}{15}$ $4$	$0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$ $0.4 + \frac{R_{ck}-15}{75}$	$1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$ $1.4 + \frac{R_{ck}-15}{35}$	$5700 \sqrt{R_{ck}}$ $5700 \sqrt{R_{ck}}$	15	25	24 23 14 12	215 315 375 430	330 490 450 540	Fe B22 K Fe B32 K Fe B38 K Fe B44 K	

continuazione Tab. 3

ragionevole numero di prelievi possa essere sufficiente per dare indicazioni sulla natura degli acciai impiegati, sia per il carattere industriale del prodotto che per la limitatezza dei controlli richiesti dalle normative d'epoca.

Nella Tab. 3 sono sintetizzate con la simbologia della normativa attuale le indicazioni sul conglomerato e sull'acciaio di tutti i regolamenti che si sono susseguiti a partire dal primo del 1907.

E' interessante notare come i coefficienti di sicurezza impiegati per la determinazione delle tensioni ammissibili del calcestruzzo a compressione e taglio ( $\sigma_c, \tau_c$ ) abbiano assunto valori decrescenti negli anni (5-4-3), mentre quelli impiegati per le tensioni ammissibili degli acciai sono rimasti pressapoco costanti.

#### 4. MISURA DELLA SICUREZZA IN FASE DI RIPROGETTAZIONE

L'intervento di ristrutturazione o di riadeguamento dovendo essere condotto, come si è detto, con riferimento alla normativa vigente, che apporta variazioni sui tassi di lavoro dei materiali e sulle entità delle azioni e delle loro combinazioni, implica una variazione dell'originario livello di sicurezza, che in generale risentirà pure delle variazioni degli elementi direttamente ricavati dalle indagini ed ispezioni condotte sul manufatto. Ciò comporta la valutazione della sicurezza globale del manufatto in presenza di incertezze sulle azioni, sui parametri geometrici, sulle resistenze dei materiali e derivanti, altresì, dalla incompletezza dei controlli necessariamente limitati e condotti per campioni. Nella formulazione del problema della misura della sicurezza strutturale tali parametri di incertezza assumono il significato di variabili random e vengono rappresentate dal vettore  $\mathbf{x} = (x_1 \dots x_n)^T$ . Com'è noto (VI), (XIV), (XXIV), per fornire criteri di sicurezza si definiscono appropriati stati limite

$$g(\mathbf{x}) \quad (3)$$

ammettendo che si ha il collasso per

$$g < 0 \quad (4)$$

e che è garantita la sicurezza allorché la probabilità  $p_r$  non abbia a superare quel valore piccolo  $\epsilon$ , cosiddetta probabilità accettabile, per l'evento che lo stato limite possa essere raggiunto. Detta allora  $f_x(\mathbf{x})$  la funzione densità di probabilità per  $\mathbf{x}$ , deve risultare:

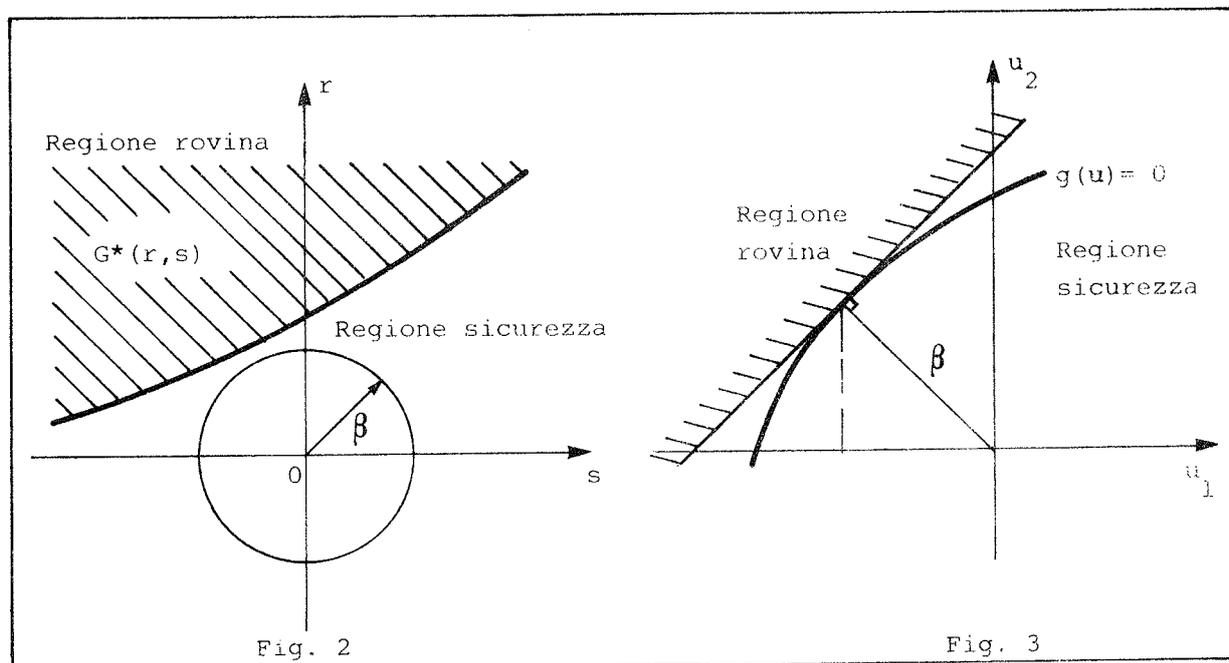
$$p_r = \int \dots \int f_x(x_1 \dots x_n) dx_1 \dots dx_n < \epsilon \quad (5)$$

L'integrazione essendo effettuata nella regione  $g \leq 0$ .

L'insufficienza di informazioni sulle code della distribuzione delle variabili random ha condotto a sostituire il precedente criterio con altro che coinvolge solamente il valore medio  $\mu$  e la deviazione standard  $\sigma$ . Siffatto criterio nel caso di due variabili random ad es. le azioni (S) e la resistenza dei materiali (R) una volta introdotte le variabili ridotte

$$r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad s = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (6)$$

divide il piano  $r$ - $s$  in una regione di sicurezza  $G(r,s)$  ed in una di collasso  $G^*(r,s)$  richiedendo per sicurezza che il cerchio di raggio  $\beta$  giaccia interamente in  $G(r,s)$  (Fig. 2).



Generalizzando, trasformate le variabili  $\mathbf{x}$  nel vettore

$$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)^T$$

delle variabili normali standardizzate ed indipendenti

$$\mathbf{u} = \left[ \mathbf{x} - \frac{\mathbf{E}(\mathbf{x})}{\mathbf{D}(\mathbf{x})} \right] \quad (7)$$

dove

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T \quad (8)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)^T$$

sono rispettivamente il vettore valor medio ed il vettore deviazione standard, la superficie dello stato limite  $g(\mathbf{u}) = 0$  in questo nuovo spazio viene approssimata dal suo iperpiano tangente al punto di minor distanza  $\beta = \|\mathbf{u}^*\|$  dall'origine (Fig. 3). Il punto  $\beta$  è detto indice di sicurezza e la

probabilità di rovina, che diminuisce al crescere di  $\beta$ , è valutabile a mezzo della

$$p_r = P[g(u) \leq 0] \approx \phi(-\beta) \quad (9)$$

essendo  $\phi$  la funzione di distribuzione normale standardizzata.

La campagna di indagini su strutture da rianalizzare indica talvolta la sopravvivenza del manufatto, nel suo complesso o limitatamente ad alcuni suoi elementi significativi ad azioni superiori a quelle previste per il raggiungimento di un determinato stato limite. Il che, come è stato fatto osservare (XXIV), ai fini della valutazione dei livelli di sicurezza può interpretarsi come l'esistenza di stati limite artificiali migliorativi delle probabilità di collasso le cui espressioni assumono la forma

$$p'_r = P[g_0(\mathbf{x}) \leq 0 \mid g_1(\mathbf{x})=0] \quad (10)$$

$$p'_r = P[g_0(\mathbf{x}) \leq 0 \mid g_1(\mathbf{x})>0] \quad (11)$$

in cui  $g_0(\mathbf{x})$  è la funzione dello stato limite originale e  $g_1(\mathbf{x})$  quello dello stato limite artificiale formulato dai risultati della condotta campagna di indagini.

La (10) è rappresentativa di una situazione in cui sono state effettuate misure di deformazioni o ampiezze di fessure; la (11) traduce la sopravvivenza dell'intera struttura o di suoi elementi a carichi elevati. Con questi criteri, almeno nei casi semplici e quando siano disponibili le statistiche delle grandezze in gioco, è possibile pervenire ad una misura del livello attuale di sicurezza.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- 01) GUIDI, C.: Lezioni di Scienza delle Costruzioni - Parte IV: Teoria dei Ponti, Vincenzo Bona Ed., Torino, 1928.
- 02) HUMMEL, A.: Das Beton, ABC - Berlino, 1939.
- 03) CESTELLI GUIDI, C.: Le nuove norme per i carichi stradali, Giornale del Genio Civile, Fasc. VI, Nov.-Dic. 1945, pp. 626-631.
- 04) KOLEK, J.: An Appreciation of the Schmidt Rebound Hammer, Magazine of Concrete Research, March 1958, pp. 27-36.
- 05) Whitehurst, E.A.: Evaluation of Concrete Properties from Sonic Tests, ACI Monograph No. 2, 1966.
- 06) HASOFER, A.M. - LIND, N.C.: Exact and Invariant Second-moment code format, Journal of the Engineering Mechanics Division EMI, February 1974, n° 10376, pp. 111-121.
- 07) MALHOTRA, V.M.: Evaluation of the Windsor Probe Test for Estimating Compressive Strength of Concrete", Materiaux et Construction, n.37, 1974.
- 08) MALHOTRA, V.M.: Testing Hardened Concrete: Nondestructive Methods, ACI Monograph No. 9, 1976.
- 09) BOCCA, P.: Indagine Teorico Sperimentale sulla Determinazione della Resistenza del Calcestruzzo Mediante Prova di Estrazione, Industria

- Italiana del Cemento, Gen. 1979, pp. 45-52.
- 10) BOCCA, P.: On Some of the Problems Relating to the Use of Combined Methods in Quality Control, Politecnico di Torino, Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, n. 471, Dic. 1979.
  - 11) PASCALE, G.: Metodi di Prova Non Distruttivi dei Calcestruzzi, Riv. INARCOS, 413, Nov. 1980.
  - 12) PASCALE, G. - DI LEO, A.: La Stima della Resistenza In Situ dei Calcestruzzi con i Metodi Non Distruttivi, Riv. INARCOS, 415, Genn.-Febbr. 1981.
  - 13) RADOGNA, E.F.: La resistenza dei materiali nell'analisi della sicurezza con il metodo semiprobabilistico agli stati limite: dalla resistenza di calcolo al controllo di accettazione, Notiziario AICAP, marzo-aprile 1981.
  - 14) HOHENBICHLER, M. - RACKWITZ, R.: Non-normal dependent vectors in structural safety, Journal of the Engineering Mechanics Division EM1, December 1981 n° 16762, pp. 1227-1238.
  - 15) GIACCHETTI, R. - MENDITTO, G.: Il Controllo di Strutture in C.A. sottoposte all'Azione di Incendio con il Metodo Combinato dell'Impulso Ultrasonico e dell'Indice dello Sclerometro Schmidt, La Prefabbricazione n. 7-8, Luglio/Agosto, 1981.
  - 16) BOCCA, P. - FACAOARU, J.: Metodi di Prova non Distruttivi sulle Strutture Finite: Prove Sclerometriche, Industria Italiana del Cemento n. 9, 1982.
  - 17) POINEAU, D.: Cas des ponts en béton et ponts Métalliques, Annales I.T.B.T.P n°411, Janvier 1983, pp. 26-89.
  - 18) BOCCA, P. - CIANFRONE, F.: Le Prove Non Distruttive sulle Costruzioni: una Metodologia Combinata, L'Industria Italiana del Cemento n. 6, 1983.
  - 19) MAHOTRA, V., M.: In Situ/Nondestructive Testing of Concrete, ACI SP-82, 1984.
  - 20) MAHOTRA, V., M.: In Situ Tests: Variability and Strength Prediction of Concrete at Early Ages, ACI SP-82, 1984.
  - 21) PASCALE, G. - DI LEO, A.: Controllo Non-Distruttivo del Calcestruzzo nell'Edilizia Industrializzata, Atti Convegno C.T.E., Firenze 1984, pp. c2.1-c2.15.
  - 22) Mani, K. - Lakshmanan, N.: Determining the Extent of Damage due to Fire in Concrete Structures by Ultrasonic Pulse Velocity Measurements, Indian Concrete Journal, July 1986.
  - 23) SCANLON, A. - KRIVIAAK, G.J.: Estimation of Compressive Strength of Concrete in existing Structures Based on In Situ Test Data, ACI Materials Journal, May-June, 1987.
  - 24) DIAMANTIDIS, D.: Reliability assessment of existing structures, Eng. Struct., 1987, vol. 9, July, pp. 177-182.
  - 25) PEDEFERRI, P.: Misure e Mappature di Potenziale su Strutture in Cemento Armato: Metodologie ed Esperienze, Atti III Convegno Nazionale sulle Indagini Non Distruttive per il Controllo di Qualità e la Diagnostica delle Opere di Ingegneria Civile, Bologna, 21-22 Ott. 1987.
  - 26) SCANLON, A. - MIKHAILOVSKY, L.: Strength Evaluation of an Existing Concrete Bridge Based on Core and Nondestructive Test Data, Canad. Journal of Civil Eng., VII 14, 1987, pp. 145-154.
  - 27) SHUPE, J.A. - MISTREE, F.: Compromise an effective approach for the

- design of damage tolerant structural systems, Computers and Structures, n. 3, 1987, pp. 407-415.
- 28) MAYES, R.L. - BUCKLE, I.G., LINDSAY, R.J.: Seismic isolation. A solution to the Earthquake problems of the precast concrete industry, PCI Journal, May-June, 1988, pp. 25-57.

# RIFLESSI DELLE MODALITA' DI INTERVENTO SUL COMPORTAMENTO DI PILASTRI RIPARATI IN C.A. E SULLA MISURA DELLA LORO SICUREZZA

Roberto DI MARCO

Enzo SIVIERO

Istituto Universitario di Architettura di Venezia

## SOMMARIO

Viene effettuato uno studio sul comportamento di pilastri in c.a. danneggiati da azioni cicliche di intensità moderata e riparati in modo differenziato, per tecniche adottate (ripristino, incamiciatura) e per modalità esecutive (con riduzione o meno del carico assiale).

Poichè il comportamento risulta fortemente dipendente da quello delle zone che hanno subito le maggiori escursioni in campo plastico, si è esaminata con maggiore dettaglio l'influenza di una serie di parametri significativi sul comportamento di un concio. I primi risultati dell'indagine svolta sulla sezione trasversale consentono di fornire alcune indicazioni, sia pure a carattere qualitativo, sui limiti dell'applicazione a strutture riparate delle metodologie di analisi della sicurezza usualmente adottate nel caso di strutture integre.

## SUMMARY

The paper deals with an investigation on the behaviour of r.c. columns damaged as a consequence of cyclic actions of small entity and repaired using different techniques (local repair or jacketing) and execution way (load reduction or not).

Being the behaviour highly dependent from the one of the zones subjected to major range in plastic field, a more detailed study is performed in order to examine the influence of a set of significant parameters on the quoin behaviour.

The first results of the investigation performed on the cross section allow to give some preliminary indications on the limits of application to repaired structures of the safety methods usually adopted for new structures.

## 1. PREMESSA

La risposta di strutture a telaio in cemento armato sottoposte ad azioni orizzontali di forte intensità dipende grandemente dalla evoluzione del comportamento degli elementi verticali ed in particolare dalla loro capacità di sopportare forti deformazioni plastiche senza raggiungere il collasso.

In tal caso, per livelli crescenti di gravità del danno, alle e-

stremità dei pilastri si possono riscontrare fessurazioni residue, danneggiamento locale del calcestruzzo, espulsione dello stesso, apertura o rottura delle staffe, con conseguente instabilizzazione delle barre longitudinali di armatura ed inizio di collasso per il nucleo di calcestruzzo residuo (I), (II).

Le tecniche di intervento si differenziano in funzione dell'entità del danneggiamento subito dalla struttura e delle conseguenti riparazioni necessarie che, a titolo esemplificativo, possono consistere in:

- semplice iniezione delle lesioni,
- ripristino con ricostruzione delle parti di calcestruzzo staccate o in via di distacco,
- rinforzo complessivo da effettuarsi mediante l'inserimento di barre aggiuntive e successiva ricostruzione della sezione originaria, ovvero con utilizzo di profili metallici da solidarizzare al calcestruzzo integro mediante getto integrativo. In tale caso si opera generalmente con preventivo scarico delle azioni sul pilastro mediante sollevamento delle travi e puntellazione provvisoria.

Tali interventi, se eseguiti correttamente, possono indubbiamente garantire un significativo recupero della resistenza originaria e anche un suo superamento, ma comportano altresì sensibili alterazioni nella rigidezza delle membrature.

In tal senso, al fine di una corretta valutazione della efficacia della riparazione, è quindi opportuno non solo assicurarsi che sia ripristinata una resistenza prossima a quella dell'elemento integro, ma anche tener conto della possibile redistribuzione delle sollecitazioni e del pericolo di localizzazione della crisi in zone prossime a quelle riparate.

Tale esigenza rende necessaria la messa a punto di modelli accurati per la rappresentazione della risposta dell'elemento prima, durante e dopo il danneggiamento, durante e dopo l'intervento di riparazione.

Tali modelli possono sostanzialmente essere suddivisi in due categorie:

- quelli basati sulla elaborazione dei dati rilevati nel corso di prove sperimentali e che si traducono generalmente in relazioni forze-spostamenti a sforzo normale costante;
- quelli nei quali il comportamento dell'elemento strutturale dipende dai legami costitutivi dei materiali per i quali viene seguita l'evoluzione dello stato di tensione e di deformazione e dei mutui legami, al variare delle sollecitazioni esterne o delle deformazioni impresse.

Nel primo caso la variazione di rigidezza e la degradazione della capacità portante sono controllate da grandezze globali legate, mediante leggi empiriche, alle reali cause fisiche dei fenomeni, e l'attendibilità dei risultati può essere garantita solo per condizioni di geometria e di carico prossime a quelle di prova.

Nel secondo caso invece, controllata l'attitudine del modello a riprodurre i risultati delle prove sperimentali, si può ragionevolmente ipotizzarne la capacità di simulazione anche per condizioni diverse da quelle di prova.

Per la presente indagine, tenendo conto dei risultati di un precedente studio sul comportamento di conci riparati (III), è sta-

to messo a punto un modello del secondo tipo atto a :

- evidenziare la variazione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio per effetto dei vari cicli;
- tener conto della possibile variazione della geometria della sezione trasversale causata dalla progressiva espulsione di parti di calcestruzzo;
- consentire la determinazione della capacità portante residua dopo il danneggiamento;
- tener conto delle diverse tecniche di riparazione e modalità di esecuzione, con particolare riferimento alla possibilità di una riduzione del carico sull'elemento prima dell'intervento;
- simulare il comportamento dell'elemento riparato, in termini di resistenza e di deformazione, sia in fase di servizio che allo stato limite ultimo.

## 2. CARATTERISTICHE DEL MODELLO

### 2.1 Ipotesi alla base della sua formulazione

Il modello proposto si basa sulle seguenti ipotesi:

- a) le lesioni sono originate da prevalenti azioni normali, così che la loro giacitura è ortogonale alla linea d'asse dell'elemento;
- b) le sezioni si mantengono piane e l'aderenza è perfetta sia tra i materiali originari sia tra questi e quelli utilizzati nella riparazione;
- c) si trascura la ridistribuzione delle tensioni interne per effetto delle deformazioni lente dei materiali.

Con la prima ipotesi l'applicabilità del modello viene limitata allo studio di pilastri con comportamento duttile, nei quali sia stata disposta una armatura atta a prevenire rotture fragili per taglio (IV) e che abbiano subito solo moderate escursioni in campo plastico. Tali sono per altro le condizioni per le quali appare generalmente conveniente la riparazione dell'elemento strutturale anziché la sua demolizione.

L'ipotesi della perfetta aderenza tra i materiali fornisce una descrizione approssimata del comportamento delle interfacce; peraltro il trasferimento delle sollecitazioni avviene, data la discontinuità, per mezzo di meccanismi non convenzionali quali l'attrito, la saldatura, l'effetto bietta, etc. con scorrimenti relativi tanto maggiori quanto maggiore è l'entità di tali azioni.

L'ultima ipotesi presuppone che per i materiali originari possano considerarsi esaurite le deformazioni lente e che in quelli utilizzati nella riparazione siano state prese tutte le precauzioni atte a ridurne al massimo gli effetti.

### 2.2 Comportamento del concio integro o riparato sottoposto a cicli arbitrari di carico o di deformazioni imposte

Con l'ipotesi che nel concio sia costante la distribuzione delle deformazioni e delle sollecitazioni è possibile analizzarne il comportamento da quello di una sezione trasversale.

Si assume poi che la sezione originaria e quella riparata siano dotate di simmetria rispetto all'asse di sollecitazione.

Come messo in evidenza nella fig.1, la sezione resistente risulta composta da una serie di strisce, parallele all'asse neutro, a tensione e deformazione costanti, il cui numero e forma può variare nelle diverse fasi di carico.

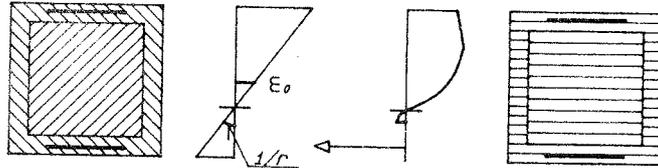


fig.1 schema della sezione

In tal modo si può tener conto di forme complesse, della variazione della geometria della sezione resistente nelle fasi di danneggiamento e di successivo ripristino, delle diverse caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati.

### 2.3 Legami cinematici e comportamento meccanico dei materiali

Con riferimento a fig.2, per un concio di lunghezza  $l$ , lo stato di deformazione unitaria della  $i$ -ma fibra, posta a distanza  $y_i$  dal baricentro della sezione trasversale, può essere espresso nella forma

$$\epsilon_i = (u - \Phi \cdot y_i) / l \quad (1)$$

ovvero in termini incrementali

$$D\epsilon_i = (Du - D\Phi \cdot y_i) / l \quad (2)$$

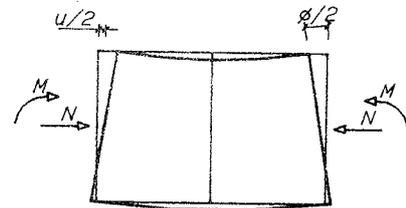


fig.2 deformazioni e sollecitazioni nel concio

nelle quali

$u, Du$  = deformazione assiale del concio, sua variazione,  
 $\Phi, D\Phi$  = rotazione delle facce del concio, sua variazione.

Per la descrizione del comportamento meccanico del calcestruzzo si fa riferimento al legame monoassiale  $\sigma$ - $\epsilon$  di fig.3 che presenta una curva inviluppo caratterizzata da 4 rami monotoni: due ad andamento parabolico per la zona in trazione e per quella a compressione fino alla deformazione di picco, una lineare decrescente con inclinazione dipendente dal grado di confinamento del calcestruzzo, una orizzontale per la zona rappresentativa della resistenza residua (V).

Le curve di scarico hanno andamento parabolico e sono definite dalla tangente nel punto da cui inizia tale fase, dal punto stesso e dalla deformazione plastica ad esso associata (VI).

Le curve di ricarico hanno invece andamento lineare definito dal punto da cui inizia tale processo e dalla intersezione della precedente curva di scarico con la linea dei punti comuni (VII). Per il calcestruzzo del copriferro poi la curva inviluppo è definita solo per deformazioni inferiori alla deformazione  $\epsilon_{50c}$ , in corrispondenza della quale si assume che vi sia l'espulsione del materiale non confinato.

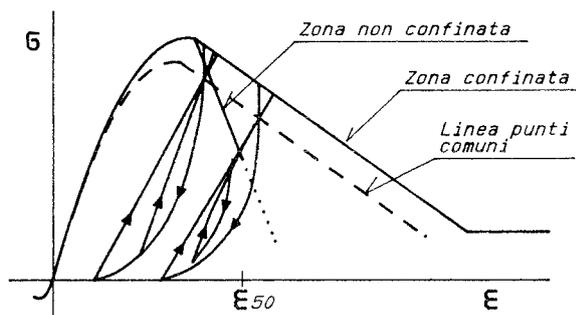


fig.3  
Curva  $\sigma$ - $\epsilon$  del calcestruzzo

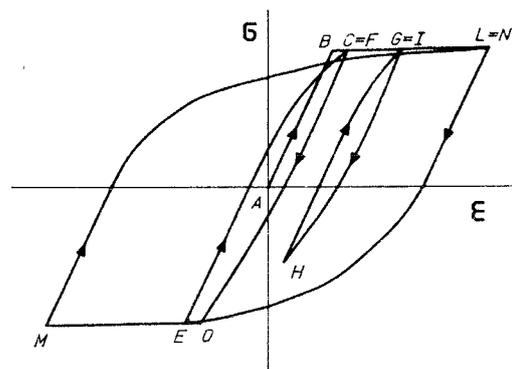


fig.4  
Curva  $\sigma$ - $\epsilon$  dell'acciaio

Per la descrizione del comportamento dell'acciaio si fa riferimento al legame di fig.4, proposto in (VIII), che permette di descrivere storie di carico arbitrarie attraverso la memorizzazione di un numero limitato di parametri.

Tali parametri si riferiscono a 3 curve:

- curva del tipo ABCGL, corrispondente al I carico, valida nel caso di azione crescente,
- curva del tipo LM, rappresentativa delle fasi di scarico, la cui origine coincide con il punto di inversione corrispondente alla maggiore deformazione raggiunta nei cicli precedenti,
- curva del tipo MN, rappresentativa delle fasi di carico, la cui origine coincide con quella del punto di inversione con la minore deformazione raggiunta nei cicli precedenti.

#### 2.4 Modello di comportamento di un concio

Nella  $i$ -ma striscia del concio, alla variazione  $D\epsilon_i$  della deformazione unitaria espressa dalla (1) corrisponde, in base alle leggi costitutive dei materiali, una variazione di tensione  $D\sigma_i(\epsilon_i, D\epsilon_i)$  e di sollecitazione  $DN_i = D\sigma_i \cdot A_i$ . Per l'equilibrio, le variazioni delle caratteristiche di sollecitazione alle estremità del concio risultano

$$DN = \sum DN_i \quad \text{e} \quad DM = \sum DN_i \cdot y_i \quad (3)$$

ove la sommatoria va estesa a tutte le strisce presenti nel passo di carico considerato.

Nell'ipotesi che all'interno di tale passo non si abbia inversione del segno delle  $D\epsilon$  e che si mantenga costante l'eccentricità dello sforzo normale, la funzione  $\sigma_i(\epsilon_i)$  nell'intervallo  $\epsilon - \epsilon + D\epsilon$  risulta olonoma, con modulo di elasticità secante tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + D\epsilon$ .

Risulta quindi valida la relazione incrementale linearizzata

$$\{DS\} = [A] \cdot \{DF\} \quad (4)$$

con  $\{DS\} = \{Du \ D\Phi\}^T$  vettore delle variazioni delle deformazioni delle facce del concio,

$\{DF\} = \{DN \ DM\}^T$  vettore delle variazioni delle forze agenti sulle facce del concio

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{matrice di flessibilità del concio, funzione dei moduli di elasticità secanti delle striscie nel passo considerato}$$

Per la soluzione della (4) viene adottata la tecnica iterativa illustrata in (III), fino a raggiungere un prefissato valore della tolleranza nella convergenza della soluzione.

Suddividendo l'intera storia di carico in passi nei quali siano verificate le ipotesi alla base del procedimento e variando il numero delle striscie resistenti della sezione, è possibile simulare con sufficiente approssimazione la risposta del concio a storie arbitrarie di azioni o di deformazioni, tenendo conto della degradazione delle caratteristiche resistenti dei materiali e di diverse tecniche di riparazione.

## 2.5 Estensione al caso di elementi strutturali

Per l'ipotesi di costanza delle deformazioni delle striscie del concio, alla (4) può essere data la forma valida per la sezione trasversale

$$\{Ds\} = [A] \cdot \{Df\} \quad (5)$$

con  $\{Ds\} = \{D\epsilon_0 \ D(1/r)\}^T$  vettore delle variazioni delle deformazioni della sezione (fig.1),

$\{Df\} = \{Dn \ Dm\}^T$  vettore delle variazioni delle sollecitazioni agenti sulla sezione, coincidente con  $\{DN \ DM\}^T$ .

Con la condizione che sia conservata "in media" l'aderenza tra i materiali e la planarità delle sezioni, l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali al generico elemento fornisce la relazione

$$\{DS_n\} = [K]^{-1} \cdot \{DF_n\} \quad (6)$$

ove con l'indice  $n$  sono state individuate le forze e le deformazioni alle estremità dell'elemento e con  $[K]^{-1}$  la matrice di flessibilità dello stesso.

L'inversione di tale matrice, i cui coefficienti sono ottenuti per integrazione numerica delle deformazioni (5), fornisce, ad ogni passo, la matrice di rigidità dell'elemento nel sistema intrinseco, da utilizzarsi in un codice di calcolo ad elementi finiti.

Nel seguito, facendo riferimento alle sole deformazioni flessionali, lo studio della risposta di un pilastro, con vincoli di incastro e di pattino scorrevole e sottoposto a cicli di carico o di deformazioni a sforzo normale costante, è stato effettuato con una formulazione "alle differenze finite".

Suddiviso l'elemento in  $n$  parti, di uguale lunghezza  $Dx$ , mediante  $n+1$  sezioni ed introdotte 2 sezioni ausiliarie a distanza  $Dx$  dai vincoli, la deformata della struttura, supposta continua, è definita attraverso gli spostamenti  $y_i$  delle sezioni caratteristiche e le curvature sono sostituite dai corrispondenti rapporti

incrementali.

Ad ogni passo valgono quindi :

- le  $n+1$  relazioni tra la variazione di curvatura e la variazione degli spostamenti delle  $n+3$  sezioni del pilastro

$$(Dy_{i+1} - 2 \cdot Dy_i + Dy_{i-1}) / Dx^2 = D(1/r_i) (DN_i, DM_i) \quad (i=2, 3, \dots, n+1, n+2) \quad (7)$$

- le 2 relazioni relative alle condizioni di assenza di rotazioni nei vincoli di estremità

$$(Dy_{i+1} - Dy_{i-1}) / (2 \cdot Dx) = 0 \quad (i=2, n+2) \quad (8)$$

- la condizione relativa all'annullamento dello spostamento di uno dei due vincoli

$$Dy_2 = 0 \quad (9)$$

- la condizione relativa allo spostamento DS imposto all'altro vincolo o al valore della forza DV in esso applicata.

$$Dy_{n+2} = DS \quad DV = (DM_{n+2} - DM_{n+1}) / Dx \quad (10)$$

Nell'ipotesi di simmetria della struttura, ad ogni variazione DV della forza imposta sono definiti i valori  $DM_i$  nelle  $n+1$  sezioni; da questi con la (5) si ricavano i valori  $D(1/r_i) (DN_i, DM_i)$  che sostituiti nelle (7), (8), (9) permettono di determinare i valori degli spostamenti.

Nel caso invece di un processo a deformazione imposta non è possibile determinare direttamente i valori  $DM_i$  da DS. Si adotta quindi una procedura iterativa, a partire da valori delle curvature nelle sezioni di estremità calcolati da quelli del passo precedente con coefficiente di proporzionalità pari al rapporto tra le deformazioni imposte nei due passi; da  $D(1/r_{estr})$  si ricavano i valori di  $DM_{estr}$  nelle stesse sezioni, da questi i valori di  $DM_i$  nelle altre sezioni e, con la metodologia descritta per il caso del processo a forza imposta, i valori degli spostamenti.

Il processo si arresta quando lo spostamento della sezione di estremità approssima quello imposto con la prefissata tolleranza. Per il calcolo di  $DM_i$  da  $D(1/r_i)$  si ricava  $D\epsilon_0$  dalla prima equazione del sistema (5) e si sostituisce nella seconda.

Tale tecnica, in cui il controllo della risposta della sezione è affidato alla deformazione e non alla sollecitazione, permette l'analisi anche dei casi nei quali nelle sezioni di estremità sia superata la curvatura corrispondente alla massima portanza nel ciclo considerato e la funzione  $D(1/r) (DM)$  non è biunivoca.

### 3. ESEMPI NUMERICI

#### 3.1 Studio della risposta di un elemento strutturale

Si fa riferimento al pilastro di fig.5, a sezione quadrata di dimensioni 40x40 cm, armato con 4 barre  $\phi 20$  disposte agli spigoli e staffe  $\phi 8/20$  cm e realizzato adottando Calcestruzzo con resistenza  $R_{bk} = 25$  Mpa.

Acciaio con resistenza  $F_{yk} = 380 \text{ Mpa}$   
 Il pilastro è sottoposto ad uno sforzo normale di 1.0 MN e a cicli di forze (caso a) o di deformazioni (caso b).  
 In entrambi i casi l'ampiezza del primo ciclo è scelta in modo da produrre un danneggiamento delle zone di estremità di modesta entità; successivamente il pilastro viene riparato, previa riduzione dello sforzo normale agente a 0.8 MN, asportando il calcestruzzo ammalorato per uno spessore di 5 cm e sostituendolo con calcestruzzo avente resistenza  $R_{bk} = 30 \text{ Mpa}$ , senza intervenire sull'armatura.

Dopo la riparazione il pilastro viene sottoposto a carico o deformazione crescenti fino ai valori raggiunti nella prima fase del primo ciclo.

Nella fig.6 sono riportati i diagrammi forza-deformazione nei casi (a) e (b) e nella fig.7 i corrispondenti diagrammi momento-curvatura delle sezioni di estremità.

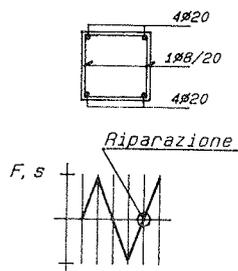


fig.5

pilastro per lo studio numerico

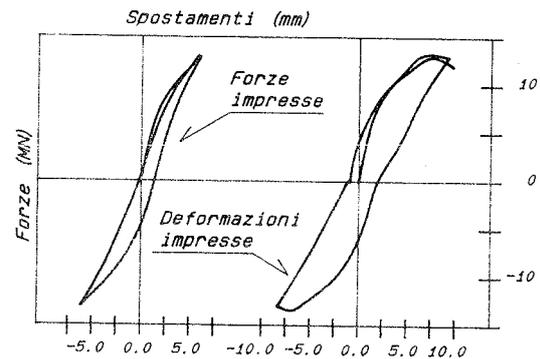


fig.6

diagrammi forze-spostamenti

L'esame dei diagrammi evidenzia che nel caso (a) la riparazione consente di ripristinare le caratteristiche di resistenza e deformabilità del pilastro integro; ciò non accade nel caso (b) ove si nota una capacità portante più limitata ed una sua più rapida riduzione.

I diagrammi di fig.7 mostrano che la causa di tale differenza è da riportarsi principalmente alla maggiore entità del danneggiamento indotto nei conci di estremità dal ciclo di deformazioni (b), con raggiungimento della parziale espulsione del copriferro e dello snervamento delle armature.

Lo studio della risposta dei conci più sollecitati consente quindi, almeno da un punto di vista qualitativo, di individuare gli effetti più significativi delle modalità e delle tecniche di riparazione adottate sul comportamento atteso

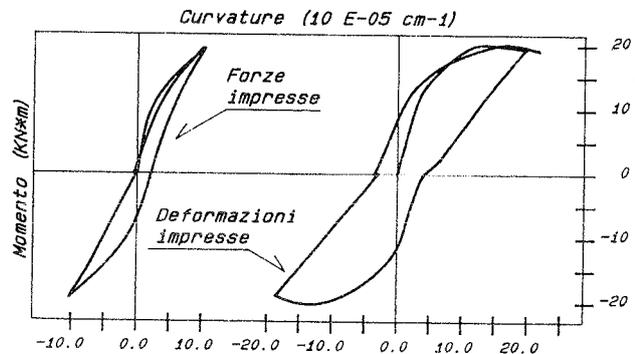


fig.7 diagrammi M-1/r delle sezioni di estremità

delle tecniche di riparazione adottate sul comportamento atteso

dell'elemento strutturale.

Nell'ottica poi di un processo di verifica della sicurezza principalmente legato al controllo della resistenza delle sezioni più sollecitate della struttura, tale studio fornisce utili indicazioni sulla possibilità di estendere al caso di strutture riparate gli usuali modelli di analisi del comportamento delle sezioni messi a punto per strutture integre.

### 3.2 Effetto del tipo e della modalità di riparazione sulla risposta di un concio

Con riferimento ad un concio del pilastro della fig.5, nelle fig. 9,10,11,12 sono riportati i diagrammi momento-curvatura, per storie di deformazioni impresse.

Come nel caso dello studio del comportamento del pilastro, la storia prevede:

- un primo ciclo completo  $(0, 1/r_1, -1/r_1)$ , di ampiezza tale da produrre un prestabilito danneggiamento della sezione,
- una riduzione della deformazione fino ad annullare il valore del momento interno,
- una riparazione con tecniche e modalità d'intervento differenziate,
- una fase terminale in cui la deformazione imposta viene incrementata fino a raggiungere un valore finale  $1/r_2$  tale che  $|1/r_2| > |1/r_1|$ .

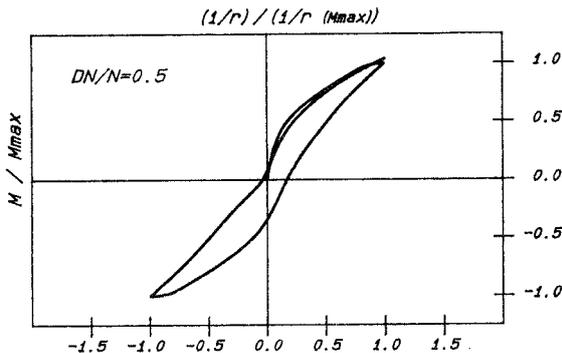


fig. 9

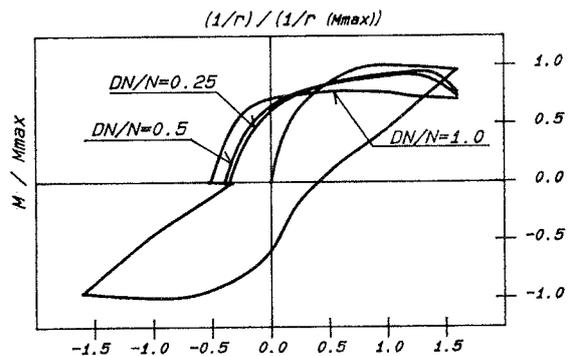


fig.10

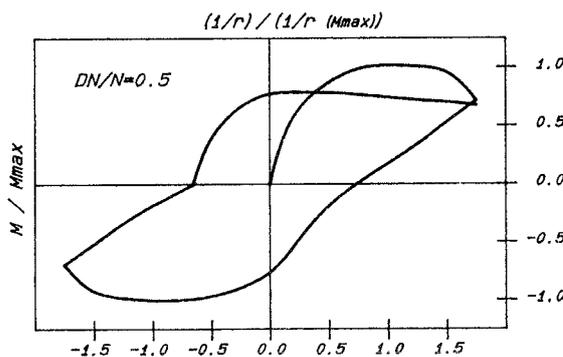


fig. 11

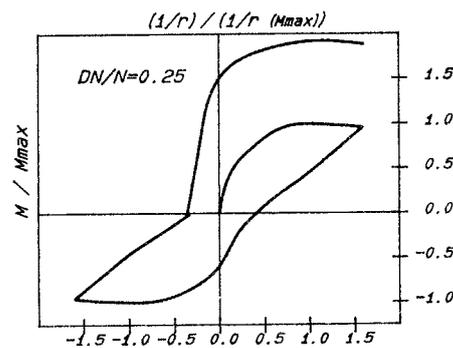


fig.12

I casi esaminati si riferiscono a

Sforzo normale  $N=0.30 N_{ultimo}$

Deformazione di danneggiamento

- $1/r_1 = 0.12 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  cui corrisponde l'inizio dello snervamento degli acciai (fig.9),
- $1/r_1 = 0.24 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  cui corrisponde l'inizio della espulsione del calcestruzzo del copriferro (fig.10,12)
- $1/r_1 = 0.28 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  cui corrisponde la completa espulsione del calcestruzzo esterno alle staffe (fig.11),

condizioni assimilabili ai livelli A,B,C previsti in (II)

Tecnica di intervento

- Ripristino (fig.9,10,11)
- Incamiciatura con incremento della dimensione della sezione a  $50 \times 50 \text{ cm}$  e aggiunta di 4 barre  $\phi 20$  agli spigoli (fig.12)

Entità della riduzione del carico assiale  $DN/N$

- 0.25 simulante l'assenza dei carichi accidentali (fig.10)
- 0.50 simulante una riduzione dei carichi permanenti (fig.9, 10,11,12 )
- 1.00 simulante l'annullamento delle azioni assiali (fig.10)

Nelle riparazioni si utilizza sempre un calcestruzzo con resistenza  $R_{ck} = 30 \text{ Mpa}$ .

L'esame dei diagrammi, pur nella limitazione di questa prima sperimentazione numerica, consente di formulare alcune considerazioni:

La tecnica del ripristino può non essere sufficiente a restituire al concio le caratteristiche di resistenza preesistenti al danneggiamento se questo è stato di elevata intensità; peraltro anche nei casi in cui tale resistenza viene raggiunta il concio mantiene la memoria delle azioni subite e la risposta dipende dalla curvatura residua all'atto della riparazione.

Con la tecnica dell'incamiciatura l'incremento di resistenza del concio riparato rispetto a quello integro è accompagnato da un forte incremento di rigidità; a tale fenomeno consegue generalmente una ridistribuzione delle sollecitazioni agenti rispetto a quelle iniziali con una richiesta di prestazioni al componente riparato che può superare lo stesso incremento di resistenza conseguito.

La modalità operativa di ridurre lo sforzo normale nel pilastro non sembra produrre gli attesi aumenti dell'efficacia della riparazione: ad una benefica riduzione dell'azione sul nucleo si accompagna infatti un incremento della sollecitazione sulle zone periferiche, più rigide, la cui deformazione limite risulta fortemente ridotta dal fenomeno della espulsione (fig.3)

#### 4. MISURA DELLA SICUREZZA DI STRUTTURE RIPARATE

I criteri per l'analisi della sicurezza di una struttura riparata dopo un danneggiamento devono necessariamente differenziarsi da quelli comunemente adottati nella fase di progettazione di strutture nuove.

Facendo riferimento ad una metodologia a livello 1, vanno rivisti il ruolo e i valori numerici dei coefficienti di sicurezza parziali della condizione

$$S_d = S(\sum S_{ki} \cdot \gamma_{fi}) \leq R(f_{ki}/\gamma_{mi}) = R_d \quad (10)$$

Alcune delle grandezze aleatorie che compaiono nella (10) possono essere conosciute con maggiore precisione rispetto ai modelli di previsione in fase di progetto, così come minore sembra ragionevolmente dover essere la durata di vita della struttura e quindi la probabilità del raggiungimento dei valori massimi per i carichi. Peraltro questa incerta riduzione di  $y_f$  può ritenersi pressoché compensata dalle ulteriori incertezze legate alla ridistribuzione delle sollecitazioni.

Ulteriori incertezze riguardano poi anche l'entità della resistenza residua materiali danneggiati, l'effettiva qualità dei materiali aggiuntivi impiegati nelle riparazioni e gli stessi modelli di simulazione del comportamento delle strutture riparate.

A rigore si dovrebbero quindi penalizzare ulteriormente le resistenze dei materiali (I).

Rimandando a (IX) per l'esame di un approccio Bayesiano al problema della integrazione delle "informazioni a priori" della fase di progetto con i "campioni della variabile aleatoria" derivati da prove effettuate sulla struttura, nel seguito si presentano alcune considerazioni che, sia pure a carattere qualitativo, consentono di trarre alcune utili indicazioni sulle conseguenze della adozione nello studio del comportamento di sezioni riparate di modelli di risposta usualmente adottati nell'analisi di strutture nuove.

#### 4.1 Incertezza sul modello di previsione della risposta di strutture riparate.

Con riferimento alla sezione del concio della sperimentazione numerica, nella fig.13 sono riportati i domini d'interazione M-N calcolati nelle usuali ipotesi di adozione del diagramma parabola-rettangolo per la legge  $\sigma-\epsilon$  del calcestruzzo e di un legame elasto-plastico per l'acciaio, utilizzando per i materiali i valori caratteristici delle resistenze, trattandosi di problemi di analisi strutturale.

Sono stati previsti tre casi:

- a - sezione integra,
- b - sezione riparata con annullamento dell'azione normale  $DN/N=1$ ,
- c - sezione riparata con riduzione dell'azione normale  $DN/N=0.2$ .

Nei primi due casi il diagramma delle deformazioni della sezione ha andamento lineare, nel terzo invece, nell'ipotesi di assenza di deformazioni lente del calcestruzzo, la zona centrale del nucleo è soggetta ad una preventiva deformazione costante dovuta allo sforzo normale presente all'atto del ripristino del calcestruzzo del copriferro.

Il dominio relativo alla condizione (b) risulta tutto esterno a quello della condizione (a) perché, a parità di condizioni di deformazioni di rottura, la sezione corrispondente al caso (b) presenta una zona esterna con caratteristiche resistenti superiori.

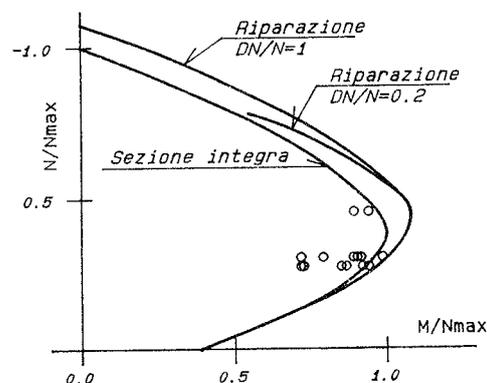


fig.13 Domini M-N

La rottura convenzionale della sezione può quindi verificarsi per raggiungimento della deformazione limite nel nucleo prima che questa sia stata raggiunta nel copriferro, con riduzione della capacità portante rispetto a quella valutabile in assenza di tale vincolo.

Nello stesso diagramma sono riportati i punti rappresentativi della massima capacità portante fornita dal modello illustrato nella ipotesi di sezione integra e di sezione riparata con o senza riduzione dell'azione normale.

L'esame dei diagrammi mostra con chiarezza che i punti rappresentativi della sezione riparata sono generalmente interni non solo alle curve relative ai casi (b) e (c) ma anche a quella relativa al caso (a) di sezione integra.

Il ricordo delle deformazioni subite si traduce complessivamente in una riduzione della capacità limite effettiva rispetto a quella attesa.

#### 4.2 Applicazione dei metodi S.P.S.L. e T.A. alle verifiche di sicurezza di strutture riparate

In una procedura di verifica di sicurezza a livello 1, appare quindi opportuna l'introduzione di un coefficiente di comportamento  $\gamma_n$  che rifletta le incertezze nella risposta della sezione trasversale la cui calibrazione appare però particolarmente complessa, attesa la difficoltà di definire il danneggiamento ed i suoi effetti.

Facendo riferimento poi ad un metodo di verifica ampiamente usato nella pratica corrente, quello delle tensioni ammissibili, nella fig.14 sono riportati i domini d'interazione relativi a tale metodo nelle stesse ipotesi (a), (b), (c) precedentemente introdotte e i domini calcolati con il metodo SPSL adottando per i materiali i coefficienti di sicurezza  $\gamma_s = 1.15$   $\gamma_c = 1.6$  e per i carichi il coefficiente  $\gamma_f = 1.6$ , al fine di garantire una omogeneità di confronto con livelli di carico convenzionalmente corrispondenti a quelli previsti nel metodo delle T.A.

Accanto alla attesa differenza tra i risultati forniti dai due metodi nel caso delle sezioni integre o riparate con scarico dell'azione normale, il confronto tra i diagrammi mostra una totale variazione delle previsioni fornite dai due modelli nel caso di una riparazione con parziale rimozione di detta azione.

Nell'ipotesi del metodo delle T.A., che la sezione espliciti la sua massima capacità portante quando si raggiunga in una delle fibre la tensione ammissibile, la concentrazione delle azioni normali nel solo nucleo rende critica la tensione delle fibre di quest'ultimo prima che sia stata completamente esaurita la resistenza ammissibile delle fibre della zona del copriferro.

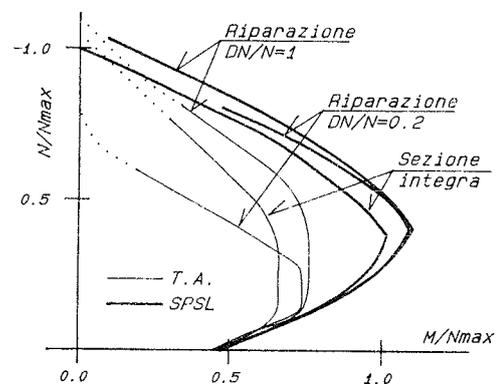


fig.14 Domini M-N T.A e SPSL

## 5. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

IL modello proposto, che costituisce una estensione al caso di componenti strutturali di quello messo punto da uno degli autori per lo studio di un concio, permette di seguire la risposta di un pilastro di c.a. prima, durante e dopo la fase di danneggiamento nonché nella fase di riparazione e nella residua vita.

Nella definizione di tale modello sono state introdotte alcune ipotesi semplificatrici sul complesso comportamento dei materiali della riparazione e sui loro mutui legami, che ne limitano l'applicabilità al caso di strutture che abbiano subito danneggiamenti di entità moderata.

Dall'esame della risposta di un pilastro con condizioni di vincolo di incastro e pattino scorrevole, simulanti la continuità all'interno di una ossatura a nodi spostabili, appare con chiarezza che il comportamento dell'intero elemento è fortemente condizionato da quello delle sezioni più sollecitate, tanto più quanto queste subiscano nella fase di danneggiamento significative escursioni in campo plastico.

In merito alla tecnica dell'incamiciatura, lo studio della risposta di un concio riparato mostra che l'incremento di resistenza rispetto al concio integro si accompagna ad un forte incremento di rigidità che può produrre nella struttura ridistribuzioni di sollecitazioni cui consegue una richiesta di prestazioni superiori a quelle raggiunte.

Per quanto si riferisce invece alla tecnica del ripristino, l'indagine numerica ha messo in evidenza l'effetto dell'entità del danneggiamento sull'efficacia della riparazione e il ruolo della distribuzione delle sollecitazioni tra nucleo e zone esterne, conseguente alla differente qualità dei materiali di tali due zone e alla varietà delle tecniche operative.

In relazione a tale punto, il confronto della risposta del modello proposto, nel quale i materiali sono caratterizzati da leggi costitutive non olonome, con quella attesa utilizzando il modello di risposta strutturale comunemente adottato nel metodo S.P.S.L. fornisce alcune indicazioni, seppure solo qualitative, sull'esigenza di tener conto dell'effetto della degradazione subita dal materiale a causa delle azioni subite prima dell'intervento attraverso l'introduzione di un coefficiente di comportamento  $\gamma_n$ .

Il modello di risposta adottato nel metodo T.A. invece, che identifica la causa della crisi nel raggiungimento della tensione ammissibile in una sola fibra della sezione, non consente di simulare la variazione della rigidità del calcestruzzo del nucleo rispetto a quello delle zone esterne della sezione messo in evidenza dal modello, e quindi si rivela poco suscettibile di una coerente applicazione alla verifica di sicurezza di strutture riparate, a meno di non introdurre una omogenizzazione delle varie zone della sezione con moduli di elasticità variati per tener conto della diversità della risposta dei materiali.

## BIBLIOGRAFIA

- I TASSIOS T.P.: United Nations Economic Commission for Europe, Committee of Housing, Building and Planning: An introduction to redesign, repair and strengthening of buildings in seismic regions. Geneva 1982
- II C.E.B. BULLETIN N. 162 : Assessment of concrete structures and design procedures for upgrading (Redesign). August 1983.
- III RADOGNA E.F., DI MARCO R. : Riparazione di pilastri di cemento armato : indagine sulla risposta ad azioni cicliche di conci riparati con modalità di intervento differenziato. Atti del 2° Convegno Nazionale " Ingegneria Sismica in Italia" pp. 5.23-5.34. Rapallo Giugno 1984.
- IV C.E.B. BULLETIN N. 161 : Response of r.c. critical regions under large amplitude reversed actions. August 1983.
- V KENT D.C., PARK R. : Flexural members with confined concrete. ASCE Journal of Structural Division vol.31 NoST7, July 1971, pp. 1969-1980.
- VI KARSAN D., JIRSA J. : Behaviour of concrete under compressive loadings. ASCE Journal of Structural Division Vol. 95 NoST12, pp. 2543-2563
- VII AOYAMA H. : Mechanical properties of concrete under load cycles idealizing seismic actions. C.E.B. Bulletin n. 131 Structural concrete under seismic actions pp. 29-63 , Avril 1979
- VIII AKIYAMA H., YAMANOUCHI H., KATO B. : Predictable properties of material under incremental cyclic loading. Theme III, IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures acted on by well defined repeated load. Lisboa 1973.
- IX NAPOLI P., RADOGNA E.F. : On safety evaluation of existing r.c. structures : Critical considerations about the Bayesian approach applied to level 1 and Level 2 reliability methods. Paper presented at the meeting of General task Group 21 "Redesign of Concrete Structures" of C.E.B. Lisbon October 1988.

## IN TEMA DI STIMA DELL'AFFIDABILITA' DI STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO ESISTENTI

CLAUDIO FLORIS

Ingegnere strutturista, collaboratore EMIT presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano.

### SOMMARIO

Una struttura esistente si differenzia in modo sostanziale da una che dovrà essere costruita per la quantità e la qualità di informazioni: si discute in primo luogo questa differenza e si riconducono le incertezze che riguardano una struttura a due tipi fondamentali. Riconosciuta la migliore conoscenza che si ha di una struttura di calcestruzzo esistente, se ne deduce che in fase di riprogettazione o di stima dell'affidabilità del costruito si possono impiegare resistenze di progetto minori, indici di sicurezza  $\beta$  minori e probabilità di rovina maggiori rispettivamente operando al I, II e III livello. Vengono illustrati 3 metodi proposti in letteratura per calcolare la resistenza di progetto del calcestruzzo in questi casi e se ne suggerisce un quarto. L'altro problema che si presenta in fase di riprogettazione è quello di stabilire la statistica della resistenza del calcestruzzo sulla base dei risultati delle prove sperimentali: l'approccio bayesiano viene proposto come quello che meglio si adatta al caso. Un esempio relativo ad una trave in c.a. per la quale si sia riscontrata una resistenza minore di quella richiesta completa la memoria.

### SUMMARY

The difference between an existing facility and a structure that will be built is emphasized: in the first case one has more quantity of information since the non-random uncertainties can be eliminated. Therefore in redesign stage larger probabilities of failure and smaller strengths than in design stage can be used. The bayesian approach is suggested in order to determine the statistics of concrete strength and a method is outlined to assess the redesign concrete strength.

### 1. PREMESSE E SCOPI

Una questione importante che dovrebbero porsi sia l'ingegnere progettista sia il Normatore è se la stima dell'affidabilità di una struttura esistente differisca ed in che cosa da quella di una struttura da erigersi. E' da notare che i codici di misura italiani non prendono in esame quest'aspetto, cioè quello della riprogettazione e della stima dell'esistente, nonostante che il riuso, il ricupero ed il restauro di costruzioni esistenti siano diventati come numero paragonabili alle nuove erezioni. Scopo della presente memoria è di

fare alcune osservazioni sulle metodologie da seguire in fase di riprogettazione anche in vista di una Normativa e di presentare un esempio applicativo.

Tornando alla domanda iniziale, in primo luogo si cercherà di stabilire la differenza fra una struttura esistente ed una da erigersi nei confronti della conoscenza che può aversi di entrambe. Le seguenti caratteristiche sono precipue della prima:

- (1) la struttura esistente è in generale completamente esaminabile sì che tutte le misure possono essere rese note con poca incertezza, eventuali difetti o lesioni possono essere messi in luce e nel caso di strutture in c.a. la resistenza del calcestruzzo può essere conosciuta mediante prove non distruttive, cioè con l'uso dello sclerometro o, meglio, degli ultrasuoni;
- (2) il sito, comprendendo in esso anche il terreno sottostante, è noto, o può divenire tale, con tutte le sue caratteristiche;
- (3) è noto l'uso della struttura e quindi in una certa misura sono note le azioni che la sollecitano.

Viceversa, quando si progetta una struttura da costruirsi, non si sa nulla del risultato ed in fondo è anche incerto se essa verrà effettivamente eretta: è quindi evidente che nel caso di costruzioni esistenti si ha una maggiore quantità di informazioni che nel caso di costruzioni da erigersi.

In entrambi i casi permane un altro tipo di incertezze, quelle relative agli effettivi valori delle azioni e delle resistenze nello spazio e nel tempo: queste incertezze non sono evitabili anche se si ha una completa informazione. Grandezze aleatorie quali la resistenza di un materiale ed un'azione come la velocità del vento sono conoscibili solo in funzioni di probabilità e per esse può essere soltanto calcolata la probabilità che un certo valore sia superato.

Tichy (1987) chiama le prime incertezze irregolari e le seconde incertezze correnti: in realtà la fondamentale differenza fra i due tipi di incertezze sta nel fatto che queste ultime sono trattabili colla teoria matematica classica della Statistica e del Calcolo delle Probabilità (e.g. si vedano: Benjamin-Cornell, 1970; Ang-Tang, 1975), mentre le prime no. Anche le prime sono matematicamente trattabili colle regole della logica e sono inquadrabili in alcune teorie recentemente messe a punto: si ricordano la Teoria dell'Eventualità (Shafer, 1976) e la Teoria della Possibilità e degli Insiemi Confusi (Zadeh, 1978; Dubois-Prade, 1980; Brown - Yao, 1983; Yao - Furuta, 1986). Il principale difetto di queste teorie è quello di una certa complicazione sia teorica sia computazionale: si vedano a tal proposito il lavoro di Furuta e Shiraishi (1987) relativo alla stima della resistenza di strutture danneggiate e quello di Frangopol et al. (1987) relativo al rischio sismico. Pertanto appare difficile un'inclusione di questi metodi nei codici di misura: pur non dicendolo esplicitamente, gli attuali codici di misura (CEB, 1976 1978) coprono le incertezze del primo tipo, cioè quelle non aleatorie, diminuendo il valore della probabilità di rovina accettabile se si opera ai livelli superiori di misura della sicurezza od introducendo opportuni coefficienti  $\gamma$  da applicare ad azioni e resistenze caratteristiche se si opera a livello 1. E' evidente, sulla base di questo concetto, che il coefficiente

$\gamma_C$  applicato al calcestruzzo, di valore  $1.4 \div 1.6$  a seconda dei codici di misura (CEB, 1978; D.M.LL.PP., 1985), ha in realtà un valore maggiore di quello che comporterebbe il coefficiente di variazione della statistica della resistenza del calcestruzzo. Analogamente sulla base del basso coefficiente di variazione della sua statistica, quasi mai superiore a 0.10, il coefficiente  $\gamma_G$  da applicare al peso proprio non dovrebbe superare 1.10: evidentemente con  $\gamma_G = 1.5$  si coprono altre incertezze di tipo non aleatorio. Tenuto conto che le incertezze del primo tipo sono minori, e comunque eliminabili, nel caso delle strutture esistenti appare logico impiegare per esse probabilità di rovina maggiori o coefficienti di sicurezza  $\gamma$  minori: una proposta in questo senso verrà fatta nel prossimo capitolo.

## 2. SCELTA DEI PARAMETRI CARATTERIZZANTI LA RESISTENZA IN FASE DI RIPROGETTAZIONE

Si supponga assegnata una struttura in calcestruzzo esistente di cui debba essere stimata l'affidabilità; si supponga inoltre di poter sottoporre tale struttura a prove e misure di vario tipo in modo da poter conseguire una conoscenza sufficientemente approfondita di essa. Se si tralascia, come si farà in questa sede, il problema dell'analisi delle azioni effettivamente applicate alla struttura e della valutazione della loro entità o meglio delle loro statistiche, l'affidabilità della struttura o di una sua parte può essere stimata passando per le seguenti fasi:

- (1) prove sulla struttura ed in particolare determinazione della resistenza del calcestruzzo, determinazione delle effettive dimensioni, indagine sull'eventuale presenza di difetti o lesioni;
- (2) determinazione della statistica della resistenza del calcestruzzo;
- (3) determinazione della resistenza di progetto del calcestruzzo in fase di riprogettazione in funzione della statistica che si è trovata: se tale resistenza di progetto differisce di poco da quella prevista, la struttura può essere accettata senza ulteriori indagini; viceversa se essa è notevolmente minore, è necessario valutare l'effettiva affidabilità della struttura con uno dei metodi di livello superiore.

Le fasi sopra elencate verranno illustrate nel seguito fatta eccezione per la prima che non verrà trattata.

### 2. 1 Determinazione della statistica della resistenza del calcestruzzo

Si supponga di avere eseguito prove sulle diverse parti della struttura sottoposta ad esame: poichè a priori non si può dire se le varie parti sono omogenee, almeno da un punto di vista teorico risulterebbe necessario provare tutti gli elementi della struttura. Pertanto per semplicità si fisserà la attenzione su di un'unica parte per la quale si siano ottenuti  $N$  valori della resistenza del calcestruzzo. La statistica della resistenza può essere determinata seguendo l'approccio classico oppure l'approccio bayesiano.

Seguendo l'approccio classico si determinano dapprima le stime  $m_{fC}$ ,  $s_{fC}^2$  ed  $a$  dei momenti della statistica, essendo rispettivamente una stima pun

tuale della media  $\mu_{fc}$ , della varianza  $\sigma_{fc}^2$  e dell'asimmetria  $\gamma_a$ . In altro modo può anche essere determinato un intervallo di confidenza per i suddetti momenti (Ang-Tang, 1975; Benjamin-Cornell, 1970). Dai momenti così ottenuti si ricavano i parametri delle funzioni densità di probabilità: la scelta di un modello rispetto ad altri viene effettuata eseguendo i ben noti tests statistici quali il  $\chi^2$ , il KS ed il Maximum Probability Plot Correlation Coefficient Test (MPPCC: Filliben 1975).

Poichè il numero N di prove effettuate è limitato, un grado di incertezza rimane sia nei momenti della resistenza sia nel modello adottato: di questa incertezza bisogna tenere conto tanto nell'impiego dei metodi di livello superiore, nei quali o si incrementa lo scarto con un "prediction error" oppure si introduce un fattore correttivo aleatorio globale da applicarsi in forma moltiplicativa alla grandezza nota con incertezza (Ang-Tang, 1984), quanto nel metodo di primo livello. In quest'ultimo il problema che si presenta è quello di valutare il frattile  $x_\alpha$  di una variabile aleatoria i cui momenti sono stimati, ma non noti esattamente. Si può scrivere

$$x_\alpha = m_x + k_1 \sigma_x, \quad x_\alpha = \mu_x + k_2 s_x, \quad x_\alpha = m_x + k_3 s_x \quad (1a, b, c)$$

essendosi rispettivamente assunti come stimati la media, lo scarto ed entrambi. I Coefficienti  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  dipendono dalla statistica di  $x$ , dalla statistica assunta per gli stimatori dei momenti, dalla numerosità del campione e dal grado di fiducia assunto: esistono tabelle coi valori a seconda dei casi di  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  (Sachs, 1984), ma tali tabelle non sono diffusissime e non coprono tutte le possibili statistiche, il che è un difetto di questo approccio.

L'approccio bayesiano appare essere per certi aspetti superiore a quello classico: la procedura che verrà qui delineata è analoga a quella suggerita da Grigoriu, Veneziano e Cornell (1979) che l'applicavano alla determinazione della statistica della velocità del vento. Si sceglie in primo luogo il parametro  $\theta$  di cui si cerca lo stimatore bayesiano  $\hat{\theta}$ : in genere si sceglie la media od un parametro ad essa proporzionale ritenendo noto ed uguale a quello del campione lo scarto. In base alla teoria di Bayes la densità dello stimatore è data da

$$f''(\theta) = \frac{L(\theta) \cdot f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} L(\theta) \cdot f'(\theta) \cdot d\theta} \quad (2)$$

dove  $f'(\theta)$  è la densità attribuita a priori a  $\theta$  e  $L(\theta)$  è la funzione di verosimiglianza

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^N f_x(x_i; \theta) \quad (3)$$

in cui  $f_x$  indica la densità della variabile aleatoria  $x$ . Come stimatore si assume in genere la media di  $\theta$ :

$$\hat{\theta} = \theta_m = \int_{-\infty}^{+\infty} f''(\theta) \cdot \theta \cdot d\theta \quad (4)$$

La ricerca dello stimatore bayesiano deve essere operata più volte per diverse statistiche  $f_x$  della v.a.  $x$ : in alcuni casi, e questo è un difetto del metodo, è necessario operare con metodi iterativo-numeric. Questa necessità si presenta ad esempio per le statistiche estreme di 2° e 3° tipo: nell'esempio illustrato nel Cap.3 si è considerata la statistica estrema di 2° tipo ai valori massimi (Ang-Tang, 1984) e per la ricerca dello stimatore bayesiano della moda si è impiegato un apposito programma di calcolo.

Una volta ottenuti gli stimatori dei parametri di diverse statistiche si ricalcolano le funzioni di verosimiglianza  $L$  (3) usando tali stimatori e si assume come modello rappresentativo della v.a.  $x$  la statistica che massimizza  $L$ . I vantaggi dell'approccio bayesiano sono i seguenti: in primo luogo la statistica trovata include le informazioni a priori attraverso  $f'(\theta)$ ; poi non è necessario né stabilire un intervallo di confidenza per la media né impiegare relazioni analoghe alle Eq. 1 per il calcolo dei frattili: la quantità di informazione di cui si è in possesso verrà introdotta nel calcolo della resistenza di progetto, cosa che verrà illustrata nel paragrafo successivo.

## 2.2 Determinazione del valore di progetto della resistenza del calcestruzzo

Una volta determinata la statistica della resistenza del calcestruzzo, può essere calcolato il valore caratteristico  $f_{ck}^*$  dove l'asterisco indica che si tratta di un valore dalla statistica determinata in fase di riprogettazione (se si è usato l'approccio classico  $f_{ck}^*$  è calcolato con relazioni del tipo delle Eq.1). Tichy (1987) suggerisce tre metodi per determinare la resistenza di progetto  $f_{cd,r}$  in fase di riprogettazione: essi hanno la caratteristica comune di fare tendere  $f_{cd,r}$  a  $f_{ck}^*$  al crescere della quantità di informazioni  $\omega$  di cui si è in possesso. Tali metodi sono:

(1) Variazione di  $\gamma_c$  - La relazione generale è  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$  con  $\gamma_c = 1.4 \div 1.6$  (CEB, 1978; CNR, 1980; D.M.LL.PP., 1985). In fase di riprogettazione viene suggerito di adottare

$$\gamma_c^* = 1 + (\gamma_c - 1) \cdot (1 - \omega) \quad , \quad (5)$$

avendosi  $\gamma_c^* = 1$  per  $\omega = 1$  (informazione totale) e  $\gamma_c^* = \gamma_c$  per  $\omega = 0$  (nessuna informazione).

(2) Variazione della riduzione di resistenza - Definendo variazione di resistenza la differenza

$$\Delta f_c = f_{ck} - f_{cd} \quad , \quad (6)$$

si mantiene costante  $\Delta f_c$  in fase di riprogettazione e si calcola  $f_{cd,r}$  colla relazione

$$f_{cd,r} = f_{ck}^* - (1 - \omega) \cdot \Delta f_c \quad (7)$$

(3) Variazione del frattile associato a  $f_{cd}$  - Attribuendo un determinato frattile  $\alpha_d$  a  $f_{cd}$  ( $\alpha_d = 0.5\%$  nella filosofia del CEB, 1978), questo può essere variato in funzione delle informazioni che si hanno sul costruito. Tichy

propone la relazione

$$\alpha_d = 0.05 \cdot \omega^3 \quad \text{con} \quad P(f_c \leq f_{cd}) = \alpha_d \quad (8)$$

Dei tre metodi il terzo appare quello più facilmente adattabile ad un futuro codice; tuttavia la relazione cubica (8), anche se giustificata dall'Autore colla non-linearità delle funzioni distribuzione, appare arbitraria: nel presente lavoro si suggerisce la funzione seguente per il rapporto fra il frattile caratteristico e quello di progetto

$$\alpha_k/\alpha_d = a - (a-1) \cdot \exp(1-1/\omega) \quad (a = 10) \quad (9)$$

La forma esponenziale scelta è giustificata dal fatto che molte funzioni statistiche hanno un'espressione di tipo esponenziale: le Eq. 8 e 9 sono messe a confronto in Fig. 1.

La grandezza  $\omega$  misura, come detto, la quantità di informazione che si ha sulla struttura o l'elemento strutturale sotto esame: Tichy (1987) definisce  $\omega$  come il rapporto tra la quantità di informazione disponibile e quella che sarebbe teoricamente necessaria per avere una conoscenza totale; in questo modo sorge una difficoltà di ordine teorico e pratico insieme per definire la quantità di informazione totale. Si pensi al caso di un elemento strutturale in c.a. per il quale la resistenza del calcestruzzo può essere ritenuta variabile in un piano, cioè costituisca un campo stocastico piano: se  $A$  è l'area dell'elemento, per avere una conoscenza totale non è necessario sottoporre ad indagine, ad esempio cogli ultrasuoni, tutta  $A$ , ma solo un'aliquota  $A_{nec}$ . Per calcolare  $A_{nec}$  bisognerebbe conoscere la funzione di autocorrelazione del processo "resistenza del calcestruzzo" nel piano  $x-y$ : per la funzione di autocorrelazione  $R(\tau)$  Shinozuka propose (1972)

$$R(\tau) = \sigma_0^2 \cdot \exp(-\tau^2/a^2) \quad (10)$$

con  $\tau^2 = x^2 + y^2$  e  $\sigma_0^2$  varianza del processo. L'Eq.10 è illustrata in Fig.2: si nota come per  $\tau = 2a$  la correlazione sia trascurabile. Il valore di  $a$  è una caratteristica di ciascun elemento strutturale e non è noto a priori, ma può essere determinato solo attraverso le indagini: quindi non si può dire a priori qual è il valore di  $A_{nec}$ .

Un'altra difficoltà sorge se si vuole includere in  $\omega$  l'informazione che deriva dall'accertarsi della presenza o meno di lesioni e di deterioramento e dalla misura dell'ampiezza delle fessure: di questo tipo di informazione è difficile dare una misura quantitativa; pur tuttavia è possibile arrivare a definire  $\omega$  in maniera operativa. Per ogni elemento strutturale che appaia sufficientemente omogeneo all'esame e non sia troppo grande è possibile stabilire il numero di valori della resistenza necessari perchè nelle relazioni (1) appaiano i valori esatti: ad esempio per una statistica normale, un grado di fiducia del 90% ed un campione di 30 valori al posto delle Eq. 1 si ha l'unica relazione "esatta"  $x_k = \mu_x - 1.645 \sigma_x$  relativa al valore caratteristico inferiore. Sulla base di questo criterio, cioè per statistica normale e grado di fiducia del 90%, si può definire il numero di prove necessario  $N_{nec} = 30$ .

Allora, se  $N$  è il numero di prove effettuato, si ha

$$\omega = N/N_{nec} \quad (11)$$

### 3. ESEMPIO APPLICATIVO

L'esempio che segue illustrerà la procedura delineata ed affronterà il problema dell'accettazione o meno dell'elemento strutturale esaminato. Si consideri la trave di Fig. 3 della quale deve essere valutata l'affidabilità poiché le prove eseguite sui 3 cubetti di calcestruzzo prescritti dal regolamento (D.M.LL.PP., 1985) hanno mostrato una resistenza inferiore a quella caratteristica richiesta in sede di progetto: per essa si sono assunti i valori di 30 e 35 N/mm<sup>2</sup>. L'esame della trave abbia mostrato assenza di lesioni e difetti, mentre le 30 prove eseguite cogli ultrasuoni abbiano fornito i risultati elencati in Tabella 1 dove sono anche indicati i primi 3 momenti del campione; in Fig. 4 è mostrato l'istogramma. Attesa l'asimmetria positiva, si sono considerate densità dotate di tale caratteristica, quali la lognormale a 2 ed a 3 parametri e le estreme di 1° e 2° tipo, tenendo la normale come curva di confronto: l'analisi di tipo bayesiano è stata condotta mantenendo fissi ed uguali a quelli ricavati dal campione asimmetria e scarto, salvo che per la lognormale a 2 parametri per la quale si è ritenuto costante il coefficiente di variazione. Lo stimatore bayesiano è stato così ricavato per la media od un parametro funzione di essa: si è supposto di non avere informazioni sulla statistica del parametro soggetto a stima per cui nell'Eq.2 si è posto  $f'(\theta) = 1$ . I risultati sono elencati nella Tabella 2: le statistiche lognormali risultano essere le più verosimili con una lieve prevalenza di quella a 3 parametri di equazione

$$f_x(x) = (2\pi)^{-1/2} \cdot [\zeta \cdot |x-x_L|]^{-1} \cdot \exp\{-\frac{1}{2} [(\ln|x-x_L|-\lambda)/\zeta]^2\} \quad (12)$$

dove per semplicità con  $x$  si indica  $f_c$ , mentre gli altri parametri valgono  $\lambda = \ln|\mu_x - x_L| - \frac{1}{2} \zeta^2$ ,  $\zeta^2 = \ln(1 + c^2)$ ,  $x_L = \mu_x - (\sigma_x/c)$  con  $c$  soluzione dell'equazione  $\gamma_a = c^3 + 3c$ . Il fatto che la statistica della resistenza a compressione del calcestruzzo sia una lognormale è in accordo collo studio fatto da Torrent (1978) su alcuni risultati di laboratorio.

Come anticipato, il calcolo delle resistenze caratteristiche può essere fatto colle formule usuali dato il tipo di analisi condotto: per la lognormale a 2 e 3 parametri si ha rispettivamente

$$x_k = f_{ck}^* = \exp(-\zeta \cdot 1.645 + \lambda) = 18.857 \quad \text{N/mm}^2 \quad (13)$$

$$x_k = f_{ck}^* = x_L + \exp(-\zeta' \cdot 1.645 + \lambda') = 19.034 \quad \text{N/mm}^2 \quad (14)$$

Il valore fornito dall'Eq.13 è assai prossimo a quello fornito dall'Eq. 14. La resistenza di progetto  $f_{cd,r}$  viene calcolata considerando i casi  $\omega = 1$  e  $\omega = 0.5$  (avendosi  $N = 30$ , questo secondo valore consegue da un grado di severità maggiore nel calcolare  $N_{nec}$  per avere  $\omega = 1$ ). Con  $\omega = 1$  dalla Eq. 9 si ha  $\alpha_k/\alpha_d = 1$  per cui  $f_{cd,r} = f_{ck}^*$ : essendo la resistenza di progetto corrispon-

Tabella 1

Risultati dell'indagine con ultrasuoni sulla resistenza del calcestruzzo (N=30)

16.9 , 18 , 20.4 , 21.3 , 22.1 , 22.6 , 22.9 , 23.4 , 23.5 , 24.2 ,  
24.3 , 25 , 25.1 , 25.9 , 26.1 , 26.1 , 26.3 , 26.7 , 27.6 , 27.7 ,  
28.1 , 29.2 , 29.8 , 30.6 , 31 , 31.7 , 32.3 , 34.1 , 37.2 , 42.4

$$m_{fc} = 26.747 \text{ N/mm}^2; \quad s_{fc} = 5.428 \text{ N/mm}^2 (v = 0.2029); \quad a = 0.7225$$

Tabella 2

Risultati dell'indagine bayesiana sulla resistenza del calcestruzzo

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	PARAMETRI	L
N	26.747	5.428	$\mu = 26.747 \quad \sigma = 5.428$	$0.493 \cdot 10^{-25}$
LN	26.776	5.434	$\lambda = 3.2673 \quad \zeta = 0.2009$	$0.163 \cdot 10^{-24}$
LN3	26.771	5.428	$\lambda' = 3.1065 \quad \zeta' = 0.2332 \quad f_{cL} = 3.8121 \text{ N/mm}^2$	$0.167 \cdot 10^{-24}$
EX1	25.491	5.428	$\tilde{x} = 23.048 \text{ (moda)}, \quad \alpha = 0.2363$	$0.105 \cdot 10^{-39}$
EX2	25.535	5.428	$v = 23.045 \text{ (moda)}, \quad k = 6.8816$	$0.110 \cdot 10^{-41}$

N = normale; LN = lognormale; LN3 = lognormale a 3 parametri; EX1 = estrema di 1° tipo ai valori massimi; EX2 = estrema di 2° tipo ai valori massimi; L = funzione di massima verosimiglianza a posteriori

dente a  $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$  uguale a  $f_{cd} = 30/1.6 = 18.75 \text{ N/mm}^2$ , l'elemento strutturale è da accettarsi.

Avendosi, invece,  $\omega \approx 0.5$  dall'Eq.9 si ha  $\alpha_k/\alpha_d = 6.6891$  da cui si ottiene  $\alpha_d \approx 0.0075$ : nella gaussiana standard al frattile 0.75% corrisponde  $u = -2.4327$  da cui si ricava immediatamente  $x_d = f_{cd,r} = x_L + \exp(-2.4327 \cdot \zeta' + \lambda')$  = 16.481 N/mm<sup>2</sup>. In questo caso a livello 1 l'elemento dovrebbe essere scartato; se poi la resistenza richiesta fosse stata  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ , avendosi  $f_{cd} = 21.875$ , l'elemento dovrebbe essere respinto anche con  $\omega = 1$ . Tuttavia, tenendo conto delle conseguenze economiche della non accettazione di un elemento strutturale, risulta logico prima di scartarlo definitivamente calcolarne la probabilità di rovina, cosa che viene effettuata calcolando l'indice di sicurezza  $\beta$  mediante ricerca iterativa: si opera quindi al secondo livello (Hasofer-Lind, 1974; Racwitz in CEB, 1976).

L'equazione dello stato limite è la seguente

$$Z = M_R - M_S = f_y \cdot A_s \cdot (d - \lambda x) + f_y' \cdot A_s' \cdot (\lambda x - d') - \frac{p \ell^2}{8} \quad (15)$$

Nell'Eq. 15  $x$  indica l'asse neutro ed ha espressione

$$x = \left[ f_y \cdot (A_s - A_s') \right] / (\alpha \cdot f_c \cdot b) \quad (16)$$

essendo

$$\alpha = \left\{ \int_0^x \sigma_c(\xi) \cdot b \cdot d\xi \right\} \cdot (b \cdot x \cdot f_c)^{-1} \quad (17)$$

$$\lambda = h/2 - \left\{ \int_0^x \sigma_c(\xi) \cdot b \cdot \left[ \xi + \left( \frac{h}{2} - x \right) \right] \cdot d\xi \right\} \cdot \left\{ \int_0^x \sigma_c(\xi) \cdot b \cdot d\xi \right\}^{-1} \quad (18)$$

Le relazioni (16, 18) sono relative ad un asse neutro nel campo 2 con entrambi gli acciai snervati, essendo la deformazione di quello inferiore pari a  $1\%$ : queste relazioni sono valide per  $f_y$  e  $f_c$  uguali al loro valore medio. La ricerca di  $\beta$  viene condotta con un apposito programma di calcolo: questo tiene conto del fatto che l'equazione dello stato limite e le sue derivate sono funzione della posizione dell'asse neutro che a sua volta è funzione del rapporto fra i valori che  $f_c$  e  $f_y$  assumono nel passo; pertanto in ogni passo si controlla in quale campo di rottura si cade e si utilizzano le espressioni relative. Per il problema dell'impiego del metodo avanzato di secondo livello (MFOSM) per le sezioni dic.a. e c.a.p. si veda l'articolo di Floris, 1988.

Per la resistenza si sono assunte aleatorie solo le variabili  $f_y$  e  $f_c$ : la prima è una normale di media  $527 \text{ N/mm}^2$  e scarto  $57.97 \text{ N/mm}^2$  (si tratta dell'acciaio Fe B 44k con  $v = 0.11$ ). La seconda è una lognormale per cui è necessario calcolare la normale equivalente secondo il principio di fare coincidere le 2 statistiche in densità e distribuzione nel medio (Ditlevsen, 1981; Ang-Tang, 1984). Per i parametri della normale equivalente si ottiene:  $\mu_{f_c}^N = f_{cm} - (f_{cm} - f_{cL}) \cdot [\ln(f_{cm} - f_{cL}) - \lambda'] = 26.147 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_{f_c}^N = \zeta' \cdot (f_{cm} - f_{cL}) = 5.355 \text{ N/mm}^2$ . Le dimensioni sono state assunte deterministiche con valori uguali a quelli effettivi misurati sull'elemento strutturale, diversi da quelli di progetto (Fig. 3).

Per quanto riguarda il carico esso è costituito da peso proprio della trave, delle coppelle che costituiscono il solaio, dalle finiture del solaio e dal carico utile (si è assunto il caso di un ufficio non aperto al pubblico): valori medi, scarti e statistiche sono assunti secondo la normativa CNR, 1985. Per le tre parti del peso proprio (peso della trave, del solaio portato e delle finiture) che hanno statistica normale si ha rispettivamente:  $g_{1m} = 4.556$ ,  $\sigma_{g1} = 0.2202$ ;  $g_{2m} = 24.765$ ,  $\sigma_{g2} = 1.7376$ ;  $g_{3m} = 5$ ,  $\sigma_{g3} = 0.3$  (unità kN/m). Combinando le 3 normali si ottiene la statistica  $N(34.321, 1.7770)$ . Il carico utile ha statistica estrema di 1° tipo ai valori massimi con media  $9.494$  e scarto  $3.0303$  (parametro forma  $\alpha = 0.4232$ , moda  $\tilde{q} = 8.130$ ). Il carico complessivo è  $p = g + q$ : la statistica di  $p$  viene determinata calcolandone i primi 3 momenti mediante uno sviluppo in serie intorno ai valori medi arrestato ai termini quadratici (Migliacci, 1974). Si ricava  $p_m = 43.8148 \text{ kN/m}$ ,  $\sigma_p =$

Tabella 3: Sommario delle iterazioni per la ricerca di  $\beta$ : sezione trave Fig.3

Iterazione No.	Varia- bile	Punto di collasso	$\frac{\partial Z}{\partial x'_i}$	$\alpha_{xi}$
1	$f_c$	26.147	$0.257055 \cdot 10^8$	0.806
	$f_y$	527.000	$0.709847 \cdot 10^6$	0.022
	p	43.806	$-0.188433 \cdot 10^6$	-0.591
	(asse neutro) $x_c = 108.491\text{mm}$		$\beta = 4.942494$	
2	$f_c$	4.808	$0.425999 \cdot 10^{11}$	0.999
	$f_y$	520.621	$0.328241 \cdot 10^7$	$0.771 \cdot 10^{-4}$
	p	56.591	$-0.188433 \cdot 10^8$	$-0.442 \cdot 10^{-3}$
	$x_c = 324.053$		$\beta = 4.261555$	
3	$f_c$	3.328	$0.707175 \cdot 10^{11}$	0.999
	$f_y$	526.981	$0.336290 \cdot 10^7$	$0.476 \cdot 10^{-4}$
	p	43.815	$-0.188433 \cdot 10^7$	$-0.267 \cdot 10^{-3}$
	$\beta = 4.261653$		$P_f = 0.9789 \cdot 10^{-5}$	

4.3764 kN/m,  $\gamma_a = 0.01160$ . La statistica di p viene modellata con una lognormale a 3 parametri e da questa ci si riconduce alla normale equivalente: si ottiene in definitiva  $p_m^N = 43.8064$ ,  $\sigma_p^N = 4.3764$ . Quest'ultima statistica ha media e scarto assai poco diversi da quelli originari ottenuti mediante lo sviluppo in serie in quanto l'asimmetria era molto piccola. La ricerca iterativa del valore dell'indice di sicurezza  $\beta$ , riassunta in Tabella 3, conduce al valore  $\beta = 4.2617$  ( $P_f = 0.9789 \cdot 10^{-5}$ ). Il valore ottenuto per la probabilità di rovina si colloca sul limite inferiore della banda suggerita dal CEB (1978) che, si ricorda, va da  $10^{-5}$  a  $10^{-7}$  secondo la gravità delle conseguenze: ad ogni modo esso è accettabile.

#### 4. CONCLUSIONI

Si è mostrata una metodologia per la stima di strutture in c.a. esistenti: essa richiede un esame della struttura, la determinazione della statistica della resistenza del calcestruzzo col metodo di Bayes applicato ai risultati delle prove, il calcolo della resistenza di riprogettazione  $f_{cd,r}$  ed il suo confronto con quella di progetto  $f_{cd}$ . Se risulta  $f_{cd,r} < f_{cd}$ , la struttura non è da scartarsi immediatamente, ma se ne calcolerà la probabilità di rovina  $P_f$  con uno dei metodi di livello superiore: si suggerisce di accettare valori di  $P_f$  sino a  $10^{-4}$ . I valori minori proposti dal CEB sono valori da assumersi in fase di progetto quando sono presenti tutte le incertezze irregolari o non aleatorie: in fase di riprogettazione queste ultime sono in gran parte, se non completamente, eliminate.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) Ang, A.H.S. e Tang, W.H. (1975-84). Probability concepts in engineering planning and design, Vol. 1-2, J. Wiley & Sons, New York.
- 2) Benjamin, J.R. e Cornell, A.C. (1970). Probability, statistics and decisions for civil engineers, McGraw Hill Book Co., New York.
- 3) Brown, C.B. e Yao, J.T.P. (1983). "Fuzzy sets in structural engineering", J. Struct. Engrg., ASCE, 109(5), 1211-1225.
- 4) CEB-CECM-CIF-FIP-IABSE (1976). Structural safety, Bullétin No.112, Paris.
- 5) CEB-FIP (1978). Model code for concrete structures , Bullétin No. 124/125F, Paris.
- 6) CNR (1980). "Istruzioni per la progettazione e l'esecuzione delle opere in c.a. e c.a.p. col metodo semiprobabilistico agli stati limite", CNR-1032/80, Roma.
- 7) CNR (1985). "Istruzioni per la valutazione delle azioni sulle costruzioni", CNR-10012/85, Roma.
- 8) Ditlevsen, O. (1981). "Principle of normal tail approximation", J.Engrg. Mech. Div., ASCE, 107(6), 1191-1208.
- 9) Dubois, D. e Prade, H. (1980). Fuzzy sets and systems: theory and applications, Academic Press, Boston.
- 10) Filliben, J.J. (1975). "The probability plot correlation coefficient test for normality", Technometrics, 17(1), 111-7.
- 11) Floris, C. (1988). "Reliability study of a prestressed concrete beam: a comparison between the methods of 3rd and 2nd level", Rel.Engrg.J.,23, 1-22.
- 12) Frangopol, D.M., Wejima, K. e Hong, K. (1987). "Seismic hazard prediction using a probabilistic-fuzzy approach", Proc. of ICASP5 Conf.,Vol. 2, Vancouver, 783-790.
- 13) Furuta, H. e Shiraishi, N. (1987). "Reliability analysis of damaged structures", Proc. of ICASP5 Conf., Vol. 1, Vancouver, 190-197.
- 14) Grigoriu, M., Veneziano, D. e Cornell, C.A. (1979). "Probabilistic modeling as decision making". J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 105(4), 585-596.
- 15) Hasofer, A.M. e Lind, N.C. (1974). "An exact and invariant second-moment code format", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 100(1), 111-121.
- 16) Migliacci, A. (1974). Applicazione dei principi probabilistici alla progettazione delle strutture in c.a. e c.a.p., Tamburini Ed., Milano.
- 17) Min. LL. PP. (1985). "Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in c.a. normale e precompresso e per le strutture metalliche", D.M. 27-VII-1985.
- 18) Sachs, L. (1984). Applied statistics, Springer, Berlin.
- 19) Shafer, G. (1976). A mathematical theory of evidence, Princeton Univ. Press, Princeton (NJ).
- 20) Shinozuka, M. (1972). "Probabilistic modeling of concrete structures", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 98(6), 1433-51.
- 21) Tichy, M. (1987). "Uncertainty and information problems in the assessment of existing concrete structures", Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in C.A., Vol. 8, Italcementi Editrice, Bergamo, 465-84.
- 22) Torrent, R.J. (1978). "The log-normal distribution: a better fitness for the results of mechanical testing of materials", Matériaux et Constructions, RILEM, 11(64), 235-45.

- 23) Yao, J.T.P. e Furuta, H. (1986). "Probabilistic treatment of fuzzy events in civil engineering", J. of Probabilistic Engrg. Mech., 1(1), 58-64.
- 24) Zadeh, L.A. (1978). "Fuzzy sets as a Basis of a Theory of possibility", Fuzzy Sets and Systems, 1, 3-28.

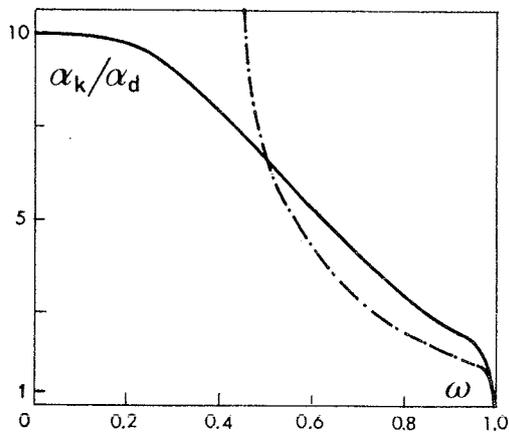


Fig.1 - Rapporto fra il frattile caratteristico  $\alpha_k$  e quello di progetto  $\alpha_d$  secondo Tichy (Eq.8, curva tratto e punto) ed il presente lavoro (Eq.9)

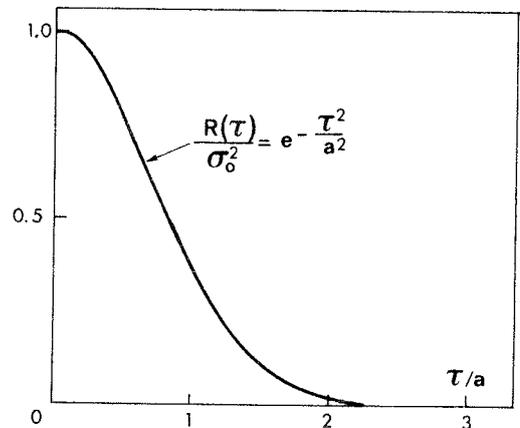


Fig.2 - Funzione di autocorrelazione della resistenza del calcestruzzo secondo Shinozuka.

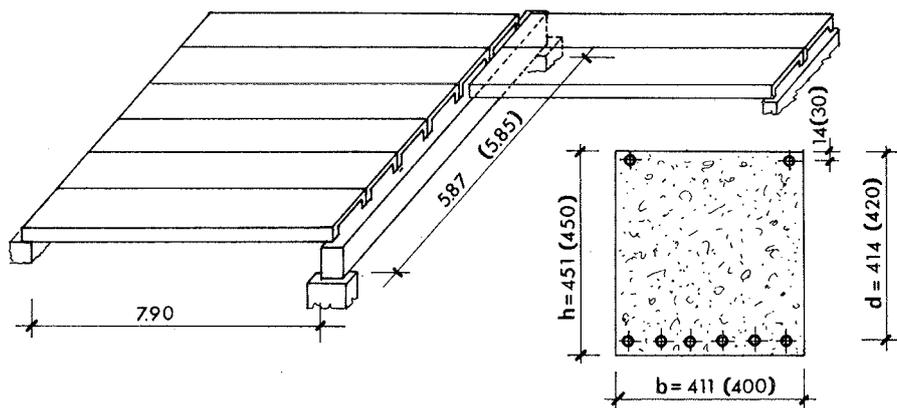


Fig.3 - Trave soggetta a stima col solaio portato e sua sezione: in parentesi dimensioni di progetto, fuori dimensioni effettive.

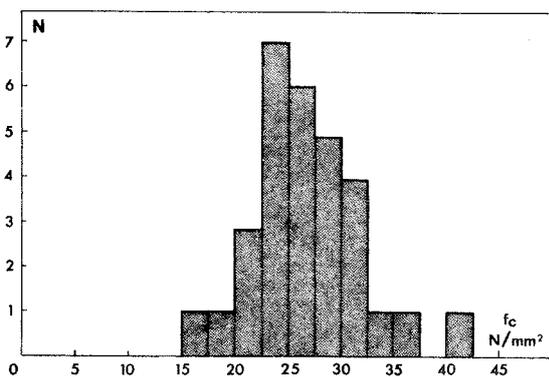


Fig.4 - Istogramma della resistenza del calcestruzzo: numero prove N contro resistenza cilindrica a compressione.

## UN MODELLO PER L'ANALISI SISMICA DI EDIFICI PLURIPIANO.

D. Foti - M. Mezzina

Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni,  
Università di Bari.

### SOMMARIO

Si propone un modello per la valutazione della risposta sismica di edifici pluripiano nell'ipotesi di interazione tamponature-struttura. La risposta del modello linearizzato é determinata facendo uso dell'analisi modale ed ipotizzando il sisma come un processo stocastico Gaussiano a media nulla.

### SUMMARY

The article presents a model for the seismic response evaluation of multi-storey buildings taking into account the interaction between infills and structure. The excitation is modeled as a Gaussian zero-mean stochastic process and the response of the linearized model is evaluated by the normal mode method.

### 1. INTRODUZIONE.

Nella progettazione antisismica di edifici multipiano a scheletro intelaiato non si può trascurare il contributo fornito dagli elementi di completamento (tamponature, tramezzature), specie in interventi di riparazione e/o adeguamento.

Infatti, l'influenza esercitata da elementi non strutturali nell'analisi dinamica degli edifici varia in maniera decisiva le funzioni di risposta della struttura considerata: la presenza di elementi di tamponamento, interagenti con i campi di telaio che li confinano, fa variare sia la rigidezza del complesso risultante, che la sua capacità dissipativa. In particolare, il campo di tamponamento trasforma il regime statico del telaio cui appartiene da quello di struttura prevalentemente inflessa, a quello di struttura reticolare; inoltre, la fessurazione diffusa nella generica tamponatura, dissipa notevoli quantità di energia elevando in maniera non trascurabile lo smorzamento del sistema.

Il presente lavoro si propone di determinare le caratteristiche di risposta di edifici intelaiati tamponati nell'ipotesi che il sistema sia a comportamento elastico lineare, sfruttando le tecniche dell'analisi modale e considerando le variazioni che si hanno nell'organizzazione delle matrici in gioco in funzione della presenza o meno dei fenomeni di interazione predetti.

In particolare, la definizione dei parametri dinamici dei com-



rico telaio in presenza di chiusure inerti, é effettuata seguendo quanto proposto in (I). In particolare, in questo caso, le tamponature non subiscono alcuna deformazione durante il moto della struttura che le confina e sono semplicemente trascinate dal piano su cui gravano. In base a tali considerazioni é possibile ottenere la seguente espressione della matrice delle masse, partizionata in conformitá al vettore spostamento:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_i & | & u_{N+i} & | & u_{2N+i} & | & u_{3N+1} & | & u_{3N+2} & | & u_{3N+3} & | & u_{3N+4} & | & u_{3N+5} & | & u_{3N+6} \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} \underline{P} & | & \underline{0} & | & -\underline{S}^x & | & \underline{P}e & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \underline{P}h & | & \underline{0} & | & -\underline{S}^x e \\ \underline{0} & | & \underline{P} & | & \underline{S}^y & | & \underline{0} & | & -\underline{P}h & | & \underline{P}e & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \underline{S}^y e \\ -\underline{S}^x & | & \underline{S}^y & | & \underline{I}^0 & | & -\underline{S}^x e & | & -\underline{S}^y h & | & \underline{S}^y e & | & -\underline{S}^x h & | & \underline{0} & | & \underline{I}^0 e \\ \underline{e}^T \underline{P} & | & \underline{0} & | & -\underline{e}^T \underline{S}^x & | & \mu & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \underline{e}^T \underline{P}h & | & \underline{0} & | & -\sigma^x \\ \underline{0} & | & -\underline{h}^T \underline{P} & | & -\underline{h}^T \underline{S}^y & | & \underline{0} & | & \underline{A}^x & | & -\underline{e}^T \underline{P}h & | & -i^{xy} & | & \sigma^x & | & -\underline{e}^T \underline{S}^y h \\ \underline{0} & | & \underline{e}^T \underline{P} & | & \underline{e}^T \underline{S}^y & | & \underline{0} & | & -\underline{h}^T \underline{P}e & | & \mu & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \sigma^y \\ \underline{h}^T \underline{P} & | & \underline{0} & | & -\underline{h}^T \underline{S}^x & | & \underline{h}^T \underline{P}e & | & -i^{xy} & | & \underline{0} & | & \underline{A}^y & | & -\sigma^y & | & -\underline{e}^T \underline{S}^x h \\ \underline{0} & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \underline{0} & | & \sigma^x & | & \underline{0} & | & -\sigma^y & | & \mu & | & \underline{0} \\ -\underline{e}^T \underline{S}^x & | & \underline{e}^T \underline{S}^y & | & \underline{e}^T \underline{I}^0 & | & -\sigma^x & | & -\underline{h}^T \underline{S}^y e & | & \sigma^y & | & -\underline{h}^T \underline{S}^x e & | & \underline{0} & | & i^0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Nelle espressioni precedenti si sono utilizzate le quantità di seguito riportate; ad ogni campo di tamponatura é stata associata una coppia di indici (i,j), essendo i l'indice relativo al piano su cui grava la tamponatura (N=numero di piani) e j l'indice relativo all'allineamento verticale di appartenenza (M=numero di campi per ogni piano); inoltre si é indicata con  $p_M$  la densità della muratura e con  $X_P$  e  $Y_P$  le coordinate del punto P del campo suddetto:

a) quantità scalari

$h_i$  = quota del piano i

$m_i = \sum_j m_{ij}$

(j=1,...,M)

$J_i(r,s) = \sum_j \left( \int_{V_{ij}} p_M X_P^r Y_P^s dV \right)$

(j=1,...,M)

$s^x_i = J_i(0,1)$  ,  $s^y_i = J_i(1,0)$  ,

$i^x_i = J_i(0,2)$  ,  $i^y_i = J_i(2,0)$  ,  $i^{xy}_i = J_i(1,1)$  ,

$\mu = \sum_i m_i$

(i=0,...,N-1)

$i^0_i = i^x_i + i^y_i$  ,  $i^0 = \sum_i i^0_i$  ,

(i=0,...,N-1)

$\sigma^x = \sum_i s^x_i$  ,  $\sigma^y = \sum_i s^y_i$  ,

(i=0,...,N-1)

$i^x = \sum_i i^x_i$  ,  $i^y = \sum_i i^y_i$  ,  $i^{xy} = \sum_i i^{xy}_i$  ,

(i=0,...,N-1)

$\underline{A}^x = \underline{h}^T \underline{P}h + i^x$  ,  $\underline{A}^y = \underline{h}^T \underline{P}h + i^y$  .

b) matrici di ordine N

$\underline{P} = \text{diag } m_i$  ,

$\underline{S}^x = \text{diag } s^x_i$  ,  $\underline{S}^y = \text{diag } s^y_i$

$$\underline{I}^0 = \text{diag } i^0_i .$$

c) vettori di ordine N

$$\underline{e} = \text{vettore unitario} ,$$

$$\underline{h}^T = |h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N| .$$

### 3.2. Tamponature interagenti.

In questo caso la matrice delle masse é ottenuta ipotizzando una legge di interpolazione degli spostamenti all'interno del generico campo di tamponatura variabile linearmente con la quota tra un impalcato ed il successivo. L'espressione delle varie partizioni, che si ottiene in questo caso, differisce pertanto da quella trovata nell'ipotesi precedente ed é riportata di seguito:

$$\underline{u} = \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} u_i & u_{N+i} & u_{2N+i} & u_{3N+1} & u_{3N+2} & u_{3N+3} & u_{3N+4} & u_{3N+5} & u_{3N+6} & \end{array} \right]$$

$$\underline{M} = \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} \underline{P} & \underline{0} & -\underline{S}^x & \underline{m} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{Ph} & \underline{0} & -\underline{s}^x & \\ \underline{0} & \underline{P} & \underline{S}^y & \underline{0} & -\underline{Ph} & \underline{m} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{s}^y & \\ -\underline{S}^x & \underline{S}^y & \underline{I}^0 & -\underline{s}^x & -\underline{S}^y \underline{h} & \underline{s}^y & -\underline{S}^x \underline{h} & \underline{0} & \underline{i}^0 & \\ (\underline{m})^T & \underline{0} & -\underline{s}^{xT} & \mu & \underline{0} & \underline{0} & \underline{m}^T \underline{h} & \underline{0} & -\sigma^x & \\ \underline{0} & -\underline{h}^T \underline{P} & -\underline{h}^T \underline{S}^y & \underline{0} & \underline{A}^x & -\underline{h}^T \underline{m} & -i^{xy} & \sigma^x & -\underline{h}^T \underline{s}^y & \\ \underline{0} & \underline{m}^T & \underline{s}^{yT} & \underline{0} & -\underline{m}^T \underline{h} & \mu & \underline{0} & \underline{0} & \sigma^y & \\ \underline{h}^T \underline{P} & \underline{0} & -\underline{h}^T \underline{S}^x & \underline{h}^T \underline{m} & -i^{xy} & \underline{0} & \underline{A}^y & -\sigma^y & -\underline{h}^T \underline{s}^x & \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \sigma^x & \underline{0} & -\sigma^y & \mu & \underline{0} & \\ -\underline{s}^{xT} & \underline{s}^{yT} & \underline{i}^{0T} & -\sigma^x & -\underline{s}^{yT} \underline{h} & \sigma^y & -\underline{s}^{xT} \underline{h} & \underline{0} & \underline{i}^0 & \end{array} \right] \quad (3)$$

Le quantità utilizzate nella (3) sono le seguenti:

a) quantità scalari

$$m_i, \ s^x_i, \ s^y_i, \ i^x_i, \ i^y_i, \ i^{xy}_i, \ i^0_i,$$

$$\mu, \ \sigma^x, \ \sigma^y, \ i^x, \ i^y, \ i^{xy}, \ i^0,$$

$$\underline{A}^x, \ \underline{A}^y,$$

già definite in precedenza;

b) matrici tridiagonali di ordine N, fornite nella forma:

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} \alpha_1 & \beta_1 & 0 & \dots & \dots \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \beta_{N-1} & \alpha_N \end{array} \right]$$

$$\underline{P} \text{ , con } \alpha_r = (m_{r-1} + m_r) / 3 \text{ , } \beta_r = m_r / 6$$

$$\text{eccetto } \alpha_N = m_{N-1} / 3 \text{ ;}$$

$$\begin{array}{ll}
 \underline{S}^x, & \text{con} \quad a_r = (s^x_{r-1} + s^x_r)/3, \quad \beta_r = s^x_r/6, \\
 & \text{eccetto} \quad a_N = s^x_{N-1}/3; \\
 \underline{S}^y, & \text{con} \quad a_r = (s^y_{r-1} + s^y_r)/3, \quad \beta_r = s^y_r/6, \\
 & \text{eccetto} \quad a_N = s^y_{N-1}/3; \\
 \underline{I}^0, & \text{con} \quad a_r = (i^0_{r-1} + i^0_r)/3, \quad \beta_r = i^0_r/6, \\
 & \text{eccetto} \quad a_N = i^0_{N-1}/3;
 \end{array}$$

c) vettori di ordine N

$$\underline{h}^T = |h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N|,$$

$$\underline{m}^T = | \dots (m_{r-1} + m_r)/2 \dots m_{N-1}/2 |,$$

$$\underline{s}^{xT} = | \dots (s^x_{r-1} + s^x_r)/2 \dots s^x_{N-1}/2 |,$$

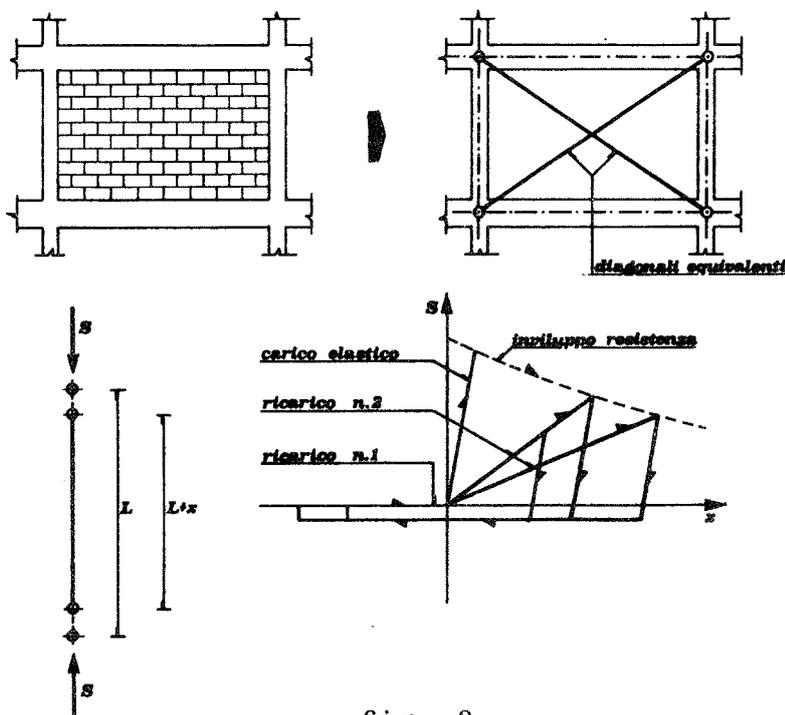
$$\underline{s}^{yT} = | \dots (s^y_{r-1} + s^y_r)/2 \dots s^y_{N-1}/2 |,$$

$$\underline{i}^{0T} = | \dots (i^0_{r-1} + i^0_r)/2 \dots i^0_{N-1}/2 |.$$

Si può notare che in tutte le formule precedenti non compare mai la massa  $m_N$  come tale o con i suoi momenti statici e di inerzia; essa, infatti grava sul piano N-esimo senza deformarsi e, quindi, risente esclusivamente del moto di quest'ultimo; per questo motivo deve essere inserita nella matrice delle masse del sistema come carico di impalcato.

#### 4. RIGIDEZZA E SMORZAMENTO.

La valutazione della matrice delle rigidità, nel caso di sistema a tamponature interagenti, deriva dal comportamento di un pannello murario confinato da una maglia strutturale intelaiata (II).



- fig. 2 -

zazione equivalente", alla definizione delle caratteristiche

Sulla base di indagini sia analitiche che sperimentali si può asserire che la muratura agisce sostanzialmente come un puntone compresso che irrigidisce notevolmente il telaio cui appartiene, modificandone il comportamento. La definizione delle caratteristiche di rigidità e di smorzamento del complesso può essere effettuata seguendo il procedimento illustrato in (III). Infatti, partendo da una legge costitutiva del tipo illustrato in fig. 2, si può giungere, mediante "lineariz-

meccaniche elasto-viscose della coppia di puntone diagonali che sostituiscono il campo di tamponatura.

In particolare, sfruttando il metodo APD (**Average Period and Damping**), è possibile, una volta fissata la duttilità  $\theta$  richiesta alla tamponatura durante la risposta, determinare il fattore di smorzamento equivalente  $\beta_e$ , il periodo proprio  $T_e$ , la rigidezza  $k_e$  e la costante di smorzamento  $c_e$  di ciascuna delle due bielle che sostituiscono la chiusura:

$$\begin{aligned} \beta_e = & \beta_0 + (1/4\pi x_m) \left( (x_e/2 + 1/s) \int_{x_e}^{x_m} \exp(sx - sx_e) / x \, dx + \right. \\ & - (1/s + x_e \exp(sx_e)/2) \ln \theta - x_e \int_{x_e}^{x_m} \exp(sx_e - sx) / x \, dx + \\ & \left. + (x_m - x_e) / 2 \right) ; \end{aligned} \quad (4)$$

$$T_e = T_{e1} / \theta \left( 1 + x_e^{-3/2} \int_{x_e}^{x_m} \sqrt{x \exp(sx - sx_e)} \, dx \right) ; \quad (5)$$

$$k_e = (k_0/2) \theta^2 \left( 1 + x_e^{-3/2} \int_{x_e}^{x_m} \sqrt{x \exp(sx - sx_e)} \, dx \right)^{-2} , \quad (6)$$

$$c_e = 2\beta_e \sqrt{(k_e m / (2 \cos^2 \alpha))} . \quad (7)$$

Nelle formule precedenti compaiono le seguenti quantità:

$m$	=	massa del pannello di muratura	,
$k_0$	=	$EA/L$ = rigidezza iniziale del singolo diagonale	,
$E$	=	modulo di elasticità della muratura	,
$L$	=	lunghezza del puntone	,
$A$	=	area del puntone equivalente = $0.1 L$	,
$s$	=	costante caratteristica della curva inviluppo della resistenza	,
$S$	=	$A f_c \exp(-sx)$ curva inviluppo della resistenza	,
$f_c$	=	resistenza a compressione della muratura	,
$x_e$	=	accorciamento al limite elastico del puntone	,
$x_m$	=	accorciamento massimo esibito durante la risposta	,
$\theta$	=	$x_m/x_e$ = duttilità richiesta	,
$\beta_0$	=	fattore nominale di smorzamento viscoso	.

Per quanto riguarda lo smorzamento dell'intera struttura, noti i fattori di smorzamento dei vari componenti il sistema (telaio, tamponatura, suolo), è possibile determinare i fattori modali del complesso mediante un procedimento di media pesata (III).

## 5. DETERMINAZIONE DELLA RISPOSTA STRUTTURALE.

Schematizzando l'evento sismico come un processo stocastico stazionario, partendo dall'equazione (1) e sfruttando i risultati dell'analisi modale, possibile per la disaccoppiabilità delle equazioni del moto, si può determinare la risposta del

sistema.

Introducendo la trasformazione in coordinate normali

$$\underline{u} = \underline{Z} \underline{q} \quad , \quad (18)$$

in cui  $\underline{Z}$  è una matrice rettangolare  $N \times M$  ( $M \leq N$ ), che ha come  $i$ -esima colonna l' $i$ -esimo autovettore  $z_i$ , normalizzato rispetto ad  $\underline{M}$ , la (18) fornisce gli spostamenti  $\underline{u}$  in funzione dei primi  $M$  modi di vibrare. Inoltre, se si fa l'ulteriore ipotesi che tale trasformazione disaccoppi, unitamente alla matrice delle masse e delle rigidezze, anche la matrice di smorzamento, le  $M$  equazioni normali disaccoppiate, che si ottengono a partire da (1), hanno la forma:

$$\ddot{q}_i + 2\beta_i \Omega_i \dot{q}_i + \Omega_i^2 q_i = - \Gamma_i \ddot{x}(t) \quad , \quad (19)$$

( $i=1 \dots M$ ), essendo  $\Omega_i$  la  $i$ -esima frequenza propria,  $\beta_i$  l' $i$ -esimo fattore di smorzamento e  $\Gamma_i = z_i^T \underline{M} \underline{a}$  il fattore di partecipazione  $i$ -esimo.

La relazione intercorrente tra la componente di spostamento  $u_i(t)$  e l'accelerazione  $\ddot{x}(t)$ , ovvero tra le trasformate di Fourier  $U_i(\Omega)$  e  $X(\Omega)$ , è:

$$u_i(t) = \sum_j z_{ij} q_j(t) = \sum_j z_{ij} \Gamma_j H_j(\Omega) \ddot{x}(t) = H_{i0}(\Omega) \ddot{x}(t) \quad , \quad (20)$$

$$U_i(\Omega) = H_{i0}(\Omega) X(\Omega) \quad , \quad (21)$$

essendo  $H_j(\Omega)$  la funzione di risposta in frequenza relativa al modo  $j$ -esimo e  $H_{i0}(\Omega)$  la funzione di risposta (ricettanza) relativa al grado di libertà  $i$ -esimo per l'eccitazione al piede  $\ddot{x}(t)$ .

Operando in maniera simile si possono ottenere le seguenti relazioni, valide per la  $r$ -esima componente di forza e per la sua trasformata:

$$F_r(t) = \sum_r k_{ri} u_i(t) = \sum_r k_{ri} H_{i0}(\Omega) \ddot{x}(t) \quad , \quad (22)$$

$$F_r(\Omega) = \sum_r k_{ri} U_i(\Omega) = \sum_r k_{ri} H_{i0}(\Omega) X(\Omega) \quad . \quad (23)$$

Se l'eccitazione sismica è rappresentata da un processo stocastico stazionario Gaussiano, essa è completamente caratterizzata dalla sua funzione densità di potenza spettrale:

$$G^x(\Omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/p) \sum_k^2 X_k(\Omega) X_k^*(\Omega) / T \quad , \quad k=1, \dots, p \quad . \quad (24)$$

In queste ipotesi, anche una qualsiasi risposta può essere caratterizzata dalla sua funzione densità di potenza spettrale.

In particolare, per spostamenti e forze valgono le relazioni ( $r, s=1 \dots M$  ;  $k=1 \dots p$  ;  $p \rightarrow \infty$ ):

$$G_i^u(\Omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/p) \sum_k^2 U_{ik}(\Omega) U_{ik}^*(\Omega) / T =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r,s} z_r z_s \Gamma_r \Gamma_s H_r(\Omega) H_s^*(\Omega) G^x(\Omega) = \\
&= |{}^u H_{i_0}(\Omega)|^2 G^x(\Omega), \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_i^F(\Omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} (1/p) \sum_k 2 F_{i_k}(\Omega) F_{i_k}^*(\Omega) / T = \\
&= \sum_{r,s} (\sum_l k_{l_1} z_r) (\sum_o k_{i_0} z_s) \Gamma_r \Gamma_s H_r(\Omega) H_s^*(\Omega) G^x(\Omega) = \\
&= |{}^F H_{i_0}(\Omega)|^2 G^x(\Omega). \quad (26)
\end{aligned}$$

In definitiva, la relazione che lega, in termini di contributi modali, la funzione densità di potenza spettrale di una generica risposta all'analogica funzione dell'input sismico, è:

$$G^R(\Omega) = \sum_{r,s} \varphi_r \varphi_s H_r(\Omega) H_s^*(\Omega) G^x(\Omega), \quad (27)$$

in cui  $\varphi_r$  è l'effettivo fattore di partecipazione relativo al modo  $r$  per la risposta  $R$ .

Facendo uso della (27) è possibile ottenere i momenti spettrali  $f_m$  della generica risposta.

Nel seguito si farà l'ipotesi che la densità di potenza spettrale dell'input sismico  $G^x(\Omega)$  sia fornita dalla seguente espressione:

$$G^x(\Omega) = G_0 (\Omega_g^4 + 4\beta_g^2 \Omega_g^2 \Omega) / ((\Omega_g^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta_g^2 \Omega_g^2 \Omega^2) \quad (28)$$

in cui  $G_0$ ,  $\Omega_g$ ,  $\beta_g$  sono costanti. Questa espressione rappresenta la densità di potenza spettrale della risposta in termini di accelerazione assoluta di un sistema ad un grado di libertà, eccitato al vincolo da un rumore bianco  $G_0$ , essendo  $\Omega_g$  e  $\beta_g$  la frequenza naturale e il coefficiente di smorzamento di tale sistema. Variando opportunamente i parametri  $G_0$ ,  $\Omega_g$  e  $\beta_g$  è possibile simulare vari tipi di input sismico di differente intensità, modulati in funzione di diverse caratteristiche del sito. Per sistemi a più gradi di libertà, sulla base della (27), la  $f_m$  si può ricavare da ( $i, j=1, \dots, M$ ;  $m=0, 2$ ):

$$f_m = \int_0^\infty \Omega^m G^R(\Omega) d\Omega = \sum_{i,j} \varphi_i \varphi_j f_{m,ij}, \quad (29)$$

in cui

$$f_{m,ij} = \operatorname{Re} \left| \int_0^\infty \Omega^m G^x(\Omega) H_i(\Omega) H_j^*(\Omega) d\Omega \right| \quad (30)$$

sono delle quantità reali, definibili come momenti spettrali incrociati delle coordinate  $q_i$  e  $q_j$  ( $H_j^*(\Omega)$  è il complesso coniugato di  $H_j(\Omega)$ ).

I valori di tali momenti spettrali, ottenibili utilizzando il teorema dei residui, sono riportati di seguito (IV).

Siano  $a_0 = \beta_g \Omega_g$ ;  $a_1 = \beta_i \Omega_i$ ;  $a_2 = \beta_j \Omega_j$ ;  $b_0 = \Omega_g \sqrt{1 - \beta_g^2}$ ;  $b_1 = \Omega_i \sqrt{1 - \beta_i^2}$ ;  $b_2 = \Omega_j \sqrt{1 - \beta_j^2}$ . Inoltre siano  $X_k = \Omega_g^2 + 4\beta_g^2 (b_k^2 - a_k^2)$ ;  $Y_k = 8 \beta_g^2 a_k b_k$  per  $k=0, 1$ , e si definiscano i funzionali:  $A_1 = A_1(a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2) = ((a_0 - a_1)^2 - (b_0^2 +$

$$\begin{aligned}
& -b_1^2))((a_0 + a_2)^2 - (b_0^2 - b_2^2)) - 4 b_0^2 (a_0 - a_1)(a_0 + a_2); A_2 = \\
& A_2(a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2) = 2b_0 (a_0 + a_2)((a_0 - a_1)^2 - (b_0^2 - b_1^2)) + \\
& 2b_0(a_0 - a_1)((a_0 + a_2)^2 - (b_0^2 - b_2^2)); A_3 = A_1(a_1, b_1, -a_0, b_0, a_2, b_2); \\
& A_4 = A_2(a_1, b_1, -a_0, b_0, a_2, b_2); C_1 = ((a_0 - a_1)^2 + (b_0^2 - b_1^2))X_1 + \\
& + 2b_1(a_0 - a_1)Y_1; C_2 = 2b_1(a_0 + -a_1)X_1 - ((a_0 - a_1)^2 + (b_0^2 - b_1^2))Y_1; \\
& D_1 = (((a_0 - a_1)^2 - (b_0^2 - b_1^2))^2 + 4b_0^2(a_0 - a_1)^2) (((a_0 + a_2)^2 - (b_0^2 - \\
& b_2^2))^2 + 4 b_0^2 (a_0 + a_2)^2); D_2 = (((a_0 - a_1)^2 + (b_0^2 - b_1^2))^2 + 4b_1^2 \\
& (a_0 - a_1)^2) (((a_0 + a_1)^2 + (b_0^2 - b_1^2))^2 + 4b_1^2 (a_0 + a_1)^2) (((a_1 + a_2)^2 - \\
& (b_1^2 - b_2^2))^2 + 4b_1^2 (a_1 + a_2)^2).
\end{aligned}$$

I momenti spettrali incrociati valgono:

$$f_{0,ij} = \pi G_0 \Omega_g^2 ((b_0 X_0 + a_0 Y_0)A_1 + (a_0 X_0 - b_0 Y_0)A_2) / 4a_0 b_0 \Omega_g^2 D_1 + (C_1 A_4 - C_2 A_3) / b_1 D_2; \quad (31)$$

$$f_{2,ij} = \pi G_0 \Omega_g^2 ((b_0 X_0 - a_0 Y_0)A_1 - (a_0 X_0 + b_0 Y_0)A_2) / 4a_0 b_0 D_1 + (C_1(2a_1 b_1 A_3 - (a_1^2 - b_1^2)A_4) + C_2(2a_1 b_1 A_4 + (a_1^2 - b_1^2)A_3)) / b_1 D_2. \quad (32)$$

A partire dai momenti spettrali  $f_0$  ed  $f_2$  è possibile ottenere una stima del valore estremo del processo su un tempo  $T$  di osservazione. Tale valore è fornito dalla seguente espressione:

$$\mu_{\max} = |x|_{\max} = \sigma_x (\sqrt{(2 \ln 2\theta T) + 0.5772} / \sqrt{(2 \ln 2\theta T)}), \quad (33)$$

mentre la corrispondente varianza è:

$$\sigma_{\max}^2 = \sigma_x^2 (\pi^2 / (12 \ln 2\theta T)) \quad (34)$$

Nelle (33) e (34) si sono utilizzati i valori:

$$\theta = (1/2\pi) \sqrt{(f_2/f_0)}, \quad \sigma_x^2 = f_0 \quad (35)$$

(frequenza attesa del processo e varianza).

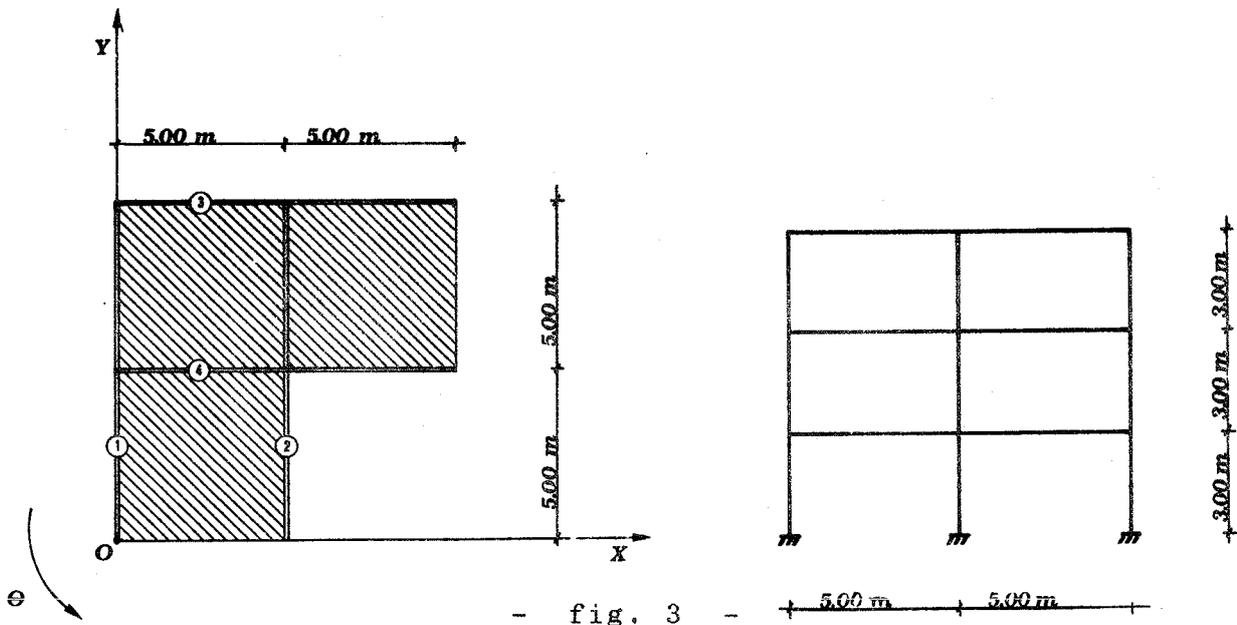
Per un dato livello di confidenza  $\Phi$  è possibile ottenere i limiti  $\pm s \sigma_x$  che a quel livello di probabilità non sono superati, con

$$s = \sqrt{(2 \ln(2\theta T / \ln(1/(1-\Phi))))} \quad (36)$$

## 6. ESEMPIO APPLICATIVO.

Sulla base della trattazione esposta ai numeri precedenti, in questo paragrafo si è determinata la risposta di un edificio a tre piani con struttura intelaiata in cemento armato (fig. 3), con il solo telaio n.1 tamponato. Si è ipotizzato che il sisma, a sola componente orizzontale, agisca secondo la direzione  $y$ , parallela al telaio tamponato. I risultati ottenuti hanno permesso il confronto delle funzioni di ricettanza relative allo spostamento del terzo impalcato secondo la direzione  $x$ , la direzione  $y$ , nonché alla rotazione torsionale dello stesso impalcato (figg. 4, 5 e 6) nell'ipotesi di tamponature interagenti e non. Infine, per valutare l'influenza che il tipo di terreno su cui posa il fabbricato ha sulla risposta dello stesso, si sono diagrammati i valori estremi attesi dello spostamento del terzo

impalcato secondo la direzione y e del taglio globale  $V_y$  al



- fig. 3 -

piede dell'edificio, in presenza ed in assenza di interazione, al variare di  $\Omega_g$  ( $G_0 = .0018m^2/sec^3$ ,  $\beta_g = .6$ ) (figg. 7 e 8). La determinazione delle matrici di massa, rigidezza e dei fattori di smorzamento modale dell'edificio, è stata effettuata considerando separatamente i contributi dell'intelaiatura e delle tamponature. Si è così ottenuta la matrice delle rigidezze della sola parte strutturale (le unità di misura sono in t,m,sec):

$$\underline{K}^I = \begin{bmatrix}
 28080 & -14040 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.1E5 & 1.05E5 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 & 28080 & -14040 & 0 & 0 & 0 & 1.05E5 & -2.1E5 & 1.05E5 \\
 & \vdots \\
 & & 14040 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.05E5 & -1.1E5 \\
 & & \vdots \\
 & & & 28080 & -14040 & 0 & 70200 & -35100 & 0 \\
 & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & 28080 & -14040 & -35100 & 70200 & -35100 \\
 & & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & & 14040 & 0 & -35100 & 35100 \\
 & & & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & & & 2.1E6 & -1.05E6 & 0 \\
 & & & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & & & & 2.1E6 & -1.05E6 \\
 & & & & & & & \vdots & \vdots \\
 & & & & & & & & 1.05E6
 \end{bmatrix} ;$$

e la matrice delle sole masse di piano:

$$\underline{M}^1 = \begin{bmatrix}
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -37.91 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -37.91 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -37.91 \\
 \vdots & \vdots \\
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27.08 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \text{SIMM.} & 6.5 & 0 & 0 & 0 & 27.08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27.08 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 6.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27.08 \\
 \vdots & \vdots \\
 433 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 433 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 433 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

Per quanto riguarda la tamponatura, nell'ipotesi di assenza di interazione, essa é considerata semplicemente come una massa che grava sul piano inferiore, per cui, poiché la massa del singolo pannello é pari a:

$$m = 1.5 * .20 * 3.15 * 5 / 9.81 = .48 \text{ t sec}^2/\text{m} ,$$

si ha:

$$\underline{M}^2 = \begin{bmatrix}
 .96 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.82 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 .96 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.82 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 .32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.61 \\
 \vdots & \vdots \\
 .96 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \text{SIMM.} & .96 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 .32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 .32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 32.11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 32.11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 32.11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

In presenza di interazione, viceversa, il contributo delle tamponature é da valutare in termini di massa, di rigidezza e di smorzamento, per cui le matrici da utilizzare nell'analisi sono:



$$\underline{K} = \underline{K}^1, \quad \underline{M} = \underline{M}^1 + \underline{M}^2;$$

mentre, in presenza di interazione:

$$\underline{K} = \underline{K}^1 + \underline{K}^3, \quad \underline{M} = \underline{M}^1 + \underline{M}^3.$$

L'analisi modale condotta in entrambi i casi conduce ai seguenti valori delle pulsazioni proprie:

- assenza di interazione:  
 $\Omega_1 = 13.877$ ,  $\Omega_2 = 19.768$ ,  
 $\Omega_3 = 24.846$ ,  $\Omega_4 = 38.653$ ,  
 $\Omega_5 = 54.817$ ,  $\Omega_6 = 55.544$ ,  
 $\Omega_7 = 68.808$ ,  $\Omega_8 = 78.631$ ,  
 $\Omega_9 = 97.761$ ;

- presenza di interazione  
 $\Omega_1 = 13.858$ ,  $\Omega_2 = 20.841$ ,  
 $\Omega_3 = 29.446$ ,  $\Omega_4 = 39.187$ ,  
 $\Omega_5 = 57.273$ ,  $\Omega_6 = 58.915$ ,  
 $\Omega_7 = 84.695$ ,  $\Omega_8 = 86.116$ ,  
 $\Omega_9 = 126.706$ .

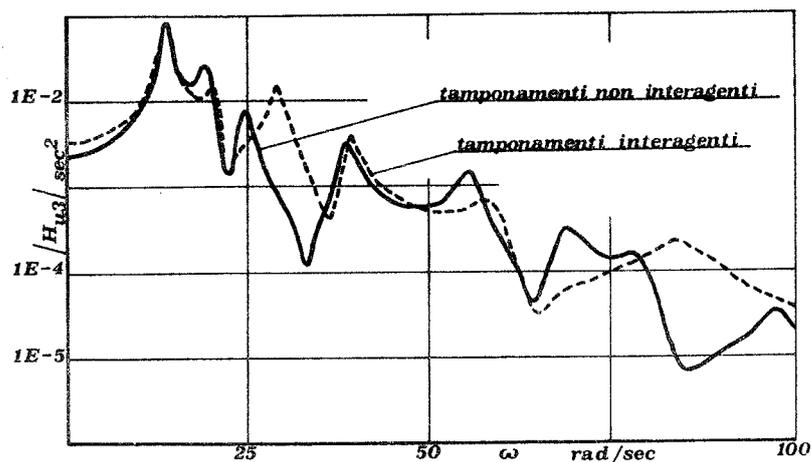
La determinazione dei parametri caratteristici del modello, nei due casi trattati, è completata dai fattori di smorzamento modale.

- Assenza di interazione:  
 in questo caso lo smorzamento è tutto attribuibile alla struttura in c.a., per cui si assume

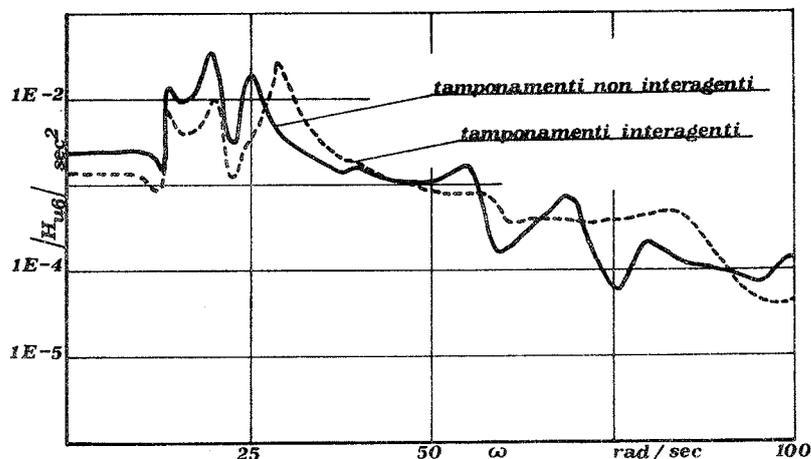
$$\beta_i = .02, \quad i=1,2,\dots,9$$

- Presenza di interazione:  
 l'applicazione delle formule determinate nei paragrafi precedenti, porta a definire i seguenti valori

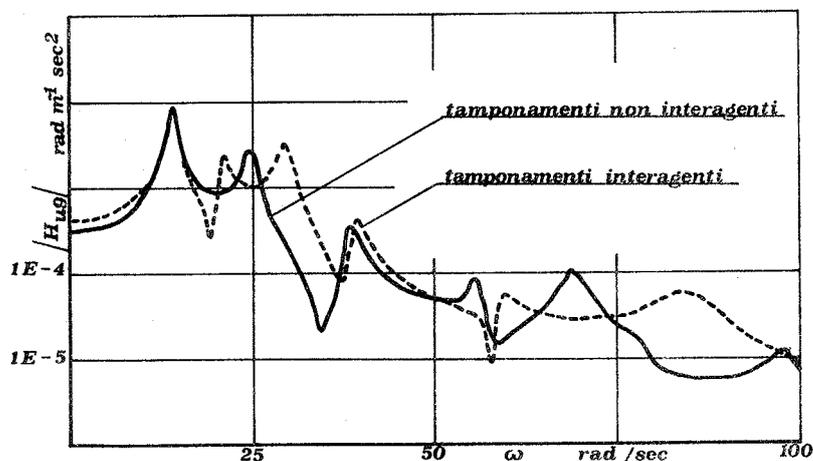
$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1.919E-2, \beta_2 = 1.960E-2 \\ \beta_3 &= 2.348E-2, \beta_4 = 1.958E-2 \\ \beta_5 &= 1.991E-2, \beta_6 = 2.121E-2 \\ \beta_7 &= 4.182E-2, \beta_8 = 2.348E-2 \\ \beta_9 &= 5.635E-2. \end{aligned}$$



- fig. 4 -



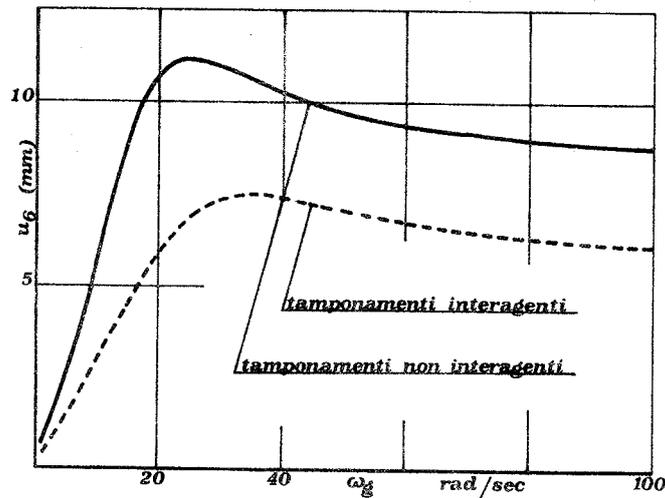
- fig. 5 -



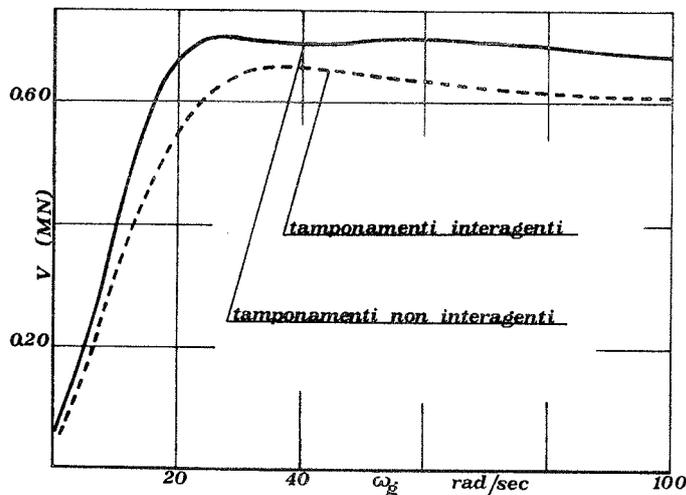
- fig. 6 -

Il confronto tra le funzioni di risposta relative ai due casi

trattati é reso evidente dai diagrammi riportati di seguito.



- fig. 7 -



- fig. 8 -

#### BIBLIOGRAFIA.

- 1) M. MEZZINA, *Sulla matrice delle masse di telai tamponati*, *Ingegneria Sismica*, Anno V, n.1, 1988, pp. 38-48.
- 2) A. PARDUCCI - A. CHECCHI, *Interazione dei pannelli di muratura con i telai di cemento armato: comportamento del sistema strutturale per azioni complanari*, *L'Industria Italiana del Cemento*, n. 2, 1982.
- 3) M. MEZZINA, *Stima della risposta sismica di tamponature murarie*, *Costruire in Laterizio*, Anno 1, n.6, Nov-Dic 1988, pp. 407-412.
- 4) A.D. KIUREGHIAN, *Structural Response to Stationary Excitation*, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 106, n° EM6, Dec. 1980, pp. 1195-1213.

**RISPOSTA A CARICHI ISTANTANEI DELLE SEZIONI IN C. A. INFLESSE  
RINFORZATE MEDIANTE PLACCAGGIO**

P. Malangone

Istituto di Ingegneria Civile - Università di Salerno

**SOMMARIO**

Nel presente lavoro viene affrontato il problema dell'assetto statico, per effetto di una sequenza di sollecitazioni lenta-istantanea, delle sezioni rettangolari inflesse in c. a. rinforzate con lamiere aggiuntive (sezioni "placcate").

Viene richiamata, in primo luogo, la necessità di definire un modulo elastico fittizio per l'acciaio di placcaggio, in dipendenza del fenomeno di scorrimento tra lamiera e calcestruzzo dovuto alla presenza dell'adesivo strutturale.

Viene quindi osservato che alla sezione in esame può essere utilmente applicato il metodo tradizionale di verifica delle tensioni ammissibili, a patto di scegliere adeguatamente i valori dei coefficienti "n" di omogeneizzazione tra acciaio (sia preesistente che di placcaggio) e calcestruzzo, con riferimento alle differenti fasi di lavoro della sezione.

La verifica dello stato tensionale finale viene riferita alla effettiva sequenza di sollecitazioni lenta-istantanea ed ai corrispondenti valori di "n", valutando gli incrementi di tensione nella sezione placcata a partire dallo stato tensionale indotto dai carichi permanenti in quella iniziale.

Viene infine richiamato un procedimento iterativo per la ricerca della soluzione numerica del problema, e vengono esposte alcune considerazioni conclusive.

**SUMMARY**

The aim of this paper is the stress evaluation of reinforced concrete rectangular sections strengthened by subsequently bonded steel sheets, when an instantaneous increment of flexure is superimposed to a dead bending.

It is assumed a fictitious elastic modulus for the bonded steel, owing to the sliding which takes place between steel and concrete, and then the section is studied for the effective sequence of the loads and for the corresponding modular ratio "n" values (according to the WSD method).

There are also a brief explanation of an iterative computational procedure for final stresses and some conclusive remarks.

## 1. INTRODUZIONE

Come è noto, molti interventi di rafforzamento di strutture in conglomerato armato vengono realizzati solidarizzando al calcestruzzo, mediante composti epossidici, lamiere in acciaio di ridotto spessore.

Questa tecnica discende in effetti da un'idea di L'Hermite, il quale suggerì la realizzazione di elementi strutturali mediante getto di calcestruzzo in casseri metallici spalmati con resine, con funzione di armatura definitiva [1].

Pur non traducendosi nella tecnologia prevista, la proposta ha dato origine nel tempo alla tecnica del "placcaggio" delle strutture in calcestruzzo, la quale offre indubbi vantaggi esecutivi (rapidità, flessibilità di intervento, pesi ridotti) e rappresenta talvolta la sola alternativa all'intervento di demolizione.

Le lamiere di placcaggio, applicate in genere ad elementi strutturali inflessi o pressoinflessi abbisognevole di armatura integrativa, hanno dunque un compito del tutto analogo a quello delle armature preesistenti, salvo che per esse il meccanismo di aderenza acciaio-calcestruzzo è assicurato dalla presenza e dalle caratteristiche dell'adesivo strutturale.

In particolare, la sezione placcata risulterà in genere soggetta ai soli incrementi istantanei di sollecitazione successivi al rinforzo, mentre le sollecitazioni permanenti continueranno ad agire su quella iniziale.

Rispetto alle normali sezioni in c.a., la verifica delle sezioni placcate pone tuttavia problemi specifici.

Sarebbe infatti necessario, a rigore, rinunciare all'ipotesi classica di conservazione delle sezioni piane, a causa della deformabilità sotto carico dell'adesivo soggetto a scorrimento.

Sono disponibili in proposito soluzioni generali del problema perseguite in regime elasto-viscoso lineare, a costo tuttavia di appesantimenti formali e conseguenti limitazioni di carattere applicativo [11], [12].

D'altronde, non tutti gli aspetti del comportamento reologico degli adesivi in strati sottili possono dirsi completamente acquisiti, per cui alcuni parametri caratteristici dei modelli messi a punto (in primo luogo la rigidità diffusa dello strato di adesivo) sono oggetto tuttora di significative incertezze.

Con l'adozione di modelli reologici limite è stato possibile tuttavia conseguire soluzioni approssimate utili a fini applicativi, che hanno portato alla definizione di moduli elastici fittizi (per l'acciaio di placcaggio) con cui tener conto delle deformazioni sia lente che istantanee del sistema accoppiato lamiera-adesivo strutturale [6], [7].

Anche per tale motivo, alle sezioni placcate sembra allora utilmente applicabile il metodo tradizionale di verifica delle tensioni ammissibili [2], a patto di scegliere adeguatamente il valore dei coefficienti di omogeneizzazione acciaio preesistente-calcestruzzo ed acciaio di placcaggio-calcestruzzo in relazione alle differenti fasi di lavoro della sezione.

D'altra parte, volendo procedere invece con la metodologia di

verifica agli stati-limite, sarebbe necessario effettuare il controllo di situazioni di funzionamento -peculiari delle strutture placcate- sulle quali non sembra esistano al momento approfondimenti sufficienti.

L'esperienza ha infatti evidenziato che la rottura di travi placcate può presentare spiccate caratteristiche di fragilità, ed avvenire con meccanismi di collasso caratterizzati da piani di frattura del calcestruzzo all'incirca paralleli alla giacitura dell'incollaggio [4].

La verifica della sicurezza basata sul controllo degli stati-limite caratteristici delle strutture in c.a., ivi compreso lo stato limite di aderenza delle lamiere, potrebbe dunque riuscire non significativa nel caso di elementi in conglomerato armato sottoposti a placcaggio.

In quanto segue, procedendo con il metodo delle tensioni ammissibili, si affronta in particolare il problema della risposta di una sezione rettangolare placcata ad una sequenza di carico costituita da "flessione permanente + flessione istantanea", in analogia a quanto studiato in [13] in tema di risposta delle sezioni in c.a. a sollecitazioni istantanee.

Lo stato di sollecitazione permanente (0) è naturalmente legato all'azione dei carichi di lunga durata, i quali sollecitano di regola soltanto la sezione di calcestruzzo e le armature metalliche preesistenti al rinforzo.

Il corrispondente stato tensionale può essere allora valutato, come è ben noto, assegnando un valore elevato al coefficiente di omogeneizzazione  $n_0 = E_f/E_0$  (essendo  $E_0$  il modulo elastico del calcestruzzo per carichi di lunga durata ed  $E_f$  il modulo elastico dell'acciaio originario) volendosi tener conto, seppure in modo approssimato, degli effetti indotti dalle deformazioni viscosse relative al calcestruzzo.

Il successivo stato di sollecitazione istantanea (1), dovuto all'azione dei carichi accidentali, interessa invece la sezione placcata nel suo complesso e si sovrappone all'assetto statico relativo alla sezione preesistente. Il corrispondente stato tensionale incrementale dovrà essere allora riferito al valore reale del modulo  $E_1$  del calcestruzzo sotto sollecitazioni istantanee.

Ne conseguono in questa fase valori ridotti dei coefficienti  $n_1 = E_f/E_1$  ed  $n_p = E_p/E_1$  (essendo  $E_p$  il modulo elastico istantaneo dell'insieme lamiera-adesivo), con cui omogeneizzare rispettivamente le armature preesistenti e quelle di placcaggio.

Per la verifica dello stato tensionale finale della sezione in esame è necessario riferirsi dunque all'effettiva sequenza di sollecitazioni lenta-istantanea, valutando gli incrementi di tensione nella sezione placcata a partire dallo stato tensionale indotto dai carichi permanenti nella sezione originaria.

La scelta ricorrente di un unico elevato valore di  $n$  per la verifica delle sezioni nelle due fasi (come pure per i due tipi di armatura nella seconda fase) e la sovrapposizione degli stati tensionali corrispondenti porterebbero invece, come è facile prevedere, a valutare tensioni finali nel calcestruzzo di certo inferiori ai valori effettivi.

2. POSIZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri una sezione rettangolare inflessa a doppia armatura  $A_f, A'_f$  (sezione iniziale), cui siano applicate armature di placcaggio  $A_p, A'_p$  rispettivamente ai lembi teso e compresso (fig. 1a).

Si indichi con stato (0) il regime deformativo e tensionale conseguente ad una sollecitazione "permanente"  $M_0$  di flessione agente sulla sola sezione iniziale.

Si indichi poi con stato (1) il regime incrementale deformativo e tensionale conseguente ad una sollecitazione "istantanea"  $M_1$  di flessione agente invece sull'intera sezione rinforzata. Tale regime si sviluppa, dunque, a partire da quello esistente sulla sezione iniziale.

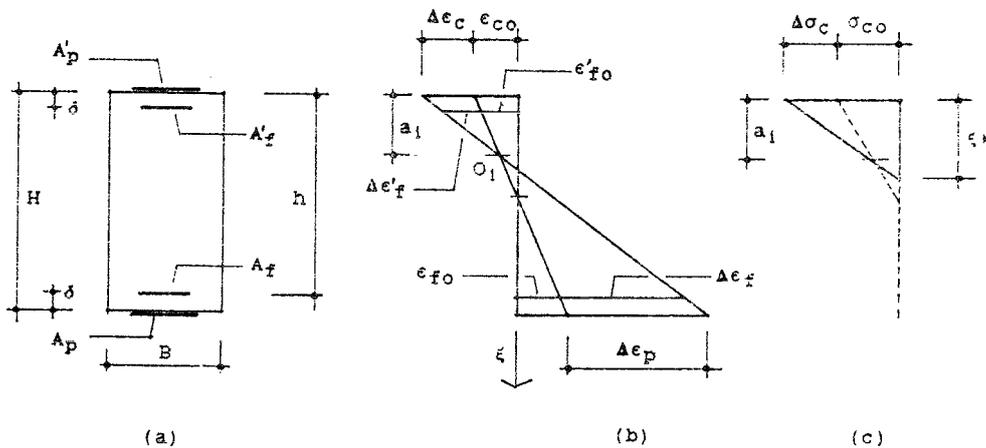


fig. 1

Il regime di deformazione relativo allo stato (0) può essere allora rappresentato con (fig. 1b):

$$\epsilon_0(\xi) = \epsilon_{c0} - (|\epsilon_{f0}| + \epsilon_{c0})\xi/h \dots \dots \dots (1)$$

essendo  $\epsilon_{c0}$  la deformazione specifica al lembo superiore della sezione (positive le contrazioni) e  $\xi$  l'ascissa della fibra generica misurata rispetto a tale lembo.

Il regime di deformazione relativo allo stato (1) è rappresentabile d'altra parte con un incremento istantaneo di deformazione  $\Delta\epsilon$  caratterizzato da una rotazione della sezione, a partire dallo stato precedente, attorno al generico punto  $O_1$  (fig. 1b).

Risulta ovviamente:

$$\Delta\epsilon(\xi) = \Delta\epsilon_c(1 - \xi/a_1) \dots \dots \dots (2)$$

essendo  $\Delta\epsilon_c$  l'incremento di deformazione (contrazione) al lembo compresso ed  $a_1$  la profondità dell'asse istantaneo di rotazione della sezione.

## 2.1 Deformazioni e tensioni nel calcestruzzo

Con riferimento ora allo stato di sollecitazione complessivo (fig. 1c), è possibile individuare le seguenti zone lungo la sezione di calcestruzzo:

ZONA I. E' la zona caratterizzata da:

$$0 \leq \xi \leq a_1 \dots \dots \dots (3)$$

In tale zona le  $\Delta e(\xi)$  e le  $e_0(\xi)$  risultano entrambe di contrazione, per cui le tensioni finali nel calcestruzzo valgono:

$$\sigma = E_0 e_0 + E_1 \Delta e = E_0 [e_{c0} - (|e_{f0}| + e_{c0}) \xi / h] + E_1 \Delta e_c (1 - \xi / a_1) \dots \dots \dots (4)$$

essendo  $E_0$ ,  $E_1$  i moduli elastici del calcestruzzo rispettivamente sotto carichi di lunga durata e sotto carichi istantanei.

ZONA II. In tale zona, a causa dell'incremento istantaneo di sollecitazioni cui la sezione è soggetta, le fibre di calcestruzzo scaricano parte della compressione iniziale.

Le  $\Delta e$  risultano infatti deformazioni incrementali di dilatazione, con segno opposto a quello delle  $e_0$ .

La zona II risulta allora limitata inferiormente dal valore  $\xi^*$  di  $\xi$  in corrispondenza del quale la tensione complessiva (compressione iniziale + decompressione) vale zero.

Poichè è per ipotesi  $E_1 \leq E_0$ , la fibra di calcestruzzo all'ascissa  $\xi^*$  risulterà ancora contratta pur essendo scarica.

Con riferimento alla (4), il valore di  $\xi^*$  si valuta ponendo:

$$\sigma(\xi) = E_0 e_0(\xi) + E_1 \Delta e(\xi) = 0 \dots \dots \dots (5)$$

da cui, ricordando le (1), (2):

$$\xi^* = \frac{(E_0 e_{c0} + E_1 \Delta e_c) a_1}{E_0 (|e_{f0}| + e_{c0}) a_1 / h + E_1 \Delta e_c} \dots \dots \dots (6)$$

La zona II è dunque definita da:

$$a_1 \leq \xi \leq \xi^* \dots \dots \dots (7)$$

e la relativa distribuzione delle tensioni complessive nel calcestruzzo vale:

$$\sigma = E_0 [e_{c0} - (|e_{f0}| + e_{c0}) \xi / h] + E_1 \Delta e_c (1 - \xi / a_1) \dots \dots \dots (8)$$

ZONA III. Tale zona è caratterizzata da:

$$\xi^* \leq \xi \leq H \dots \dots \dots (9)$$

con fibre di calcestruzzo ovunque scariche.

Tenendo conto delle relazioni precedenti, la rappresentazione complessiva delle tensioni finali nel calcestruzzo può scriversi allora:

$$\sigma(\xi) = \beta \{ E_0 [\epsilon_{CO} - (|\epsilon_{fo}| + \epsilon_{CO}) \xi/h] + E_1 \Delta \epsilon_C (1 - \xi/a_1) \} \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{con } \beta = \begin{cases} 1 & \text{per } 0 \leq \xi \leq \xi^* \\ 0 & \text{per } \xi^* \leq \xi \leq H. \end{cases} \dots \dots \dots (11)$$

Poichè per  $\xi=0$  la (10) fornisce:

$$\sigma(0) = E_0 \epsilon_{CO} + E_1 \Delta \epsilon_C = \sigma_{CO} + \Delta \sigma_C = \sigma_{C1} \dots \dots \dots (12)$$

essendo  $\sigma_{C1}$  la tensione finale nel calcestruzzo, può scriversi sinteticamente in ultimo:

$$\sigma(\xi) = \beta \sigma_{C1} (1 - \xi/\xi^*) \dots \dots \dots (13)$$

con  $\beta$  ancora espresso dalle (11).

## 2.2 Deformazioni e tensioni nelle armature

Nello stato (0) di deformazione permanente, per le armature iniziali  $A_f$ ,  $A'_f$  risulta rispettivamente:

$$|\epsilon_{fo}| = \epsilon_{CO} (h - x_C) / x_C \dots \dots \dots (14)$$

$$\epsilon'_{fo} = \epsilon_{CO} (x_C - \delta) / x_C \dots \dots \dots (15)$$

avendo indicato con  $\epsilon_{fo}$ ,  $\epsilon'_{fo}$  le deformazioni specifiche per l'acciaio teso e compresso.

In corrispondenza dello stato (1) di deformazione incrementale, per le armature  $A_f$ ,  $A'_f$  si ha poi:

$$\Delta \epsilon_f = \Delta \epsilon_C (h - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (16)$$

$$\Delta \epsilon'_f = \Delta \epsilon_C (a_1 - \delta) / a_1 \dots \dots \dots (17)$$

mentre per le armature di placcaggio  $A_p$ ,  $A'_p$  risulta:

$$\Delta \epsilon_p = \Delta \epsilon_C (H - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (18)$$

$$\Delta \epsilon'_p = \Delta \epsilon_C \dots \dots \dots (19)$$

Le tensioni nello stato (0) valgono allora (positive le compressioni):

$$\sigma_{fo} = E_f \epsilon_{fo} \dots \dots \dots (20)$$

$$\sigma'_{fo} = E_f \epsilon'_{fo} \dots \dots \dots (21)$$

Con analoga convenzione, nello stato finale risulta invece:

$$\sigma_{f1} = \sigma_{f0} + \Delta\sigma_f = \sigma_{f0} - E_f \Delta\epsilon_c (h - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (22)$$

$$\sigma'_{f1} = \sigma'_{f0} + \Delta\sigma'_f = \sigma'_{f0} + E_f \Delta\epsilon_c (a_1 - \delta) / a_1 \dots \dots \dots (23)$$

$$\sigma_p = -E_p \Delta\epsilon_c (H - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (24)$$

$$\sigma'_p = E_p \Delta\epsilon_c \dots \dots \dots (25)$$

Ponendo ora:

$$\Delta\sigma_c = E_1 \Delta\epsilon_c \dots \dots \dots (26)$$

$$n_1 = E_f / E_1 \dots \dots \dots (27)$$

$$n_p = E_p / E_1 \dots \dots \dots (28)$$

$$n_0 = E_f / E_0 \dots \dots \dots (29)$$

le (22), (23), (24), (25) diventano infine:

$$\sigma_{f1} = \sigma_{f0} - n_1 \Delta\sigma_c (h - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (30)$$

$$\sigma'_{f1} = \sigma'_{f0} + n_1 \Delta\sigma_c (a_1 - \delta) / a_1 \dots \dots \dots (31)$$

$$\sigma_p = -n_p \Delta\sigma_c (H - a_1) / a_1 \dots \dots \dots (32)$$

$$\sigma'_p = n_p \Delta\sigma_c \dots \dots \dots (33)$$

### 3. EQUAZIONI RISOLUTIVE E METODO DI CALCOLO DELLA SOLUZIONE

In corrispondenza dello stato di sollecitazione finale relativo alla sezione placcata (momento  $M_t = M_0 + M_1$ ) è possibile infine scrivere, ricordando la convenzione sui segni delle tensioni, le equazioni di equilibrio alla traslazione in direzione della normale alla sezione e di equilibrio alla rotazione attorno alla risultante delle tensioni nel calcestruzzo.

Risulta allora:

$$\begin{cases} b\sigma_{c1}\xi^*/2 + A'_f\sigma'_{f1} + A'_p\sigma'_p + A_f\sigma_{f1} + A_p\sigma_p = 0 \\ M_t + A_f\sigma_{f1}(h - \xi^*/3) + A_p\sigma_p(H - \xi^*/3) - A'_f\sigma'_{f1}(\xi^*/3 - \delta) - A'_p\sigma'_p\xi^*/3 = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Con impiego delle (12), (30), (31), (32), (33) le equazioni (34) diventano:

$$\left\{ \begin{array}{l} b(\sigma_{c0} + \Delta\sigma_c) \xi^* / 2 + A_f [\sigma'_{f0} + n_1 \Delta\sigma_c (a_1 - \delta) / a_1] + A_p n_p \Delta\sigma_c + \\ - A_f [\sigma_{f0} + n_1 \Delta\sigma_c (h - a_1) / a_1] - A_p n_p \Delta\sigma_c (h - a_1) / a_1 = 0 \\ \\ M_t + A_f [\sigma_{f0} + n_1 \Delta\sigma_c (h - a_1) / a_1] (h - \xi^* / 3) + A_p n_p \Delta\sigma_c (H - a_1) (H - \xi^* / 3) / \\ / a_1 - A_f [\sigma'_{f0} + n_1 \Delta\sigma_c (a_1 - \delta) / a_1] (\xi^* / 3 - \delta) - A_p n_p \Delta\sigma_c \xi^* = 0 \end{array} \right. \quad (35)$$

dove  $\xi^*$  vale, ricordando la (6) e la (29):

$$\xi^* = \frac{(\sigma_{c0} + \Delta\sigma_c) a_1}{\Delta\sigma_c + a_1 (\sigma_{c0} + \sigma_{f0} / n_0) / h} \dots\dots\dots (36)$$

Si ha in definitiva che le (35) costituiscono un sistema di due equazioni algebriche in forma implicita del tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(a_1, \Delta\sigma_c) = 0 \\ g(a_1, \Delta\sigma_c) = 0 \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad (37)$$

la cui soluzione consente la determinazione dello stato di tensione finale nella sezione placcata.

L'applicabilità delle (35) è ovviamente relativa al caso in esame di sezione rettangolare inflessa soggetta ad un incremento istantaneo di flessione. Altre situazioni di funzionamento possono tuttavia essere analizzate con considerazioni analoghe.

La soluzione delle (35) può essere infine ottenuta definendo il seguente vettore di due componenti:

$$u = (a_1, \Delta\sigma_c) \dots\dots\dots (38)$$

e quindi la funzione vettoriale:

$$v : u \rightarrow v(u) = (f(u), g(u)) \dots\dots\dots (39)$$

che al vettore  $u$  di componenti  $(a_1, \Delta\sigma_c)$  associa il vettore  $v(u)$  di componenti  $(f(a_1, \Delta\sigma_c), g(a_1, \Delta\sigma_c))$ .

Si tratta allora di risolvere l'equazione vettoriale:

$$v(u) = 0 \dots\dots\dots (40)$$

ossia ricercare i valori del vettore  $u$ , e quindi delle sue componenti  $a_1, \Delta\sigma_c$ , che hanno come immagine il vettore nullo.

La soluzione della (40) può essere ottenuta con una opportuna tecnica numerica [14], costruendo un processo iterativo di convergenza di una sequenza di vettori  $\{u_n\}$  a partire da una radice approssimata  $u_0$  del problema.

Il procedimento in oggetto, sistematicamente applicato ad esempio in [13], può essere facilmente tradotto in una lista di istruzioni codificate e reso operante su microcomputer.

#### 4. CONCLUSIONI

Come si è visto, la metodologia esposta consente di verificare l'assetto tensionale di sezioni placcate inflesse per effetto di una sequenza di sollecitazioni lenta-istantanea, agenti rispettivamente sulla sezione iniziale in cemento armato e sulla sezione finale rinforzata.

Il metodo consente, da una parte, di assumere nelle verifiche i valori del modulo elastico del calcestruzzo più opportuni a seconda delle fasi di lavoro della sezione; dall'altra, di tener conto della specifica situazione di funzionamento dell'acciaio placcato, ossia della non perfetta congruenza a causa dell'adesivo tra lamiera incollata e fibre di calcestruzzo adiacenti.

Procedendo con l'approccio delle tensioni ammissibili, si è ricercato allora il quadro tensionale finale non già come somma di effetti parziali su sezioni differenti (iniziale/placcata), bensì per sovrapposizione dei quadri deformativo e tensionale che progressivamente si instaurano nella sezione resistente.

La formulazione delle equazioni risolutive è stata condotta con riferimento ad una situazione di funzionamento specifica (sezione inflessa), ma sembra facilmente estendibile anche ad altri casi (sezione pressoinflessa/tensoinflessa).

Sulla base di studi precedenti [13] relativi a problemi analoghi, sembra infine proponibile una applicazione sistematica del metodo esposto, e della relativa tecnica di risoluzione qui richiamata, per cogliere l'incidenza dei parametri significativi -in particolare della "deformabilità" delle lamiere placcate- sulla risposta complessiva delle sezioni in esame.

Salerno, gennaio 1989.

## BIBLIOGRAFIA

- [ 1 ] R. L'HERMITE, "L'application des colles et des resines dans la construction. Le béton a coffrage portant"; Annales I. T. B. T. P., n. 239, 1967.
- [ 2 ] J. BRESSON, "Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans le structures. Béton plaqué"; Annales I. T. B. T. P., n. 278, 1971.
- [ 3 ] H. W. CHUNG, "Epoxy repaired reinforced concrete beams"; ACI Journal, may, 1975.
- [ 4 ] M. LADNER, "Reinforced concrete members with subsequently bonded steel sheets"; IABSE Symposium, Venezia, 1983.
- [ 5 ] F. DELALE, F. ERDOGAN, "Visco-elastic analysis of adhesively bonded joints"; Journal of Applied Mechanics, june 1981.
- [ 6 ] S. TATTONI, "Sulla verifica di sezioni inflesse in c. a. rinforzate mediante placcaggio"; Atti C. T. E., Ravenna, 1986.
- [ 7 ] S. TATTONI, "Valutazioni del contributo degli effetti secondari nel comportamento di un incollaggio acciaio-calcestruzzo"; La Prefabbricazione, marzo 1984.
- [ 8 ] S. TATTONI, "Contributo al calcolo degli incollaggi acciaio-calcestruzzo"; Notiziario AICAP, in L'Industria Italiana del Cemento, febbraio 1980.
- [ 9 ] A. GIUFFRÈ, G. VIA, M. CIAMPOLI, "Considerazioni sull'uso del béton plaqué per il rinforzo di strutture lineari in cemento armato nelle zone sismiche"; L'Industria Italiana del Cemento, gennaio 1984.
- [10] M. MELE, "Riparazione di strutture in cemento armato lesionate dal sisma"; in Progettazione di strutture in c. a. in zona sismica, CISM, Udine, 1982.
- [11] F. MOLA, "Metodo generale e metodo approssimato per la risoluzione di strutture non omogenee a comportamento elasto-viscoso lineare"; Studi e Ricerche Italcementi, n. 1, 1979.
- [12] F. MOLA, "Metodi di analisi di strutture in c. a. e c. a. p. a comportamento elasto-viscoso lineare"; Studi e Ricerche Italcementi, n. 3, 1981.
- [13] M. COMO, P. MALANGONE, "Sulla risposta delle sezioni in c. a. ad incrementi istantanei di sforzo successivi a sollecitazioni permanenti"; Giornale del Genio Civile, 1/3, 1982.
- [14] D. E. LUENBERGER, "Optimitation by vector space methods"; J. Wiley, New York, 1969

PROBLEMI STATICI RELATIVI ALL'ADEGUAMENTO STRUTTURALE DI SOLAI  
IN LEGNO CON GETTI DI CALCESTRUZZO

FRANCO MOLA

Professore Straordinario di Tecnica delle Costruzioni  
Istituto Universitario di Architettura di Venezia  
Venezia

GIUSEPPE CREAZZA

Professore Ordinario di Scienza delle Costruzioni  
Istituto Universitario di Architettura di Venezia  
Venezia

MARCO ANDREA PISANI

Dottore di Ricerca  
Politecnico di Milano  
Milano

SOMMARIO

Nel presente lavoro viene formulata la procedura per l'analisi del comportamento istantaneo e differito nel tempo di strutture di legno risanate mediante il getto di una soletta collaborante in calcestruzzo armato. Tale formulazione è condotta in forma generale nell'ipotesi di comportamento elastoviscoso lineare dei materiali, considerando la deformabilità degli elementi di connessione fra la struttura in legno ed il sovrastante calcestruzzo.

SUMMARY

In the present paper the algorithms to compute the stress response of a wood structure, strengthened by a R.C. slab, under instantaneous and long term loads, are discussed. These algorithms are established according to the hypothesis of linear viscoelasticity, taking into account the deformability of the linkage elements between wood and concrete.

1. INTRODUZIONE

Negli ultimi quindici anni si sono sempre più sviluppate nello ambito dell'ingegneria strutturale la cultura e la sensibilità per i problemi posti dal recupero e dall'adeguamento di strutture degradate. Questo fatto è dipeso da un lato dalla necessità di intervenire su un patrimonio edilizio di ragguardevole età nonchè di dover operare su strutture di grande importanza per la comunità, in primo luogo i ponti stradali ed autostradali, in molti casi affette da situazioni di degrado molto avanzate anche dopo tempi di esercizio relativamente brevi. Lo sviluppo della disciplina afferente al recupero delle

strutture degradate ha dato luogo ad una vasta produzione tecnico-scientifica che ha mirato ad inquadrare in modo razionale ed affidabile l'approccio a problematiche in molti casi fra loro differenti ed alla circolazione di informazioni e di metodologie operative in simposi internazionali (I), od allo interno di commissioni appositamente costituite in seno ad organi internazionali (II). A fianco delle formulazioni teoriche per la risoluzione dei vari problemi, le possibilità operative ed il loro buon esito hanno potuto, nella maggior parte dei casi, essere garantite dalla messa a punto di materiali speciali, aventi qualità specifiche atte a garantire il raggiungimento delle caratteristiche prestazionali delle strutture risanate. La tecnologia e la sperimentazione hanno permesso la preparazione di materiali senza i quali non sarebbe possibile procedere in modo affidabile al risanamento delle strutture degradate, cosicchè può senz'altro affermarsi che le operazioni intraprese su un gran numero di strutture ed ampiamente coronate da successo basano la loro affidabilità su due fondamentali requisiti: la corretta e raffinata analisi della struttura risanata e l'impiego di materiali con caratteristiche particolari, atte a soddisfare le ipotesi dell'analisi.

La complessità dell'analisi strutturale e le negative conseguenze che peraltro possono derivare da valutazioni troppo semplicistiche emergono in (III), (IV), ove sono indicate le modalità operative dell'analisi di strutture in c.a. e c.a.p. risanate con materiali di tipo cementizio od in (V), (VI), ove il risanamento prende in considerazione l'impiego di materiali di tipo resinoso.

Nell'ambito del risanamento delle opere edilizie ha assunto nell'ultimo decennio una sempre maggiore importanza quello relativo al ripristino od all'adeguamento di impalcati con strutture portanti in legno. Questa esigenza si è manifestata in primo luogo nei tessuti urbani ove la presenza di queste strutture ha grande diffusione e valore storico, si pensi ad esempio alla città di Venezia, ed in forma generale in tutte quelle realtà edilizie ove la presenza di impalcati in legno deve essere mantenuta per garantirne l'identità sotto il profilo storico ed architettonico.

Varie tecniche operative sono state proposte, anche in epoche lontane, per procedere al risanamento ed all'adeguamento di impalcati a struttura lignea, ricorrendo ad operazioni a secco con profilati metallici posti a fianco od all'estradosso, od ancora con lamiere opportunamente collegate agli elementi. Recentemente si è sempre più diffusa la tecnica del risanamento ad umido, consistente nel porre al di sopra degli elementi in legno un getto di calcestruzzo ad essi opportunamente collegato, così da realizzare una sezione mista legno-calcestruzzo.

Attualmente sono state condotte varie operazioni di risanamento di questo tipo e si dispone di alcuni dati sperimentali (VII), (VIII), riguardanti il comportamento istantaneo, e differito dell'accoppiamento legno-calcestruzzo, dai quali emergono

indicazioni che fanno ritenere affidabile questo tipo di tecnica di risanamento e quindi la rendono suscettibile di impiego generalizzato.

Alla base di un corretto funzionamento della struttura risanata, ammettendo a priori che l'elemento strutturale di legno sia in condizioni di sufficiente conservazione, vi è l'efficienza del dispositivo di collegamento fra calcestruzzo e legno. Tale collegamento, generalmente realizzato mediante connettori metallici alloggiati in fori precostituiti negli elementi di legno e sigillati con materiale epossidico, possiede una non trascurabile deformabilità, la cui entità influisce sullo stato tensionale e di deformazione che si instaura nella struttura risanata. Inoltre sia il calcestruzzo che il legno presentano deformazioni differite nel tempo, il cui sviluppo ed entità possono dar luogo a variazioni sensibili dello stato deformativo nonché ad aggravamenti tensionali nella parte lignea. La corretta valutazione della procedura per l'analisi di strutture risanate secondo questa tecnica deve pertanto tener conto in maniera realistica della deformabilità del dispositivo di collegamento e delle deformazioni differite dei materiali. In (IX) viene invece suggerita una tecnica di analisi, basata su un comportamento elastico lineare dei materiali, sotto azioni di natura istantanea, fornendo anche indicazioni atte ad un dimensionamento pratico. Tale procedimento non tiene in conto i fenomeni di ridistribuzione delle tensioni dovute alla viscosità dei materiali che avvengono nelle sezioni della struttura risanata, il che può portare a non corrette operazioni di risanamento cui può conseguire un comportamento strutturale non affidabile.

Allo scopo di migliorare la comprensione dei complessi fenomeni di ridistribuzione tensionale che si manifestano nella struttura risanata, nel presente lavoro viene formulata la procedura per l'analisi del comportamento istantaneo e differito di strutture di legno risanate mediante un getto di calcestruzzo collaborante. Le equazioni che governano il problema, di natura integro-differenziale, pur se caratterizzate da una certa complessità, possono risolversi in modo sufficientemente spedito ricorrendo ad un algoritmo numerico di discretizzazione del problema nello spazio e nel tempo. I caratteri di base della soluzione e la loro dipendenza dal variare delle leggi costitutive assunte per i materiali permettono di individuare alcuni casi limite di fondamentale importanza in corrispondenza ai quali si hanno forti semplificazioni della soluzione ma soprattutto si individuano le situazioni di sollecitazione più gravose per i materiali e per gli elementi di connessione. Da tale conoscenza possono quindi derivarsi regole pratiche che permettono ai progettisti di formulare scelte operative che assicurano il mantenimento nel tempo delle volute caratteristiche prestazionali.

## 2. POSIZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri l'elemento strutturale in legno di Fig.1, la cui sezione trasversale è mostrata in Fig.2a. L'elemento viene rinforzato mediante l'inserimento di connettori di acciaio ed

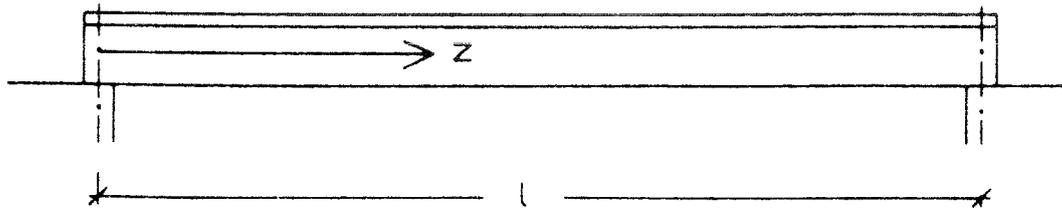


Fig. 1



Fig. 2

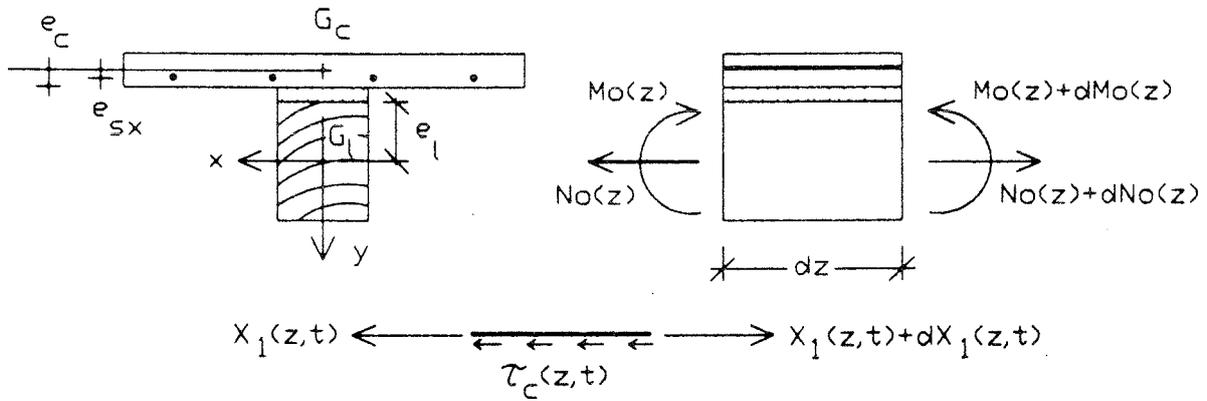
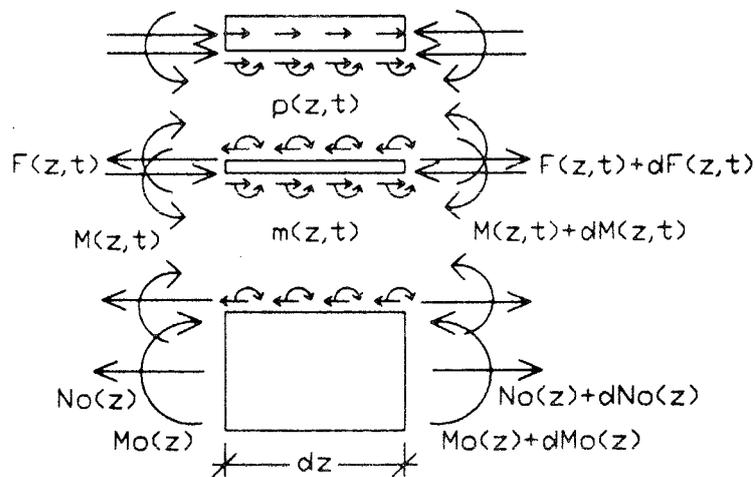


Fig. 3



il getto di uno spessore di calcestruzzo al suo estradosso, realizzando così la sezione mista di Fig.2b.

L'analisi della struttura risanata in presenza di una distribuzione  $q(z)$  di carico verticale per unità di lunghezza può farsi assimilandola a due strutture monodimensionali, rappresentanti la nervatura in legno ed il getto di calcestruzzo collegate da un vincolo continuo che simula l'effetto dei connettori.

Isolato un elemento infinitesimo di struttura all'ascissa  $z$ , ove sussistono le sollecitazioni  $N_0(z)$ ,  $M_0(z)$ , dovute al carico esterno  $q(z)$ , ed evidenziate le azioni mutue  $p(z,t)$ ,  $m(z,t)$  per unità di lunghezza, di risultante  $F(z,t)$ ,  $M(z,t)$ , scambiate fra la trave di legno, il vincolo di connessione ed il calcestruzzo, nonché l'azione mutua  $X_1(z,t)$  scambiata fra il calcestruzzo e l'armatura in esso presente, le equazioni indefinite di equilibrio dell'acciaio d'armatura, del getto di calcestruzzo e della trave di legno nella sezione  $z$ , al generico tempo  $t$  si scrivono:

$$X_1'(z,t) = -\tau_c(z,t) \pi d \quad (1)$$

$$F'(z,t) = -p(z,t) \quad (2)$$

$$M'(z,t) = -m(z,t)$$

$$N_0'(z) = 0 \quad (3)$$

$$M_0''(z) = -q(z)$$

essendo  $\tau_c(z,t)$  la tensione di aderenza fra acciaio e calcestruzzo,  $d$  il diametro della barra equivalente ed avendo indicato con un apice la derivazione rispetto alla variabile  $z$ . La determinazione delle tre azioni incognite  $F(z,t)$ ,  $M(z,t)$ ,  $X_1(z,t)$ , si effettua imponendo la congruenza delle deformazioni tra le due parti in cui si è suddivisa la sezione. Precisamente, indicati rispettivamente con  $\varepsilon_{ci}(z,t)$ ,  $\varepsilon_{cx}(z,t)$ ,  $\varepsilon_{ls}(z,t)$ , le deformazioni longitudinali del getto di calcestruzzo al suo bordo inferiore od in corrispondenza all'armatura metallica e quella dell'elemento di legno al suo bordo superiore;  $1/r_c(z,t)$ ,  $1/r_l(z,t)$ , le curvature del getto di calcestruzzo e dell'elemento di legno;  $\varepsilon_{sx}(z,t)$  la deformazione dell'armatura metallica, assunte positive se concordi con  $N_0$  ed  $M_0$ , le equazioni di congruenza nei punti ove si sono effettuate le sconnessioni fra le varie parti costituenti la sezione si scrivono:

$$\varepsilon_{ls}(z,t) - \varepsilon_{ci}(z,t) = du_{ch}(z,t)/dz$$

$$1/r_l(z,t) - 1/r_c(z,t) = d\phi_{ch}(z,t)/dz \quad (4)$$

$$\varepsilon_{sx}(z,t) - \varepsilon_{cx}(z,t) = 0$$

Nella (4)  $du_{ch}(z,t)/dz$  e  $d\phi_{ch}(z,t)/dz$  rappresentano rispettivamente la variazione dello spostamento longitudinale e della rotazione dell'elemento di connessione.

Per procedere negli sviluppi analitici introduciamo il vettore deformazione  $\underline{S}_1(z,t)$  le cui tre componenti sono rappresentate dai primi membri delle (4) ed il vettore di spostamento generalizzato della connessione  $\underline{S}_2(z,t)$  le cui prime due componenti sono costituite dallo spostamento longitudinale e dalla rotazione del connettore, mentre la terza è assunta identicamente nulla. In tal caso le (4) si scrivono brevemente:

$$\underline{S}_1(z,t) = \underline{S}_2'(z,t) \quad (5)$$

Assumendo per il legno, il calcestruzzo e la connessione un comportamento elastoviscoso lineare, individuato dalle funzioni di viscosità  $J_1(t,t')$ ,  $J_C(t,t')$ ,  $J_{ch}(t,t')$ , e per l'acciaio d'armatura un comportamento elastico lineare, descritto dal modulo elastico  $E_s$ , per i vettori  $\underline{S}_1(z,t)$ ,  $\underline{S}_2(z,t)$  può scriversi:

$$\begin{aligned} \underline{S}_1(z,t) &= \int_0^t [\underline{F}_1(z) J_1(t,t') + \underline{F}_s(z)/E_s + \underline{F}_c(z) J_C(t,t')] d\underline{Q}(z,t') + \\ &+ \int_0^t \underline{F}_1^*(z) J_1(t,t') d\underline{Q}_0(z,t') + \underline{\bar{S}}_1(z,t) \quad (6) \\ \underline{S}_2(z,t) &= \int_0^t \underline{F}_{ch}(z) J_{ch}(t,t') d\underline{Q}'(z,t') \end{aligned}$$

ove con  $d$  si indica il differenziale rispetto alla variabile  $t'$  e gli integrali sono del tipo di Stieltjes. Nelle (6) si sono introdotti il vettore incognito  $\underline{Q}$ , quello relativo alle azioni esterne  $\underline{Q}_0$ , variabile lungo  $z$ , ed il vettore  $\underline{\bar{S}}_1(z,t)$  contenente le deformazioni impresse ai materiali, in particolare il ritiro del calcestruzzo. Tali vettori sono definiti dalle relazioni:

$$\begin{aligned} \underline{Q}(z,t)^T &= |F(z,t) \quad M(z,t) \quad X_1(z,t)| \\ \underline{Q}_0(z)^T &= |N_0(z) \quad M_0(z) \quad 0| \quad (7) \\ \underline{\bar{S}}_1(z,t)^T &= |\varepsilon_{sh}(z,t) \quad 0 \quad \varepsilon_{sh}(z,t)| \end{aligned}$$

mentre le matrici quadrate di rango 3:  $\underline{F}_1(z)$ ,  $\underline{F}_s(z)$ ,  $\underline{F}_c(z)$ , di natura esclusivamente geometrica, danno luogo, premoltiplicate per il vettore colonna unitario a 3 componenti, alla parte elastica del vettore deformazione  $\underline{S}_1$ , relativamente ad ogni elemento costituente la sezione, soggetto al vettore sollecitazione  $\underline{Q}$  assunto unitario ed assumendo per essi un modulo elastico unitario. In modo analogo si definisce la matrice  $\underline{F}_1$  che è relativa al vettore delle azioni esterne  $\underline{Q}_0$ , mentre la matrice  $\underline{F}_{ch}$  si riferisce agli spostamenti prodotti nel connettore dal vettore unitario  $\underline{Q}'$  in corrispondenza a parametri elastici unitari. Il calcolo delle matrici  $\underline{F}$  è elementare, ad esclusione della  $\underline{F}_{ch}$  per la cui determinazione si deve, in via generale, procedere sperimentalmente.

Introdotte le (6) nelle (5) e ricordando le (2), si perviene all'equazione generale:

$$\begin{aligned} -\int_0^t \underline{F}_{ch}(z) J_{ch}(t,t') d\underline{Q}''(z,t') + \int_0^t \underline{F}(z,t,t') d\underline{Q}(z,t') &= \\ = -\int_0^t \underline{F}_1^*(z) J_1(t,t') d\underline{Q}_0(z,t') - \underline{\bar{S}}_1(z,t) \quad (8) \end{aligned}$$

dove si è posto:

$$\underline{F}(z, t, t') = \underline{F}_1(z) J_1(t, t') + \underline{F}_s(z)/E_s + \underline{F}_c(z) J_c(t, t') \quad (9)$$

La (8) è un'equazione integro differenziale di Volterra, da integrarsi con le condizioni al contorno:

$$Q(z=0, t) = \underline{0} \quad (10)$$

$$Q'(z=1/2, t) = \underline{0} \quad (11)$$

di cui la prima esprime l'equilibrio al contorno della parte di sezione non direttamente caricata dal vettore  $\underline{Q}_0$  e la seconda la condizione di simmetria strutturale e di carico.

Per la risoluzione della (8) può convenientemente procedersi per via numerica, discretizzando il problema nello spazio e nel tempo, secondo una tecnica già messa a punto per altri sistemi strutturali (X) e che dà luogo a calcolazioni facilmente eseguibili con programmi di calcolo automatico. In particolare il problema viene discretizzato nello spazio esprimendo le derivate secondo  $z$  attraverso i loro rapporti incrementali secondo le indicazioni del metodo delle differenze finite, mentre nel tempo gli integrali vengono approssimati mediante la tecnica dei trapezi. Suddivisa pertanto l'asta in parti di lunghezza  $\Delta z$  e l'intervallo di tempo  $t-t_0$  in un congruo numero di sottointervalli di ampiezza variabile, detto  $\underline{Q}$  il vettore colonna di  $3m$  componenti che comprende i valori delle funzioni incognite nei punti di ascissa  $m\Delta z$ ,  $\underline{Q}_0$  e  $\underline{S}_1$  gli analoghi relativi ai carichi esterni ed alle deformazioni impresse,  $\underline{F}(z, t, t') = \underline{F}(z, t, t') - \underline{F}_{ch}(z) J_{ch}(t, t')$  la matrice di deformabilità totale della sezione, le (8) scritte per gli incrementi  $\Delta \underline{Q}_k$  del vettore  $\underline{Q}$  fra gli istanti  $t_k$  e  $t_{k-1}$  assumono la forma pseudoelastica incrementale:

$$\underline{F}_{k,k-1} \Delta \underline{Q}_k = -\sum_{j=1}^{k-1} \underline{F}_{k,k-1}^{j,j-1} \Delta \underline{Q}_j - \Delta \underline{F}_{1,k}^* \underline{Q}_0 - \Delta \underline{S}_{1k} \quad (12)$$

ove la matrice  $\underline{F}_{k,k-1}$  è da valutarsi quale valore medio dei valori assunti per  $t=t_k, t'=t_{k-1}$ , mentre la matrice  $\underline{F}_{j,j-1}^{j,j-1}$  si ottiene dalla differenza dei valori medi calcolati rispettivamente per  $t=t_k, t'=t_{j-1}$ , oppure  $t=t_{k-1}, t'=t_j, t_{j-1}$  e la matrice  $\Delta \underline{F}_{1,k}^*$  rappresenta la differenza dei valori assunti da  $\underline{F}_1 J_1(t, t')$  per  $t=t_k, t_{k-1}, t'=t_0$ . All'istante iniziale si ha l'espressione:

$$\underline{F}_{0,0} \Delta \underline{Q}_0 = -\underline{F}_1^* \underline{Q}_0 / E_1 \quad (13)$$

costituente l'inizializzazione del processo iterativo descritto dalla (12).

Le modalità operative connesse all'algoritmo rappresentato dalle (12), (13) sono alquanto complesse e richiedono familiarità con i concetti dell'analisi delle strutture viscoelastiche non omogenee. Peraltro i risultati che si derivano dalle (12) e (13) sono influenzati dalla scelta che si opera per descrivere le leggi costitutive dei materiali, cosicché è

senz'altro di grande utilità ai fini pratici stabilire situazioni limite entro le quali la soluzione del problema si colloca. Per tale motivo nel prosieguo si esaminano le varie possibilità che si hanno per la scelta delle funzioni  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_{ch}$ , e si individuano quelle che comportano i maggiori aggravii per i materiali, onde dedurre procedure di analisi più immediate, di uso semplice e dotate di accettabile approssimazione.

### 3. LEGGI COSTITUTIVE DEI MATERIALI

Gli stati tensionali che devono essere garantiti per le strutture risanate nel loro usuale esercizio sono di entità tale da permettere di formularne il comportamento nel tempo nell'ambito della viscosità lineare. Per quanto riguarda il calcestruzzo, la funzione di viscosità può essere assunta utilizzando il modello proposto in (XI), attualmente in fase di discussione e di messa a punto finale, caratterizzato da una notevole precisione nella previsione del comportamento differito del calcestruzzo.

La funzione di viscosità del legno non appare invece così ben indagata e definita. Tale funzione, per la quale, in presenza di umidità costante, può farsi riferimento ad un modello di tipo ereditario con coefficiente finale di viscosità dipendente dal contenuto in umidità del legno, (XII), assume aspetto totalmente differente qualora il grado di umidità sia variabile nel tempo. In tal caso alle deformazioni viscosse prodotte ad umidità costante si sommano quelle associate alla variazione di umidità, come indicato nella legge costitutiva proposta in (XIII), la cui formulazione peraltro è in piena conformità con quella della viscosità lineare, basata sul principio di sovrapposizione. Sulla funzione di viscosità del legno sussistono pertanto incertezze non trascurabili e risulta quindi di grande interesse poter stabilire per esso una situazione limite di comportamento. Infine, relativamente ai connettori, in (XIV) sono indicati alcuni risultati sperimentali atti a definirne la deformabilità. Le prove, condotte fino allo stato limite ultimo e per azioni istantanee, possono dividersi nelle due categorie di prove su connettori con funzionamento prevalentemente ad azione di taglio, per le quali si rileva in campo elastico una proporzionalità fra azione e spostamento longitudinale, dipendente dal modulo elastico del legno, e di prove su connettori con funzionamento prevalentemente ad azione di taglio e flessione, ove la caratteristica forza-spostamento viene individuata mediante il modello di trave su suolo elastico di Winkler. In entrambi i casi non è difficile estendere la legge costitutiva per individuare il comportamento differito del connettore. Infatti, ipotizzando per il legno una umidità costante, può porsi nel primo caso una deformabilità differita della connessione amplificando quella iniziale mediante la applicazione del coefficiente di viscosità del legno, mentre nel secondo la risoluzione preventiva del problema non omogeneo relativo all'equilibrio della trave elastica su suolo viscoelastico permette di definire la relazione forze-spostamenti

che tiene contemporaneamente conto della deformabilità differita del legno e di quella elastica dell'acciaio del connettore.

L'osservazione fondamentale, che permette di giungere a definire il comportamento limite della struttura, deriva dal fatto che la redistribuzione delle tensioni che avviene fra il getto di calcestruzzo e l'elemento di legno sarà tanto più gravosa per il legno, quanto più sarà grande la deformazione viscosa del calcestruzzo rispetto a quella del legno. La massima redistribuzione si manifesta in corrispondenza alla massima eterogeneità fra i due materiali, ovvero qualora per il legno si assuma un comportamento elastico lineare, trascurandone le deformazioni viscosi. In tale ipotesi anche la connessione presenta un comportamento solo elastico e, in virtù dello schema assunto per la determinazione del vettore  $Q$ , la struttura può essere schematizzata quale struttura elastica, rappresentata dalla trave di legno, dalla connessione e dallo acciaio d'armatura, in presenza di un vincolo viscoelastico consistente nel getto di calcestruzzo. In tale struttura, in presenza di azioni statiche, si ha una diminuzione nel tempo dello stato tensionale nel vincolo viscoelastico ed un conseguente aumento nella struttura elastica. Ne deriva che la trave in legno viene nel tempo sovraccaricata in modo più marcato di quanto si avrebbe se anche essa presentasse deformazioni viscosi. La massima redistribuzione, dato il carattere rilassante dell'azione esercitata dal vincolo viscoelastico, si manifesta in corrispondenza al modello di comportamento viscoso del calcestruzzo che a parità di coefficiente finale di viscosità ne minimizza la funzione di rilassamento. Tale modello è notoriamente quello di solo invecchiamento (XV), cosicché si può affermare che le massime sollecitazioni nella parte di legno si avranno assumendo per esso la legge costitutiva elastica lineare e per il calcestruzzo quella elastoviscosa di invecchiamento.

Per quanto riguarda le sollecitazioni nella connessione, esse risultano minori al crescere della sua deformabilità e vanno diminuendo nel tempo, cosicché la situazione più sfavorevole per la parte in legno si ha assumendo la massima deformabilità della connessione. Per quest'ultima la situazione limite di tensione si ha invece ammettendone la completa indeformabilità, ovvero formulando l'ipotesi di connessione rigida e valutandone lo stato tensionale in presenza dei carichi trasversali allo istante iniziale, quando non si sono ancora manifestate le deformazioni viscosi del calcestruzzo che ne attenuano lo stato tensionale. Al contrario, relativamente alle sollecitazioni prodotte dal ritiro, la massima sollecitazione si manifesta sempre per connessione rigida ma a fenomeni viscosi esauriti. Sulla base delle osservazioni svolte, la misura della sicurezza strutturale nella situazione di sollecitazione più sfavorevole per il materiale ligneo, per la connessione e per il calcestruzzo, richiede l'analisi strutturale nell'ipotesi di comportamento elastico del legno e viscoelastico di invecchiamento per il calcestruzzo. All'istante iniziale, assumendo indeformabile la connessione, si individuano le massime tensioni nei connettori e nel calcestruzzo, mentre a fenomeni

viscosi esauriti, considerando la massima deformabilità della connessione, si ottiene lo stato tensionale più gravoso per l'elemento di legno.

Le ipotesi ora indicate per il comportamento limite dei materiali e le condizioni di vincolo esterne per la trave, permettono di risolvere in modo particolarmente spedito il problema, riconducendo l'analisi della struttura a quella di una sola sezione trasversale e consentendo di ottenere soluzioni analitiche per l'equazione integrale di Volterra.

#### 4. SOLUZIONE PER COMPORTAMENTO LIMITE DEI MATERIALI

Le condizioni al contorno (10) dell'equazione risolvente (8) permettono di porre il vettore incognito  $\underline{Q}(z,t)$  e quelli noti  $\underline{Q}_0(z)$ ,  $\bar{S}_1(z,t)$ , nella forma:

$$\begin{aligned} \underline{Q}(z,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_n(t) \sin \frac{n\pi z}{l} \\ \underline{Q}_0(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_{0n} \sin \frac{n\pi z}{l} \\ \bar{S}_1(z,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{S}_{1n}(t) \sin \frac{n\pi z}{l} \end{aligned} \quad (14)$$

essendo  $\underline{Q}_n(t)$  vettori incogniti, mentre i vettori  $\underline{Q}_{0n}$ ,  $\bar{S}_{1n}(t)$ , rappresentano i vettori della ampiezza degli sviluppi in serie di Fourier dei vettori noti  $\underline{Q}_0(z)$  e  $\bar{S}_1(z,t)$ .

L'ipotesi di elasticità del legno e della connessione, e quella di viscoelasticità di invecchiamento del calcestruzzo, ammettendo la costanza della sezione trasversale e del passo dei connettori, permettono di scrivere:

$$\begin{aligned} J_{ch}(t,t') &= J_1(t,t') = 1/E_1 \\ J_c(t,t') &= [1 + \phi(t, \bar{t}_0) - \phi(t', \bar{t}_0)]/E_c(t_0) \end{aligned} \quad (15)$$

essendo  $\phi(t, \bar{t}_0)$  il coefficiente di viscosità del calcestruzzo e  $\bar{t}_0$  il suo tempo di prima possibile messa in carico. Introdotte le (14), (15), nelle (8) e derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\begin{aligned} \left[ \underline{E}_{ch} \frac{1}{E_1} \frac{n^2 \pi^2}{l^2} + \underline{E}_1 \frac{1}{E_1} + \underline{E}_s \frac{1}{E_s} + \underline{E}_c \frac{1}{E_c} \right] d\underline{Q}_n/dt + \\ + \underline{E}_c \frac{1}{E_c} \underline{Q}_n d\phi(t, \bar{t}_0)/dt = -d\bar{S}_{1n}(t)/dt \end{aligned} \quad (16)$$

Ammettendo una relazione di affinità fra la deformazione di ritiro e quella viscosa, per  $\bar{S}_{1n}(t)$  può scriversi:

$$\bar{S}_{1n}(t) = \bar{S}_{1n}(\infty) \phi(t, \bar{t}_0)/\phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (17)$$

cosicché la (16) scritta nella variabile  $\phi(t, \bar{t}_0)$  diviene:

$$\underline{E}_{en} d\underline{Q}_n/d\phi + \underline{E}_c \underline{Q}_n = -E_c \bar{S}_{1n}(\infty)/\phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (18)$$

ove si è posto:

$$\underline{F}_{ch} \frac{1}{E_1} \frac{n^2 \pi^2}{l^2} + \underline{F}_{l1} \frac{1}{E_1} + \underline{F}_{s1} \frac{1}{E_s} + \underline{F}_{c1} \frac{1}{E_c} = \underline{F}_{en} \frac{1}{E_c} \quad (19)$$

osservando che  $\underline{F}_{en}/E_c$  rappresenta la matrice di deformabilità elastica del problema, nella sezione omogeneizzata a calcestruzzo, la (18) può scriversi nella forma:

$$d\underline{Q}_n/d\phi + \underline{D}_n \underline{Q}_n = \bar{\underline{Q}}_{ne\infty}/\phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (20)$$

ove si è posto:

$$\underline{D}_n = \underline{F}_{en}^{-1} \underline{F}_c \quad (21)$$

$$\bar{\underline{Q}}_{ne\infty} = -E_c \underline{F}_{en}^{-1} \bar{\underline{S}}_{1n}(\infty) \quad (22)$$

ed il vettore  $\bar{\underline{Q}}_{ne\infty}$  rappresenta la soluzione elastica del problema in presenza del solo ritiro del calcestruzzo a fenomeni viscosi esauriti.

Per la risoluzione della (20) può utilizzarsi molto convenientemente il metodo delle funzioni di rilassamento ridotte (XVI), (XVII), la cui applicazione conduce alla soluzione:

$$\underline{Q}_n(t) = \underline{K}_n \underline{R}_n(t, t_0)/E_c \underline{K}_n^{-1} \underline{Q}_{ne} + \underline{K}_n [\underline{I} - \underline{R}_n(t, t_0)/E_c] \underline{Q}_n^{-1} \underline{K}_n^{-1} \bar{\underline{Q}}_{ne\infty}/\phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (23)$$

essendo rispettivamente  $\underline{K}_n$ ,  $\underline{Q}_n$ , le matrici modale e spettrale di  $\underline{D}_n$  ed  $\underline{R}_n(t, t_0)$  la matrice delle funzioni di rilassamento ridotte di tipo diagonale, il cui generico termine rappresenta la funzione di rilassamento ridotta associata al corrispondente autovalore  $\omega_{in}$  della matrice  $\underline{D}_n$ , avente espressione:

$$R_{iin}(t) = E_c \exp\{-\omega_{in}[\phi(t, \bar{t}_0) - \phi(t_0, \bar{t}_0)]\} \quad (24)$$

Nella (23) il vettore  $\underline{Q}_{ne}$  rappresenta la soluzione elastica al tempo  $t=t_0$  sotto le azioni esterne cui consegue il vettore di sollecitazioni  $\underline{Q}_0$ . Per  $\underline{Q}_{ne}$  si ha l'ovvia relazione:

$$\underline{Q}_{ne} = -\underline{F}_{en}^{-1} \underline{F}_1^* \underline{Q}_{on} E_c/E_1 \quad (25)$$

La soluzione (23) è di comodo impiego e da essa si ottengono soluzioni di grande precisione anche considerando un solo termine degli sviluppi in serie (14), ovvero ponendo  $n=1$ . Confronti numerici effettuati con i risultati esatti derivanti dalla (12) hanno mostrato scarti non superiori al 3+4% nelle grandezze significative. Infine, se il getto di calcestruzzo è sufficientemente contenuto in altezza rispetto alla trave di legno, può trascurarsi la rigidità flessionale del getto e, se si astrae dalla presenza dell'armatura metallica, il vettore  $\underline{Q}_n$  si riduce ad una sola componente e per l'autovalore  $\omega_1$  vale la evidente equazione, immediatamente ottenibile dalle (19) e (21):

$$\omega_1 = \left[ F_{ch11} \frac{1}{E_1} \frac{\pi^2}{I^2} + \frac{1}{A_1 E_1} + \frac{e_1^2}{I_1 E_1} + \frac{1}{A_C E_C} \right]^{-1} \frac{1}{A_C E_C} \quad (26)$$

In presenza di un carico uniforme  $q$ , per l'unica componente del vettore  $Q_1$ , rappresentata dalla risultante della forza di scorrimento trasmessa dalla connessione nella sezione di mezzzeria, si ha subito:

$$Q_{1,1} = \frac{4ql^2}{\pi^3} \frac{E_C}{E_1} A_C \omega_1 \frac{e_1}{I_1} \exp\{-\omega_1[\phi(t, \bar{t}_0) - \phi(t_0, \bar{t}_0)]\} + \frac{4}{\pi} (1 - \exp\{-\omega_1[\phi(t, \bar{t}_0) - \phi(t_0, \bar{t}_0)]\}) E_C A_C \varepsilon_{sh}(\infty) / \phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (27)$$

Per quanto riguarda il connettore, dalla prima delle (2), tenendo conto delle (14), l'azione massima si ha in quello terminale, all'istante iniziale, in presenza dei soli carichi trasversali e vale:

$$\Delta Q_{1,1} = Q_{1,1}(t=t_0) \frac{\pi}{I} \Delta z_{ch} = \frac{4ql}{\pi^2} \frac{E_C}{E_1} A_C \omega_1^* \frac{e_1}{I_1} \Delta z_{ch} \quad (28)$$

essendo  $\omega_1^*$  fornito dalla (26) ove si ponga  $F_{ch11}=0$  (connettore indeformabile) ed avendo indicato con  $\Delta z_{ch} = \text{cost.}$  il passo dei connettori.

Relativamente al ritiro vi è da osservare che l'ipotesi di connessione rigida comporta l'applicazione della azione  $Q_{1,1}$  in corrispondenza delle testate della trave. In tali zone è, pertanto consigliabile disporre connettori adeguati per sopportare l'intera azione dovuta al ritiro che, a fenomeni viscosi esauriti diviene:

$$\Delta Q_{1,1} = \frac{4}{\pi} (1 - \exp\{-\omega_1^*[\phi(t, \bar{t}_0) - \phi(t_0, \bar{t}_0)]\}) E_C A_C \varepsilon_{sh}(\infty) / \phi(\infty, \bar{t}_0) \quad (29)$$

## 5. ESEMPIO NUMERICO

Le soluzioni indicate in 2., 4., sono state applicate per l'analisi strutturale, sotto carichi permanenti, dell'elemento mostrato in Fig.4.

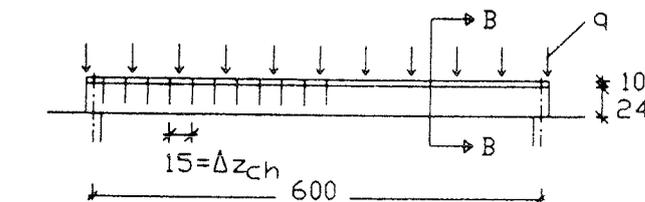
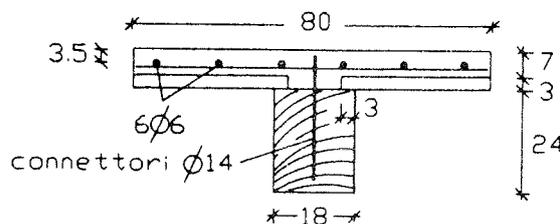


Fig. 4



SEZ. B-B

Le caratteristiche geometriche della sezione valgono:

$$e_{sx} = 0.3 \text{ cm} \quad e_c = 6.2 \text{ cm} \quad e_1 = 12 \text{ cm} \quad I_c = 3159.3 \text{ cm}^4$$

$$A_s = 1.7 \text{ cm}^2 \quad A_c = 596 \text{ cm}^2 \quad A_1 = 432 \text{ cm}^2 \quad I_1 = 20736 \text{ cm}^4$$

mentre per le azioni esterne si è assunto  $q=5 \text{ kN/m}$ .

Relativamente alle leggi costitutive dei materiali si è fatto riferimento a più schematizzazioni, allo scopo di mostrare la variabilità dei risultati che si ottengono in conseguenza alle scelte effettuate per caratterizzare il comportamento meccanico dei materiali.

Per il calcestruzzo si è fatto riferimento alla legge di viscosità riportata in (XI) relativamente ai parametri:

$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ ,  $t = 14$  giorni, R.H. = 70%,  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $h = 8 \text{ cm}$  con calcestruzzo a rapido indurimento. Ne conseguono i valori del modulo elastico iniziale e del coefficiente finale di viscosità:

$$E_c(t) = 31914 \text{ N/mm}^2, \quad \phi(\infty, t=14) = 2.576$$

Per il ritiro, esplorato solo in corrispondenza a questo modello, si sono assunti i parametri che da questo discendono.

In alternativa si sono considerati il comportamento ereditario, nella forma indicata in (XVIII), assumendo:

$$E_c = E_c(t), \quad \phi_\infty = \phi(\infty, t=14), \quad \tau = 50 \text{ giorni}$$

oppure il modello di invecchiamento, (XVIII)<sub>1</sub>, con i medesimi valori per  $E_c$  e  $\phi_\infty$  e ponendo  $\beta = 0.02 \text{ giorni}^{-1}$ .

Il legno è stato schematizzato nelle due ipotesi di materiale ereditario oppure solamente elastico, caratterizzato dai parametri:

$$E_c = 9000 \text{ N/mm}^2, \quad \phi_\infty = 1.80, \quad \tau^* = 180 \text{ giorni},$$

mentre per l'acciaio dell'armatura del getto si è assunto un comportamento elastico lineare con  $E_s = 0.21 \text{ MN/mm}^2$ .

Relativamente ai connettori, si sono fatte le tre ipotesi di connettori rigidi oppure di connettori con deformabilità elastica a taglio od ancora di connettori con deformabilità elastica per taglio e flessione. In entrambi i casi di connettore deformabile si è comunque assunta la loro indeformabilità rotazionale, cosicché la matrice  $\underline{F}_{ch}$  che compare nella (6) ha il solo primo termine significativo, essendo tutti gli altri nulli. Precisamente per connettori indeformabili si ha:

$$F_{ch11} = 0$$

per connettori deformabili a taglio, assumendo la formulazione riportata in (12), risulta:

$$F_{ch11} = \Delta z_{ch} / (0.08 E_1 \phi_{ch}) = 150 / (0.08 \cdot 9000 \cdot 14) = 0.01488 \text{ mm}^2/\text{N}$$

mentre ammettendo una deformabilità per flessione e taglio si ha:

$$F_{ch11} = \Delta z_{ch} / (0.08 E_1 \phi_{ch} \delta), \quad \delta = 3[(\alpha h_1 - 1)^3 + 4]^{-1},$$

$$\alpha = 0.7413 [E_1/E_s]^{1/3} / \phi_{ch}$$

e con i valori numerici assunti:

$$\alpha = 0.185 \text{ cm}^{-1}; \quad h_1 = 3 \text{ cm}; \quad \delta = 0.767; \quad F_{ch11} = 0.01488 / 0.767 = 0.0194 \text{ mm}^2/\text{N}$$

Nelle tabelle 1+3 sono riportati, in corrispondenza a tutte le combinazioni di comportamento dei materiali, i valori iniziale e finale delle azioni costituenti il vettore  $\underline{Q}(z,t)$  nella sezione di mezzeria. Nelle medesime tabelle sono indicati i

Tabella 1 -  $F_{ch11} = 0$ 

Legno	t [gg.]	F[kN]	M[kNm]	$X_1$ [kN]	$\sigma_1^{inf}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_1^{sup}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Calcestruzzo
elastico	14	97.48	-7.7168	-1.97	4.04	0.47	Ereditario
	11565	96.44	-6.6453	-6.30	4.71	-0.25	
ereditario	14	97.48	-7.7168	-1.97	4.04	0.47	Invecchiante
	11565	98.56	-7.3020	-6.62	4.23	0.33	
elastico	14	97.48	-7.7168	-1.97	4.04	0.47	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	97.52	-6.4252	-6.52	4.79	-0.27	
ereditario	14	97.48	-7.7168	-1.97	4.04	0.47	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	96.67	-7.5687	-6.69	4.17	0.31	
elastico	14	97.65	-7.6664	-2.06	4.06	0.46	Ereditario
	11565	96.58	-6.5235	-6.66	4.77	-0.30	
ereditario	14	97.65	-7.6664	-2.06	4.06	0.46	Invecchiante
	11565	98.52	-7.2685	-6.94	4.25	0.31	
elastico	14	97.65	-7.6664	-2.06	4.06	0.46	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	73.52	-5.7426	-21.3	6.29	-2.89	
ereditario	14	97.65	-7.6664	-2.06	4.06	0.46	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	86.39	-7.1715	-2.21	4.87	0.87	

Tabella 2 -  $F_{ch11} = 0.01488 \text{ mm}^2/\text{N}$ 

Legno	t [gg.]	F[kN]	M[kNm]	$X_1$ [kN]	$\sigma_1^{inf}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_1^{sup}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Calcestruzzo
elastico	14	77.70	-7.7527	-1.74	4.94	-1.34	Ereditario
	11565	81.35	-6.0680	-5.48	5.74	-1.98	
ereditario	14	77.70	-7.7527	-1.74	4.94	-1.34	Invecchiante
	11565	90.14	-7.1743	-6.23	4.70	-0.52	
elastico	14	77.70	-7.7527	-1.74	4.94	-1.34	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	83.46	-5.6420	-5.65	5.89	-2.03	
ereditario	14	77.70	-7.7527	-1.74	4.94	-1.34	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	89.73	-7.2595	-6.09	4.67	-0.51	
elastico	14	78.08	-7.6640	-1.81	4.97	-1.36	Ereditario
	11565	82.05	-5.8596	-5.78	5.83	-2.03	
ereditario	14	78.08	-7.6640	-1.81	4.97	-1.36	Invecchiante
	11565	90.69	-7.0615	-6.44	4.74	-0.54	
elastico	14	78.08	-7.6640	-1.81	4.97	-1.36	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	60.52	-5.1345	-20.5	7.25	-4.45	
ereditario	14	78.08	-7.6640	-1.81	4.97	-1.36	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	78.75	-6.9702	-21.7	5.34	-1.70	

Tabella 3 -  $F_{ch11} = 0.0194 \text{ mm}^2/\text{N}$ 

Legno	t [gg.]	F[kN]	M[kNm]	$X_1$ [kN]	$\sigma_1^{inf}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_1^{sup}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Calcestruzzo
elastico	14	72.98	-7.7612	-1.68	5.15	-1.77	Ereditario
	11565	77.47	-5.9196	-5.26	6.01	-2.42	
ereditario	14	72.98	-7.7612	-1.68	5.15	-1.77	Invecchiante
	11565	87.73	-7.1378	-6.12	4.83	-0.77	
elastico	14	72.98	-7.7612	-1.68	5.15	-1.77	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	79.75	-5.4405	-5.43	6.18	-2.49	
ereditario	14	72.98	-7.7612	-1.68	5.15	-1.77	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	87.60	-7.1843	-5.92	4.81	-0.75	
elastico	14	73.39	-7.6635	-1.76	5.19	-1.79	Ereditario
	11565	78.26	-5.6884	-5.56	6.11	-2.48	
ereditario	14	73.39	-7.6635	-1.76	5.19	-1.79	Invecchiante
	11565	88.40	-7.0058	-6.30	4.87	-0.78	
elastico	14	73.39	-7.6635	-1.76	5.19	-1.79	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh}=0$
	11565	57.54	-4.9922	-20.3	7.47	-4.80	
ereditario	14	73.39	-7.6635	-1.76	5.19	-1.79	CEB M.C.90 $\epsilon_{sh} \neq 0$
	11565	76.63	-6.9180	-21.5	5.47	-1.92	

Tabella 4 - Calcestruzzo invecchiante, legno elastico

$F_{ch11}$ [mm <sup>2</sup> /N]	t [gg.]	F[kN]	M[kNm]	$X_1$ [kN]	$\sigma_1^{inf}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_1^{sup}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
0	14	100.54	-7.9539	-1.67	4.18	0.47
	11565	100.58	-6.6226	-5.23	4.95	-0.29
0.01488	14	78.60	-7.9951	-1.12	5.17	-1.53
	11565	84.43	-5.8251	-3.64	6.15	-2.24
0.0194	14	73.71	-8.0043	-1.00	5.39	-1.98
	11565	80.55	-5.6109	-3.23	6.46	-2.73

valori delle tensioni normali ai bordi della trave in legno (positive di trazione). Come precisato la situazione più sfavorevole per la trave in legno si manifesta considerando un comportamento elastico ed assumendo per il calcestruzzo un comportamento invecchiante. Tale fatto è più marcato allo aumentare della deformabilità dei connettori, che oltre a determinare un aggravio tensionale nel legno già all'istante iniziale, ne determina un maggiore incremento nel tempo, questo ultimo però, seppure esistente, appare assai contenuto. Nella tabella 4, relativamente al caso di calcestruzzo invecchiante e legno elastico, sono riportati i medesimi valori delle tabelle 1+3 valutati secondo il procedimento basato sulle (14), (23). Si osservi la più che buona concordanza dei risultati all'istante iniziale per quanto concerne sia i valori di  $F$  ed  $M$ , che sono qui significativi, essendo  $X_1$  di ordine di grandezza nettamente inferiore, sia delle tensioni nel legno. L'ordine di approssimazione si mantiene immutato nel tempo poichè il procedimento di risoluzione adottato nelle (23) è in questo caso esatto.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- 1) Proceedings of IABSE Symposium on Strengthening of Building Structures, Diagnosis and Therapy, Venice, 1983.
- 2) CEB, Bulletin d'Information N.163, "Comportement en Service, Entretien et Reparations", 1983.
- 3) F. Mola, Procedure per il ripristino e l'analisi di strutture di calcestruzzo degradate, Convegno AITEC su: La durabilità delle opere in calcestruzzo, Padova, 1987.
- 4) F. Mola, Il risanamento delle strutture in cemento armato, "Consolidamento e recupero dei centri urbani", Ed. CLUP, Milano, 1988.
- 5) L. L'Hermite, J. Bresson, Beton armé d'armatures collées, Colloques RILEM, 1967.
- 6) J. Bresson, Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures. Beton plaqué, Annales ITBTP, N.278, 1971.
- 7) G. Turrini, M. Piazza, Il recupero dei solai in legno, Recuperare, N.7, 1983.
- 8) F. Buccino, E. Vitiello, F. Cantoni, F. Finzi, Comportamento statico nel tempo di rinforzi in c.a. su solai in legno, Atti del Congresso CTE sulla Prefabbricazione edilizia, Marina di Ravenna, 1986.
- 9) G. Turrini, M. Piazza, Il comportamento statico della struttura mista legno calcestruzzo, Recuperare, N.6, 1983.
- 10) G. Creazza, F. Mola, Effetti della viscosità del conglomerato e del terreno sull'interazione fra struttura e fondazione, Atti delle Giornate AICAP, Riva del Garda, 1985.
- 11) CEB/FIP, Model Code 1990, First Predraft, Chap.2, Bulletin d'Information N.190a, 1988.
- 12) M. Mudry, Survey of world scientific works on mechanics and rheology of wood, Comptes Rendus du 14<sup>e</sup> Colloque

- National Annuel du Groupe Français de Rhéologie, Paris, 1984.
- 13) A. Ranta-Maunus, The viscoelasticity of wood of varying moisture content, Wood Science and Technology, New York, Vol.9 n.3, 1975.
  - 14) G. Turrini, M. Piazza, Una tecnica di recupero statico di solai in legno, Recuperare, n.5, 1983.
  - 15) F. Dischinger, Untersuchung über die Knicksicherheit die elastische Verformung und das Kriechen das Betons bei Bogenbrücken, Der Bauingenieur, H.33/34, 1937.
  - 16) F. Mola, Il metodo delle funzioni di rilassamento ridotte nella risoluzione di strutture elastoviscose non omogenee a modulo elastico variabile nel tempo, Studi e Ricerche, Vol.3, Italcementi, Bergamo, 1981.
  - 17) F. Mola, Applicazioni del metodo delle funzioni di rilassamento ridotte nell'analisi di strutture viscoelastiche non omogenee, Studi e Ricerche, Vol.4, Italcementi, Bergamo, 1982.
  - 18) F. Mola, Metodi di analisi di strutture in c.a. e c.a.p. a comportamento elastoviscoso lineare, Studi e Ricerche, Vol.3, Italcementi, Bergamo, 1981.

VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA DELLE COSTRUZIONI ESISTENTI: UTILIZZAZIONE DELLE TECNICHE BAYESIANE ED IMPIEGO DI METODI DI LIVELLO 2 PER LA CALIBRAZIONE DEI COEFFICIENTI PARZIALI DI LIVELLO 1.

P. NAPOLI \*  
E.F. RADOGNA \*\*  
A.L. MATERAZZI \*\*

- \* Dipartimento di Ingegneria Strutturale.  
Politecnico di Torino.
- \*\* Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica.  
Università di Roma "La Sapienza".

#### SOMMARIO

Nel caso delle costruzioni esistenti la necessità di limitare il numero di prelievi parzialmente distruttivi pone il problema della valorizzazione dei risultati delle prove: ciò che è possibile con l'applicazione dell'approccio bayesiano. Nel presente lavoro viene utilizzata una procedura di analisi della sicurezza che include tanto le procedure bayesiane che metodi di livello 2. Viene effettuata la calibrazione del coefficiente parziale di livello 1 del calcestruzzo e vengono discussi alcuni aspetti rilevanti del problema della valutazione della sicurezza delle costruzioni esistenti.

#### SUMMARY

In the case of existing structures the need of limiting the number of samples, which are partially destructive, sets up the problem of turning the tests' results to better account. This is possible applying the bayesian approach. An analysis procedure is used which includes both bayesian and level 2 methods. By means of these methods partial safety coefficient of concrete is calibrated. Then some relevant topics relating to the assessment of safety of existing structures are discussed.

#### 1. INTRODUZIONE

Il problema della valutazione della sicurezza di una costruzione esistente (re-design) differisce in modo sostanziale da quello analogo relativo ad una nuova costruzione. Nel primo caso è possibile acquisire tramite esami diretti, oggettive informazioni sulle resistenze effettive dei materiali costitutivi, sulla geometria della costruzione, sulla intensità delle azioni permanenti e spesso anche di quelle accidentali, sulla caratterizzazione dei vincoli tra la sovrastruttura e la fondazione. Nel progetto delle nuove costruzioni, invece, le grandezze delle resistenze vengono assegnate per il tramite dei loro valori caratteristici, rinviando alla fase esecutiva la realizzazione dei valori prefissati. Ciò avviene con la tacita assunzione che la legge della densità di probabilità sia quella gaussiana, per il tramite di opportune coppie "valore medio; deviazione standard" determinate con un numero adeguato di prelievi secondo le

prescrizioni della Normativa. La documentazione relativa costituisce l'elemento di riferimento che può essere perfezionato alla luce delle successive considerazioni.

Peraltro la possibilità di acquisizione di dati sulle costruzioni esistenti risulta, all'atto pratico, limitata da una serie di circostanze, inerenti, per esempio, alla esigenza di non interferire con le attività dell'esercizio, agli aspetti distruttivi del prelievo di campioni dei materiali, alle difficoltà di accedere a talune parti della costruzione. Si rende pertanto necessario, nel caso frequente di un numero limitato di rilevamenti, di far ricorso ai procedimenti propri della statistica bayesiana, in modo da aggiornare lo stato di informazione basato sui dati disponibili preesistenti alla luce delle nuove informazioni, acquisite per il tramite delle esperienze effettuate. Nello studio delle costruzioni esistenti, la disponibilità di un limitato numero di prove distruttive consente di aggiornare, con i procedimenti bayesiani, le assunzioni di progetto. Da tale procedimento deriva una stima aggiornata del valor medio e dello scarto standard. Questi dati sono il punto di partenza per le successive analisi della sicurezza: a livello 1 essi sono utilizzati per determinare la resistenza caratteristica aggiornata; a livello 2 essi vengono utilizzati direttamente per valutare la distanza di sicurezza.

Il presente lavoro fa parte di una ricerca svolta in collaborazione fra le Università di Torino e di Roma approfondendo una delle tematiche prese in considerazione nell'ambito del GTG21 del CEB "Re-design", coordinato dal Dott. Ing. Theodor Monnier dello Stevin Laboratory di Delft.

## 2. PROCEDIMENTO BAYESIANO PER LA STIMA AGGIORNATA DEI PARAMETRI VALOR MEDIO E SCARTO DELLA RESISTENZA DEI MATERIALI

Se è disponibile un numero ridotto di campioni, la statistica bayesiana permette di utilizzare i valori misurati, ad esempio della resistenza dei materiali, per aggiornare i dati di progetto. Supponiamo che i documenti di progetto prescrivano un dato valore caratteristico della resistenza. Durante la fase di progetto questa prescrizione implica la stima di due quantità:

- a) il valor medio  $m_0$
- b) lo scarto standard  $\sigma_0$

Nel formulare queste stime il progettista tiene conto della sua personale esperienza sui processi costruttivi in base a considerazioni di carattere generale non legate alla specifica costruzione. Questo gli permette di fare delle previsioni ragionevoli sul valor medio e sullo scarto standard. Pertanto egli ipotizza la resistenza come v.a. normale  $x$ , avente la distribuzione:

$$f_x(x) = N(m_0, \sigma_0) \quad (1)$$

Nella realtà il valore effettivo della resistenza media,  $m_1$ , è anch'esso una v.a., normale, centrata intorno al valore teorico  $m_0$ , che è il suo valore medio. Diciamo  $\sigma_2$  il suo scarto standard. Pertanto  $m_1$  segue la distribuzione:

$$g(m_1) = N(m_0, \sigma_2) \quad (2)$$

Qualora il vero valore di  $m_1$  fosse noto, allora la funzione di distribuzione di  $x$  cambierebbe nella:

$$f_x(x|m_1) = N(m_1, \sigma_1^2) \quad (3)$$

Evidentemente si ha:

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (4)$$

In fase di progetto manca qualsiasi informazione specifica sulla futura costruzione e pertanto occorre applicare la (1). La stessa distribuzione deve essere assunta nella diagnosi delle strutture esistenti se non sono state fatte indagini sperimentali e se il valor medio  $m_0$  può essere ricavato dai dati di progetto o da considerazioni di carattere generale.

Se, invece, il valore medio  $m_1$  è noto, si può utilizzare l'equazione (3) con  $\sigma_1 < \sigma_0$ . In generale, comunque, sarà al più disponibile un campione di  $n$  osservazioni  $\underline{x} = x_1, x_2, \dots, x_n$  ricavato da  $n$  misure eseguite sulla struttura. Possiamo osservare che la distribuzione  $g(m_1)$  rappresenta tutte le informazioni disponibili "a priori" sulla v.a. "valor medio di  $x$ , relativo alla struttura considerata", mentre il campione  $\underline{x}$  fornisce delle informazioni specifiche che permettono la formulazione di un modello aggiornato.

Il teorema di Bayes stabilisce che:

$$g(m_1|\underline{x}) = \frac{f(\underline{x}|m_1)g(m_1)}{F_x(\underline{x})} \quad (5)$$

La funzione di distribuzione condizionata  $f(\underline{x}|m_1)$  può essere considerata funzione di  $m_1$  invece che di  $\underline{x}$ . In questo caso essa è la funzione di verosimiglianza di  $m_1$ , in forma simbolica  $L(m_1|\underline{x})$ .

La distribuzione  $f(x)$  può essere ottenuta mediante la:

$$f(\underline{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\underline{x}|m_1)g(m_1)dm_1 \quad (6)$$

Osserviamo ora che la alterazione di  $L(m_1|\underline{x}) = f(\underline{x}|m_1)$  per una costante non ha effetto su  $g(m_1|\underline{x})$ , poichè essa è presente tanto al numeratore che al denominatore della (5).

Una volta determinato  $g(m_1|\underline{x})$  dalla (5), si può ricavare la densità di probabilità della variabile  $\bar{x}$ , aggiornata dal campione  $\underline{x}$ :

$$f(x|\underline{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x|m_1)g(m_1|\underline{x})dm_1 \quad (7)$$

relazione che corrisponde alla (1) dopo che è avvenuto l'aggiornamento. Utilizzando le relazioni (1), (2), (3) ed eseguendo i calcoli si ottiene:

$$g(m_1|\underline{x}) = N(m_3, \sigma_4^2) \quad (8)$$

in cui

$$m_3 = (n x_m \sigma_2^2 + m_0 \sigma_1^2) / (n \sigma_2^2 + \sigma_1^2) \quad (9)$$

$$\sigma_4^2 = (\sigma_1^2 \sigma_2^2) / (\sigma_1^2 + n \sigma_2^2) \quad (10)$$

ove  $x_m$  è il valore medio del campione  $\underline{x}$ .  
 Pertanto tenendo conto della (7) si ricava:

$$f_x(x|\underline{x})=N(m3, \sigma_3) \quad (11)$$

$$\text{con } \sigma_3^2 = \sigma_1^2 + \sigma_4^2 \quad (12)$$

### 3. CALIBRAZIONE DEI COEFFICIENTI PARZIALI DI SICUREZZA RELATIVI AI MATERIALI

#### 3.1 Basi della verifica di sicurezza a livello 1

Nell'ambito del metodo semiprobabilistico di livello 1, l'equazione che indica il raggiungimento di un determinato stato limite si scrive:

$$S(F_k, \gamma_F) = S_d = R_d = R(f_k / \gamma_M) \quad (13)$$

essendo  $F_k$  ed  $f_k$  i valori caratteristici rispettivamente delle azioni e delle resistenze dei materiali,  $\gamma_F$  e  $\gamma_M$  i coefficienti di sicurezza sulle azioni e sulle resistenze dei materiali stessi. I valori da attribuire a questi ultimi sono indicati nei Codici; essi sono stati scelti in modo da ottenere, in condizioni standard, una probabilità di raggiungere lo stato limite in esame giudicata ottimale. E' peraltro ben noto (1) che, in condizioni differenti da quelle standard, la probabilità di raggiungimento dello stato limite varia anche sensibilmente, e che in generale essa aumenta all'aumentare del c.d.v. delle variabili aleatorie in gioco, diminuisce in caso contrario. Questo aspetto non può essere, naturalmente, preso in conto dai Codici, a causa della usuale impossibilità di formulare, per una costruzione in progetto, previsioni da considerarsi più attendibili per i parametri statistici delle grandezze: di conseguenza vengono prescritti valori dei coefficienti parziali identici per tutti i casi, basati sull'esperienza e confermati dall'esame critico del comportamento delle opere realizzate. Per la stessa ragione non si traggono particolari benefici dall'impiego di metodi di livello 2, in quanto anch'essi si basano su assunzioni affette dallo stesso grado di incertezza. Si deve invece riconoscere che la situazione si presenta sostanzialmente differente quando, nel caso delle costruzioni esistenti, sia stato utilizzato il procedimento bayesiano per l'aggiornamento dei parametri statistici delle grandezze: in questo caso si dispone effettivamente di dati attendibili, riferiti alla specifica opera in esame. Risulta quindi appropriato sia l'uso dei metodi di livello 2, sia l'assunzione di coefficienti parziali di sicurezza diversi da quelli usuali e di valore variabile caso per caso.

In linea generale, il procedimento di aggiornamento bayesiano può essere applicato sia alle azioni che alle resistenze. Per le prime, quando risultino confermati i valori del carico accidentale, l'aggiornamento riguarda i soli carichi permanenti, per i quali non ci sono grandi variazioni. Per ciò è sufficiente introdurre un valore caratteristico aggiornato. Molto più significativo è l'effetto dell'aggiornamento delle resistenze dei materiali, ed in particolare di quella del calcestruzzo, che risulta la più dispersa.

Una proposta preliminare di adozione di coefficienti di sicurezza variabili per il calcestruzzo, correlati al risultato dell'aggiornamento bayesiano, è

stata avanzata in (X), saggiandone le implicazioni con una sperimentazione numerica relativamente limitata. Anche alla luce dell'interesse suscitato da questa proposta, l'argomento viene ripreso ed approfondito nella presente nota, corredandolo di ulteriori indagini numeriche. Inoltre viene esaminata l'influenza della incertezza relativa al modello adottato per la descrizione dello stato limite.

### 3.2 Considerazioni sulla incertezza di modello

I coefficienti parziali di sicurezza applicati alle resistenze dei materiali hanno la funzione di tener conto dei seguenti aspetti:

- a) della possibilità di deviazioni casuali sfavorevoli delle proprietà del materiale dalla resistenza caratteristica stimata;
- b) delle incertezze sulla corrispondenza tra le resistenze dei materiali nella struttura e quelle desunte dai provini normalizzati;
- c) dell'incertezza, rispetto alla realtà fisica, del modello meccanico fornito dalla teoria del cemento armato ed utilizzato per la valutazione della capacità ultima della sezione;
- d) della possibilità di deviazioni casuali di alcuni parametri geometrici rispetto al loro valore nominale (per esempio le dimensioni delle sezioni o la posizione delle armature), che intervengono anch'esse nella valutazione della capacità ultima della sezione.

Nei casi in cui risulti opportuno una presa in conto separata dei diversi aspetti, la (13) si modifica in:

$$S_d = R_d = 1/\gamma_{Rd} \cdot R(f_k/\gamma_m) \quad (14)$$

in cui  $\gamma_m$  è correlato alla incertezza sub a) e sub b), mentre  $\gamma_{Rd}$ , indicato come "coefficiente di incertezza di modello" tiene conto cumulativamente degli aspetti sub c) e sub d). (VII, XI)

### 3.3 Metodologia adottata per la calibrazione dei coefficienti parziali di livello 1 con l'analisi di livello 2

La proposta di calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo per correlarlo ai risultati dell'aggiornamento bayesiano della resistenza, è basata sui seguenti principi.

- 1) Si ammette che la probabilità di collasso che si otterrebbe applicando le regole prescritte per una costruzione nuova sia ottimale anche per una struttura esistente. (Ciò corrisponde a trascurare, a favore di sicurezza, l'innalzamento della probabilità ottimale di collasso conseguente al maggior costo degli interventi sull'esistente rispetto al nuovo).
- 2) Si calcola tale probabilità di collasso di riferimento, per ogni esempio considerato, considerando la struttura soggetta ad una sollecitazione (deterministica)  $S_{d,0} = R_{d,0}$  calcolata con la (14), e leggi di distribuzione log-normali per le resistenze di calcestruzzo ed acciaio,

con c.d.v. rispettivamente 0.05 e 0.18 . Il valor medio è dedotto dal valore caratteristico utilizzato per il calcolo di  $f_k$  con la formula  $f_m = f_k / (1 - 1.64 \times \text{c.d.v.})$ .

- 3) Per ogni caso di aggiornamento bayesiano della resistenza del calcestruzzo si ricerca il valore di  $S_{d,agg}$  che da luogo alla medesima probabilità di collasso.
- 4) Il confronto a Livello 1 viene effettuato calcolando  $f_{k,agg}$  conseguente all'aggiornamento bayesiano e determinando il valore  $\gamma_{m,agg}$  che soddisfa la (14).
- 5) Si ammette che vi sia l'uguaglianza delle probabilità di collasso quando vi sia uguaglianza della minima distanza  $\beta$  tra la superficie di stato limite e l'origine di un sistema d'assi normalizzato.

Questa metodologia è stata applicata a degli esempi numerici. I parametri considerati nella sperimentazione numerica, insieme ai corrispondenti risultati, sono riportati nel paragrafo seguente. Nel calcolo delle resistenze di riferimento  $R_{d,0}$  si è utilizzato in tutti i casi:

$$\begin{aligned} \gamma_{Rd} &= 1.1 \\ \gamma_S &= \gamma_S R_d = 1.15 \quad (\gamma_S = 1.05) \\ \gamma_C &= \gamma_C R_d = 1.6 \quad (\gamma_C = 1.45) \end{aligned}$$

E' interessante osservare fin d'ora che anche l'impiego di valori fissi del coefficiente di sicurezza  $\gamma_C$  darebbe luogo ad un aggiornamento della sollecitazione resistente, conseguenza dell'aggiornamento della resistenza caratteristica del materiale: esso tuttavia non è sufficiente a rendere equivalenti i livelli di sicurezza, per il cui ottenimento è necessario aggiornare anche il coefficiente  $\gamma_C$ .

A titolo di confronto la sperimentazione numerica è stata anche effettuata senza operare la suddivisione dei coefficienti  $\gamma_M$  in  $\gamma_{Rd}$  e  $\gamma_m$ ; ciò corrisponde ad attribuire l'aggiornamento anche alle incertezze sub c) e sub d) del punto 3.2 e pertanto è un procedimento non completamente cautelativo: come era prevedibile esso dà luogo a variazioni più pronunciate dei coefficienti  $\gamma_{C,agg}$  rispetto al valore base  $\gamma_C = 1.6$ .

#### 4. SPERIMENTAZIONE NUMERICA

E' stata esaminata la sezione di un pilastro di cemento armato sottoposto a pressione eccentrica, che rappresenta un caso significativo nell'accertamento degli edifici esistenti e nel quale la resistenza del conglomerato svolge un ruolo predominante.

La scelta della sezione e dei carichi è stata guidata dal criterio di riprodurre situazioni ricorrenti nelle costruzioni civili.

##### 4.1 Dati geometrici, proprietà dei materiali e caratteristiche delle sollecitazioni

E' stata considerata una sezione quadrata avente dimensioni 40x40 cm, armata con quattro barre d'acciaio  $\phi$  24 mm (copriferro 4 cm) e sottoposta a pressione eccentrica monoassiale.

La sezione è stata preliminarmente progettata con i seguenti dati:

$$R_{ck}=25. \text{ N/mm}^2 ; f_{ck}=0.83R_{ck}=20.75 \text{ N/mm}^2 ; f_{yk}=440 \text{ N/mm}^2 ; e=M/N=18.46 \text{ cm}$$

$$\gamma_c=1.6 \quad f_{cd}=12.97 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_s=1.15 \quad f_{yd}=382.6 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_F 1.5$$

Il valore del carico assiale di progetto e quello caratteristico sono:

$$N_d=1000. \text{ KN} ; N_k=666.67 \text{ KN}$$

#### 4.2 Verifiche di sicurezza basate sui dati di progetto

E' stata poi eseguita una verifica a livello 2 ipotizzando per il conglomerato un c.d.v. pari a 0.18 e per l'acciaio pari a 0.05 a cui corrispondono:

$$R_{cm}=35.47 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_c=6.385 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ym}=479.3 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_s=23.965 \text{ N/mm}^2$$

Le resistenze dei materiali sono state considerate v.a. con distribuzione log-normale.

Le dimensioni geometriche sono state considerate deterministiche, così come l'eccentricità ed il carico assiale, avente valore  $N_d$ .

Sotto queste ipotesi è stato determinato  $\beta = 5.222$ , corrispondente ad una probabilità di rottura  $P_f = 8.883 \times 10^{-8}$ . A titolo di confronto è stata anche determinata la distanza di sicurezza ponendo, a parità delle altre condizioni,  $\sigma_c = 1.5$ . Si è ottenuto  $\beta = 4.841$ , corrispondente a  $P_f = 6.500 \times 10^{-7}$ .

#### 4.3 Calibrazione del coefficiente parziale del conglomerato basata sui dati aggiornati

E' stato poi ipotizzato che il processo di aggiornamento della resistenza del conglomerato discusso in precedenza, fornisca i seguenti risultati:

- 1) stesso valor medio;
- 2) valor medio inferiore del 20%;
- 3) valor medio superiore del 20%;

e ,per ogni situazione, 4 possibili valori del c.d.v. aggiornato: 0.18, 0.15 , 0.12 e 0.08, per un totale di 12 casi.

A questo punto sono stati calcolati i valori  $N_{d,agg}$  del carico assiale ai quali corrisponde lo stesso valore  $\beta = 5.222$  della distanza di sicurezza del caso del progetto, che costituisce il termine di riferimento dei successivi sviluppi.

Sulla base dei valori  $N_{d,agg}$  sono stati calibrati i valori di  $\gamma_c$  , individuando la curva di interazione M-N tale da passare per il punto di coordinate  $(M_{d,agg} = N_{d,agg} \times e; N_{d,agg})$  e caratterizzata dalla resistenza di progetto aggiornata  $f_{cd,agg}$ .

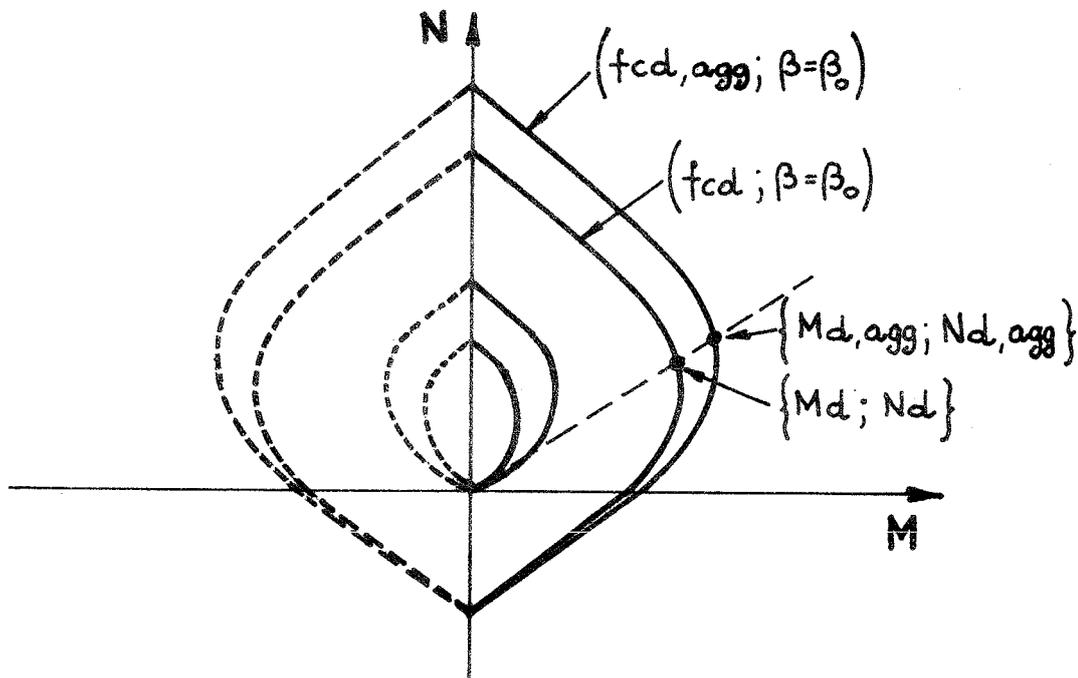


Fig.1 - Il processo di aggiornamento del coefficiente parziale del conglomerato mediante l'impiego di curve di interazione M-N.

Dal rapporto tra  $f_{ck}$  ed  $f_{cd,agg}$  sono stati ricavati i coefficienti parziali aggiornati  $\gamma_{c,agg}$  (fig. 1).

Le elaborazioni sono state ripetute due volte, la prima è stato considerato  $\gamma_{Rd}=1.1$  e la seconda  $\gamma_{Rd}=1.0$ , secondo l'impostazione discussa nel par. 3. I risultati numerici corrispondenti sono consegnati nelle Tabelle I e II.

#### 4.4 Esame dei risultati

Osservando le tabelle I e II si può vedere come i valori del coefficiente parziale di sicurezza del conglomerato risultino decrescenti al diminuire del coefficiente di variazione della resistenza. Questa tendenza risulta più marcata nell'ipotesi  $\gamma_{Rd}=1.0$ .

Pertanto in un ipotetico progetto di una nuova costruzione si potrebbero utilizzare  $\gamma_C$  più piccoli e quindi realizzare sezioni resistenti più piccole. Nel caso di strutture esistenti queste informazioni sul valore del coefficiente parziale del conglomerato possono essere utilizzate quando occorra abilitare l'opera a sostenere un carico maggiore, con o senza interventi di rinforzo. Dall'esame delle tabelle emerge che se l'aggiornamento avesse determinato un c.d.v. più grande di quello di progetto (0.18), si sarebbe trovato un coefficiente parziale più grande di 1.6. Questo avrebbe comportato, nel caso del nuovo, l'adozione di sezioni resistenti più grandi, nel caso dell'esistente la necessità di ridurre il sovraccarico di servizio della struttura. Tutte queste deduzioni sono fatte nell'ipotesi di carico deterministico. Nella realtà, nel caso più generale in cui il carico varia in modo aleatorio, la distanza di sicurezza va calcolata tenendo conto della variabilità congiunta delle azioni e delle resistenze, ciò che arricchisce la discussione.

Caso	R <sub>cm</sub>	c.d.v	f <sub>ck</sub>	f <sub>cd</sub>	γ' <sub>c</sub>	γ <sub>c</sub>
Progetto	35.47	0.18	20.75	14.26	1.455	1.60
2	35.47	0.15	22.20	16.15	1.375	1.51
3	35.47	0.12	23.65	18.29	1.293	1.43
4	35.47	0.08	25.58	21.58	1.185	1.30
5	42.57	0.18	24.90	16.98	1.466	1.61
6	42.57	0.15	26.64	19.26	1.383	1.52
7	42.57	0.12	28.38	21.83	1.300	1.43
8	42.57	0.08	30.69	26.06	1.178	1.30
9	28.38	0.18	16.60	11.53	1.439	1.58
10	28.38	0.15	17.76	13.04	1.362	1.50
11	28.38	0.12	18.92	14.73	1.284	1.41
12	28.38	0.08	20.46	17.34	1.180	1.30

Tab.I - Valori aggiornati del coefficiente parziale di sicurezza del conglomerato ( $\gamma_{Rd}=1.1$ ).

##### 5. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il problema della stima della capacità portante di un edificio esistente è sempre più frequente. In questo contesto gli accertamenti in situ costituiscono un elemento di importanza determinante, che trova piena valorizzazione con l'impiego delle tecniche della statistica bayesiana. Questo studio è tanto più efficiente quanto più completa sia la documentazione originale di progetto, accompagnata dai certificati delle prove sui materiali, per le quali sarebbe auspicabile una archiviazione secondo procedure normalizzate.

Dal presente lavoro emerge come la conoscenza delle caratteristiche delle costruzioni esistenti si avvantaggi grandemente dalla associazione tra prove in situ o su campioni estratti dall'opera e procedimenti teorici propri della statistica bayesiana per la loro interpretazione alla luce

Caso	$R_{c\#}$	c.d.v	$f_{ck}$	$f_{cd}$	$\gamma_c$
Progetto	35.47	0.18	20.75	12.97	1.60
1	35.47	0.15	22.20	14.94	1.48
	35.47	0.12	23.65	17.23	1.37
	35.47	0.08	25.58	20.90	1.22
2	42.57	0.18	24.90	15.33	1.62
	42.57	0.15	26.64	17.70	1.51
	42.57	0.12	28.38	20.46	1.39
	42.57	0.08	30.69	25.96	1.18
3	28.38	0.18	16.60	10.59	1.57
	28.38	0.15	17.76	12.17	1.46
	28.38	0.12	18.92	13.99	1.35
	28.38	0.08	20.46	16.90	1.21

Tab.II - Valori aggiornati del coefficiente parziale di sicurezza del conglomerato ( $\gamma_{Rd}=1.$  ).

delle informazioni comunque già disponibili. Non vi è dubbio che un corretto impiego delle une e degli altri possa condurre, in particolare per quanto attiene alla resistenza dei materiali in opera, a livelli di accuratezza che non trovano riscontro nel caso delle costruzioni in progetto.

In questa situazione, l'usuale metodo di verifica a livello 1, basato su coefficienti parziali di valore fisso, si rivela non completamente adeguato: i confronti con le analisi di livello 2 dimostrano infatti che esso recepisce correttamente l'aggiornamento del valore medio, mentre risulta troppo poco sensibile a quello del coefficiente di variazione. Peraltro proprio il c.d.v. è di solito il parametro che presenta le più sensibili variazioni durante il processo di aggiornamento bayesiano, generalmente in riduzione: si passa infatti da una previsione di distribuzione delle resistenze "a priori", generica per tutte le costruzioni, ad una specifica per l'opera in esame, ovviamente meno dispersa. L'uso del classico metodo di verifica a livello 1 può pertanto risultare eccessivamente cautelativo, e ciò in contrasto con l'esigenza di

accuratezza nella valutazione dei margini di sicurezza disponibili, che è tipica delle analisi sulle costruzioni esistenti, a causa della grande rilevanza dei costi di rinforzo e di mancato utilizzo.

Il procedimento qui proposto, che correla il coefficiente di sicurezza del materiale al valore del c.d.v. risultante dal processo bayesiano, consente invece una valutazione accurata, senza rinunciare alla semplicità di impiego propria del livello 1. Naturalmente, sul piano numerico, diversi aspetti richiedono ancora un approfondimento prima che ne sia possibile una proposta a livello normativo; in particolare: la standardizzazione del tipo e delle modalità delle prove sull'opera; la quantificazione dello scarto standard "a priori"  $\sigma_0$  e la sua suddivisione in  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ; la individuazione delle quote del coefficiente di sicurezza destinate a coprire rispettivamente la dispersione della resistenza e l'incertezza di modello. Sul piano teorico, peraltro, il procedimento sembra offrire sin d'ora una risposta razionale al problema della valutazione della sicurezza delle costruzioni esistenti.

Lo sviluppo della ricerca prevede di includere nel modello dapprima la variabilità delle sole azioni e poi la variabilità contemporanea di resistenze ed azioni.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1) FERRY BORGES, J.; CASTANHETA, M.: Structural Safety, LNEC, Lisbon, 1971.
- 2) RACKWITZ, R.: Principles and methods for a practical probabilistic approach to structural design, Technical University of Munich, 1975.
- 3) LEPORATI, E.: The assessment of structural safety, Research Studies Press, Letchworth, 1979.
- 4) DITLEVSEN, O.: Uncertainty Modelling, McGraw-Hill, New York, 1981.
- 5) MARTE, H.F.; WILLER, R.A.: Bayesian reliability analysis, Wiley & Sons, New York, 1982.
- 6) AUGUSTI, G.; BARATTA, A.; CASCIATI, F.: Probabilistic methods in structural engineering, Chapman & Hall, London, 1984.
- 7) LEVI, F.; MANCINI, G.; NAPOLI, P.: The problem of model uncertainty in the structural analysis of concrete structures, Atti della Accademia delle Scienze di Torino, 1988.
- 8) DEGERMANN, T.: Dimensioning of concrete structures with probabilistic methods, Report TUB-1003, Lund Institute of Technology, Sweden, 1981.
- 9) CEB - J.C.S.S.: Système international de réglementation technique unifiée des structures, Vol. I, 1978.
- 10) NAPOLI, P.; RADOGNA, E.F.: On safety evaluation of existing R.C. structures: critical considerations about the bayesian approach applied to level 1 and level 2 reliability methods, Atti del

Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino,  
ottobre 1988.

- 11) CARBONE, V.I.; MANCINI, G.; NAPOLI, P.: Sulla presa in conto dell'incertezza di modello nell'analisi non lineare, L'Industria Italiana del Cemento, n. 626, ottobre 1988.
- 12) IABSE: Symposium on Strenghtening building structures - Diagnosis and therapy, Venice, 1983.

LA MANUTENZIONE PROGRAMMATA DELLE OPERE IN C.A.: RIFLESSI DI  
CARATTERE GESTIONALE NELLE TECNOLOGIE DEGLI INTERVENTI DI  
RECUPERO

MAURIZIO NICOLELLA<sup>(1)</sup> - FRANCESCO RUSSO<sup>(2)</sup>

(1) Facoltà di Ingegneria - Università di Napoli

(2) Responsabile Ufficio Impianti SELENIA - Fusaro

SOMMARIO

La teoria e i tentativi di applicazione della manutenzione programmata si sono sempre rivolti essenzialmente agli organismi edilizi, trascurando opere quali viadotti, ponti, dighe, eccetera. Per esse è proponibile una particolarizzazione delle tecniche di programmazione manutentiva, con riflessi di carattere progettuale e gestionale nelle tecnologie di intervento.

SUMMARY

The theory and the pratic attempts of "programmed maintenance" have always been turned essentially to buildings, lefting works like viaducts, bridges, dykes, out. It's proposable for them a particularization of the maintenance programming technics, with effects on the plan and on the management in operative technologies.

1. PREMESSA

Gli studi concernenti la "manutenzione programmata", relativamente recenti (soprattutto per quanto concerne le proposte di carattere più squisitamente applicativo) si sono sempre rivolti essenzialmente allo studio del manufatto più complesso che esista nel campo dell'ingegneria civile: l'organismo edilizio.

Tale orientamento, in effetti, derivava da motivi prettamente contingenti, che portavano ad esemplificare l'applicazione della teoria su qualcosa che offrisse una molteplicità di subsistemi in grado di rendere emblematico l'assunto che i loro cicli di vita si presentano, almeno a gruppi, alquanto dissimili.

Sostanzialmente al di fuori di questo ambito, perciò, sono sempre rimasti altri manufatti quali strade, ponti, viadotti, dighe, muri di sostegno, che sono un po' al di fuori dello specifico settore dell'ingegneria edile.

Se per certi versi tali opere offrono dei problemi di natura tale da scoraggiare alquanto l'applicazione di teorie che ne programmino in senso stretto del termine la gestione, per altri sposano per le loro stesse caratteristiche particolarmente bene proprio le tecniche che tendono a prefissare gli interventi manutentivi secondo criteri del tutto dissimili da quelli tradizionali, per quanto essi siano - in taluni settori, progrediti significativamente.

E' proponibile, dunque, un particolarizzazione di tali teorie per le opere

in cemento armato di ogni genere, con riflessi a monte nella sfera progettuale e conseguentemente, a valle, in quella gestionale, nelle tecnologie di intervento.

## 2. LA MANUTENZIONE PROGRAMMATA

In un'ottica squisitamente tecnica può intendersi per "intervento di manutenzione" relativo ad un certo componente, un intervento che mira a mantenere il livello delle diverse prestazioni offerte entro una fascia predeterminata di valori, o comunque al di sopra di una soglia prefissata. Se poi esso è inserito in un programma che sovrintenda alla pianificazione di una serie di interventi scaglionati a più riprese nel tempo, può dirsi che ha come obiettivo l'equilibrio dell'invecchiamento all'interno di quello che può ravvisarsi come "involucro esterno".

Un programma di manutenzione, in sostanza, ha lo scopo di instaurare una situazione di equilibrio fra le caratteristiche dei vari componenti o subsistemi nei confronti della cosiddetta "durabilità", in modo da poter programmare interventi con periodicità predeterminata.

La manutenzione programmata, dunque, può intendersi come l'insieme "sistematico e progressivo" (XII) degli interventi atti a:

- prevenire lo stato di degrado attraverso operazioni di controllo in grado di evidenziare l'insorgere di fenomeni di decadimento, nelle varie parti componenti;
- individuare le cause di degrado e procedere, attuando gli interventi appropriati, alla loro disattivazione;
- intervenire sugli effetti, cioè sulle avarie prodotte da un fenomeno di degradazione non accertato inizialmente oppure non adeguatamente contrastato;
- attuare metodiche di recupero, tese a programmare, attraverso cicli di rinnovamento funzionale, il riuso di opere tecnicamente obsolete.

### 2.1 Recupero e nuove costruzioni

Un problema con connotazioni ben definite nell'ambito di quest'area tematica è quello della differenziazione che può farsi fra un intervento di nuova costruzione e un intervento di recupero. Qualsiasi sia la natura delle opere da considerare (edifici o altro) si può osservare che una trattazione con analoga metodologia nei due casi è proponibile in realtà solo quando, negli interventi di recupero, le informazioni assunte sulla vita trascorsa dell'opera siano in misura tale (qualitativamente e quantitativamente) da garantire un controllo gestionale sufficiente.

E' infatti evidente che una programmazione di interventi su qualcosa che potrebbe avere già subito delle vicissitudini di carattere operativo e gestionale, delle quali non sia possibile alcuna conoscenza, resta alquanto ardua.

Solo un certo numero di interventi ed un appropriato periodo di controllo, consentono di acquisire il background sufficiente per:

- azzerare le situazioni di degrado in atto, registrando spaziotemporalmente gli interventi effettuati allo scopo di programmarne il controllo e l'eventuale reiterazione o complemento;
- ricondurre le informazioni sul passato dell'opera ad un livello tale (mediante saggi, assunzione di informazioni, ecc.) da consentire, almeno

- in via approssimata, di prevederne la fruizione a livello operativo;
- programmare compiutamente la manutenzione quasi come se l'opera fosse di nuovo impianto, prefissando soglie temporali, tipologie e modalità di intervento che mantengano il livello delle prestazioni offerte entro una fascia di valori prefissata.

## 2.2 Muratura e cemento armato

Le tecniche e gli studi di programmazione gestionale applicati agli edifici di cui si diceva in premessa, sono sempre stati quasi esclusivamente orientati alle strutture in muratura, per le quali, in generale, il problema del recupero è sempre stato - probabilmente a livello per così dire inconscio - considerato più emblematico.

In realtà ciò è dipeso anche dal fatto che le strutture in c.a. di ben più giovane impianto, hanno abbastanza di recente offerto una estesa tipologia e casistica di interventi di recupero, al punto che, ad esempio, molti di tali interventi ancora non hanno una sufficiente sperimentazione nei confronti di parametri quali l'"affidabilità" e la "durabilità", anche per il continuo insorgere di nuove tecnologie.

Quest'ultima considerazione ha una conseguenza immediata ed evidente: attribuire un ciclo di vita a determinati subsistemi in fase di programmazione della manutenzione non può, almeno per il momento, che essere un'approssimazione, fatta sulla scorta di quanto, a tutt'oggi, è stato possibile dedurre dall'osservazione della fenomenologia delle strutture in c.a., inevitabilmente limitata e non esaustiva.

Resta comunque una questione insoluta, e cioè se esista una differenza anche nelle tecniche di programmazione della manutenzione, fra edifici in muratura e edifici in c.a.

L'analisi del problema si risolve sostanzialmente nel considerare che, a parte la struttura, gli altri subsistemi offrono senza dubbio gli stessi aspetti tematici. La diversificazione delle tecnologie che caratterizza le due classi di edifici, ad esempio in alcuni tipi di impianti, non ha conseguenza a livello metodologico, variando, nei dati di input, unicamente quello riferibile al ciclo di vita da attribuire specificamente.

E' dunque nei problemi connessi alla sola struttura che il cemento armato può offrire una diversificazione di aspetti rispetto alla muratura; il che - come sarà chiarito in seguito - apporta solo ed unicamente differenziazioni nelle tecniche di controllo e nelle conseguenze, progettuali e gestionali, degli interventi di recupero così come nei nuovi insediamenti.

Non può ad esempio non osservarsi l'evidente differenza che esiste a livello di scelte operative per quel che concerne le manifestazioni fessurative nelle due classi di edifici. Una lesione che interessi una muratura offre preoccupazioni riguardo alla sicurezza quando assume ordini di grandezza ben superiori a quelli che, invece, deve raggiungere una lesione in una trave o in un pilastro in c.a. Analogo il discorso per i solai che tradizionalmente si incontrano nei due tipi di edifici: ordinariamente quelli in legno o in ferro e tavelloni, sono certamente soggetti a manifestazioni di degrado macroscopiche (e fino a certi limiti

non preoccupanti), e ben più palesi di quelle che possono interessare un solaio latero-cementizio.

Fenomeni di ossidazione che possono riguardare sia le poutrelles di un solaio in ferro e tavelloni, che i tondini di armatura dei travetti sono nell'un caso tanto evidenti (con interessamento diffuso dell'intonaco, e dunque controllabile anche a occhio nelle prime fasi) quanto almeno all'inizio poco condizionanti, nell'altro caso tanto subdoli (con piccole lesioni d'intonaco iniziali, facilmente scambiabili per fenomeni superficiali) quanto capaci di influenzare in breve tempo la sicurezza del manufatto.

### 3. DEGRADO ED EFFICIENZA

Lo strumento di attuazione della manutenzione programmata, così come dianzi definita, è rappresentato dai cicli di rinnovamento funzionale, che mirano a riportare l'andamento del degrado (e, in maniera quasi complementare dell'efficienza) di un'opera il più vicino possibile all'andamento che esso avrebbe per il normale "invecchiamento", tenuto conto delle prestazioni a cui tale opera è destinata. Tale "invecchiamento" è sostanzialmente imputabile a:

- obsolescenza fisiologica, che comporta il deterioramento naturale della qualità iniziale;
- insufficienza tecnologica, conseguente al mancato adeguamento funzionale;
- faticenza progressiva, dovuta a fattori esterni quali l'ambiente, con le sue caratteristiche idro-geologiche e climatiche, o l'utenza con le azioni logoranti proprie dell'uso.

Questi fattori comportano, in assenza totale di interventi di manutenzione, uno stato finale di totale faticenza dalle originarie attitudini prestazionali, con un livello di degrado del 100% in un arco di tempo variabile in funzione del tipo e delle caratteristiche dell'opera, e comunque alquanto limitato rispetto alle possibilità potenziali. A tale valore del degrado corrisponde, a parità di istante di tempo considerato, un residuo valore di efficienza che l'opera è in grado di esplicare, essendo - come già detto - le due variabili non esattamente complementari nei loro valori percentili.

#### 3.1 I cicli di rinnovamento funzionale

L'andamento del degrado e dell'efficienza tecnologica (intesa come quella prerogativa tecnica della qualità che assicura ad una opera la sua attitudine, entro un campo di variabilità prefissato a conservare la sua prestazione funzionale, mediante interventi di carattere ciclico) nel tempo, espressi in valori percentili, è rappresentato nelle figure 1 e 2, che si riferiscono specificamente ad edifici. In entrambi i diagrammi, le curve AB rappresentano la situazione che si instaurerebbe in totale assenza di interventi di manutenzione. I quali, se attuati secondo un programma, si traducono nella spezzata mistilinea AC, riconducendo, grazie ai cicli di rinnovamento funzionale effettuati alle soglie temporali T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, ..., T<sub>n</sub>, i valori prossimi alla curva AD, che rappresenta appunto l'andamento teorico se gli interventi di manutenzione fossero continui.

Le discontinuità nella curva AC corrispondono alle date di attuazione dei cicli di rinnovamento funzionale: essi rappresentano interventi sistematici, operati periodicamente sul manufatto oggetto della programmazione manutentiva, tendenti al ripristino o alla progressiva

sostituzione delle parti per le quali sia stata preventivamente evidenziata la diversificazione di obsolescenza (sia essa tecnologica, funzionale ovvero gestionale) al fine di riattivare l'efficienza o di disattivare il degrado, riconducendoli verso il livello originario, compatibilmente con i naturali fenomeni legati al decorso del tempo.

Si può osservare che, a parità di soglia temporale, la somma dei valori di degrado ed efficienza non dà 100: ciò è determinato dal fatto che, come già detto, a degrado totale (100%) corrisponde comunque, fino ad una certa data, sempre una efficienza residua.

Tale assunto è valido per gli edifici, e corrisponde alla circostanza che essi, anche se in uno stato di totale fatiscenza, conservano per un certo, ulteriore tempo, prerogative di efficienza quali, ad esempio, la portanza degli elementi strutturali o lo sporadico funzionamento di un impianto.

### 3.2 Degrado ed efficienza delle opere in c.a.

Ciò non è valido, invece, per opere in c.a. quali ponti, dighe, opere di sostegno, ecc. Se, infatti, per gli edifici può dirsi che l'efficienza globale del sistema è circa pari alla somma dell'efficienza dei singoli subsistemi, per tali manufatti in realtà la funzione statica risulta nettamente predominante e tale da far trascurare le altre prestazioni offerte, qualora ve ne siano.

Basti pensare al caso di una diga, che pur essendo in grado spesso di garantire requisiti di carattere estetico, deve fundamentalmente assolvere a prestazioni di carattere statico e funzionale. Il permanere della suggestività della morfologica non è sufficiente a dare all'efficienza globale del sistema valori diversi da zero, se venissero meno i presupposti di sicurezza in seguito, ad esempio, a fenomeni fessurativi incipienti e di rapida espansione.

I diagrammi di cui alle figure 1 e 2, pertanto, si modificano non tanto nell'andamento qualitativo, quanto nei valori puntuali, assumendo ad esempio gli aspetti delle figure 3 e 4.

Al totale degrado dell'opera corrisponde certamente efficienza nulla, così come, a parità di soglia temporale, è sempre verificato che

$$D\%(T) + E\%(T) = 100$$

dove  $D\%(T)$  ed  $E\%(T)$  sono rispettivamente i valori percentili di degrado ed efficienza all'istante di tempo  $T$ .

### 4. AFFIDABILITA' E MANUTENIBILITA' NEGLI INTERVENTI DI RECUPERO DELLE OPERE IN C.A.

Per poter prevedere compiutamente dei cicli di rinnovamento nell'ambito di un programma di manutenzione, occorre anche avere sufficienti conoscenze sulle caratteristiche del "ciclo di vita" dei componenti che costituiscono l'opera da mantenere, sulle modalità e sui tempi dei loro processi di degradazione: in una parola, sulla loro "affidabilità".

Occorre inoltre prefigurare e migliorare le condizioni operative per l'attuazione della manutenzione, agendo sulle caratteristiche del prodotto

e quindi sui componenti di cui esso è costituito: ovvero incrementare il livello di "manutenibilità".

#### 4.1 Tecnologie di interventi in un'ottica di m.p.

Le tecniche di intervento per il rafforzamento e l'adeguamento di manufatti in c.a., in base ai materiali impiegati possono suddividersi in due distinte categorie tipologiche:

- a) quelle che impiegano materiali non tradizionali (III);
- b) quelle che impiegano tipologie già consolidate.

In particolare, alla prima categoria appartengono le tipologie di interventi che utilizzano calcestruzzo additivati o speciali, resine epossidiche, ecc. Della seconda categoria fanno parte interventi quali placcaggio, chiodatura, cerchiatura, tirantatura.

Una prima difficoltà nell'affrontare il problema del rafforzamento e dell'adeguamento consiste nel dosaggio di tali interventi. In effetti, accanto ad una corretta interpretazione del modello di calcolo che meglio aderisca allo schema strutturale in questione, v'è la necessaria definizione dei parametri meccanici e di resistenza che intervengono sia nel calcolo strutturale vero e proprio che nelle verifiche di resistenza.

In tal senso c'è da lamentare una scarsa sperimentazione atta ad individuare tali parametri, specie per quei materiali "non tradizionali", come ad esempio le resine epossidiche, per i quali le poche prove sinora eseguite hanno fornito valori di resistenza notevolmente dispersi (III).

Il problema della manutenibilità nell'ambito delle tecnologie di intervento per manufatti in c.a. è strettamente connesso alla tecnologia utilizzata. Per quanto concerne le tecniche che impiegano materiali non tradizionali, l'influenza dei fenomeni lenti (tipo "fluage") è assai rilevante, per cui la variabilità nel tempo delle caratteristiche meccaniche e di resistenza, se da un lato suggerisce la sistematica attivazione di interventi di manutenzione per ovviare all'estrema alterabilità dei prodotti impiegati, dall'altro introduce incertezze sostanziali su "come" e "quando" intervenire.

Sono stati proposti approcci di tipo analitico in merito alla definizione delle problematiche connesse al comportamento dei materiali in esame (V). Appare tuttavia preferibile, ai fini di un controllo puntuale dell'efficacia nel tempo di tali tipologie di intervento, riferirsi a parametri di tipo sperimentale globale, basati sulle esperienze di laboratorio disponibili. Sulla scorta delle condizioni al contorno che influenzano il tipo di intervento trattato (in particolare, caratteristiche dei materiali impiegati, condizioni ambientali di esercizio, vetustà della struttura su cui intervenire, grado di sollecitazione cui è sottoposto l'elemento strutturale anche in relazione alla variabilità delle condizioni di carico) si può pensare di introdurre un parametro indicatore del "grado di affidabilità" dell'intervento proposto, stabilendo un valore di soglia al di sotto del quale occorre intervenire, al fine di garantire il massimo grado di efficienza per la riparazione effettuata.

In un'ottica di manutenzione programmata, l'obiettivo da perseguire è quello del tempestivo ripristino delle condizioni ottimali, o attraverso

la riproposizione dello stesso tipo di intervento (ad esempio utilizzando particolari dispositivi messi in opera in sede permanente all'atto dell'intervento, e opportunamente celati) ovvero cambiando totalmente tipologia di intervento qualora l'indice di affidabilità sia molto inferiore al livello di soglia.

Nel caso di interventi di tipo tradizionale, si può pensare ad un controllo più diretto sull'efficienza della riparazione proposta. A titolo di esempio si pensi ad un tipico intervento di placcaggio di un elemento strutturale pilastro, eseguito mediante fasciatura con armature metalliche esterne. L'efficacia di un siffatto intervento nel tempo può essere misurata direttamente e visivamente con particolari rilievi da eseguire, badando a non "seppellire" l'elemento strutturale, ma semplicemente nascondendolo grazie all'utilizzo per il rivestimento di finitura non già di intonaci (la cui rimozione comporta in seguito la non immediata e "indolore" rifazione), bensì di supporti in lamierino di acciaio zincato o di alluminio, facilmente asportabili. La "trasparenza" delle finiture nei confronti di ispezioni per il controllo o l'effettuazione di interventi di riparazione si rileva, generalmente, elemento di enorme importanza per conseguire un elevato livello di manutenibilità.

Tale concetto, di difficile applicazione nel campo dell'ingegneria edile propriamente detta, sembra più facilmente approcciabile in tutti quei settori in cui la struttura assume un ruolo di primaria importanza. Si pensi, ad esempio, alle opere d'arte riguardanti la rete stradale, in particolare i ponti (V). L'efficacia nel tempo di una soletta d'impalcato è oggi misurata in relazione alle sue condizioni macroscopiche. Eppure, in una corretta impostazione di manutenzione programmata, basterebbe l'individuazione di pochi parametri correttamente correlati alla durabilità dell'opera per attuare piani di intervento manutentivo tendenti ad una economia di scala e atti a prevenire i fenomeni di degrado e non a sanare situazioni già compromesse.

#### **4.2 Riflessi di carattere gestionale nella progettazione**

Già in fase di definizione dei criteri progettuali dell'opera in c.a. da realizzare "ex novo", particolare attenzione va posta sugli aspetti di carattere manutentivo e gestionale in generale. La stesura di un progetto deve quindi prevedere, a fianco ai vincoli di più immediata individuazione (architettonici, strutturali, tipologici, impiantistici, ambientali, ecc.) il perseguimento di un certo grado di manutenibilità, che è funzione di diversi fattori.

Gli aspetti architettonici connessi al problema della manutenibilità riguardano, come già accennato, la "permeabilità" delle finiture all'ispezione e il generico requisito della "accessibilità". Ad esempio, in un organismo edilizio, la realizzazione di pareti divisorie mobili consente, da un punto di vista manutentivo, l'ispezionabilità di parti strutturali e anche impiantistiche che, presumibilmente, possono essere soggette a fenomeni di degrado, con conseguenze, nel primo caso, sulla sicurezza dell'opera.

Anche la scelta dello schema strutturale è influenzata da aspetti manutentivi: un organismo strutturale isostatico, in virtù delle sue prerogative di mobilità cinematica, sembra avere requisiti di manutenibilità superiori ad un equivalente schema iperstatico, in cui la

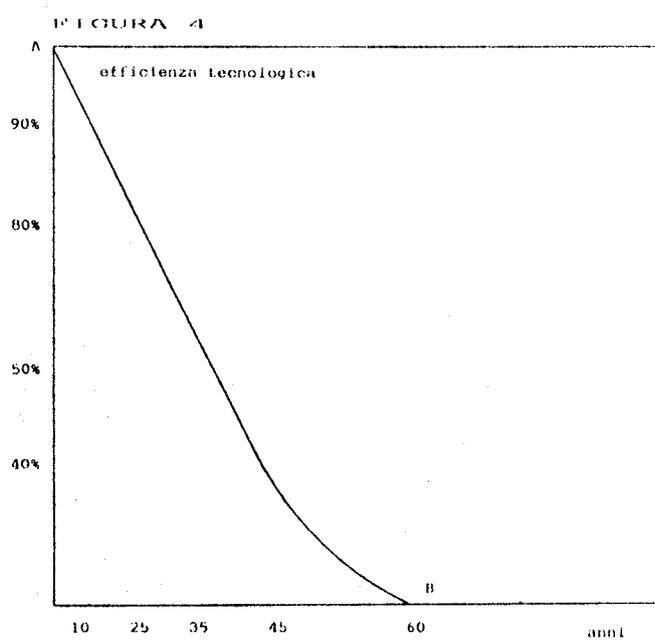
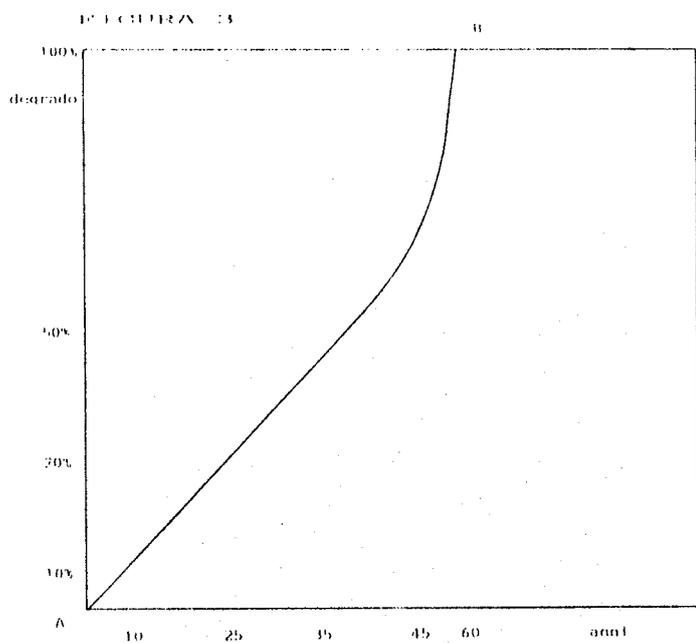
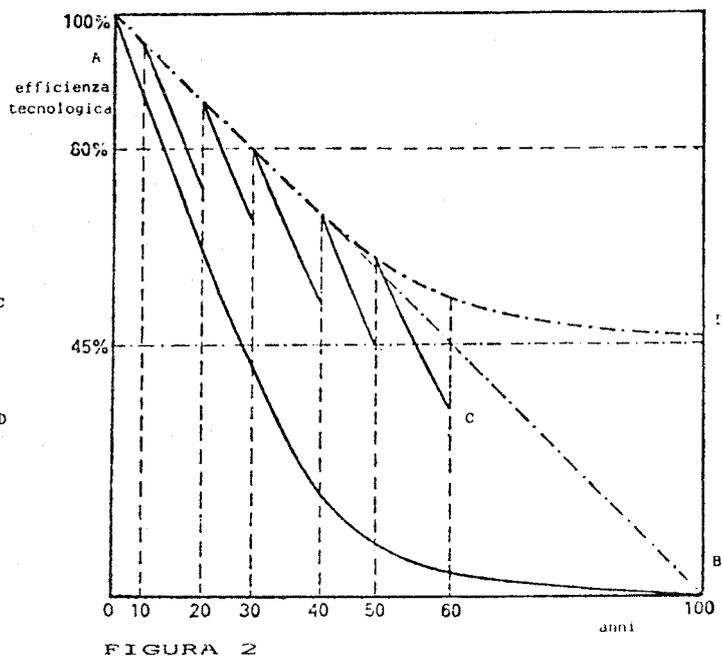
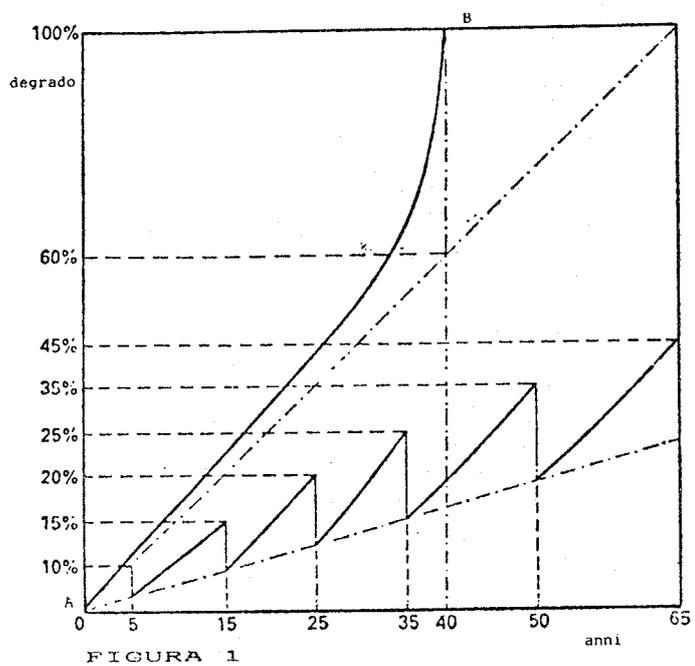
scarsa deformabilità comporta generalmente l'insorgere di fenomeni tensionali di una certa rilevanza, se sottoposto a "carichi geometrici".

A tal proposito è da notare che spesso interventi di manutenzione possono comportare l'insorgere di condizioni di carico di tipo geometrico: si pensi, ad esempio, alla sostituzione di apparecchi di appoggio su una travata da ponte.

Una trattazione a sè meriterebbero i problemi connessi all'ambiente. Valga, in questa sede, solo la considerazione che una corretta programmazione della manutenzione non può, in fase progettuale, non tenere conto dell'impatto che l'ambiente al contorno avrà nei riguardi dell'opera da eseguire.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1) AA.VV.: "Recupero edilizio "rilevamento-diagnostica"", Fiera, Bologna, 1983.
- 2) AA.VV.: "Ertag - Tecnica e pratica del recupero edilizio", Alinea, Firenze, 1982.
- 3) AA.VV.: "Edifici in c.a. danneggiati dal terremoto", Ufficio del Ministro per il coordinamento della ricerca scientifica, Roma, 1981
- 4) CIRIBINI G.: "Introduzione alla tecnologia del design", Angeli, Milano, 1978.
- 5) AA.VV.: Atti del convegno "Manutenzione, riparazione e durabilità delle strutture in cemento armato", Udine, 1986.
- 6) CIRUZZI V., NICOLELLA M.: "Il recupero in termini di manutenzione programmata", atti del convegno "Un futuro per la città", Bari, 1988.
- 7) CIRUZZI V., NICOLELLA M.: "Progetto e gestione della manutenzione in edilizia", atti del convegno "La qualità architettonica dello spazio costruito", Napoli, 1987
- 8) COLLEPARDI M.: "Scienza e tecnologia del calcestruzzo", Hoepli, Milano, 1980.
- 9) MASTRODICASA S.: "Dissesti statici delle strutture edilizie", Hoepli, Milano, 1955.
- 10) NICOLELLA M.: "Ipotesi per una manutenzione programmata nel recupero edilizio", atti del convegno "Nucleo antico e destino della città", Riabitat, Genova, 1987.
- 11) ORMEA G.B., REVERBERI U.: "Dissesti e consolidamenti in zone terremotate", Hoepli, Milano, 1982.
- 12) PICONE M.: "Tecnologia della produzione edilizia", UTET, Torino, 1984.
- 13) PICONE M.: "Ipotesi per una tecnica operativa del restauro architettonico e ambientale" atti del convegno "Tutela dei beni culturali in Italia", Sorrento, 1984.



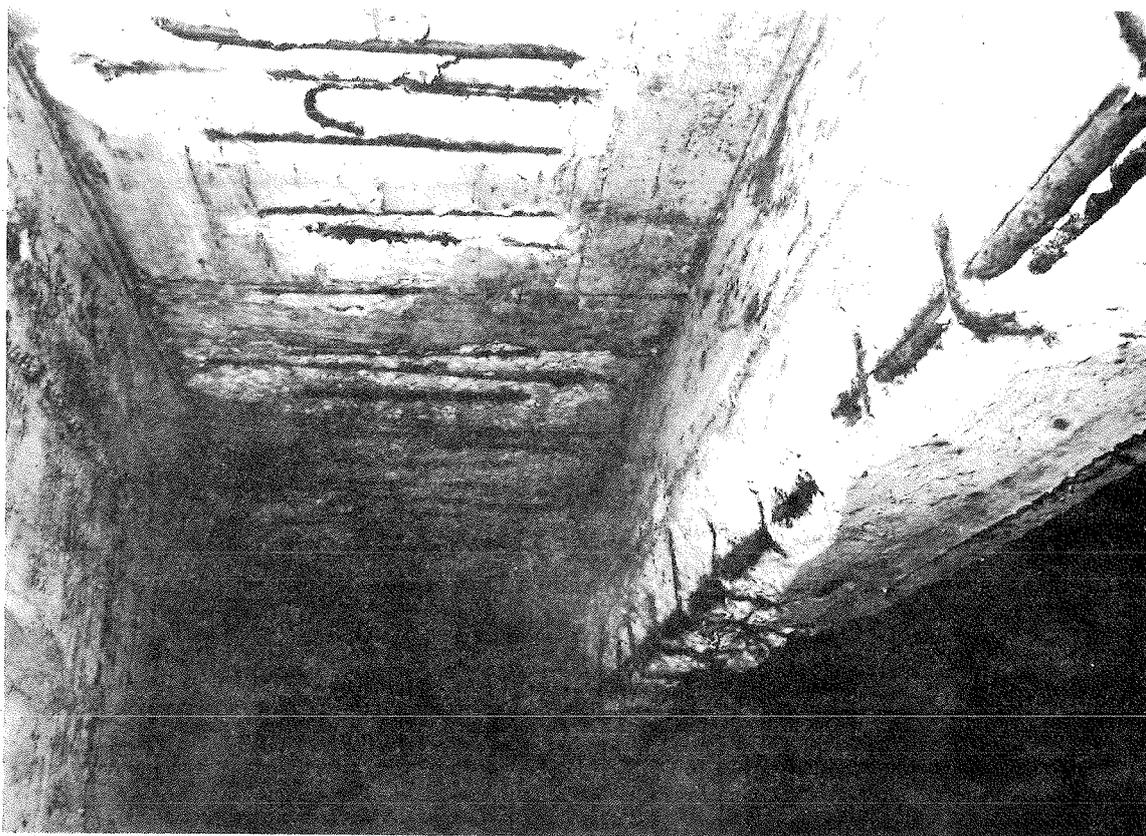


Foto 1 - Pontile sud, Italsider di Bagnoli: degrado connesso all'aggressività dell'ambiente e non adeguatamente contrastato con interventi di manutenzione preventiva.

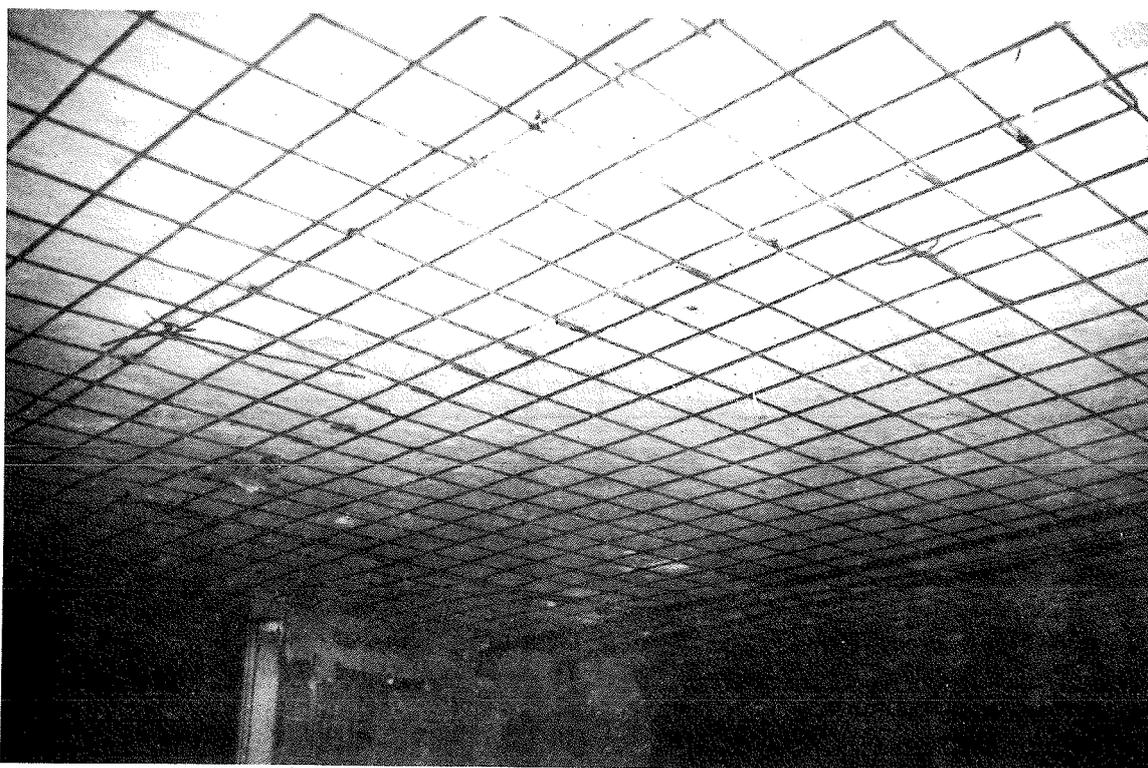


Foto 2 - Napoli, condominio di via Mazzella: intervento di manutenzione programmata, con placcaggio del solaio a mezzo di rete elettrosaldata, dopo i fenomeni generalizzati di dissesto a solai intermedi del tipo SAP.

VALUTAZIONE DEL MODULO DI  
ELASTICITA' A COMPRESSIONE DEL CALCESTRUZZO

MARIO P. PETRANGELI

Professore Associato  
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università "LA SAPIENZA" - Roma

SOMMARIO

Si riportano i risultati di numerose prove sperimentali condotte sia su calcestruzzi "vecchi" che su calcestruzzi di nuova confezione.

I primi provenivano da una serie di opere d'arte autostradali in servizio sulla A1 da circa 20/25 anni; i secondi riguardano un ponte ferroviario in costruzione sulla Direttissima Roma-Firenze.

Si forniscono curve di interpolazione dei risultati e si effettua un confronto critico con i valori suggeriti dalla Normativa di vari Paesi.

SUMMARY

The paper illustrates the results of many experimental tests conducted both on "old" concrete and on new cast samples. The former have been obtained from a number of highway bridges in service on A1 from about 20/25 years; the latter refer to a railway bridge actually under construction for the "Direttissima" Rome-Florence.

Some curves describing the experimental results are presented together with a critical comparison with the values suggested from the codes of some nations.

1. PREMESSA

L'identificazione della risposta statica o dinamica di un'opera, soggetta ad azioni note, è fondamentale per stabilire il livello di sicurezza della stessa: ciò sia che si tratti di opere nuove (collaudo) sia che si stia valutando la capacità portante di strutture in esercizio per decidere gli interventi di manutenzione o rinforzo.

Nella interpretazione di questi dati ha grande importanza la conoscenza del modulo di elasticità del calcestruzzo che spesso si è costretti a derivare dalla resistenza a compressione

attraverso formule di origine più o meno empirica quali quelle suggerite dalle norme.

Proprio al fine di approfondire questa conoscenza si sono esaminati i risultati di una estesa sperimentazione eseguita sia su calcestruzzi "vecchi" di circa 20 anni che su calcestruzzi di nuova confezione.

Il primo gruppo di prove ha riguardato le carote prelevate su 13 ponti, parte in c.a.o. e parte in c.a.p., in servizio sulla A1 nel tratto Orte-Badia al Pino; le prove sono state condotte dalla Contest S.r.l. di Roma per conto della Società Bonifica del gruppo IRI-ITALSTAT.

Il secondo gruppo di prove è relativo al calcestruzzo attualmente impiegato per la costruzione del nuovo ponte ferroviario in c.a.p. che permetterà alla Direttissima Roma-Firenze di scavalcare L'Arno poco a Nord di Arezzo.

Queste prove sono condotte dall'Istituto Sperimentale delle Ferrovie e riguardano provini di età variabile da 7 a 90 gg.

## 2. LE PROVE SUI CALCESTRUZZI STAGIONATI

Il progetto per la costruzione della terza corsia nel tratto Fabro-Badia al Pino dell'autostrada A1 Milano-Roma ha richiesto una indagine conoscitiva sistematica sullo stato di conservazione dei ponti interessati dai futuri lavori.

Sono stati studiati 13 ponti con impalcati a travi, parte in c.a. e parte in c.a.p.

Per tutte le opere maggiori, tra cui 4 attraversamenti del fiume Tevere, sono state prelevate carote di calcestruzzo su cui sono state successivamente eseguite prove di laboratorio. Le indagini, nel loro complesso, sono state articolate nel modo seguente:

- Misura delle velocità longitudinali degli ultrasuoni rilevate per trasparenza;
- Esecuzione di prove di penetrazione mediante sonde Windsor;
- Prelievo di carote di calcestruzzo da 100 mm di diametro al fine di:
  - a) Determinare la resistenza a rottura, il modulo elastico secante e la densità del calcestruzzo;
  - b) Effettuare le prove di rilascio delle deformazioni;
  - c) Determinare la profondità di carbonatazione del calcestruzzo. Sono state prelevate 80 carote, tutte dalle anime delle travi a circa 60 cm dall'intradosso, in corrispondenza della sezione di mezzeria.

Parte dei risultati ottenuti sono stati presentati in (I); in

questa sede ci si limita a considerare il modulo di elasticità e la resistenza a compressione riportati in grafico nella fig. 1 con le seguenti precisazioni:

la resistenza indicata è quella cubica ed è stata derivata da quella cilindrica accettando il rapporto  $f_c/R_c = 0.83$  suggerito dall'attuale normativa; inoltre, poiché le carote non avevano quasi mai le dimensioni standard, sono stati utilizzati i coefficienti correttivi proposti dall'ASTM.

Il modulo elastico secante è stato rilevato con una coppia di estensimetri elettrici, diametralmente opposti, in corrispondenza di una tensione nominale pari al 40% di quella di rottura.

#### PROVE SU CALCESTRUZZI STAGIONATI

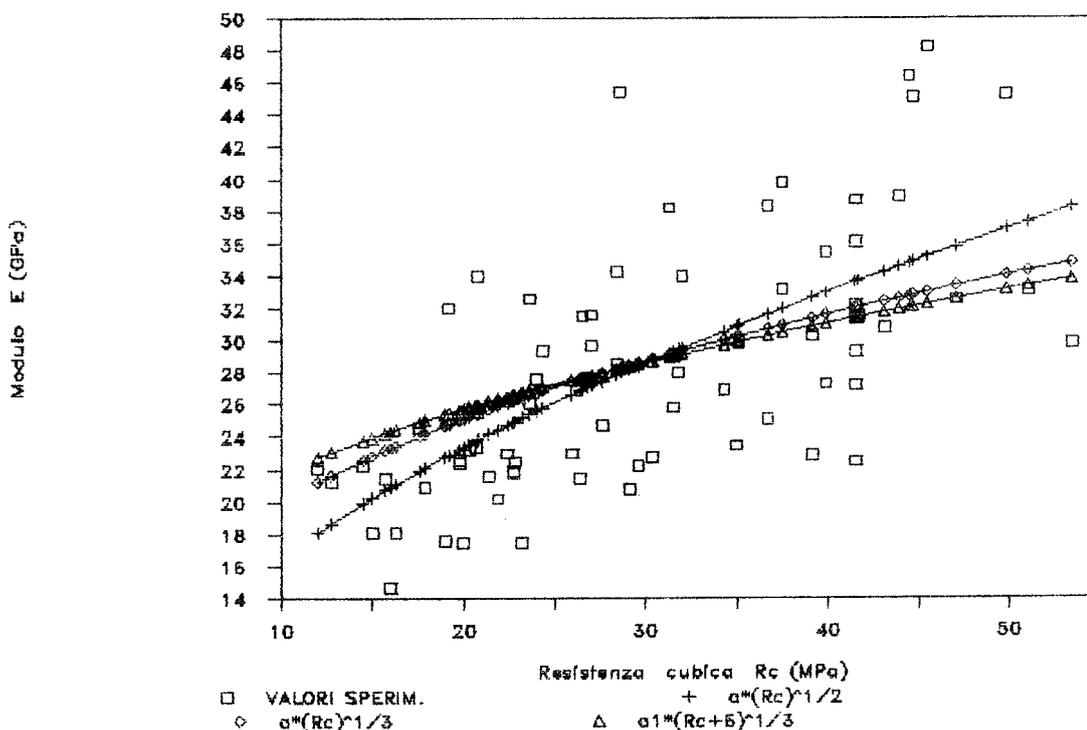


Fig. 1

Come si vede dalla figura i risultati, se si trascurano tre o quattro valori anomali, sono contenuti in una fascia relativamente ristretta.

Adottando un legame del tipo

$$E = a * Rc^{1/2}$$

simile a quello proposto dalle attuali Norme Italiane, è stato calcolato il valore di a che rendeva minimo lo scarto quadra-

tico, trovando (E in GPa; Rc in MPa)

$$a = 5.22$$

(si ricorda che le attuali Norme Italiane suggeriscono  $a = 5.7$ ) con un coefficiente di correlazione pari a 0.43.

Volendo interpolare i risultati con una legge del tipo di quella proposta dall'Eurocodice n. 2

$$E = a_1(Rc + 6)^{1/3}$$

in questo caso la regressione fornisce

$$a_1 = 8.68$$

con il che si ha un coefficiente di correlazione di 0.35.

L'Eurocodice indica il valore di 9.5 utilizzando però la resistenza cilindrica.

Una leggera migliore approssimazione si ha con una formula del tipo di quella suggerita dal regolamento francese (II).

$$E = a \cdot Rc^{1/3} \quad \text{con} \quad a = 9.26$$

### 3. LE PROVE SUI CALCESTRUZZI GIOVANI

Il secondo gruppo di dati elaborati è relativo al calcestruzzo prelevato dai getti eseguiti per la realizzazione di un ponte ferroviario costruito a sbalzo per conci successivi.

In questo caso il modulo di elasticità è stato determinato su provini prismatici a sezione quadrata secondo le procedure specificate dalle Norme UNI(III).

Per ciascun prisma sottoposto a prova sono stati portati a rottura per compressione tre cubetti, confezionati con lo stesso calcestruzzo del prisma, che hanno permesso di conoscere la resistenza a compressione.

La fig. 2 mostra una tipica curva  $\sigma - \epsilon$  ottenuta nelle prove e dalla quale si può vedere come il comportamento del materiale si discosti poco da quello lineare.

La fig. 3 riporta i valori del modulo di elasticità secante ottenuto per ciascun provino in corrispondenza di una tensione di compressione di 100 Kg/cm<sup>2</sup>. Sulla stessa figura sono riportate le curve di interpolazione di questi risultati con la formula tipo regolamento Italiano, Francese ed Eurocodice 2.

In questo caso i risultati sono molto meno dispersi ottenendosi per i tre casi dei coefficienti di correlazione pari a 0.60, 0.49 e 0.45, con una migliore approssimazione quindi nella norma italiana.

Il coefficiente per la formula italiana è in questo caso

$$a = 4.64.$$

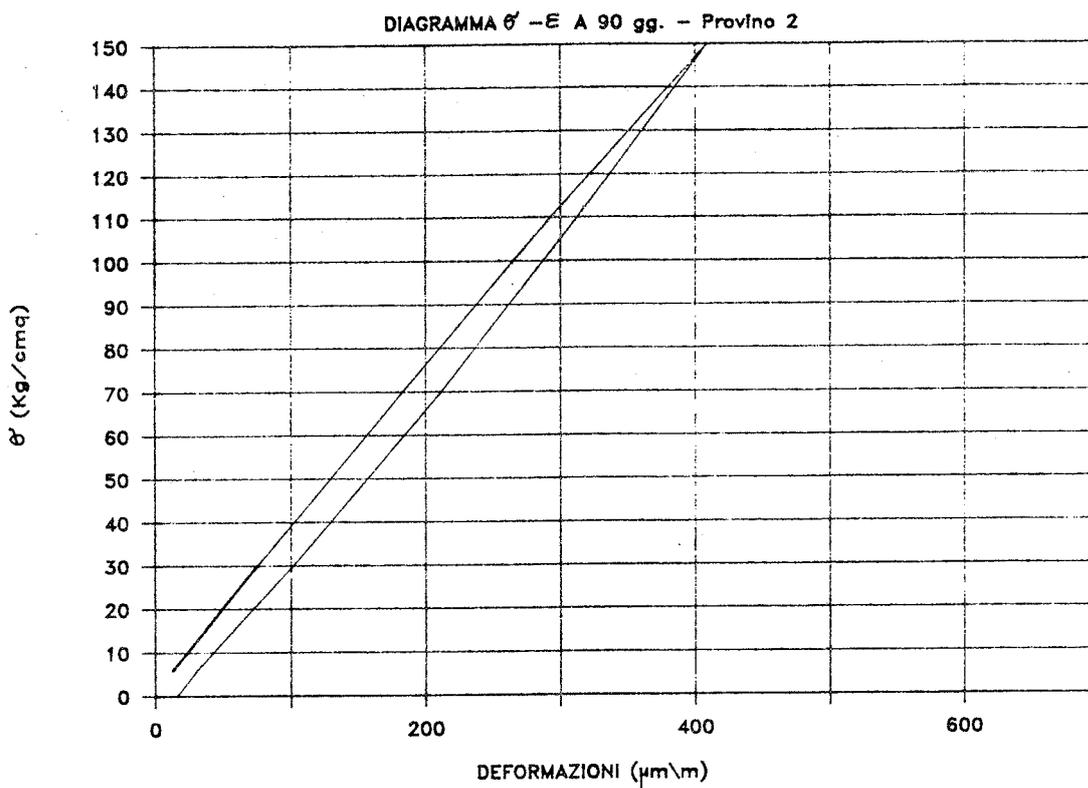


Fig. 2

PROVE SU CALCESTRUZZI GIOVANI

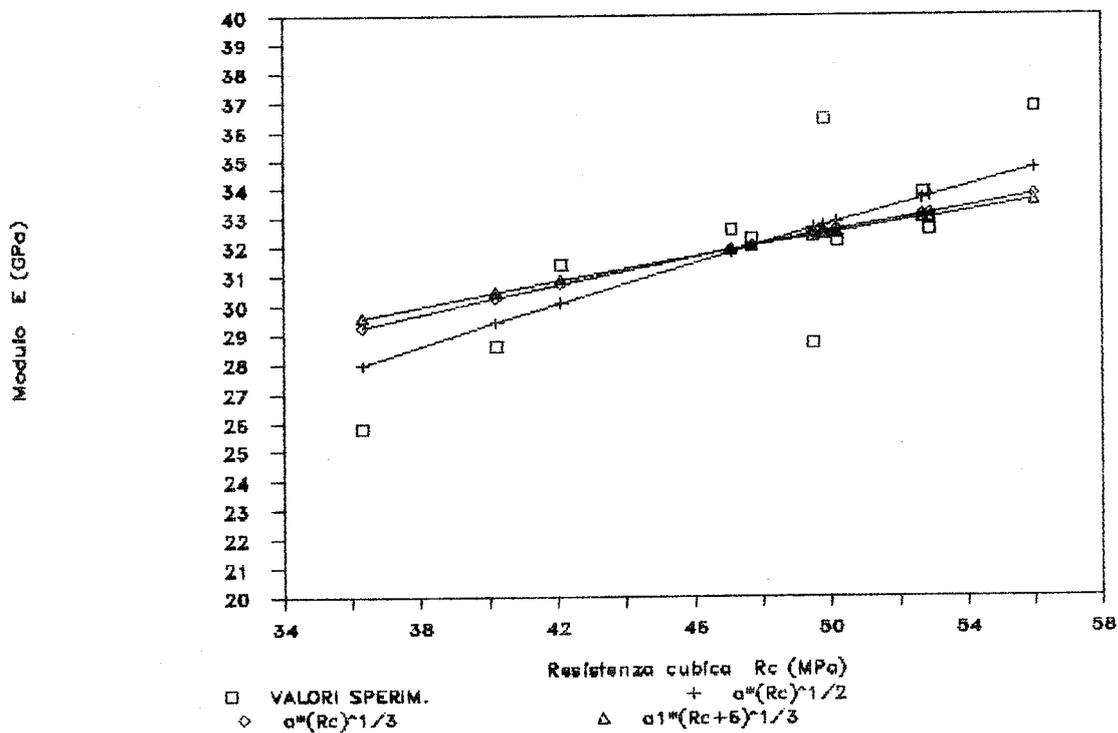


Fig. 3

## 4. CONFRONTO CON LE NORMATIVE ESISTENTI

E' parso utile riportare in un unico diagramma le curve suggerite da alcuni regolamenti per descrivere l'andamento di E in funzione della resistenza a compressione del calcestruzzo. (fig. 4).

Le ascisse riportano la doppia scala (resistenza cubica o cilindrica) supponendo come detto un coefficiente di equivalenza di 0.83.

La curva AASHTO (IV) che viene fornita dalle norme in funzione del peso di volume del calcestruzzo, è stata calcolata per  $c = 2350 \text{ Kg/cm}^3$ .

In figura sono riportate anche le due curve ricavate dai dati sperimentali per le due categorie di calcestruzzo illustrate in precedenza qualora si accetti una espressione del tipo di quella suggerita dalla normativa italiana.

Come si vede, le curve fornite dai vari regolamenti differiscono anche in modo sensibile tra loro.

La normativa Italiana è quella che fornisce i valori più elevati, specie per calcestruzzi di alta resistenza.

All'estremo opposto si collocano le AASHTO che, pur suggerendo una formula uguale a quella italiana, danno valori dell'ordine del 75% di questa.

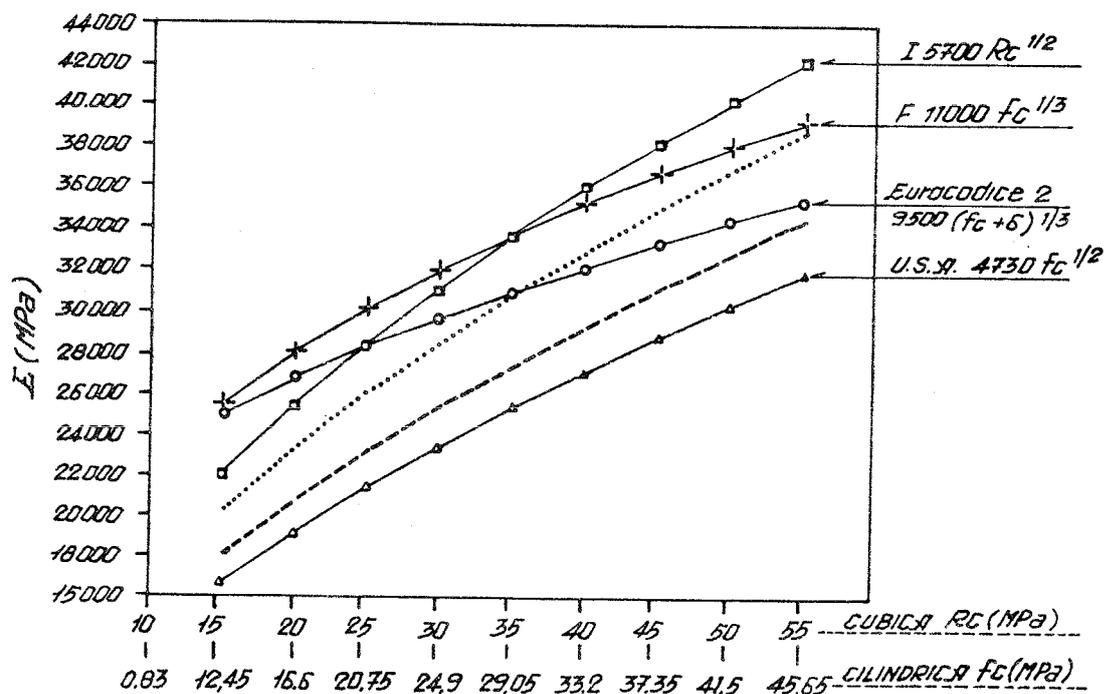


Fig. 4

Le prove sperimentali sembrano confermare la bontà della struttura della formula che fa dipendere il modulo elastico dalla radice quadrata (anziché cubica) della resistenza a compressione del calcestruzzo, con valori però tutti più bassi di quelli della normativa italiana.

Ciò fa sì che le normative tipo Eurocodice (o regolamento francese) si trovino in migliore accordo con i dati sperimentali per calcestruzzi di qualità medio-alta ( $R_c > 35$  MPa) mentre quella italiana approssima meglio il comportamento dei calcestruzzi di classe inferiore.

## 5. CONCLUSIONI

Le prove sperimentali analizzate, pur con la notevole dispersione dei risultati propria di questi parametri, sembrano indicare che il modulo di elasticità a compressione del calcestruzzo sia in realtà inferiore a quello che si deriva dalla normativa italiana e più prossimo, almeno per calcestruzzi di buona qualità, ai valori indicati dall'Eurocodice 2.

Peraltro la struttura della formula proposta dalle Norme Italiane o dalle AASHTO sembra essere più adatta di altre a descrivere il fenomeno, purché si tarino opportunamente i coefficienti, la qual cosa potrà essere fatta solo quando si avranno molti altri dati del tipo di quelli già presentati.

## 6. RINGRAZIAMENTI

Si ringraziano il Dott. Kajon dell'Istituto Sperimentale delle Ferrovie dello Stato e L'Ing. Codacci Pisanelli della Contest S.r.l. di Roma nonché la Soc. Bonifica del Gruppo IRI-ITALSTAT per avere permesso l'utilizzazione dei dati elaborati nella presente memoria.

## BIBLIOGRAFIA

- (I) E. Codacci Pisanelli; M.P. Petrangeli: "Indagine sistematica sulla profondità di carbonatazione nei calcestruzzi dei ponti della A1 nel tratto Fabbro Orte". Convegno AITEC sulla Durabilità delle opere in calcestruzzo. Padova Ott. 1987.
- (II) Règles Techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états-limites. Règles B.A.E.L. 83.
- (III) UNI 6556-69. Prove non distruttive sui calcestruzzi - Determinazione del modulo di elasticità secante a compressione.
- (IV) AASHTO. Standard Specifications for highway Bridges. 13<sup>th</sup> Ed.

ADEGUAMENTO ANTISISMICO DI STRUTTURE INTELAIATE  
IN CEMENTO ARMATO: USO DI CONTROVENTI METALLICI  
CON DISPOSITIVI DISSIPATIVI PER ATTRITO

Alfonso VULCANO

Dipartimento di Strutture - Università della Calabria  
Arcavacata di Rende (COSENZA)

SOMMARIO

Viene esaminato il problema del proporzionamento di controventi metallici con dispositivi dissipativi per attrito ai fini dell'adeguamento antisismico di strutture intelaiate in cemento armato. Per valutare l'efficacia di diversi criteri seguiti nella scelta delle proprietà geometriche e meccaniche del sistema di controventamento viene condotta un'indagine numerica volta a studiare la risposta dinamica non lineare dell'intero sistema strutturale.

SUMMARY

Problems involved in the design of steel braces with friction device to be used in retrofitting reinforced concrete frames in seismic areas are examined. In order to evaluate the effectiveness of different design criteria of the braces and friction device, a numerical investigation is carried out to study the nonlinear dynamic response of the entire structural system.

1. INTRODUZIONE

Una tecnica molto diffusa nell'adeguamento antisismico di edifici con struttura intelaiata in cemento armato consiste nell'inserire saldamente, nelle maglie della struttura stessa, dei telai metallici irrigiditi da controventi a croce di S. Andrea. Tale tecnica, se da una parte consente d'integrare le prestazioni strutturali per adeguarle a nuove esigenze, dall'altra può presentare alcuni inconvenienti. Infatti, i controventi forniscono un considerevole contributo in termini di rigidità e resistenza nei riguardi di azioni orizzontali come quelle prodotte dal vento o da sismi di moderata intensità. In occasione di sismi di notevole intensità, però, le capacità dissipative del sistema di controventamento subiscono

degradazione, soprattutto a causa di fenomeni instabilizzanti in campo plastico delle diagonali compresse (I).

Per ovviare a questo inconveniente si può dotare il sistema di controventamento di un dispositivo in grado di dissipare buona parte dell'energia ceduta all'intero complesso strutturale durante il moto sismico, preservando così da eccessive deformazioni gli elementi della struttura originaria. Detto dispositivo è essenzialmente costituito da giunti scorrevoli, in cui le superfici di scorrimento sono guarnite di un materiale che presenta un elevato coefficiente d'attrito. Numerose prove sperimentali (II,III), condotte utilizzando materiali diversi, hanno evidenziato la validità dell'uso di ferodo: il dispositivo, soggetto a carichi ciclici, ha mostrato notevole capacità dissipativa, con forma rettangolare stabile del ciclo d'isteresi. Il dispositivo può essere opportunamente dimensionato in modo che per effetto del vento o di un sisma di moderata intensità non si produca scorrimento, mentre per effetto di un sisma violento si abbia scorrimento prima che gli elementi della struttura originaria subiscano apprezzabili deformazioni inelastiche.

Sistemi di controventamento con dispositivo dissipativo, originariamente adottati per strutture in acciaio, successivamente hanno trovato applicazione anche nell'adeguamento antisismico di strutture in cemento armato (IV,V). Una soluzione consiste nel predisporre un giunto ad attrito per ognuna delle diagonali di controvento. Il giunto potrebbe essere dimensionato in modo da subire scorrimento in entrambe le direzioni di carico per uno sforzo inferiore al carico critico, oppure solo in trazione se la snellezza delle diagonali è abbastanza elevata. Come sarà meglio specificato nel paragrafo successivo, detta soluzione risulta nei due casi poco conveniente. Più conveniente risulta, invece, l'adozione del dispositivo dissipativo proposto da Pall e Marsh (II), che, dotato di un quadrilatero articolato, viene installato in corrispondenza della zona d'incrocio fra le diagonali di controvento. Infatti, il quadrilatero articolato consente di recuperare in tutto o in parte l'eventuale accorciamento subito dalla diagonale compressa a causa del suo sbandamento, con notevoli vantaggi dal punto di vista della dissipazione energetica.

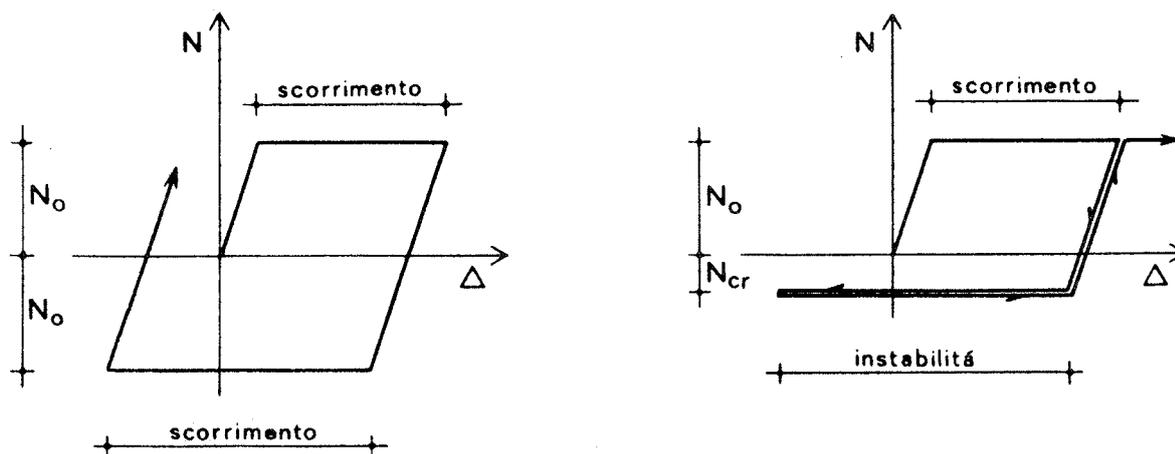
Nella progettazione del sistema di controventamento con dispositivo dissipativo è necessario operare scelte opportune: per es., nel dimensionare gli elementi costituenti il sistema di controventamento e stabilirne la distribuzione di rigidità e resistenza all'interno della struttura, nel tarare lo sforzo che produce scorrimento nel dispositivo, etc.. Al fine di valutare l'efficacia di diversi criteri seguiti nell'operare tali scelte, nel presente lavoro viene condotta un'indagine numerica con riferimento ad una struttura intelaiata in c.a., le cui prestazioni vengono adeguate per resistere ad un grado di sismicità più severo rispetto a quello per cui la struttura originaria è stata progettata. Dal confronto fra la risposta dinamica non lineare della struttura originaria e quella adeguata adottando diverse scelte progettuali scaturiscono utili indicazioni sull'efficacia o meno delle scelte stesse.

## 2. DISPOSITIVI DISSIPATIVI PER ATTRITO

### 2.1 Uso di giunti semplici

Come accennato in precedenza, l'adozione di giunti semplici per ognuna delle diagonali di controvento risulta poco conveniente. Infatti, nel caso in cui il giunto è dimensionato in modo da subire scorrimento in entrambe le direzioni di carico per uno sforzo  $N_0$  inferiore al carico critico  $N_{cr}$  (fig. 1a), il dimensionamento delle diagonali non è economicamente conveniente.

Risulta più economico, invece, dimensionare le diagonali solo come tese: ciò comporta snellezze abbastanza elevate da assicurare che la diagonale, se compressa, sbandi in campo elastico per uno sforzo  $N_{cr}$  relativamente modesto da poter essere praticamente trascurato. In tal caso il giunto viene dimensionato in modo da subire scorrimento solo se la diagonale è soggetta ad uno sforzo di trazione  $N_0$  inferiore a quello di snervamento  $N_y$ ; inoltre, nei cicli di carico successivo al primo si ha scorrimento nel giunto solo se la stessa diagonale, ancora una volta tesa, raggiunge la massima lunghezza attinta durante la precedente fase di carico (fig. 1b). Tale comportamento è caratterizzato, però, da una ridotta capacità dissipativa.



(a) Diagonali progettate in trazione e compressione ( $N_0 < N_{cr}$ )

(b) Diagonali progettate solo come tese ( $N_0 < N_y$ )

Fig. 1 - Schematizzazione del comportamento isteretico di diagonali di controvento con semplice giunto ad attrito

### 2.2 Dispositivo ad attrito con quadrilatero articolato

Per migliorare la capacità dissipativa si può installare in corrispondenza della zona d'incrocio delle diagonali di controvento il già citato dispositivo proposto da Pall e Marsh (II), schematicamente illustrato in fig. 2. La prerogativa di tale dispositivo è che, quando si verifica uno

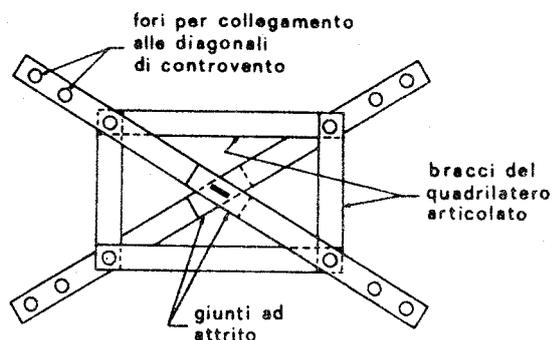


Fig. 2 - Dispositivo dissipativo proposto da Pall e Marsh (II)

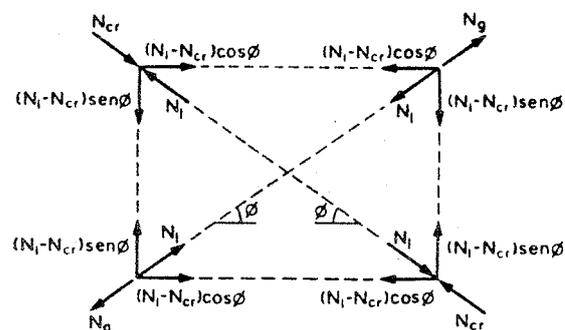


Fig. 3 - Forze agenti durante lo scorrimento nel dispositivo in fig. 2

scorrimento nel giunto della diagonale tesa, viene attivato il quadrilatero articolato. Quest'ultimo, assumendo una configurazione romboidale, induce, contemporaneamente allo scorrimento nel giunto suddetto, anche quello nel giunto della diagonale compressa. Viene così compensato in tutto o in parte l'accorciamento precedentemente subito dalla diagonale compressa a causa del suo sbandamento. Se lo scorrimento nel giunto della diagonale tesa è stato sufficientemente grande, la diagonale compressa riassume la configurazione rettilinea e risulta immediatamente attiva in trazione a seguito di un'inversione di carico. Ne consegue un sensibile aumento della capacità dissipativa, soprattutto se il confronto è fatto con il caso illustrato in fig. 1b.

Tenuto conto delle condizioni di equilibrio fra le forze agenti durante la fase di scorrimento nei giunti, si ha (fig. 3):

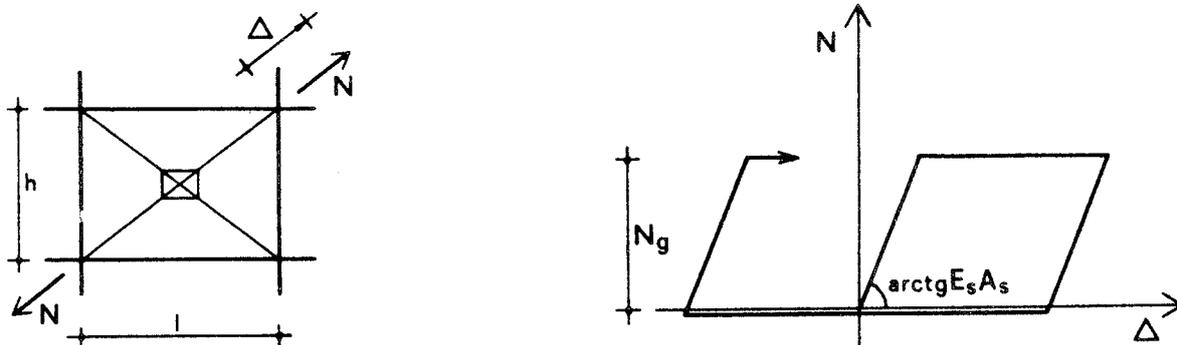
$$N_g = 2N_1 - N_{cr} \quad (1)$$

avendo indicato con  $N_g$  lo sforzo nella diagonale tesa durante lo scorrimento e con  $N_1$  il corrispondente sforzo nel generico giunto. Se vengono adottate aste abbastanza snelle (snellezza  $\lambda > 200$ ) da assicurare fra l'altro lo sbandamento in campo elastico, il carico critico  $N_{cr}$  può essere trascurato e, quindi, si può assumere semplicemente:

$$N_g \approx 2N_1 \quad (2)$$

relazione in base alla quale il dispositivo stesso può essere tarato.

Per quanto detto precedentemente, il comportamento isteretico della singola diagonale di controvento, può essere schematizzato mediante il modello semplificato proposto da Pall e Marsh (II) e illustrato in fig. 4b. Dal confronto con il modello isteretico in fig. 1b risulta particolarmente



(a) Localizzazione nella generica maglia del taglio

(b) Modello isteretico semplificato

Fig. 4 - Controventi metallici con dispositivo dissipativo del tipo in fig. 2

te evidente la maggiore capacità dissipativa del dispositivo con quadrilatero articolato.

Nel seguito si farà esclusivamente riferimento al modello semplificato in fig. 4b, anche se, come evidenziato da Filiatrault e Cherry (VI), esso può comportare una sovrastima dell'effettiva capacità dissipativa del dispositivo adottato. Infatti, se durante un ciclo di carico il giunto relativo alla diagonale tesa non subisce scorrimento, il quadrilatero articolato non viene attivato e la diagonale compressa, avendo subito uno sbandamento, non è costretta dallo stesso quadrilatero a riassumere la configurazione rettilinea ed il suo comportamento isteretico è del tipo in fig. 1b. Inoltre, il modello in fig. 4b assume che lo scorrimento nel dispositivo sia abbastanza grande da raddrizzare perfettamente la diagonale compressa che ha subito sbandamento; se, però, lo scorrimento non è sufficientemente grande, parte dell'energia che il giunto corrispondente a tale diagonale potrebbe dissipare non viene realmente dissipata.

Nonostante l'inconveniente del modello semplificato di sovrastimare la energia dissipata dal dispositivo in fig. 2, detto modello viene ritenuto sufficientemente affidabile per le finalità del presente lavoro, soprattutto quella di saggiare l'efficacia di alcune scelte progettuali del sistema di controventamento. D'altra parte, l'uso di un modello più raffinato del tipo proposto nel rif. (VI) richiede di seguire l'evoluzione dello stato tensionale-deformativo del singolo elemento costituente il sistema di controventamento ed il dispositivo stesso. Ciò comporterebbe un notevole aggravio del costo dell'analisi, senza trovare del resto giustificazione nelle finalità stesse del presente lavoro.

### 3. STRUTTURA DA ADEGUARE E PROGETTAZIONE DEL SISTEMA DI CONTROVENTAMENTO CON DISPOSITIVO DISSIPATIVO

Sulla base delle vigenti norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche (VII) è stata progettata, in zona di moderata sismicità ( $S=9$ ), la struttura intelaiata piana in c.a. schematicamente illustrata in fig. 5. La carpenteria ed altri dati sono riportati in tab. 1. In fig. 5 sono riportati anche i momenti ultimi  $M_u$  delle sezioni d'estremità delle travi e di quelle dei pilastri. Più precisamente, in corrispondenza di dette sezioni delle travi sono riportati i valori dei momenti ultimi negativi, intendendo che per quelli positivi venga assunto, sezione per sezione, un valore pari a metà dei precedenti: ciò corrisponde praticamente ad assumere un'armatura inferiore pari a metà di quella superiore, anche se non richiesto strettamente dal calcolo. Inoltre, per i pilastri è stato riportato il valore di  $M_u$  calcolato, una volta progettata l'armatura, con riferimento allo sforzo normale dovuto ai soli carichi verticali, ritenendo con tale scelta di poter descrivere con sufficiente approssimazione, ai fini del presente lavoro, il comportamento dinamico non lineare medio delle coppie di pilastri disposti in posizione simmetrica. E' opportuno notare che il tipo di carpenteria adottato, con rastremazione dei pilastri in corrispondenza dei soli livelli 2° e 4°, comporta delle irregolarità nella distribuzione delle resistenze dei pilastri stessi, come risulta evidente confrontando i valori del rapporto  $T_u/T_c$ , fra il tagliante ultimo e quello di calcolo, in corrispondenza dei vari piani (v. tab. 1).

Per fissare le idee si suppone che, a seguito di una variazione della zonazione sismica precedente, occorre procedere all'adeguamento delle prestazioni della struttura in fig. 5 per poter resistere alle azioni previste in zona di forte sismicità ( $S=12$ ). A tale scopo vengono disposti, come

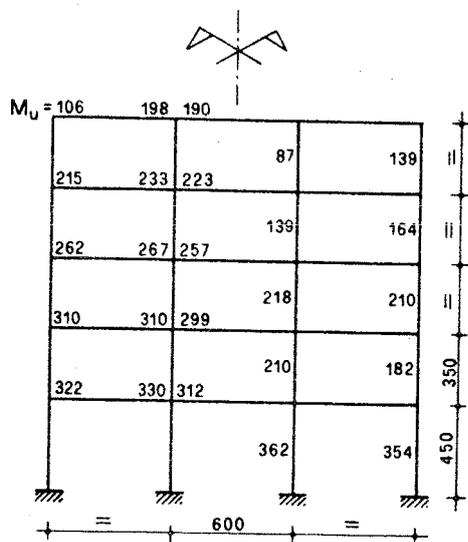


Fig. 5 - Struttura da adeguare  
(misure in cm;  $M_u$  in kNm)

PIANO	SEZIONI (cm)		$T_u/T_c$
	PILASTRI	TRAVI	
5	30x30	30x50	2.62
4	40x40	30x50	1.86
3	40x40	30x50	1.91
2	50x50	30x60	1.48
1	50x50	30x60	1.91
Periodo fond. di vibr.: 0.947 sec			

Tab. 1 - Caratteristiche della struttura in fig. 5

illustrato in fig. 6, dei controventi metallici muniti di dispositivo dissipativo del tipo mostrato in fig. 2. Ai fini della progettazione del sistema di controventamento si ritiene di dover perseguire essenzialmente i seguenti obiettivi:

- (a) proporzionamento delle diagonali di controvento in modo da assorbire l'incremento delle azioni sismiche orizzontali a seguito della variazione di zonazione, evitando così di gravare con ulteriori sollecitazioni gli elementi della struttura originaria;
- (b) scelta di un valore ottimale dello sforzo  $N_g$ , in modo che lo scorrimento nel dispositivo non abbia luogo per un terremoto di moderata intensità (ossia per effetto dei carichi sismici di esercizio), ma si verifichi comunque prima che gli elementi della struttura originaria subiscano deformazioni plastiche.

Il primo obiettivo può essere perseguito proporzionando i controventi in modo che risulti, al piano generico  $i$ :

$$\left\{ \frac{K_{t_i}}{K_{t_i} + K_{c_i}} \right\} T_i^{(1)} \leq T_i^{(0)} \quad (3)$$

avendo indicato con  $K_{t_i}$  e  $K_{c_i}$  le rigidezze di piano del telaio e dei controventi, rispettivamente, mentre per il tagliante di piano  $T_i$  sono stati utilizzati gli apici 0 e 1 con riferimento alla situazione originaria ed a quella dopo l'adeguamento, rispettivamente.

Le rigidezze di piano possono essere espresse come (v. fig. 4a):

$$K_{t_i} \approx 12 \alpha_i \sum (E_c I_c)_{\text{pilastri piano } i} / h_i^3, \quad \alpha_i \leq 1 \quad (4)$$

$$K_{c_i} \approx \beta_i (E_s A_s)_i / h_i; \quad \beta_i = (1/h_i)^2 / \{1 + (1/h_i)^2\}^{3/2} \quad (5a, b)$$

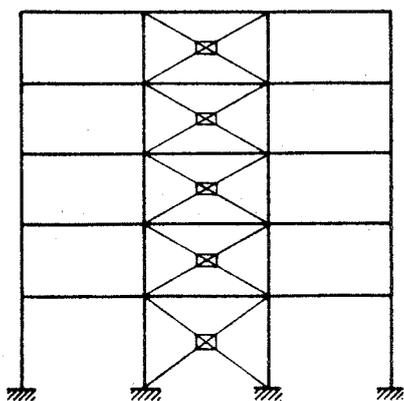


Fig.6 - Struttura di fig. 5 adeguata mediante controventi metallici con dispositivo del tipo in fig.2

PIANO	$E_s A_s$ (kN) $\times 10^5$	$N_{\min}$ (kN)	$N_{\max}$ (kN)
5	1.04	42.9	82.8
4	1.94	83.1	160.4
3	2.23	114.1	220.2
2	3.53	135.4	261.3
1	4.39	160.1	309.1
Periodo fond. di vibr.: 0.731 sec			

Tab.2 - Proprietà dei controventi in fig. 6 (soluzione progettuale di riferimento)

Il coefficiente  $\alpha_i$  che compare nella (4) tiene conto della deformabilità delle travi e può essere calcolato, per es., mediante il "metodo della mensola equivalente" (VIII). La rigidezza  $K_{C_i}$  è stata valutata trascurando il contributo della diagonale compressa.

Passando dalla situazione originaria a quella dopo l'adeguamento si ha un incremento sia del coefficiente d'intensità sismica (da  $C^{(0)}=0.07$  a  $C^{(1)}=0.10$ ) che del coefficiente di risposta (da  $R^{(0)}=0.862/0.947^{2/3}=0.894$  a  $R^{(1)}$  da calcolare per via iterativa, una volta proporzionati i controventi, assumendo, per es., il valore 1 di primo tentativo). Pertanto, se i controventi sono dimensionati in modo da avere a tutti i piani una rigidezza proporzionale a quella del telaio originario, si ha:

$$T_i^{(1)} = \gamma T_i^{(0)} \quad ; \quad \gamma = \frac{R^{(1)} C^{(1)}}{R^{(0)} C^{(0)}} > 1 \quad (6a,b)$$

In definitiva, sostituendo le espressioni (4), (5), (6) nella (3), si ottiene la rigidezza assiale da assegnare ad ognuna delle due diagonali di controvento al generico piano  $i$ :

$$(E_s A_s)_i \geq 12 (\gamma - 1) \alpha_i \Sigma (E_c I_c)_{\text{pilastri piano } i} / \beta_i h_i^2 \quad (7)$$

Più complesso risulta, invece, il perseguimento del secondo obiettivo (b). Austin e Pister (IX) propongono, ai fini della progettazione ottimale di un sistema strutturale in acciaio con controventi dissipativi, di far riferimento alla condizione di minimo di un'opportuna grandezza da scegliere in funzione dell'intensità dell'azione sismica. Comunque, nel seguito si farà riferimento al criterio proposto da Filiatrault e Cherry (VI), ricercando il valore ottimale di  $N_g$  come quello che rende minima, nel generico istante  $t$ , la funzione:

$$E_t(N_g, t) = \int_0^t (E_I - E_F) dt \quad (8)$$

essendo  $E_I$  l'energia ceduta dal sisma al sistema strutturale ed  $E_F$  l'energia complessivamente dissipata per attrito dai dispositivi. La validità del criterio suddetto sarà valutata anche controllando le escursioni plastiche locali degli elementi della struttura originaria. Fondamentalmente si farà riferimento ad una soluzione progettuale in base alla quale le diagonali di controvento sono dimensionate assegnando ad esse il minimo valore di  $E_s A_s$  richiesto dalla (7) e il dispositivo è tarato in modo che lo sforzo  $N_g$  risulti ai vari piani proporzionale ad  $E_s A_s$ ; resta, comunque, il problema di stabilire il valore ottimale di  $N_g$ . In tab. 2 sono riportati i valori di  $E_s A_s$  così ottenuti, nonché quelli degli sforzi assiali  $N_{\min}$  e  $N_{\max}$ , che, se non avvenisse scorrimento nel dispositivo, sarebbero attinti nei controventi ai vari piani per effetto dei carichi sismici di esercizio e di quelli che producono la prima plasticizzazione della struttura originaria, rispettivamente. Comunque, saranno esaminate altre soluzioni progettuali ottenute apportando variazioni a quella di riferimento.

#### 4. INFLUENZA DELLE SCELTE PROGETTUALI DEL SISTEMA DI CONTROVENTAMENTO SULLA RISPOSTA DINAMICA NON LINEARE

Al fine di valutare l'efficacia delle scelte progettuali del sistema di controventamento con dispositivo dissipativo del tipo descritto nel par. 2.2, viene studiata la risposta dinamica non lineare della struttura. A tale scopo viene utilizzata la procedura di analisi proposta in un precedente lavoro (X) e successivamente adottata nel rif. (XI). Inoltre, per limitare il costo dell'analisi, si fa riferimento alle azioni sismiche orizzontali prodotte da tre accelerogrammi che, generati artificialmente, riproducono in media lo spettro di risposta adottato dal codice sismico C.E.B. (XII) per il livello II di duttilità. Il valore di picco dell'accelerazione del suolo è assunto pari a 0.35g, valore atteso durante un sisma violento in zone a "forte sismicità". Per ulteriori dettagli si rinvia per brevità al rif. (XI) già citato. I risultati che seguono sono stati ottenuti mediando quelli relativi ai tre accelerogrammi suddetti.

Sulla base della soluzione progettuale di riferimento indicata nel precedente paragrafo (v. tab. 2), ai fini della scelta del valore ottimale dello sforzo di scorrimento nei dispositivi dissipativi viene innanzitutto effettuata l'analisi dinamica non lineare per diversi valori di  $N_{g1}$ . In fig. 7 sono riportati, in corrispondenza di diversi istanti  $t$  di osservazione, i valori medi ottenuti per la funzione  $E_t$  al variare dello sforzo di scorrimento  $N_{g1}$  nel dispositivo dissipativo del 1° piano. Nella stessa figura sono indicati anche l'intervallo in cui sarebbe opportuno, come anticipato nei paragrafi precedenti, operare la scelta di  $N_{g1}$ , nonché i valori corrispondenti allo snervamento per diversi tipi di acciaio.

Come si può osservare, per valori crescenti di  $N_{g1}$  la funzione  $E_t$  decresce sempre meno rapidamente fino ad attingere un minimo, per poi crescere assumendo valori solo di poco maggiori di detto minimo. Inoltre, al crescere di  $t$ , il minimo viene attinto per valori di  $N_{g1}$  non decrescenti.

E' interessante rilevare che, come risulta dalla tab. 3, in cui sono riportate sinteticamente alcune grandezze rappresentative della risposta non lineare della struttura ( $t=12$  sec) per alcuni valori di  $N_{g1}$  ritenuti significativi, il criterio di ottimizzazione basato sulla minimizzazione della funzione  $E_t$  fornisce risultati non necessariamente ottimali in termini di risposta locale della struttura originaria: si vedano, in particolare, i valori della massima duttilità richiesta per le travi ( $\mu_{Cmax}$ ) e per i pilastri ( $\mu_{Cmax}$ ), nonché quella media ( $\mu_{med}$ ) calcolata riferendosi, per ogni elemento, al massimo valore attinto nelle sue sezioni d'estremità. Inoltre, è importante notare che assumendo  $N_{g1} = 344.85$  KN, cui corrisponde il minimo della funzione  $E_t$  per  $t=12$  sec, nei pilastri centrali dei piani 1° e 3° è stato attinto un valore dello sforzo normale molto prossimo a quello di "rottura bilanciata". Una tale situazione è da riguardare con particolare cautela e va comunque tenuta in debito conto durante la fase di progettazione del sistema di controventamento.

Sulla base dei risultati precedentemente discussi si può ritenere

valida la scelta del valore  $N_{g1} = 300$  kN. Al fine di valutare l'efficacia di diverse scelte progettuali del sistema di controventamento adottato, in fig. 8 la risposta della struttura originaria (F5) e quella della struttura adeguata di riferimento assumendo il suddetto valore di  $N_{g1}$  (struttura FBF) sono messe a confronto con l'analoga risposta delle seguenti strutture:

- struttura RFBF, come quella di riferimento, ma i valori dello sforzo di scorrimento nei dispositivi dei piani 2° e 5°, cui corrispondono nella struttura F5 valori del rapporto  $T_U/T_C$  molto diversi rispetto agli altri piani, sono stati modificati in ragione inversa ai valori di detto rapporto in modo da correggere irregolarità di resistenza originariamente presenti;
- struttura CFBF, in cui la rigidezza dei controventi e lo sforzo di scorrimento nei dispositivi dissipativi sono assunti costanti ai vari piani e pari a quelli relativi al 1° piano della struttura FBF;
- struttura DFBB, simile alla struttura FBF, ma i valori di  $E_s A_s$  sono assunti doppi di quelli in tab. 2.

Dal confronto fra i risultati ottenuti per le strutture suddette scaturisce che la presenza del sistema di controventamento produce in ogni caso

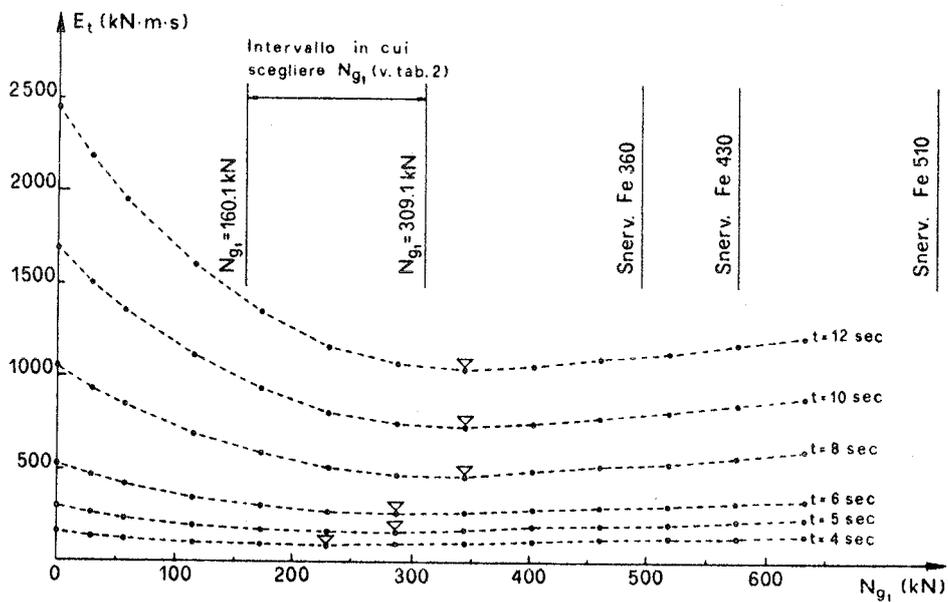
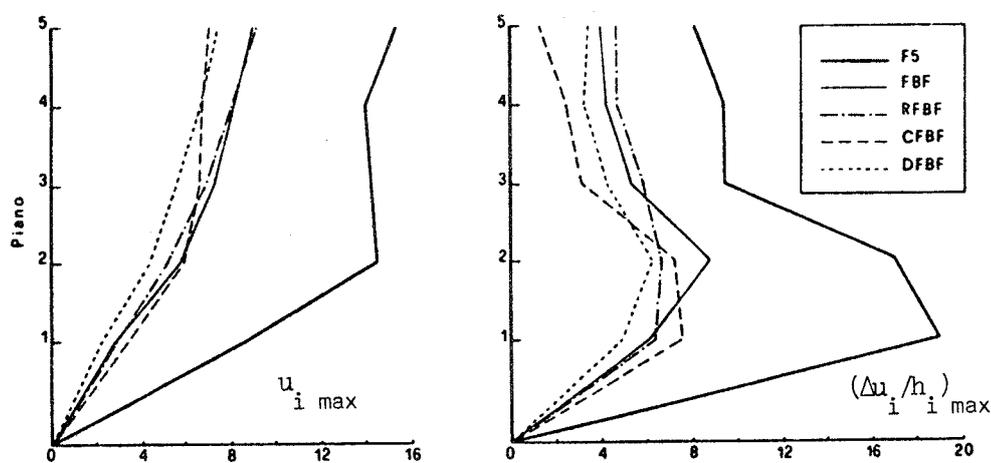


Fig. 7 - Andamento della funzione considerata per l'ottimizzazione dello sforzo di scorrimento nei dispositivi dissipativi

$N_{g1}$ (kN)	$u_{5max}$ (cm)	$(\Delta u/h)_{max}$	$\mu_{Gmax}$	$\mu_{Cmax}$	$\mu_{med}$
172.42	9.258	0.00793	6.07	8.48	2.55
229.90	8.086	0.00791	5.55	9.31	2.49
287.40	8.469	0.00843	4.62	8.47	2.42
344.85	8.893	0.00871	4.95	8.69	2.53

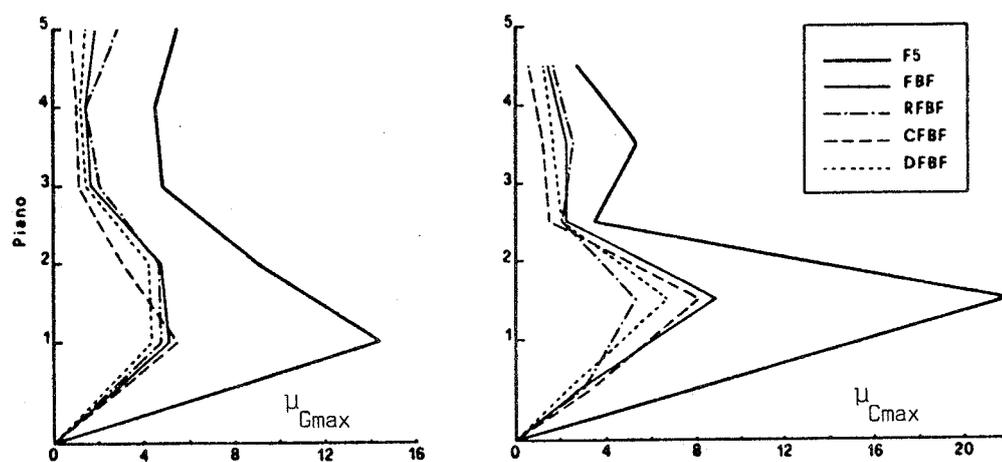
Tab. 3 - Risultati ottenuti per alcune scelte di  $N_{g1}$  ( $t = 12$  sec)

un sensibile miglioramento della risposta. Le modifiche introdotte con la struttura RFBF risultano particolarmente efficaci soprattutto ai fini di una maggiore uniformità dell'impegno plastico locale nel telaio originario e di una più limitata richiesta di duttilità nei pilastri del 2° piano, che presentava originariamente il più basso valore del rapporto  $T_U/T_C$ . Niente affatto efficace risulta, invece, la scelta della struttura CFBF, la cui risposta è essenzialmente caratterizzata da un evidente rafforzamento dei piani superiori, mentre poco affetta è la risposta dei piani inferiori, soprattutto in termini di richieste di duttilità degli elementi del 1° piano. Infine, la scelta della struttura DFBF, nonostante il raddoppio di volume di materiale impiegato per i controventi, non risulta particolarmente efficace, se non per aver limitato gli spostamenti massimi di piano.



(a) Massimi spostamenti orizzontali (cm)

(b) Massimi spostamenti relat. percentuali (%)



(c) Richieste di duttilità nelle travi

(d) Richieste di duttilità nei pilastri

Fig. 8 - Confronto fra risultati ottenuti per diverse scelte progettuali

## 5. CONCLUSIONI

In definitiva si può concludere che il criterio di dimensionamento del sistema di controventamento suggerito nel par. 3 è risultato efficace, soprattutto nel preservare la struttura originaria da eccessive deformazioni plastiche. Ai fini della scelta del valore da assegnare allo sforzo di scorrimento  $N_g$  nei dispositivi dissipativi, il criterio basato sulla minimizzazione della funzione  $E_t$  ha indicato come opportune le scelte del valore suddetto entro l'intervallo avente per limiti i valori attinti dallo sforzo nei controventi per effetto dei carichi di esercizio e di quelli che producono la prima plasticizzazione nella struttura originaria. Inoltre, è risultata particolarmente efficace, nel correggere irregolarità di resistenza eventualmente presenti nella struttura originaria, la scelta dei rapporti fra i valori di  $N_g$  per i dispositivi dei vari piani in ragione inversa rispetto ai corrispondenti rapporti  $T_u/T_c$  nella struttura suddetta. Di scarsa efficacia e antieconomiche sono risultate, invece, scelte di controventi e dispositivi dissipativi con le stesse caratteristiche a tutti i piani, nonché scelte tendenti ad un ulteriore irrigidimento dei controventi rispetto a quanto strettamente richiesto dal calcolo.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- (I) E.P. POPOV, V.V. BERTERO, "Seismic Analysis of Some Steel Building Frames", J. Eng. Mech. Div., ASCE, Feb., 1980.
- (II) A.S. PALL, C. MARSH, "Response of Friction Damped Braced Frames", J. Struct. Div., ASCE, June, 1982.
- (III) A. FILIATRAULT, S. CHERRY, "Experimental Studies of Friction Damped Braced Steel Frames", Procs. 5th Canadian Conf. Earth. Eng., Ottawa, 1987.
- (IV) A.S. PALL, "Response of Friction Damped Buildings", Procs. 8th W.C.E.E., Vol. 5, S.Francisco, 1984.
- (V) A.S. PALL, V. VERGANELAKIS, C. MARSH, "Friction Dampers for Seismic Control of Concordia University Library Building", Procs. 5th Canadian Conf. Earth. Eng., Ottawa, 1987.
- (VI) A. FILIATRAULT, S. CHERRY, "Comparative Performance of Friction Damped Systems and Base Isolation Systems for Earthquake Retrofit and Aseismic Design", Earth. Eng. and Struct. Dyn., Vol. 16, 1988, pp. 389-416.
- (VII) Norme tecniche relative alle costruzioni sismiche, D.M. 24 gennaio 1986.
- (VIII) INGEGNERIA ANTISISMICA, a cura di G. Sarà, Liguori Editore, Napoli, 1985, pp. 241-253.
- (IX) M.A. AUSTIN, K.S. PISTER, "Design of Seismic-Resistant Friction-Braced Frames", J. Struct. Eng., ASCE, Dec., 1985.
- (X) A. VULCANO, "Analisi sismica di strutture intelaiate piane in campo elasto-plastico", Atti del 1° Convegno "L'Ingegneria Sismica in Italia", Cism Courses and Lectures, No. 271, Udine, 1981.
- (XI) G. REGA, F. VESTRONI, A. VULCANO, "Comportamento inelastico di telai piani in cemento armato soggetti ad azioni sismiche", Atti del 2° Convegno "L'Ingegneria Sismica in Italia", Rapallo, 1984.
- (XII) Comité Euro-International du Béton, "Seismic design of Concrete Structures", CEB Bull. No. 160, 1983.