

LE TIPOLOGIE STRUTTURALI

Presidente di sessione: prof.ing. Piero POZZATI

Relatore generale: prof.ing. Mario COMO

LETTERS TO THE EDITOR

Dr. J. H. ...
Dr. J. H. ...

VALUTAZIONE DEL LIVELLO DI PROGETTO DI STRUTTURE ISOLATE ALLA BASE CON TAMPONATURE COLLABORANTI.

Rodolfo ANTONUCCI e Roberto GIACCHETTI

Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria, Università di Ancona.

SOMMARIO

La definizione di un corretto coefficiente di struttura per il progetto di un edificio isolato alla base, è un problema aperto ed è oggetto di approfondita ricerca da parte di numerosi studiosi per le implicazioni che esso comporta sulla prestazione della costruzione e sul suo costo. Il problema viene qui affrontato prendendo come elemento di studio un edificio realizzato nel comprensorio militare di Augusta (SR). L'originalità dello studio risiede nel fatto che la valutazione del livello di progetto della struttura in elevazione tiene conto dell'influenza dei pannelli di tamponamento che, nel caso di un edificio isolato alla base, possono fornire un contributo notevole alla sovrarigidità.

SUMMARY

The problem of defining a suitable force reduction factor for a base-isolated structure (BIS) is to date unresolved. This problem, known as the BIS design level assessment, is faced in this paper by analyzing the inelastic behavior of a real reinforced concrete building constructed in Augusta, Italy. The analysis is carried out taking into account the influence of the exterior in-fill panels (i.e. the curtain walls) on the behavior of the superstructure.

1. PREMESSA

I benefici che un edificio a fondazioni mobili presenta rispetto ad uno a fondazioni fisse hanno determinato un forte interesse dei ricercatori e dei progettisti nei confronti della tecnica dell'isolamento alla base con notevole sviluppo degli studi e delle applicazioni nella maggior parte delle nazioni ad elevato rischio sismico. La validità è stata inoltre dimostrata dal buon comportamento di tali costruzioni in occasione dei recenti eventi sismici in California ed in Giappone. Il numero delle costruzioni isolate alla base ha avuto negli ultimi anni carattere quasi esponenziale.

I problemi progettuali sono tuttavia molteplici; fra questi la definizione del livello di progetto della struttura (indicato come coefficiente di struttura q) interessa per le sue implicazioni sia sul comportamento della costruzione sia sul suo costo iniziale. L'azione di un sisma di intensità superiore a quella di progetto, può comportare delle richieste di duttilità elevate a cui l'edificio potrebbe non essere in grado di far fronte. D'altra parte l'adozione di un valore troppo conservativo di q , obbliga ad un maggior dimensionamento delle sezioni resistenti il che implica un aumento dei costi di costruzione che potrebbero rendere troppo oneroso l'isolamento alla base. Negli ultimi anni sono stati effettuati numerosi lavori di

ricerca, sia per valutare il più appropriato coefficiente di struttura, sia per verificare la validità dei valori di q contenuti nelle proposte di normativa [1], [2]. In [1] gli Autori affrontano il problema analizzando una struttura in c.a. di quattro piani isolata alla base. Dal confronto con il comportamento dinamico della stessa struttura a base fissa si osserva che:

- questa risponde al terremoto di intensità media o elevata con un danneggiamento strutturale diffuso, pur conservando la sua capacità portante dopo l'evento.
- la stessa struttura isolata alla base, progettata con un coefficiente di struttura $q=1$, non presenta alcun danno e sopporta accelerazioni sensibilmente più forti, specialmente nel caso di terreno al sito rigido per il quale c'è da attendersi una maggiore efficacia dell'isolamento sismico.
- anche con un coefficiente di struttura $q=1.5$ nonostante la riduzione della soglia plastica, si hanno gli stessi vantaggi.

Da questa esperienza, a giudizio degli Autori, risulta sconsigliabile l'adozione di un coefficiente di struttura $q > 1,5$, soprattutto per terreni al sito di tipo soffice. La conclusione, peraltro condivisa da molti altri ricercatori, è che la tecnica dell'isolamento alla base può essere adottata non tanto per ottenere un risparmio economico, che peraltro può risultare significativo nel lungo periodo, ma deve garantire all'edificio una

maggiore protezione rispetto al massimo terremoto credibile per la zona. In [2] viene esaminata una struttura piana a 2 g.d.l. sottoposta ad una serie di accelerogrammi artificiali e viene presentato un metodo per ricavare direttamente i coefficienti q . Gli accelerogrammi sono ricavati dallo spettro di risposta elastico dell'EC8. L'analisi dinamica inelastica della struttura permette la determinazione degli spettri di collasso. Dal rapporto tra gli spettri elastici e gli spettri di collasso si ottengono valori di q pari ad $1/3$ circa di quelli corrispondenti ad analoghe strutture tradizionali ed in sostanziale accordo con quelli forniti dall'UBC (Uniform Building Code) del 1991, che variano da 1 a 3.

Il presente lavoro si prefigge di valutare il comportamento inelastico di una struttura in c.a. isolata alla base con un valore assegnato del coefficiente q , notevolmente superiore a quelli proposti in letteratura ma tenendo conto della presenza delle pareti di tamponamento. Negli edifici convenzionali le tamponature vengono considerate come elementi non

strutturali; tuttavia, le tipologie che si usano in Italia per questi tipi di pareti di chiusura, possono svolgere una funzione di rilevante importanza soprattutto negli edifici isolati alla base. La struttura presa in esame è quella di un edificio isolato alla base costruito recentemente ad Augusta (SR).

2. DESCRIZIONE DELL'EDIFICIO

L'edificio in questione, progettato nel 1992 e terminato nel 1994, ospita la struttura ospedaliera del comprensorio della Marina Militare. Esso ha una pianta di forma rettangolare con dimensioni uguali a m 27.22 x m 15.08 e si eleva per tre piani con struttura in c.a. costituita da sei telai trasversali e quattro logitudinali (vedi Fig. 1). I telai interni sono identici sia per geometria che per disposizione e percentuale di armatura. Identici tra loro sono anche i telai esterni, che differiscono da quelli interni per le dimensioni delle travi e dei pilastri e per armatura.

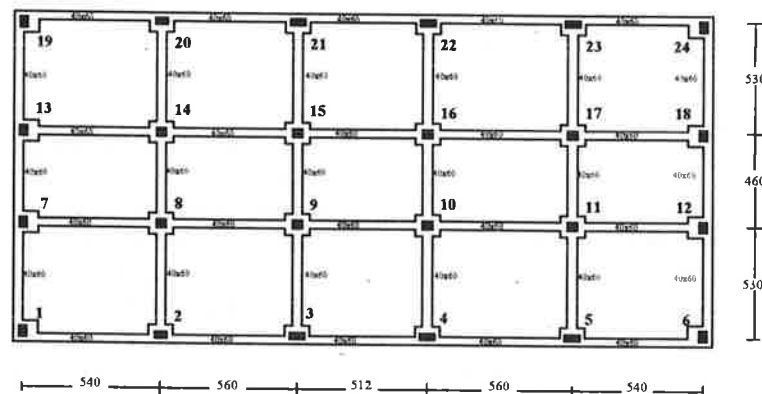


Fig. 1 - Pianta del piano di base sopra gli isolatori

Per il progetto della struttura isolata alla base si è adottato lo spettro di risposta elastica proposto dal GNDT, al 5% di smorzamento viscoso, scalato a $0,25g$, corrispondente ad un evento sismico avente magnitudo circa uguale a 6. La scelta dello spettro è conseguente ad uno studio effettuato sulla storia sismica del sito e delle caratteristiche del recente terremoto che ha interessato la zona e, soprattutto in considerazione del fatto che tale spettro presenta valori di pseudo-accelerazione di entità apprezzabile anche per alti valori del periodo. Il sistema di isolamento è stato realizzato con isolatori elastomerici armati ad elevato smorzamento di forma circolare con diametro variabile (ϕ 500 mm e ϕ 600 mm); la progettazione è stata eseguita secondo le raccomandazioni SEAOC 1990. Il calcolo delle sollecitazioni è stato condotto considerando il comportamento sia degli isolatori che

della sovrastruttura come elastico lineare. Il coefficiente di riduzione del taglio alla base per la sovrastruttura è stato posto uguale a 2,5 mentre per il progetto delle strutture di fondazione (al disotto degli isolatori) tale valore è stato assunto uguale a 1,5. Le verifiche delle sezioni sono state condotte con il metodo delle tensioni ammissibili. Il periodo proprio di vibrazione della struttura a base fissa è risultato uguale a 0.48 sec mentre quello della struttura isolata alla base è risultato uguale a 2.04 sec.

3. ANALISI DINAMICA NON LINEARE

3.1 Il modello della struttura

L'analisi dinamica inelastica, è stato eseguita limitatamente al caso in cui il sisma è diretto secondo

la direzione longitudinale dell'edificio. Per riportare il problema spaziale ad un problema piano si è deciso di trascurare la dissimmetria introdotta dal vano scale e quindi, una volta resa simmetrica rispetto all'asse longitudinale, in considerazione della rigidità dei solai nel proprio piano, la struttura è stata schematizzata come costituita da due telai accoppiati in serie (vedi Fig. 2). Il modello pseudo-spaziale così ottenuto è stato analizzato con il codice di calcolo DRAIN-2D [3]. La semplificazione introdotta ha influenza prevalentemente sulla distribuzione delle masse partecipanti relative ai primi modi di vibrare

mentre i periodi di vibrazione sono praticamente coincidenti (vedi Tab. 1). Infatti il moto dell'edificio reale è di tipo rototraslazionale mentre nel caso di struttura resa simmetrica, il moto è soltanto traslazionale. L'introduzione di questa semplificazione trova giustificazione nel fatto che si è voluto estendere l'analisi strutturale ad un organismo più complesso di un singolo telaio e che, inoltre, si è voluto esaminare l'influenza delle tamponature non più considerate solo come componenti non strutturali bensì come elementi che possono interferire con la struttura portante.

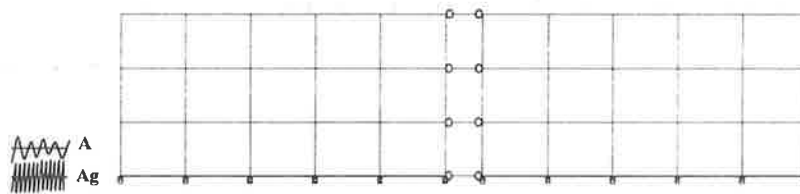


Fig. 2 - Schema strutturale pseudo spaziale

Massa (%)	Struttura Reale			Struttura Simmetrica		
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 1	Modo 2	Modo 3
dir. X	23,00	65,00	11,00	0,02	99,88	0,01
dir. Y	46,00	34,00	18,00	99,61	0,02	0,02
dir. Z	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Periodo	2,0390	2,0118	1,9530	2,0132	2,0110	1,9848

Tab. 1 - Periodi propri di vibrazione e massa partecipante al moto (%)

3.2 Le caratteristiche dell'input sismico

La struttura costituita da due telai in serie è stata sottoposta ad una serie di 12 accelerogrammi artificiali ottenuti dallo spettro elastico GNDT; sei di questi accelerogrammi sono relativi al terreno di tipo rigido S1 e gli altri sei sono relativi al terreno di tipo soffice S2. Fra tutti questi accelerogrammi sono stati selezionati i due più severi per la struttura in oggetto, sia per suolo rigido che per il suolo soffice. Tali accelerogrammi sono stati indicati nel seguito con la sigla GNDT5 e, relativamente a questi, vengono riportati i risultati dell'analisi strutturale. Oltre agli accelerogrammi artificiali ne sono stati usati altri cinque reali in modo da coprire caratteristiche dinamiche differenziate. Infatti sono stati presi in considerazione accelerogrammi i cui spettri di risposta presentano elevati valori delle accelerazioni spettrali in un ampio intervallo di periodi. Si tratta di accelerogrammi di due terremoti italiani e di tre nord-americani: Friuli (Tolmezzo 1976) con accelerazione di

picco (PGA) uguale a 0.31g, rappresentativo di suolo rigido, Campano-Lucano (Bagnoli 1980) con PGA uguale a 0.19g, rappresentativo di suolo soffice, El Centro (1940) con PGA uguale a 0.35g e Taft (1952) con PGA di 0.16g, tipici di suolo soffice, Parkfield (1966) con PGA di 0.35g, tipico di suolo rigido. Tutti questi accelerogrammi sono stati scalati a 0.25g; due di questi (Parkfield e El Centro) sono stati applicati anche non scalati. Gli accelerogrammi di calcolo per la sovrastruttura, filtrati dal sistema di isolamento, sono stati ottenuti mediante il codice di calcolo 3D-BASIS [4]. La Fig. 3 mostra l'attenuazione dei livelli di picco operata dal sistema di isolamento. Dall'ispezione dei grafici si può osservare come la diminuzione di accelerazione rispetto a quella del terreno sia considerevole per i terreni di tipo rigido (mediamente il 60%) mentre è più contenuta nel caso di terreni soffici (mediamente il 30%). Nella Fig. 4 sono messi a confronto gli accelerogrammi GNDT5-S2 e GNDT5-S1 al disotto ed al disopra degli isolatori.

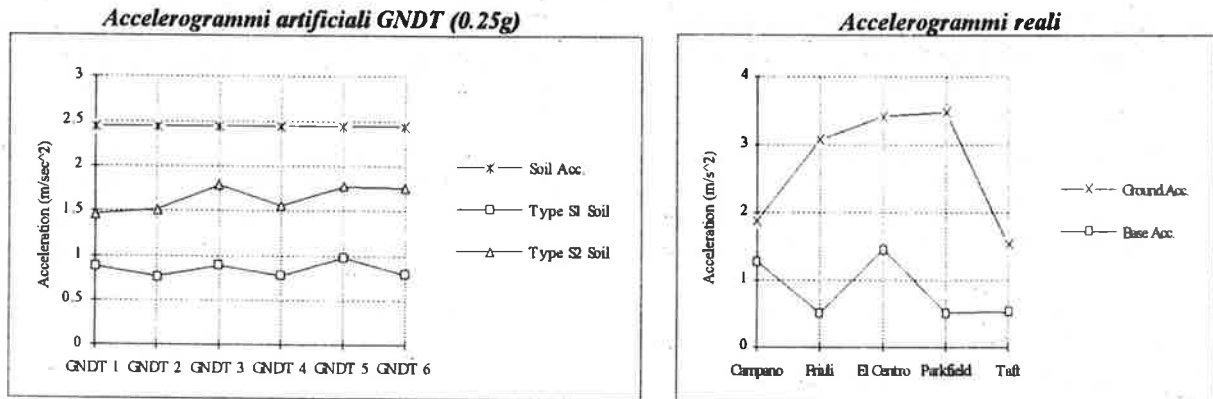


Fig. 3 - Attenuazione dei livelli di picco dell'accelerazione per effetto dell'isolamento sismico

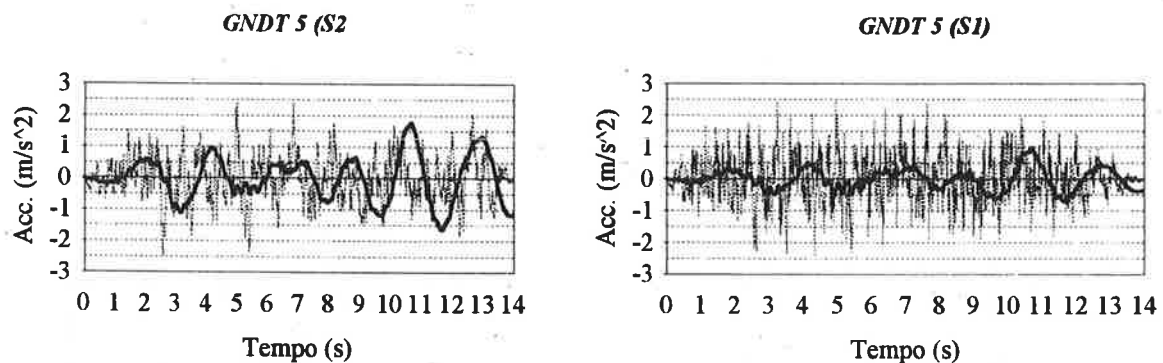


Fig. 4 - Accelerogrammi artificiali

3.3 Caratteristiche dei materiali

La struttura è stata realizzata con calcestruzzo di classe 30 MPa ed acciaio tipo FeB44k; la tamponatura esterna è stata realizzata con una muratura a cassetta con paramento esterno costituito da mattoni in laterizio doppio UNI e malta di cemento e paramento interno costituito di mattoni a 8 fori e malta di cemento. Le caratteristiche elasto-meccaniche sono state desunte dai dati ottenuti da sperimentazioni eseguite su pannelli murari nel laboratorio dell'Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Ancona:

- Modulo elastico normale = 6500 MN/m^2
- Modulo elastico a taglio = 2955 MN/m^2
- Modulo di Poisson = 0.1
- Tensione tangenziale al limite elastico = 0.25 MN/m^2
- Tensione tangenziale caratteristica = 0.125 MN/m^2 .

Nella Fig. 5 è rappresentato il legame costitutivo per le tamponature. Come si può osservare il legame è di tipo duttile-leggermente incrudente. La lunghezza del pianerottolo plastico è stata considerata uguale a 1,2 volte la deformazione al limite elastico. In realtà la tamponatura presenta un certo decadimento delle sue caratteristiche con il proseguire del numero di cicli. Tuttavia la presenza del sistema di isolamento

diminuisce in modo considerevole sia in numero che in ampiezza i cicli rispetto ad una struttura a base fissa per cui appare lecito il modello isteretico assunto nell'analisi.

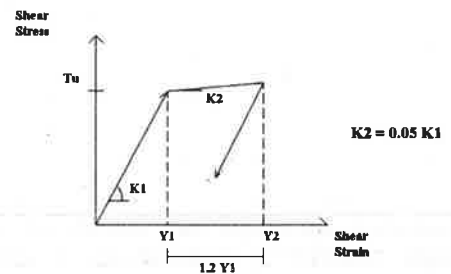


Fig. 5 - Legame costitutivo della tamponatura

3.4 Parametri di controllo del comportamento strutturale

L'analisi dinamica inelastica è stata condotta sia sulla struttura nuda che su strutture provviste di tamponature collaboranti schematizzate in Fig. 6. Dai risultati dell'analisi sono stati estrapolati i seguenti parametri significativi:

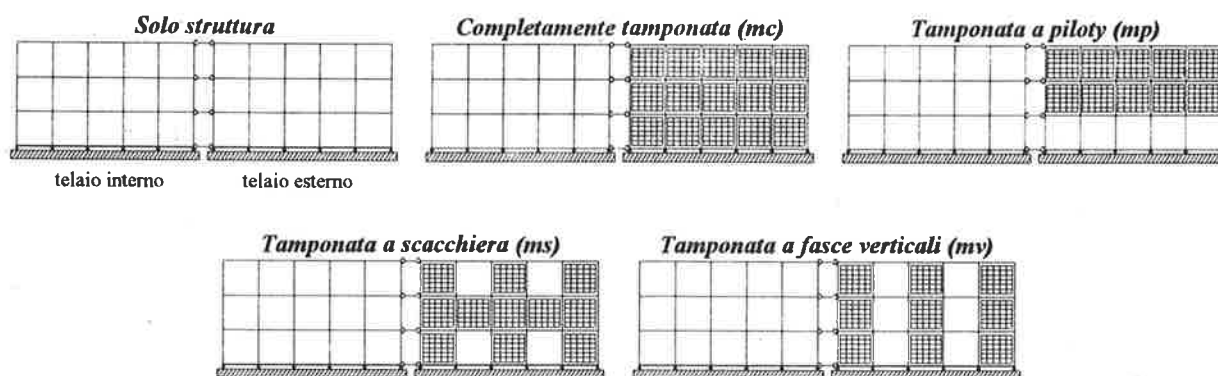


Fig. 6 - Schematizzazioni struttura e tamponature

■ Cerniere plastiche e loro localizzazione

La Tab. 2 riporta il numero e la posizione delle cerniere plastiche che si formano a seguito del GNDT5 (S2). Nella Fig. 7 sono illustrati gli schemi dei due telai senza e con tamponature, le cerniere e le lesioni nei pannelli murari. L'accelerogramma GNDT5 (S1) non ha provocato danni né alle strutture né alle tamponature. Si può osservare il consistente miglioramento del comportamento dei telai in presenza delle tamponature rispetto a quello nudo. Fra le varie

distribuzioni di pannelli di tamponamento considerate, quella a fasce verticali risulta meno efficiente. La struttura infatti accusa la formazione di due cerniere. Su questa particolare tipologia sono stati applicati gli accelerogrammi reali scalati a 0.25g. I risultati (vedi Tab. 3 e Fig. 8) hanno evidenziato un comportamento elastico nel caso di suolo rigido e la comparsa di un numero molto limitato di cerniere plastiche sulla struttura e di contenuta fessurazione sulle tamponature nel caso di suolo soffice.

TIPO	Telaio interno		Telaio esterno		
	Pilastrò	Trave	Pilastrò	Trave	Tamponatura
Struttura nuda	4	4	0	9	/
mc	0	0	0	0	0
mp	0	0	0	0	0
ms	0	0	0	0	9
mv	1	0	0	1	7

Tab. 2 - Cerniere plastiche formatesi nella struttura

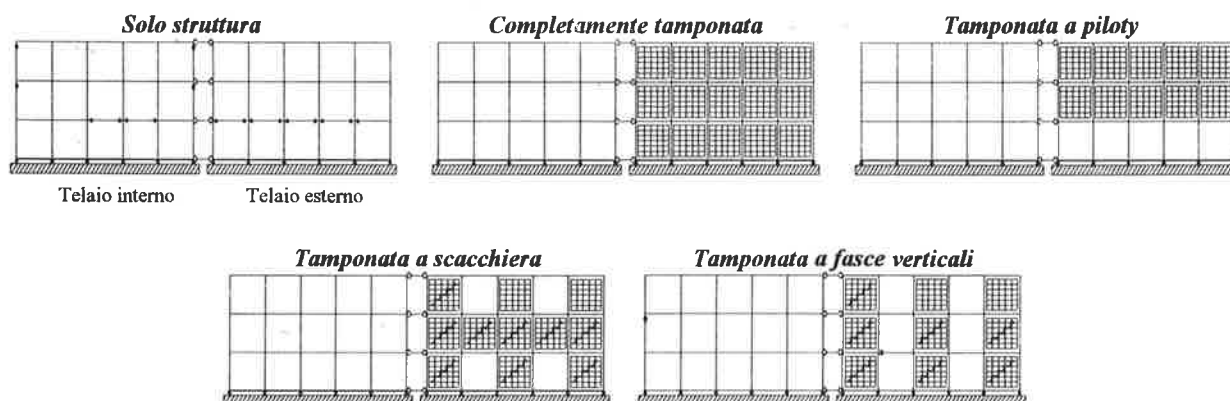
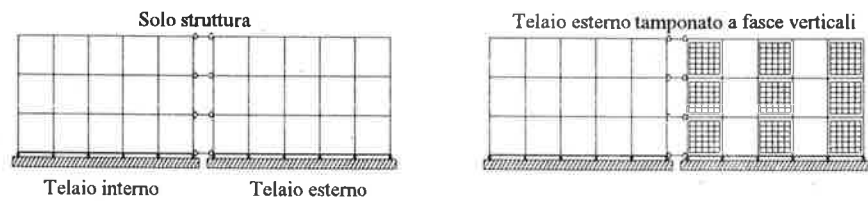


Fig. 7 - Localizzazione cerniere plastiche formatesi nella struttura

SISMI	Struttura nuda				Struttura tamponata				
	Telaio interno		Telaio esterno		Telaio interno		Telaio esterno		
	Pilastro	Trave	Pilastro	Trave	Pilastro	Trave	Pilastro	Trave	Tamponatura
Friuli	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Campano	3	3	0	4	0	0	0	0	6
El Centro	1	1	0	0	0	0	0	0	0
Taft	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gndt5 (S1)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gndt5 (S2)	4	4	0	9	1	0	0	1	7

Tab. 3 - Cerniere plastiche formatesi nella struttura

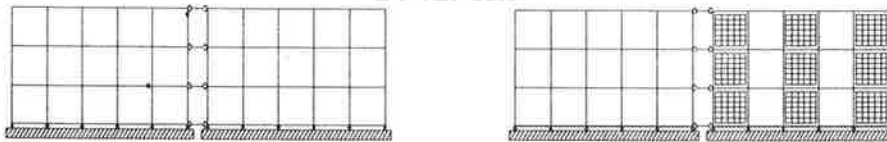
FRIULI



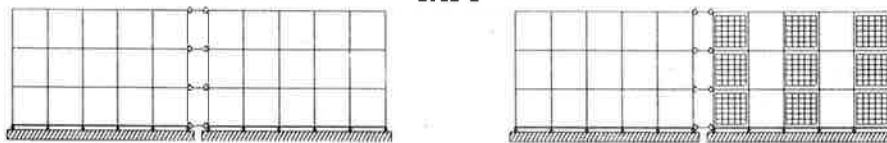
CAMPANO



EL CENTRO



TAFT



GNDT5 S1



GNDT5 S2



Fig. 8 - Localizzazione cerniere plastiche formatesi nella struttura

■ Accelerazioni assolute di piano

I grafici della Fig. 9 riportano i valori di picco delle accelerazioni assolute di piano sia nel caso di struttura nuda che tamponata. Come si può osservare, in presenza di tamponature si verificano aumenti anche consistenti dei valori dell'accelerazione. Questo comportamento è più accentuato in genere per i terreni

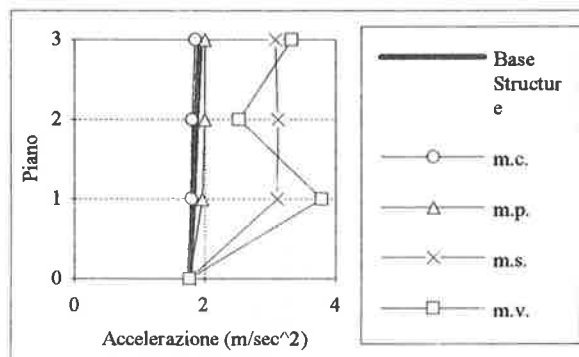


Fig. 9 - Andamento accelerazioni assolute di piano

■ Spostamenti assoluti e relativi dei piani

I diagrammi delle Fig. 11 e 12 mostrano rispettivamente gli spostamenti assoluti di piano e gli indici di spostamento di interpiano (rapporti tra gli spostamenti di interpiano e l'altezza di interpiano) per le diverse tipologie strutturali con riferimento all'accelerogramma GNDT 5 (S2). Nella Fig. 13 è

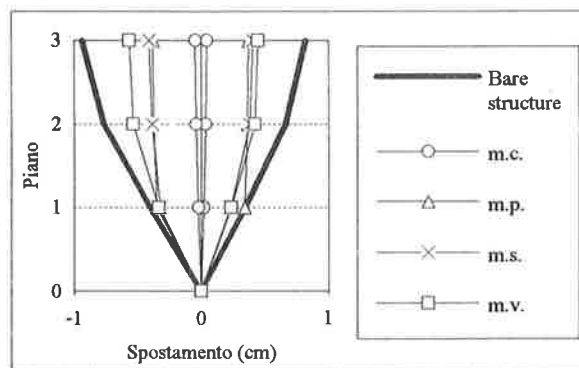


Fig. 11 - Spostamenti assoluti di piano

Accelerogramma GNDT 5 (S2)

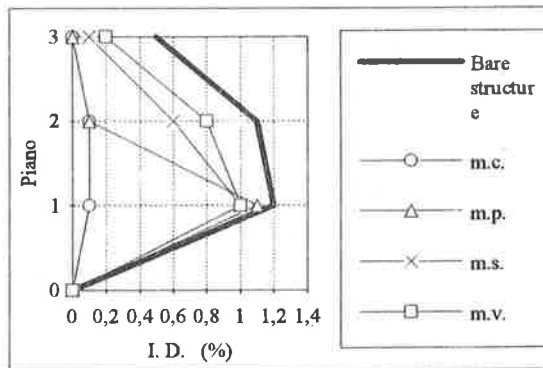


Fig. 12 - Indici di spostamento di interpiano

■ Duttilità di piano

La richiesta di duttilità è fortemente influenzata dalla presenza delle murature di tamponamento. Nella Fig. 15 sono riportate le richieste di duttilità ai vari piani per tutti gli accelerogrammi artificiali e reali nel caso di struttura nuda e con murature collaboranti (tipologia mv). È evidente la significativa riduzione che si ottiene soprattutto nel caso di suolo rigido.

di tipo soffice. Queste variazioni potrebbero essere dovute ad un fenomeno di tipo impulsivo, dato dal brusco rilascio di energia conseguente alla rottura dei pannelli (di cui il codice DRAIN-2D tiene conto) che provoca oscillazioni ad elevata frequenza ed ampiezza (Fig. 10).

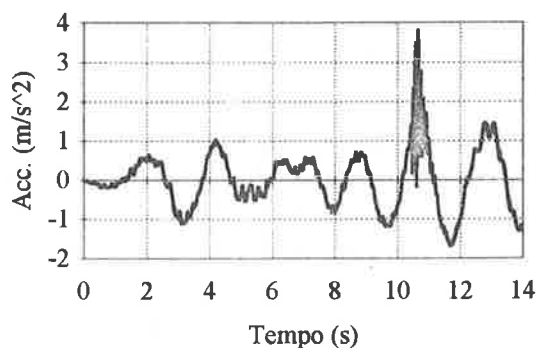


Fig. 10 - Time histories accelerazione 1° piano (mv)

illustrato il comportamento deformativo della struttura con tipologia di tamponatura a fasce verticali con riferimento agli accelerogrammi reali scalati a 0.25g. Le deformate evidenziano il benefico effetto delle murature di tamponatura, in particolare nel caso di suolo rigido.

■ Energia plastica dissipata dalla struttura

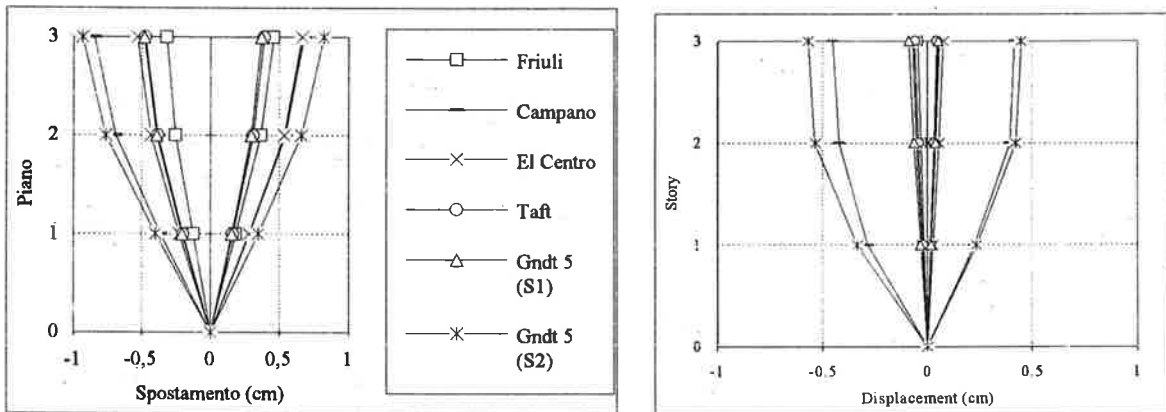
L'energia plastica dissipata dalla struttura è stata valutata calcolando l'area dei cicli di isteresi del diagramma momento-rotazione delle cerniere che si formano nella struttura durante l'evento sismico. La Fig. 15 mostra che per le strutture tamponate l'impegno plastico sia notevolmente ridotto rispetto alla struttura nuda. Tale comportamento si conferma anche

applicando l'accelerogramma artificiale GNDT5 (S2) scalato a 0.35g.

3.5 Effetto di accelerogrammi reali non scalati

L'analisi strutturale è stata completata studiando la tipologia strutturale a fasce verticali soggetta agli accelerogrammi El Centro (Elc) e Parkfield (Par) non

scalati. La distribuzione delle cerniere plastiche è illustrata nella Fig. 16. Si evidenzia l'ottimo comportamento della struttura isolata, in particolare in presenza di tamponature collaboranti e per terreni di tipo rigido. Anche per gli altri parametri considerati si ha conferma della benefica influenza delle tamponature.



Struttura nuda

Struttura tamponata

Fig. 13 - Spostamenti assoluti di piano

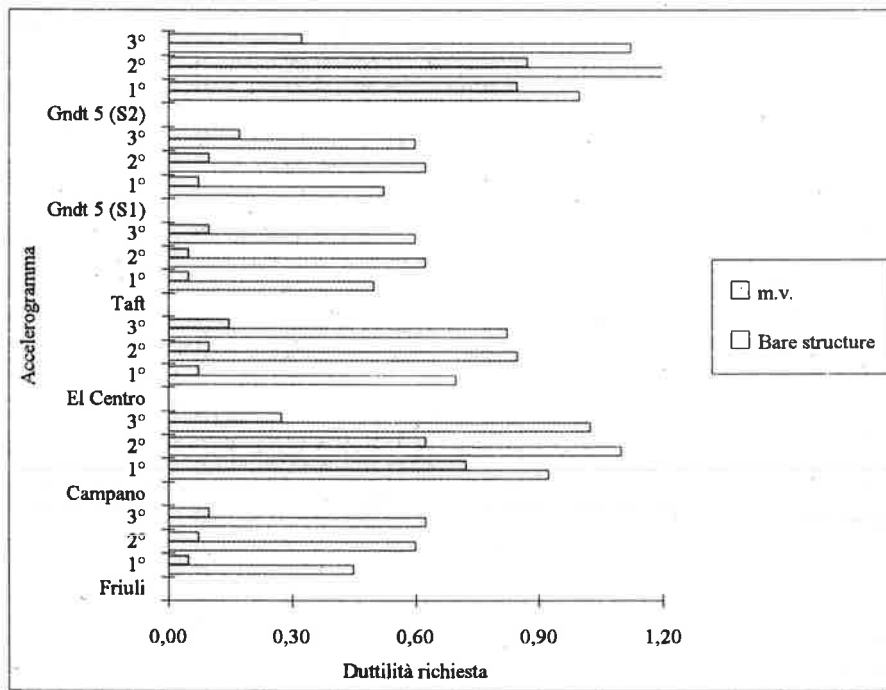
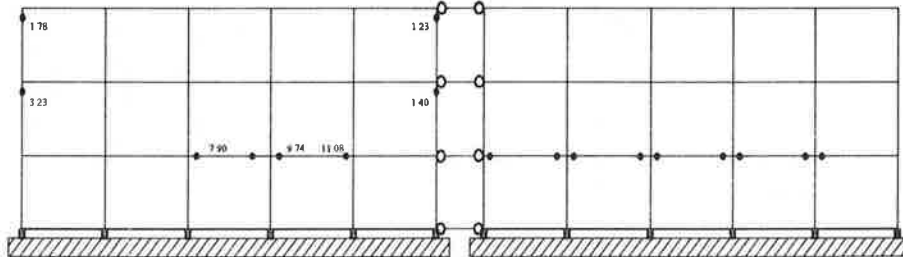
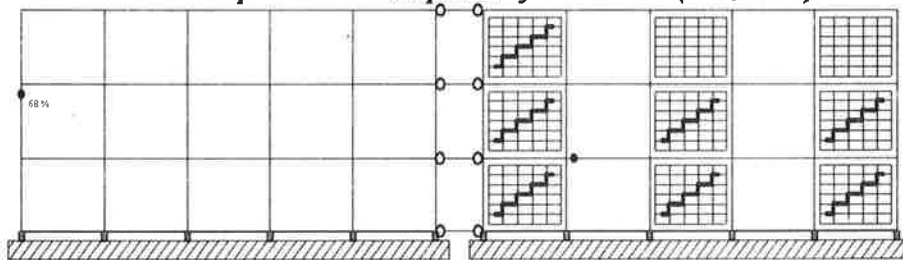


Fig. 14 - Duttilità di piano richiesta

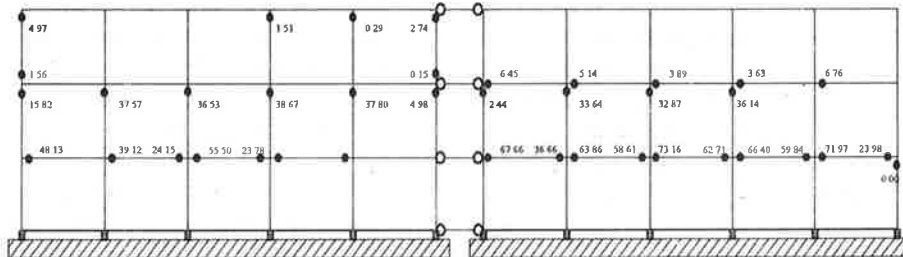
Accelerogramma GNDT 5 (S2) a 0.25g
Solo struttura



Struttura con parete esterna tamponata a fasce verticali (riduzione %).



Accelerogramma GNDT 5 (S2) a 0.35g
Solo Struttura



Struttura con parete esterna tamponata a fasce verticali (riduzione %).

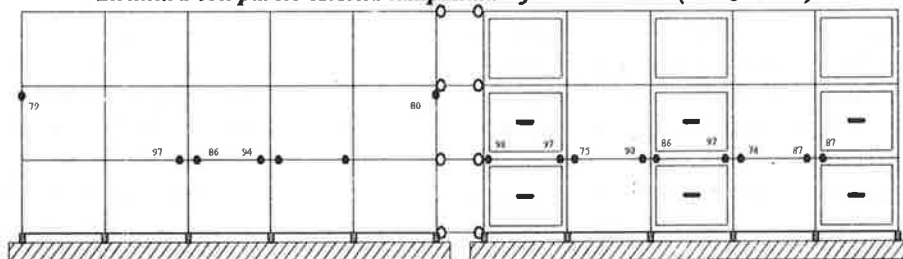


Fig. 15 - Valutazione della plasticizzazione della struttura.

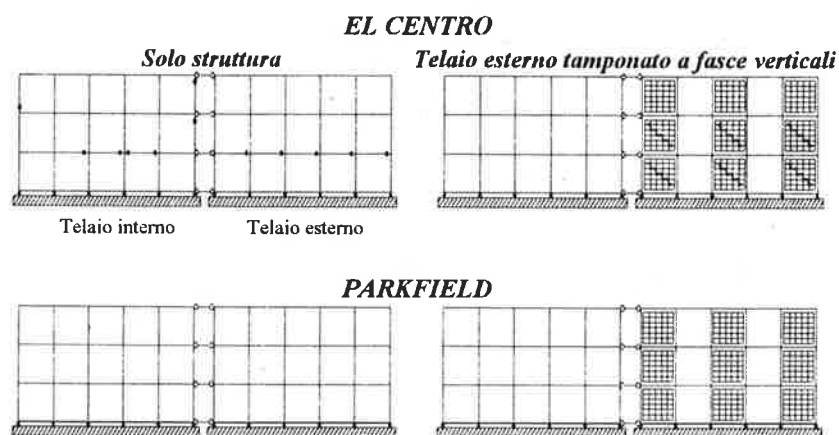


Fig. 16 - Localizzazione delle cerniere plastiche

4. CONCLUSIONI

I risultati dell'analisi evidenziano che il coefficiente di struttura dovrebbe essere diversificato in funzione del tipo di terreno. Nel caso di suolo tipo rigido, l'adozione di coefficienti di struttura elevati (2,5÷3) appare sufficientemente prudente (almeno per il caso esaminato). Si è visto infatti che la struttura, progettata per un'accelerazione di 0,25g, sopporta senza danni accelerogrammi reali non scalati con PGA di 0,35g. Diverso è il discorso per il caso di suolo di tipo soffice. Pur non presentando situazioni preoccupanti, si è rilevata la presenza di danno nella struttura che consiglia scelte più prudenti in merito al coefficiente q .

Dall'analisi svolta si rivela un notevole miglioramento del comportamento strutturale considerando il contributo delle tamponature, con minori spostamenti di piano sia relativi che assoluti, a cui consegue una diminuzione dell'impegno plastico e minori danni strutturali. Da quanto detto emerge che nel caso di suoli soffici si dovrebbe dedicare maggiore attenzione alla progettazione delle tamponature munendole di leggere armature, in modo che esse possano costituire una seconda linea di protezione per l'edificio.

Relativamente al valore delle accelerazioni di piano in presenza di tamponature, mentre nel caso di suolo di tipo rigido queste si mantengono praticamente costanti con l'altezza, nel caso di suolo di tipo soffice si ha invece un aumento che in qualche caso è considerevole. Questo aumento sembra imputabile all'istaurarsi di una

sollecitazione impulsiva dovuta al brusco rilascio di energia al momento della rottura delle tamponature.

I risultati delle analisi dinamiche svolte su un prototipo di edificio isolato alla base dimostrano che un valore del coefficiente di struttura basato unicamente sul comportamento degli elementi strutturali appare troppo conservativo e che potrebbero essere adottati anche coefficienti di struttura più grandi di quelli riportati nella letteratura se si considerano gli effetti benefici delle tamponature.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] B. Calderoni, A. De Crescenzo, A. Gherzi, G. Serino «La definizione del livello di progetto per le strutture isolate alla base», 6° Convegno Nazionale "L'ingegneria sismica in Italia", Perugia 13-14-15 Ottobre 1993, Vol. 1, pagg. 215~224.
- [2] B. Palazzo, L. Petti «Fattori di riduzione per strutture isolate alla base», L'ingegneria sismica in Italia, Perugia 13-14-15 Ottobre 1993.
- [3] A. E. Kannan, G. H. Powell «DRAIN 2D: a General Purpose Computer Program for Dynamic Analysis of Inelastic Plane Structures», Report EERC 73-6, University of California, Berkeley, 1973.
- [4] S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn and M. C. Constantinou «3D BASIS: Nonlinear Dynamic Analysis of Three-Dimensional Base Isolated Structures: Part 2», Report NCEER-91-0005, Department of Civil Engineering State University of New York at Buffalo, 1991.

PROPOSTA PER UNA BANCHINA PORTUALE CON RILEVANTE PROFONDITÀ DI DRAGAGGIO, PRIVA DI RITEGNO SOMMITALE

Andrea BECCATI
Ingegnere Civile, Studio Tecnico Associato EN.SER.
FAENZA (RA)

Giancarlo GUADAGNINI
Ingegnere Civile, Studio Tecnico Associato EN.SER.
FAENZA (RA)

Maurizio MERLI
Professore Associato di Costruzione di Ponti, presso la Facoltà di Ingegneria della Università di Bologna
BOLOGNA

SOMMARIO

Nella presente nota si tratta della soluzione progettuale proposta per una banchina portuale di rilevante altezza per la quale non si possono utilizzare tiranti ancorati in profondità. Dopo la descrizione della configurazione attuale della banchina, si esaminano gli aspetti geologico-geotecnici del problema e si forniscono indicazioni sulle modalità esecutive. Si illustrano poi i criteri di calcolo adottati e le fasi analitiche del procedimento di soluzione agli elementi finiti, nonché i principali risultati in termini di diagrammi di deformazione e sollecitazione.

SUMMARY

The paper presents a design proposal for an harbour dock of considerable height, in an area where it is not possible to adopt soil anchors. After having shown the present situation, the geologic-geotechnical problems are examined and the technical details discussed. The design criteria adopted and the main features of the analytical solution, based on the finite element method, are subsequently shown. Moreover, the settlement evaluation and the most significant bending moment diagrams are presented.

1. PREMESSA

Nell'ambito del progetto esecutivo per l'allargamento del Canale Candiano nel porto di Ravenna, si è studiata una tipologia di banchina in calcestruzzo armato, in grado di sostenere a sbalzo una rilevante altezza di sbancamento con deformazioni relativamente limitate.

L'intervento proposto consente in effetti di sostituire l'attuale difesa di sponda portando il fondale del porto canale ad una profondità di -11.50 m rispetto al livello del medio mare: la difficoltà progettuale è legata alla circostanza che la presenza di fabbricati a ridosso della banchina non consente la realizzazione di ancoraggi profondi per il vincolamento della sommità nei confronti degli spostamenti orizzontali, proprio quando la salvaguardia degli stessi fabbricati richiederebbe tale vincolamento.

Per la realizzazione della banchina si intende utilizzare una tecnologia esecutiva consolidata e relativamente conveniente dal punto di vista economico, sopprimendo ai condizionamenti progettuali

imposti con una non consueta organizzazione di elementi strutturali semplici (fig. 1). In sostanza si prevede l'impiego di un complesso di diaframmi in conglomerato cementizio armato gettati in opera, organizzati in struttura scatolare reagente a gravità, irrigidita anteriormente da diaframmi trasversali, eseguiti a partire da una quota leggermente inferiore a quella di dragaggio; il collegamento dei vari diaframmi della struttura scatolare, fornito dalla sagomatura dei giunti, è reso efficace in sommità con la realizzazione di una soletta nervata, in grado di sopportare il carico trasmesso dal terreno sovrastante e quindi di ridurre le spinte sulla parte a sbalzo.

L'effetto irrigidente dei diaframmi trasversali anteriori eseguiti al di sotto della quota di dragaggio, tenendo conto anche delle incertezze derivanti dalle modalità esecutive, è stato stimato con riferimento a schematizzazioni semplificate, ma sostanzialmente in grado di cogliere le situazioni limite di comportamento più significative.

Per la individuazione dello stato di sollecitazione e di deformazione dell'opera, non potendo utilizzare le soluzioni analitiche tradizionali [1] [2] in ragione della

complessità del sistema strutturale, si è fatto ricorso ad un codice di calcolo ad elementi finiti, specifico per lo studio dei sistemi piani di deformazione [3]; tale codice è in grado di fornire una modellazione bidimensionale, tenendo conto del comportamento non lineare sia meccanico sia geometrico del terreno e quindi consente un'analisi accurata del problema.

L'indagine svolta si inquadra nell'ambito di un più generale intervento di studio e progettazione di opere portuali, sviluppato nel corso di vari anni, tenendo conto della complessa problematica geotecnica e strutturale legata a questo tipo di opere (parametri di resistenza e deformazione del terreno, modellazione degli elementi irrigidenti, modalità esecutive, problemi di durabilità); ovviamente di tali problematiche traspaiono riflessi evidenti nello studio sviluppato.

2. DESCRIZIONE DELLO STATO DI FATTO

La porzione di sponda interessata dall'intervento proposto, avente un'estensione di circa 290 m, attualmente è protetta da una banchina costituita da palancole prefabbricate (fig. 2), progettata per un fondale a profondità di 5.00 m rispetto alla quota del medio mare (assunta come quota 0.00); il fondale parte in effetti da quota -5.00 m e si approfondisce con pendenza circa pari a 1 su 4.

Il ciglio della banchina esistente dista una cinquantina di metri da una zona urbanizzata con svariati nuclei abitativi (fig. 3), ma, per agevolare la navigabilità nell'antistante Canale Candiano e seguire le linee ispiratrici del Piano Regolatore portuale, si è proposto un arretramento di tale ciglio, con riduzione a

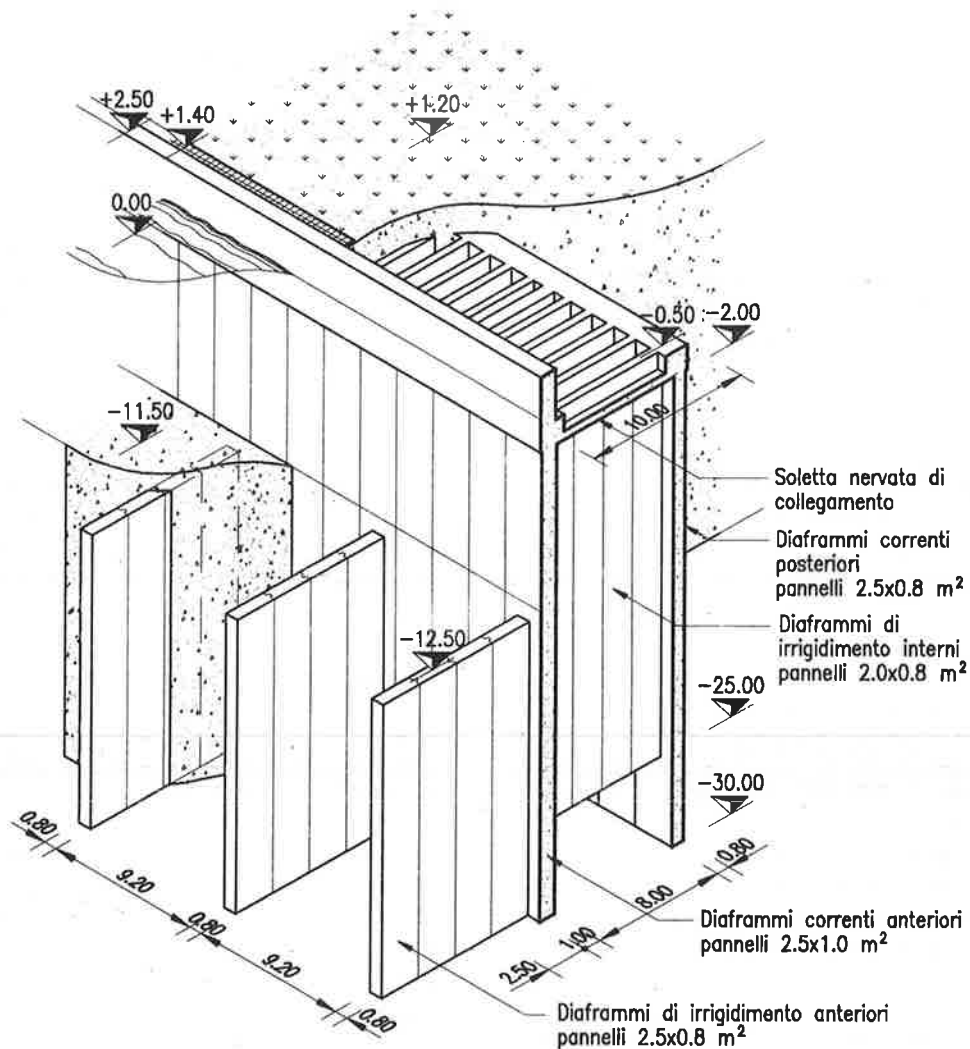


Fig. 1: Rappresentazione assometrica della struttura proposta

circa 12 m della distanza dagli edifici retrostanti.

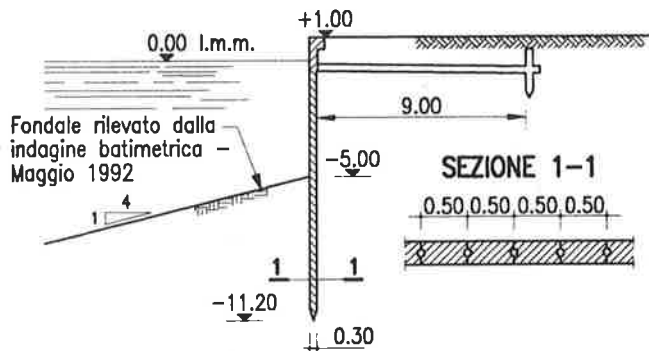


Fig. 2: Palancole prefabbricate esistenti

Riducendosi l'ampiezza della fascia demaniale, non è possibile realizzare tiranti profondi, il cui bulbo attivo verrebbe ad ancorarsi in corrispondenza di superfici di proprietà privata.

Come accennato in premessa, è sembrato pertanto opportuno far affidamento ad una struttura scatolare reagente a gravità.



Fig. 3: Planimetria della zona di intervento

3. CARATTERIZZAZIONE GEOLOGICO - GEOTECNICA DEI TERRENI INTERESSATI DALL'OPERA DI SOSTEGNO

3.1. Inquadramento geologico

L'area direttamente interessata dall'intervento, situata a Nord-Est di Ravenna, si inserisce nel complesso panorama geologico del bacino sedimentario subsidente padano-adriatico il cui assetto attuale si è sviluppato in più fasi.

Durante il Quaternario e probabilmente il Pliocene superiore, per fenomeni congiunti di sedimentazione e

subsidenza, si è giunti al completo ricoprimento delle strutture profonde e all'assetto geomorfologico e geostrutturale attuale; in sostanza nel sottosuolo dell'area direttamente interessata dal presente studio è presente una successione di depositi formati in ambiente marino-costiero o deltizio e lagunare-continentale.

Per quanto concerne la successione stratigrafica delle varie unità presenti in superficie, si è tentato di individuare un collegamento con la storia geologica locale ed il relativo ambiente di deposizione.

Vistose regressioni e trasgressioni marine si sono verificate nel corso dell'ultimo milione di anni; in particolare durante l'ultima grande glaciazione (Wurmiano 17.000 + 20.000 anni fa) il livello del mare si è abbassato di oltre 100 m trasformando tutto l'alto Adriatico in una piana alluvionale. Numerosi sondaggi geotecnici, eseguiti sulla piattaforma adriatica per la ricerca di idrocarburi, hanno rivelato la presenza, nella parte superficiale del fondale marino, di sedimenti di ambiente continentale depositi durante la regressione wurmiana; tali depositi sono presenti grossomodo al di sotto dei 25 m di profondità dal piano di campagna.

Successivamente ha avuto inizio, a seguito della deglaciazione, una grande trasgressione marina.

Con l'inizio del periodo Olocenico (10.000 anni fa) la trasgressione è continuata gradualmente ed il mare avrebbe raggiunto il suo livello attuale 5.000 + 6.000 anni fa subendo successivamente variazioni di livello contenute entro 1 m. Durante la trasgressione olocenica le vaste aree lagunari che si formavano con l'avanzata del mare venivano ricoperte da sabbie delle varie linee di spiaggia successivamente ricoperte da depositi marini più fini.

I depositi di questo periodo sono collocati orientativamente tra i 10 + 15 ed i 25 m di profondità, e sono costituiti prevalentemente da argille limose molli (pressoché normalconsolidate) di ambiente marino con lenti sabbioso-limose intercalate.

Al di sopra di tale unità si ritrova, su tutta l'area, uno strato sabbioso che rappresenta i sedimenti litorali della fase più recente (post-romana) della regressione tuttora in atto del ciclo sedimentario olocenico.

In sintesi sono riconoscibili le seguenti unità:

Unità 1: sabbie medio fini localmente limose recenti, con eventuale interposizione di lenti argilloso-limose molli, di ambiente marino costiero o di spiaggia.

Unità 2: argilla limosa e limo argilloso localmente sabbiosi normalconsolidati di ambiente marino costiero (delta-lagunare) attribuibili agli ultimi 2000 + 3000 anni, seguiti da alternanze di limi argillosi e sabbie rispettivamente di ambiente costiero di delta e di spiaggia probabilmente attribuibili alla trasgressione olocenica.

Unità 3: limi argillosi consistenti alternati a sabbie limose e sabbie probabilmente attribuibili ad ambiente lagunare, continentale e marino-costieri formati durante il Pleistocene superiore e l'Olocene.

3.2. Inquadramento geotecnico

Nella zona è stata condotta una specifica campagna di indagini geotecniche, comprendente prove penetrometriche statiche (fig. 4), prove con dilatometro, sondaggi con prelievo di campioni e prove di laboratorio su tali campioni.

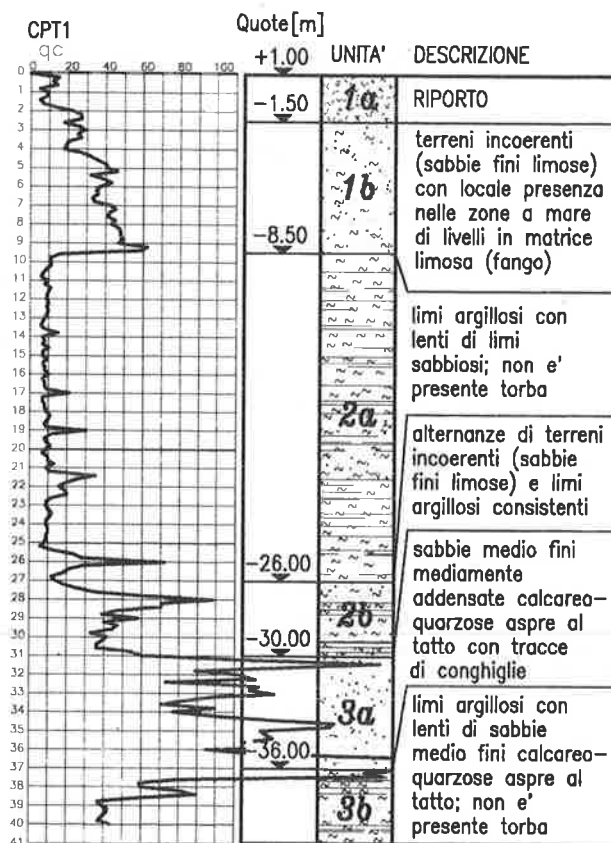


Fig. 4: Diagramma di resistenza alla punta penetrometrica e stratigrafia di riferimento

Sulla base di analisi aventi per oggetto il riconoscimento della stratigrafia, del grado di sovraconsolidazione, dei parametri di resistenza al

taglio e di deformabilità in condizione drenata e non, nonché dalla precedente caratterizzazione geologica, si è pervenuto alla caratterizzazione geotecnica illustrata nella tabella seguente.

Tabella 1: Caratterizzazione geotecnica

Unità	γ [kN/m ³]	c_u [kPa]	c' [kPa]	ϕ' [°]	E' [MPa]
1a	19.0	--	0	30	4+20
1b	19.0	--	0	30	5+10
2a	18.5	20+40	0	27	1.5+5
2b	19.0	--	0	32	10+20
3a	19.0	--	0	35	15+40
3b	19.0	100	0	30	10+40

4. MODALITÀ ESECUTIVE ED ASPETTI TECNOLOGICI

4.1. Mezzi di scavo

I diaframmi in c.a. vengono solitamente realizzati eseguendo lo scavo del terreno con benne mordenti di tipo meccanico o idraulico, posizionate su gru cingolate di media portata (30+42 t). Le valve sono intercambiabili, in modo tale da permettere lo scavo, con unica attrezzatura, di un'ampia gamma di pannelli di terreno (spessore 500+1200 mm, larghezza 2000+3000 mm).

Le moderne attrezzature dispongono di benne di elevato peso (7+12 t) e della possibilità di ruotare la benna di 180° attorno all'asse verticale; questo permette, alternando le bennate, di ridurre notevolmente i problemi di verticalità che possono diventare sensibili per scavi a profondità superiore ai 20 m.

Una deviazione di verticalità dell'ordine dell'1% è comunque da considerarsi nella norma [4], a meno di ricorrere alle cosiddette "benne attive", di recentissima introduzione, che, disponendo di strumenti di misura e di appositi attuatori nelle guide della benna, permettono il controllo e la correzione della verticalità durante lo scavo.

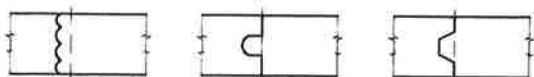
E' anche possibile realizzare lo scavo mediante frese, che, però, sono scarsamente diffuse in Italia.

4.2. Caratteristiche dei pannelli

Lo scavo viene solitamente eseguito con la tecnica dei pannelli primari e di chiusura; nel caso specifico sono previsti pannelli con spessore di 800 e 1000 mm e larghezza pari a 2000 e 2500 mm.

I giunti fra pannelli possono essere organizzati in modo tale da garantire un efficace contatto tra getti successivi (giunto "a canne d'organo", "tipo Milano" o con palancola, fig. 5), anche se, tranne che in casi eccezionali in cui si fa ricorso a tecniche particolarmente complesse, non è possibile garantire la continuità delle armature orizzontale fra i diversi pannelli.

TIPOLOGIA DEI GIUNTI

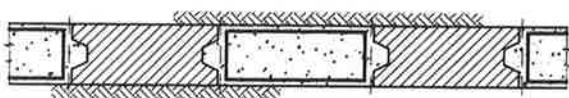


a canne d'organo, tipo "Milano", con palancola

ESEMPIO DI SEQUENZA OPERATIVA



scavo e getto pannelli primari



estrazione palancole, scavo e getto pannelli di chiusura

Fig. 5: Esempi di giunti fra i pannelli di diaframma

4.3. Modalità di scavo

Di particolare rilevanza è il problema del sostentamento dello scavo, difficoltoso in presenza di terreni sciolti o molto soffici in prossimità della superficie del terreno e, ancor più, in presenza di falda superficiale.

Nel caso specifico, vista anche la possibile presenza di acque di falda di media o alta salinità per la prossimità al mare e l'alta permeabilità dello strato superiore di terreno, è prevista l'adozione di particolari accorgimenti, fra i quali:

- l'esecuzione dello scavo da un piano di lavoro opportunamente rialzato rispetto all'attuale piano di campagna, in modo tale da permettere una continua e sensibile prevalenza della pressione idraulica del fango utilizzato per il sostegno dello scavo rispetto alla falda preesistente nel terreno;
- la costruzione di travi di correa, da utilizzarsi come guida per la benna mordente, di altezza pari ad almeno 1/2 della massima dimensione della sezione in pianta dello scavo;
- lo studio preliminare in sito del fango di sostegno dello scavo, eventualmente ricorrendo a fanghi polimerici ad evitare problemi di flocculazione dei fanghi bentonitici in presenza di cloruri;

- un sovrabbondante dimensionamento delle attrezzature per la preparazione, mescolamento, dissabbiatura e riciclaggio dei fanghi, in modo da essere pronti alla rapida sostituzione dei fanghi in caso di necessità, con la possibilità di utilizzare fanghi plastici indurenti in caso del verificarsi di problemi di stabilità dello scavo;
- l'uso di adeguate attrezzature e maestranze in modo tale da garantire una esecuzione quanto più possibile rapida dello scavo, del dissabbiamento, della posa delle armature e del getto.

5. ANALISI STRUTTURALE DELLA BANCHINA

Lo studio della struttura è stato orientato alla individuazione sia dello stato di sollecitazione più sfavorevole sia dello stato di deformazione massimo, con particolare riferimento alle conseguenze per gli adiacenti edifici.

Nel seguito si illustrano il programma di calcolo utilizzato, le configurazioni del sistema per cui sono state determinate sollecitazioni e deformazioni, nonché i risultati ottenuti.

5.1. Metodo di calcolo

Il programma utilizzato denominato PLAXIS (versione 6.0, 1995), è stato realizzato nell'ambito della Delft University of Technology, con il supporto scientifico delle Università di Grenoble, Oxford e Stuttgart. È un programma bidimensionale ad elementi finiti che permette di tenere conto del comportamento elastoplastico del terreno seguendo contemporaneamente, per passi successivi, la variazione di stato tensionale e deformativo nei vari punti dell'ammasso considerato e degli elementi strutturali collegati. Ove significativo è possibile tenere conto dell'influenza dello stato di deformazione sullo stato di sollecitazione (non linearità geometrica).

Il terreno è schematizzato mediante un insieme di elementi finiti di forma triangolare a quindici nodi, cui è associata una distribuzione cubica delle tensioni e delle deformazioni all'interno di ciascun elemento (essendo polinomi del 4° ordine le funzioni di forma interpolanti il campo degli spostamenti); di conseguenza il programma individua con accuratezza campi di tensione e di deformazione complessi anche con un numero di elementi relativamente limitato.

Nel caso in esame il calcolo dello stato di deformazione, in relazione alla natura prevalentemente incoerente del terreno evidenziato dalle indagini, è stato eseguito in termini di tensioni efficaci senza tener conto dell'evoluzione delle pressioni interstiziali.

Esiste la possibilità di mettere in conto la presenza di elementi lineari del tipo "beam", "truss" e geotessili resistenti solo a trazione, di considerare la presenza di molle elastoplastiche, e di ridurre le caratteristiche meccaniche del terreno a contatto con elementi di diversa natura per tener conto di effetti locali di disturbo.

Il calcolo della struttura in oggetto è stato eseguito adottando:

- per il terreno un legame costitutivo di tipo elastoplastico e il criterio di rottura alla Mohr-Coulomb;
- per le strutture elementi tipo "beam" con comportamento elastico lineare e modulo di deformazione relativo al comportamento della struttura nel lungo termine.

Per gli elementi di terreno, in figura 6 sono rappresentate, a fianco di tipici diagrammi sperimentali ottenuti mediante prove triassiali, le modellazioni adottate dal programma per la rappresentazione di:

- legame costitutivo, espresso come relazione tra la tensione deviatorica (differenza fra la tensione assiale σ_1 e la tensione di confinamento radiale σ_3) e la deformazione assiale (ϵ_1);
- relazione fra ϵ_v (deformazione volumetrica $\Delta V/V_0$) e ϵ_1 (deformazione assiale);

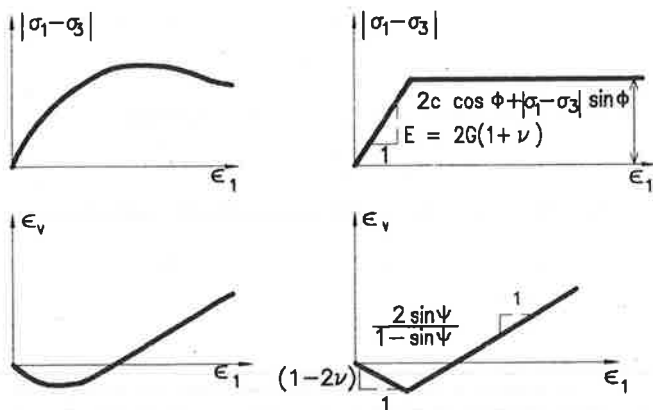


Fig. 6: Relazioni costitutive di natura sperimentale (a) e b)) e corrispondenti schematizzazioni di calcolo (c) e d))

Il calcolo, di natura non lineare, prevede la suddivisione delle diverse fasi (corrispondenti all'applicazione di nuovi carichi, o a modifiche della configurazione geometrica per scavi o riporti, o a modifiche delle pressioni idrostatiche, o a dissipazione di pressioni neutre) in passi di calcolo, ed è possibile quindi seguire l'evoluzione del sistema paratia-terreno parallelamente alle prevedibili fasi costruttive.

5.2. Configurazioni esaminate del sistema paratia-terreno

Come anticipato l'analisi dell'opera è stata orientata alla determinazione delle massime sollecitazioni sugli elementi strutturali e dello stato di deformazione della banchina, con particolare attenzione ai cedimenti degli edifici retrostanti.

In generale, in tutte le elaborazioni eseguite, si è cautelativamente fatto riferimento ad una profondità teorica di dragaggio pari a -12.00 m, leggermente superiore a quella teorica.

L'effetto dei diaframmi trasversali di irrigidimento è stato simulato considerando una maggiorazione della rigidità per gli elementi finiti corrispondenti. Tale maggiorazione è stata ottenuta assumendo come parametri fisico-meccanici del terreno irrigidito quelli derivanti dalla media pesata dei corrispondenti parametri del terreno reale e dei pannelli di calcestruzzo, assumendo come coefficiente ponderale le larghezze dei pannelli e delle porzioni di terreno intercluse. I diaframmi trasversali sono stati pertanto considerati non come elementi strutturali bensì come interventi di consolidamento del terreno.

a) *Valutazione dello stato di deformazione della struttura e dei cedimenti degli edifici retrostanti.*

La mesh utilizzata per il calcolo è rappresentata in figura 7. Le fasi di calcolo, con le quali si è cercato di seguire fedelmente le fasi costruttive dell'opera, sono le seguenti:

- * realizzazione dei diaframmi;
- * reinterro lato terra a +1.20 m;
- * scavo a -12.00 m.

Il risultato dell'elaborazione è riassunto nel diagramma degli spostamenti orizzontali e verticali rappresentato in figura 8. Nella stessa figura è anche riportato il diagramma degli spostamenti ricavati, con il medesimo metodo di calcolo, per una banchina tradizionale di uguale altezza realizzata con palancole metalliche e tiranti attivi iniettati profondi. Dal confronto fra i due diagrammi si evince che la struttura con cassoni in c.a., pur penalizzata dall'assenza di tiranti per i vincoli più sopra accennati, presenta una deformabilità ridotta rispetto alla paratia tirantata in sommità; i risultati possono essere così riassunti:

- *componente orizzontale dello spostamento:*
 - cassoni in c.a. $u_{\max} \cong 23$ mm,
 - paratia tirantata $u_{\max} \cong 33$ mm (+43%).
- *componente verticale dello spostamento:*
 - cassoni in c.a. $v_{\max} \cong 6.7$ mm,
 - paratia tirantata $v_{\max} \cong 10.9$ mm (+62%).

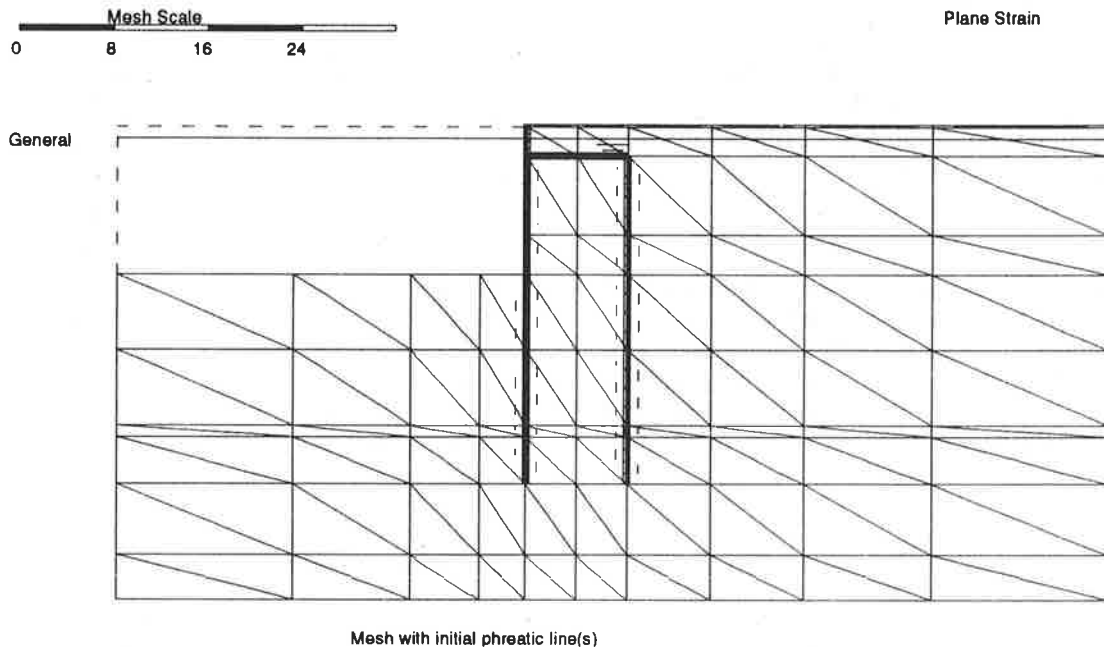


Fig. 7: Rappresentazione della mesh utilizzata per la modellazione

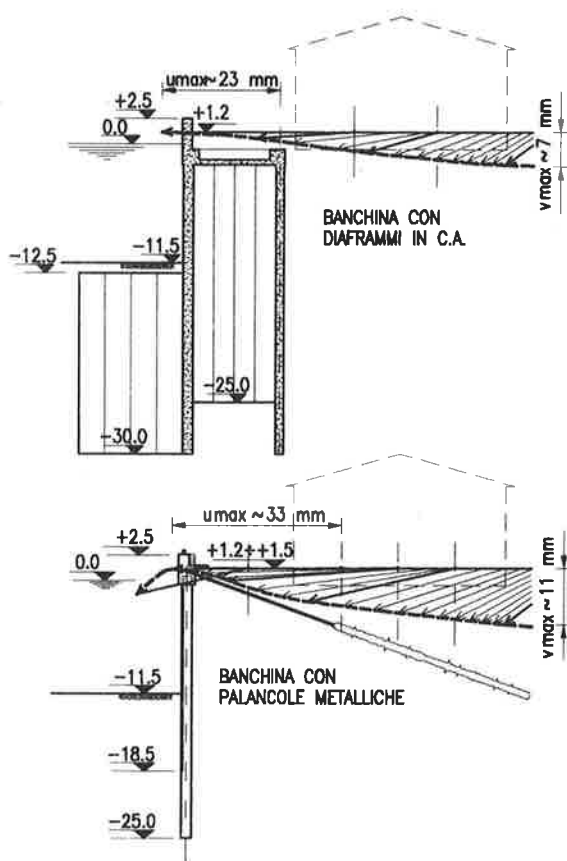


Fig. 8: Diagramma di spostamenti

b) *Valutazione delle massime sollecitazioni sugli elementi strutturali.*

La mesh utilizzata per il calcolo è la stessa adottata nel calcolo precedente. In questo caso si sono anche considerate le azioni conseguenti a:

- * sovraccarico uniformemente distribuito sulla banchina e sul terreno retrostante pari a 40 kPa;
- * dislivello di falda fra lato terra e lato canale pari a 0.50 m in condizione di marea minima;
- * azione orizzontale di 500 kN sulle bitte (reciprocamente distanziate di 25 m).

Le fasi di calcolo considerate sono le seguenti:

- realizzazione dei diaframmi;
- reinterro lato terra a +1.20 m;
- applicazione del sovraccarico lato terra di 40 kPa;
- insorgenza di una differenza di pressione idrostatica fra lato terra e lato canale pari a 5 kPa;
- scavo a -12.00 m;
- applicazione del tiro sulle bitte.

Si è inoltre eseguito un calcolo analogo al precedente senza però tenere conto dei diaframmi trasversali di irrigidimento interni ed esterni. Questa elaborazione è stata cautelativamente utilizzata per il dimensionamento e le verifiche dei diaframmi correnti anteriori in quanto:

- è possibile che la connessione fra i diaframmi trasversali e i diaframmi correnti anteriori non sia in grado di trattenere efficacemente questi ultimi;
- non è possibile realizzare una trave di collegamento che diffonda l'effetto irrigidente dei diaframmi trasversali di irrigidimento esterni sui diaframmi correnti anteriori, e pertanto alcuni di questi pannelli potrebbero, nonostante i giunti organizzati, risentire limitatamente di tale effetto.

I risultati delle elaborazioni sono riassunti in figura 9 dove è riportato il diagramma del momento flettente per i diaframmi correnti e la soletta di collegamento in sommità. Per i diaframmi correnti anteriori sono rappresentati entrambi i diagrammi relativi alle condizioni studiate.

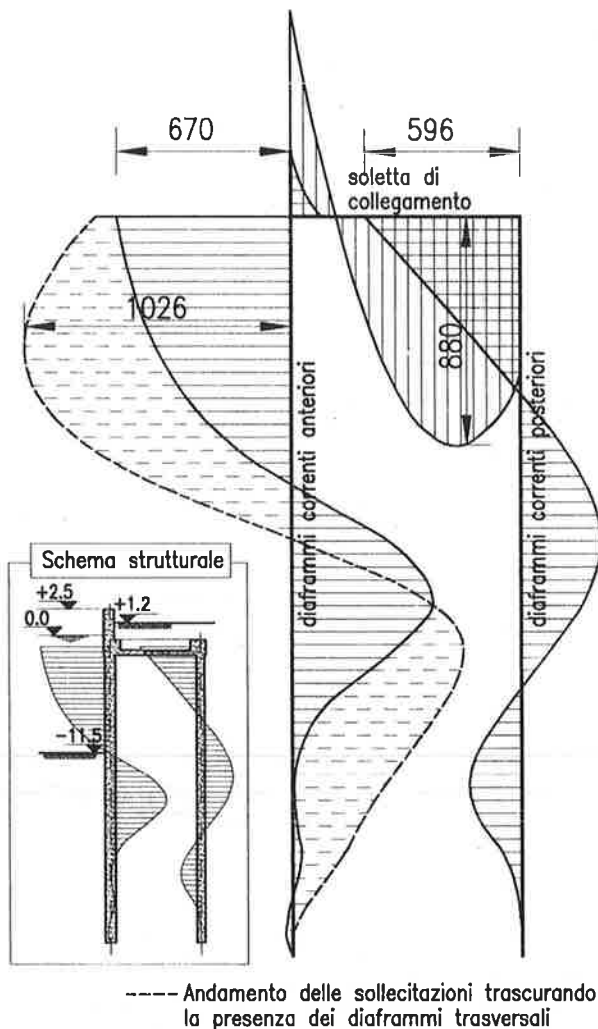


Fig. 9: Sollecitazioni flessionali [kNm/m]

6. CONCLUSIONI

L'intervento proposto, analizzato in dettaglio sia dal punto di vista geotecnico sia dal punto di vista strutturale, permette di contenere efficacemente le deformazioni, pur in assenza di dispositivi di ancoraggio profondi.

Il contenimento delle deformazioni dipende in sostanza da due circostanze: la realizzazione di una soletta in grado di trasmettere in profondità il carico di terreno sostenuto (evitando così le corrispondenti spinte sulla parete di contenimento) e l'inserimento di diaframmi di irrigidimento trasversali al piede del fronte di scavo.

Gli espedienti adottati non hanno, esaminati a se stanti, carattere particolarmente innovativo, ma consentono di risolvere concretamente un problema tecnico non banale mediante una efficiente organizzazione strutturale basata sull'impiego di una tecnologia consolidata e sullo studio delle modalità esecutive e dei dettagli costruttivi. Si ritiene quindi che alla soluzione individuata possa globalmente essere riconosciuto il pregio, non secondario dal punto di vista operativo, della affidabilità.

- [1] H. BLUM, 1950, Beitrag zur Berechnung von Bohlwerken, Die Bautechnik.
- [2] P. POZZATI, 1972, Teoria e tecnica delle strutture, UTET, pp. 100-108.
- [3] P. A. VERMEER, R. B. J. BRINKGREVE, - 1995, PLAXIS - Finite Element Code for Soil and Rock Analyses, Version 6, A. A. Balkema.
- [4] CEN/TC 288, prEN 1538:1997, Execution of special work - Diaphragm Walls.

UNA, DUE, TRE ... MILLE FIBRE DI BUSEMANN

Alberto BERNARDINI

Professore Associato
Dipartimento di Costruzioni e Trasporti
UNIVERSITÀ DI PADOVA

SOMMARIO

Il metodo delle fibre di Busemann viene esteso al caso di sezioni non simmetriche di c.a. o miste. Risolvendo un semplice problema di autovalori, si determinano i tre vertici di un triangolo coniugati con le rette che contengono i lati opposti nelle anti-polarità definite separatamente dall'ellisse centrale d'inerzia della sezione di calcestruzzo e da quella dell'acciaio. Il metodo consente di valutare gli effetti di ritiro e viscosità in sezioni qualsiasi di c.a. normale o precompresso, in stato non fessurato e (con una procedura iterativa) in stato fessurato. Inoltre può essere esteso per lo studio di più di due materiali elastici rigidamente collegati, soggetti ad assegnate deformazioni impresse non congruenti.

SUMMARY

The Busemann creep fibers method is extended to the more general case of r. c. or composite unsymmetrical sections. Solving a simple eigenvalue problem, it is possible to determine a triangle such that every vertex and the row containing the two other vertexes are self-correspondent in the Culmann's polarity, separately with respect both to the concrete and the steel section. The method allows to determine the strain /stress effects due to creep and shrinkage in normal and prestressed r. c. beams, in the uncracked and (through an iterative procedure) in the cracked stage. Moreover it can be extended to many different elastic materials rigidly connected and subjected to assigned incompatible strains..

1. PREMESSA

Nel 1950 veniva pubblicato su Der Bauingenieur un articolo di R. Busemann [1] riguardante gli effetti strutturali del ritiro della soletta di calcestruzzo in una trave mista. Si proponeva un elegante metodo per ridurre lo studio a quello di due colonne di acciaio e calcestruzzo, ciascuna con baricentri coincidenti e caricata assialmente, soggette allo stato di coazione dovuto al ritiro (problema già allora facilmente risolvibile almeno nei limiti delle approssimazioni del modello di Dischinger).

Si trattava semplicemente (Fig. 1) di determinare i punti K_1 e K_2 coniugati rispetto alle due ellissi centrali di inerzia della sezione di acciaio (con baricentro S_e e raggio di inerzia i_2) e di calcestruzzo (con baricentro S_b e raggio di inerzia i_1), e di scomporre in modo meccanicamente equivalente le aree di acciaio e di calcestruzzo e la sollecitazione esterna in tali punti.

I raggi di inerzia sono ovviamente quelli ortogonali al piano di inflessione e di simmetria della sezione. Il

centro M del semicerchio di raggio MA = MB si ottiene tracciando l'asse ortogonale al segmento AB per il suo punto medio.

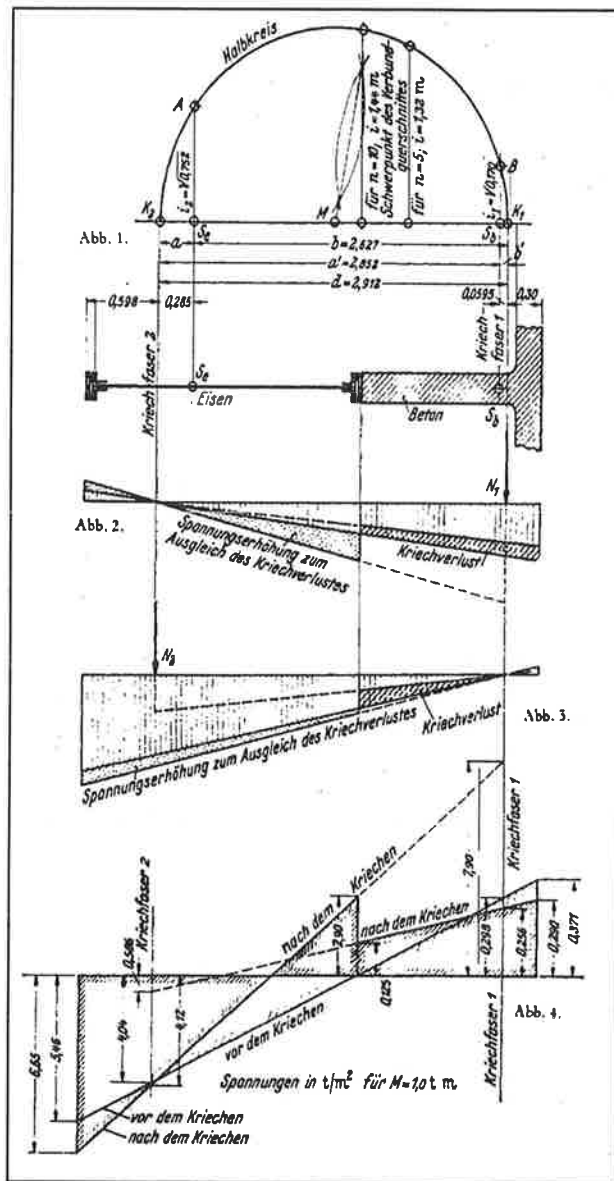


Fig. 1 - Le due fibre di Busemann per sezioni con un asse di simmetria (da [1]).

La Fig. 1 esplicita inoltre che K_1 e K_2 sono anche coniugati rispetto all'ellisse centrale di inerzia della sezione totale, per ogni valore del coefficiente di omogeneizzazione $n = E_s/E_c$, ed indica gli effetti tensionali (prima e dopo lo sviluppo del ritiro) delle forze N_1 ed N_2 meccanicamente equivalenti alla sollecitazione esterna.

Nel 1954 A. Habel [2] e W. Zacher [3] pubblicavano le applicazioni del metodo per la valutazione delle perdite di precompressione per ritiro e deformabilità differita in sezioni di c.a. precompresso, utilizzando per la ricerca delle "fibre di Busemann" le formule analitiche corrispondenti alla costruzione grafica elaborate da Sattler [4].

Da allora il metodo è correntemente applicato nella didattica del C.A.P. (cfr. ad esempio [5]) e nei calcoli degli stati di tensione in strutture di C.A.P. e di strutture miste di acciaio e calcestruzzo. Peraltro il metodo è applicabile solo a sezioni simmetriche, ovvero, più precisamente, quando i baricentri di acciaio e calcestruzzo sono allineati su una direzione principale delle loro rispettive ellissi centrali di inerzia.

È intuibile d'altra parte che per sezioni generiche debbano esistere 3 fibre di Busemann, e cioè 3 punti K_1 , K_2 e K_3 tali che ad esempio la retta per K_2 e K_3 sia antipolare del punto K_1 sia rispetto all'ellisse centrale di inerzia della sezione di acciaio, sia rispetto a quella della sezione di calcestruzzo. In tal caso infatti gli accorciamenti delle tre colonne (con sezioni di acciaio e calcestruzzo, derivanti dalle scomposizioni meccanicamente equivalenti delle rispettive aree totali, e soggette all'effetto del ritiro e della viscosità sotto i carichi assiali, meccanicamente equivalenti alla sollecitazione esterna) determinano, per la conservazione delle sezioni piane, l'accorciamento di ogni altro punto della sezione e le corrispondenti variazioni dello stato di tensione in ogni fibra di acciaio e di calcestruzzo.

Nel caso di sezione con un asse di simmetria che contiene le fibra K_1 e K_2 oltre che i baricentri di acciaio e calcestruzzo ed il centro della sollecitazione, la fibra K_3 è ovviamente il punto improprio corrispondente alla direzione ortogonale al piano di simmetria (in tale direzione deformazioni e tensioni di acciaio e calcestruzzo sono costanti).

Nella memoria proposta si descrive una procedura per determinare i punti K_1 , K_2 e K_3 , secondo i metodi della geometria proiettiva negli spazi lineari, riconducendo il problema a quello della ricerca dei 3 punti uniti di una omografia fra i punti di due piani sovrapposti, e quindi ad un problema di autovalori ed autovettori di una matrice di ordine 3.

La procedura è ovviamente direttamente applicabile per lo studio di travi di c.a. o di C.A.P. di sezione qualsiasi nei limiti del comportamento lineare non fessurato, e peraltro è estendibile tramite procedure iterative al caso delle sezioni parzializzate non simmetriche: si pensi ad esempio agli effetti di deformabilità differita e ritiro in pilastri snelli, anche di sezione pluri-simmetrica, soggetti a pressoflessione biassiale.

Con ancora maggiore generalità la procedura può essere estesa risolvendo lo stato di tensione e deformazione nelle sezioni di travi costituite da un numero qualsiasi di materiali rigidamente aderenti, alcuni dei quali sede di deformazioni impresse non congruenti.

Alcuni esempi numerici illustrano la procedura proposta.

2. RECIPROCIÀ, POLARITÀ E OMOGRAFIE NEL PIANO

In un piano p l'appartenenza di un punto X , di coordinate omogenee (x_1, x_2, x_3) ad una retta r di coordinate pluckeriane (u_1, u_2, u_3) è data dalla relazione [6, v. I]:

$$u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 = 0 \quad (1)$$

ovvero, posto

$$X = \| x_1 \ x_2 \ x_3 \|_{-1} \quad , \quad U = \| u_1 \ u_2 \ u_3 \|_{-1}$$

ove l'indice -1 indica trasposizione,

$$U_{-1} X = X_{-1} U = 0 \quad (2)$$

Per una trasformazione di coordinate definita da una sostituzione lineare omogenea a modulo diverso da zero

$$X = T X' \quad (3)$$

le coordinate della retta corrispondente si trasformano con la sostituzione lineare

$$U = T_{-1}^{-1} U' \quad (4)$$

ove l'apice -1 indica la matrice inversa. In tal modo nella trasformazione si conserva l'appartenenza fra punti e rette ($U'_{-1} X' = 0$).

La *reciprocità* è una corrispondenza fra rette e punti di due piani (sovrapposti) p_1 e p_2 definita, insieme con la sua inversa, dalle sostituzioni lineari

$$U_2 = A X_1 \quad ; \quad X_2 = A_{-1}^{-1} U_1 \quad (5)$$

$$X_1 = A^{-1} U_2 \quad ; \quad U_1 = A_{-1} X_2$$

Se la matrice A è simmetrica la reciprocità è involutoria (nel senso che se $P(X_1)$ appartiene ad $r(U_1)$ in p_1 allora $P(X_2)$ appartiene ad $r(U_2)$ in p_2) e viene indicata col termine *polarità*. In tal caso la distinzione fra i due piani sovrapposti è superflua: si può parlare di polarità in un piano p definita dalle sostituzioni lineari

$$U = A X \quad ; \quad X = A^{-1} U \quad (6)$$

con $A = A_{-1}$.

Alternativamente la polarità può essere definita dal luogo dei suoi *punti autoconiugati* (tali cioè che $P(X)$ appartenga ad $r(U = A X)$), che in base alla (2) è la conica [6, v. III]

$$f(x_1, x_2, x_3) = X_{-1} A X = \sum_{i,j=1}^3 a_{ij} x_i x_j = 0 \quad (7)$$

Si ha cioè:

$$a_{ij} = \frac{1}{2} \partial^2 f / \partial x_i \partial x_j \quad (8)$$

Se sulle variabili si opera una trasformazione di coordinate secondo le (3, 4) si ottiene

$$T_{-1}^{-1} U' = A T X'$$

cioè

$$U' = T_{-1} A T X' = A' X' \quad (9)$$

con

$$A' = T_{-1} A T \quad (10)$$

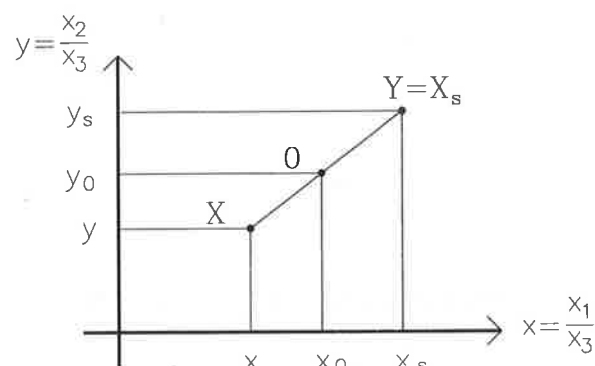


Fig. 2 - Simmetria di centro $O(x_0, y_0)$.

L'omografia è una corrispondenza fra i punti di due piani sovrapposti definita da una sostituzione lineare

$$Y = \Omega X \quad (11)$$

Come esempio (Fig. 2) si cita la simmetria rispetto ad un punto $O(x_{10}, x_{20}, x_{30})$

$$S = \begin{vmatrix} -x_{30} & 0 & 2x_{10} \\ 0 & -x_{30} & 2x_{20} \\ 0 & 0 & x_{30} \end{vmatrix} \quad (12)$$

Se $P(Y)$ coincide con $P(X)$, $P(X)$ è un punto unito dell'omografia. Tale coincidenza si realizza quando $Y = aX$, con a costante qualsiasi. I punti uniti sono pertanto le soluzioni dell'equazione

$$\Omega X = aX \quad (13)$$

e cioè sono gli autovettori della matrice Ω corrispondenti all'autovalore a .

Ad esempio nel caso della simmetria, si può verificare che le coordinate del centro O sono un autovettore corrispondente all'autovalore $a = x_{30}$ e che risultano uniti tutti i punti impropri, corrispondenti all'autovalore, di molteplicità 2, $a = -x_{30}$.

La simmetria conserva l'appartenenza punto-retta: le coordinate pluckeriane delle rette simmetriche, in base alla (4) si trasformano secondo la relazione:

$$U_s = S^{-1} U \quad (14)$$

Se si opera una trasformazione di coordinate secondo la (3), si ottiene dalla (11):

$$T Y' = \Omega T X'$$

e cioè:

$$Y' = T^{-1} \Omega T X' = \Omega' X' \quad (15)$$

con

$$\Omega' = T^{-1} \Omega T \quad (16)$$

3. ANTIPOLARITÀ DI CULMANN

Il sistema antipolare in geometria delle masse e la sua utilizzazione nella statica delle sezioni di travi soggette a pressoflessione o tensoflessione retta o deviata è ben nota fin dal secolo scorso.

La corrispondenza fra punto di applicazione X di una forza ed asse neutro è una polarità di tipo ellittico, e

cioè tale che il luogo dei punti autoconiugati (7) non contiene alcun punto reale.

Per poter operare la ricerca dell'asse neutro con costruzioni grafiche (essenziali prima dell'avvento dei calcolatori), si utilizza una seconda polarità ottenuta con il prodotto operatorio della prima per una simmetria rispetto al baricentro. Questa seconda polarità è di tipo iperbolico ed il luogo dei punti autoconiugati è l'ellisse centrale di inerzia di Culmann. Con riferimento agli assi principali (1, 2) di inerzia della sezione tale ellisse ha l'equazione

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{(x_1/x_3)^2}{r_1^2} + \frac{(x_2/x_3)^2}{r_2^2} - 1 = 0 \quad (17)$$

$$r_1^2 = J_{11} / A = \int_A (x_1/x_3)^2 dA ;$$

$$r_2^2 = J_{22} / A = \int_A (x_2/x_3)^2 dA$$

e quindi secondo la (8):

$$A_{12} = \begin{vmatrix} r_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & -r_1^2 r_2^2 \end{vmatrix} \quad (18)$$

Più in generale, con riferimento ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali (x, y) baricentriche ma non principali:

$$A_{xy} = \begin{vmatrix} r_y^2 & r_{xy}^2 & 0 \\ r_{yx}^2 & r_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{xy}^2 r_{yx}^2 - r_x^2 r_y^2 \end{vmatrix} \quad (19)$$

con

$$r_{xy}^2 = r_{yx}^2 = J_{xy} / A = \int_A (x_1/x_3)(x_2/x_3) dA$$

La relazione fra centro di forza X ed asse neutro è l'antipolarità che si ottiene tramite il prodotto operatorio di A_{xy} per la simmetria rispetto al baricentro S_{xy} :

$$C_{xy} = A_{xy} S_{xy} = ((S_{xy})_{-1})^{-1} A_{xy} \quad (20)$$

La Fig. 3 indica come le due forme della (20) siano equivalenti, se si tiene conto della (14). La matrice C_{xy} è ancora simmetrica, e cioè corrisponde ad una polarità.

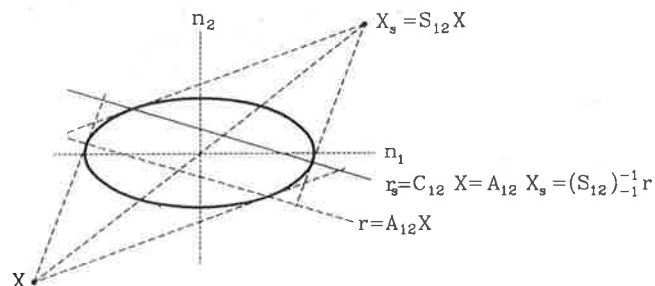


Fig. 3 - Relazione di antipolarità di Culmann.

4. LE 3 FIBRE DI BUSEMANN

Siano ora note le ellissi centrali di inerzia separatamente delle sezioni di acciaio e di calcestruzzo, e quindi le matrici dell'antipolarità di Culmann rispetto ad assi ortogonali per i rispettivi baricentri calcolate tramite le (12, 19, 20). Tramite la (16) esse possono essere riferite ad un comune sistema di riferimento (ad esempio quello (x,y) dell'antipolarità rispetto alla sezione di calcestruzzo). Tralasciamo pertanto nel seguito il riferimento agli assi ed indichiamo con C_1 e C_2 le matrici delle corrispondenti sostituzioni lineari.

La Fig. 4 illustra come il prodotto operatorio dell'inversa di una delle due antipolarità per la prima genera una corrispondenza fra punti del piano, e cioè una omografia

$$Y = C_2^{-1} C_1 X = \Omega X \quad (21)$$

$$\text{con } \Omega = C_2^{-1} C_1$$

Le fibre di Busemann corrispondono ai punti per i quali X coincide con Y e pertanto le loro coordinate omogenee sono gli autovettori della matrice Ω . Nel seguito indicheremo come *triangolo autopolare* il triangolo avente per vertici i tre punti uniti.

È chiaro inoltre che, per il significato fisico del problema posto, i 3 punti uniti sono reali (propri od impropri, come nel caso delle sezioni con assi di simmetria) e distinti, se le due antipolarità sono distinte. Ciò richiede che gli autovalori siano reali e con molteplicità pari ad 1.

Ci si riduce pertanto alla ricerca delle 3 radici reali dell'equazione cubica a coefficienti reali

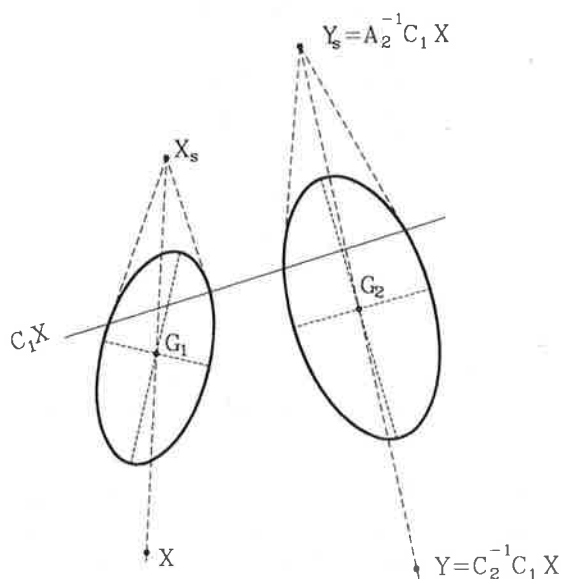


Fig. 4 - Definizione dell'omografia.

$$\begin{vmatrix} \omega_{11} - a & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} - a & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} - a \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

La matrice Ω risulta non simmetrica. La soluzione può essere espressa in forma chiusa tramite le relazioni trigonometriche risolvendo il "casus irreducibilis" dell'equazione cubica [7].

Nel caso i baricentri delle sezioni di acciaio e calcestruzzo coincidano, i 3 punti uniti sono il baricentro stesso e due punti impropri (Fig. 5), corrispondenti alle direzioni dei lati del parallelogramma definito dalle 4 intersezioni delle due ellissi di Culmann. Nel caso in cui anche le direzioni degli assi principali coincidano, corrispondono a tali comuni direzioni principali. Assumendo tali assi come sistema di riferimento tutte le matrici considerate, compresa Ω , sono diagonali ed i tre autovalori sono semplicemente

$$a_i = \omega_{ii} \quad ; \quad i = 1,2,3 \quad (23)$$

$$\omega_{11} = r_{2,1}^2 / r_{2,2}^2,$$

$$\omega_{22} = r_{1,1}^2 / r_{1,2}^2,$$

$$\omega_{33} = r_{1,1}^2 r_{2,1}^2 / r_{1,2}^2 r_{2,2}^2$$

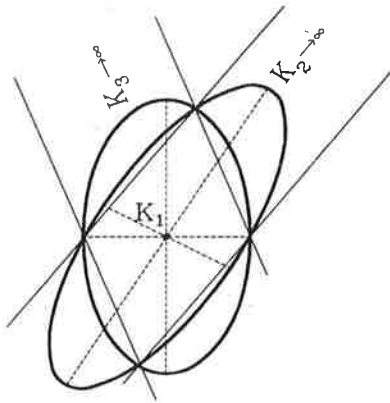


Fig. 5 - Caso con baricentri di acciaio e calcestruzzo coincidenti e diametri principali in direzioni distinte.

Nel caso infine in cui uno od entrambi i raggi di inerzia principali coincidano la procedura degenera: gli autovalori assumono molteplicità maggiore di 1, come è facile verificare dalle (23).

Pertanto:

- nel caso di un solo raggio di inerzia coincidente risultano uniti tutti i punti di tale asse;
- nel caso di coincidenza di entrambi l'omografia Ω si riduce all'identità I e tutti i punti del piano sono uniti. È possibile costruire in entrambi i casi infiniti triangoli autopolari [9].

Peraltro in entrambi i casi risulta autopolare il triangolo improprio dato dal comune baricentro e dalle due comuni direzioni principali.

5. SCOMPOSIZIONE DELLE AREE E DELLA SOLLECITAZIONE

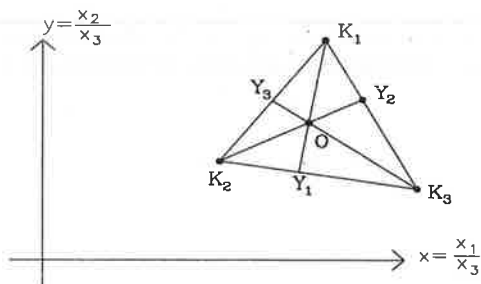


Fig. 6 - Scomposizione di aree o forze di centro O.

Note le coordinate cartesiane dei punti $K_1(x_1, y_1)$, $K_2(x_2, y_2)$, $K_3(x_3, y_3)$, e quelle di un punto $O(x_0, y_0)$, baricentro di un'area A o centro di applicazione di una forza applicata ortogonale alla sezione F , la scomposizione meccanicamente equivalente (Fig. 6), indicando con $D(X, Y, Z)$ l'area del triangolo di vertici X, Y, Z , è data dalla relazione, con riferimento ad esempio al caso dell'area A :

$$A_i / A = OY_i / K_i Y_i = D(O, K_j, K_k) / D(K_1, K_2, K_3) =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}} \quad (i = 1, 2, 3; j, k \neq i) \quad (24)$$

ovvero in coordinate omogenee, indicando con $\text{Det}(X, Y, Z)$ il determinante della matrice le cui righe corrispondono alle coordinate omogenee dei punti X, Y, Z

$$A_i / A = (x_{3i} / x_{30}) \text{Det}(O, K_j, K_k) / \text{Det}(K_1, K_2, K_3) \quad (i = 1, 2, 3; j, k \neq i) \quad (25)$$

Si può agevolmente dimostrare che il triangolo autopolare comprende i baricentri delle sezioni, come punti interni se i vertici sono punti propri, su di un lato se il vertice coniugato è improprio. Ciò assicura che le aree di acciaio e di calcestruzzo nelle tre fibre siano positive o nulle rispettivamente. È possibile pertanto calcolare le tensioni (ideali) σ_i sulle tre fibre provocate dall'applicazione di una forza F in un punto C qualsiasi mediante la seguente relazione:

$$\sigma_i x_{3i} = \frac{(x_{3i} / x_{3C}) F \text{Det}(C, K_j, K_k)}{x_{3Gc} \text{Det}(G_c, K_j, K_k) + \frac{n A_s \text{Det}(G_s, K_j, K_k)}{x_{3Gs}}} \quad (i = 1, 2, 3; j, k \neq i) \quad (26)$$

Per la linearità della distribuzione, la tensione (ideale) in ogni altro punto P di coordinate (x, y) si ottiene dalla relazione

$$\begin{vmatrix} x & y & \sigma & 1 \\ x_1 & y_1 & \sigma_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & \sigma_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & \sigma_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (27)$$

ovvero in coordinate omogenee:

$$\sigma \ x_3 \ \text{Det}(K_1, K_2, K_3) = \sum_{i=1}^3 \sigma_i \ x_{3i} \ \text{Det}(P, K_j, K_k) \quad (28)$$

(j, k ≠ i)

Nel caso che uno dei vertici, ad esempio di indice j, del triangolo autopolare sia improprio ($x_{3j} = 0$), ed il centro C appartenga alla retta che contiene il lato coniugato (e quindi in genere asse di simmetria contenente i baricentri delle sezioni di acciaio e di calcestruzzo), la (28) può essere ancora applicata ponendo:

$$\sigma_j \ x_{3j} = 0 \quad (29)$$

Infatti tutti i determinanti che compaiono al numeratore e al denominatore della (26) tendono a 0 quando x_{3j} tende a 0; il numeratore è pertanto infinitesimo del secondo ordine rispetto al denominatore. La tensione resta pertanto costante nelle direzioni ortogonali al piano di simmetria della sezione.

Le (26) possono essere utilizzate anche nel caso in cui, restando i vertici del triangolo autopolare propri, il centro C della forza sia improprio ($x_{3C} = 0$), e cioè nel caso dell'applicazione di un sistema di forze a risultante nulla e momento risultante definito da un asse vettore di modulo M. Le forze F_i si ottengono eguagliando il loro momento rispetto alla retta coniugata a quello della sollecitazione esterna, o anche decomponendo l'asse vettore in tre assi vettori rispettivamente ortogonali a ciascuno dei lati del triangolo autopolare e ciascuno di questi in due forze di ugual modulo e verso opposto per i due vertici di ogni lato.

La relazione (28) è invece effettivamente indeterminata nel caso in cui un vertice del triangolo autopolare sia improprio ed il centro C non appartenga alla retta coniugata, e cioè in pratica nel caso di applicazioni di coppie agenti nel piano ortogonale ad un asse di simmetria della sezione. Sia ad esempio quindi $x_{3C} = x_{31} = 0$, e si assuma $x_{12} = x_{13} = x_{1Gc} = x_{1Gs} = 0$.

Secondo la (26) la quantità $\sigma_1 \ x_{31}$ risulta indeterminata, ma le corrispondenti tensioni in ogni punto P (di coordinate cartesiane $x = x_1/x_3$, $y = x_2/x_3$) secondo la (28), sono espresse dalla relazione

$$\sigma = \frac{\sigma_1 \ x_{31} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & x_{22} & x_{32} \\ 0 & x_{23} & x_{33} \end{vmatrix}}{x_3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x_{22} & x_{32} \\ 0 & x_{23} & x_{33} \end{vmatrix}} = \sigma_1 \ x_{31} \ \frac{x_1}{x_3}$$

mentre secondo la formula di Navier sono espresse dalla relazione

$$\sigma = M_{11} \ x / (J_{11,c} + n \ J_{11,s})$$

Si può pertanto applicare ancora la (28) ponendo per la fibra j-esima impropria:

$$\sigma_j \ x_{3j} = M_j / (J_{jj,c} + n \ J_{jj,s}) \quad (30)$$

6. STUDIO DEGLI EFFETTI DEL RITIRO E DELLA VISCOSITÀ

Lo studio degli effetti del ritiro e della viscosità del calcestruzzo, e quindi delle progressive variazioni dello stato di coazione interno fra acciaio ordinario (di area A_s), preteso (di area A_p) e calcestruzzo (di area A_c), può ora essere facilmente eseguito con i modelli di viscosità lineare disponibili. Se si utilizza ad esempio il modello di Dischinger, l'accorciamento di ciascuna colonna fra il tempo t_0 ed il tempo t, durante il quale si sviluppi la deformazione di ritiro ϵ_{sh} con coefficiente di viscosità $\varphi = \varphi(t, t_0)$ può essere approssimato dalla relazione per differenze finite:

$$\Delta \epsilon_i = \frac{\Delta \sigma_{si}}{E_s} = \frac{\Delta \sigma_{pi}}{E_s} = \frac{\epsilon_{sh} + \varphi \ \sigma_{ci}(t_0) / E_c}{1 + \mu_i (1 + \chi \ \varphi)} \quad (31)$$

$$\Delta \sigma_{ci} = - \mu_i \ \Delta \epsilon_i$$

ove $\chi = 0.5$ secondo il metodo del valore medio, $\chi = 0.8$ secondo quanto suggerito in [8], interpretando χ come coefficiente di invecchiamento del calcestruzzo;

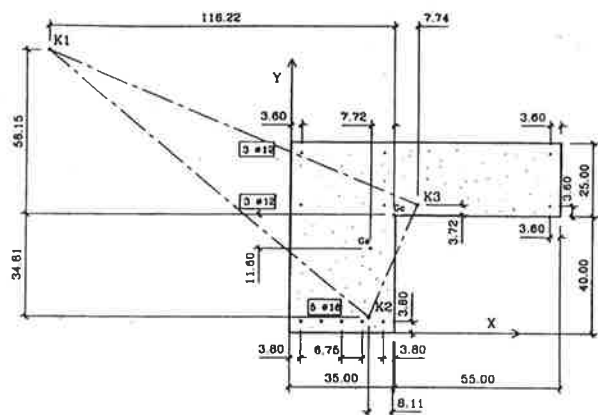


Fig. 8a - Triangolo autopolare per una sezione ad L di c.a. normale, nel caso di sezione di calcestruzzo interamente reagente.

proporzionali alle effettive deformazioni dei materiali. La tensione iniziale dell'acciaio preteso è pari a 1440 MPa e le deformazioni differite si sviluppano in presenza di un momento flettente costante, nel piano verticale per il centro di taglio, pari a 513 kNm. I diagrammi sono riportati con ordinate parallele ai corrispondenti assi neutri.

Si può osservare la rotazione dell'asse neutro delle tensioni sul calcestruzzo fra il tempo iniziale e finale, nonché a tempo finale la non coincidenza fra asse neutro delle tensioni e delle deformazioni.

7.2 Stato fessurato

Nello stato fessurato la sezione di calcestruzzo reagente dipende dalla sollecitazione e si modifica nel tempo, anche sotto carico esterno costante, per effetto delle ridistribuzioni di tensione indotte dalle deformazioni impresse non congruenti. La sezione reagente viene infatti definita dalla posizione istantanea dell'asse neutro delle tensioni sul calcestruzzo, generalmente non coincidente con l'asse neutro delle deformazioni.

È peraltro possibile suddividere il periodo di tempo considerato in fasi durante le quali il triangolo autopolare viene valutato con la sezione di calcestruzzo reagente all'inizio della fase, e successivamente aggiornato sulla base della corrispondente variazione dello stato di tensione.

Nella Fig. 8b è indicata la variazione dell'asse neutro di tensione e deformazione fra il tempo iniziale e finale in una sezione non simmetrica di c.a. normale (Fig. 8a) soggetta a pressoflessione deviata. Nella Fig. 8a è indicato il triangolo autopolare nel caso di sezione tutta reagente. Si noti nella Fig. 8b la sostanziale traslazione dell'asse neutro di deformazione n_d rispetto a quello di tensione n_t , ed invece la rotazione di quest'ultimo (con conseguente modifica dell'area reagente), rispetto all'asse neutro iniziale n_0 (che è asse neutro contemporaneamente di tensione e di deformazione, per effetto dell'azione esterna).

Si osserva infine che nel caso di fessurazione provocata da flessione o pressoflessione deviata, l'area reagente anche di una sezione doppiamente simmetrica (ad esempio rettangolare) perde ogni simmetria. In [9] è descritta una procedura basata sul triangolo autopolare per valutare gli effetti del ritiro e della deformabilità differita in pilastri soggetti a pressoflessione deviata, al fine di valutarne la stabilità.

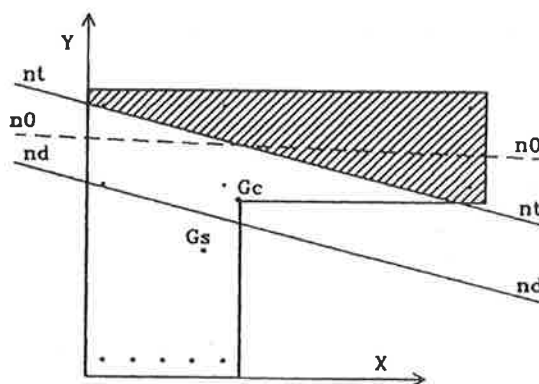


Fig. 8b - Per la sezione indicata in Fig. 8a posizione dell'asse neutro a tempo 0 (n_0) e degli assi neutri di tensione (n_t) e deformazione (n_d) a tempo infinito, per effetto di ritiro e viscosità in presenza di sollecitazione di pressoflessione.

Sforzo normale $N = 150$ kN; momenti attorno ad assi paralleli alle direzioni X ed Y per il baricentro G_c della sezione lorda di calcestruzzo $M_x = 100$ kNm, $M_y = 60$ kNm.

Umidità relativa 75%; temperatura 20 °C, calcestruzzo di cemento normale; $n = 7$.

7.3 Estensione al caso di $m > 2$ materiali rigidamente collegati.

Nella realizzazione di opere di c.a. non è raro il caso di travi ottenute attraverso il collegamento rigido (al taglio) di parti prefabbricate, getti integrativi in opera ed acciaio (in barre o anche in profilati resistenti a flessione). Generalmente calcestruzzi prefabbricati e gettati in opera presentano differenze sensibili di resistenza e quindi anche di rigidità, e sviluppano nel tempo (a partire dalla realizzazione del collegamento rigido) differenti ritiro. Altrimenti frequente è il caso di differenti variazioni termiche applicati a parti distinte o diversi materiali componenti la sezione.

È allora possibile valutare la variazione nel tempo dello stato di coazione sommando gli effetti delle deformazioni impresse in ciascun materiale: a tale scopo basterà decomporre la sezione tramite il triangolo autopolare ottenuto considerando l'ellisse centrale di inerzia del materiale in cui si sviluppa la deformazione impressa e quella degli altri $m-1$ materiali, omogeneizzati fra di loro tramite i rapporti dei rispettivi moduli elastici ad un materiale di riferimento.

Ad esempio l'effetto del ritiro nel getto integrativo di calcestruzzo potrà essere calcolato omogeneizzando fra di loro il calcestruzzo prefabbricato e l'acciaio (sia quello inserito nel getto integrativo, sia quello inserito nella parte prefabbricata) tramite il rapporto n fra i moduli elastici. Analogamente il residuo effetto del ritiro nella parte prefabbricata verrà valutato omogeneizzando fra di loro l'acciaio ed il calcestruzzo del getto integrativo.

In generale quindi sarà necessario utilizzare 3^{m-2} fibre di Busemann: ed è quanto basta per giustificare il titolo della memoria.

Si avverte infine che più complesso risulta il caso in cui uno o più materiali siano dotati anche di deformabilità di tipo viscoso, e quindi si sviluppino nel tempo deformazioni non congruenti dipendenti dallo stato tensionale. Infatti in tal caso non vale il principio di sovrapposizione degli effetti, e le condizioni di congruenza sulle singole colonne coinvolgono le deformazioni impresse di tutti i materiali (cfr. (31, 32)).

Questo significa che le fibre di Busemann dovrebbero essere separatamente coniugate rispetto all'ellisse centrale di inerzia di tutti i materiali che sviluppano la deformazione impressa, oltre che a quella dell'area ideale omogeneizzata dei materiali che si comportano in modo puramente elastico. Ma questo in generale non è possibile appena il numero dei materiali che sviluppano deformazione impressa supera 1.

Ad esempio quindi anche la relazione (32) può portare a qualche piccola incongruenza quando le ellissi centrali d'inerzia delle armature pretese (che sviluppano

rilassamento) e delle armature ordinarie (che si comportano in modo puramente elastico) siano distinte. Infatti le tre fibre di Busemann determinate considerando l'ellisse centrale di inerzia del calcestruzzo e di tutte le posizioni di acciaio (ordinario e preteso) non sono separatamente coniugate rispetto alle ellissi centrali di inerzia dei due gruppi di armature.

Ringraziamenti

Esprimo il mio più vivo ringraziamento al Prof. Santuzza Ghezzi Baldassarri, che sostanzialmente ha ricondotto il problema a quello della ricerca dei punti uniti di un'omografia. Ringrazio inoltre Ugo Toffano per le elaborazioni grafiche e gli studenti Dario Marafon, Massimo Gallonetto e Mauro Gajo per le applicazioni numeriche svolte nell'ambito della loro tesi di laurea.

Riferimenti

- [1] Busemann R., "Kriechberechnung von Verbundträgern unter Benutzung von zwei Kriechfasern", Der Bauingenieur, 25, Heft 11, 418-420, 1950
- [2] Habel A., "Berechnung von Querschnitten mit mehrlagiger Spannbewehrung nach dem Verfahren von Busemann", Beton- und Stahlbetonbau, 49 Jahrgang, Heft 2, 25-31, 1954
- [3] Zacher W., "Der Einfluß des Kriechens auf die Querschnitten mit mehrlagiger Spannbewehrung und zusätzlicher schlaffer Bewehrung", Beton- und Stahlbetonbau, 49 Jahrgang, Heft 3, 58-60, 1954
- [4] Sattler K., "Theorie der Verbundkonstruktionen", Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1953
- [5] Leonhardt F. "Prestressed Concrete: Design and Construction", Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, Second edition, 1964
- [6] Morin U., "Lezioni di Geometria", Cedam, Padova, 1955
- [7] Bernardini A., "Le tre fibre di Busemann", ISTC Università di Padova, RI 1/94, 1994
- [8] Commission of the European Communities, "EuroCode no. 2 : Design of Concrete Structures. Part 1: General rules and rules for buildings", 1991
- [9] Gallonetto M., "L'influenza della deformabilità differita sulla stabilità di colonne miste acciaio e calcestruzzo soggette a pressoflessione retta e deviata", Tesi di Laurea n. 469, Università di Padova, Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, A.A. 1995-1996.

MODELLAZIONE STRUT-AND-TIE DELLE ZONE DI ESTREMITÀ DI ELEMENTI PRECOMPRESSI

Fabio BIONDINI

Dottorato di Ricerca

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

Franco BONTEMPI

Ricercatore

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

Pier Giorgio MALERBA

Professore

Istituto di Ingegneria Civile, Università di Udine.

SOMMARIO

Nella progettazione delle zone di estremità di elementi precompressi post-tesi, occorre tener conto degli effetti diffusivi indotti dalle azioni localizzate trasmesse dalla tesatura dei cavi. Con riferimento ad una distribuzione uniforme delle pressioni locali, i principali fattori che determinano le modalità di diffusione degli sforzi sono l'estensione, il numero e la posizione relativa delle aree caricate. L'influenza dei singoli fattori è stata da tempo evidenziata con numerosi studi sia teorici, sia sperimentali, ai quali fanno riferimento i metodi tecnici usualmente impiegati nella pratica progettuale.

Una soluzione a carattere generale dei problemi diffusivi che riguardano le strutture in calcestruzzo armato può essere impostata nell'ambito dell'Analisi Limite, col ricorso ad opportuni modelli a traliccio che schematizzano il meccanismo di trasmissione del carico. Nell'accezione più aggiornata, questo tipo di soluzione prende il nome di modellazione Strut-and-Tie (S&T). Essa non si limita a definire la ripartizione delle funzioni resistenti tra elementi tesi e compressi, ma formula anche una serie di criteri per una verifica razionale dei puntoni e delle zone nodali, in corrispondenza alle quali si intersecano, in varie combinazioni, le membrature del modello.

In questo lavoro si vuole mostrare l'applicazione di una procedura automatica per la ricerca di modelli ottimali alla rappresentazione S&T di testate di ancoraggio soggette a forze di precompressione diversamente ripartite. I fondamenti del metodo sono stati esposti in lavori precedenti degli stessi autori. Con i casi qui esaminati, si intende evidenziare la capacità del procedimento di ottimizzazione di interpretare flussi tensionali, anche complessi, con schemi razionali ed adeguati ad una fondata verifica della sicurezza.

SUMMARY

The design of the anchorage zones of post-tensioning tendons involves the evaluation of the diffusion effects, induced by the localized actions due to the tendons stressing. With reference to a uniform local pressure distribution, the main factors which influence the stress diffusion process are the extension, the number and the relative position of the loaded areas. The role of each of these factors has been shown through numerous theoretical and experimental studies, to which refer the technical solutions usually adopted in the design.

A general solution of the diffusion problems which interest the R.C. structures, may be deduced by the Limit Analysis, by means of truss schemes adequate to model the load transfer mechanism. According to the last developments, such kind of solution is called Strut-and-Tie (S&T) modellization. It allows us not only to share the carrying functions between elements in tension and compression, but also to introduce a series of criteria suitable for a rational control of the struts and of the nodal regions, where the model members can intersect themselves in various manners.

In this work an automatic procedure for an optimal S&T model research is applied to end anchorage zones with different loading arrangements. The basis of the method have been shown in previous papers of the same authors. With the cases here examined the capability of the model to handle with complex stress paths, through schemes which result rational and suitable for a consistent safety measurement, is shown.

1. INTRODUZIONE

Negli elementi strutturali post-tesi, la tesatura dei cavi trasmette, per azione di contrasto sull'estremità dell'elemento, forze di intensità elevata su superfici relativamente piccole. Prima che il flusso di sforzi si regolarizzi nelle forme assunte dalla teoria delle travi, come avviene ad una distanza che si assume non maggiore della massima dimensione lineare della zona caricata (Postulato di De Saint Venant), ha luogo un processo diffusivo che richiede un'analisi separata e specifiche disposizioni costruttive [3].

Una sintesi degli effetti che maggiormente caratterizzano la progettazione delle zone di ancoraggio è mostrata in Fig. 1. Si riconoscono [7]:

- un nucleo di materiale fortemente compresso subito dietro l'area di applicazione del carico;
- un bulbo più interno soggetto ad elevati sforzi di trazione trasversali (*efforts d'éclatement, bursting stress*);
- delle trazioni superficiali nelle zone di bordo che tendono ad estroflattersi (*efforts de surface, edge stress* o *spalling stress*).

La forma e l'estensione di queste distribuzioni tensionali dipende chiaramente dal numero, dalla posizione e dalle dimensioni relative delle aree caricate.

Tenuto conto, da un lato della limitata resistenza a trazione del calcestruzzo, dall'altro degli effetti positivi delle azioni di confinamento sulla sua resistenza a compressione, la definizione dei quantitativi e della disposizione delle armature in queste zone richiede una serie di valutazioni che possono rendere il problema alquanto complesso. Generalmente si procede assumendo il carico uniformemente distribuito sulla larghezza dell'elemento, in modo da ricondurre il problema diffusivo tridimensionale ad un problema di tipo bidimensionale (Fig. 2). In tale ipotesi, a seguito di estese analisi elastiche [7] e ricerche sperimentali, tra le quali notevole importanza ebbero quelle fotoelastiche [6], [9], furono dedotte le distribuzioni di tensioni trasversali σ_x definite dalle isobare in Fig. 3 [5], [7].

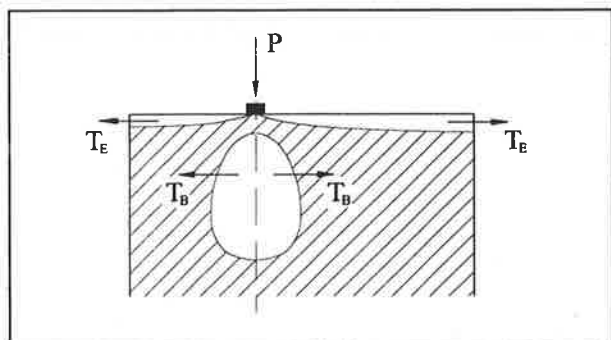


Fig. 1: trazioni di "scoppio" (*bursting stress*) T_B e di "superficie" (*edge stress*) T_E [7].

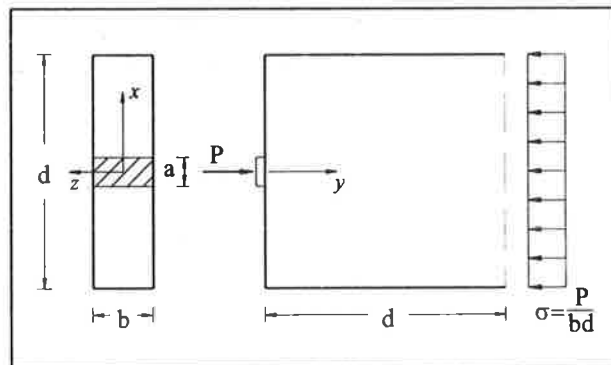


Fig. 2: schematizzazione 2D del problema diffusivo.

Dall'esame di queste rappresentazioni per il caso di una singola area caricata, si osserva che nelle zone superficiali le tensioni di trazione assumono valori di intensità relativamente elevata. Tali sforzi però, essendo distribuiti su aree molto piccole, danno luogo a trazioni risultanti T_E pari a piccole percentuali (2-4%) del carico totale. L'andamento tensionale lungo la retta d'azione del carico dà luogo invece ad una distribuzione di sforzi trasversali σ_x i quali, dopo un primo tratto in compressione rapidamente decrescente, generano uno stato di trazione che assume un massimo per poi tendere rapidamente a zero. In particolare gli sforzi massimi e le trazioni risultanti T_B diminuiscono al crescere dell'area caricata e dell'eccentricità del carico rispetto all'asse dell'elemento. In Fig. 4 si mostra tale andamento nel caso di un carico centrato per varie dimensioni dell'area caricata [5], [7].

In presenza di carichi diversamente distribuiti si osserva invece che, se la risultante si mantiene baricentrica, si produce in corrispondenza di ogni area caricata uno stato tensionale σ_x analogo a quello relativo al carico singolo e l'estensione della zona diffusiva si riduce notevolmente. Diversamente i flussi di sforzo possono dar luogo a traiettorie di carico complesse, con eccentricità interne tali da provocare nuovi campi di trazione che richiedono ulteriori disposizioni costruttive.

Sulla base dei risultati finora illustrati furono messi a punto diversi modelli di calcolo approssimati che forniscono in genere l'intensità e la posizione della risultante degli sforzi di trazione, insieme ad una stima delle trazioni superficiali. In particolare si applica la tecnica dei percorsi di carico che, in base all'eccentricità fra retta di applicazione del carico e quella della corrispondente risultante degli sforzi normali riferiti alla situazione a regime, riesce a quantificare l'entità della trazione trasversale e quindi i corrispondenti quantitativi di armatura [7]. Più semplicemente lo stesso problema può essere risolto mediante un'analisi per elementi finiti (EF), condotta ancora per determinate distribuzioni di sforzi le cui risultanti nelle direzioni di trazione dominanti servono a quantificare le corrispondenti quantità di armatura.

2. OTTIMIZZAZIONE DI MODELLI S&T

Se accanto ai riferimenti statici ora esposti si introducono ulteriori criteri logici, nel senso che verrà di seguito precisato, la definizione di un traliccio resistente può ricondursi ad un problema di ottimizzazione vincolata [1], [2].

La zona diffusiva dell'elemento assegnato costituisce il dominio di esistenza dei modelli S&T ammissibili, ovvero rispettosi delle condizioni di equilibrio e conformità richieste dal Teorema Statico dell'Analisi Limite. Tale dominio viene modellato con una struttura a traliccio definita da un reticolo di punti nodali. Il dominio effettivo viene così sostituito con un dominio discretizzato ridotto (traliccio base, *basic truss*). Nel rispetto dei vincoli suddetti, all'interno del traliccio base si effettua la ricerca del traliccio di massima rigidezza che, per un'assegnata condizione di carico, si dimostra coincidente con quello di minimo volume [4].

All'elemento strutturale assegnato sono associati i flussi tensionali propri di un sistema continuo. Per porli in relazione con i percorsi di carico che, materializzandosi nel traliccio, ne rappresentano un'immagine discreta, si assegna un peso al contributo di ciascuna asta in funzione della sua prossimità all'andamento del flusso tensionale effettivo nell'intorno dell'asta stessa, ovvero in funzione della sua giacitura e della sua lunghezza, indice di attitudine a conformarsi ad un tracciato retto o curvo. Il problema di ottimizzazione così formulato si riconduce alla soluzione del seguente programma lineare:

$$\min \left\{ \mathbf{l}_{eq}^T \mathbf{a} \mid \sigma \mathbf{H} \mathbf{a} = \mathbf{f}, \mathbf{a} \geq \mathbf{0} \right\}$$

con $\mathbf{l}_{eq} = \mathbf{W} \mathbf{l}$, \mathbf{W} matrice diagonale dei pesi, \mathbf{l} vettore delle lunghezze, \mathbf{a} vettore delle aree delle sezioni trasversali, \mathbf{f} vettore dei carichi nodali, \mathbf{H} matrice di equilibrio, σ tensione limite di resistenza a trazione e compressione, assunte inizialmente coincidenti per garantire l'equivalenza nel criterio di scelta fra elementi tesi e compressi.

Definito il modello S&T ottimale, la tensione di lavoro nei puntoni di calcestruzzo si assume pari al valore limite:

$$f_{cd}^* = v_c (0.85 f_{cd}) = v_c f_{c1d}$$

con f_{cd} la resistenza di progetto per compressione monoassiale e $v_c \leq 1$ fattore di efficienza che dipende dall'inclinazione di un eventuale campo tensionale di trazione che attraversa il puntone. La tensione di lavoro nei tiranti si assume invece pari alla resistenza di progetto dell'acciaio f_{sd} . In analogia si può scrivere:

$$f_{sd} = v_s f_{c1d}$$

per cui ponendo infine $\sigma = f_{c1d}$, è possibile valutare le aree effettive delle sezioni trasversali dei singoli elementi del modello S&T ottimale. I dettagli del procedimento sono riportati in [1], [2].

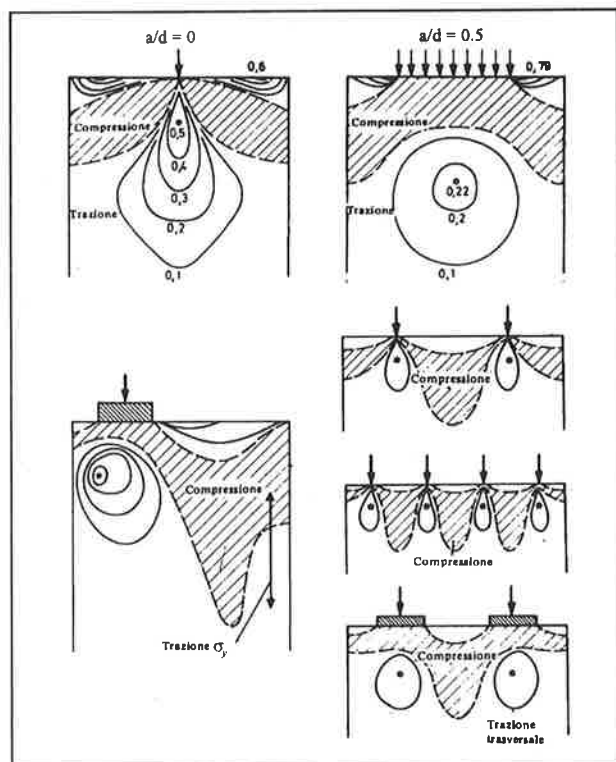


Fig. 3: isobare $\sigma_x/\sigma_0 = \text{cost}$, con $\sigma_0 = P/bd$; da [5], [7].

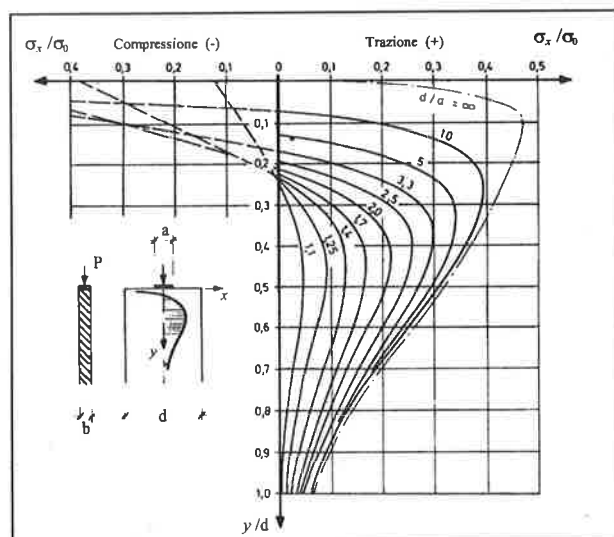


Fig. 4: andamento tensionale σ_x/σ_0 lungo l'asse di applicazione del carico, con $\sigma_0 = P/bd$; da [5], [7].

Fuori dagli schemi dell'analisi elastica, diverse soluzioni dello stesso problema furono sviluppate anche nel contesto dell'Analisi Limite. Modelli diversamente articolati sono stati proposti recentemente con la tecnica di modellazione Strut-and-Tie (S&T), in particolare da Schlaich [10] e Marti [8]. Tali modelli possono essere sviluppati in forme molto raffinate e i risultati forniti, convalidati da numerose sperimentazioni, possono ritenersi adeguati agli scopi della pratica.

3. APPLICAZIONE ALLE ZONE DI ESTREMITÀ

Nel seguito si vuole mostrare un'applicazione del procedimento illustrato alla modellazione S&T delle zone di estremità di elementi strutturali precompressi. Si fa riferimento alla sequenza mostrata in Fig. 5, composta da lastre soggette a carichi localizzati equivalenti all'azione di contrasto che si manifesta in corrispondenza di piastre di ancoraggio con $a/d=0.1$.

La definizione dei modelli S&T ottimali avviene con le seguenti modalità:

1) si suddivide la zona diffusiva in EF e si esegue un'analisi in campo elastico lineare per la condizione di carico assegnata. Il riferimento alla situazione elastica, oltre ad essere cautelativo nei confronti della rottura, consente di individuare le zone in cui tendono a concentrarsi gli sforzi prima di eventuali ridistribuzioni;

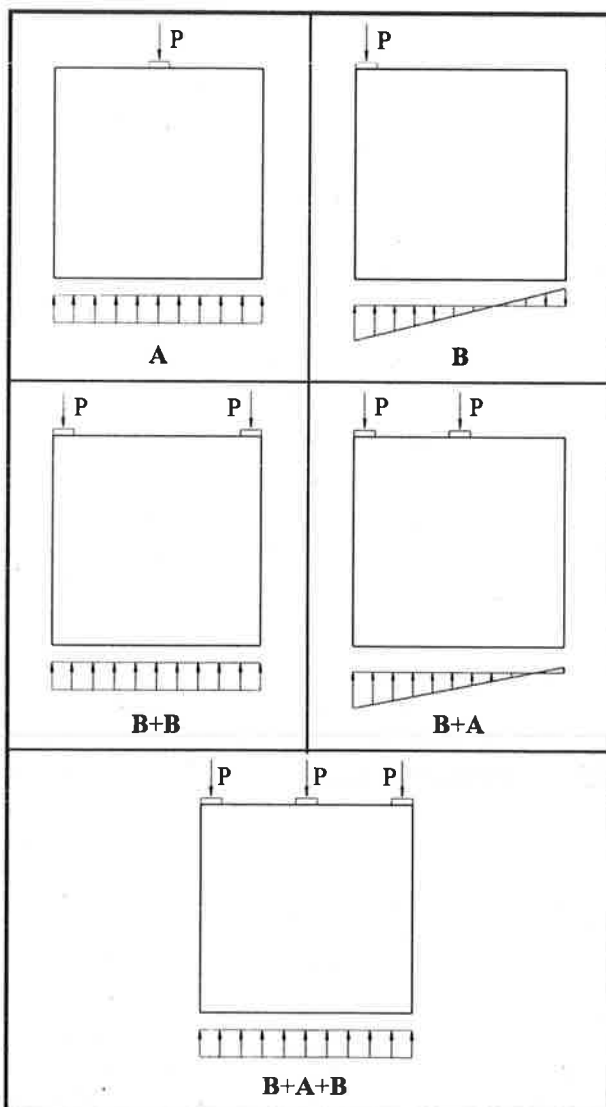


Fig. 5: lastre soggette a carichi localizzati con $a/d=0.1$.

- 2) si costruisce un primo traliccio base definito da una griglia di nodi mutuamente collegati mediante bielle secondo tutte le possibili connessioni e si sostituiscono i carichi distribuiti su ogni faccia con forze concentrate autoequilibrate o equilibrate da forze agenti sulla faccia opposta. All'interno di tale traliccio si ricerca un modello S&T ottimale evidenziando la necessità di collegare i percorsi di carico al flusso tensionale effettivo (approssimato in questo caso dai risultati dell'analisi per EF) assegnando al contributo volumetrico di ogni asta dapprima lo stesso peso e poi un peso differenziato;
- 3) variando la posizione dei nodi che lo definiscono, si generano trasformazioni parametriche del modello ottenuto e all'interno di questo nuovo traliccio base si ricerca, con gli stessi criteri, un modello S&T più affinato. Si esegue quindi la verifica dei puntoni di calcestruzzo e il dimensionamento delle armature necessarie per la realizzazione dei tiranti, insieme naturalmente alla verifica di tutte le zone nodali soggette, nei casi elementari, a stati di sforzo di tipo pseudoidrostatico;
- 4) si valuta la qualità dei percorsi di carico definiti dal modello S&T ottimale operando un confronto con l'andamento delle direzioni associate alle tensioni principali massime e minime e con i diagrammi tensionali lungo direttrici caratteristiche.

I risultati di questa analisi sono riportati nelle Figg. 6-10 che illustrano nei quadri corrispondenti le singole fasi di definizione del modello. Nelle Tabb. 1-5 si riportano invece, in forma adimensionale, la forza assiale n , il fattore di efficienza ν e l'area della sezione trasversale a per ogni singola asta del corrispondente modello S&T ottimale.

Asta	n/P	ν	$a f_{cld}/P$
1	-0.500	1.000	0.500
2	-0.553	0.757	-0.731
3	-0.500	0.782	-0.639
4	-0.237	1.000	-0.237
5	0.237	ν_s	$0.237/\nu_s$

Tab. 1: caratteristiche modello S&T ottimale caso (A).

Asta	n/P	ν	$a f_{cld}/P$
1	-1.000	1.000	-1.000
2	-1.026	1.000	-1.026
3	-0.353	0.763	-0.463
4	-1.000	1.000	-1.000
5	-0.268	1.000	-0.268
6	-0.230	1.000	-0.230
7	0.230	ν_s	$0.230/\nu_s$
8	0.268	ν_s	$0.268/\nu_s$

Tab. 2: caratteristiche modello S&T ottimale caso (B).

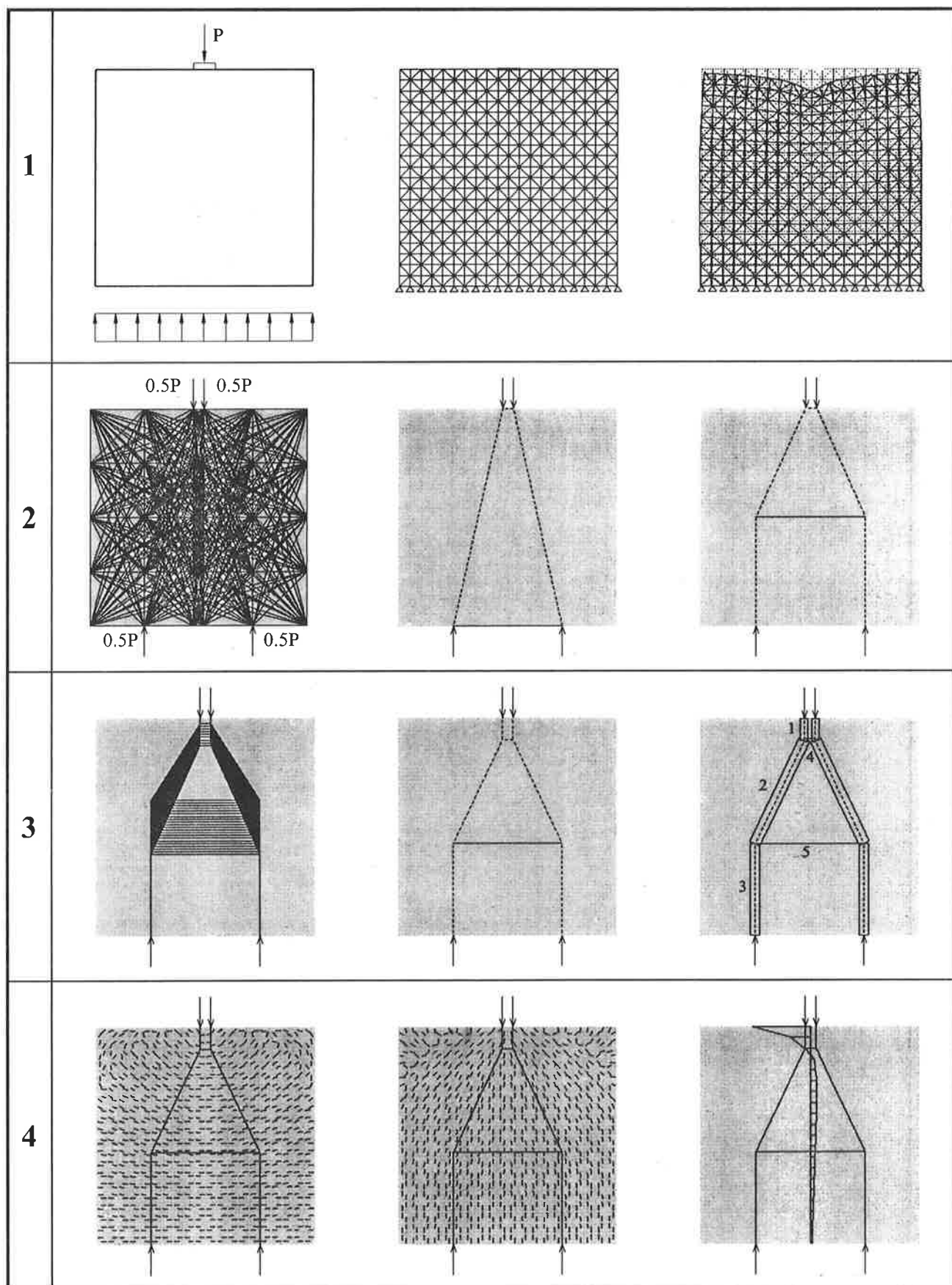


Fig. 6: definizione modello S&T ottimale caso (A).

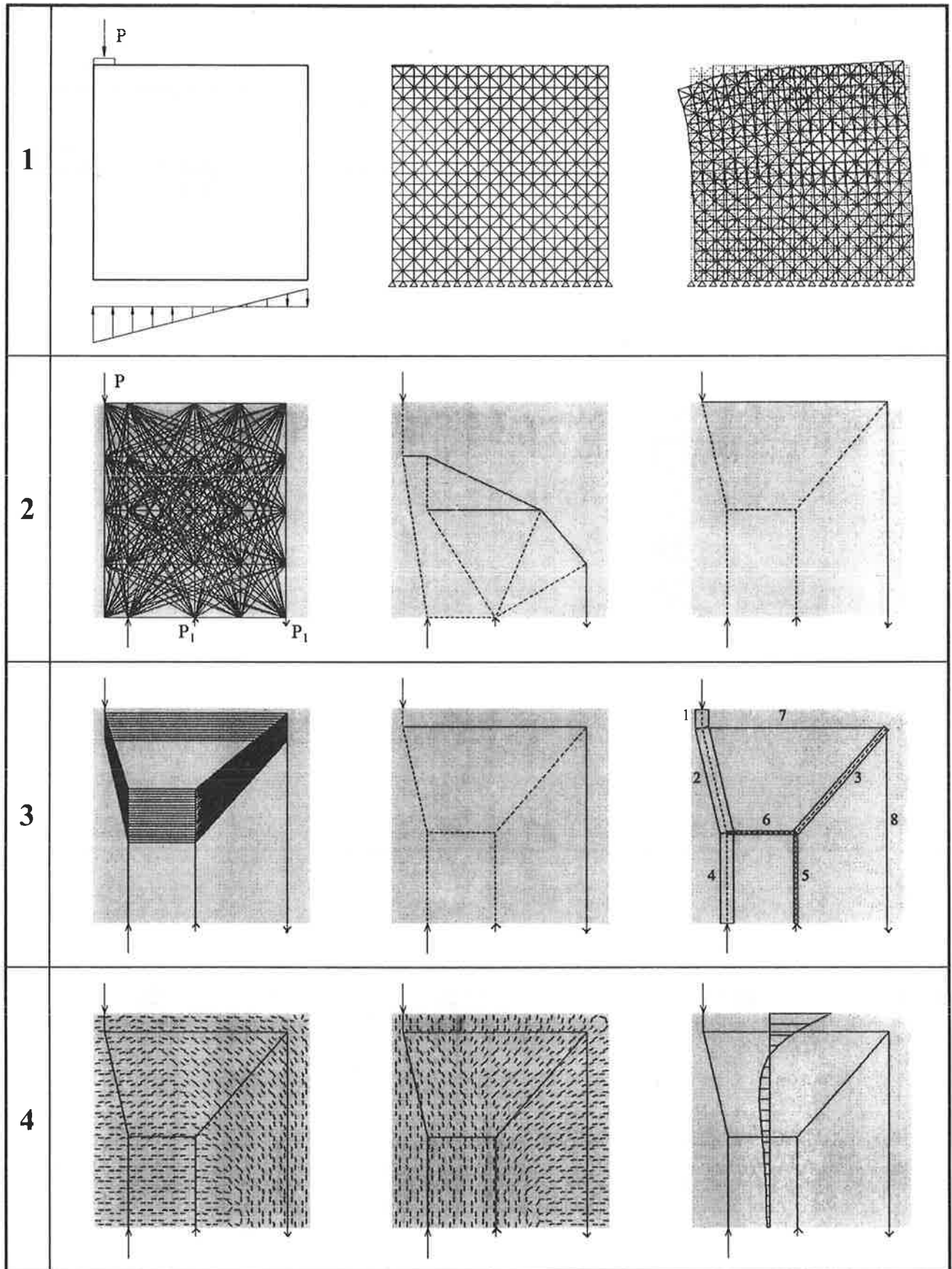


Fig. 7: definizione modello S&T ottimale caso (B).

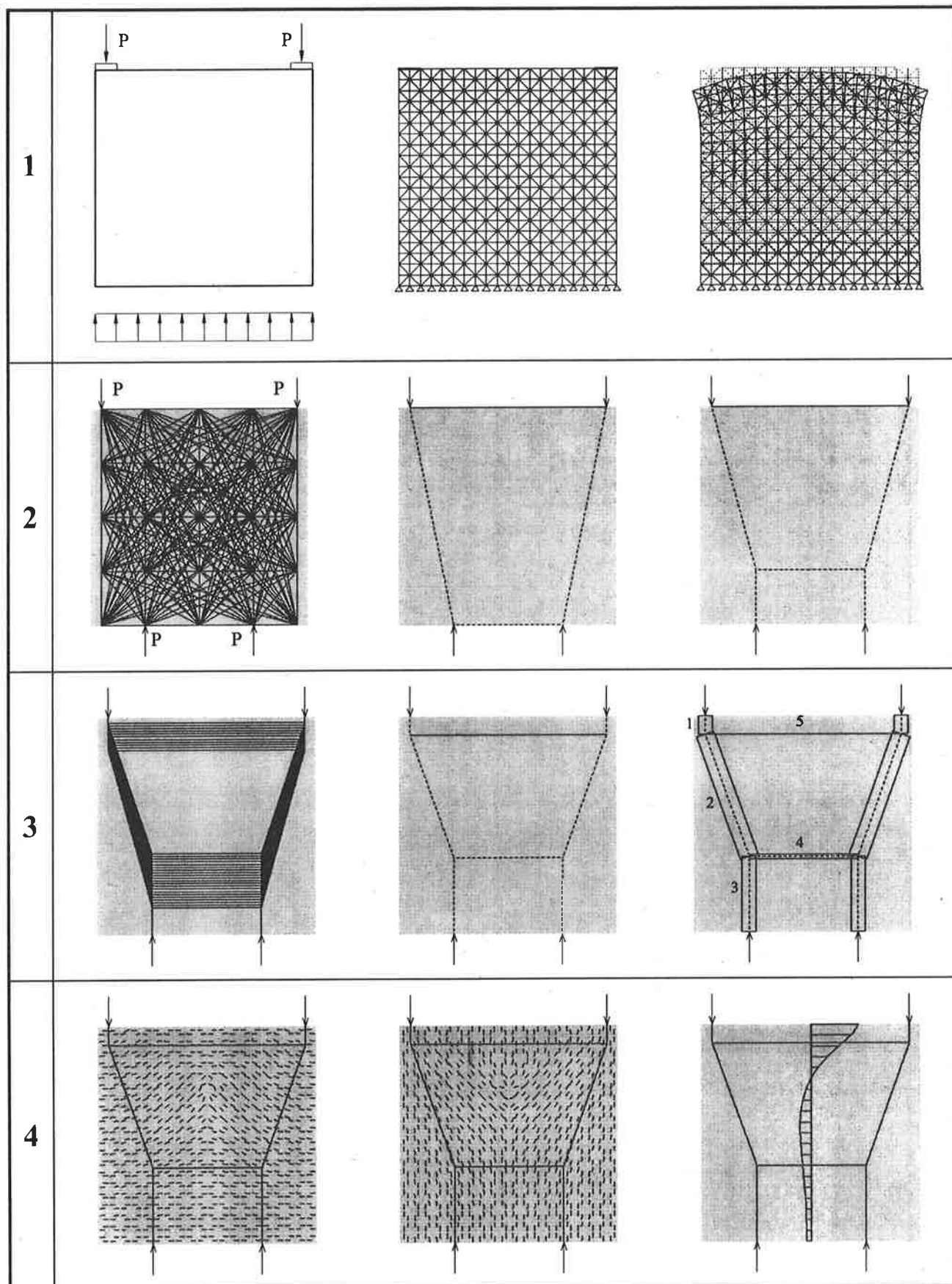


Fig. 8: definizione modello S&T ottimale caso (B+B).

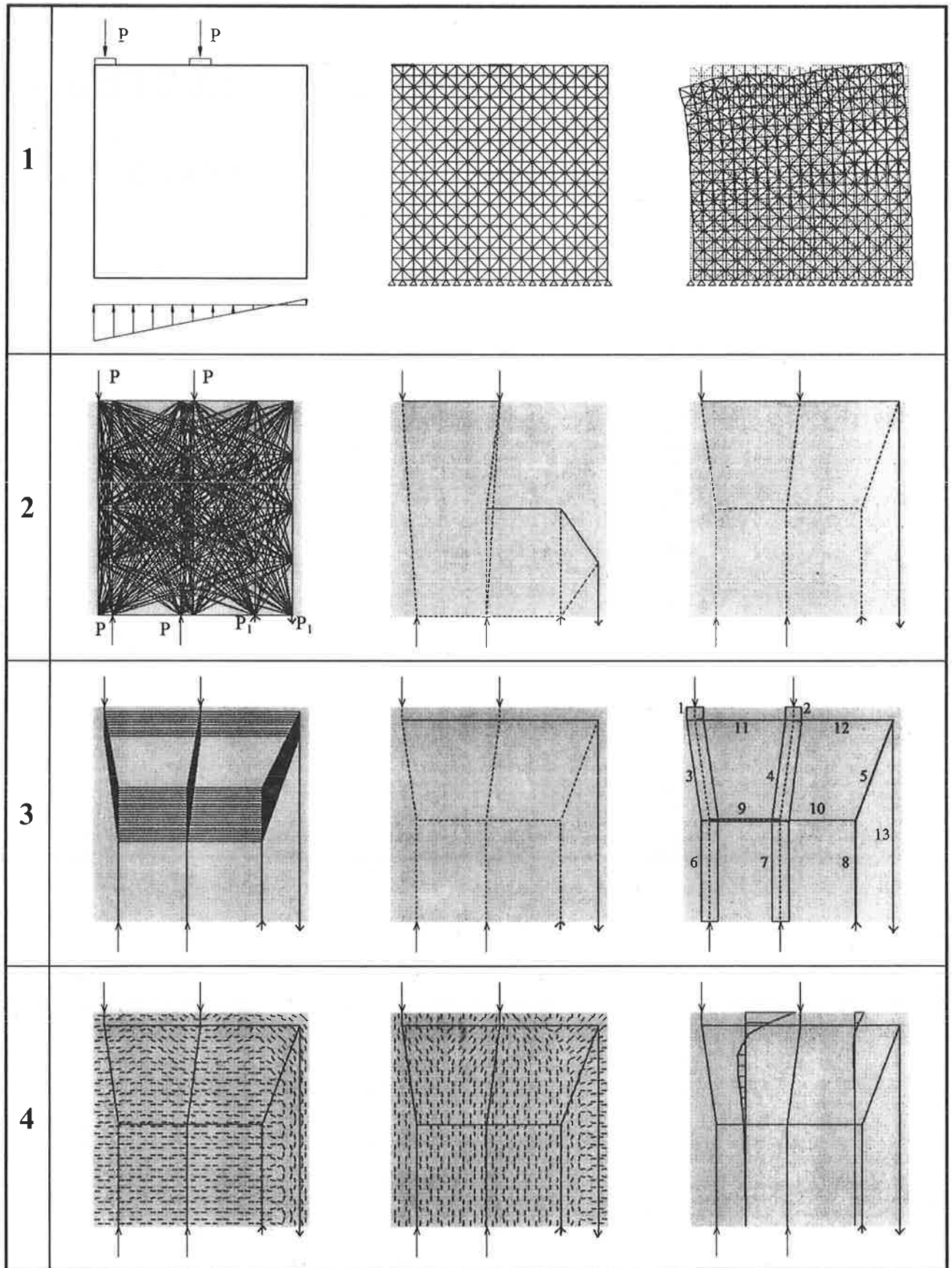
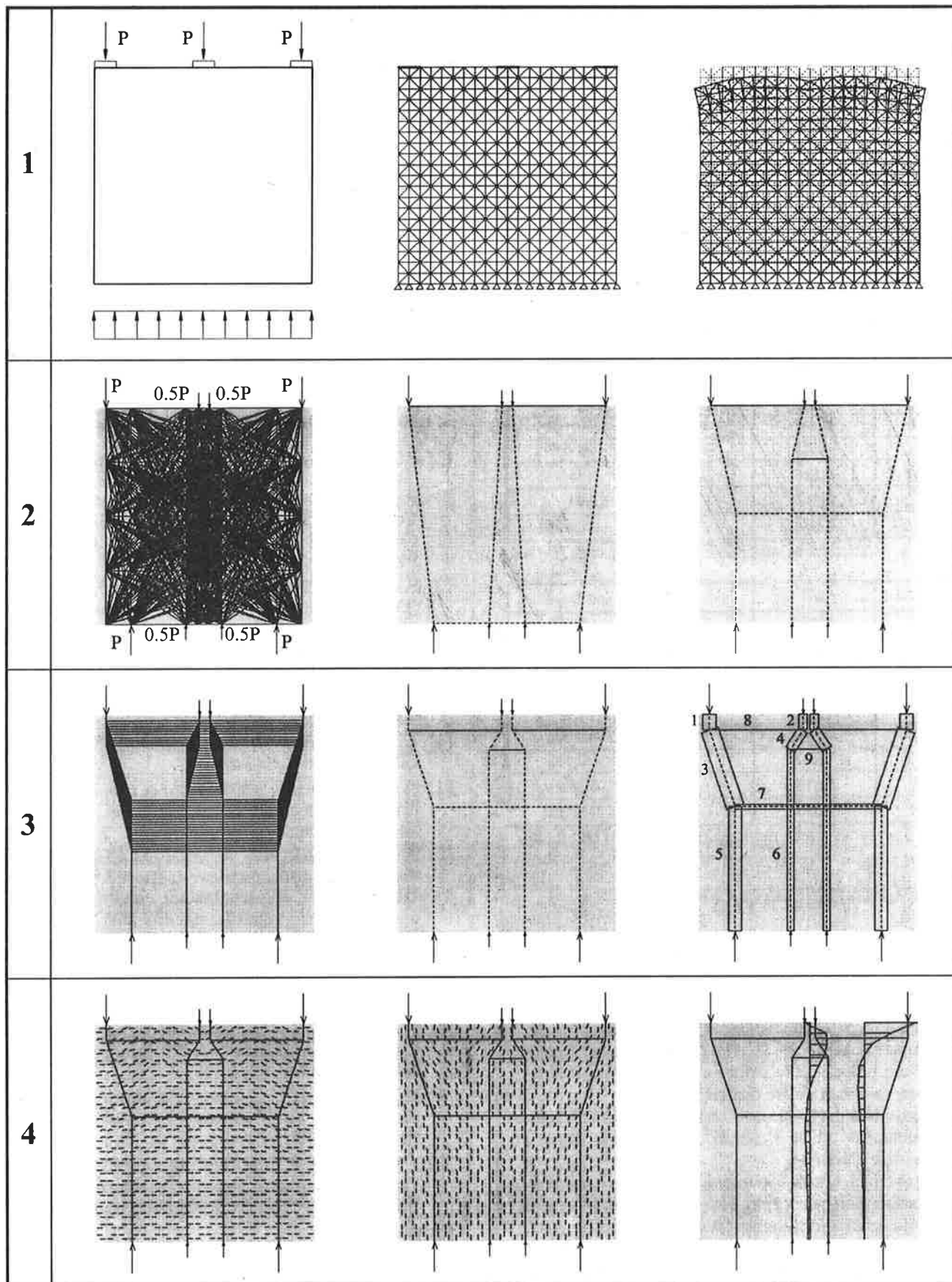


Fig. 9: definizione modello S&T ottimale caso (B+A).



Asta	n/P	ν	$a f_{cld}/P$
1	-1.000	1.000	-1.000
2	-1.061	0.790	-1.344
3	-1.000	1.000	-1.000
4	-0.356	1.000	-0.356
5	0.356	ν_s	$0.356/\nu_s$

Tab. 3: caratteristiche modello S&T ottimale caso (B+B).

Asta	n/P	ν	$a f_{cld}/P$
1	-1.000	1.000	-1.000
2	-1.000	1.000	-1.000
3	-1.011	1.000	-1.011
4	-1.008	1.000	-1.008
5	-0.048	1.000	-0.048
6	-1.000	1.000	-1.000
7	-1.000	1.000	-1.000
8	-0.045	1.000	-0.045
9	-0.145	1.000	-0.145
10	-0.017	1.000	-0.017
11	0.145	ν_s	$0.145/\nu_s$
12	0.017	ν_s	$0.017/\nu_s$
13	0.045	ν_s	$0.045/\nu_s$

Tab. 4: caratteristiche modello S&T ottimale caso (B+A).

Asta	n/P	ν	$a f_{cld}/P$
1	-1.000	1.000	-1.000
2	-0.500	0.739	-0.676
3	-1.054	0.781	-1.350
4	-0.601	0.730	-0.823
5	-1.000	1.000	-1.000
6	-0.500	1.000	-0.500
7	-0.333	1.000	-0.333
8	0.333	ν_s	$0.333/\nu_s$
9	0.333	ν_s	$0.333/\nu_s$

Tab. 5: caratteristiche modello ottimale caso (B+A+B).

4. RISULTATI E CONCLUSIONI.

Si ritiene che la sequenza delle Figg. 6-10 e delle Tabelle 1-5, contenenti i valori delle sollecitazioni associate alle membrature principali, presenti in modo efficace l'evoluzione degli schemi che, dal sistema continuo iniziale, conducono al modello resistente S&T ottimizzato secondo la ripartizione delle funzioni resistenti proprie delle strutture in calcestruzzo armato. Si osserva in particolare quanto segue:

- la giacitura degli elementi resistenti media fedelmente l'andamento delle direzioni delle tensioni principali massime e minime;
- i principali tiranti e puntoni risultano posizionati in prossimità dei baricentri delle distribuzioni tensionali lungo le direttrici significative e, di conseguenza, i bracci relativi consentono una buona approssimazione delle corrispondenti risultanti di trazione e compressione;

- presentando con chiara evidenza gli allineamenti interessati da trazioni o da compressioni, i modelli ottenuti consentono di superare le incertezze dovute a scelte discrezionali dei bracci relativi;
- l'introduzione di un fattore di efficienza ν consistente con il campo di sforzi trasversali al puntone, consente un dimensionamento degli elementi compressi che tiene conto, sia pure indirettamente, delle condizioni di resistenza del calcestruzzo in regime biassiale;
- grazie all'accuratezza dei valori delle azioni che attuano la discesa dei carichi, è infine possibile una verifica più affidabile dei nodi strutturali.

In conclusione, fissati i criteri di progetto, il processo di ottimizzazione consente di definire univocamente un meccanismo resistente S&T consistente con il flusso tensionale effettivo, evitando quegli aspetti discrezionali che, più semplici scelte del modello, di solito comportano.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] F. BIONDINI, F. BONTEMPI, P. G. MALERBA - 1996, "Ricerca di modelli Strut-and-Tie mediante Programmazione Lineare.", Studi e Ricerche, Vol. 17, pp. 121-156, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato "F.lli Pesenti", Politecnico di Milano.
- [2] F. BIONDINI, F. BONTEMPI, P. G. MALERBA - 1996, "Ottimizzazione di modelli Strut-and-Tie nel progetto di travi alte in cemento armato.", Atti 11° Congresso C.T.E., Napoli 7-8-9 Novembre, Vol. 1, pp. 175-185.
- [3] C. CESTELLI-GUIDI - 1987, "Cemento armato precompresso.", Hoepli, Milano.
- [4] W. S. HEMP - 1973, "Optimum Structures.", Clarendon Press, Oxford.
- [5] F. LEONHARDT - 1975, "C.A. & C.A.P. - Calcolo di progetto e tecniche costruttive.", Vol. II, Edizioni Tecniche, Milano.
- [6] P. G. GAMBAROVA, A. MIGLIACCI - 1974, "On the pre-stress diffusion in pre-tensioned, wide flange T beams, at the different loading conditions.", Studi e Rendiconti, Vol. 17, pp. 237-257, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato "F.lli Pesenti", Politecnico di Milano.
- [7] Y. GUYON - 1968, "Constructions en Béton Précontraint.", Vol. II, Eyrolles, Paris.
- [8] P. MARTI - 1985, "Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design.", A.C.I. Structural Journal, January-February, pp. 46-56.
- [9] M. SARGIOUS - 1961, "Hauptzugkräfte am Endauflager vorgespannter Betonbalken.", Die Bautechnik, Vol. 38, No. 3, pp. 91-98.
- [10] J. SCHLAICH, K. SCHÄFER, M. JENNEWIN - 1987, "Toward a Consistent Design of Structural Concrete.", PCI Journal, Vol. 32, No. 3, May-June, pp. 74-150.

Ringraziamenti

La presente ricerca è stata finanziata con fondi MPI 40% 1994 dell'Università di Udine.

ANALISI NON LINEARE DI PIASTRE INFLESSE IN CEMENTO ARMATO

Franco BONTEMPI

Ricercatore
Dipartimento di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano

Pier Giorgio MALERBA

Professore
Dipartimento di Ingegneria Civile
Universita' degli Studi di Udine

Vilma GROSSI

Ingegnere Diplomato presso la Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C. A.
Politecnico di Milano

SOMMARIO

Si formulano le caratteristiche di un elemento piastra, a strati, ottenuto dalla sovrapposizione degli elementi CST e DKT e in grado di analizzare piastre in C.A. in regime nonlineare fessurato nel campo dei grandi spostamenti, con piccole deformazioni e moderate rotazioni. Il materiale e' modellato secondo le ipotesi ed i legami costitutivi della Modified Compression Field Theory. Il solutore del problema non lineare e' in grado di trattare il caso di vincoli monolateri. Nel confronto con alcune prove sperimentali si mostra come un tale E.F. sia in grado di cogliere i valori dei parametri piu' significativi che caratterizzano la risposta strutturale.

SUMMARY

The paper deals with the non linear analysis of R.C. plates in the cracked state with large displacements, small strains and moderate rotations. The characteristics of a layered F.E. based on the superposition of the CST and DKT elements are given. The material is modelled according to the hypothesis and to the constitutive laws of the Modified Compression Field Theory. The non linear solver is able to handle unilateral support conditions. Some numerical tests show how this modelling procedure is able to evaluate in agreement with the experimental results, the most significant parameters which characterize the structural behaviour.

1.INTRODUZIONE

Si consideri una piastra in calcestruzzo armato, con geometria e distribuzione dei carichi sufficientemente regolari, e vincolata lungo il contorno rispetto a tutti i gradi di liberta'. Una rappresentazione della risposta strutturale puo' essere data col diagramma di Fig.1, che mostra la relazione tra carico e spostamento (F-w) di un punto caratteristico (P). Il primo tratto del diagramma (OA) presenta spostamenti crescenti col carico e piccoli in valore, rispetto allo spessore della piastra. Inizialmente, in (OA'), la risposta e' pressoché lineare, poi, col manifestarsi ed il propagarsi della fessurazione,

la rigidezza decresce fino al punto di massimo relativo (A). Oltre il punto (A) solo operando a spostamenti impressi si possono individuare nuovi stati di equilibrio, possibili per valori decrescenti del carico fino ad un punto (B). In questa fase i meccanismi resistenti formati col processo di parzializzazione dovuto alla fessurazione, e con la risposta non lineare di calcestruzzo ed acciaio, esauriscono la loro residua capacita' portante, e portano a configurazioni deformate caratterizzate da sensibili spostamenti. A tali spostamenti si accompagna l'azione di trazioni membranali che prima portano il ramo discendente ad avere un flesso ed una tangente orizzontale e poi

conferiscono alla struttura nuova rigidità. Per il prevalente contributo delle azioni membranali lo spostamento aumenta solo per carichi nuovamente crescenti fino al nuovo massimo (C), oltre il quale si avra' il collasso con elevati allungamenti e rottura delle armature in acciaio.

Di tutto il percorso (OABCD), gli usuali metodi di analisi colgono solo aspetti parziali. L'analisi elastica approssima il tratto iniziale ed e' accettabile fino ad un punto (OA'). L'analisi limite, sviluppata attraverso i meccanismi delle linee di rottura, riesce a stimare un carico ultimo rappresentato dalla retta (L-L). L'analisi non lineare senza effetti geometrici non riesce a cogliere il contributo irrigidente dell'azione membranale. L'analisi non lineare con effetti geometrici, ma che non faccia ricorso ad adeguati metodi di ricerca dello stato di equilibrio in controllo di spostamenti (continuation methods), da' una rappresentazione molto approssimata (OAU) del comportamento nel campo dei grandi spostamenti.

Nella risposta strutturale un ruolo importante e' svolto dalle condizioni di vincolo e dal modo col quale esse vengono riprodotte. La presenza o meno di vincoli membranali sugli spostamenti nel piano, influenza nettamente gli andamenti della curva carico-spostamento dopo il primo valore di picco (A), ovvero dove si manifestano in modo piu' accentuato gli effetti di secondo ordine.

Per quanto riguarda i vincoli associati alle componenti flessionali, una modellazione accurata deve essere in grado di tener conto se i vincoli siano o meno attivi bilateralmente. Nel caso di piastre di forma irregolare, poggianti su vincoli genericamente definiti di appoggio, il vincolare o meno tratti di bordo che per vincoli unilateri tenderebbero a rialzarsi, altera sensibilmente la risposta anche nel tratto iniziale della curva (F-w).

In questo lavoro si presentano i primi risultati di una ricerca intesa ad analizzare con formulazioni generali e consistenti il comportamento di piastre inflesse in C.A. Per la modellazione del materiale si adottano le ipotesi ed i legami costitutivi della Modified Compression Field Theory (Vecchio e Vecchio, 1986). Per la modellazione strutturale in regime di grandi spostamenti, piccole deformazioni e moderate rotazioni, si formulano le proprieta' di un elemento composto dalla sovrapposizione degli elementi CST (Constant Strain Triangle) e DKT (Discrete Kirchhoff Theory element). Per trattare l'accoppiamento tra i regimi membranale e flessionale tenendo conto della parzializzazione delle sezioni, del contributo irrigidente del calcestruzzo che avvolge le barre di armatura e delle diverse disposizioni delle armature negli strati dello spessore si e' introdotta una nuova ipotesi di Tension Stiffening. A parte si dira' della modellazione dei vincoli monolateri.

2.FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Si richiamano dapprima le ipotesi adottate per il modello deformativo e per il modello del materiale presi a riferimento. Si espongono le modalita' di accoppiamento tra i regimi membranale e flessionale tenendo conto degli effetti della parzializzazione dovuta alla fessurazione e dell'azione collaborante del calcestruzzo che avvolge le barre di armatura (Tension Stiffening). Si accenna alla tecnica seguita per la soluzione del problema non lineare e per trattare condizioni di vincolo monolatero.

3.MODELLO DEFORMATIVO

Si fa riferimento al sistema di coordinate ed alle notazioni mostrati in Fig. 2. Si assume che un segmento inizialmente rettilineo e normale al piano medio si mantenga, nella configurazione deformata, retto anche se non necessariamente normale alla superficie media inflessa. Si indicano con $\beta_x(x,y)$, $\beta_y(x,y)$ le rotazioni d'un tale segmento, positive se volte come indicato in Fig.2. Con una tale ipotesi (Reissner, Mindlin) si tiene conto dei contributi alla rotazione dovuti agli scorrimenti medi per taglio. Si indicano con $u_o = u_o(x,y)$, $v_o = v_o(x,y)$ le componenti di spostamento nel piano medio ($z=0$) e con $w = w_o(x,y)$ lo spostamento, indipendente da (z), in direzione normale al piano (x,y). Per l'ipotesi fatta, gli spostamenti in un generico piano (z) sono: $u(x,y,z) = u_o - z\beta_x$; $v(x,y,z) = v_o - z\beta_y$; $w(x,y) = w_o$. Essendo w indipendente da z ed essendo piccoli i valori delle derivate (u_x, u_y, v_x, v_y) , il vettore delle deformazioni di Green puo' essere posto nella forma ridotta di Karman ed espresso in funzione delle sole deformazioni del piano medio e delle rotazioni di un segmento ad esso normale:

$$\underline{\varepsilon} = \left[\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz} \right]^T = \left(\begin{array}{c|c} \underline{\varepsilon}_L^p & \underline{\varepsilon}_{NL}^p \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) + z \cdot \left(\begin{array}{c|c} \underline{\varepsilon}_L^b & 0 \\ \hline 0 & \underline{\varepsilon}_L^s \end{array} \right)$$

dove con p si sono indicate le componenti membranali nel piano medio, con b le componenti flessionali e con s quelle taglianti. I vari sottovettori hanno le espressioni seguenti:

$$\underline{\varepsilon}_L^p = \underline{\varepsilon}_O = \left[u_{,x} \quad v_{,y} \quad (u_{,y} + v_{,x}) \right]^T$$

$$\underline{\varepsilon}_{NL}^p = 1/2 \left[(w_{,x})^2 \quad (w_{,y})^2 \quad (2w_{,x} w_{,y}) \right]^T$$

$$\underline{\varepsilon}_L^b = \underline{\chi} = \left[\beta_{x,x} \quad \beta_{y,y} \quad (\beta_{x,y} + \beta_{y,x}) \right]^T$$

$$\underline{\varepsilon}_L^s = \underline{\gamma} = \left[w_{,x} - \beta_x \quad w_{,y} - \beta_y \right]^T$$

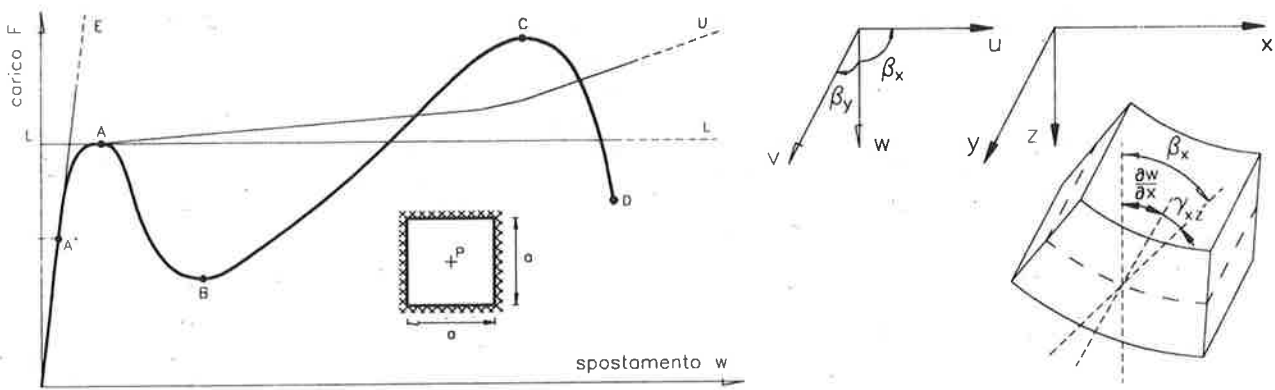


Fig. 1: Confronto tra le curve carico-spostamento per diverse modellazioni di una piastra incastrata.

Fig. 2: Notazioni e sistemi di riferimento.

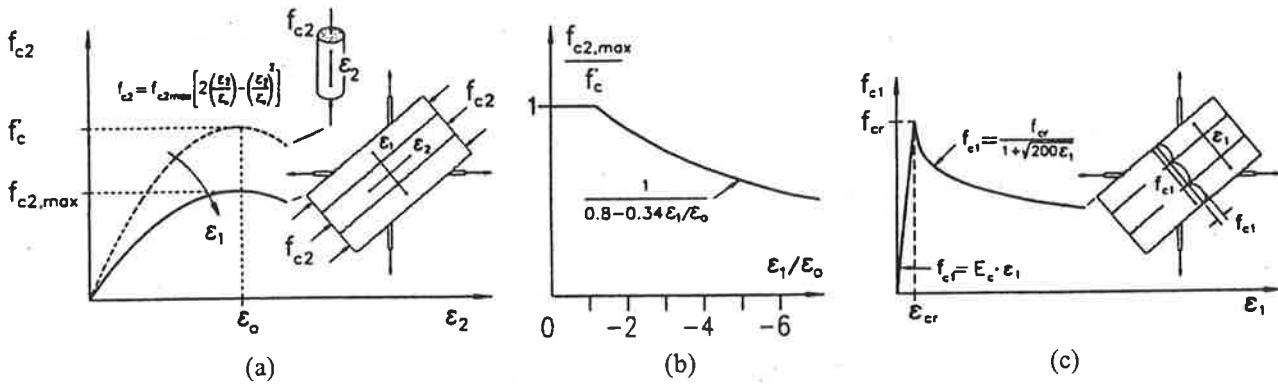


Fig. 3: legami sforzo-deformazione medi della MCFT: (a) calcestruzzo in compressione; (b) massimo sforzo di compressione in funzione della deformazione principale massima; (c) calcestruzzo in trazione.

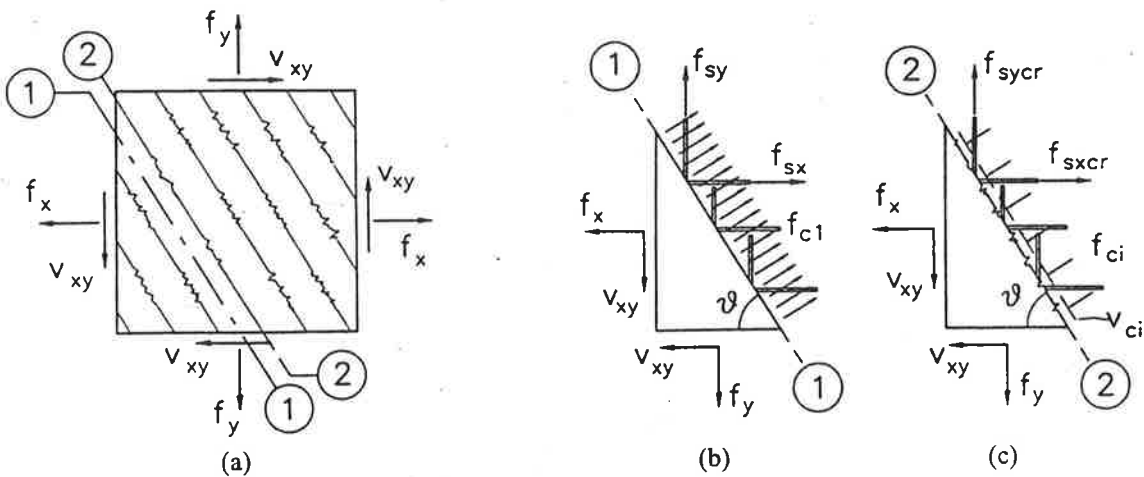


Fig. 4: (a) sforzi applicati su un elemento fessurato; (b) sforzi medi; (c) sforzi locali lungo una fessura.

Il vettore degli sforzi omologo alle componenti deformative prese in considerazione e':

$$\underline{\sigma} = \left[\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \right]^T$$

Una tale e piu' generale formulazione, basata sulla teoria di Reissner-Mindlin verra' poi condizionata per punti alla teoria di Kirchhoff secondo i criteri della Discrete Kirchhoff Theory (DKT), (Batoz, Bathe, Ho, 1980).

4.LA MODELLAZIONE DEL MATERIALE

Per la modellazione del materiale si fa riferimento alle ipotesi ed ai legami costitutivi della Modified Compression Field Theory (MCFT). Tale teoria propone un modello a fessura diffusa rotante nel quale il C.A. è visto come un materiale composito, ortotropo, a comportamento iperelastico non lineare.

Si considera un elemento di lastra di spessore costante, costituito da una matrice di calcestruzzo e da due ordini di armatura distribuiti in modo uniforme e tra loro ortogonali. A livello macroscopico calcestruzzo ed armatura sono considerati aderenti. L'elemento ha dimensioni finite, ma viene trattato come un infinitesimo: entro l'elemento il campo di sforzi è costante ed i lati assumono spostamenti e rotazioni relative mantenendosi retti. Per un assegnato stato di sforzo o di deformazione le relazioni tra sforzi agenti ai bordi dell'elemento e le corrispondenti deformazioni vengono sviluppate sulla base delle ipotesi seguenti.

1) Equilibrio e compatibilità sono formulati in termini di sforzi e deformazioni medi, ovvero riferiti ad aree sufficientemente grandi da poter comprendere un quadro fessurativo definito.

2) Nel generico stato biassiale la direzione della deformazione principale di compressione ε_1 e quella dello sforzo principale di compressione f_{c1} sono correlati in una banda ristretta ($\Delta\theta_c \cong \pm 10^\circ$). Si assume pertanto che gli assi delle deformazioni principali e quelli degli sforzi principali coincidano.

3) Lo sforzo principale di compressione f_{c2} corrispondente alla deformazione principale di compressione ε_2 , varia in funzione dello sforzo principale di trazione in direzione trasversale ε_1 che rende il materiale più deformabile (*strain softening*). La resistenza a compressione f_{c2max} decresce con ε_1 ed il legame sforzo-deformazione si riduce in affinità con f_{c2max} (Fig. 4.a,b):

$$\left| \frac{f_{c2max}}{f_c} \right| = \frac{1}{0.8 - 0.34 \left(\varepsilon_1 / \varepsilon_o \right)} \leq 1.0 \quad (\text{p.e. } \varepsilon_o = -0.002);$$

$$f_{c2} = f_{c2max} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_o} \right)^2 \right]$$

Prima di raggiungere la deformazione ε_{cr} il calcestruzzo ha comportamento elastico lineare con modulo elastico E_c , pari a quello tangente all'origine. Per $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$ il calcestruzzo si considera fessurato lungo giaciture che si mantengono costantemente normali alla direzione della corrispondente tensione principale massima. In questa fase si tiene conto della collaborazione dovuta al tension stiffening con un andamento di f_{c1} decrescente con ε_{c1} (Fig. 4.c):

$$\begin{cases} f_{c1} = E_c \varepsilon_1 & , \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \\ f_{c1} = f_{cr} / \left(1 + \sqrt{200 \varepsilon_1} \right) & , \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \end{cases}$$

4) L'acciaio di armatura ha un comportamento di tipo elastico-perfettamente plastico con tensioni di snervamento f_{yx}, f_{yy} , e modulo elastico E_s :

$$f_{sx} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{sx} & , |\varepsilon_{sx}| \leq \varepsilon_{yx} = f_{yx} / E_s \\ f_{yx} \varepsilon_{sx} / |\varepsilon_{sx}| & , \varepsilon_{yx} < |\varepsilon_{sx}| \leq \varepsilon_{su} \end{cases}$$

$$f_{sy} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{sy} & , |\varepsilon_{sy}| \leq \varepsilon_{yy} = f_{yy} / E_s \\ f_{yy} \varepsilon_{sy} / |\varepsilon_{sy}| & , \varepsilon_{yy} < |\varepsilon_{sy}| \leq \varepsilon_{su} \end{cases}$$

Per ogni stato di sforzo va inoltre verificata l'effettiva possibilità di trasmettere lo sforzo di trazione medio f_{c1} attraverso le fessure.

In un elemento in C.A. fessurato (Fig. 4.a) lo sforzo di trazione al bordo della fessura è nullo nel calcestruzzo e massimo nelle barre di armatura ($f_{sx} = f_{sx,cr}; f_{sy} = f_{sy,cr}$). Tra due fessure adiacenti gli sforzi di trazione si trasmettono dall'acciaio al calcestruzzo per l'azione di aderenza che si sviluppa lungo le barre. Il calcestruzzo, in tal modo, collabora nel sopportare le azioni di trazione e contribuisce ad incrementare la rigidezza complessiva dell'elemento strutturale (*tension stiffening*). Tra i bordi della fessura si manifesta inoltre una resistenza allo scorrimento, dovuta all'ingranamento degli inerti (*aggregate interlock*). Tale azione può essere rappresentata mediante una relazione che esprima lo sforzo tangenziale in funzione di quello di contenimento, normale alla fessura $v_{ci} = v_{ci}(f_{ci})$. Il quadro completo di tali sforzi, intesi come rappresentativi dello stato di sforzi effettivo, è mostrato in Fig. 4.c. D'altro canto, operando con legami costitutivi formulati in termini di tensioni medie, gli sforzi agenti sulle facce parallele al bordo della fessura sono quelli mostrati in Fig. 5.b. Tra queste due rappresentazioni degli sforzi devono sussistere le seguenti condizioni di equivalenza statica:

$$\begin{aligned} \rho_x f_{sx} \sin \theta + f_{c1} \sin \theta &= \rho_x f_{sx,cr} \sin \theta - f_{ci} \sin \theta - v_{ci} \cos \theta \\ \rho_y f_{sy} \cos \theta + f_{c1} \cos \theta &= \rho_y f_{sy,cr} \cos \theta - f_{ci} \cos \theta + v_{ci} \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{alle quali corrisponde la delimitazione:}$$

$$f_{c1} \leq \rho_x (f_{yx} - f_{sx}) \cdot \sin^2 \theta + \rho_y (f_{yy} - f_{sy}) \cdot \cos^2 \theta$$

che deriva dai limiti di capacità portante conseguenti alla plasticizzazione dell'acciaio di armatura ($f_{sx} \leq f_{yx}; f_{sy} \leq f_{yy}$) e/o dai limiti della capacità di trasmissione delle sollecitazioni tangenziali attraverso l'ingranamento degli inerti.

Con tali posizioni, risulta definito il legame costitutivo $\sigma = D\varepsilon$ fra i valori medi di tensione $\sigma = [f_x, f_y, v_{xy}]^T$ e di deformazione $\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$ per l'elemento composito. La matrice D si ottiene in particolare trattando separatamente i contributi di calcestruzzo e maglia di armatura:

$$D = T^T D'_c T + \sum_i T_i^T D'_{si} T_i = D_c + \sum_i D_{si}$$

con D'_c matrice costitutiva del calcestruzzo nel riferimento principale, D'_{si} matrice costitutiva per il generico ordine di armatura in un riferimento ad esso solidale e T, T_i , matrici di trasformazione.

5. MCFT E MODELLAZIONE DEL TENSION STIFFENING IN SISTEMI INFLESSI

Le ipotesi ed i legami costitutivi delle MCFT modellano stati piani di sforzo in elementi di composito dotati di due ordini di armatura tra loro ortogonali e caratterizzati dai rispettivi quantitativi percentuali (ρ_x, ρ_y) . La posizione dell'armatura in una tale formulazione è influenzata, in quanto considerata come uniformemente distribuita nello spessore. Nel caso dei sistemi inflessi, invece, le armature sono posizionate in prossimità delle facce tese e compresse e la posizione dell'armatura sull'altezza dello spessore è un elemento essenziale per la caratterizzazione della struttura.

In una rappresentazione stratificata ogni singolo strato lavora in stato piano di sforzo. I vari strati interagiscono secondo le ipotesi cinematiche già esposte. Ogni strato può avere sue percentuali di armatura nelle due direzioni e quindi essere modellato con i legami costitutivi descritti in precedenza. In aggiunta all'armatura diffusa, nella matrice di calcestruzzo si possono inserire "piani" di armatura localizzati alle interfacce tra gli strati.

In regime fessurato gli sforzi di trazione in corrispondenza delle fessure sono retti dal solo acciaio. Tra una fessura e l'altra, per l'azione di aderenza tra calcestruzzo e acciaio, anche il calcestruzzo che avvolge le barre collabora in trazione, sia in termini di rigidezza sia in termini di resistenza (Tension Stiffening). La MCFT tiene già conto di una tale azione collaborante mediante un legame costitutivo a trazione caratterizzato da un ramo softening molto esteso e associato a livelli di sforzo più elevati rispetto a quelli del calcestruzzo semplice e tipici invece di un calcestruzzo armato in modo diffuso. Il modello del materiale comprende pertanto gli effetti d'una tale collaborazione, agente nei piani solidi costituiti dagli strati.

L'estensione del problema ad un sistema inflesso deve tener conto dell'azione del Tension Stiffening che si manifesta in direzione normale agli strati e che si sviluppa nello spessore dell'elemento laminato. Si

osserva che la definizione delle zone attive a trazione nell'intorno delle barre fanno riferimento ad una diffusione di tipo cilindrico. Nel caso di strati piani di armatura, la diffusione è da quantificare nei riguardi della sola coordinata normale al piano dell'armatura stessa. Si assume pertanto che il calcestruzzo collabori a trazione con lo strato di armatura in un intorno a cavallo di questa pari a $d_{eff} = \phi(2\beta_{TS} + 1)$, con le ovvie limitazioni dimensionali imposte da copriferro (c) e spessore della piastra (h): $d_{eff}/2 \leq c$, $d_{eff} \leq h$. Operando su di una suddivisione discreta in N_{layers} strati e indicato t_l ($l=layer$) lo spessore, assunto costante, del singolo strato, si pone, ai fini del calcolo: $h_{infl} = t_l \cdot N_{layers}$. Si ripartisce infine in modo uniforme su h_{infl} l'armatura A_s (in mm^2/mm) sollecitata a trazione, attribuendo ad ogni strato adiacente l'armatura, una percentuale $\rho = A_s / (100 \cdot h_{infl})$. Nel caso di doppia armatura occorre rispettare anche la delimitazione $h_{infl,j} + h_{infl,s} \leq h$, dove $h_{infl,j}$, $h_{infl,s}$ sono rispettivamente le altezze di influenza inferiore e superiore (Grossi, 1996).

6. RIDUZIONE DEL PROBLEMA A FORMA ALGEBRICA

Si richiamano alcuni aspetti della teoria delle piastre inflesse, necessari a sviluppare l'elemento DKT e si espongono i criteri alla base della Discrete Kirchhoff Theory e dei procedimenti per formulare le proprietà di un E.F. triangolare a tre nodi e 9 gradi di Libertà fondato su di una tale teoria.

6.1. Richiami della teoria delle piastre inflesse

Si considera il caso di piccoli spostamenti. Con le notazioni di Fig. 2 e le ipotesi iniziali, l'energia potenziale elastica di un elemento di piastra di superficie A può esprimersi come somma di un contributo flettente (b) e di un contributo tagliante (s): $U = U_b + U_s$, con

$$U_b = \frac{1}{2} \int_A (\underline{\chi}^T \underline{D}_b \underline{\chi}) dx dy; \quad U_s = \frac{1}{2} \int_A (\underline{\gamma}^T \underline{D}_s \underline{\gamma}) dx dy$$

$$\underline{D}_b = \int_{-h/2}^{h/2} \underline{D}(z) z^2 dz; \quad \underline{D}_s = k \int_{-h/2}^{h/2} \underline{E}(z) dz$$

dove $\underline{D}(z)$, $\underline{E}(z)$ sono le matrici di rigidezza del materiale, e k è il fattore correttivo che si introduce per tener conto del fatto che l'effettivo andamento degli sforzi tangenziali è parabolico e non costante sull'altezza dello spessore.

In questa espressione dell'energia compaiono solo derivate del primo ordine ($m=1$) delle rotazioni della

normale al piano nel punto. Nel termine dell'energia relativo ai carichi compare lo spostamento w . In un elemento finito derivato da un tale funzionale e' richiesta la sola continuita' $C^{m-1} = C^0$, ovvero condizioni di conformita' tra elementi relativamente semplici da soddisfare per i tre campi di spostamento incogniti w , β_x e β_y . Le condizioni al contorno sono del tipo $w = \bar{w}$, $\beta_x = \bar{\beta}_x$ e $\beta_y = \bar{\beta}_y$.

D'altro canto nelle piastre sottili le deformazioni per taglio in piani normali a quello della piastra sono trascurabili rispetto alle analoghe quantita' flessionali. Ponendo $\gamma_{xz} = \partial w / \partial x - \beta_x = 0$; $\gamma_{yz} = \partial w / \partial y - \beta_y = 0$, si ricade nelle ipotesi di Kirchhoff e rotazioni e curvature risultano: $\beta_x = \partial w / \partial x$; $\partial \beta_x / \partial x = \partial^2 w / \partial x^2$; $\beta_y = \partial w / \partial y$; $\partial \beta_y / \partial y = \partial^2 w / \partial y^2$. L'energia potenziale elastica per taglio e' nulla ed in quella flessionale $U_b = \frac{1}{2} \int_A (\chi^T \underline{D}_b \chi) dx dy$ le curvature sono espresse come derivate seconde ($m=2$) del solo spostamento w . In questo caso, per avere E.F. conformi e' richiesta continuita' $C^{m-1} = C^1$ nella sola variabile (w), che, come noto, e' una condizione di regolarita' piu' difficile da rappresentare.

6.2. Gli elementi DKT.

Il concetto informatore degli E.F. della famiglia DKT e' il seguente. Partendo dalla Teoria di Mindlin si prendono in considerazione il solo termine flessionale dell'energia di deformazione (come in Kirchhoff), che pero' e' funzione di (β_x, β_y) ed il termine di carico, funzione di (w) . Si rende allora necessario porre in relazione le rotazioni (β_x, β_y) agli spostamenti (w) . Nell'elemento DKT cio' viene fatto ponendo le condizioni seguenti in forma discreta, cioe' in punti scelti e non in modo continuo.

- L'elemento deve operare con soli nove gradi di liberta' rappresentati dallo spostamento e dalle due rotazioni ad ogni nodo $\begin{bmatrix} w & \vartheta_x & \vartheta_y \end{bmatrix}_i^T$

- Inoltre, poiche' ci si vuole porre nelle condizioni di Kirchhoff, le rotazioni ai nodi devono corrispondere alle derivate negli stessi punti $\vartheta_x = +w_{,y}$, $\vartheta_y = -w_{,x}$. In tal modo anche le condizioni al contorno potranno essere poste come condizioni cinematiche di Kirchhoff.

- Le condizioni corrispondenti alle ipotesi di Kirchhoff possono essere poste in ogni punto della piastra, preservando pero' la conformita' nelle rotazioni (β_x, β_y) .

In termini algebrici queste condizioni vengono sviluppate con i passi seguenti:

- Si assume per β_x , β_y una variazione di tipo quadratico. Posto, in coordinate triangolari:

$$L_2 = \xi; L_3 = \eta; L_1 = 1 - L_2 - L_3 = 1 - \xi - \eta;$$

$$N_1 = L_1(2L_1 - 1); N_2 = L_2(2L_2 - 1); N_3 = L_3(2L_3 - 1);$$

$$N_6 = 4L_1L_2; N_4 = 4L_2L_3; N_5 = 4L_1L_3;$$

le rotazioni sono date da:

$$\beta_x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^6 N_i \beta_{xi} \quad \beta_y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^6 N_i \beta_{yi}$$

con β_{xi} , β_{yi} rotazioni nodali.

Si impongono le condizioni di Kirchhoff ai nodi di

vertice ($i=1,2,3$): $\gamma = \begin{bmatrix} \beta_x + w_{,x} \\ \beta_y + w_{,y} \end{bmatrix} = 0$ ed ai nodi medi dei

lati: $\beta_{sk} + w_{,sk} = 0$ ($k=4,5,6$)

- La funzione w , lungo ciascun lato l_{ij} tra i nodi (i, j) , e' cubica, per cui nei punti medi (k) si ha:

$$w_{,sk} = -\frac{3}{2l_{ij}} w_i - \frac{1}{4} w_{,si} + \frac{3}{2l_{ij}} w_j - \frac{1}{4} w_{,sj}$$

Si impone alla rotazione normale lungo i lati un andamento lineare: $\beta_{nk} = (\beta_{ni} + \beta_{nj})/2$

Gli sviluppi analitici, finalizzati principalmente ad esprimere le rotazioni β_x , β_y in funzione degli spostamenti nodali

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} w_1 & \theta_{x1} & \theta_{y1} & w_2 & \theta_{x2} & \theta_{y2} & w_3 & \theta_{x3} & \theta_{y3} \end{bmatrix}^T$$

sono laboriosi dal punto di vista algebrico e pertanto per questi aspetti si rimanda a (Batoz, Bathe, Ho, 1980; Cappelletti, 1996; Grossi, 1996).

6.3. Formulazione dell'elemento stratificato.

Anche in assenza di ogni forza esterna agente nel piano e anche ignorando gli effetti membranali dovuti alla non linearita' geometrica, nelle travi e nelle piastre in C.A. i regimi membranali e flessionali operano sempre accoppiati. L'asse baricentrico ed il piano medio rappresentano unicamente dei sistemi di riferimento, mentre, per effetto della parzializzazione delle sezioni, i punti *neutri* di inversione degli sforzi risultano variamente posizionati rispetto alle fibre poste a meta' spessore, che risultano quindi sollecitate nel loro piano. Si consideri l'elemento di piastra di Fig. 6 suddiviso in n strati da $(n+1)$ piani (Hand, Pecknold, Schnobrich, 1973). Lo strato (j -mo) sara' delimitato dai piani $(j, j+1)$. Ogni singolo strato puo' avere proprieta' meccaniche diverse e, per le ipotesi fatte, lavora in stato piano di sforzo. Dal punto di vista cinematico il pacchetto di strati e' vincolato a deformazioni con

scorrimenti tra i piani che mantengono retto un segmento inizialmente retto e normale al piano medio, ovvero a deformarsi senza scorrimenti relativi (Kirchhoff). Per la modellazione delle componenti membranali (ancora in piccoli spostamenti), si adotta un E.F. compatibile per geometria, numero e disposizione dei nodi e allocazione delle incognite nodali, ovvero l'elemento CST (Constant Strain Triangle). Con tale scelta, le funzioni di spostamento nel piano medio sono: $u_o(x,y) = L_1 u_1 + L_2 u_2 + L_3 u_3$, $v_o(x,y) = L_1 v_1 + L_2 v_2 + L_3 v_3$. Le deformazioni in un generico strato sono:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \gamma_{xy} \end{bmatrix}^T = \underline{\varepsilon}_L^p + z \cdot \underline{\varepsilon}_L^b = \underline{\varepsilon}_L^p + z \cdot \underline{\chi}$$

e gli sforzi, indicata con \underline{D}_j la matrice di rigidezza del materiale dello strato j -mo riferita agli assi del sistema assoluto, sono: $\underline{\sigma}_j = \underline{D}_j \cdot \underline{\varepsilon}_j$. Posto, per il

generico strato (j) $\Delta N_j = \int \underline{\sigma}_j dz$; $\Delta M_j = \int \underline{\sigma}_j z dz$, si ottiene, con semplici sviluppi algebrici, il contributo agli sforzi generalizzati del calcestruzzo:

$$\begin{bmatrix} N' \\ M' \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} (z_{j+1} - z_j) \underline{D}_j & \frac{1}{2} (z_{j+1}^2 - z_j^2) \underline{D}_j \\ \frac{1}{2} (z_{j+1}^2 - z_j^2) \underline{D}_j & \frac{1}{3} (z_{j+1}^3 - z_j^3) \underline{D}_j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_L^p \\ \underline{\chi} \end{bmatrix}$$

e, analogamente, per m -strati di armatura, indicata con z_i la distanza del piano medio dell'armatura i -ma, il contributo agli sforzi generalizzati dell'acciaio:

$$\begin{bmatrix} N'' \\ M'' \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} D_i & z_i D_i \\ z_i D_i & \frac{1}{2} z_i^2 D_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_L^p \\ \underline{\chi} \end{bmatrix}$$

I due contributi sono poi sommati. Va osservato che, per materiale elastico lineare omogeneo e isotropo i termini della diagonale secondaria sono nulli. Nel caso generale di materiale a comportamento non lineare fessurato, i termini sono invece accoppiati. Gli effettivi valori dei termini delle matrici \underline{D}_j , \underline{D}_i derivano dai legami costitutivi adottati e dall'evoluzione della fessurazione secondo quanto risulta nello sviluppo del procedimento iterativo di soluzione.

7. MODELLAZIONE DELLA NON LINEARITA' GEOMETRICA

Per modellare la non linearita' geometrica si fa riferimento alla configurazione inflessa corrispondente alla sola parte rigida degli spostamenti di ogni singolo elemento. Indicato con $\underline{w} = |w_1 \ w_2 \ w_3|^T$ il vettore delle traslazioni nodali, con $L_i = (a_i + b_i x + c_i y) / (2A)$, $i=1 \div 3$ il sistema locale di coordinate triangolari,

con $w(x,y) = L_1 w_1 + L_2 w_2 + L_3 w_3$ il corrispondente campo di spostamenti, i singoli contributi alla componente non lineare delle deformazioni nel piano:

$$\underline{\varepsilon}_{NL}^p = 1/2 \begin{pmatrix} (w_{,x})^2 & (w_{,x})^2 & (2w_{,x} w_{,y}) \end{pmatrix}^T$$

possono essere espressi come:

$$\underline{\delta} = \begin{bmatrix} w_{,x} \\ w_{,y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \underline{G} \cdot \underline{w}$$

Introdotti il vettore degli sforzi iniziali e gli operatori matriciali \underline{s} e \underline{Q} :

$$\underline{\sigma}_o = \begin{bmatrix} \sigma_{ox} \\ \sigma_{oy} \\ \tau_{oxy} \end{bmatrix} \quad \underline{s} = \begin{bmatrix} \sigma_{ox} & \tau_{oxy} \\ \tau_{oxy} & \sigma_{oy} \end{bmatrix} \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} w_{,x} & 0 \\ 0 & w_{,y} \\ w_{,y} & w_{,x} \end{bmatrix}$$

le deformazioni nel piano e l'energia potenziale elastica possono esprimersi come:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_L^p + \underline{\varepsilon}_{NL}^p = \underline{\varepsilon}_L^p + 1/2 \underline{Q} \cdot \underline{G} \cdot \underline{w}$$

$$U = U_L + U_{NL} = U_L + \frac{1}{2} \underline{w}^T \int \underline{G}^T \cdot \underline{Q}^T \cdot \underline{\sigma}_o \cdot dV$$

Sfruttando la nota identita' $\underline{Q}^T \cdot \underline{\sigma}_o = \underline{s} \cdot \underline{w}$ l'espressione dell'energia diviene:

$$U = U_L + \frac{1}{2} \underline{w}^T \int \underline{G}^T \underline{s} \underline{w} dV = U_L + \frac{1}{2} \underline{w}^T \left(\int \underline{G}^T \underline{s} \underline{G} dV \right) \underline{w}$$

dove il termine in parentesi rappresenta la matrice di rigidezza geometrica \underline{K}_σ .

8. SOLUZIONE DEL PROBLEMA NON LINEARE. VINCOLI MONOLATERI.

Il sistema di equazioni di equilibrio, non lineare per materiale e geometria, viene risolto col metodo secante. Per gli aspetti di dettaglio su questo e altri metodi risolutivi e per i test sulla convergenza o meno del procedimento, si rimanda a (Bontempi e Malerba, 1996). Circa l'ulteriore non linearita' introdotta dalla presenza di vincoli monolateri, si opera nel modo seguente. All'iterazione i -ma, siano rispettivamente s_i' , R_i' lo spostamento e la reazione in una delle ($i=1, n_v$) direzioni vincolate, assunti positivi nel verso dell'asse z . Si inizializza il problema imponendo piena efficacia al vincolo ($s_i = 0$). In base ai risultati della prima e, poi, delle successive iterazioni, se la condizione $if \{s_i' \leq 0\} \text{ and } \{R_i' \geq 0\}$ e' vera, allora il vincolo e' attivo e si impone ($s_i = 0$); diversamente si omette di imporre condizioni a s_i , lasciandolo libero. Per iterazione il sistema individua l'assetto statico effettivo.

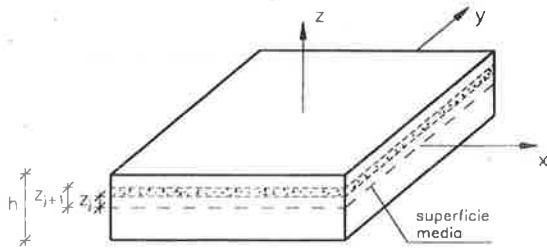


Fig. 5

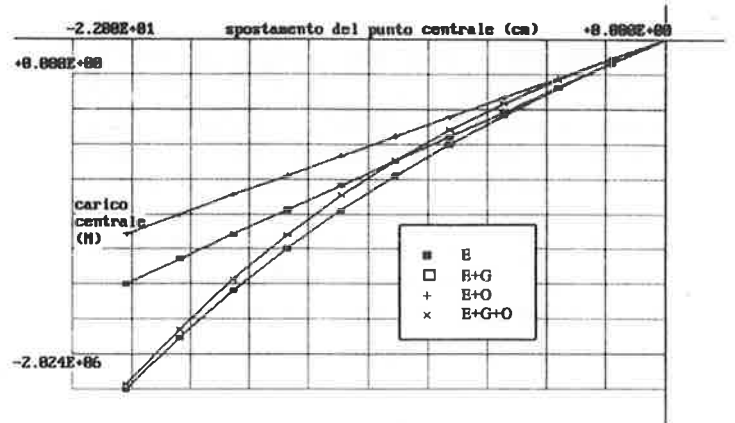


Fig. 6.a

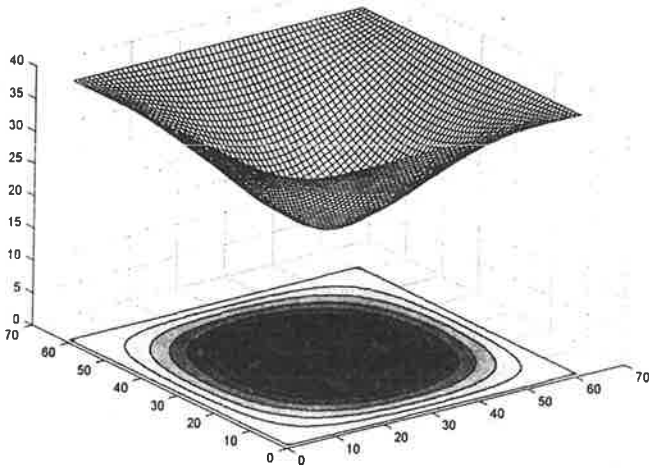


Fig. 6.b

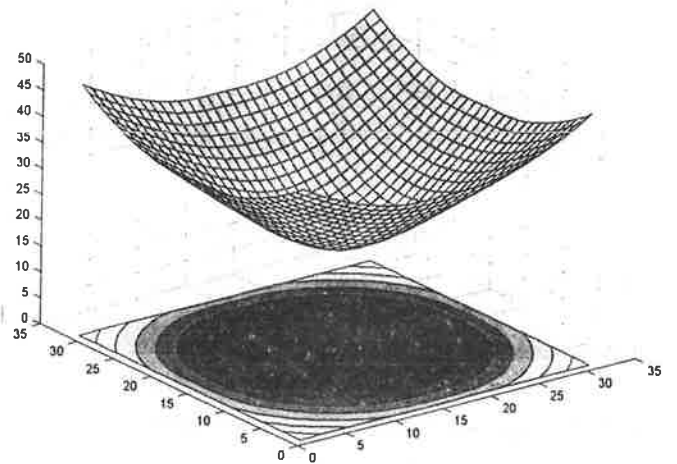


Fig. 6.c

Fig. 5: Elemento di piastra stratificato.

Fig. 6: Piastra Quadrata Appoggiata sui Quattro Lati (lato 400 cm, spessore 20 cm). Carico concentrato al centro. Materiale elastico lineare. a) Curva carico-spostamento (E =elastico, G =effetti geometrici, O =vincoli monolateri). Deformata con: b) vincoli bilateri; c) vincoli monolateri. Caratteristiche dei materiali: $E=200000$ MPa.

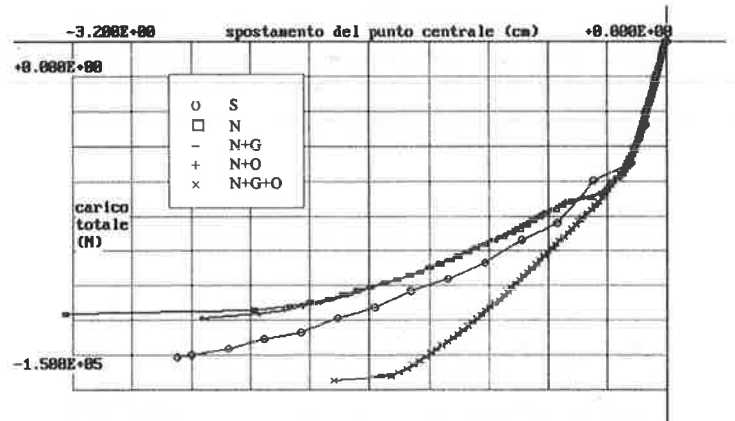
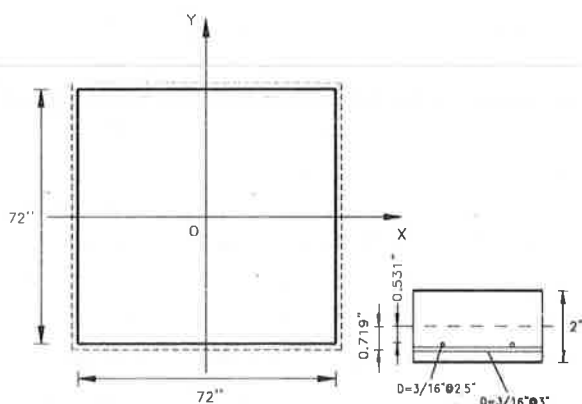


Fig. 7: Piastra quadrata appoggiata sui quattro lati (Taylor, Maher, Hayes). Diagramma carico-spostamento (S =sperimentale; N =non linearità di materiale; G =effetti geometrici; O =vincoli monolateri). Caratteristiche dei materiali: $f_c=-35$ MPa; $f_t=3.8$ MPa; $f_y=375.9$ MPa; $E_s=206910$ MPa; $\beta_{TS}=1$.

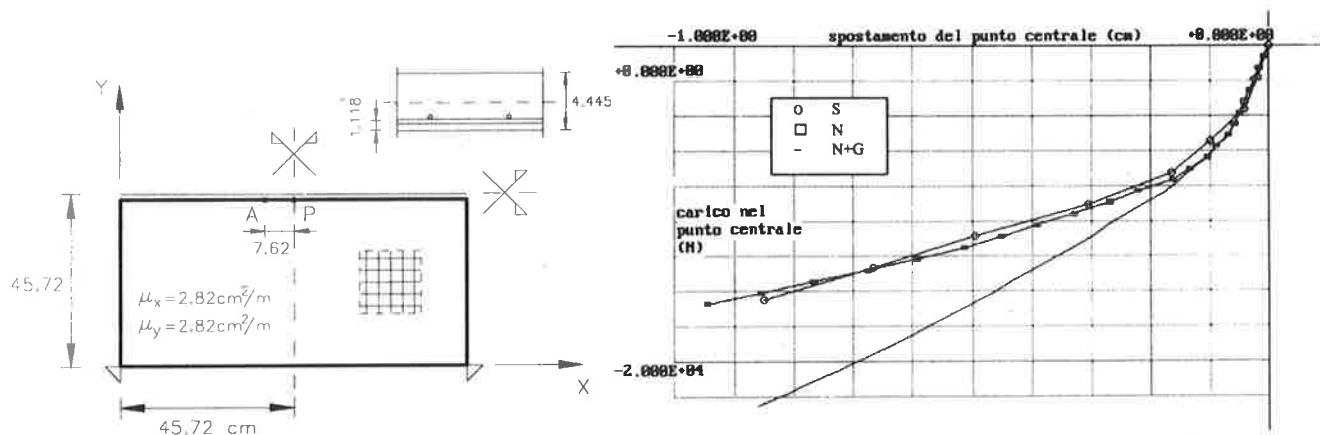


Fig. 8: Piastra di McNeice. Diagramma carico-spostamento (S=spesimentale; N=non linearità di materiale; G=effetti geometrici). Caratteristiche dei materiali: $f_c = -38 \text{ MPa}$; $f_t = 3.8 \text{ MPa}$; $f_y = 413.4 \text{ MPa}$; $E_s = 200000 \text{ MPa}$; $\beta_{TS} = 1$.

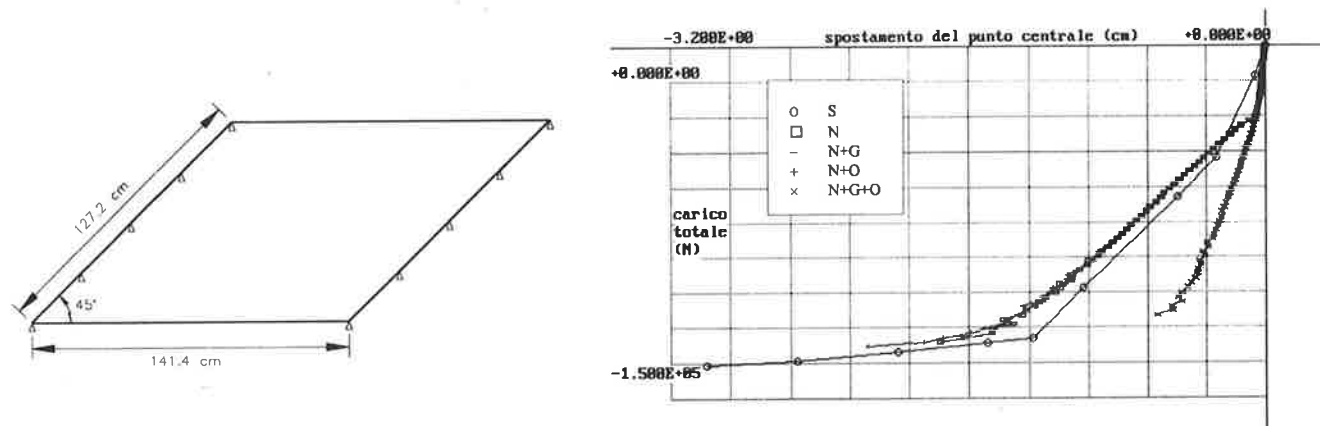


Fig. 9: Piastra di Carbajal. Diagramma carico-spostamento (S=spesimentale; N=non linearità di materiale; G=effetti geometrici; O=vincoli monolateri). Caratteristiche dei materiali: $f_c = -52.3 \text{ MPa}$; $f_t = 8.2 \text{ MPa}$; $f_y = 590 \text{ MPa}$; $E_s = 205000 \text{ MPa}$; $\beta_{TS} = 1$.

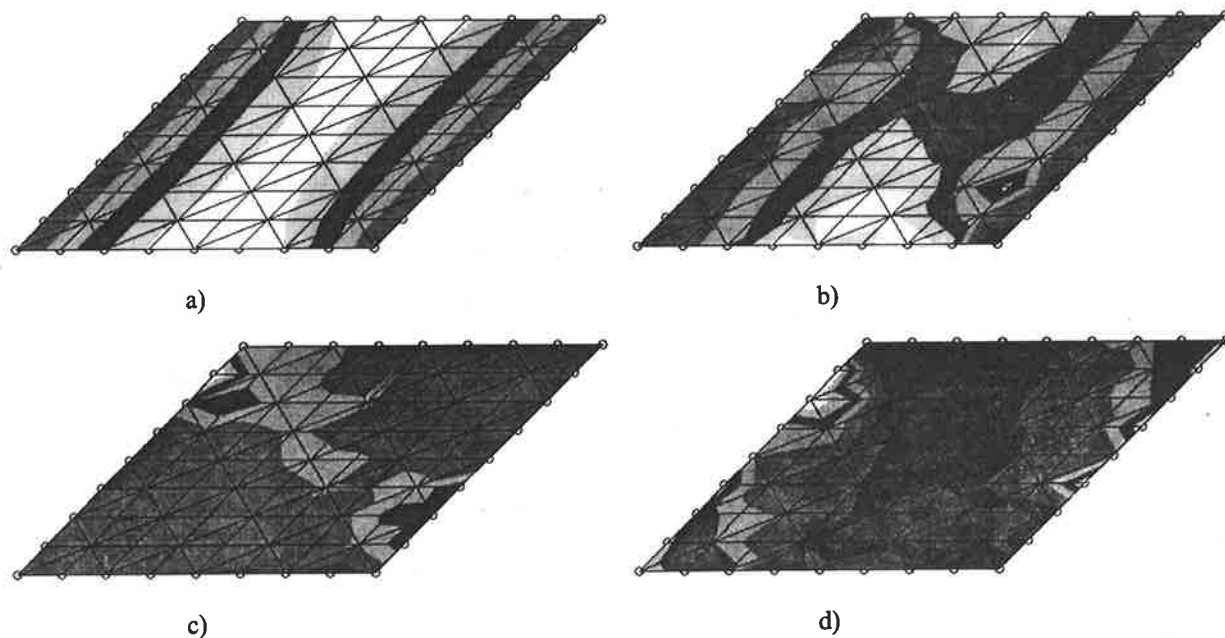


Fig. 10: Piastra di Carbajal. Curve di livello: a) spostamenti verticali; b) momento m_x ; c) momento m_y ; d) momento m_{xy} .

9.ESEMPI ED APPLICAZIONI

Vengono di seguito esaminate alcune piastre in C.A. note in letteratura, confrontando i risultati numerici con quelli sperimentali.

9.1.Piastra Quadrata Appoggiata sui Quattro Lati. Carico concentrato al centro. Materiale elastico lineare.

Le curve carico-spostamento di Fig. 7 mostrano la risposta elastica della piastra, tenendo conto o meno degli effetti geometrici e del tipo di vincoli mono- o bilateri.

9.2.Piastra Quadrata Appoggiata sui Quattro Lati (Taylor, Maher, Hayes).

Si tratta di una piastra in C.A. di (2") di spessore, forma quadrata (72"x72"), appoggiata lungo i quattro lati e soggetta ad un carico uniformemente distribuito. Dimensioni, disposizioni di armatura e caratteristiche dei materiali relative al modello sperimentale, sono riportate in Fig. 8.a.

Per la simmetria, e' stato esaminato un solo quarto di piastra, suddiviso con 25 nodi e 64 elementi. In Fig. 8.b e' riportata la curva carico-spostamento relativa al centro della piastra.

9.3.Piastra Quadrata appoggiata sui quattro angoli (Jofriet e McNeice).

Si tratta di una piastra in C.A., di forma quadrata, appoggiata ai quattro vertici d'angolo e soggetta ad un carico concentrato al centro (Fig. 9.a).

In Fig. 9.b e' riportata la curva carico-spostamento in un punto della sezione di mezzaria distante 3" dal centro.

9.4.Piastra Obliqua con due Lati Appoggiati e due Lati Liberi (Carbayal).

E' una piastra di (6cm) di spessore, con angolo di obliquita' di (45°), appoggiata su (5+5) vincoli puntuali soggetta ad un carico distribuito uniforme (Fig. 10.a). L'armatura e' posta nella sola parte inferiore ed e' isotropa e a maglie ortogonali, con un'area di 502 mm²/m. Il copriferro e' di (10 mm). Per l'analisi si e' adottata una suddivisione regolare, con (81) nodi, (8x8) maglie oblique, corrispondenti a (128) elementi triangolari.

In Fig. 10.b e' riportata la curva carico-spostamento relativa al punto centrale.

BIBLIOGRAFIA

1. Bontempi, F., Malerba, P. G. and Romano, L., (1995), Il Modello MCFT nell'Analisi per Elementi Finiti di Strutture Piane in C.A., *Studi e Ricerche, Vol. 16, Scuola di Special. per le Costruzioni in C.A., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano*, 173-207.
2. Bontempi, F., Malerba, P. G., (1996), Controllo della Formulazione tangente per la soluzione di problemi strutturali non lineari, *Studi e Ricerche, Vol. 17, Scuola di Special. per le Costruzioni in C.A., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano*, 419-451.
3. Bontempi, F., Malerba, P. G. and Barbera, E., (1996), Una formulazione del Metodo delle Strisce Finite per l'analisi di elementi in C.A., Parte I. Formulazione, Parte II Applicazione ad Elementi Costruttivi, *Studi e Ricerche, Vol. 17, Scuola di Special. per le Costruzioni in C.A., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano*, 189-252.
4. Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1986), The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Struct. J.*, **83-22**, 219-231.
5. Bathoz, J.L., Bathe, K.J., Ho, L.W., (1980), A study of three-node triangular plate bending elements, *Int.J. Num.Meth.Eng.*, Vol.15, pp. 1771-1812.
6. Hand, F.R., Pecknold, D.A., Schnobrich, W.C., (1973), Nonlinear Analysis of R.C. Plates and Shells, *ASCE, ST, Vol. 99*, pp.1491-1505, July.
7. Ibrahimbegovic, A., Frey, F., (1993), Stress Resultants Finite Element Analysis of R.C. Plates, *Eng.Comput.*, Vol. 10, pp.15-30.
8. Jofriet, J.C., Mc Neice, (1971), Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs, *ASCE, ST, Vol.97*, pp. 785-806, March.
9. Cappelletti, G., Applicazione dell'elemento DKT nell'analisi non lineare di piastre in C.A. in presenza di Tension Stiffening, Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, (A.A. 1995-96), Relatori P.G. Malerba, F. Bontempi.
10. Grossi, V., Analisi in campo Lineare e non lineare di piastre inflesse in C.A. con l'elemento DKT, Tesi di Specialita', Scuola di Spec. in C.A., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, (A.A. 1995-96), Relatori F. Bontempi, P.G. Malerba.

Ringraziamenti

La presente ricerca e' stata finanziata con fondi MPI RIC 1995 dell'Universita'di Udine.

RUOLO DEL SOFTENING NELL'ANALISI NUMERICA DI STRUTTURE INTELAIATE IN C.A.

Franco BONTEMPI

Ricercatore

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

Pier Giorgio MALERBA

Professore

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Udine.

SOMMARIO

Si studiano travi in calcestruzzo armato con legami costitutivi che presentano rami softening in trazione e in compressione. Si espongono le tecniche di regolarizzazione basate sia su vincoli in energia, sia su stime non locali delle deformazioni e si applicano tali tecniche alla definizione delle caratteristiche di un elemento finito trave in C.A., già introdotto dagli stessi autori in lavori precedenti.

Esempi numerici mostrano come la regolarizzazione consenta di evitare gli effetti fisicamente non consistenti causati dalla localizzazione degli sforzi e come essa contribuisca a rendere l'analisi robusta e oggettiva.

SUMMARY

Reinforced Concrete beams with tension and compression softening material constitutive laws are studied. Energy-based and non-local regularisation techniques suitable for analysis of R.C. frames, are presented and applied to improve the R.C. beam element proposed by the authors in previous works.

Numerical examples show how these remedies let us avoid the physically inconsistent effects caused by the strain localisation and contribute to making the analysis robust and objective.

1.INTRODUZIONE

Il calcestruzzo e' un materiale che presenta sia in trazione, sia in compressione un marcato comportamento softening. Ignorandone gli effetti, (Fig.1.a), le risposte strutturali che si ottengono sono inquadrabili nei confini definiti dall'analisi limite (Bontempi et al.,1995). Considerando nell'analisi anche il softening, si e' invece in grado di cogliere aspetti meccanici nuovi e piu' ampie e dettagliate informazioni sul comportamento complessivo delle struttura (Bazant et al.,1987). Particolare rilievo e' dato

al softening associato a stati di trazione. Esso infatti controlla le modalita' di transizione dallo stato non fessurato a quello fessurato (Crisfield,1982). In corrispondenza ad una fessura, gli sforzi di trazione sono nulli nel calcestruzzo e sono massimi nell'acciaio. Tra una fessura e l'altra gli sforzi di trazione si trasmettono dall'acciaio al calcestruzzo per azione dell'aderenza che si sviluppa lungo la barre di armatura. Il calcestruzzo contribuisce in tal modo a sopportare le forze di trazione e ad incrementare la rigidezza della struttura. Per rappresentare questa collaborazione (Tension Stiffening, T.S.) sono stati

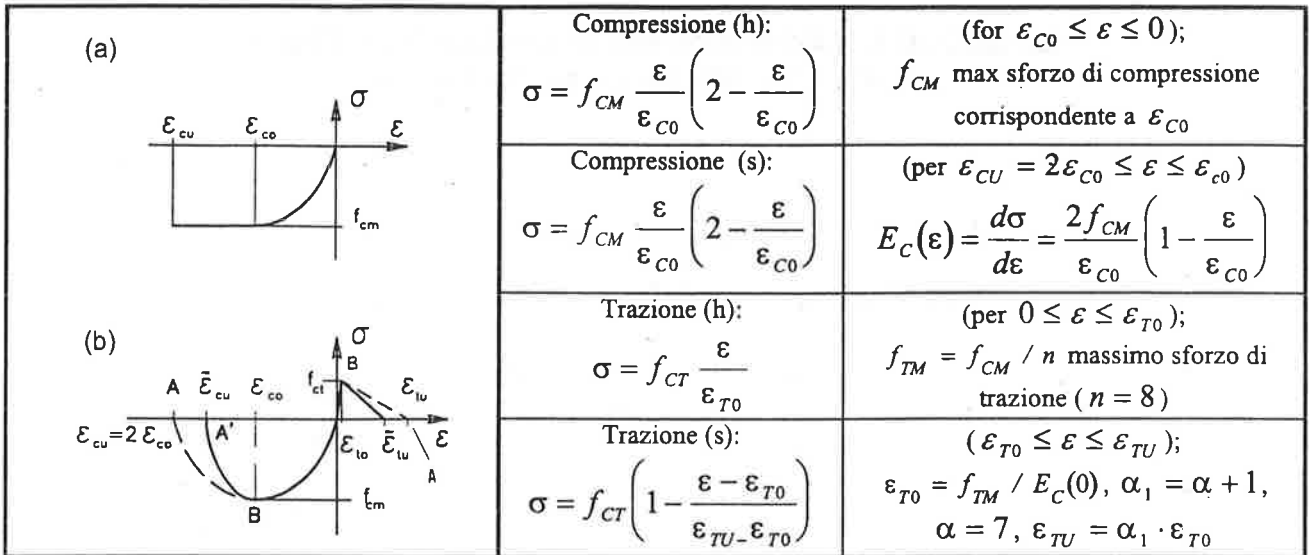


Fig.1. Legami costitutivi del calcestruzzo. (a) Legame parabola rettangolo. (b) Legame costitutivo con rami softening sia in trazione, sia in compressione.

proposti diversi modelli. Molti di questi considerano il contributo del calcestruzzo in trazione nell'intorno delle barre definendo opportunamente la lunghezza del ramo discendente della curva ($\sigma-\varepsilon$) come mostrato in Fig.1.b. L'analisi per Elementi Finiti di strutture in materiale con comportamento strain-softening puo' portare a soluzioni numericamente instabili e, col raffinamento della suddivisione, essa puo' convergere a risultati fisicamente non consistenti (Bazant e Cedolin, 1979). La soluzione puo' dipendere dalla dimensione, dalla forma e dall'orientamento della mesh ed il modello porta a rappresentazioni non oggettive del problema strutturale. Com'e' stato rilevato (de Borst et al., 1994), questi effetti nascono dal considerare il continuo strutturale come un continuo *standard*. I legami costitutivi *standard* vengono ricavati in base alle curve forza-spostamento ottenute sperimentalmente, semplicemente dividendo la forze per la sezione resistente iniziale e dividendo gli allungamenti per la lunghezza iniziale del provino. In fase incrudente (H), questa idealizzazione non comporta conseguenze. Quando invece in trazione e/o in compressione sono presenti rami softening (S), un tale criterio non consente di tener conto delle trasformazioni che si manifestano a livello microstrutturale durante il processo di fratturazione. Per ovviare al manifestarsi di tali risposte strutturali improprie, dovute al ricorso ad un modello di continuo *standard*, sono state introdotte diverse *tecniche di regolarizzazione*.

1.TECNICHE DI REGOLARIZZAZIONE

Le tecniche di regolarizzazione possono essere ricondotte a due tipi di criteri: (1) la trasformazione affine del legame costitutivo del materiale, dedotta mediante condizioni sulle energie di deformazione e di frattura; (2) una misura non-locale delle deformazioni.

1.1 Trasformazione affine per vincolo sulle energie del legame costitutivo standard del materiale

Si considera una fibra di sezione unitaria di un materiale a comportamento olonomo. Siano rispettivamente H la lunghezza nominale ed $u = \varepsilon \cdot H$ lo spostamento misurato sul provino campione. Analogamente siano $L \geq H$ e $\tilde{u} = \tilde{\varepsilon} \cdot L$ le quantita' corrispondenti riferite ad una fibra della struttura effettiva. In fase di trazione e di compressione *precritica* (H) la condizione sull'energia:

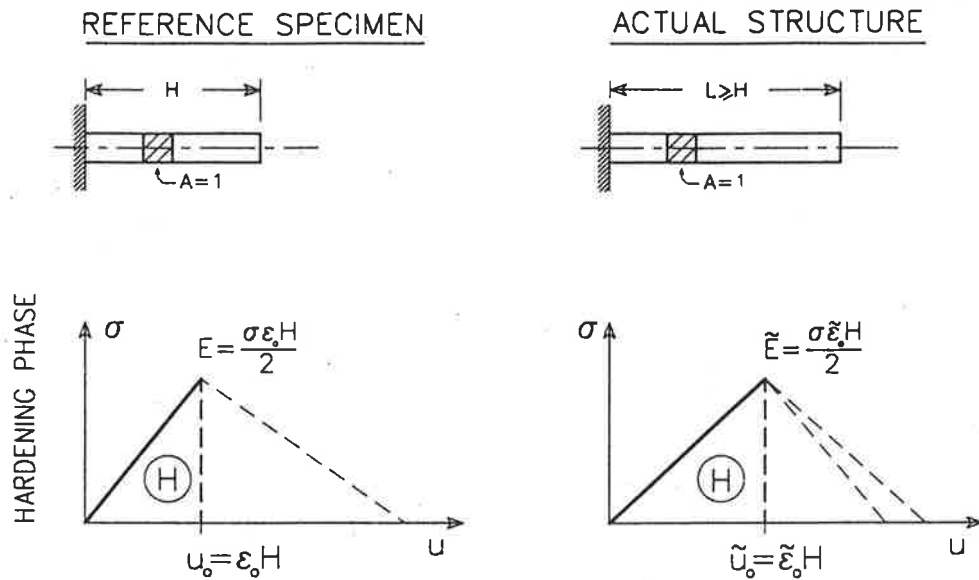
$$\int_0^{\tilde{u}_0} \sigma \cdot d\tilde{u} = \frac{L}{H} \cdot \int_0^{u_0} \sigma \cdot du \tag{1}$$

e' in ogni caso rispettata, indipendentemente dalla lunghezza della fibra in esame. Si possono quindi assumere le curve standard come effettivi legami costitutivi del materiale. Nei rami postcritici (S) si impone la condizione che, indipendentemente dalla lunghezza della fibra L , l'effettiva fibra di materiale in trazione, cosi' come l'effettiva fibra in compressione assorbano, rispettivamente, le energie di trazione e di compressione rappresentate dalle aree sottese dai rispettivi rami softening, determinati sui provini di riferimento aventi lunghezza H_T e H_C :

$$G_C = H_C \cdot g_C = \int_{\varepsilon_{cu}}^{\varepsilon_{co}} \sigma \cdot d\varepsilon = G_C(\forall L) \tag{2}$$

$$G_T = H_T \cdot g_T = \int_{\varepsilon_{t0}}^{\varepsilon_{tu}} \sigma \cdot d\varepsilon = G_T(\forall L) \tag{3}$$

Lo sviluppo algebrico di queste condizioni corrisponde (Fig. 2) ad un trasformazione affine del legame costitutivo standard. Come mostrato in Fig.1.b, l'originale ramo softening a trazione BA, che va dal

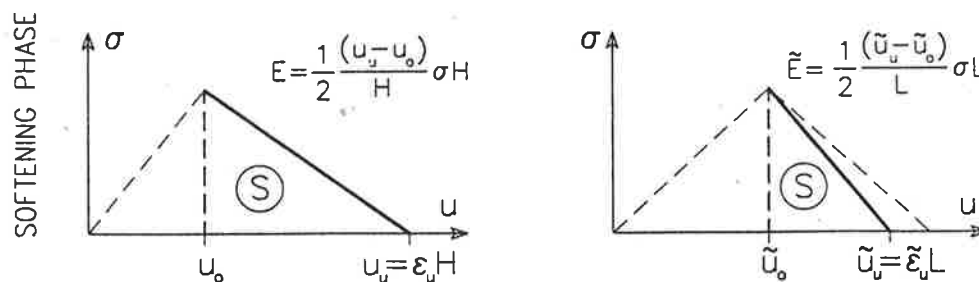


In fase incrudente (H), le densita' di energia del provino di riferimento e della struttura reale sono le stesse:

$$E = \frac{\sigma \cdot \epsilon_0}{2} H$$

$$\tilde{E} = \frac{\sigma \cdot \tilde{\epsilon}_0}{2} L$$

$$\frac{\tilde{E}}{L} = \frac{E}{H} \Rightarrow \tilde{E} = \frac{L}{H} E \Rightarrow \frac{\sigma \cdot \tilde{\epsilon}_0}{2} L = \frac{L}{H} \frac{\sigma \cdot \epsilon_0}{2} H \Rightarrow \tilde{\epsilon}_0 = \epsilon_0$$



In fase softening (S), si impone che le energie totali assorbite dal provino di riferimento e dalla struttura reale siano le stesse:

$$E = \frac{1}{2} \frac{(u_u - u_0)}{H} \cdot \sigma \cdot H$$

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} \frac{(\tilde{u}_u - \tilde{u}_0)}{L} \cdot \sigma \cdot L$$

$$\tilde{E} = E \quad \forall L \Rightarrow (\tilde{u}_u - \tilde{u}_0) = (u_u - u_0) \Rightarrow (\tilde{\epsilon}_u L - \tilde{\epsilon}_0 L) = (\epsilon_u H - \epsilon_0 H)$$

Da questi sviluppi si ottiene la deformazione ultima equivalente $\tilde{\epsilon}_u$:

$$\tilde{\epsilon}_u = \epsilon_0 \cdot (1 - H/L) + \epsilon_u \cdot (H/L)$$

Si osserva che per $L \rightarrow H \Rightarrow \tilde{\epsilon}_u \rightarrow \epsilon_u$ e che per $L \rightarrow \infty \Rightarrow \tilde{\epsilon}_u \rightarrow \epsilon_0$

Fig.2. Trasformazione affine con vincolo sulle energie del legame costitutivo standard del materiale.

valore di deformazione ε_{10} , corrispondente al picco dello sforzo, al valore di deformazione ultimo ε_{1u} , si trasforma nel ramo B'A', che va dallo stesso valore di deformazione ε_{10} , al valore ultimo di deformazione

aggiornato $\tilde{\varepsilon}_{1u} = \varepsilon_{10} \cdot \frac{L - H_T}{L} + \varepsilon_{1u} \cdot \frac{H_T}{L}$. Una

trasformazione analoga viene introdotta per il ramo softening in compressione, che termina al valore trasformato della deformazione ultima dato da:

$\tilde{\varepsilon}_{cu} = \varepsilon_{co} \cdot \frac{L - H_C}{L} + \varepsilon_{cu} \cdot \frac{H_C}{L}$. Le lunghezze H_T ,

H_C sono, propriamente, parametri caratteristici del materiale. Nella suddivisione per E.F. di strutture composte da aste, una stima che porta ad analisi oggettive assume queste lunghezze circa eguali all'altezza dell'elemento trave (Bazant et al., 1987). Nel seguito si adotterà appunto una tale regola di discretizzazione ($L \geq H$).

1.2. Formulazione Non-Locale dell'Elemento Trave in Calcestruzzo Armato

L'elemento trave in C.A., presentato da Malerba, Bontempi e al. (1990, 1995), viene riformulato introducendo una stima non-locale della deformazione attiva. Con riferimento all'elemento trave di Bernoulli-Navier mostrato in Fig.3.a, siano

$\underline{q} = [u_i \ v_i \ \varphi_i \ u_j \ v_j \ \varphi_j]^T$ il vettore degli spostamenti nodali, \underline{Q} il vettore delle forze che lavorano per gli spostamenti \underline{q} , $\underline{\varepsilon}(x)$ il vettore delle deformazioni generalizzate (allungamento assiale ε_0 e curvatura χ alla sezione x), e $\varepsilon(x, y)$ l'elongazione corrispondente della fibra a distanza y dall'asse della trave. Nella sezione di ascissa (x) gli spostamenti in direzione assiale e trasversale $\underline{u}(x) = [u_0 \ v_0]^T$ e le deformazioni generalizzate $\underline{\varepsilon}(x) = [\varepsilon_0 \ \chi_0]^T$ dipendono dagli spostamenti nodali tramite le relazioni e le funzioni di forma N_i seguenti:

$$\underline{u}(x) = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \underline{q} = \underline{N}(x) \underline{q} \quad (4)$$

$$\underline{\varepsilon}(x) = \begin{bmatrix} N_1' & 0 & 0 & N_4' & 0 & 0 \\ 0 & N_2'' & N_3'' & 0 & N_5'' & N_6'' \end{bmatrix} \underline{q} = \underline{B}(x) \underline{q} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= (1 - x/l); & N_2 &= [1 - 3 \cdot (x/l)^2 + 2 \cdot (x/l)^3]; \\ N_3 &= l \cdot [(x/l) - 2 \cdot (x/l)^2 + (x/l)^3] \\ N_4 &= (x/l); & N_5 &= [3 \cdot (x/l)^2 - 2 \cdot (x/l)^3]; \\ N_6 &= l \cdot [-(x/l)^2 + (x/l)^3] \end{aligned} \quad (6)$$

In una fibra di ordinata y della stessa sezione, la deformazione in direzione x e la corrispondente variazione virtuale possono essere espresse come:

$$\varepsilon(x, y) = [1 \ -y] \cdot \underline{B}(x) \cdot \underline{q} = \underline{L}(y) \cdot \underline{B}(x) \cdot \underline{q} \quad (7)$$

$$\delta\varepsilon(x, y) = \underline{L}(y) \cdot \underline{B}(x) \cdot \delta\underline{q} \quad (8)$$

Per un passo incrementale di spostamento $\Delta\underline{q}$ gli incrementi di deformazione e di sforzo sono rispettivamente:

$$\Delta\varepsilon(x, y) = \underline{L}(y) \cdot \underline{B}(x) \cdot \Delta\underline{q} \quad (9)$$

$$\Delta\sigma(x, y) = E_T(\varepsilon) \Delta\varepsilon(x, y) = E_T(\varepsilon) \cdot \underline{L}(y) \cdot \underline{B}(x) \cdot \Delta\underline{q} \quad (10)$$

ed il Principio degli Spostamenti Virtuali consente di scrivere l'eguaglianza:

$$\delta L_i = \int \int_A \delta\varepsilon \cdot (\sigma + \Delta\sigma) \cdot dA \cdot dx = \delta L_e = \delta\underline{q}^T \cdot \underline{Q} \quad (11)$$

Il lavoro interno può essere sviluppato come segue:

$$\delta L_i = \delta\underline{q}^T \int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \int_A [1 \ -y] \cdot (\sigma + \Delta\sigma) \cdot dA \cdot dx$$

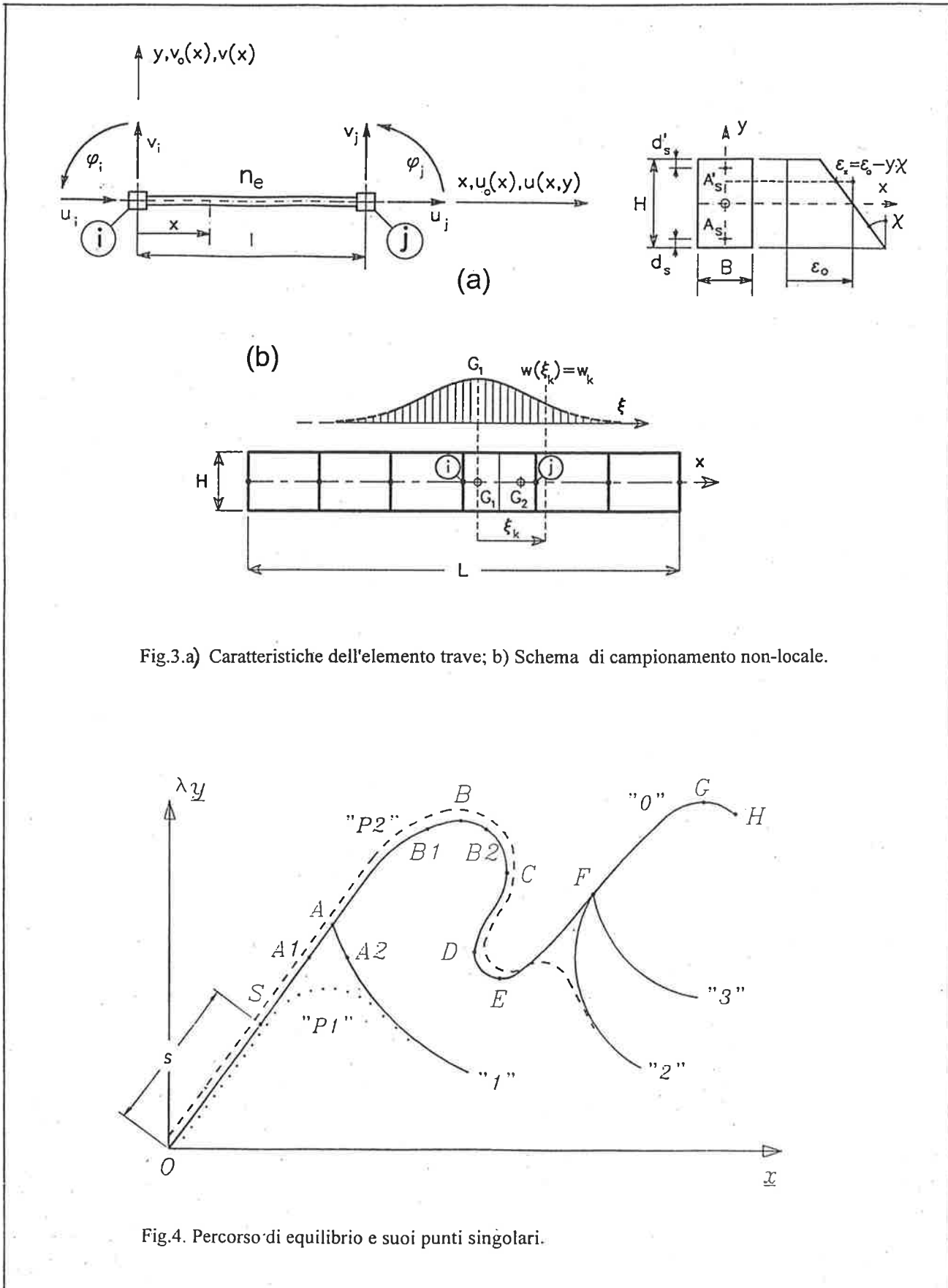
$$\delta L_i = \delta\underline{q}^T \left\{ \int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \left[\int_A \sigma dA \right. \right. \\ \left. \left. - \int_A y \sigma dA \right] dx \right\} + \\ + \delta\underline{q}^T \left\{ \int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \left[\int_A [1 \ -y] E_T [1 \ -y] dA \right] \cdot \underline{B}(x) dx \right\} \Delta\underline{q}$$

$$\delta L_i = \delta\underline{q}^T \cdot \left\{ \int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix} dx \right\} + \\ + \delta\underline{q}^T \left\{ \int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \begin{bmatrix} \int_A E_T dA & - \int_A y E_T dA \\ - \int_A y E_T dA & \int_A y^2 E_T dA \end{bmatrix} \underline{B}(x) dx \right\} \Delta\underline{q}$$

$$\delta L_i = \delta\underline{q}^T \left[\int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \underline{\varepsilon}(x) dx \right] + \\ + \delta\underline{q}^T \left[\int \int_A \underline{B}^T(x) \cdot \underline{H}(x) \cdot \underline{B}(x) dx \right] \cdot \Delta\underline{q} = \\ = \delta\underline{q}^T \cdot [\underline{R}(\underline{q}) + \underline{K}_T(\underline{q}) \cdot \Delta\underline{q}] \quad (12)$$

e porta a definire:

- la matrice di rigidezza tangente della sezione $\underline{H}(x)$
- il vettore degli sforzi generalizzati (l'azione assiale ed il momento flettente) $\underline{\varepsilon}(x)$
- la matrice di rigidezza tangente dell'elemento $\underline{K}_T(\underline{q})$
- il vettore delle forze di richiamo (restoring) dell'elemento $\underline{R}(\underline{q})$



Trattando un materiale non lineare, gli integrali che compaiono in questi operatori matriciali vengono svolti numericamente mediante quadrature di Gauss-Legendre, adottando un numero adeguato di sezioni di campionamento. Nello sviluppo delle operazioni di quadratura si tiene conto del fatto che la matrice della sezione $\underline{H}(\varepsilon(x))$ ed il vettore delle forze interne $r(\underline{\varepsilon}(x))$ dipendono entrambi dal vettore delle deformazioni locali $\underline{\varepsilon}(x)$. Questa dipendenza e' sensibile ad una stima puramente locale delle deformazioni e, infittendo la suddivisione, la localizzazione di $\underline{\varepsilon}(x)$ innesca quelle derive del processo risolutivo che portano ai risultati errati ai quali inizialmente si e' accennato.

Per evitare gli effetti di questa valutazione puntuale, ma puramente convenzionale, della risposta del materiale, si puo' introdurre una stima pesata delle deformazioni nell'intorno della sezione in esame. Con riferimento alla Fig.3.b, sia λ una lunghezza caratteristica, ξ la distanza tra il punto di Gauss in esame ed un'altra sezione dell'elemento, $c \in 0-1$ un parametro di controllo, introdotto per graduare i contributi corrispondenti ai valori delle deformazioni locali e di quelle pesate nell'intorno del punto di Gauss e $w(\xi) = \exp(-(\xi/\lambda)^2)$ una funzione peso. Come stima non-locale della deformazione si assumono le seguenti deformazioni generalizzate:

$$\hat{\underline{\varepsilon}} = c \cdot \underline{\varepsilon} + (1 - c) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\varepsilon}(\xi) \cdot w(\xi) d\xi \quad (13)$$

Nel calcolo, λ e' stato assunto eguale all'altezza della trave e l'integrale dell'Eq. (13) viene sviluppato con quadratura numerica nell'intervallo $-2\lambda \leq \xi \leq +2\lambda$.

3. ESEMPI

In un codice di calcolo per l'analisi di strutture intelaiate in C.A., sono state adottate entrambe le tecniche di regolarizzazione esposte. La ricerca dell'equilibrio e' stata svolta mediante un algoritmo tangente, basato sul predittore di Seydel (Seydel, 1984), (Bontempi et al., 1997), in grado seguire percorsi di equilibrio complessi come quello rappresentato in Fig.4. Sono stati studiati tre casi: essi riguardano la risposta strutturale della trave in calcestruzzo armata in modo uniforme mostrata in Fig.5. Nei primi due casi la sezione della trave e' sotto- e sovra-armata, in modo da evidenziare comportamenti softening rispettivamente in trazione ed in compressione. Il terzo caso vuole invece mostrare i possibili effetti della regolarizzazione non-locale, quando viene impiegata nell'analisi di strutture in materiale privo di softening.

3.1. Analisi di una trave in calcestruzzo sottoarmata.

La sezione della trave e' mostrata in Fig.5. Scopo dell'esempio e' quello di evidenziare gli effetti conseguenti a: (1) considerare o meno il softening del calcestruzzo; (2) impiegare diversi gradi di suddivisione; (3) impiegare o meno le due differenti tecniche di regolarizzazione. La suddivisione della trave viene progressivamente raffinata suddividendo le due luci in $(i+3i, i=1,10)$ elementi di eguale lunghezza. I risultati sono dati in termini di curve carico-spostamento $(P - q)$. Al fine di disporre di un comportamento tipo, la trave e' stata dapprima studiata impiegando il legame convenzionale parabola-rettangolo mostrato in Fig. 1.a e risolvendo il problema non lineare per iterazione diretta. I risultati ottenuti rispettivamente per mezzo di (1+3), (2+6), (4+12) elementi, sono rappresentati dalle curve individuate con punti neri. Tali curve vengono ripetute, a titolo di riferimento comune, in tutti gli altri casi studiati.

3.1.1 Analisi senza tecniche di regolarizzazione

Modellando il calcestruzzo mediante un legame costitutivo di Fig. 1.b, con rami softening sia in trazione, sia in compressione e suddividendo la trave di in $(i+3i, i=1,10)$ elementi, il campionamento locale delle deformazioni senza il ricorso ad alcuna tecnica di regolarizzazione fornisce la famiglia di curve mostrate in Fig. 6.a. Si osserva che: (1) il carico ultimo per tutte le soluzioni e' pressoché lo stesso; (2) l'introduzione di una resistenza a trazione incrementa notevolmente la rigidità nel tratto quasi elastico iniziale, nel quale non si avvertono differenze per effetto del raffimento della mesh; (3) per tutte le soluzioni i valori degli spostamenti ultimi decrescono in progressione; (4) in presenza di softening la transizione dal primo al secondo ramo di queste curve si manifesta con una caduta del carico, seguita un ramo irrigidente che tende poi ai convenzionali andamenti crescenti, tipici del tension stiffening considerato nelle usuali procedure di progetto; (5) il dettaglio della zona di transizione, mostrato in Fig.6.b., evidenzia come queste soluzioni siano fortemente influenzate dalla densità della suddivisione, fino a convergere, per le meshes piu' fitte, a effetti di snap-back fisicamente non giustificabili. La dipendenza dalla mesh della risposta strutturale puo' essere spiegata osservando le configurazioni deformate di Fig. 11.a ed i quadri fessurativi mostrati in Fig.12.a, dove le zone campite con retino piu' scuro contornano lo sviluppo delle fessure in profondita' e lungo la luce della trave: le meshes piu' fitte riducono l'estensione della fessure e la conseguente localizzazione della curvatura provoca gli effetti gia' detti.

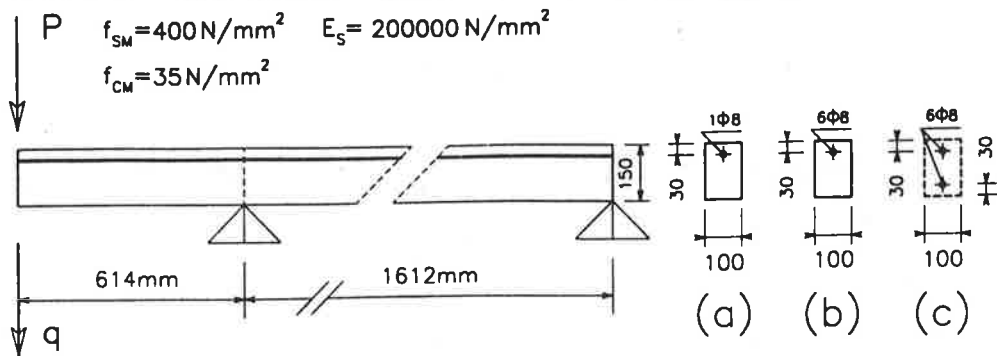


Fig. 5. Caratteristiche geometriche e di armatura della trave analizzata negli esempi.

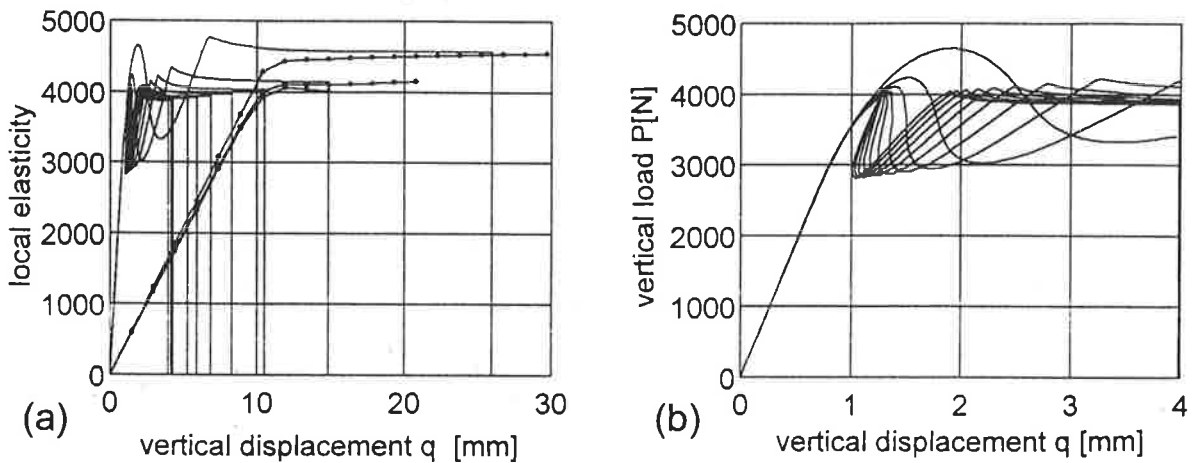


Fig. 6. Trave sotto-armata (1Φ8, Fig. 5. Sez. a). (a) Curve carico-spostamento ottenute mediante legami costitutivi del materiale con e senza rami softening (Fig. 1. a, b) senza il ricorso a tecniche di regolarizzazione. (b) Ingrandimento della zona di transizione alla fase fessurata.

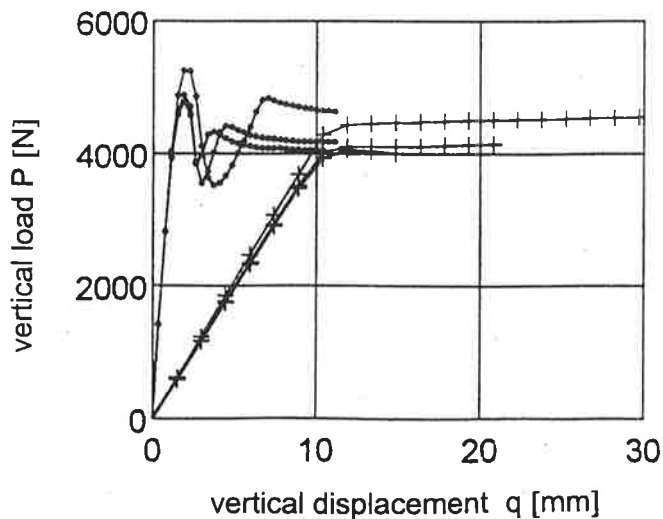


Fig. 7. Trave sotto-armata (1Φ8, Fig. 5. Sez. a). (a) Curve carico-spostamento ottenute mediante legami costitutivi del materiale con e senza rami softening (Fig. 1. a, b) e regolarizzazione in energia.

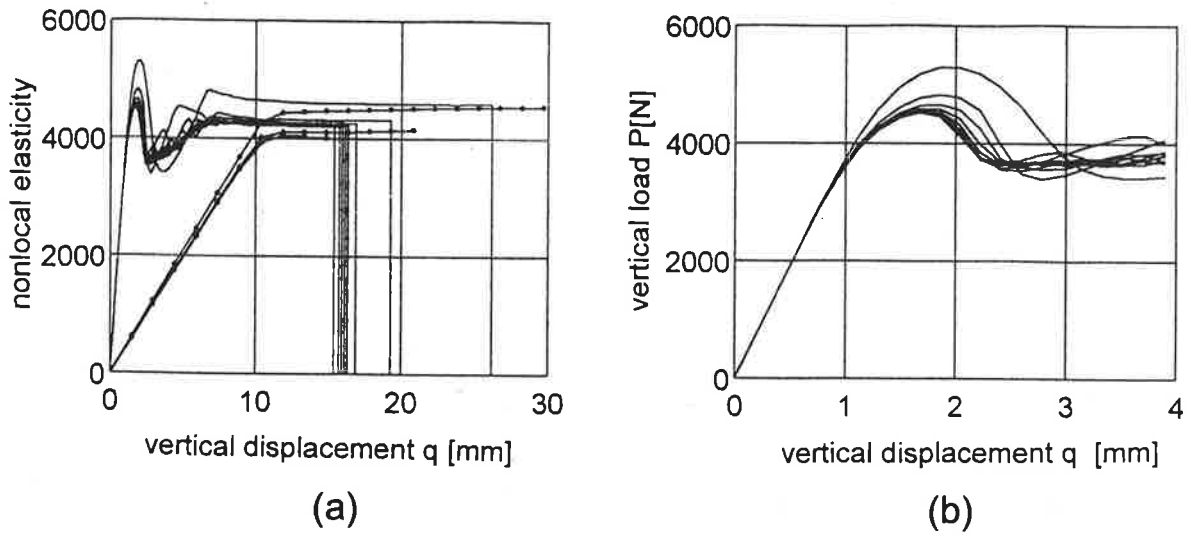


Fig.8. Trave sotto-armata (1Φ8, Fig.5.Sez.a). Curve carico-spostamento ottenute mediante legami costitutivi del materiale con e senza rami softening (Fig.1.a, b) e tecnica di regolarizzazione non locale ($c=0.80$). (b) Ingrandimento della zona di transizione alla fase fessurata.

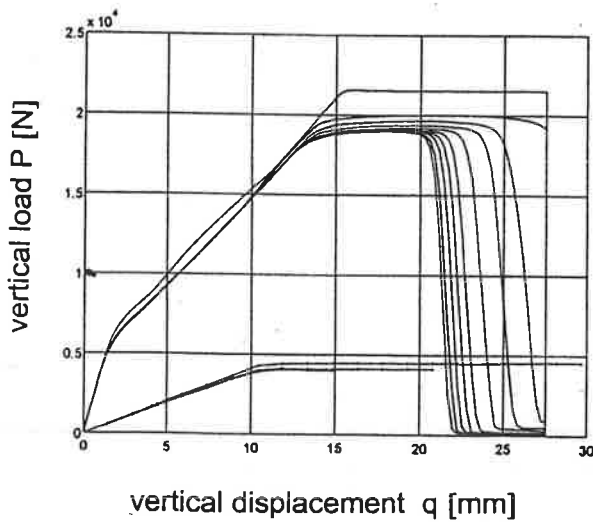


Fig.9

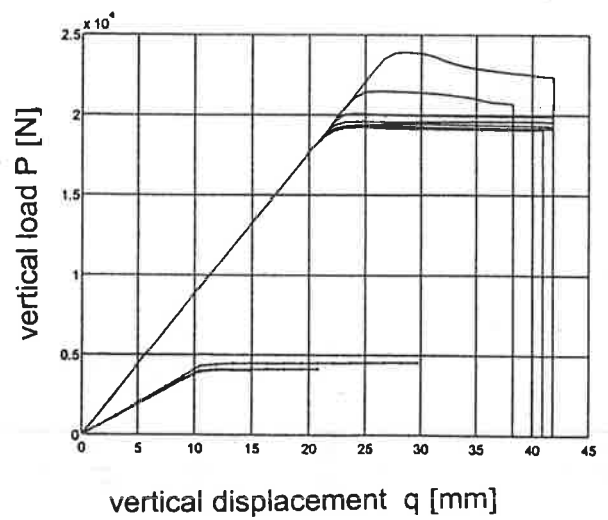


Fig.10

Fig.9. Trave sovra-armata (6Φ8, Fig.5.Sez.b). Legame costitutivo con rami softening (Fig.b). Curve carico-spostamento ottenute con la tecnica di regolarizzazione non locale.

Fig.10. Trave con correnti elastoplastici (6Φ8, Fig.5, Sez.c). Curve carico-spostamento ottenute con la tecnica di regolarizzazione non locale.

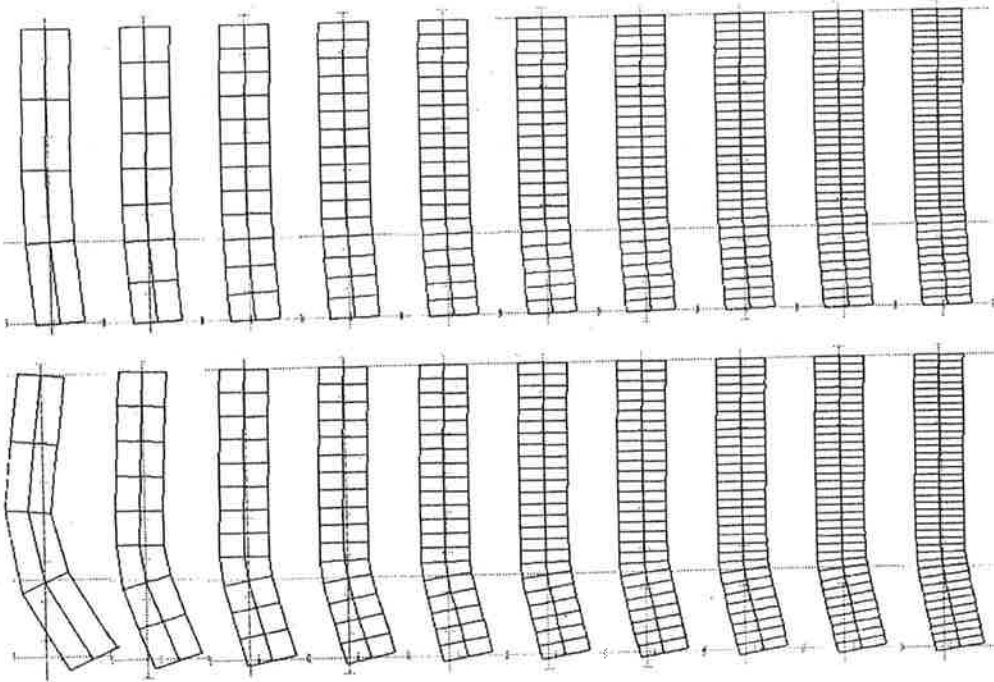


Fig. 11. a.

Fig. 11. b.

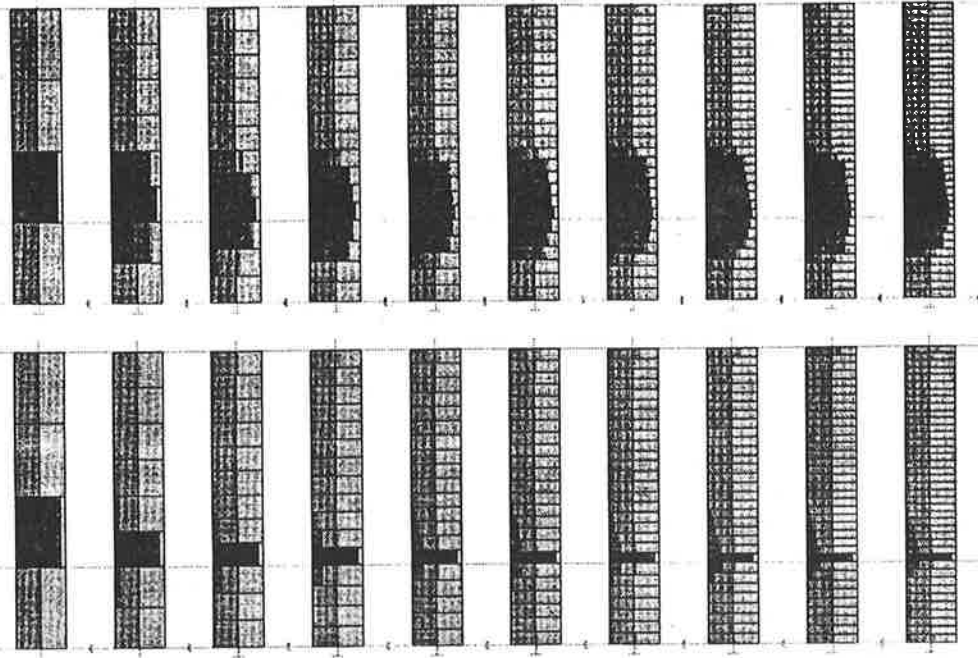


Fig. 12. a.

Fig. 12. b.

Fig. 11. Trave sotto-armata (1Φ8, Fig. 5. Sez. a). Configurazioni deformate (a) con softening e senza regolarizzazione; (b) con softening e stima non locale delle deformazioni.

Fig. 12. Trave sotto-armata (1Φ8, Fig. 5. Sez. a). Quadri fessurativi sulla parete della trave. (a) Localizzazione delle zone fessurate ottenuta adottando il legame costitutivo con ramo softening e senza alcuna tecnica di regolarizzazione. (b) diffusione del quadro fessurativo ottenuta con stima non locale delle deformazioni.

3.1.2 Analisi con regolarizzazione in energia

La Fig. 7 mostra i diagrammi carico-spostamento ricavati per la stessa struttura mediante un legame costitutivo aggiornato in affinità con le condizioni sull'energia prima espresse. Si osserva, innanzi tutto, che scompaiono gli effetti di snap-back. Inoltre, infittendo la suddivisione, le curve carico-spostamento corrispondenti alla successione delle meshes convergono su di uno stesso tracciato e terminano con gli stessi valori di spostamenti ultimi. Per rispettare la limitazione $H \leq l$, dove l è la lunghezza dell'elemento, in questo esempio sono state studiate solo le meshes (1+3), (2+6), (3+9).

3.1.3 Analisi con campionamento non-locale delle deformazioni

Infittendo la mesh, gli effetti di questa seconda tecnica di regolarizzazione appaiono chiaramente dall'evoluzione delle curve carico-spostamento riportate in Fig.8.a. In confronto con i risultati del caso precedente, l'esame della zona di transizione (Fig.8.b), mostra un processo di convergenza più ordinato e veloce. Una spiegazione fisica di questa tendenza può essere tratta dall'esame delle Figg.11.b, 12.b, dove, come conseguenza della stima non locale delle deformazioni, le zone fessurate interessano un'area maggiore; le linee di contorno delle fessure sono diffuse con maggiore regolarità sulla parete della trave e, infine, il loro inviluppo appare pressoché costante per tutte le meshes esaminate.

3.2 Analisi di una trave in calcestruzzo sovrarmata

La trave ha la sezione (b) mostrata in Fig.5. L'elevata quantità di armatura porterà ad attivare il ramo softening in compressione del legame costitutivo. Le curve carico-spostamento, ottenute con la stessa successione di meshes del caso precedente, sono mostrate in Fig.9. In questo caso non si riscontrano né effetti di snap-through, né effetti spuri di snap-back. Con l'infittimento della mesh le curve convergono ad un comportamento asintotico, prossimo a quello ottenuto con la mesh più fitta. Il ramo softening tende ad una caduta di carico pressoché verticale, che evidenzia il carattere fragile della rottura a compressione, caratteristica delle travi fortemente armate.

3.3 Analisi di una trave con sezione ideale in materiale non softening

Come mostrato in Fig.5, la sezione (c) della trave è composta da due barre, che lavorano come correnti superiore e inferiore di un elemento con anima sottile. I due correnti sono idealmente collegati dal vincolo

cinematico interno, per il quale un segmento inizialmente retto e normale all'asse della trave, resta retto e normale al suo asse deformato. Da semplici calcoli manuali il carico ultimo risulta $P_u = 400N$. Nell'analisi si è fatto ricorso alla stima non locale delle deformazioni anche se il legame costitutivo assunto per l'acciaio non presenta rami softening. Con l'infittimento della suddivisione i risultati convergono ad una soluzione stabile (Fig.10), alla quale corrisponde un carico ultimo $P_u = 429N$. Un tale valore di P_u è maggiore di quello esatto del 7.45%. Ciò è dovuto agli effetti di regolarizzazione della risposta, impliciti al ricorso a tecniche non locali.

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] Bazant, Z.P., Pan, J., Pijaudier-Cabot, G., (1987), "Softening in Reinforced Concrete Beams and Frames", *J. of Eng. Mech. ASCE*, Vol.113, No.12, pp.2333-2347.
- [2] Bazant, Z.P., Cedolin, L., (1979), "Blunt crack band propagation in finite element analysis", *J. of Eng. Mech. ASCE*, Vol.105, No.12, pp.297-315.
- [3] Bontempi, F., Malerba, P.G., Romano, L., (1995), "A direct secant formulation for the reinforced and prestressed concrete frame analysis", *Studi e Ricerche*, Vol.16., Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C.A., Politecnico di Milano.
- [4] Bontempi, F., Malerba, (1997), "The Role of Softening in the Numerical Analysis of R.C. Frame Structures", in corso di pubblicazione su *Structural Engineering and Mechanics*.
- [5] Crisfield, M.A., (1982), "Local instabilities in the non-linear analysis of reinforced concrete beams and slabs", *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, Part 2, 73, pp.135-145.
- [6] de Borst, R., Carmeliet, J., Pamin, J., Sluys, L.J., (1994), "New horizons in computer analysis of damage and fracture in quasi-brittle solids", *Fracture and Damage in Quasibrittle Structures*, ed. by Z.P.Bazant, M.Jirasek and J.Mazars, E&FN.
- [7] Malerba, P.G., Bontempi, F., (1990), "Material and Geometrical Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Frames", *EPMESC III, Int. Conf. on Education, Practice and Promotion of Comput. Methods in Eng. using Small Computers*, Macao.
- [8] Seydel, R., (1984), "A continuation algorithm with step control", *International Series of Numerical Mathematics*, Vol.70, Birkhauser Verlag Basel.

Ringraziamenti.

La presente ricerca è stata finanziata con fondi MURST 60%-1993 dell'Università di Udine.

UTILIZZAZIONE DI CALCESTRUZZI AD ALTE PRESTAZIONI IN TRAVI MISTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Sandra BULLO

Dipartimento di Costruzione dell'Architettura
Istituto Universitario di Architettura di Venezia

Roberto DI MARCO

Dipartimento di Costruzione dell'Architettura
Istituto Universitario di Architettura di Venezia

SOMMARIO

Il comportamento delle travi miste è influenzato in modo significativo dalle caratteristiche della connessione. Quando la soletta è realizzata con calcestruzzi aventi elevata resistenza, si modifica la risposta del collegamento che diventa più resistente, ma al tempo stesso più rigido e fragile.

Nel presente lavoro vengono analizzati gli effetti indotti da tale variazione di comportamento sulla modalità di trasferimento delle azioni fra soletta e trave, e sulla capacità portante dell'elemento strutturale nel suo complesso, sia nel caso di connessione totale, sia in quello di parziale riduzione della resistenza di progetto del collegamento.

SUMMARY

Shear connection features have a marked influence on the performance of composite beams. When the slab is made with high performance concrete, the behavior of the stud shear connectors is different, becoming stronger, but also more stiff and brittle.

This work considers the effects of this change in behavior on the mode of transferring the action between the beam and the slab, and on the load-bearing capacity of the whole structural element, in the case both of a full connection and of a partial reduction in the design strength of the shear connection.

1. INTRODUZIONE

Le eccellenti qualità di resistenza alla compressione e di durabilità, le ridotte deformazioni viscoso e la rapidità con cui vengono raggiunte resistenze compatibili con un uso strutturale, fanno prevedere una sempre più estesa applicazione dei calcestruzzi ad alte prestazioni (HPC), anche in associazione con strutture in acciaio.

La variazione delle caratteristiche fisico-meccaniche rispetto ai calcestruzzi ordinari (NC) è però così marcata da modificare profondamente il comportamento delle connessioni e quindi le modalità di ripartizione degli

sforzi tra la soletta e la trave.

A tale riguardo, prove sperimentali svolte dagli autori [1] hanno evidenziato che il comportamento a collasso di collegamenti a piolo, di tipo duttile nel caso di NC, diviene di tipo fragile nel caso di HPC, rendendo inapplicabili, a priori, i modelli di analisi e i criteri di progetto indicati nei codici normativi [2] e validi nel caso di calcestruzzi ordinari.

Quando il collegamento trave-soletta è di tipo deformabile, come nel caso in cui sia realizzato con pio-

li, la capacità di scorrimento della connessione influenza in modo sostanziale la capacità portante complessiva della trave; se lo scorrimento massimo necessario al raggiungimento della crisi per flessione della sezione più sollecitata è superiore a quello consentito dal collegamento, il collasso sopraggiunge ad un valore inferiore del carico, per rottura a taglio dei pioli.

Analisi numeriche condotte su travi con soletta in HPC [3], [4] hanno tuttavia evidenziato, almeno dal punto di vista teorico, che la richiesta di scorrimento, nel caso di connessione totale, è inferiore a quella necessaria nelle travi con calcestruzzi normali; di conseguenza, la capacità di deformazione del collegamento in HPC, seppure ridotta, risulta sufficiente a garantire che, anche per luci elevate, il collasso si mantenga del tipo flessionale.

In particolare in [3] si è mostrato che la riduzione dello scorrimento massimo è legata anche all'incremento di rigidità della soletta conseguente all'aumento della resistenza del calcestruzzo.

Un'indagine sull'influenza della distribuzione dei pioli lungo l'asse della trave [3], [4], ha permesso poi di evidenziare che, in seguito alla ridistribuzione degli sforzi di taglio nella connessione anche in presenza di HPC, la disposizione ottimale dei pioli si mantiene quella a passo costante.

Nel presente lavoro si intendono approfondire tali questioni, cercando di chiarire meglio i fenomeni che contribuiscono a rendere il comportamento della trave di tipo duttile, anche quando quello della connessione è fragile.

Attraverso lo studio degli effetti di una riduzione del grado di connessione, il lavoro chiarisce i casi nei quali la fragilità del collegamento ha influenza sulla modalità di crisi della trave e, quindi, sulla sua capacità portante.

I risultati di una indagine parametrica, condotta facendo variare le caratteristiche del calcestruzzo, quelle della connessione, le luci e le grandezze geometriche delle sezioni trasversali, consentono poi di fornire alcune indicazioni progettuali in merito sia alla resistenza che deve avere la connessione, sia ai requisiti minimi di duttilità richiesti nelle varie condizioni.

2. LA CAPACITA' PORTANTE DELLE TRAVI COMPOSTE IN HPC

Come già detto, la portanza delle travi composte con connettori deformabili trova la sua limitazione o nella resistenza flessionale della sezione trasversale o nella capacità di deformazione del collegamento.

A causa degli scorrimenti fra trave e soletta si riduce la collaborazione tra questi due elementi e il valore del

momento resistente della sezione rispetto al caso di perfetta aderenza [4].

L'utilizzazione di HPC produce :

- un incremento di resistenza della soletta e, di conseguenza, del momento resistente dell'intera sezione;
- un aumento della rigidità del collegamento, che riduce l'entità degli scorrimenti rispetto al caso di NC e l'abbattimento del momento resistente ad essi collegato.

2.1 Le connessioni a piolo in HPC

Il comportamento delle connessioni a piolo è stato oggetto di numerosi studi sperimentali e teorici [5], [6], [7], che hanno consentito di evidenziare i principali parametri da cui dipende il loro comportamento.

Tra questi la resistenza del calcestruzzo riveste un ruolo rilevante sia sulla capacità portante massima, che su quella deformativa

Tali effetti sono emersi chiaramente dallo studio di carattere sperimentale svolto dagli autori [1], condotto attraverso prove standard di push-out su provini realizzati con calcestruzzi di resistenza media su cubo di 30, 60 e 90 N/mm², e pioli di 19 e 25 mm di diametro.

In figura 1 vengono confrontati, a livello qualitativo, i legami sperimentali carico-scorrimento misurati durante le prove.

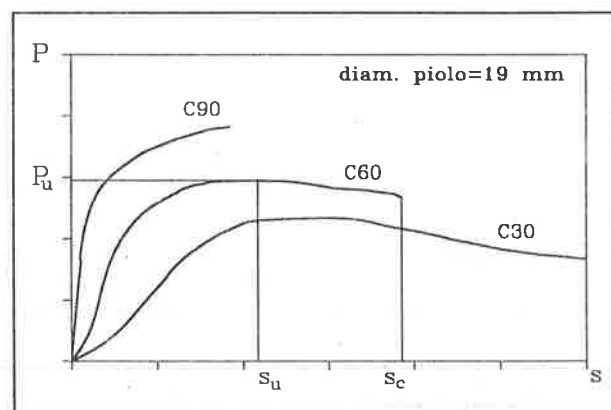


Fig. 1 Confronto tra i legami sperimentali carico-scorrimento di connessioni a piolo in calcestruzzi di differenti resistenze.

In tutti i provini con HPC, la crisi si è verificata senza preavviso, con rottura del gambo del piolo, per valori degli scorrimenti relativi a rottura (s_c) pressoché coincidenti con quelli misurati in corrispondenza del carico massimo (s_u).

Una indagine numerica atta a simulare i risultati di tali prove [8] ha chiarito che un aumento di resistenza del calcestruzzo determina una variazione del rapporto tra la rigidità del piolo e quella del mezzo in cui è immerso e, quindi, della distribuzione delle azioni che sollecitano i due componenti.

Ne deriva che, nel caso di calcestruzzi ordinari, la progressiva crisi per schiacciamento del calcestruzzo è accompagnata da forti deformazioni del collegamento, con sollecitazioni nel piolo prevalentemente flessionali; nel caso di calcestruzzi ad alta resistenza, la minore deformabilità del calcestruzzo conduce ad una prevalenza di sollecitazione di taglio alla base del piolo, con raggiungimento della crisi per tranciamento del gambo e minori deformazioni del collegamento a rottura.

2.2 Azioni interne nella sezione composta con HPC.

Se le caratteristiche geometriche delle solette (larghezza e spessore) rimangono invariate rispetto al caso dei calcestruzzi ordinari, perché definite sulla base di esigenze progettuali diverse dalla portanza flessionale della sezione trasversale, un aumento della resistenza del calcestruzzo si traduce in una variazione significativa del rapporto F_C/F_S , tra la capacità del calcestruzzo e quella dell'acciaio.

Come evidenziato anche in [9], al variare di tale rapporto, in cui

$$F_C = 0.85 f_C A_C$$

$$F_S = f_{ys} A_S,$$

con A_C = area della sezione trasversale della soletta,
 A_S = area della sezione trasversale della trave metallica

f_C = resistenza a compressione del calcestruzzo

f_{ys} = resistenza al limite di snervamento dell'acciaio

varia la posizione dell'asse neutro nella sezione.

In assenza di scorrimenti relativi (perfetta aderenza), se $F_C / F_S < 1$, la risultante delle tensioni nella sezione di acciaio supera quella delle tensioni nella soletta, quindi l'asse neutro deve giacere nella sezione di acciaio; al contrario, quando $F_C / F_S > 1$, l'asse neutro deve tagliare la soletta, e la sezione risulta parzializzata.

Pertanto, in quest'ultimo caso, la maggiore resistenza della soletta non può essere totalmente sfruttata, perché, per l'equilibrio alla traslazione, la risultante delle tensioni nella soletta trova il suo limite massimo nella risultante delle tensioni nella sezione in acciaio.

3. LA VALUTAZIONE DELLA PORTANZA DI TRAVI COMPOSTE IN HPC

3.1 Ipotesi

Il metodo presentato si fonda sulle seguenti ipotesi semplificative:

- le sezioni trasversali dei due componenti si mantengono piane;
- sono uguali le curvature della trave metallica (indice s) e della soletta (indice c): $\chi_S(x) = \chi_C(x) = \chi(x)$;
- il collegamento garantisce che non ci sia distacco verticale tra i due elementi

3.2 Legami costitutivi

I legami costitutivi non lineari dei materiali e della connessione sono definiti per mezzo delle rigidità sezanti, con relazioni che hanno forma generale del tipo:

$$\sigma = E(\sigma) \varepsilon \quad \text{per l'acciaio ed il calcestruzzo}$$

$$q = R(q) s \quad \text{per il collegamento}$$

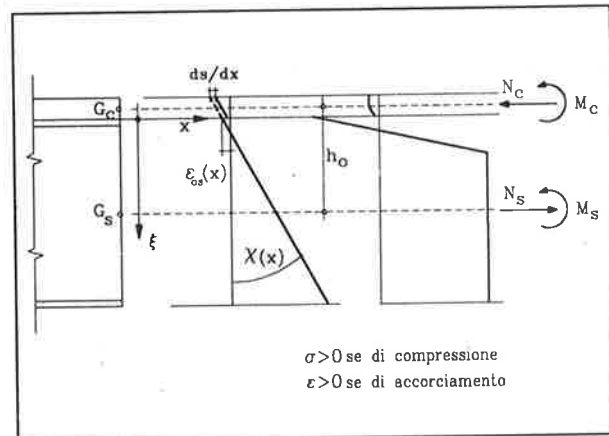


Fig. 2 Deformazioni della sezione e convenzioni di segno.

3.3 Modello matematico

Si assumono come incognite le deformazioni al lembo superiore della trave metallica $\varepsilon_{os}(x)$, le curvature $\chi(x)$ e gli scorrimenti $s(x)$ (figura 2); la scrittura delle due condizioni di equilibrio sezionale e della condizione di equilibrio degli sforzi di taglio $q(x)$ nella connessione, porta al sistema di equazioni (2):

$$\begin{aligned} N_c(x) + N_s(x) + N_a(x) &= 0 \\ M_c(x) + M_s(x) + M_a(x) &= -M(x) \end{aligned} \quad (2)$$

$$N_s(x) = -q(x)$$

dove i termini:

$$N_s(x) = \int_{A_s} \sigma_s(x, \xi) dA_s \quad e$$

$$N_c(x) + N_a(x) = \int_{A_c} \sigma_c(x, \xi) dA_c + \sum_{i=1}^{n_a} A_{a,i}$$

rappresentano le risultanti delle tensioni normali, rispettivamente, nella trave metallica e nella soletta (compreso il contributo offerto dalle armature, indice a),

$$M_s(x) = \int_{A_s} \sigma_s(x, \xi) \xi dA_s$$

$$M_c(x) + M_a(x) = \int_{A_c} \sigma_c(x, \xi) \xi dA_c + \sum_{i=1}^{n_a} \sigma_{a,i}(x, \xi_i) \xi_i A_{a,i}$$

rappresentano i momenti relativi alla trave metallica e alla soletta, ciascuno funzione dello stato di deformazione della sezione.

Tenendo conto della linearità delle deformazioni della sezione, attraverso le relazioni:

$$\varepsilon_s(\xi, x) = \varepsilon_{os}(x) + \chi(x)\xi \quad \text{per la trave metallica} \quad (3)$$

$$\varepsilon_c(\xi, x) = \varepsilon_{os}(x) + \chi(x)\xi + \frac{ds(x)}{dx}$$

per la soletta e le armature contenute

il sistema (2) si traduce in un sistema di tre equazioni differenziali di primo grado a coefficienti non costanti:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{os}(x)[EA] + \chi(x)[ES] + \frac{ds(x)}{dx}[EA]_c &= 0 \\ \varepsilon_{os}(x)[ES] + \chi(x)[EI] + \frac{ds(x)}{dx}[ES]_c &= -M(x) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{d\varepsilon_{os}(x)}{dx}[EA]_s + \frac{d\chi(x)}{dx}[ES]_s = -q(x)$$

i cui coefficienti hanno il significato seguente:

$$[EA] = \int_{A_c} E_c(\varepsilon_c) dA_c + \int_{A_s} E_s(\varepsilon_s) dA_s + \sum_{i=1}^{n_a} E_a(\varepsilon_{a,i}) A_{a,i}$$

$$[ES] = \int_{A_c} E_c(\varepsilon_c) \xi dA_c + \int_{A_s} E_s(\varepsilon_s) \xi dA_s + \sum_{i=1}^{n_a} E_a(\varepsilon_{a,i}) \xi_i A_{a,i}$$

$$[EI] = \int_{A_c} E_c(\varepsilon_c) \xi^2 dA_c + \int_{A_s} E_s(\varepsilon_s) \xi^2 dA_s + \sum_{i=1}^{n_a} E_a(\varepsilon_{a,i}) \xi_i^2 A_{a,i}$$

$$[EA]_c = \int_{A_c} E_c(\varepsilon_c) dA_c + \sum_{i=1}^{n_a} E_a(\varepsilon_{a,i}) A_{a,i}$$

$$[ES]_c = \int_{A_c} E_c(\varepsilon_c) \xi dA_c + \sum_{i=1}^{n_a} E_a(\varepsilon_{a,i}) \xi_i A_{a,i}$$

$$\overline{[EA]}_s = \int_{A_s} E_s(d\varepsilon_s) dA_s$$

$$\overline{[ES]}_s = \int_{A_s} E_s(d\varepsilon_s) \xi dA_s \quad (5)$$

Gli integrali che compaiono nelle (5) sono calcolati per via numerica una volta che la sezione sia suddivisa in strisce di spessore $\Delta\xi$.

Anche per la soluzione delle equazioni differenziali si è adottato un metodo numerico, quello delle "differenze finite", suddividendo la trave lungo il proprio asse in (n-1) elementi di lunghezza finita Δx , individuati da n sezioni trasversali.

Il sistema (4) assume, quindi, la forma:

$$\underline{H}^i \cdot \underline{\psi}^i = \underline{b}^i \quad (6)$$

avendo indicato con:

\underline{H}^i la matrice di rigidità secante =

$$\begin{bmatrix} [EA]^i & [ES]^i & [EA]_c^i / \Delta x \\ [ES]^i & [EI]^i & [ES]_c^i / \Delta x \\ \overline{[EA]}_s^i & \overline{[ES]}_s^i & R(q^i) \Delta x^i \end{bmatrix}$$

$$\underline{\psi}^i \text{ il vettore delle deformazioni} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{os}^i \\ \chi^i \\ s^i \end{bmatrix}$$

$$\underline{b}^i \text{ vettore dei termini noti} = \begin{bmatrix} \overline{[EA]}_c^i s^{i-1} / \Delta x \\ -M^i + \overline{[ES]}_c^i s^{i-1} / \Delta x \\ \overline{[EA]}_s^i \varepsilon_{os}^{i-1} + \overline{[ES]}_s^i \chi^{i-1} \end{bmatrix}$$

ove

- l'indice i individua la generica sezione i -esima della trave;
- $R(q^i)$ rappresenta la rigidezza secante della connessione per unità di lunghezza.

Il sistema (6), in $3 \times (n+1)$ incognite, può essere risolto una volta che siano definite le condizioni al contorno.

Nel caso di trave semplicemente appoggiata con carico uniformemente distribuito, la simmetria consente di analizzare solamente metà trave; le condizioni al contorno risultano

$$\varepsilon_{os}^1 = 0, \quad \chi^1 = 0, \quad s^n = 0$$

e si riferiscono in parte alla sezione di appoggio (indice 1) ed in parte alla sezione di mezzeria (indice n).

Per la soluzione del sistema si adotta la tecnica dello "shooting", attribuendo allo scorrimento incognito s^1 un valore di tentativo.

A partire dalle condizioni note nella sezione di appoggio, si calcola il valore dello scorrimento s^n nella sezione di mezzeria e si itera il processo fino a che tale valore rispetti, entro prefissate tolleranze, la corrispondente condizione al contorno.

Il modello consente di tener conto della disposizione discreta del collegamento, mediante la introduzione di connettori ausiliari aventi rigidezza nulla [10]; in ciascun tratto di lunghezza Δx^i si pone:

$$R^i(q^i) = \frac{q^i}{s^i} = 0 \quad \text{se nel tratto } i\text{-esimo non è presente alcun connettore;}$$

$$R^i(q^i)\Delta x^i = \frac{q^i \Delta x^i}{s^i} = n_p^i K^i(q^i) \quad \text{negli altri tratti;}$$

avendo indicato con n_p^i il numero di connettori pre-

senti nel tratto Δx^i e con $K^i(q^i)$ la rigidezza secante del singolo connettore.

Attribuendo al carico valori via via crescenti è possibile valutare quello che provoca il collasso e definire il tipo di crisi ad esso associato.

4. STUDIO PARAMETRICO

4.1 Legami costitutivi

Le leggi adottate nel presente studio per descrivere il comportamento dei materiali e delle connessioni, sono rappresentate in figura 3.

I valori numerici dei parametri che le caratterizzano sono riportati nel seguito.

	acciaio strutturale	acciaio armatura soletta
f_{ys} N/mm ²	360 e 335	360
E_s N/mm ²	210 000	210 000
E_{s1} N/mm ²	100	0
ε_{su}	0.1	0.1

	calcestruzzo ordinario	calcestruzzo ad alte prestazioni
f_c N/mm ²	35	80
ε_{co}	0.0022	0.0038
ε_{cu}	0.0027	0.0030

	Pioli in NC Curve Tipo 1	Pioli in HP Curve Tipo 2
α	1.7	0.5
β mm ⁻¹	1.15	1.10
s_c mm	7.0	3.50

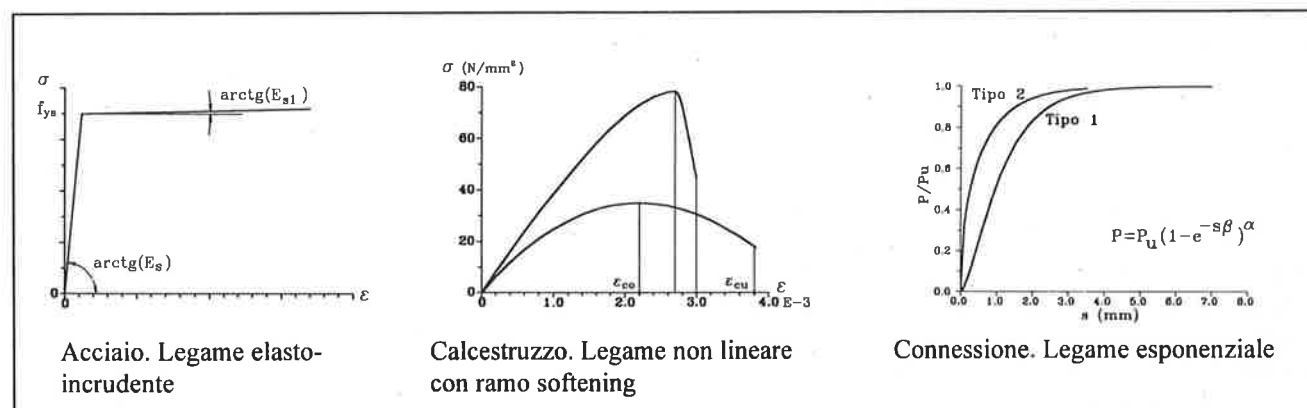


Fig. 3 Legami costitutivi dei materiali e dalla connessione

Per la definizione dei legami costitutivi del calcestruzzo si è fatto riferimento al Model Code 90 e alle raccomandazioni CEB [11].

Il calcestruzzo teso è considerato non reagente.

4.2 Travi analizzate

Con il modello precedentemente esposto è stato studiato il comportamento di travi caratterizzate da una sezione trasversale del tipo indicato nella figura 4; le dimensioni geometriche e le caratteristiche dei materiali sono riportate nella Tabella 1.

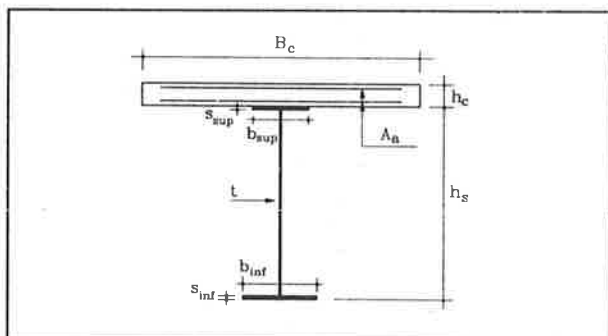


Fig. 4 Sezione trasversale delle travi.

Tipo Trave	T1	T2	T3
B_c (cm)	150	400	280
h_c (cm)	12	25	23
s_{sup} (mm)	20	45	45
s_{inf} (mm)	20	50	50
b_{sup} (mm)	300	450	450
b_{inf} (mm)	400	600	600
t (mm)	8	10	10
h_s (mm)	1040	2000	2000
A_a (cm ²)	9+9	18+18	18+18
Luce (m)	15	30	30
f_{ys} (N/mm ²)	360	360	335

Tabella 1 Grandezze geometriche delle sezioni trasversali.

Per tutte le travi analizzate, la resistenza della connessione (P_f) in grado di garantire il completo ripristino della resistenza flessionale della trave, è stata posta pari alla risultante delle tensioni nella soletta N_c , valutata mediante analisi elasto-plastica della sezione nella ipotesi di perfetta interazione trave-soletta.

L'indagine parametrica ha riguardato lo studio degli effetti di:

- parzializzazione della soletta conseguente alla variazione del rapporto F_c / F_s ;
- riduzione di resistenza della connessione, derivante da una riduzione, sia localizzata che diffusa, dell'azione di taglio P_f ($Q_{res} < P_f$).

5. RISULTATI DELLA ANALISI

5.1 Analisi sezionale

Nella Tabella 2 sono riportati i risultati dello studio della sezione trasversale.

	F_c / F_s	$N_c = P_f$ (kN)	M_{res} (kN m)	x_n / h_c
T1NC	0.676	5343	4831	1.20
T2NC	0.768	18357	30838	1.04
T3NC	1.795	21461	30225	0.79
T1HP	1.545	7063	5113	0.80
T2HP	1.755	23728	32600	0.74
T3HP	4.090	23416	31645	0.49

Tabella 2 Risultati della analisi sezionale.

A parità di geometria della sezione, i valori di N_c aumentano passando NC a HPC, ma in misura inferiore a quanto ipotizzabile sulla base dell'incremento della resistenza del calcestruzzo, perché, come precedentemente evidenziato, si riduce il rapporto tra distanza dell'asse neutro dal lembo superiore x_n e lo spessore della soletta h_c , e, quindi la soletta risulta parzializzata.

Questo influisce sul valore del momento resistente della sezione (M_{res}), che presenta, all'aumentare della resistenza del calcestruzzo, incrementi modesti.

5.2 Analisi della trave

5.2.1 Effetto della parzializzazione della soletta

I risultati dell'analisi delle travi, condotta nell'ipotesi che la parzializzazione della soletta non alteri in modo significativo il comportamento della connessione, hanno mostrato che tale fenomeno influisce sulla distribuzione degli scorrimenti trave-soletta $s(x)$ e, di conseguenza, sugli sforzi tangenziali nella connessione.

Nelle figure 5-8 sono diagrammati, per le travi T1NC e T1HP, gli scorrimenti $s(x)$ e gli sforzi $q(x)$ per valori dei carichi (uniformemente ripartiti) che determinano:

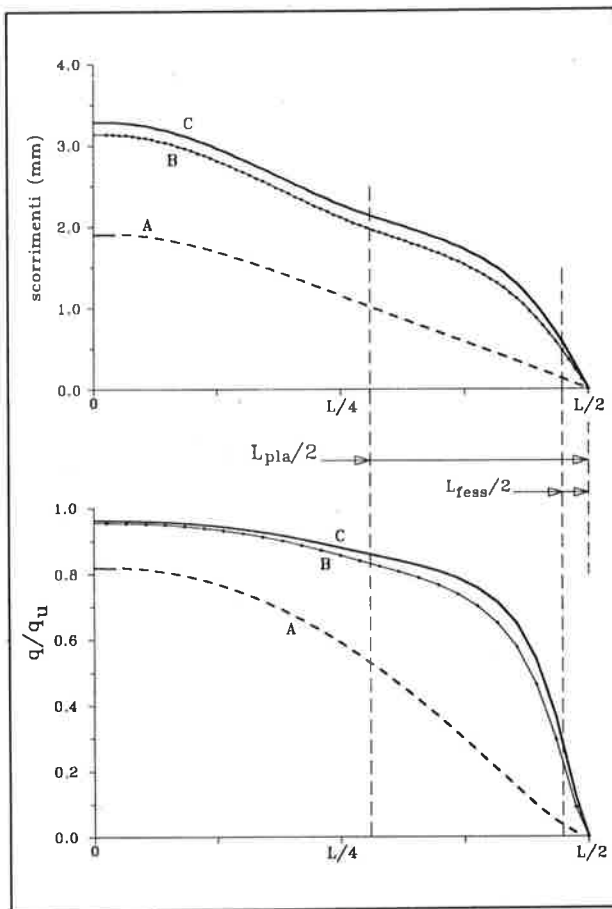


Fig. 5 e 6 Scorrimenti relativi e azioni di taglio $q(x)$ nella trave T1NC per differenti livelli di carico.

- il raggiungimento della tensione di snervamento al lembo inferiore della sezione di mezzeria (carico al limite elastico, curve A);
- il raggiungimento della tensione di trazione al lembo inferiore della soletta (carico al limite di fessurazione, curve B);
- il raggiungimento del momento plastico nella sezione di mezzeria (carico ultimo, curve C).

Fino a quando il comportamento dei materiali è elastico e per entrambe le resistenze del calcestruzzo, la distribuzione degli scorrimenti è quasi lineare verso la mezzeria, con una riduzione verso gli appoggi che dipende dalla deformabilità del collegamento.

La plasticizzazione dell'acciaio e la fessurazione del calcestruzzo della soletta nella zona centrale della trave, fanno aumentare gli scorrimenti in questo tratto e la distribuzione degli sforzi di taglio diventa più uniforme.

Tale effetto è più evidente nelle travi realizzate con HPC, caratterizzate, come si è detto, da una maggiore parzializzazione della sezione trasversale di soletta

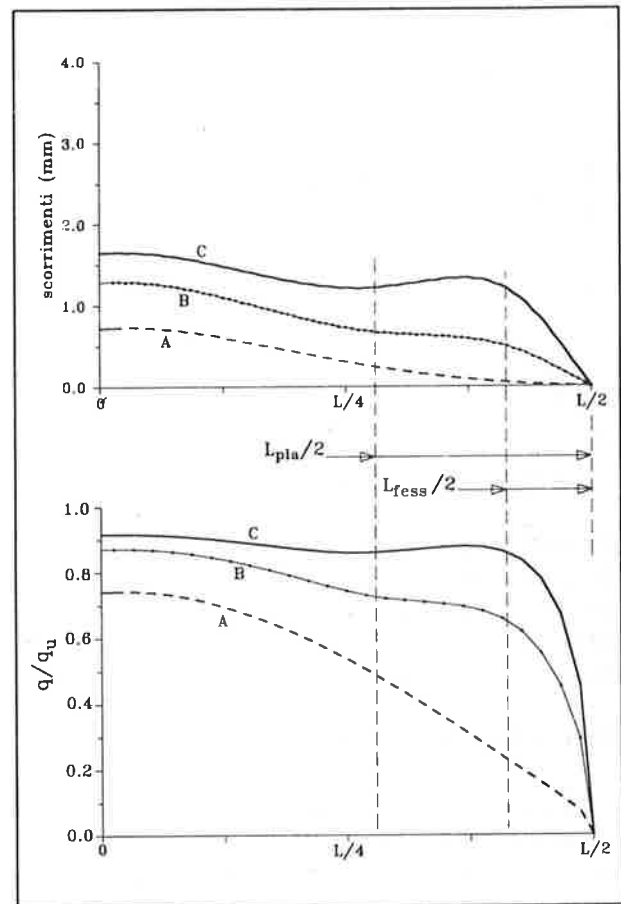


Fig. 7 e 8 Scorrimenti relativi e azioni di taglio $q(x)$ nella trave T1HP per differenti livelli di carico.

(riduzione del rapporto x_n/h_c) e da un tratto fessurato più esteso (rapporto L_{fess}/L) (Tab.3).

	x_n/h_c	L_{pla}/L	L_{fess}/L	s_{max} (mm)
T1NC	0.927	0.44	0.0533	3.275
T1HP	0.716	0.44	0.1733	1.651
T2NC	0.904	0.39	0.0876	4.459
T2HP	0.730	0.40	0.2014	2.004
T3NC	0.680	0.40	0.1800	3.200
T3HP	0.540	0.42	0.2600	3.180

Tabella 3 Rapporti x_n/h_c e L_{fess}/L in corrispondenza del carico ultimo

La ripartizione degli sforzi $q(x)$ lungo la connessione risulta pertanto sensibilmente uniforme anche quando la presenza di HPC rende la connessione meno deformabile.

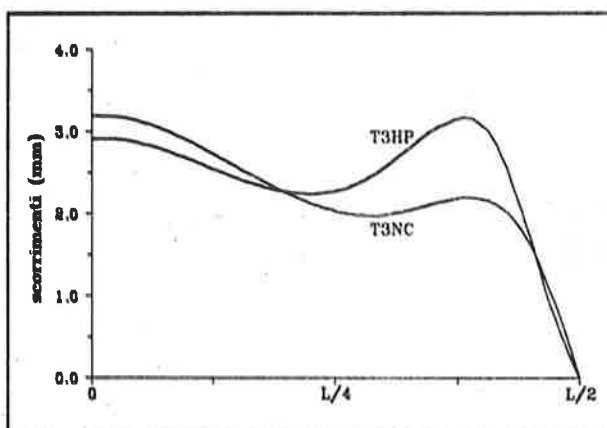


Fig. 9 Scorrimenti $s(x)$ per le travi T3NC e T3HP.

All'aumentare del rapporto F_c/F_s (travi tipo T3) questo fenomeno viene accentuato, al punto che gli incrementi degli scorrimenti nella zona prossima alla mezzeria appaiono evidenti non solo quando sono utilizzati HPC, ma anche in presenza di calcestruzzi ordinari (figura 9).

5.2.2 Effetto della variazione di Q_{res}

Il parziale ripristino di resistenza, previsto dai codici normativi, non trova una coerente applicazione nel caso di travi realizzate con HPC, in quanto non consentirebbe di sfruttare completamente le maggiori prestazioni del materiale.

Tuttavia riduzioni impreviste della resistenza di progetto del collegamento, in seguito, per esempio, a difetti nel getto di calcestruzzo che avvolge il piolo o cattiva esecuzione della saldatura del piolo alla flangia, possono condurre a una minore collaborazione dei due elementi, con incremento degli scorrimenti relativi richiesti per il raggiungimento del carico ultimo.

Nelle figure 10 e 11 sono riportati, al variare di Q_{res} e per le travi T1-T2NC e T1-T2HP, i valori del momento massimo nella trave adimensionalizzato rispetto al momento resistente della sezione (M_{mez}/M_{res}) e i valori dello scorrimento massimo; i risultati si riferiscono ad una riduzione di resistenza uniforme.

Se il collegamento possiede sufficiente duttilità (T1NC, $s_c = 7$ mm), allora è possibile un abbattimento di Q_{res} del 25% prima che la crisi si manifesti dal lato della connessione.

Nel caso di calcestruzzi ad alte prestazioni, invece, data la minore capacità di scorrimento del collegamento, sono sufficienti riduzioni più modeste di Q_{res} per condurre al raggiungimento dello scorrimento ultimo, con crisi della trave per rottura del collegamento.

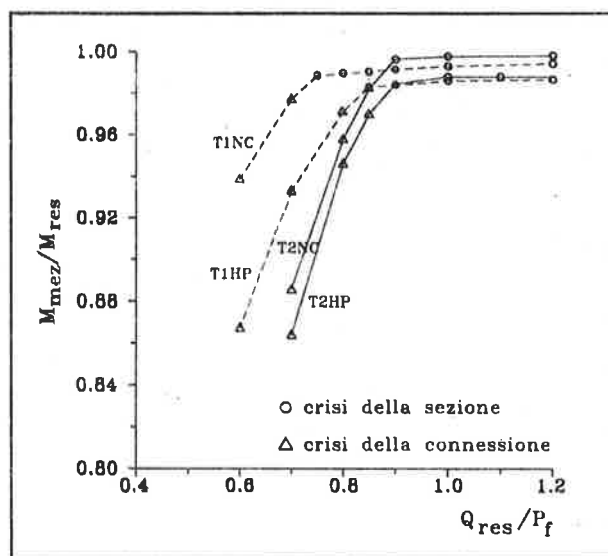


Fig. 10 Portanza massima delle travi T1 e T2 al variare di Q_{res} .

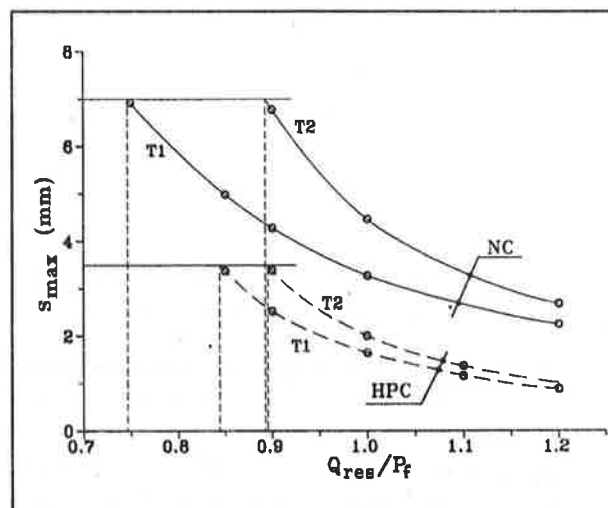


Fig. 11 Scorrimenti massimi delle travi T1 e T2 al variare di Q_{res} .

A tale cambiamento di modalità di crisi, corrispondono significative riduzioni della portanza massima, come evidenziato dalla pendenza delle curve di figura 10.

I diagrammi di figura 10, fanno anche emergere che, per entrambe le resistenze del calcestruzzo, quando la crisi avviene per flessione, gli effetti di una variazione di Q_{res} sul momento massimo sono pressoché nulli.

Non altrettanto può dirsi per gli effetti che si riscontrano sugli scorrimenti; come indicato nei diagrammi di figura 11, ad un incremento di P_f del 20% corrisponde una riduzione di s_{max} variabile tra il 30 e il 50%.

Un modesto sovradimensionamento del collegamento, quindi, potrebbe essere utile per ridurre il rischio di crisi per taglio nei casi di limitata capacità di scorrimento della connessione.

Nella Tabella 4 sono riassunti i risultati dell'analisi degli effetti di una difettosità localizzata della connessione.

Nei casi studiati la riduzione di P_f è del 15%; i connettori sono distribuiti uniformemente con un tratto privo connessione di lunghezza $0.10 L$, che si trova ad una distanza dall'appoggio pari a $0.04 L$ (caso A) o a $0.35 L$ (caso B).

Il confronto tra i dati relativi al caso di connessione totale e quelli corrispondenti alla riduzione uniforme della resistenza conferma, come già evidenziato dalle figure 10 e 11, che la capacità portante rimane sostanzialmente inalterata mentre cresce in modo più significativo l'entità dello scorrimento massimo.

Nel caso in cui la difettosità sia concentrata, i dati delle tabelle evidenziano maggiori scostamenti, sia in termini di capacità resistente che di entità delle deformazioni massime; l'effetto di imperfezioni risultano, quindi, più gravose di una riduzione diffusa di resistenza del collegamento.

In particolare i dati relativi al caso A, mostrano che l'incremento dello scorrimento al collasso è percen-

Modalità di crisi	Tipo trave	q_u (N/mm)	s^I (mm)	s_{max} (mm)
Connessione totale				
Sezione	T1NC-15	170.61	3.275	3.275
	T1HP-15	179.31	1.651	1.651
Riduzione uniforme di resistenza del collegamento				
Sezione	T1NC-15	170.16	4.98	4.98
	T1HP-15	178.77	3.38	3.38
Localizzazione rottura connettori tipo A				
Sezione	T1NC-15	162.5	5.05	5.05
	T1HP-15 *	178.0	5.03	5.03
$s_{max} = s_c$	T1HP-15	172.5	3.50	3.50
Localizzazione rottura connettori tipo B				
Sezione	T1NC-15	162.4	2.73	2.73
	T1HP-15	177.7	1.89	2.34

Tabella 4 Carico massimo e scorrimenti al variare di Q_{res} (* valori ottenuti senza limitazioni sulla capacità di scorrimento del collegamento).

tualmente superiore alla riduzione di P_f ; infatti ad una riduzione imposta del 15% di P_f corrisponde un aumento di s_{max} dell'ordine del 45-50%.

In tale caso, nella trave T1HP, l'incremento dello scorrimento massimo dovuto alla imperfezione nel collegamento, è tale da determinare una variazione della modalità di crisi rispetto al caso di una riduzione uniforme. Infatti, il raggiungimento della massima capacità portante flessionale richiederebbe uno scorrimento superiore a quello massimo della connessione; tuttavia il valore del carico che determina la crisi lato connessione ($s_{max} = s_c$) non subisce riduzioni significative rispetto a quello valutato con connessione totale.

Il caso B, risulta meno gravoso per entrambe le resistenze del calcestruzzo; in questa situazione nella trave con HPC, la riduzione del collegamento nel tratto maggiormente interessato dalla plasticizzazione dell'acciaio e dalla parzializzazione della soletta, conduce a scorrimenti massimi in prossimità della mezzeria, anziché all'appoggio.

6. CONCLUSIONI

Nel caso di connessione a totale ripristino di resistenza, la modesta capacità di deformazione delle connessioni in HPC non altera in modo rilevante il comportamento delle travi composte perché ad essa si accompagna una riduzione della richiesta di scorrimento.

Inoltre la parzializzazione della soletta, conseguente all'innalzamento della posizione dell'asse neutro nel caso di utilizzazione di HPC, e la plasticizzazione della trave in acciaio nella zona di mezzeria determina una ridistribuzione degli sforzi nei connettori rispetto alla soluzione elastica che suggerisce l'adozione, anche in questi casi, di una distribuzione uniforme dei connettori.

Il comportamento della trave nel suo complesso si mantiene quindi di tipo duttile.

Appropriate precauzioni dovrebbero invece essere prese per mantenere adeguati margini di sicurezza nei confronti della rottura fragile del collegamento conseguente a impreviste riduzioni della resistenza di progetto della connessione a taglio.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] S. BULLO, R. DI MARCO: "Effects of high-performance concrete on stud shear connector behavior", Proceedings of Nordic Steel Construction Conference, Malmö, Sweden, June 1995, pp. 577-584.

- [2] EUROCODE N.4: "Design of composite steel and concrete structures", Part 1-1: General rules and rules for buildings, ENV 1994-1-1, October 1992.
- [3] S. BULLO, R. DI MARCO: "Influenza della limitata capacità di scorrimento della connessione sulla portanza di travi miste realizzate con calcestruzzi ad alte prestazioni", C.T.E., Napoli, 7-9 November 1996, pp. 21-30.
- [4] S. BULLO, R. DI MARCO: "The load-bearing capacity of steel-HPC composite beams", IABSE International Conference on Composite Construction, Innsbruck, Austria, Sept. 16-18, 1997.
- [5] J. G. OLLGAARD, R. G. SLUTTER, J. W. FISHER: "Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-density concrete", *Engrg. J. Am. Inst. Steel Constr.*, vol. 8, April 1971, pp. 55-64.
- [6] D. J. OEHLERS, R. P. JOHNSON: "The strength of stud shear connections in composite beams", *The Structural Engineer*, vol. 65B, No.2, June 1987, pp. 44-48.
- [7] D. J. OEHLERS, C. G. COUGHLAN: "The shear stiffness of stud shear connectors in composite beams", *Journal of Construct. Steel Research*, n.6, 1986, pp. 273-284.
- [8] S. BULLO, R. DI MARCO, P. FORABOSCHI: "Stud shear connector behavior in high-strength concretes: experimental analysis and numerical modeling", atti del II Workshop sulle Strutture Composte, Napoli, 22-23 giugno 1995, pp. 87-101.
- [9] D. J. OEHLERS, G. SVED: "Composite beams with limited-slip-capacity shear connectors", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 121, No. 6, June 1995, pp. 932-938.
- [10] J. M. ARIBERT, K. ABDEL AZIZ: "Calcul des poutres mixtes jusqu'à l'état ultime avec un effect de soulèvement à l'interface acier-béton", *Construction Métallique*, n°. 4, 1985, pp.3-36.
- [11] CEB: Bulletin d'Information n. 228 "High performance concrete - Recommended extensions to the Model Code 90", July 1995.
- [12] J. M. ARIBERT, A. G. LABIB: "Modèle de calcul élasto-plastique de poutres mixtes à connexion partielle", *Construction Métallique* n°. 4, 1982, pp. 3-51.
- [13] J. M. ARIBERT: "Etude critique par voie numérique de la méthode proposée dans l'Eurocode 4 pour le dimensionnement des poutres mixtes acier-béton à connexion partielle", *Construction Métallique*, n.1, 1988, pp. 3-26.
- [14] R. P. JOHNSON, N. MOLENSTRA: "Partial shear connection in composite beams for buildings", *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, Part 2, vol. 91, Dec. 1991, pp. 679-704.

ANALISI SISMICA NON LINEARE DI STRUTTURE INTELAIATE IN C.A. ISOLATE ALLA BASE

Claudio CECCOLI*, **Claudio MAZZOTTI***** e **Marco SAVOIA****

* Professore Ordinario di Tecnica delle costruzioni

** Ricercatore di Tecnica delle costruzioni

*** Dottorando

Università di Bologna, Facoltà di Ingegneria, DISTART - Tecnica delle costruzioni,
Viale Risorgimento 2, 40136, Bologna.

SOMMARIO

Nella presente memoria sono presentati i risultati di uno studio condotto sul comportamento non lineare di strutture in c. a. isolate alla base sottoposte ad eccitazione sismica. Vengono sviluppati due modelli isteretici, rispettivamente per la struttura in elevazione e per gli isolatori, e le equazioni di equilibrio dinamico sono integrate nel dominio del tempo. Infine, l'algoritmo numerico è utilizzato per lo studio di una struttura intelaiata in c. a. e viene discussa l'efficacia del sistema di isolamento alla base con riferimento a due accelerogrammi con caratteristiche molto differenti, corrispondenti ai sismi di Tolmezzo e di Calitri.

SUMMARY

The non linear behaviour of r. c. structures with base isolation subject to earthquake excitation is studied. Two hysteretic models, for r. c. elements and elastomeric isolators, are presented, and dynamic equilibrium equations are integrated with a step-by-step algorithm in the time domain. A base-isolated r. c. frame structure is considered in the numerical examples and the effectiveness of isolation systems is discussed with reference to two different accelerograms, corresponding to Tolmezzo and Calitri earthquakes.

1. INTRODUZIONE

L'isolamento sismico alla base degli edifici con dispositivi molto flessibili di gomma è una tecnica di controllo passivo che sta acquistando un crescente consenso, anche in virtù dell'ottimo comportamento che hanno avuto le costruzioni così isolate nei recenti terremoti di Northridge negli Stati Uniti (1994) e di Great Haushin - Awaji in Giappone (1995) [1, 2]. Come è noto, nella tecnica di isolamento con dispositivi di gomma ha un ruolo fondamentale l'obiettivo di portare il periodo fondamentale di vibrazione della struttura, pensata sostanzialmente rigida e posata sul complesso degli isolatori deformabili, a valori molto più elevati di

quelli usuali per le strutture tradizionali. Così operando si possono ridurre, anche drasticamente, le azioni sismiche trasmesse alla struttura, s'intende in presenza di terremoti che non abbiano elevati contenuti energetici nelle basse frequenze. Nei confronti infatti di sismi, in realtà non frequenti, con contenuti energetici significativi alle basse frequenze, gli edifici isolati restano sostanzialmente vulnerabili, se non addirittura più danneggiabili di edifici tradizionali. L'efficacia dell'isolamento sismico può dunque variare fortemente in base alla natura del terremoto e più precisamente in base ai contenuti in frequenza e ovviamente alla durata del terremoto stesso.

E' evidente che, in vista di un'adeguata normativa

tecnica, lo studio del comportamento degli edifici isolati deve essere perseguito, al di là delle doverose indagini sperimentali, con tecniche di analisi non convenzionali, le sole idonee a valutare correttamente le influenze delle non linearità del comportamento sia degli isolatori sia della struttura in elevazione.

Nell'ottica di perseguire un procedimento di analisi sufficientemente affinato ed idoneo per lo studio del comportamento di edifici isolati con dispositivi in gomma dotati di elevato smorzamento (HDRB), gli Autori da tempo hanno messo a punto modelli teorici e numerici accurati, idonei a simulare ed interpretare la risposta degli isolatori e della struttura in elevazione in presenza di terremoti, assegnati mediante i rispettivi accelerogrammi.

Nel paragrafo 2 viene descritto in dettaglio il modello isteretico adottato per la modellazione del comportamento non lineare di elementi snelli in c.a. (travi e pilastri), modello reso idoneo a valutare gli effetti della fessurazione, dell'eventuale snervamento dell'acciaio e del degrado della rigidità conseguente al danneggiamento del calcestruzzo e al degrado della resistenza. Nel paragrafo 3 viene richiamato il tipo di modello isteretico adottato per simulare il comportamento degli isolatori in gomma (HDRB), descritto in dettaglio dagli Autori in [3]. Nel paragrafo 4 si descrive diffusamente l'algoritmo numerico di soluzione al passo, ossia il metodo di soluzione delle equazioni del moto, integrate in campo non lineare.

Prove su tavola vibrante di un modello in c.a. di struttura intelaiata in scala 1:3, svolte presso l'ISMES e commissionate dal Consorzio COSMES [4], sono state l'occasione per testare correttamente l'efficienza ed il grado di affidabilità del metodo di analisi approntato e per attivare correzioni e calibrazioni adeguate al problema in esame.

A valle di ogni simulazione numerica di un evento sismico è necessario un adeguato criterio di interpretazione dei risultati. Per quanto concerne gli isolatori si tratta, in buona sostanza, di controllare l'entità massima degli scorrimenti cui tali isolatori sono sottoposti per verificare che essi rientrino nei limiti imposti da criteri di resistenza, stabilità e danneggiamento. Per la struttura in elevazione si è ritenuto significativo legare il grado di danneggiamento della struttura alla misura di due parametri, e precisamente l'evoluzione nel tempo dell'energia dissipata per isteresi e la potenza dissipata ad ogni istante.

La nota si chiude con il commento dei risultati di due esempi che gli Autori ritengono particolarmente significativi. In entrambi gli esempi la stessa struttura, con grado di isolamento limitato, viene sottoposta a due differenti terremoti (Tolmezzo e Calitri), aventi in un

certo senso caratteristiche opposte. Il terremoto di Tolmezzo, con accelerazione di picco elevata ($\sim 0.35g$), ha elevati contenuti energetici alle frequenze medio-alte e durata relativamente limitata (< 10 secondi), mentre il terremoto di Calitri, con bassa accelerazione di picco ($\sim 0.12g$), ha elevati contenuti energetici alle frequenze medio-basse e durata elevata (~ 35 secondi). Il comportamento della struttura isolata soggetta ai due citati terremoti viene confrontato con quello della stessa struttura non isolata. Nel caso del terremoto di Tolmezzo la struttura isolata subisce un danneggiamento (valutato per mezzo dell'energia dissipata per deformazioni anelastiche) molto più limitato rispetto a quello della struttura tradizionale. Nel caso del terremoto di Calitri l'isolamento prescelto risulta inadeguato e il danneggiamento è sostanzialmente uguale a quello della struttura tradizionale. Sempre nell'esempio di calcolo relativo al sisma di Calitri si mostra che qualche beneficio può essere ottenuto elevando il grado di isolamento della struttura, ma che in ogni caso il tipo di terremoto in esame è tale da rendere comunque limitata l'efficacia dell'isolamento.

2. UN MODELLO NON LINEARE PER ELEMENTI IN C. A. SOGGETTI AD AZIONI CICLICHE

È stato utilizzato un modello isteretico per la descrizione del comportamento non lineare di elementi in c.a. (travi e pilastri) soggetti ad azioni cicliche [5]. Si tratta di un modello a plasticità distribuita nel quale vengono assegnate le leggi che governano il legame momento-curvatura del generico concio di c.a., soggetto ad azioni cicliche di carico e scarico. Il modello utilizzato è basato, nelle sue linee principali, su quello di Park *et al* [6], e quindi include l'effetto di degrado della rigidità conseguente alla fessurazione del calcestruzzo e l'effetto "pinching" quando si supera il momento di snervamento delle armature. Sono stati inoltre inclusi i fenomeni di degrado della resistenza conseguente a significative fessurazioni del calcestruzzo e di degrado dell'aderenza tra calcestruzzo ed acciaio nel caso di severe deformazioni plastiche. Particolare attenzione è stata infine rivolta alla descrizione di situazioni difficili da trattare numericamente, come ad esempio il ricarico susseguente ad uno scarico solo parziale.

Il modello isteretico utilizzato si basa essenzialmente su una curva di caricamento monotono di tipo trilineare. Si prevede un andamento lineare fino al raggiungimento della condizione di iniziale fessurazione del calcestruzzo (corrispondente ai valori di momento flettente e curvatura χ_c e M_c). Successivamente si assiste ad un degrado della rigidità fino al raggiungimento del

momento di prima plasticizzazione. Se la sezione è stata progettata correttamente, cioè se la crisi avviene lato acciaio, esso coincide con il momento di snervamento dell'acciaio teso M_y . La condizione di fessurazione del calcestruzzo viene calcolata, in via semplificata, imponendo un valore della tensione del calcestruzzo al lembo teso pari alla tensione di rottura a trazione. La condizione di primo snervamento dell'acciaio viene invece calcolata sulla base delle ipotesi di comportamento lineare per calcestruzzo ed acciaio, trascurando quindi il fenomeno della formazione delle fessure nella valutazione della curvatura [5]. Infine, l'ultimo ramo (successivo allo snervamento dell'acciaio) è rettilineo e sub-orizzontale.

I fenomeni più rilevanti inclusi nel modello utilizzato sono descritti nel seguito.

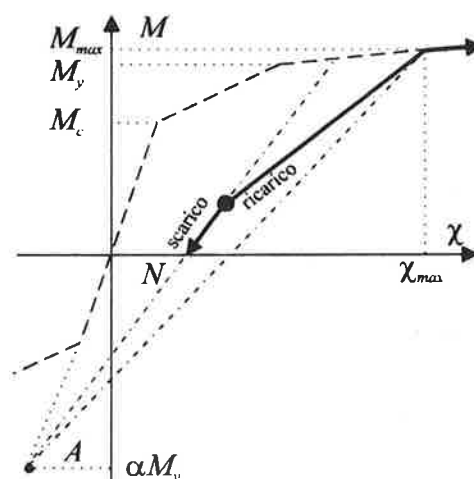
1) *Degrado della rigidezza conseguente al danneggiamento del calcestruzzo* [6] (vedi Fig. 1a): Se durante cicli precedenti è stata raggiunta la fessurazione del calcestruzzo, il ramo di scarico ha una rigidezza decrescente che dipende dal valore della curvatura precedentemente raggiunto. In particolare, il ramo di scarico ha una direzione passante per il punto A , situato sul prolungamento del ramo di carico in condizioni non fessurate, nel verso opposto, ad un'ordinata pari ad α volte il momento di primo snervamento (vedi Fig. 1a). Questo ramo di scarico viene seguito fino a quando il momento flettente non cambia segno (Punto N). Un nuovo ciclo di carico punta inizialmente al punto appartenente alla curva monotona e corrispondente al valore di (χ_{max}, M_{max}) raggiunto in cicli precedenti, per poi seguire di nuovo la curva di caricamento monotono.

Il caricamento nella direzione opposta risponde a due regole differenti a seconda che, durante precedenti caricamenti in quel verso, il comportamento fosse ancora elastico oppure fossero state raggiunte le condizioni di fessurazione del calcestruzzo o di snervamento dell'acciaio teso.

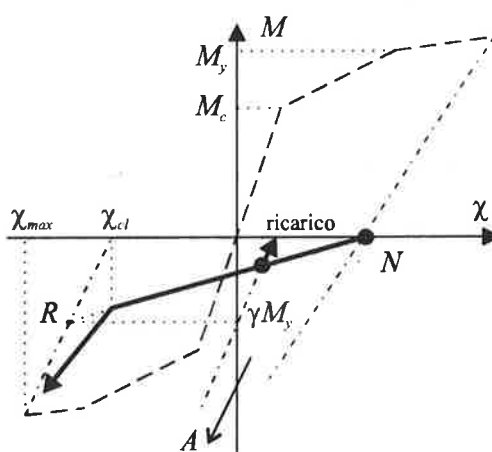
2a) *Ricarico prima della fessurazione del calcestruzzo*: In tal caso, la direzione del ramo di ricarico passa per il punto della curva di caricamento monotono corrispondente alla situazione di inizio fessurazione (χ_c, M_c) .

2b) *Ricarico dopo la fessurazione del calcestruzzo*: Se si è precedentemente raggiunto lo stato di fessurazione del calcestruzzo, il ramo di carico successivo alla condizione di momento nullo ha una direzione passante per il punto (χ_{max}, M_{max}) della curva di caricamento monotono corrispondente alla massima curvatura precedentemente raggiunta in quel verso [7].

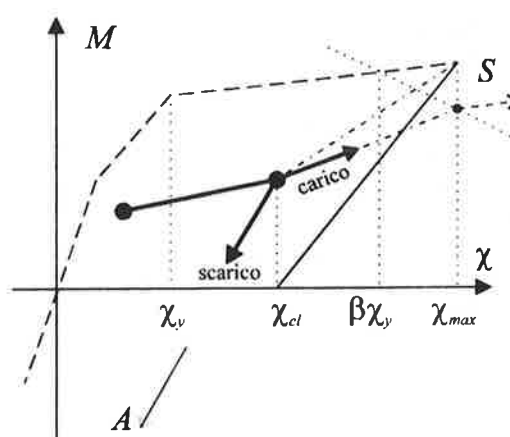
2c) *Ricarico dopo lo snervamento dell'acciaio (effetto pinching)* (Fig. 1b): Qualora fosse stato raggiunto in



(a)



(b)



(c)

Figura 1: Un modello isteretico per elementi in c.a.: (a) Degrado della rigidezza; (b) Effetto "pinching"; (c) Degrado della resistenza.

precedenza lo snervamento dell'acciaio (con conseguente apertura di fessure nel calcestruzzo) il ramo di ricarico è costituito da due fasi successive, corrispondenti alla richiusura delle fessure stesse (con bassi valori di rigidezza) e successivamente al vero e proprio caricamento. Nel modello utilizzato, in accordo con [6], il primo ramo è diretto verso il punto intersezione tra il ramo di scarico corrispondente alla curvatura massima precedentemente raggiunta e una retta a $\gamma M_y = cost$ con $0 < \gamma < 1$ (Punto R), fino a quando viene raggiunta la curvatura χ_{cl} corrispondente alla chiusura delle fessure. Il secondo ramo è un vero e proprio ramo di ricarico diretto verso il punto che corrisponde alla massima curvatura raggiunta in quel verso di caricamento.

3) *Degrado della resistenza* (Fig. 1c): La curva di riferimento è sempre la curva di caricamento monotono fino a quando non viene raggiunto un valore dell'indice di duttilità $\chi/\chi_{max} = \beta$. Oltre tale valore avviene il fenomeno di degrado della resistenza. Tale fenomeno è stato modellato secondo quanto suggerito in [8]. Il ramo di carico è diretto verso il punto intersezione tra una retta a pendenza negativa pari a δ volte la rigidezza elastica e l'ascissa a $\chi_{max} = cost$ (Punto S). Successivamente, raggiunta la curvatura χ_{max} , il caricamento continua lungo una linea parallela alla curva di caricamento monotono originaria, traslata verso il basso.

In [6, 8] sono proposti i valori $\alpha=2$, $\gamma=0.7$, $\beta=3.5$, $\delta=0.15$ per i parametri che definiscono il modello, al fine di ottenere un buon accordo con risultati sperimentali riportati in letteratura [5, 9].

3. UN MODELLO ISTERETICO PER ISOLATORI IN GOMMA

A seguito di una serie di prove sperimentali seguite presso il Laboratorio Sismico dell'Isma di Bergamo, gli Autori hanno recentemente proposto [3] un nuovo modello idoneo a descrivere il comportamento isteretico di isolatori in gomma laminata (HDRB).

Il modello si basa su una serie di curve con legge polinomiale o esponenziale, i cui parametri sono stati tarati sulla base dei risultati sperimentali disponibili [4]. E' ben noto infatti che, soprattutto nel campo degli scorrimenti elevati, il comportamento degli isolatori elastomerici è fortemente non lineare (sia per le proprietà del materiale, che per fenomeni di tipo geometrico), per cui i classici modelli bilineare o di Ramberg-Osgood si rivelano inadeguati.

La curva base del modello ha una legge polinomiale completa del terzo ordine e descrive il processo di

caricamento monotono. Inoltre, vengono utilizzati due tipi differenti di curve per descrivere i rami di scarico a partire da piccoli ($\gamma < 15\%$) o da grandi ($\gamma > 15\%$) scorrimenti.

A titolo di esempio, in Figura 2 sono riportati i cicli di isteresi conseguenti a scorrimenti di entità crescente forniti dal modello proposto in [3].

4. LA PROCEDURA NUMERICA DI SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO DINAMICO

4.1 L'algoritmo numerico di soluzione al passo

E' stato sviluppato un algoritmo numerico di soluzione al passo per lo studio di strutture isolate in campo non lineare le cui linee generali vengono brevemente descritte. Si rimanda a [3] per ulteriori dettagli.

L'equazione di equilibrio dinamico al generico istante $n\Delta t$ può essere scritta nella forma:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{K}_n \mathbf{x}_n = -\mathbf{M} \mathbf{I} \ddot{\mathbf{x}}_{g,n} \quad (1)$$

dove \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K}_n sono rispettivamente le matrici delle masse, di smorzamento e di rigidezza (non lineare), $\mathbf{x}(t)$

è il vettore degli spostamenti nodali e $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$ rappresenta l'accelerazione alla base della struttura. Facendo uso del classico metodo di integrazione al passo di Neumark (nella versione dell'accelerazione media), l'equazione (1) al tempo $t=(n+1)\Delta t$ può essere scritta nella forma di un sistema algebrico non lineare:

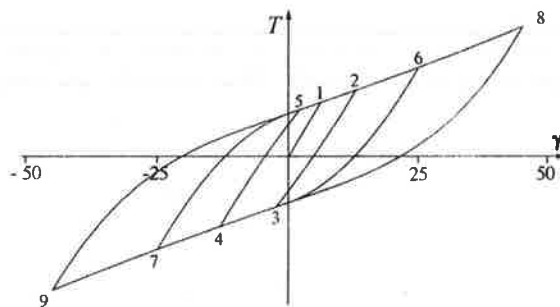


Figura 2: Comportamento isteretico di un isolatore con altezza della gomma $h=30$ mm: simulazione numerica con il modello proposto.

$$\mathbf{K}_{n+1}^* \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}^* \quad (2)$$

dove:

$$\mathbf{K}_{n+1}^* = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K}_{n+1} \quad (3a)$$

$$\mathbf{f}_{n+1}^* = -\mathbf{M} \mathbf{I} \ddot{\mathbf{x}}_{g,n+1} +$$

$$\mathbf{M} \left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{x}_n + \frac{2}{\Delta t} \dot{\mathbf{x}}_n + \ddot{\mathbf{x}}_n \right) + \mathbf{C} \left(\frac{2}{\Delta t} \mathbf{x}_n + \dot{\mathbf{x}}_n \right) \quad (3b)$$

Al passo $n+1$ il vettore dei carichi \mathbf{f}_{n+1}^* è noto, in quanto dipende dal vettore degli spostamenti al passo precedente e dall'accelerazione prescritta alla base, mentre la matrice di rigidezza \mathbf{K}_{n+1}^* è incognita se il comportamento della struttura è non lineare. Viene quindi adottata una tecnica risolutiva alla Newton-Raphson modificato per la soluzione in forma iterativa della (2), nella quale la matrice di rigidezza elastica $\bar{\mathbf{K}}$ viene sostituita alla \mathbf{K}_{n+1}^* . La soluzione $\bar{\mathbf{x}}_n$ sarà in equilibrio con un vettore dei carichi \mathbf{f}_{n+1}^* , differente dal vettore \mathbf{p}_{n+1}^* corrispondente alla soluzione con la matrice di rigidezza esatta \mathbf{K}_{n+1}^* . Il vettore delle pseudoforze:

$$\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}^* - \mathbf{p}_{n+1}^* = (\mathbf{K}_{n+1}^* - \bar{\mathbf{K}}) \mathbf{x}_{n+1} \quad (4)$$

può quindi essere considerato come un nuovo vettore di carichi fittizi, punto di partenza per una procedura iterativa fino a quando non viene raggiunto il livello di convergenza prescritto.

E' stato inoltre elaborato uno schema iterativo a blocchi per ridurre l'onere computazionale richiesto per la risoluzione del sistema (2) in campo non lineare. La struttura è stata suddivisa in N superelementi (corrispondenti alle singole travi e colonne), i nodi di estremità delle quali sono considerati principali. Ogni asta è quindi suddivisa in conci con l'interposizione di n nodi intermedi. Il vettore \mathbf{x} che contiene i gradi di libertà della struttura viene quindi suddiviso in un insieme di vettori:

$$\mathbf{x}^T = \{ \mathbf{A}^T, \boldsymbol{\alpha}_1^T, \dots, \boldsymbol{\alpha}_N^T \} \quad (5)$$

dove \mathbf{A} contiene gli $3 \times M$ gradi di libertà principali mentre il generico vettore $\boldsymbol{\alpha}_I^T = \{ \alpha_{I1}, \dots, \alpha_{In} \}$ ($I = 1, \dots, N$) contiene i gradi di libertà locali del generico I -esimo

superelemento.

Il sistema non lineare (2) può quindi essere riscritto nella forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{1G} \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{K}_{NN} & \mathbf{K}_{NG} \\ \mathbf{K}_{G1} & \dots & \mathbf{K}_{GN} & \mathbf{K}_{GG} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \dots \\ \boldsymbol{\alpha}_N \\ \mathbf{A} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \dots \\ \mathbf{f}_N \\ \mathbf{F} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

La soluzione dell' I -esima equazione di equilibrio può essere scritta nella forma:

$$\boldsymbol{\alpha}_I = \mathbf{K}_{II}^{-1} (\mathbf{f}_I - \mathbf{K}_{IG} \mathbf{A}) \quad (7)$$

che, sostituita nell'ultima equazione delle (6) fornisce:

$$\mathbf{K}_c \mathbf{A} = \mathbf{F}_c \quad (8)$$

dove:

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_{GG} - \sum_{I=1}^N \mathbf{K}_{GI} \mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{K}_{IG} \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_c = \mathbf{F} - \sum_{I=1}^N \mathbf{K}_{GI} \mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{f}_I$$

Se il comportamento della struttura è lineare, \mathbf{K}_c e \mathbf{F}_c coincidono con la matrice di rigidezza elastica $\bar{\mathbf{K}}$ ed il vettore dei carichi nodali \mathbf{F} ottenuti per mezzo di un processo di condensazione statica rispetto ai gradi di libertà principali raccolti nel vettore \mathbf{A} . Ovviamente, $\bar{\mathbf{K}}$ e \mathbf{F} possono essere ottenuti direttamente conducendo un'analisi elastica ignorando la suddivisione della struttura in conci, ma limitandosi ad una discretizzazione in macroelementi (travi e pilastri). Quando invece il comportamento è non lineare, il sistema (6) viene risolto con un algoritmo alla Newton-Raphson modificato, impostato sulla soluzione iterativa di equazioni di equilibrio a livello di macroelementi e a livello di singoli conci, e basato sull'uso della sola matrice di rigidezza elastica.

Innanzitutto, al generico istante temporale nel quale si intende risolvere il sistema (6), i gradi di libertà globali e locali sono ottenuti, rispettivamente, dalla soluzione linearizzata delle equazioni (8) e (7):

$$\mathbf{A} = \bar{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{F}_c \quad \boldsymbol{\alpha}_I = \bar{\mathbf{K}}_{II}^{-1} (\mathbf{f}_I - \bar{\mathbf{K}}_{IG} \mathbf{A}) \quad (10)$$

cioè sostituendo la matrice di rigidezza elastica a quella, non lineare, esatta.

Successivamente, per ogni (l -esimo) macroelemento, si utilizzano il vettore degli spostamenti locali α_l ed i valori degli spostamenti globali alle estremità dello stesso, unitamente alla matrice di rigidezza elastica, per ricavare i valori del momento flettente $M_{lj-}^{(el)}$, $M_{lj+}^{(el)}$ e delle curvature χ_{lj-} , χ_{lj+} in corrispondenza delle estremità dei vari conci. Quindi, per mezzo delle leggi incrementali costitutive momento-curvatura si valutano i momenti flettenti $M_{lj-}^{(co)}$, $M_{lj+}^{(co)}$ corrispondenti alle curvature precedentemente determinate χ_{lj-} , χ_{lj+} .

Se $\forall l, j$, $M_{lj-}^{(co)} = M_{lj-}^{(el)}$, $M_{lj+}^{(co)} = M_{lj+}^{(el)}$, il comportamento di tutti i conci è lineare e le equazioni (10) forniscono la soluzione corretta. Se al contrario, al generico nodo lj i momenti flettenti $M_{lj-}^{(co)}$, $M_{lj+}^{(co)}$

differiscono da $M_{lj-}^{(el)}$, $M_{lj+}^{(el)}$ (e di conseguenza le equazioni (10) forniscono una soluzione non equilibrata, che quindi non soddisfa il sistema (6)), è possibile i carichi (forze e momenti) nodali in equilibrio con

$M_{lj-}^{(co)}$, $M_{lj+}^{(co)}$ per mezzo delle relazioni:

$$f_{lj}^{(co)} = \frac{M_{lj-}^{(co)} - M_{l(j-1)+}^{(co)}}{\Delta l} - \frac{M_{l(j+1)-}^{(co)} - M_{lj+}^{(co)}}{\Delta l} \quad (11a)$$

$$m_{lj}^{(co)} = M_{l(j+1)-}^{(co)} - M_{lj-}^{(co)} \quad (11b)$$

dove Δl indica la lunghezza dei conci nei quali lo l -esimo superelemento è stato suddiviso. Se il comportamento del superelemento non è lineare,

$$r_l = f_l - f_l^{(co)} \neq 0 \quad (12)$$

costituisce il vettore dei carichi residui che viene utilizzato per il calcolo di un contributo aggiuntivo per i gradi di libertà locali $\Delta \alpha_l$, facendo uso delle (10b) ove si è posto $A = 0$:

$$\Delta \alpha_l = \bar{K}_{ll}^{-1} \Delta f_l \quad (13)$$

Questa procedura viene svolta, a livello dei singoli superelementi, fino a quando non viene raggiunta l'accuratezza richiesta, cioè $r_l \approx 0$. Successivamente, i valori delle azioni interne $M_{l1+}^{(co)}$, $M_{ln-}^{(co)}$, $T_{l1+}^{(co)}$, $T_{ln-}^{(co)}$ alle estremità dell' l -esimo superelemento forniscono i valori dei carichi nodali relativi ai gradi di libertà principali

$F^{(co)}$ ed il corrispondente vettore dei carichi residui $\Delta R = F - F^{(co)}$. Questo vettore è il punto di partenza di un secondo schema iterativo alla Newton-Raphson, ancora basato sulla matrice di rigidezza elastica (vedi equazione (10a)) per la soluzione del sistema (8), che fornisce un vettore addizionale ΔA per i gradi di libertà principali.

4.2 La matrice di smorzamento viscoso

La matrice di smorzamento viscoso C è stata determinata attribuendo un indice di smorzamento ζ_n al generico modo di vibrazione della struttura che fornisce un valore pari a $D_n = 2 \zeta_n M_n \omega_n$ al coefficiente diagonale della matrice di smorzamento espressa in coordinate

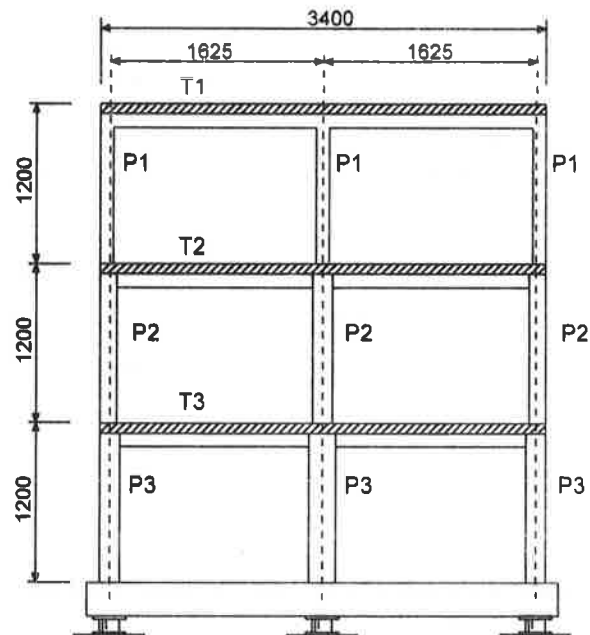


Figura 3: Telaio in c.a. in scala 1:3 considerato nelle simulazioni numeriche.

	J_{ci} (cm ⁴)	Armatura	Sezione
P1	1298	8 ϕ 6	
P2	3463	8 ϕ 6	
P3	5936	4 ϕ 8 + 4 ϕ 6	
T1	6851	(4+4) ϕ 6	
T2	6851	(4+4) ϕ 6	
T3	7107	(5+5) ϕ 6	

Tabella 1: Caratteristiche geometriche dei pilastri e delle travi della struttura di Figura 3.

modali (\mathbf{D}), dove M_n e ω_n rappresentano la massa modale e la frequenza di vibrazione del generico n -esimo modo.

Indicato con ϕ_n il generico autovettore e facendo uso della proprietà di ortogonalità rispetto alla matrice delle masse, la matrice di smorzamento \mathbf{C} può essere scritta nella forma seguente [10]:

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \left(\sum_{n=1}^J \frac{2\xi_n \omega_n}{M_n} \phi_n \phi_n^T \right) \mathbf{M} \quad (14)$$

dove J è il numero di modi inclusi nell'analisi. Nelle analisi numeriche condotte è stato scelto di attribuire uno smorzamento pari al 5% ai primi J modi di vibrazione della struttura. Nelle simulazioni numeriche sono stati scelti i modi principali di oscillazione della struttura, il cui numero coincide chiaramente con il numero di piani della struttura.

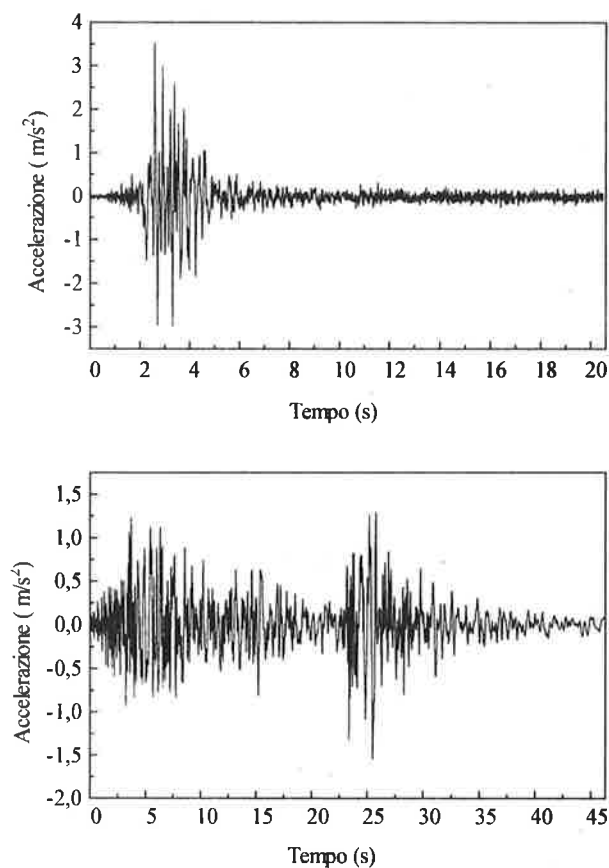


Figura 4: Accelerogrammi dei sismi di Tolmezzo e di Calitri, nella scala dei tempi del modello.

5. ESEMPI NUMERICI: MODELLO IN SCALA 1:3 SOGGETTO AD ECCITAZIONE SISMICA

Si riportano esempi di analisi relativi allo studio di un modello in scala 1:3 di una struttura intelaiata di tre piani, isolata alla base, sottoposta a prova su tavola vibrante presso il Laboratorio Sismico dell'ISMES di Bergamo, nell'ambito di un progetto di ricerca finanziato dal Consorzio Cosmes [4].

Un'analisi agli elementi finiti in campo elastico, con modellazione completa della struttura, ha consentito di individuare una struttura semplificata costituita dal telaio riportato in Fig. 3. Il modello e le masse aggiunte ai vari piani sono stati dimensionati in modo tale da avere nel modello stati di tensione uguali a quelli della struttura in vera grandezza. A questo fine, è necessario modificare anche la scala dei tempi degli

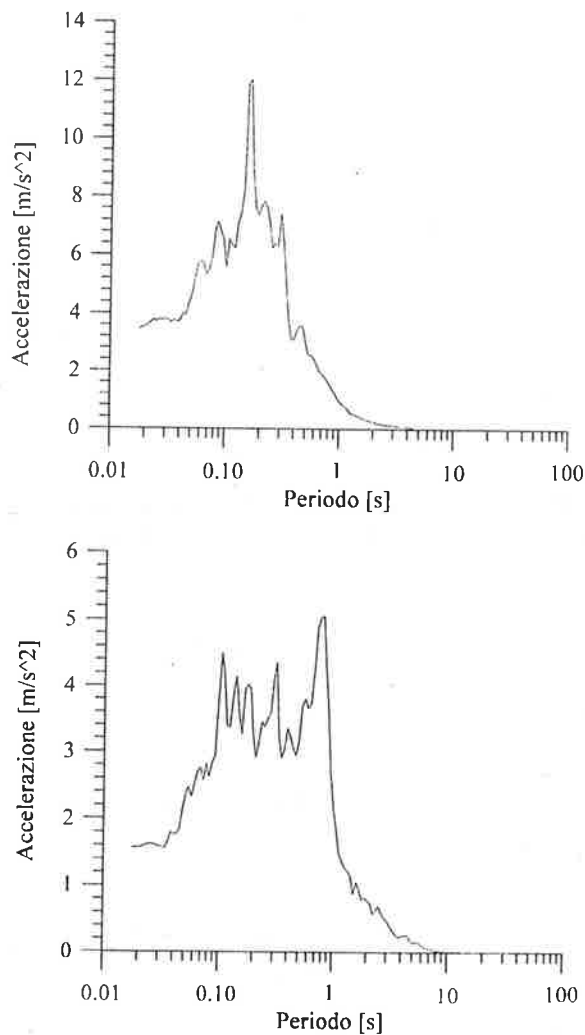


Figura 5: Spettri di risposta dei sismi di Tolmezzo e di Calitri.

accelerogrammi, che risulta pari a $1/\sqrt{3}$ volte quella reale. La struttura in vera grandezza è stata a sua volta dimensionata con il criterio di limitare il danneggiamento in presenza di terremoti eccezionali (accelerazioni di picco pari a 0.35 g). I nodi sono a bassa duttilità e tuttavia il dimensionamento è stato condotto

con il criterio del pilastro forte e trave debole. Gli isolatori, in gomma laminata con lamierini metallici, sono di forma circolare, di 150 mm di lato, con un'altezza della gomma pari a 30 mm.

Il valore teorico (in campo lineare) del periodo proprio di vibrazione della struttura non isolata è pari a $T_{ni}=0.17$ s. Per la struttura isolata, considerando per gli isolatori la rigidità secante per uno scorrimento $\gamma=25$ %, il periodo di vibrazione è pari a $T_{is}=0.48$ s, corrispondente quindi ad un grado di isolamento pari a $T_{is}/T_{ni}=2.9$. La struttura (in vera grandezza) in esame ha dunque il periodo fondamentale di vibrazione dell'ordine di 0.8 s ed è pertanto lecito attendersi che il beneficio conseguente all'isolamento possa in alcuni casi risultare alquanto attenuato.

Nelle simulazioni numeriche sono stati considerati i due accelerogrammi dei sismi di Tolmezzo e di Calitri (vedi Figure 4, 5). Il primo presenta picchi di accelerazione molto elevati ($a_{max}/g=0.35$) ma una piccola durata (4–5 secondi nella scala dei tempi dei

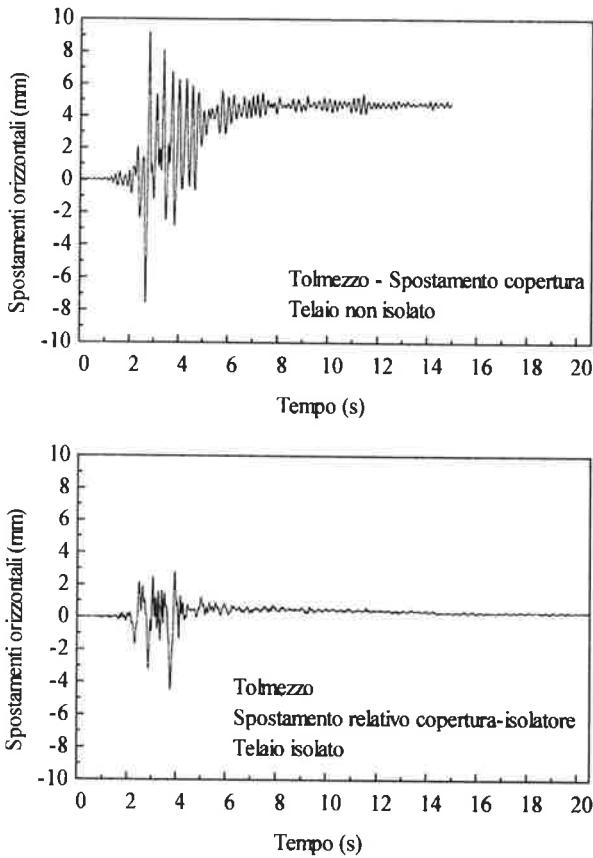


Figura 6: Sisma di Tolmezzo: Spostamenti della copertura per le strutture non isolata ed isolata.

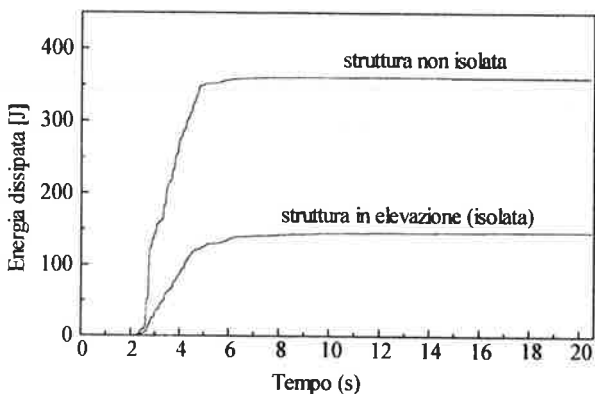
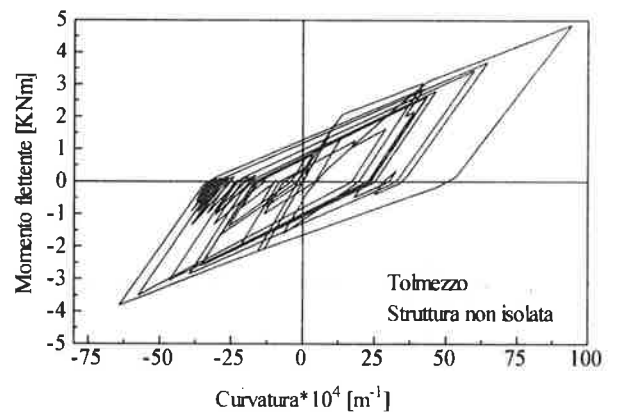
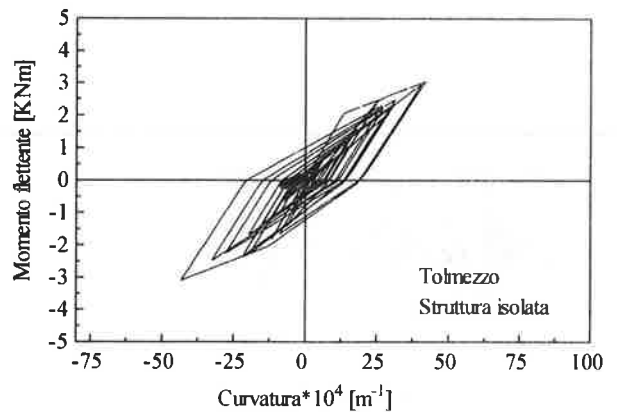


Figura 7: Sisma di Tolmezzo: Energia dissipata dalla struttura non isolata e, per la struttura isolata, dalla struttura in elevazione.



(a)



(b)

Figura 8: Sisma di Tolmezzo: Diagrammi di isteresi momento-curvatura per la sezione inferiore del pilastro di bordo delle strutture non isolata (a) ed isolata (b).

modello); il secondo invece raggiunge accelerazione più modeste ($a_{max}/g=0.12$), ma ha una durata decisamente più lunga, circa 35 secondi. Anche gli spettri di risposta sono molto differenti: quello di Tolmezzo presenta valori elevati solo in una banda ristretta del periodo della struttura ($T<0.4$ secondi), mentre quello di Calitri presenta valori elevati fino a 0.9 secondi.

5.1 Sisma di Tolmezzo

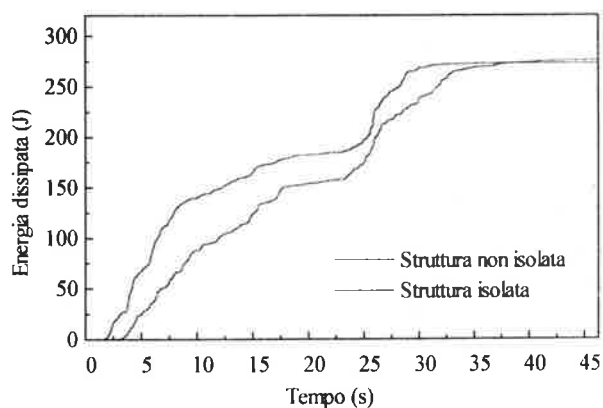
Nelle Figure 6a, b sono riportati i diagrammi degli spostamenti della copertura del telaio per le strutture non isolata ed isolata. Nel secondo caso è riportato lo spostamento relativo tra la copertura e gli isolatori. Il ruolo di protezione svolto dagli isolatori in questo caso è evidente: essi consentono di "tagliare" l'eccitazione alla base della struttura nella fase, della durata di circa 3 secondi, in cui essa raggiunge i picchi di particolare entità.

E' stata inoltre valutata l'energia dissipata dalla struttura in elevazione in c.a. per stimare l'efficacia del sistema di isolamento. Tale parametro può essere infatti utilizzato per stimare il livello di danneggiamento di una struttura soggetta a deformazioni cicliche anelastiche [8, 11]. In Figura 7 sono confrontati gli andamenti nel tempo dell'energia dissipata dalla struttura in c.a. con quello relativo all'analoga struttura in elevazione non isolata. In questo caso, l'isolamento risulta efficace, in quanto riduce circa del 60 % l'energia dissipata dalla struttura in c.a. e, di conseguenza, in modo significativo anche il suo danneggiamento. A titolo di esempio, in Figura 8 sono riportati i cicli di isteresi momento-curvatura relativi alla sezione di base del pilastro di bordo delle strutture non isolata ed isolata. Nel primo caso si raggiunge un valore della curvatura massima pari allo 0.95%, mentre con isolamento alla base essa si riduce allo 0.43 %.

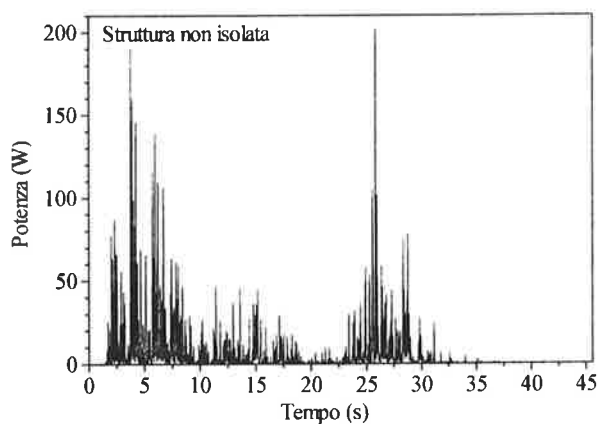
5.2 Sisma di Calitri

E' stata svolta un'analisi analoga a quella precedente sottoponendo la struttura di Figura 3 al sisma di Calitri.

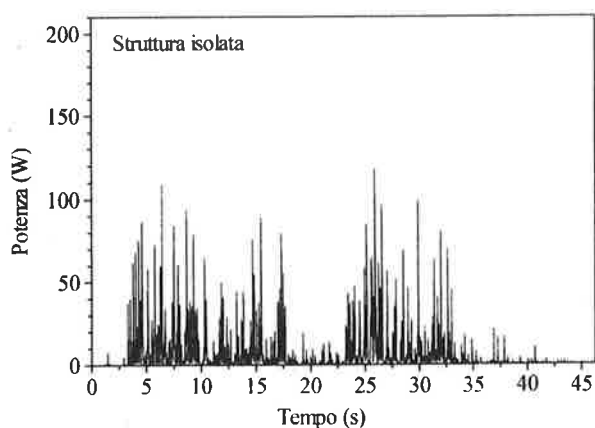
In Figura 9a sono riportati gli andamenti nel tempo dell'energia dissipata per isteresi nella struttura non isolata e, per quella isolata, dalla struttura in elevazione. La figura mostra che il tipo di isolamento scelto non è efficace in questo caso in quanto non consente di ridurre l'energia dissipata al termine dell'eccitazione sismica. Il fenomeno è forse più evidente se si confrontano gli andamenti della potenza dissipata nelle varie fasi dell'eccitazione sismica (vedi Figure 9b,c). L'isolamento risulta efficace nelle prime fasi (primi 7 secondi), riducendo in modo significativo le deformazioni



(a)



(b)



(c)

Figura 9: Sisma di Calitri: (a) Energia dissipata dalle strutture in elevazione in c.a. non isolata ed isolata; (b) Potenza dissipata dalla struttura non isolata; (c) Potenza dissipata dalla struttura isolata (isolatori con altezza della gomma pari a 30 mm).

Grado di isolamento						
h isolatore (mm)	15	30	45	60	75	90
Rigid. iniziale	1.26	1.53	1.73	1.85	2.12	2.29
Rigid. $\gamma=25\%$	2.44	2.95	3.34	3.56	4.09	4.42

Tabella 1: Grado di isolamento per la struttura di Figura 3 al variare dell'altezza degli isolatori; sono considerate sia la rigidità iniziale degli isolatori ($\sim 2000 \text{ KN/m}$) che quella secante per scorrimenti pari al 25% ($\sim 533 \text{ KN/m}$).

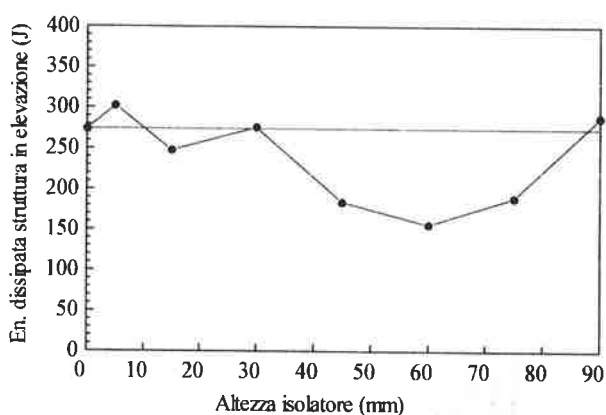


Figura 10: Sisma di Calitri: energia dissipata dalla struttura in elevazione al variare dell'altezza degli isolatori.

anelastiche; al contrario, nell'intervallo di tempo $7s \div 22s$ nel quale l'accelerazione sismica è più modesta ma possiede un elevato contenuto in frequenza per periodi dell'ordine di $0.1s \div 0.7s$ (e quindi anche in corrispondenza della frequenza propria della struttura), la struttura isolata subisce elevati spostamenti con conseguente danneggiamento superiore a quello della struttura non isolata. Conclusioni analoghe possono essere tratte anche nella seconda fase dell'eccitazione, dopo i 23 secondi.

E' stato infine condotto uno studio sull'efficacia dell'isolamento alla base variando l'altezza degli isolatori. In Tabella 2 è riportato, al variare dell'altezza della gomma dell'isolatore, il grado di isolamento, valutato come rapporto tra il periodo fondamentale della struttura isolata e quello della struttura non isolata. I risultati dell'analisi sono riportati in Figura 10. Esso mostra chiaramente come, nel caso del sisma di Calitri, l'isolamento sia effettivamente efficace per isolatori con altezza della gomma tra 45 e 75 mm, ovvero per periodi propri di vibrazione più che doppi di quelli prescelti. Si

noti comunque come l'efficacia sia comunque limitata.

RINGRAZIAMENTI

Questo studio è stato svolto con il contributo del Ministero per l'Università e la Ricerca Scientifica e Tecnologica (Fondi 60%).

BIBLIOGRAFIA

- [1] BONACINA, G., INDIRLI, M. e NEGRO, P. - 1994, Il terremoto di Northridge, Los Angeles, 17 Gennaio 1994. *Rapporto GLIS 01-94*.
- [2] INDIRLI, M. - 1996, Il terremoto di Great Hanshin - Awaji, Giappone, 17 Gennaio 1995. *Rapporto GLIS 04-96*.
- [3] CECCOLI, C., MAZZOTTI, C. e SAVOIA, M. - 1996, Analytical and experimental seismic analysis of r. c. frame structures, *Earthq. Resistant Eng. Structures*, Manolis, G.D., Beskos, D.E. e Brebbia, C.A. Eds., Comput. Mech. Publ., pp. 171-192.
- [4] CECCOLI, C., COSMES - 1996, Prodotti e tecnologie per lo smorzamento degli effetti dei sismi sui manufatti edilizi - Relazione preliminare sulle prove svolte su tavola vibrante.
- [5] CEB - 1996, *RC Frames under Earthquake Loading - State of Art Report*. T. Telford Publications, Losanna, Svizzera.
- [6] PARK, Y. J., REINHORN, A. M. e KUNNATH, S. K. - 1987, IDARC: inelastic damage analysis of reinforced concrete frame-shear wall structures, *Tech. Rep. NCEEER-87-0008*, Univ. Buffalo, New York.
- [7] COSTA, A. C. e COSTA, A. G. - 1987, Hysteretic model for force-displacement relationships for seismic analysis of structures, *Lab. Nat. de Engenh. Civil*, Lisbon.
- [8] SAATCIOGLU, M. DERECHO, A. T. e CORLEY, W. G. - 1983, Modelling hysteretic behavior of coupled walls for dynamic analysis, *Earth. Eng. Struct. Dyn.*, **11**, 711-726.
- [8] PARK, Y.J. e ANG, A.M.-S. - 1985, Mechanistic seismic damage model of reinforced concrete. *J. Struct. Eng. ASCE*, **111**, 722-739.
- [10] CHOPRA, A.K. - 1995, *Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, New Jersey.
- [11] WANG, M.L. e SHAH, S.P. - 1987, Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concept. *Earth. Eng. Struct. Dyn.*, **15**, 993-1003.

ANALISI NON LINEARE DI PIASTRE IN CALCESTRUZZO ARMATO E PRECOMPRESSO

Roberto CERIONI

Dipartimento di Ingegneria Civile - Università di Parma

SOMMARIO

Viene proposto un modello non lineare ad elementi finiti stratificati per l'analisi di piastre in conglomerato cementizio armato e/o precompresso, con cavi scorrevoli o aderenti, e soggette a carichi monotoni. Il metodo è in grado di valutare sia il carico di esercizio che quello ultimo.

L'affidabilità del modello proposto è stata provata simulando prove di laboratorio disponibili in letteratura tecnica. In particolare, sono state analizzate piastre vincolate lungo i bordi con appoggi unilaterali ed aventi le armature disposte lungo diverse giaciture, nonché pannelli-solaio precompressi con cavi scorrevoli ed aderenti.

SUMMARY

A materially nonlinear layered finite element model is proposed for the analysis of reinforced and/or bonded or unbonded prestressed concrete plates under monotonic loadings, capable of evaluating both the serviceability and ultimate load.

The proposed model has been tested by a comparison with experimental data available in literature. In particular, unilateral supported plates with different layout of reinforcing bars and bonded and unbonded prestressed slab-panels have been analysed.

1. INTRODUZIONE

L'analisi evolutiva fino a rottura delle piastre sottili in calcestruzzo armato soggette ad azioni prevalentemente flessionali mostra notevoli difficoltà in fase di modellazione strutturale a causa della risposta marcatamente non lineare della struttura [1,2,3,4]. Tale comportamento è dovuto prevalentemente alla non linearità ed asimmetria del legame costitutivo del calcestruzzo, nonché alla precoce fessurazione in presenza di tensioni di trazione, fessurazione che comporta la parzializzazione della sezione e l'innescio di un complesso di fenomeni, di cui, data la tipologia strutturale in esame, il "tension stiffening" ed il "tension softening" giocano un ruolo fondamentale.

Il presente lavoro estende il modello ad elementi finiti, proposto in [5,6,7], al caso di piastre sottili in calcestruzzo armato e precompresso, mediante cavi aderenti o scorrevoli, soggette ad azioni prevalentemente flessionali. Il metodo è in grado di valutare sia il carico di esercizio che quello ultimo, di determinare oltre allo stato tensionale e deformativo nel generico punto della sezione, anche lo spostamento e la rotazione della sezione stessa, nonché lo stato tensionale e deformativo dell'armatura ordinaria e da precompressione.

Il procedimento è basato su una discretizzazione ad elementi finiti stratificati [2,3,5] in cui l'elemento è diviso in strati idealizzati di calcestruzzo in stato di tensione biassiale, e di acciaio, in stato di tensione monoassiale. Al singolo strato sono assegnate caratteristiche meccaniche funzioni dello stato deformativo corrente dello strato stesso. Il comportamento del calcestruzzo viene descritto con una macromodellazione che comprende, tra l'altro, il legame costitutivo di Sargin ed il dominio di resistenza di Kupfer e Gerstle adottati dal MC90 [8], la rappresentazione rotante della distribuzione dello stato fessurativo [9], il "tension stiffening" ed il "tension softening" proposto in [10], il "compression softening" [11], ecc.

La capacità e l'affidabilità del modello presentato sono state verificate simulando alcune accreditate prove sperimentali disponibili in letteratura [5,6,7] riguardanti piastre variamente sollecitate e vincolate. Il confronto tra l'analisi sperimentale ed i valori ottenuti dal modello proposto mostra un buon accordo.

Per evidenziare l'ampia flessibilità di applicazione del metodo presentato, sono riportati in questo lavoro le analisi numeriche relative ai casi di due serie di

prove di laboratorio [12,13] riguardanti piastre sottoposte a condizioni particolari.

In [12] viene affrontata l'analisi di piastre vincolate con appoggio unilaterale in corrispondenza dei bordi. Inoltre, l'armatura dell'intradosso, disposta in due direzioni, presenta per alcune piastre la direzione dei bordi, per altre quelle delle diagonali.

In [13], invece, sono studiati pannelli-solaio precompressi, alcuni con cavi aderenti, altri con cavi scorrevoli, per i quali sono state previste condizioni geometriche e percentuali di armatura differenziate.

2. LEGAMI COSTITUTIVI

2.1 Calcestruzzo non fessurato

Per il calcestruzzo non fessurato, ipotizzato in stato bidimensionale di tensione, viene adottato un dominio di resistenza basato su quello Kupfer e Gerle [8], Fig.1.

Tra le deformazioni e le tensioni è stata adottata una relazione incrementale lineare ortotropa [5,14], che in forma differenziale e relativamente alle direzioni principali può essere scritta nella forma:

$$\{d\sigma\} = [C']\{d\varepsilon\} \quad (1)$$

dove:

$$[C'] = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1 + E_2 - 2\nu\sqrt{E_1E_2}) \end{bmatrix}$$

con: $\nu = \sqrt{\nu_1\nu_2}$

per le regioni di tensione biassiale di compressione-compressione e trazione-trazione,

$$\nu = \sqrt{\nu_1\nu_2} + 0.6 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{f_c}\right)^4 + 0.4 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{f_{ct}}\right)^4$$

per le regioni di tensione biassiale compressione-trazione e monoassiale di compressione.

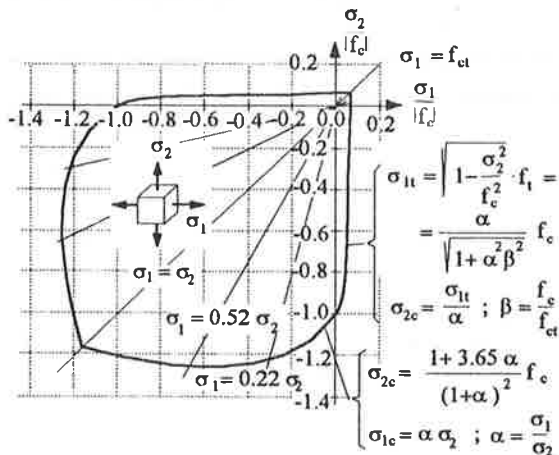


Fig. 1 Dominio di resistenza per il calcestruzzo non fessurato.

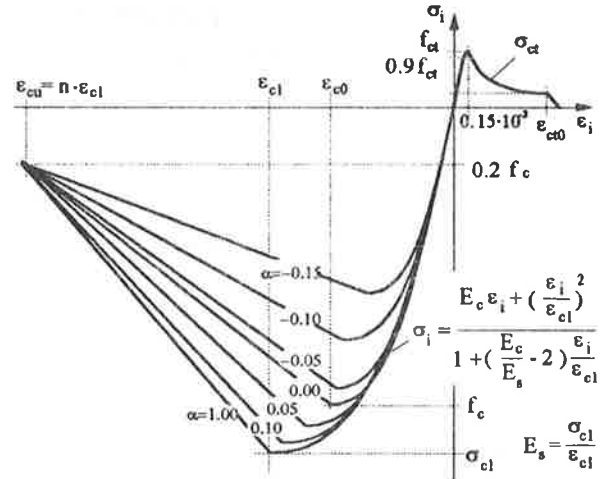


Fig.2 Relazione tensione-deformazione per il calcestruzzo.

I moduli elastici tangenti, E_1 ed E_2 , lungo le direzioni principali di tensione, sono valutati nel campo delle compressioni da una legge tensioni-deformazioni monoassiale equivalente, Fig.2, [8,14], assumendo l'espressione:

$$E_i = \frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} = \frac{\frac{E_c}{E_s} - 2 \cdot \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ct}} + \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ct}}}{\left(1 + \left(\frac{E_c}{E_s} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ct}}\right)^2} \cdot E_s \quad (2)$$

dove E_c è il modulo elastico tangente all'origine,

$E_s = \frac{\sigma_{ct}}{\varepsilon_{ct}}$ è il modulo secante nel punto di massima

tensione di compressione, σ_{ct} ; ε_{ct} è la deformazione monoassiale equivalente in corrispondenza della massima tensione di compressione. σ_{ct} e ε_{ct} dipendono dal rapporto delle tensioni principali $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$, dalle resistenze monoassiali di compressione e di trazione f_c e f_{ct} , e dalla deformazione ε_{c0} corrispondente alla massima tensione di compressione in regime monoassiale.

Nel campo delle trazioni si assume una relazione bilineare della legge tensioni-deformazioni, con limitazione della deformazione al valore 0.015%, che analiticamente si esprime come segue:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E_c \cdot \varepsilon_i && \text{per } \sigma_i \leq 0.9f_{ctm} \quad (3) \\ \sigma_i &= f_{ctm} - \frac{0.1f_{ctm}}{0.00015 - 0.9f_{ctm}/E_c} && \text{per } 0.9f_{ctm} < \sigma_i \leq f_{ctm} \end{aligned}$$

2.2 Calcestruzzo fessurato in una direzione

Il calcestruzzo fessurato è schematizzato come un materiale ortotropo con gli assi principali rispettivamente normali e paralleli alla direzione di fessurazione, [9]. In questo modello, la direzione di fessurazione e gli assi di ortotropia ruotano con le direzioni degli assi principali di deformazione, in

modo che la fessura rimanga sempre normale alla direzione della massima deformazione principale.

Ne deriva che la matrice costitutiva tangente nel punto fessurato relativa agli assi x, y , $[C]$, è la somma della matrice costitutiva tangente relativa agli assi principali per il calcestruzzo fessurato $[C']$ più il contributo che rappresenta l'effetto dei possibili cambiamenti di direzione della fessura, [9]. Pertanto:

$$[C] = [T(\theta)]^T [C'] [T(\theta)] + [G] \quad (4)$$

dove $[T(\theta)]$ è la matrice di trasformazione (θ misurato in senso antiorario, Fig. 3) e la matrice $[G]$ vale:

$$[G] = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\theta}{2[(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2]} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\omega \\ -1 & 1 & \omega \\ -\omega & \omega & \omega^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

dove $\omega = \cot g 2\theta$.

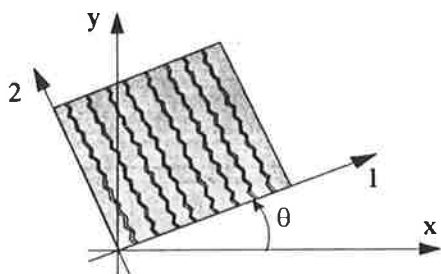


Fig. 3 Coordinate della fessurazione.

La relazione incrementale tensione-deformazione, rispetto alle direzioni principali, viene assunta:

$$[C'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu G_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

essendo E_2 il modulo elastico tangente lungo la direzione di fessurazione, $G_2 = \frac{E_2}{2}$ il modulo elastico di taglio e μ il fattore di ritenzione del taglio, ipotizzato funzione della deformazione di trazione normale alla direzione di fessurazione ϵ_1 .

Nella direzione della fessurazione la resistenza e la rigidità risultano degradate dalla deformazione trasversale di trazione e dalla conseguente fessurazione. Pertanto il modulo elastico tangente E_2 assume il valore fornito dalla (2) con:

$$E_s = \frac{\sigma_{cl}}{\epsilon_{cl}} ; \quad \sigma_{cl} = \zeta \cdot f_c ; \quad \epsilon_{cl} = \epsilon_{c0} \quad (7)$$

$$\zeta = (1 + 400 \cdot \epsilon_1)^{-1/2}$$

2.3 "Compression softening" del calcestruzzo.

Quando il calcestruzzo assume valori di tensione al di là del punto di picco della tensione di compressione,

cioè nella regione di "compression softening", Fig.2, la tensione di compressione inizia a diminuire ed il modulo elastico tangente diventa negativo.

Nel modello proposto, quando $\sigma < f_c$, è adottato un modello lineare con modulo elastico tangente negativo, costante fino al valore della deformazione pari a $4 \epsilon_{cl}$, dove la tensione si assume uguale a $0.2f_c$, Fig.2.

2.4 "Tension stiffening"

Il modello adottato per il "tension stiffening" è basato su quanto proposto in [10]. Esso prevede che la parte tesa della membratura sia idealmente schematizzata in due regioni, regione I non fessurata e regione II totalmente fessurata. L'ampiezza di ciascuna regione è governata dal parametro di distribuzione ζ :

$$\zeta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{scr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (8)$$

dove $\beta_1 = 1.0$ o 0.5 rispettivamente per barre ad aderenza migliorata e per barre lisce, e $\beta_2 = 1.0$ o 0.5 rispettivamente, per carichi monotoni di breve durata o per carichi permanenti o ripetuti frequentemente. Pertanto la deformazione media vale:

$$\epsilon_m = (1 - \zeta) \cdot \epsilon_I + \zeta \cdot \epsilon_{II} \quad (9)$$

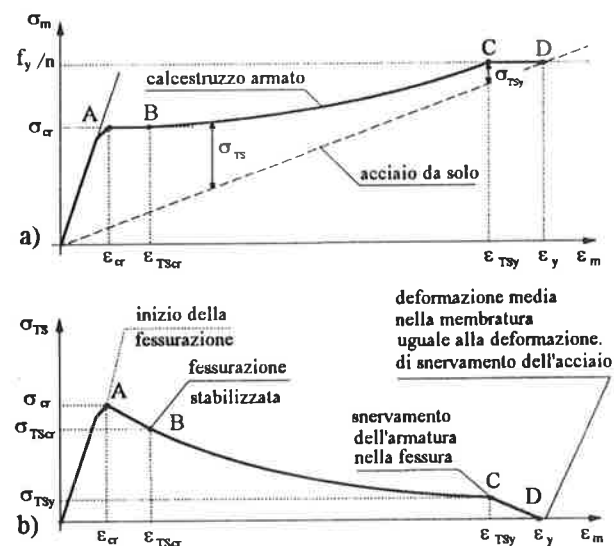


Fig. 4 Modello di "tension stiffening": a) tensione media nella membratura; b) tensione media nel calcestruzzo.

Vengono individuate tre possibili fasi in cui la membratura può evolversi.

a) Fase di fessurazione stabilizzata (zona AB, Fig.4). Nelle regioni di calcestruzzo fessurato, la deformazione e la tensione medie assumono i seguenti valori:

$$\epsilon_{TScr} = (1 - \zeta_{cr}) \cdot \epsilon_{cr} + \zeta_{cr} \cdot \epsilon_{II} \quad (10)$$

$$\sigma_{TScr} = (1 - \zeta_{cr}) \cdot f_{ct} + \zeta_{cr} \cdot \sigma_{II}$$

dove: $\zeta_{cr} = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \geq \frac{w_c}{s_m}$ e $w_c \cong 3 \cdot d_{max} (\cong 70 \text{ mm})$

è l'ampiezza della zona di calcestruzzo interessata dalla fessura, $s_m =$ distanza tra due fessure, $d_{max} =$ massima dimensione dell'inerte, ϵ_{II} e σ_{II} , rispettivamente deformazione e tensione nel calcestruzzo della regione II che assumono i seguenti valori, in

funzione dei rapporti $n = \frac{E_s}{E_c}$ e $\rho = \frac{A_s}{A_c}$:

1) nel caso di $\rho \geq \rho_{sbl} = \frac{1}{6n}$,

risulta $\epsilon_{II} = \epsilon_{cr}$ e $\sigma_{II} = f_{ct}$;

2) nel caso di $\frac{1}{15n} = \rho_{lim} \leq \rho < \rho_{sbl} = \frac{1}{6n}$ risulta:

$$\epsilon_{II} = \epsilon_{cr} \frac{17 + 33\rho n}{33\rho n - 1} \text{ e } \sigma_{II} = \frac{(16\epsilon_{cr} - \epsilon_{II})}{33\epsilon_{cr}} f_{ct} = \sigma_{soft}$$

(Fig.5);

3) nel caso di $\frac{\epsilon_{cr}}{n(\epsilon_y - \epsilon_{cr})} = \rho_{yld} \leq \rho < \rho_{lim} = \frac{1}{15n}$

risulta $\epsilon_{II} = \epsilon_{cr} \left(1 + \frac{1}{n\rho}\right)$ e $\sigma_{II} = 0$;

4) nel caso di $\rho < \rho_{yld} = \frac{\epsilon_{cr}}{n(\epsilon_y - \epsilon_{cr})}$ risulta $\epsilon_{II} \rightarrow \infty$

perchè l'armatura risulta insufficiente.

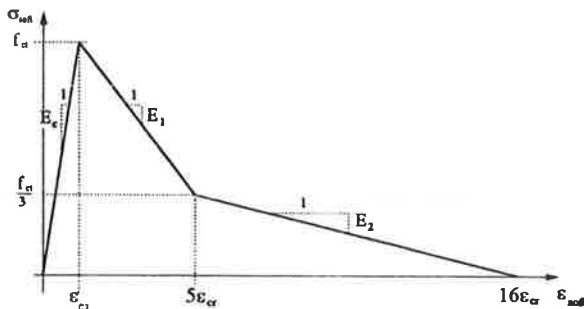


Fig.6 "Tension softening" nel calcestruzzo semplice assunto per la regione II.

b) Fase post-fessurativa (zona BC, Fig.4).

Nell'intervallo $\epsilon_{TScr} \leq \epsilon_{TS} \leq \epsilon_{TSy}$ la tensione media nella zona post-fessurativa è valutata per mezzo della seguente equazione:

$$\sigma_{TS} = \sigma_{TSy} + (\sigma_{TScr} - \sigma_{TSy}) \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_m - \epsilon_{TScr}}{\epsilon_{TSy} - \epsilon_{TScr}}\right)^2 \quad (11)$$

dove: $\epsilon_m =$ deformazione media nella regione fessurata,

$$\zeta_y = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{scr}}{f_{sy}}\right)^2; \quad \epsilon_{TSy} = \frac{\rho n + \zeta_y}{1 + n\rho} \epsilon_y$$

$$f_{TSy} = n\rho E_c (\epsilon_y - \epsilon_{TSy}); \quad \sigma_{scr} = f_{ct} \left(n + \frac{1}{\rho}\right)$$

c) Fase post-snervamento dell'armatura (zona CD, Fig.4). Nell'intervallo $\epsilon_{TScr} \leq \epsilon_{TS} \leq \epsilon_{TSy}$, la tensione media vale:

$$\sigma_{TS} = \sigma_{TSy} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_m - \epsilon_{TScr}}{\epsilon_{TSy} - \epsilon_{TScr}}\right) \quad (12)$$

Nel caso di fessure non ortogonali all'armatura, occorre introdurre il rapporto di armatura efficace

$$\text{equivalentente: } \rho_{eq} = \sum_{i=1}^{n_r} \rho_i \cdot \cos^4 \Delta\theta_i$$

dove n_r è il numero di barre che attraversano la fessura e $\Delta\theta_i$ sono gli angoli tra la normale alla fessura e le i -esime barre di acciaio.

Quando si verifica lo snervamento in una barra, l'equivalente deformazione di snervamento normale alla fessura, ϵ_{yeq} , e l'equivalente tensione di snervamento f_{yeq} , sono date da:

$$\epsilon_{yeq} = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{\phi_i \epsilon_{yi}}{\cos^2 \Delta\theta_i}; \quad f_{yeq} = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{\phi_i f_{yi}}{\cos^2 \Delta\theta_i}$$

dove ϕ_i è un fattore di partecipazione definito come:

$$\phi_i = \frac{\rho_i}{\rho_{eq}} \cos^4 \Delta\theta_i$$

2.5 Doppia fessurazione nel calcestruzzo

Nel caso di doppia fessurazione, la matrice costitutiva diventa:

$$[C'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu G_c \end{bmatrix} \quad (13)$$

con $\mu = 0.20$. Le tensioni normali dovute al "tension stiffening" per entrambe le direzioni sono valutate come per il caso di fessurazione singola.

Nel caso di singola fessurazione σ_1 e σ_2 dell'Eq.(5) sono rispettivamente la tensione di "tension stiffening" normale alla direzione della fessura e la tensione nel calcestruzzo parallela alla fessura; nel caso di doppia fessurazione, σ_1 e σ_2 sono rispettivamente le tensioni di "tension stiffening" normali alle direzioni della prima fessura e seconda fessura.

2.6 Modello per l'acciaio

L'acciaio di armatura ordinaria e da precompressione è schematizzato con uno strato ideale a comportamento monoassiale, Fig.6, posto coassialmente all'armatura reale, avente medesima lunghezza ed area equivalente. Si è assunta perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo, trascurando eventuali scorrimenti.

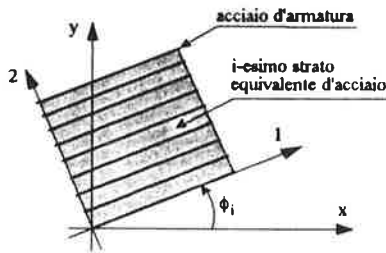


Fig.6 Strato equivalente di acciaio e coordinate materiali per l'armatura.

La matrice costitutiva incrementale per il generico strato di acciaio, $[C'_{si}]$, nelle coordinate materiali, è espressa con:

$$[C'_{si}] = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

La relazione tensione-deformazione per le barre di armatura ordinaria è rappresentata da una curva idealizzata bilineare elasto-plastica con incrudimento, identica in compressione ed in trazione, Fig.7a, dove E_s è il modulo di elasticità che, dopo lo snervamento, assume il valore del modulo di plasticità E_{sp} .

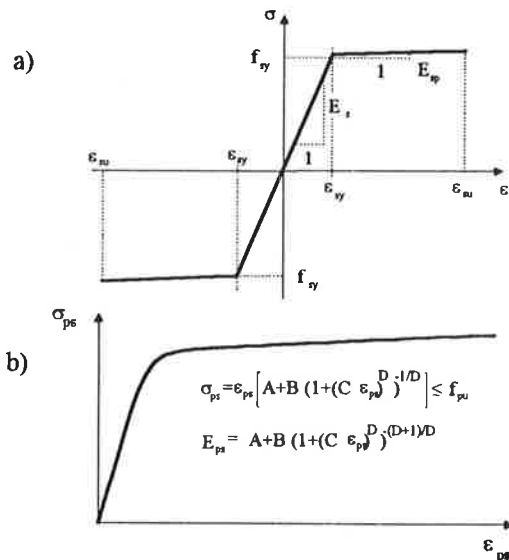


Fig.7 Curve tensione-deformazione: a) per l'acciaio ordinario, b) per l'acciaio da precompressione.

Per l'acciaio da precompressione è stata utilizzata la relazione tensione-deformazione riportata in Fig.7b, descritta per mezzo di una forma semplificata della cosiddetta "power formula", [15], dove le costanti A, B, C, e D, funzioni del tipo di acciaio e dell'ipotizzato rapporto f_{py}/f_{pu} , sono state ricavate sperimentalmente.

La tensione nell'acciaio in corrispondenza della fessura σ_{af} è calcolata, sulla base dei modelli proposti

in [16], in funzione della deformazione media della membratura:

$$\sigma_{af} = E_s \cdot (\epsilon_s + \Delta\epsilon_s) = E_s \cdot \epsilon_s \cdot g \quad (15)$$

essendo:

$$g = 1 + (g_1 + 1.5 \cdot g_2 \cdot \epsilon_s^{0.8})$$

$$g_1 = \frac{\alpha \cdot \cosh \alpha}{\sinh \alpha} - 1, \quad g_2 = \frac{2\tau_0}{\tau_1 \cdot a_m} \alpha \frac{\cosh \alpha - 1}{\sinh \alpha}$$

con:

$$\tau_0 = 3.0 \text{ MPa}; \quad \tau_1 \cdot \phi = 0.75 \text{ MPa/m}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\tau_1 \cdot a_m^2}{0.5 \cdot E_s \cdot \phi}}$$

3. PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE NUMERICA ED IMPLEMENTAZIONE

È stato utilizzato un elemento finito stratificato quadrilatero piano, Fig.8, [2,5], avente quattro nodi, ciascuno con cinque gradi di libertà, posti negli angoli del piano medio.

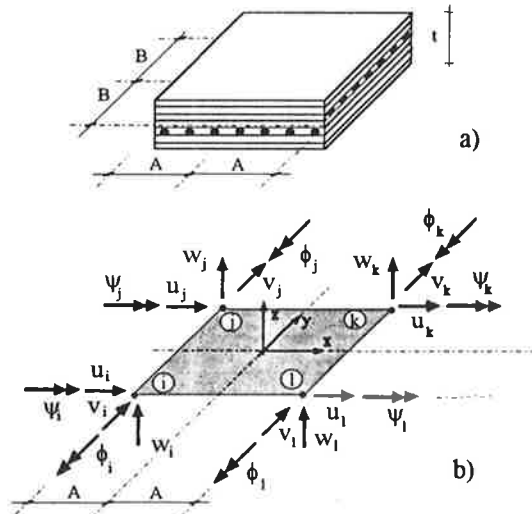


Fig.8 a) Elemento finito stratificato; b) piano medio dell'elemento e spostamenti nodali.

Il sistema di equazioni algebriche non lineari di equilibrio:

$$[K(\{S\})] \cdot \{S\} - \{F\} = 0 \quad (16)$$

dove $\{F\}$ e $\{S\}$ rappresentano rispettivamente il vettore dei carichi nodali ed il vettore degli spostamenti nodali, e $[K(\{S\})]$ la matrice di rigidezza dell'intera struttura, viene risolto con il metodo incrementale-iterativo di Newton-Raphson, valutando le variazioni degli spostamenti $\{\delta S\}$ per piccole variazioni dei carichi $\{\delta F\}$ e risolvendo il sistema di equazioni lineari:

$$\{\delta F\} = [K_T] \{\delta S\} \quad (17)$$

con $[K_T]$ matrice di rigidezza tangente.

4. ESEMPI NUMERICI

Al fine di dimostrare l'affidabilità e la flessibilità applicativa del modello proposto, sono stati analizzati alcuni casi di strutture a piastra, disponibili in letteratura [12,13], che presentano particolari condizioni costruttive.

4.1 Piastre in calcestruzzo armato con appoggi unilaterali

Sono state simulate le prove sperimentali, riportate in [12], relative alle due piastre quadrate in calcestruzzo armato denominate PA1 e PB1.

Le caratteristiche geometriche, identiche per entrambe le piastre, sono riportate in Fig.9a,b, mentre le proprietà meccaniche dei materiali sono mostrati in Tabella 1.

Entrambe le piastre sono armate con barre d'acciaio ordinario ad aderenza migliorata di diametro $\phi = 8\text{mm}$ disposte lungo due direzioni: parallelamente ai bordi per la piastra PA1, parallelamente alle diagonali per la piastra PB2, Fig. 9c.

Le piastre, vincolate lungo il bordo con appoggi unilaterali, sono soggette ad un carico distribuito uniforme agente su una porzione quadrata posta al

centro dell'elemento, Fig.9a. Il carico viene fatto variare lentamente in modo monotono fino a rottura della piastra.

In Fig.9d è mostrata la partizione in elementi finiti della piastra, ed in Fig.9e la suddivisione in strati per il generico elemento.

Nelle Figg.10,11 sono riportati i confronti tra i risultati sperimentali e quelli teorici ottenuti con il modello proposto. In particolare, per la piastra PA1, sono riportati i confronti dei legami tra il carico imposto e lo spostamento verticale (Fig. 10a), registrato dai trasduttori di spostamento 1,2,3, (Fig.9c), la deformazione delle barre disposte più vicine all'intradosso della struttura (Fig.10b), registrata dagli estensimetri 4,5 (Fig.9c), la deformazione di compressione del conglomerato in corrispondenza dell'estradosso (Fig.10c), registrata dagli estensimetri 6,7 (Fig.9c). Per la piastra PB1, sono riportati i confronti dei legami tra il carico imposto e lo spostamento verticale (Fig.11a), registrato dai trasduttori di spostamento 1,2,3, (Fig.9c), la deformazione delle barre disposte più vicine all'intradosso della struttura (Fig.11b), registrata dagli estensimetri 4,5 (Fig.9c), la deformazione delle barre disposte più internamente (Fig.11c), registrate dagli estensimetri 6,7 (Fig.9c).

piastre	calcestruzzo				acciaio			
	R_c (MPa)	ϵ_{c0}	ϵ_{cu}	E_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	f_{st} (MPa)	ϵ_{sy}	E_s (MPa)
PA1	50.5	0.0017	0.0021	27000	471.1	661.1	0.0022	214141
PB2	54.7	0.0017	0.0021	27000	414	563.4	0.0020	207020

Tabella 1 Caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati per le piastre in esame.

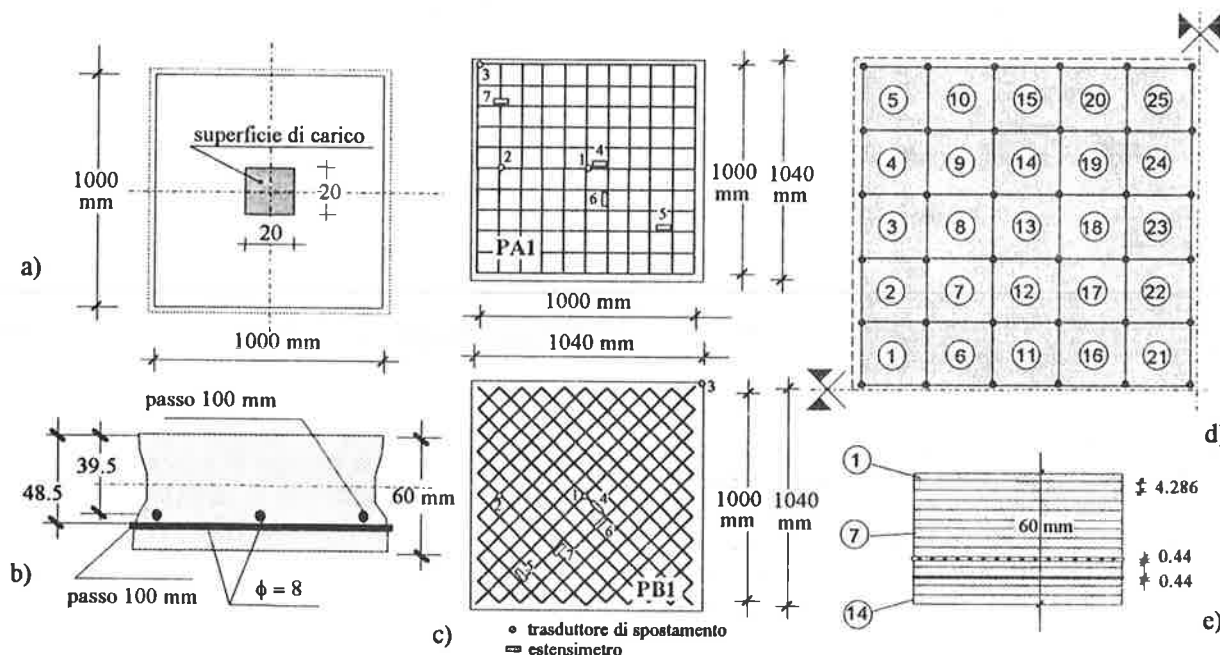


Fig. 9 a) Geometria e posizione del carico per le piastre PA1 e PB1; b) caratteristiche geometriche della sezione; c) disposizione dell'armatura in pianta; d) partizione ad elementi finiti adottata per le piastre PA1 e PB1; e) suddivisione in strati utilizzata per il generico elemento.

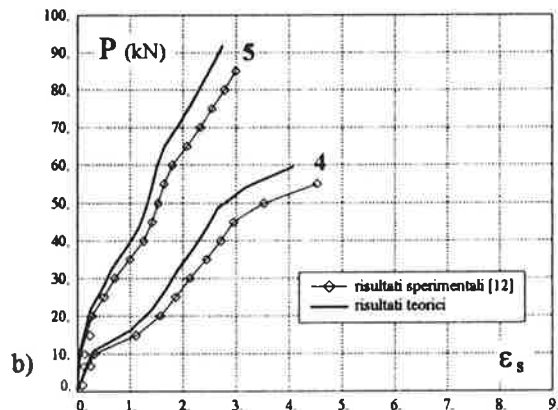
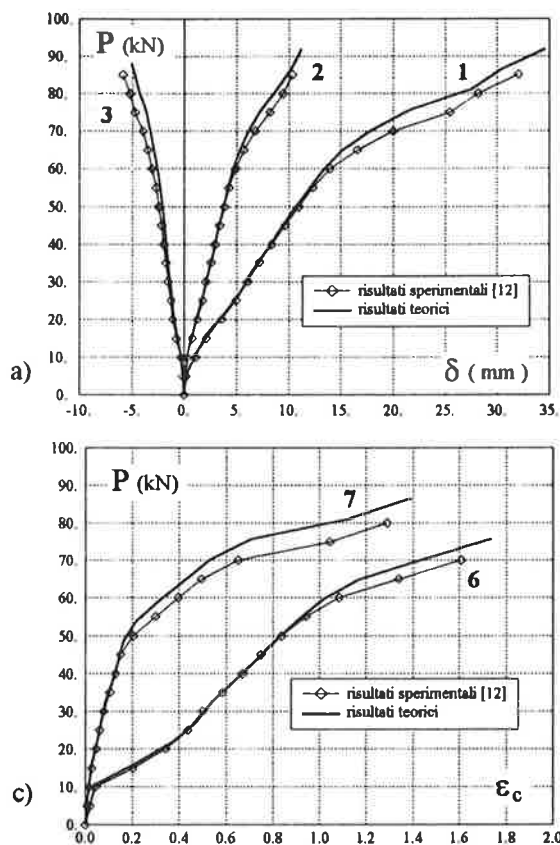


Fig. 10 Confronto tra i risultati sperimentali [12] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per la piastra PA1; legami tra il carico imposto e: a) spostamento verticale registrato dai trasduttori 1,2,3, (Fig.9c); b) deformazione delle barre disposte in prossimità dell'intradosso registrata dagli estensimetri 4,5, (Fig.9c); c) deformazione del calcestruzzo all'estradosso registrata dagli estensimetri 6,7, (Fig.9c).

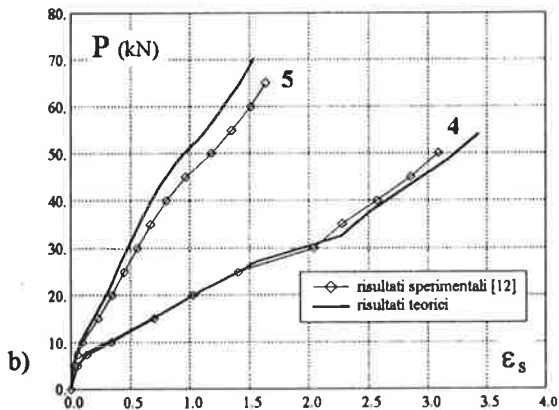
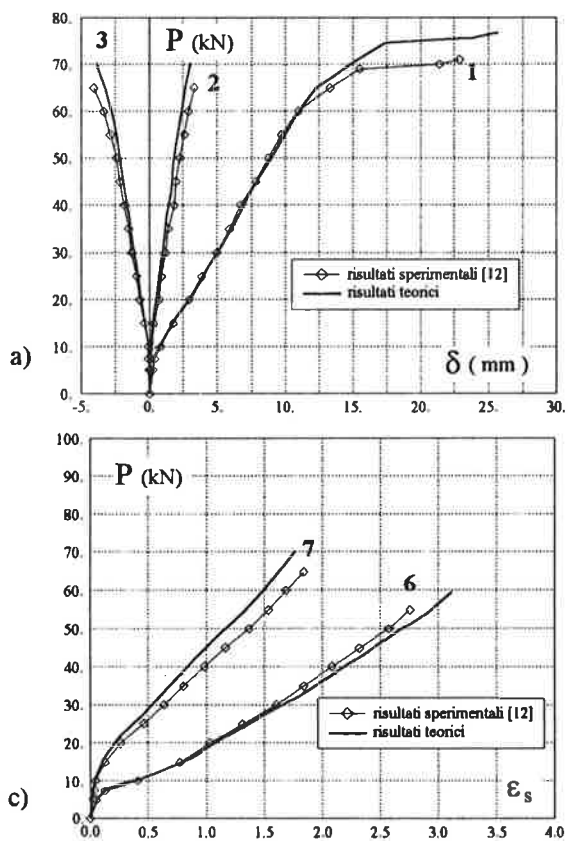


Fig. 11 Confronto tra i risultati sperimentali [12] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per la piastra PB1; legami tra il carico imposto e: a) spostamento verticale registrato dai trasduttori 1,2,3, (Fig.9c); b) deformazione delle barre disposte in prossimità dell'intradosso registrata dagli estensimetri 4,5, (Fig.9c); c) deformazione delle barre disposte più internamente registrata dagli estensimetri 6,7, (Fig.9c).

4.2 Pannelli-solaio precompressi con cavi aderenti e scorrevoli

Con il modello proposto sono state simulate alcune prove sperimentali [13] condotte su pannelli-solaio, precompressi mediante cavi resi successivamente aderenti (B4, B5, B6) o mantenuti scorrevoli (U4, U5, U6).

I pannelli presi in esame presentano la larghezza b riportata in Tabella 2, per tutti i pannelli lo spessore è di 180 mm, con armatura in direzione longitudinale, semplicemente appoggiati alle estremità, con luce teorica di 3400 mm, Fig. 12.

Ciascun pannello è stato precompresso con 3 cavi rettilinei: di diametro 12.7 mm (area complessiva di 279 mm²) per i pannelli U4, B4, U5, B5, di diametro 7.9 mm (area complessiva di 116 mm²) per i pannelli U6, B6.

Il conglomerato cementizio, per il quale sono stati utilizzati inerti di diametro massimo $d_{max} = 19$ mm,

presenta la resistenza a compressione ed a trazione riportate in Tabella 2.

Nella stessa Tabella per i cavi utilizzati sono mostrati: la resistenza ultima f_{pt} , la tensione all'1% di deformazione sotto carico $f_{p(1)}$, il modulo di elasticità iniziale E_p , la tensione iniziale indotta nei pannelli σ_{pl} prima dell'introduzione del carico flessionale.

In Fig.13b è mostrata la partizione in elementi finiti adottata per il pannello ed in Fig.13c la suddivisione in strati per il generico elemento.

Nelle Figg.13,14,15,16 sono riportati i confronti tra i risultati sperimentali e quelli teorici ottenuti con il modello proposto. In particolare nelle Figg.13a,b,c sono riportati i confronti dello spostamento verticale della mezzeria dei solai, al variare del carico imposto, per i pannelli B4, B5, B6. Nelle Figg.14a,15a,16a sono riportati, al variare del carico imposto, i confronti dello spostamento verticale della mezzeria dei solai e nelle Figg.14b,15b,16b sono riportati i confronti dell'incremento della tensione nei cavi scorrevoli per i pannelli U4, U5, U6

Pannelli	b (mm)	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)	f_p (MPa)	$f_{p(1)}$ (MPa)	E_p (MPa)	σ_{pl} (MPa)
U4	353	34.4	3.39	1765	1582	202100	1163
U5	705	34.4	3.39	1765	1582	202100	1154
U6	1182	34.4	3.39	1839	1618	203500	1220
B4	353	33.8	3.66	1765	1582	202100	1197
B5	705	33.8	3.66	1765	1582	202100	1166
B6	1182	37.9	3.56	1839	1618	203500	1242

Tabella 2 Caratteristiche geometriche e meccaniche dei pannelli analizzati.

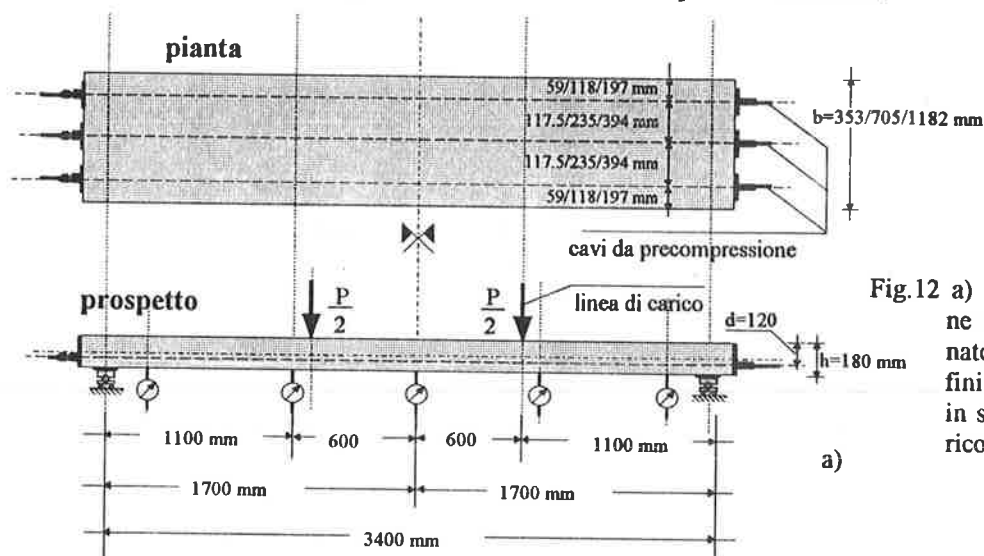
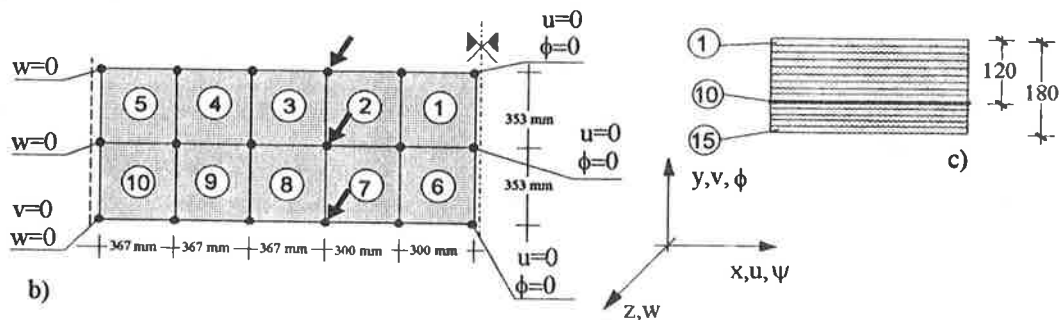


Fig.12 a) Geometria e strumentazione del pannello solaio esaminato; b) partizione ad elementi finiti adottata; c) suddivisione in strati utilizzata per il generico elemento.



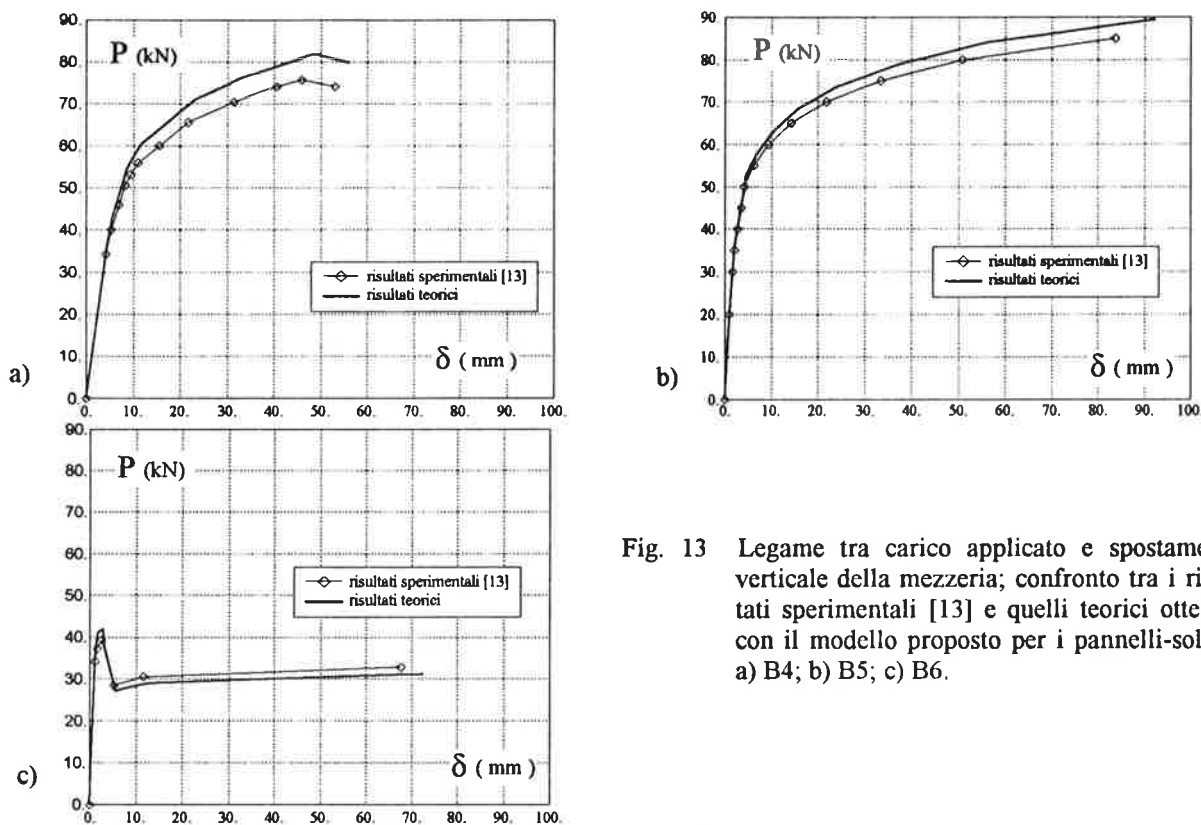


Fig. 13 Legame tra carico applicato e spostamento verticale della mezzeria; confronto tra i risultati sperimentali [13] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per i pannelli-solaio: a) B4; b) B5; c) B6.

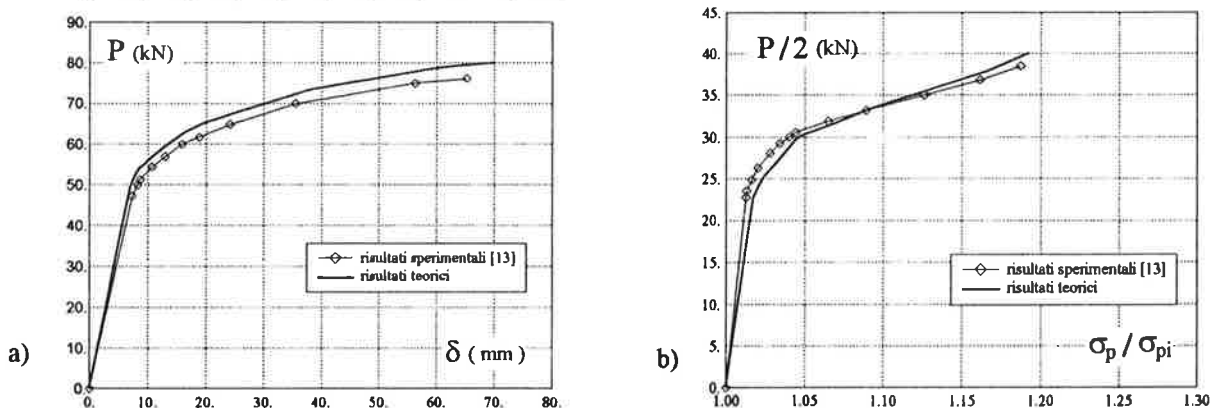


Fig. 14 Confronto tra i risultati sperimentali [13] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per il pannello-solaio U4: relazioni tra carico applicato e : a) spostamento verticale della mezzeria; b) incremento della tensione nei cavi scorrevoli.

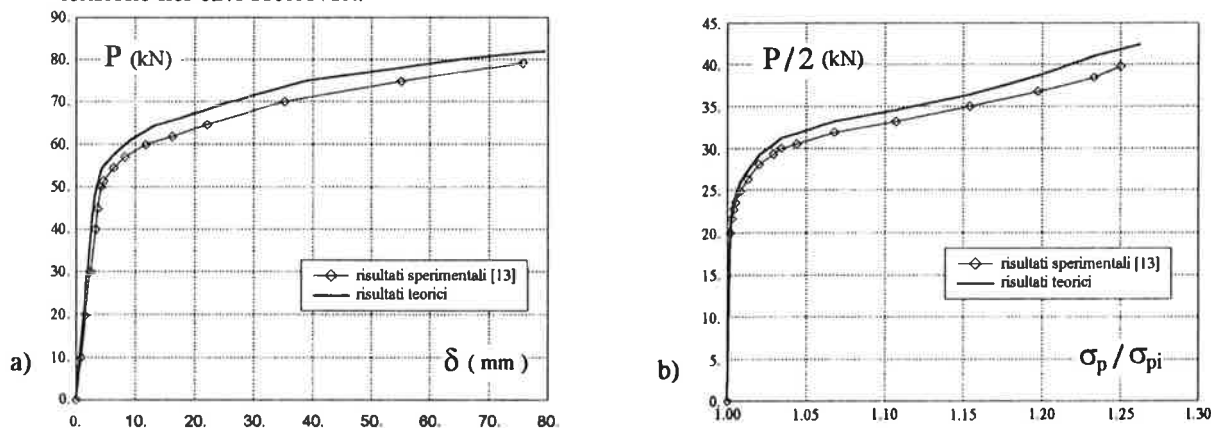


Fig. 15 Confronto tra i risultati sperimentali [13] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per il pannello-solaio U5: relazioni tra carico applicato e : a) spostamento verticale della mezzeria; b) incremento della tensione nei cavi scorrevoli.

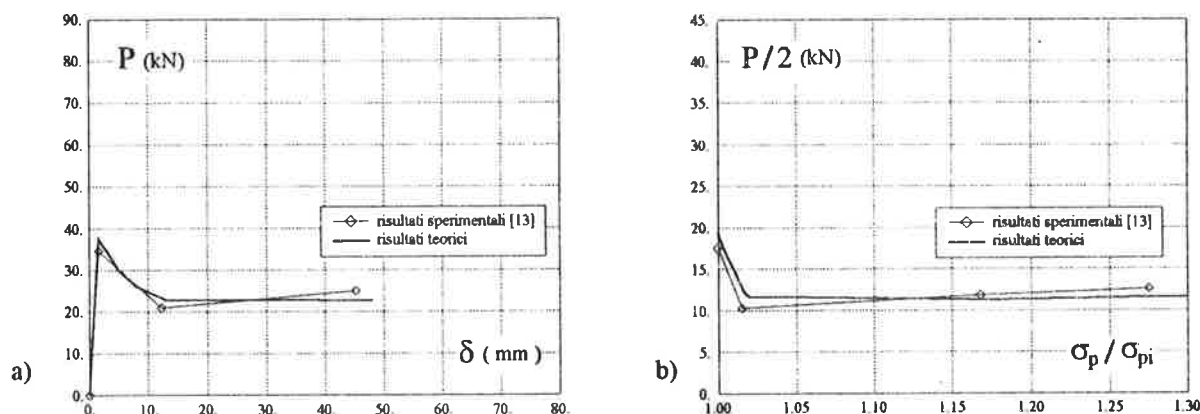


Fig. 16 Confronto tra i risultati sperimentali [13] e quelli teorici ottenuti con il modello proposto per il pannello-solaio U6: relazioni tra carico applicato e : a) spostamento verticale della mezzeria; b) incremento della tensione nei cavi scorrevoli.

CONCLUSIONI

L'analisi numerica ed il confronto con le prove sperimentali evidenziano la capacità del modello proposto di descrivere l'evoluzione dello stato tensionale e deformativo delle strutture a piastra, in c.a. e c.a.p., fino a rottura, con riguardo anche all'intervallo di carico interessato alle verifiche di esercizio. Inoltre, il modello mostra una elevata flessibilità di applicazione.

In particolare il metodo è in grado di stimare la modalità di collasso, il softening successivo al carico di rottura ed il comportamento instabile delle piastre che presentano percentuali di armatura molto bassa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB-Bulletin d'Information n.210 - 1991, "Behavior and analysis of reinforced concrete structures under alternate actions inducing inelastic response", Vol. 1: General Models, July.
- [2] HAND F.R., PECKNOLD D. A., SCHNOBRICH C. - 1973, "Nonlinear layered analysis of RC plates and shells". *Jnl Struct. Div., ASCE*, Vol.99 (ST7), pp.1491-1505.
- [3] HU H.T., SCHNOBRICH C. - 1991, "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete plates and shells under monotonic loading", *Comput. Struct.*, Vol.38, pp.637-651.
- [4] CHOI K., KWAK H. G. - 1989, "Nonlinear analysis of reinforced concrete plates", *Comput. Struct.*, Vol.32, pp.563-540.
- [5] CERIONI R., DONIDA G. - 1994 "A finite element model for the nonlinear analysis of reinforced and prestressed masonry walls", *Computers & Structures*, Vol.53, N.6, pp.1291-1306.
- [6] CERIONI R., DONIDA G., MARCHESELLI G. - 1994, "Modello ad elementi finiti per l'analisi non lineare di pareti snelle in calcestruzzo armato", *Atti del 10° Congresso CTE sulla Nuova tecnologia edilizia per l'Europa*, Milano, 3-4-5 Novembre, pp. 121-130.
- [7] CERIONI R, MINGARDI L. - 1996, "Nonlinear analysis of reinforced concrete foundation plates", *Computers & Structures*, Vol.61, N.1, pp.87-105.
- [8] CEB - 1993, Bulletin d'information n.213/214 "C.E.B.-F.I.P. Model Code 1990".
- [9] CRISFIELD M.A., WILLIS J. - 1989, "Analysis of R/C Panels using different Concrete Models", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.115, N.3, pp.578-597.
- [10] MASSICOTTE B., ELWI A.E., MAC GREGOR, J. - 1990, "Tension-stiffening model for planar reinforced concrete members". *Jnl Struct.Engrg., ASCE*, Vol.116 (11), pp.3039-3058.
- [11] VECCHIO F.J., COLLINS M. P. - 1986, "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", *ACI Journal*, Vol.83, pp.219-231.
- [12] GIACCHETTI R. - 1985, "Alcune indicazioni sperimentali sulla influenza della qualità del calcestruzzo e della disposizione delle armature in piastre sottoposte a carichi 'quasi concentrati'", *Giornale del Genio Civile*, 4-5-6, pp.145-155.
- [13] COOKE N., PARK, R., YONG, P. - 1981, "Flexural strength of prestressed concrete members with unbonded tendons", *PCI Journal*, November-December, pp.52-81.
- [14] DARWIN D., PECKNOLD D.A. - 1977, "Non-linear biaxial stress-strain law for concrete", *J. Struct. Div. ASCE*, Vol.103, pp.229-241.
- [15] DEVALAPURA R.K., M.K. TADROS - 1992, "Stress-Strain Modeling of 270 ksi Low-Relaxation Prestressing Strands", *PCI Journal*, Vol.37, N.2, pp.100-106.
- [16] GIURIANI E. - 1981, "On the Effective Axial Stiffness of a Bar in Cracked Concrete", *Bond in Concrete*, ed. by P. Bartos, Dept. of Civ. Eng. College of Technology, Paisley, Scotland, pp.107-126.

SUL COMPORTAMENTO DI LASTRE PRESOLLECITATE IN CONGLOMERATO ARMATO, SOGGETTE A STATI PIANI DI SFORZO

Roberto CERIONI, Ivo IORI

Dipartimento di Ingegneria Civile
Università di Parma

SOMMARIO

Viene presentato un metodo per l'analisi non lineare di lastre armate presollecitate. Il modello, basato su un'analisi puntuale dello stato di sforzo e di deformazione, assume come grandezze fondamentali l'apertura e lo scorrimento dei labbri della generica fessura, nonché la deformazione delle bielle di calcestruzzo che si vengono a formare tra le singole fessure; inoltre mette in conto i fenomeni di interlocking, tension-stiffening, dowel-action e la resistenza a trazione del conglomerato ortogonalmente alle fessure. In particolare, viene esaminata l'influenza della presollecitazione sul carico ultimo, sul tipo di collasso, sulla deformazione angolare e sull'apertura delle fessure.

SUMMARY

In this paper a method capable of analyzing the nonlinear behavior of prestressed concrete plates is proposed. The quantities which govern the problem are expressed by the opening and the sliding of the crack lips, and by the strain of the compressed concrete struts which are generated between the cracks. The model, based on a local analysis of stress and strain, takes into account, in general terms, phenomena as aggregate interlock, tension-stiffening, dowel-action and the tension stresses in the crack. In particular, the influence of the prestress on the ultimate load, on the collapse mode, on the shear strain, on the crack opening is analyzed.

1. INTRODUZIONE

Molte strutture in conglomerato cementizio armato (come, ad esempio, i ponti a cassone e le pareti di taglio) fanno fronte ai carichi applicati principalmente attraverso stati piani di sforzo. La valutazione della sicurezza di tali strutture, a volte ardua, può essere affrontata con programmi computazionali di analisi strutturale, basati per lo più su discretizzazioni ad elementi finiti. Questi programmi mostrano una elevata flessibilità nel descrivere complesse geometrie e nel simulare le diverse azioni sollecitanti la struttura. Tuttavia, per poter ben simulare la realtà fisica del problema in esame, il comportamento post-fessurativo richiede una particolare attenzione per la messa in conto di azioni essenziali quali, ad esempio, l'effetto spinotto, l'ingranamento e il confinamento degli inerti.

Va poi ricordato che oggi, per migliorare le prestazioni dei materiali e delle strutture, sempre più di frequente si ricorre all'uso della presollecitazione (con cavi aderenti e non), rendendo ulteriormente complessa la modellazione matematica.

Nella problematica generale ora ricordata, possono farsi rientrare tutti quegli approcci teorici ispirati ad analisi di tipo puntuale (ad es. [1], [2], [3]), approcci in grado, date le loro peculiarità, di fornire (come anche evidenziato dai lavori [4] e [5]) esaurienti risposte alle esigenze strutturali ricordate, pensando, tanto ad un loro diretto utilizzo, quanto ad un loro utilizzo nell'ambito di programmi computazionali.

Sempre nell'ambito della problematica in questione, significativo appare poi il lavoro [6], quinto di una serie di studi condotti presso l'Università di Houston per la definizione di una "teoria unificata per il cemento armato", così come il precedente lavoro [7].

Da tutto quanto rilevato appare dunque ancora ben giustificato l'interesse per ulteriori approfondimenti teorico-sperimentali. Il presente lavoro, riprendendo l'esame del comportamento di lastre in conglomerato armato, estende al caso di lastre armate presollecitate quanto già ottenuto in [5], per il caso di solo sforzo tagliante ed in [8], per un generico stato piano di

tensione ai bordi. Viene in particolar modo esaminata l'influenza della presollecitazione sul carico ultimo, sul tipo di collasso, sulla deformazione angolare, e sull'apertura delle fessure.

Il metodo (basato su un'analisi puntuale dello stato di sforzo e di deformazione in prossimità della generica fessura) assume come grandezze fondamentali l'apertura w e lo scorrimento v dei labbri della generica fessura, nonché la deformazione delle biclle di calcestruzzo che si vengono a formare tra le fessure. L'adozione delle suddette grandezze consente di formulare in modo efficace tanto le condizioni di congruenza, quanto quelle di equilibrio e, soprattutto, di mettere in conto per il conglomerato, in modo generale, i fenomeni di interlocking, tension-stiffening, dowel-action, oltre alla resistenza a trazione normale alla fessura (funzione dell'energia di frattura del conglomerato medesimo). Inoltre si mette pure in conto per il conglomerato un comportamento di tipo bidimensionale ([3] [8]).

Può così seguirsi l'evoluzione dello stato tensionale e deformativo delle lastre fino a rottura, sia nel caso di un possibile snervamento dell'acciaio, che nel caso di un possibile collasso del conglomerato compresso.

Con il metodo presentato sono state esaminate alcune prove sperimentali ([9]), relative a lastre precomprese lungo una direzione mediante cavi non aderenti. Il confronto con le risultanze sperimentali prese in esame ha confermato, per l'approccio proposto, la piena capacità di interpretare la realtà fisica.

2. IMPOSTAZIONE E RISOLUZIONE DEL PROBLEMA

2.1 Fase non fessurata

La lastra di Fig.1, soggetta allo stato piano di tensioni applicato, è armata nelle due direzioni x , y con barre aventi rispettivamente area, diametro e passo pari a A_{sx} , A_{sy} , ϕ_x , ϕ_y e s_x , s_y .

Trascurando, per semplicità, il contributo delle armature, la fase non fessurata è caratterizzata da valori della tensione principale di trazione nel conglomerato sempre minori del valore ultimo f_{ct} .

In accordo al cerchio di Mohr, le tensioni principali risultano:

$$\sigma_{1,II} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (1)$$

mentre l'angolo θ_c della loro inclinazione (rispetto ad x , y) è pari a:

$$\operatorname{tg} 2\theta_c = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (2)$$

2.2 Fase fessurata

In accordo a quanto indicato tanto nel primo lavoro [1], quanto nei successivi sviluppi [5], [8], la fase in questione viene studiata pensando al quadro fessurativo di Fig.1, caratterizzato da una distanza a_m pari a:

$$a_m = s_x \left(\text{per } \frac{s_x}{s_y} < 0.55 \right); \quad a_m = s_y \left(\text{per } \frac{s_x}{s_y} > 1.80 \right);$$

$$a_m = \frac{s_x + s_y}{2\sqrt{2}} \left(\text{per } 0.55 \leq \frac{s_x}{s_y} \leq 1.80 \right). \quad (3)$$

Durante la sua evoluzione il quadro fessurativo non manifesta nessuna riorientazione (trascurando così l'effetto delle cosiddette fessure secondarie [1], [7]); col che, ipotizzata costante l'inclinazione θ_c , saranno i labbri delle singole fessure a presentare, via via, valori diversi della loro apertura w e del loro scorrimento v (Fig. 2).

La relativa condizione di congruenza impone allora:

$$\varepsilon_{sx} = \frac{1}{a_m} (ws^2 - vsc + \varepsilon_{c2} a_m c^2),$$

$$\varepsilon_{sy} = \frac{1}{a_m} (wc^2 + vsc + \varepsilon_{c2} a_m s^2), \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{a_m} \left(\frac{wsc + vs^2 - \varepsilon_{c2} a_m sc}{1 + \varepsilon_{sx}} + \frac{wsc - vc^2 - \varepsilon_{c2} a_m sc}{1 + \varepsilon_{sy}} \right)$$

ove, per il significato delle diverse grandezze introdotte, si rimanda, come anche nel seguito, all'annessa simbologia.

Le condizioni di equilibrio, relative ad un elemento di lunghezza unitaria, vengono scritte, tanto in corrispondenza di una singola fessura (Fig.3a), quanto ortogonalmente ad essa (Fig.3b). Precisamente, l'equilibrio delle forze lungo la fessura AC impone:

$$\sigma_{sxf} \rho_{sx} s^2 + \sigma_{syf} \rho_{sy} c - S_v + \sigma_{ct} = \sigma_x s^2 + 2\tau_{xy} sc; \quad (5)$$

$$\left(-\sigma_{sxf} \rho_{sx} + \sigma_{syf} \rho_{sy} \right) sc + S + \frac{S_d}{t} = -\sigma_x sc + \tau_{xy} (s^2 - c^2);$$

mentre l'equilibrio delle forze lungo il tratto DE conduce a:

$$\sigma_{c2} + \sigma_{sx} \rho_{sx} c^2 + \sigma_{sy} \rho_{sy} s^2 = \sigma_x c^2 - 2\tau_{xy} sc; \quad (6)$$

$$\tau_{c2} - S - \frac{S_d}{t} + \left(\rho_{sx} (\sigma_{sxf} - \sigma_{sx}) - \rho_{sy} (\sigma_{syf} - \sigma_{sy}) \right) sc = 0.$$

I legami costitutivi caratterizzanti il comportamento meccanico dei materiali sono presentati in Fig.4, con le rispettive indicazioni numeriche ed in accordo con la forma compatta delle funzioni singolari [10]; precisamente, in Fig.4a per l'acciaio teso e compresso dell'armatura lenta, in Fig.4b per l'acciaio dell'armatura da precompressione ([11]), in Fig.4c per il conglomerato compresso, in Fig.4d per il conglomerato teso in fase fessurata. Per il conglomerato compresso si fa riferimento alla schematizzazione [12].

Fig. 1 Elemento a lastra esaminato, con lo stato piano di sforzo applicato.

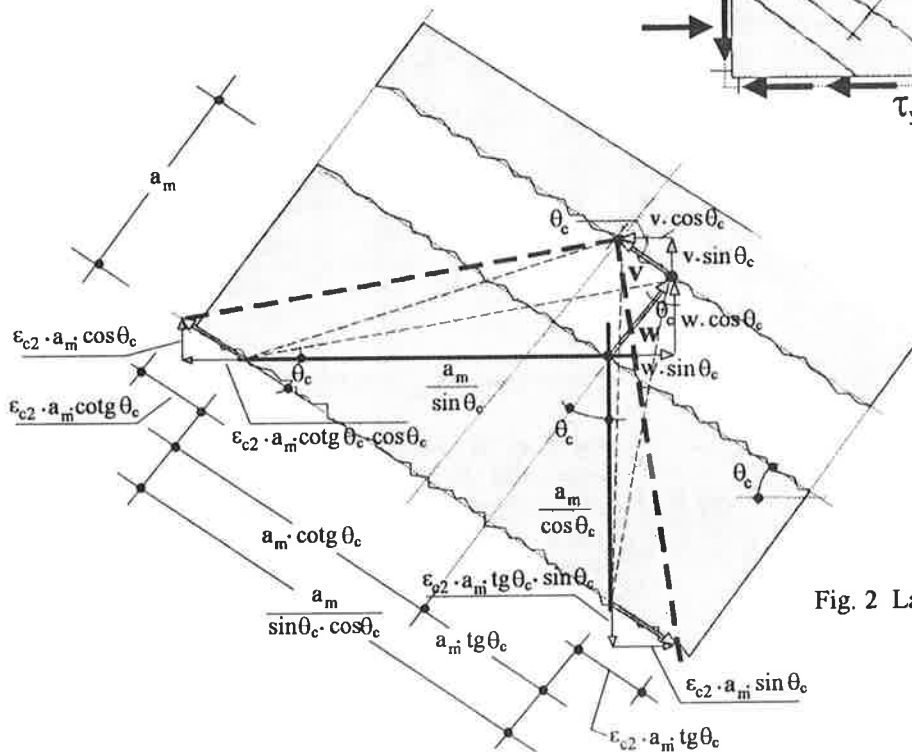
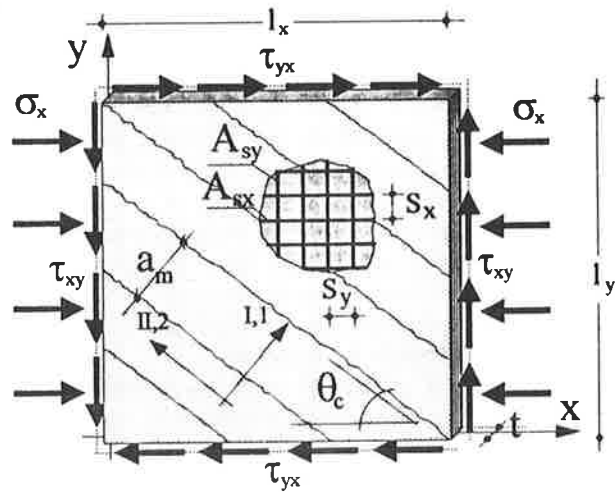


Fig. 2 La condizione di congruenza assunta.

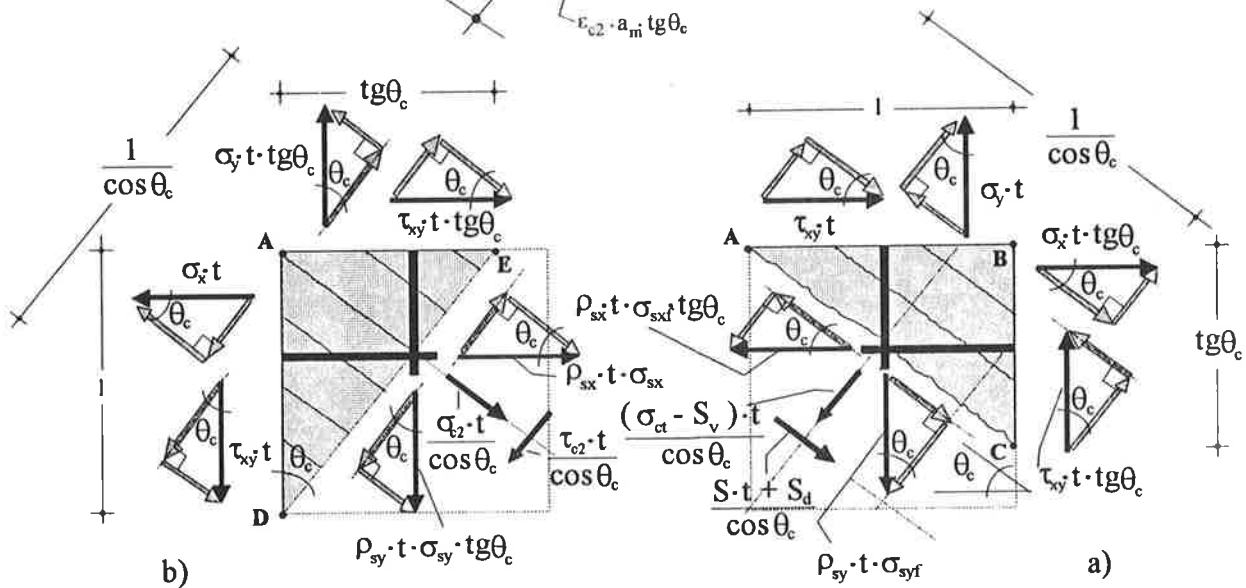


Fig. 3 Le condizioni di equilibrio imposte: a) lungo una singola fessura; b) lungo la direzione ortogonale ad una singola fessura.

[13] che consente di mettere in conto l'influenza esercitata dalla possibile presenza di una concomitante tensione di trazione, disposta ortogonalmente alle fessure. Tale effetto è stato valutato attraverso l'introduzione di un coefficiente ζ , funzione delle grandezze ε_{cr} , w/a_m caratterizzanti lo stato piano di deformazione presente ([7]).

Per il conglomerato teso si è invece assunta la legge bilatera indicata in [12], esprimendo così l'energia di frattura G_F del conglomerato medesimo, per mezzo della resistenza ultima cilindrica a compressione f_c e dei valori w_1 , w_c di apertura della fessura.

L'impostazione del problema trova poi completa attuazione associando, alle precedenti Eqq.1+6 ed ai legami costitutivi, i valori delle forze S , S_v , S_d , espressi in funzione delle variabili indipendenti v e w . Rimandando, per una completa esegesi dei parametri utilizzati, ai lavori [5], [8], si ritiene utile presentare in questa sede solamente le espressioni utilizzate.

Per la forza S di ingranamento degli inerti e per la relativa azione di confinamento S_v si pone [14,15]:

$$S = \bar{\tau} \left(1 - \sqrt{\frac{2 \cdot w}{D_{max}}} \right) \frac{a_3 + a_4 \left| \frac{v}{w} \right|^3}{1 + a_4 \left(\frac{v}{w} \right)^4} \frac{v}{w} = c_1 v ; \quad (7)$$

$$S_v = \frac{a_1 a_2}{w^{2q}} \frac{v}{w} \left(1 + \left(\frac{v}{w} \right)^2 \right)^q S w = c_v w \quad (8)$$

essendo:

$$\bar{\tau} = 0.27 \cdot f_c ; \quad q = 0.25 ; \quad a_1 \cdot a_2 = 0.62 ;$$

$$a_3 = \frac{2.45}{\bar{\tau}} ; \quad a_4 = 2.44 \cdot \left(1 - \frac{4}{\bar{\tau}} \right) ;$$

D_{max} il massimo diametro dell'inerte.

Per l'azione "spinotto" S_d , si assume [16,17,18]:

$$S_d = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{dx}}{s_x} - \frac{F_{dy}}{s_y} \right) = d_v v + d_w w \quad (9)$$

essendo:

$$F_{dx,y} = 10(w_{x,y} + 0.2)^{-1} v_{x,y}^{0.36} \phi_{x,y}^{1.75} f_{cc}^{0.38} \quad (10)$$

con:

$$w_x = v_y = w s - v c ; \quad v_x = w_y = w c + v s ; \quad (11)$$

$$d_v = 5 f_{cc}^{0.38} \left[s \frac{\phi_x^{1.75}}{s_x} (w_x + 2)^{-1} v_x^{-0.64} + c \frac{\phi_y^{1.75}}{s_y} (w_y + 2)^{-1} v_y^{-0.64} \right]$$

$$d_w = 5 f_{cc}^{0.38} \left[c \frac{\phi_x^{1.75}}{s_x} (v_x + 2)^{-1} w_x^{-0.64} - s \frac{\phi_y^{1.75}}{s_y} (v_y + 2)^{-1} w_y^{-0.64} \right]$$

Va poi notato che nelle Eqq.5,6 di equilibrio compaiono, relativamente alle barre di armatura, tanto le tensioni σ_{sxf} , σ_{syf} presenti in corrispondenza delle

fessure, quanto le tensioni σ_{sx} , σ_{sy} presenti all'interno dei singoli blocchi fessurati. Come noto, il rapporto che intercorre tra tali tensioni è governato dal cosiddetto tension-stiffening, ovvero dall'effetto irrigidente che il conglomerato esercita nei riguardi dell'acciaio. Le tensioni σ_{sx} , σ_{sy} possono essere pertanto pensate legate alle deformazioni medie ε_{sx} , ε_{sy} , mentre le tensioni σ_{sxf} , σ_{syf} possono dedursi attraverso un opportuno incremento delle deformazioni medie medesime ([19]):

$$\sigma_{sf} = E_{s_{eq}} (\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_s) = E_{s_{eq}} \varepsilon_s g \quad (12)$$

essendo:

$$E_{s_{eq}} = E_s + (E_{sp} - E_s) \left(\varepsilon_s - \varepsilon_{sp} \right) / \varepsilon_s$$

$$g = 1 + \left(g_1 + 1.5 g_2 \varepsilon_s^{0.8} \right) \left(1 - \left(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy} \right) / \left(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy} \right) \right)$$

$$g_{1x,y} = \frac{\alpha_{x,y} \cosh \alpha_{x,y}}{\sinh \alpha_{x,y}} - 1 \quad (13)$$

$$g_{2x,y} = \frac{2 \tau_0}{\tau_1 a_m} \alpha_{x,y} \frac{\cosh \alpha_{x,y} - 1}{\sinh \alpha_{x,y}}$$

con:

$$\tau_0 = 3.0 \text{ MPa}; \quad \tau_1 \phi_{x,y} = 0.75 \text{ MPa} / \text{m}; \quad \alpha_{x,y} = \sqrt{\frac{\tau_1 a_m^2}{0.5 E_s \phi_{x,y}}}$$

Alla fine, le precedenti equazioni di equilibrio e congruenza, associate ai legami costitutivi ed alle particolari grandezze introdotte (forza di ingranamento, forze di confinamento e di "spinotto"), consentono di pervenire al seguente sistema di equazioni non lineari, nelle incognite w , v , ε_{c2} :

$$w_{i+1} = \left(p_w - \left(\beta_{yf} s c^3 - \beta_{xf} s^3 c \right) \frac{v_i}{a_m} - \left(\beta_{xf} + \beta_{yf} \right) s^2 c^2 \varepsilon_{c2i} \right) \cdot \left(\frac{\beta_{xf} s^4 + \beta_{yf} c^4 + c_t - c_v}{a_m} \right)^{-1}$$

$$v_{i+1} = \left(p_v + \left(\frac{\beta_{xf} s^3 c}{a_m} - \frac{\beta_{yf} s c^3}{a_m} + \frac{d_w}{t} \right) w_i + \left(\beta_{xf} s^3 c - \beta_{yf} s c^3 \right) \varepsilon_{c2i} \right) \cdot \left(\left(\beta_{xf} + \beta_{yf} \right) \frac{s^2 c^2}{a_m} + c_1 + \frac{d_v}{t} \right)^{-1} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{c2i+1} = \left(p_{\varepsilon_{c2}} - s^2 c^2 \left(\frac{\beta_x}{a_m} + \frac{\beta_y}{a_m} \right) w_i + \left(\frac{s c^3 \beta_x}{a_m} - \frac{s^3 c \beta_y}{a_m} \right) v_i \right) \cdot \left(\beta_x c^4 + \beta_y s^4 + E_{ceq} \right)^{-1}$$

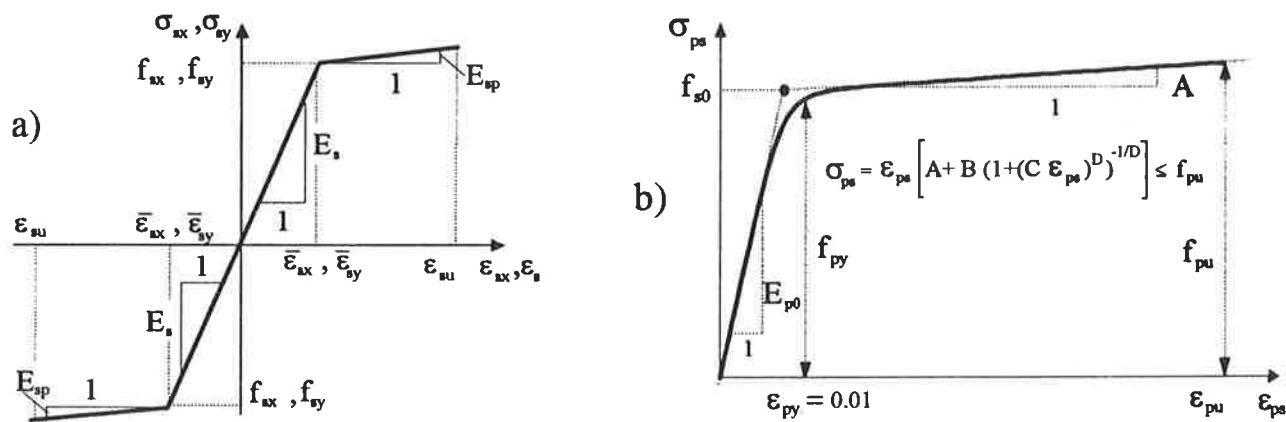
dove:

$$\beta_{xf} = E_{s_{x_{eq}}} g_x \rho_{sx} + E_{p_{sx}} g_x \rho_{px} ;$$

$$\beta_x = E_{s_{x_{eq}}} \rho_{sx} + E_{p_{sx}} \rho_{px} ;$$

$$\beta_{yf} = E_{s_{y_{eq}}} g_y \rho_{sy} + E_{p_{sy}} g_y \rho_{py} ;$$

$$\beta_y = E_{s_{y_{eq}}} \rho_{sy} + E_{p_{sy}} \rho_{py} ;$$



$$\sigma_s = E_{s_{eq}} \varepsilon_s \quad \text{con: } E_{s_{eq}} = E_s + (E_{sp} - E_s) \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{\varepsilon_s}$$

$$f_{s0} = 1.04 f_{py} ; \varepsilon_{py} = 0.01 ; C = E_{p0} / f_{s0} ,$$

$$A = E_{p0} \left(\frac{f_{pu} - f_{s0}}{\varepsilon_{pu} \cdot E_{p0} - f_{s0}} \right)$$

$$B = E_{p0} - A ;$$

$$f_{py} = \varepsilon_{py} \left[A + B \left\{ 1 + (C \varepsilon_{py})^D \right\}^{-1/D} \right]$$

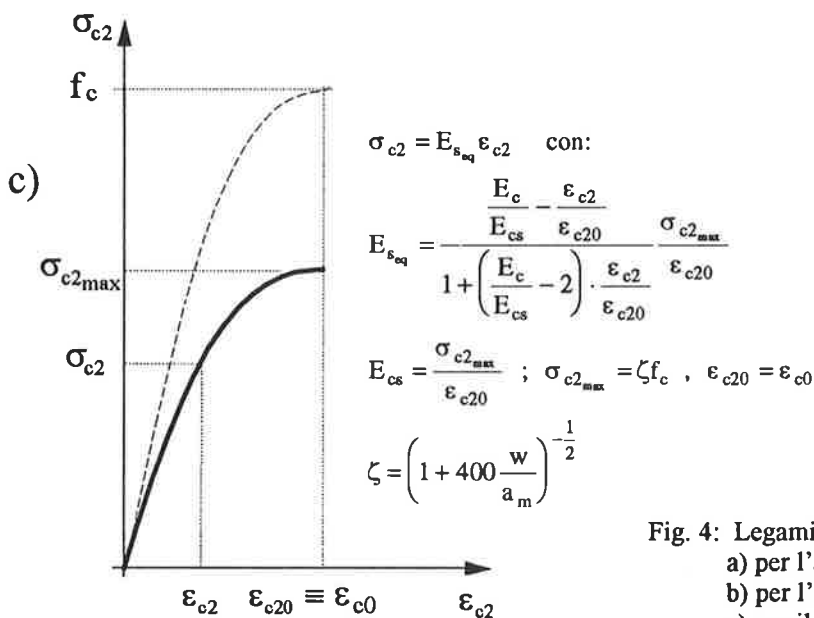
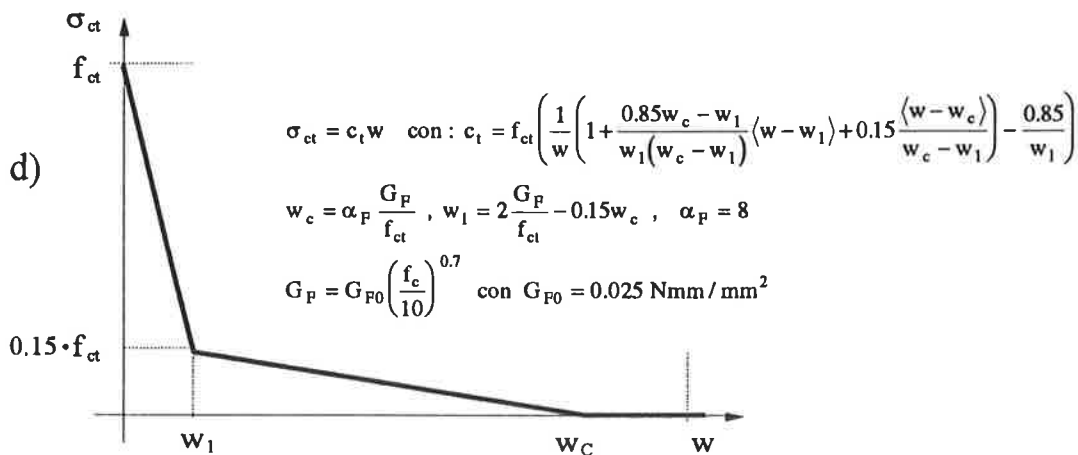


Fig. 4: Legami costitutivi assunti:
 a) per l'acciaio (armatura lenta);
 b) per l'acciaio (armatura a cavi scorrevoli);
 c) per il conglomerato compresso (in fase fessurata);
 d) per il conglomerato teso (in fase fessurata).



$$p_w = \sigma_x s^2 + \sigma_y c^2 + 2\tau_{xy} sc ;$$

$$p_v = (-\sigma_x + \sigma_y)sc + \tau_{xy}(s^2 - c^2) ;$$

$$p_{\epsilon_{c2}} = \sigma_x c^2 + \sigma_y s^2 - 2\tau_{xy} sc .$$

Il sistema (14), come illustrato nel lavoro [8] a cui si rimanda per una più approfondita esegesi delle modalità operative risolventi, presenta in generale una agevole soluzione per via iterativa, attraverso l'aggiornamento passo-passo dei diversi tentativi intermedi, già indicati in forma operativa.

3. ANALISI NUMERICA

Il metodo proposto è stato utilizzato per esaminare il comportamento di lastre soggette a stati piani di sforzo caratterizzati da particolari rapporti tra le tensioni tangenziali e quelle normali applicate. Si sono prese in considerazione le risultanze sperimentali presentate nel lavoro [9], confrontandole con le relative risultanze numeriche fornite dal metodo proposto. Le risultanze sperimentali si riferiscono a tre lastre (aventi -Fig.1- $l_x=l_y=162.6$ cm; $t=28,7$ cm). La prima di esse, (PP1), risulta non precompressa, la seconda, (PP2), è stata inizialmente precompressa, in direzione x , con cavi scorrevoli, ottenendo $\sigma_x=2.07$ MPa, nella terza, (PP3), un aumento della precompressione iniziale ha invece prodotto una tensione σ_x pari al valore 4.40 MPa.

Tutte e tre le lastre presentano ugual armatura ordinaria lenta in direzione y , mentre, in direzione x , l'armatura ordinaria lenta è stata disposta in diversa quantità allo scopo di ottenere per le tre lastre, valutando anche il contributo fornito dalla precompressione, resistenze allo snervamento tra di loro molto prossime. In Tab.1 sono indicate, per le lastre esaminate, le principali caratteristiche meccaniche, nonché le rispettive percentuali d'armatura. Le lastre presentano dunque caratteristiche meccaniche ultime molto prossime; è da attendersi, invece, per la presenza della tensione σ_x indotta dalla precompressione, un diverso comportamento nella fase precedente alla fessurazione e nella fase che precede lo snervamento delle armature.

Le risultanze sperimentali, al proposito registrate, evidenziano chiaramente quanto osservato: in Tab.2 sono indicate per le lastre esaminate i diversi valori delle tensioni tangenziali τ_{xy} applicate, valori relativi al carico di fessurazione, al carico che produce lo snervamento delle armature ordinarie e da precompressione, al carico ultimo. Le risultanze sperimentali ritenute più significative sono state confrontate, come detto, con le risultanze numeriche fornite dal metodo proposto. In Fig.5 il confronto si riferisce al legame tra la tensione tangenziale τ_{xy}

applicata e la corrispondente deformazione angolare γ_{xy} . Viene così ben evidenziato quanto prima osservato; in corrispondenza infatti ad una tensione tangenziale τ_{xy} pari a 3 MPa, l'irrigidimento operato dalla presenza di σ_x nelle lastre PP2 e PP3 ben riduce, rispetto alla lastra non precompressa PP1, la deformabilità γ_{xy} .

Nelle Figg.6,7 sono invece messe a confronto le risultanze sperimentali e quelle numeriche, relativamente al legame tra la tensione tangenziale τ_{xy} e le deformabilità ϵ_{xx} , ϵ_{yy} lungo le direzioni x , y delle armature. Va innanzitutto osservato una diversa deformabilità nelle due direzioni: in direzione y la deformabilità è maggiore in ragione della presenza di una minore armatura; inoltre va osservato, in generale, un buon accordo tra le deformazioni sperimentali e quelle numeriche, a sottolineare la sostanziale capacità del metodo a ben interpretare la globale realtà fisica (come già si era osservato, su altro versante, in [20]).

In Fig.8 è poi riportato il confronto tra le risultanze sperimentali e numeriche relativamente al legame che intercorre tra la tensione tangenziale τ_{xy} e la deformazione ϵ_1 in direzione ortogonale alla inclinazione θ_0 del quadro fessurativo, inclinazione che, come detto, è ritenuta costante. Tale valore ϵ_1 è di fatto uguale al rapporto w/a_m , tra l'apertura di fessura e l'interasse delle fessure medesime. La Fig.9, da ultimo, riporta l'analogo confronto, però relativo alla deformabilità ϵ_2 della compressione nei puntoni di conglomerato. Come nei casi precedenti, il confronto conferma, per le risultanze numeriche, la grande capacità di collocarsi all'interno della zona individuata dalle osservazioni sperimentali effettuate all'inizio ed alla fine di ogni ciclo di carico.

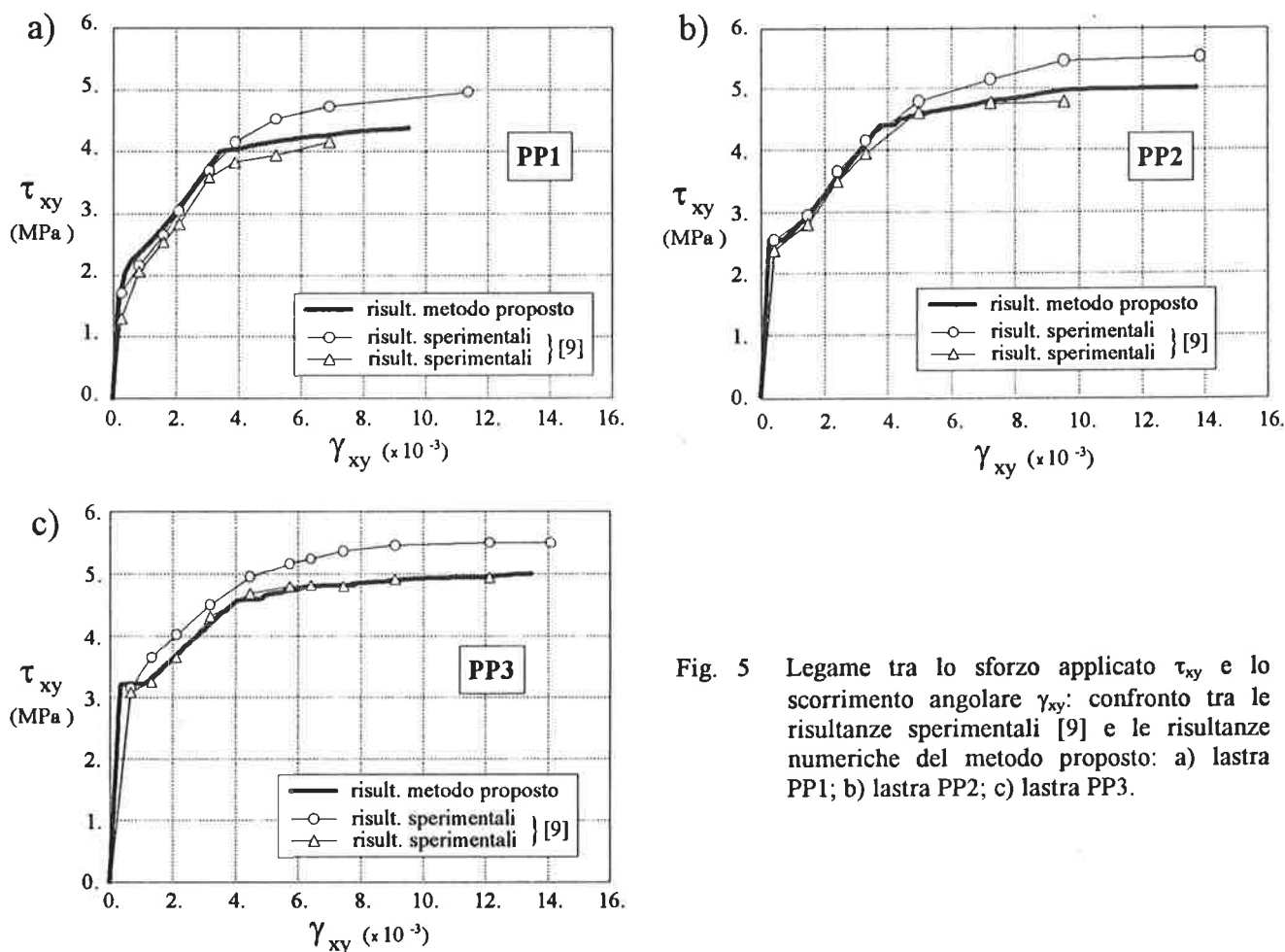
4. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il metodo proposto, attraverso il confronto con specifiche risultanze sperimentali, si è mostrato idoneo a ben interpretare il globale comportamento di lastre in conglomerato armato, presollecitate e soggette a stati piani di sforzo. Le risultanze numeriche fornite dal metodo sono risultate in sostanziale accordo con quelle rilevate sperimentalmente; è stato così possibile indagare la complessa realtà fisica del problema in senso ampio, ovvero con riferimento anche a grandezze quali le deformazioni nelle direzioni, tanto dei puntoni compressi di conglomerato, quanto ortogonalmente ad essi, nonché nelle direzioni delle armature. Si è avuta dunque piena conferma delle principali osservazioni formulate sperimentalmente in [9]; ovvero la precompressione migliora notevolmente il comportamento delle lastre esaminate, attraverso un notevole innalzamento della loro soglia fessurativa ed attraverso una sensibile riduzione della loro globale deformabilità.

Elemento a lastra	PP1	PP2	PP3
precompressione in direzione x (MPa)	0.0	2.07	4.40
Conglomerato: f_c (Mpa)	27.0	28.1	27.7
ϵ_{c0} ($\times 10^{-3}$)	2.12	2.38	1.92
armatura di precompressione: ρ_{px} (%)	-	0.293	0.586
(d=16 mm non aderente) f_{yp} (Mpa)	-	910	910
armatura ordinaria (in direzione x): ρ_x (%)	1.942	1.295	0.647
(d=20 mm) f_{yx} (Mpa)	480	480	480
armatura ordinaria (in direzione y): ρ_y (%)	0.647	0.647	0.647
(d=10 mm) f_{yy} (Mpa)	480	480	480

Tabella 1 Principali caratteristiche meccaniche delle lastre esaminate.

Elemento a lastra	PP1	PP2	PP3
τ_{xy} (MPa)			
al carico di fessurazione	1.71	2.54	3.15
al carico di snervamento dell'armatura:			
- a cavi scorrevoli	-	4.16	4.31
- ordinaria (direz. x)	-	5.47	5.43
- ordinaria (direz y)	4.24	4.41	4.92
al carico ultimo	4.95	5.50	5.50

Tabella 2 Valori delle tensioni τ_{xy} registrate in corrispondenza al carico di fessurazione, al carico di snervamento nelle armature ed al carico ultimo.Fig. 5 Legame tra lo sforzo applicato τ_{xy} e lo scorrimento angolare γ_{xy} : confronto tra le risultanze sperimentali [9] e le risultanze numeriche del metodo proposto: a) lastra PP1; b) lastra PP2; c) lastra PP3.

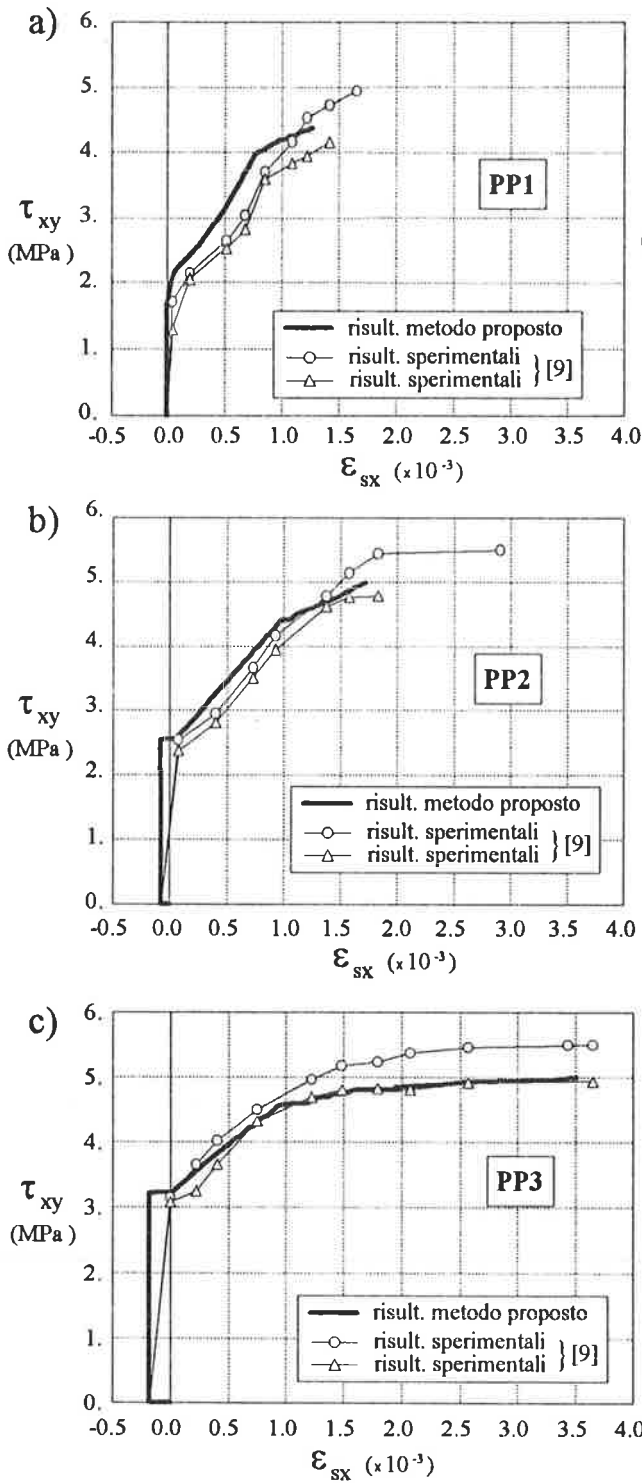


Fig. 6 Legame tra lo sforzo applicato τ_{xy} e la deformazione ϵ_{sx} lungo la direzione x: confronto tra le risultanze sperimentali [9] e le risultanze numeriche del metodo proposto: a) lastra PP1; b) lastra PP2; c) lastra PP3.

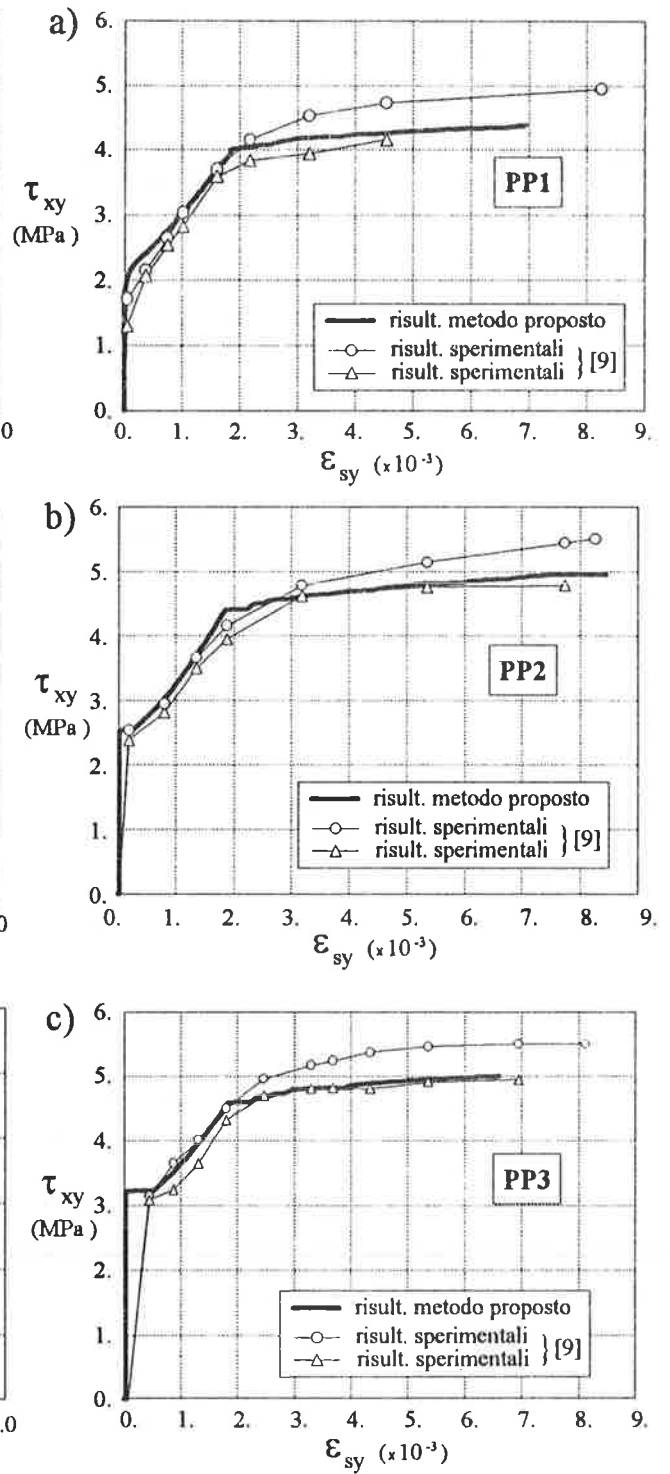


Fig. 7 Legame tra lo sforzo applicato τ_{xy} e la deformazione ϵ_{sy} lungo la direzione y: confronto tra le risultanze sperimentali [9] e le risultanze numeriche del metodo proposto: a) lastra PP1; b) lastra PP2; c) lastra PP3.

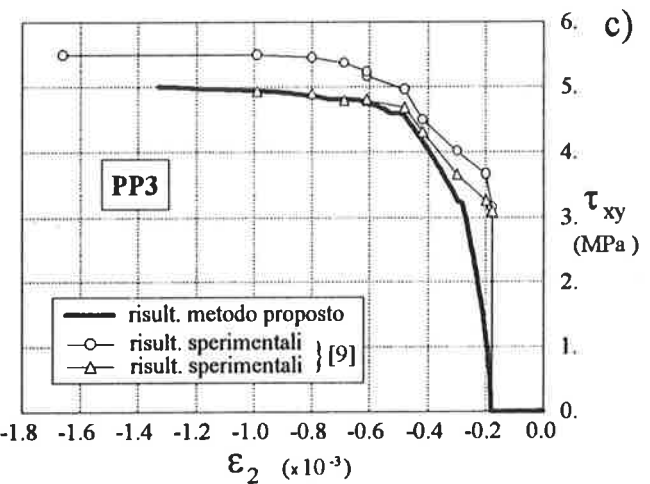
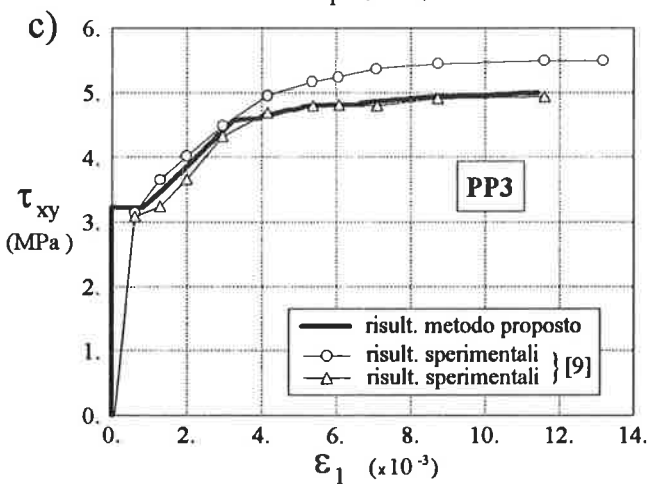
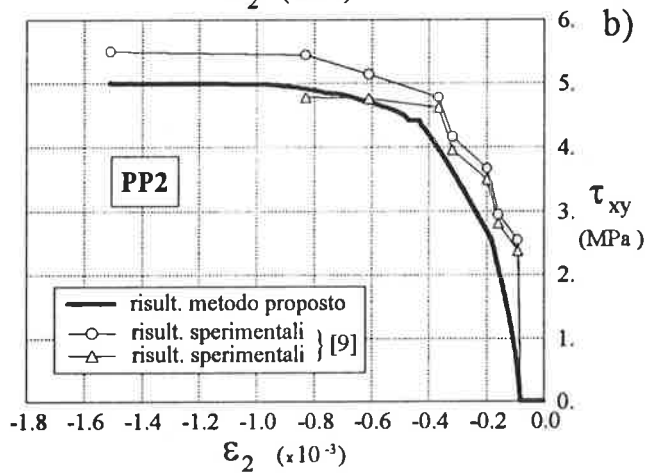
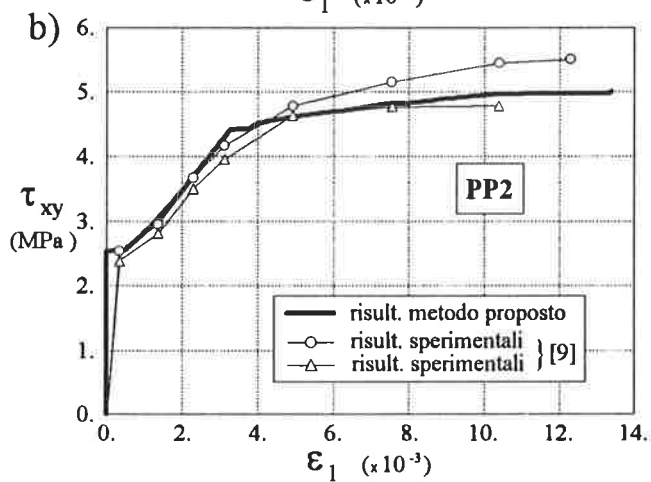
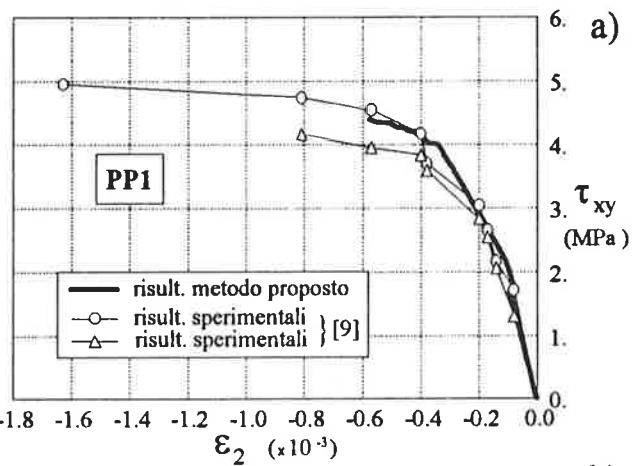
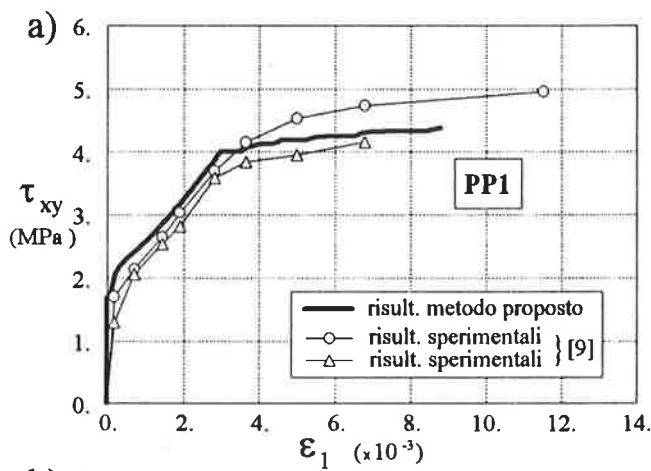


Fig. 8 Legame tra lo sforzo applicato τ_{xy} e la deformazione ϵ_1 in direzione ortogonale alle fessure: confronto tra le risultanze sperimentali [9] e le risultanze numeriche del metodo proposto: a) lastra PP1; b) lastra PP2; c) lastra PP3.

Fig. 9 Legame tra lo sforzo applicato τ_{xy} e la deformazione ϵ_2 lungo la direzione delle fessure: confronto tra le risultanze sperimentali [9] e le risultanze numeriche del metodo proposto: a) lastra PP1; b) lastra PP2; c) lastra PP3.

BIBLIOGRAFIA

- [1] IORI I., DEI POLI S. - 1985, "Sulla torsione di elementi strutturali in cemento armato", L'Industria Italiana del Cemento, No.2, pp.121-129.
- [2] HSU T.T.C., MO Y.L. - 1985, "Softening of Concrete in Torsional Members - Theory and Tests", Journal of the American Concrete Institute, Vol.82, No.3, pp.290-303.
- [3] VECCHIO F.J., COLLINS M.P. - 1986, "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", ACI Journal, Vol.83, pp.219-231.
- [4] HSU T.T.C., MO Y.L. - 1985, "Softening of Concrete in Low-Rise Shear Walls", Journal of the American Concrete Institute, Vol.82, No.6, pp.883-889.
- [5] CERIONI R., IORI I. - 1995, "Sul comportamento di elementi bidimensionali a lastra, in conglomerato armato e soggetti ad azioni taglianti ai bordi", Studi e Ricerche, Vol.16, Scuola di Specializzazione per le Costruzioni in C.A., Politecnico di Milano, pp.151-171.
- [6] PANG X.B.D., HSU T.T.C. - 1988, "Behavior of Reinforced Concrete Membrane Elements in Shear", ACI Structural Journal, Vol.92, No.6, pp.665-679.
- [7] HSU T.T.C. - 1988, "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion", ACI Structural Journal, Vol.85, No.6, pp.624-635.
- [8] CERIONI R., IORI I. - 1996, "Analisi di lastre in conglomerato armato soggette a stato piano di tensioni", 11° Congresso CTE, Napoli, pp.1-10.
- [9] MARTI P., MEYBOOM J. - 1992, "Response of Prestressed Concrete Elements to In-Plane Shear Force" ACI Structural Journal, Vol.89, No.5, pp.501-514.
- [10] NASH W.A. - 1972, "Resistenza dei materiali", Collana SHAUM, Etas Libri.
- [11] DEVALAPURA R.K., TADROS M.K. - 1992, "Stress-Strain Modeling of 270 ksi Low-Relaxation Prestressing Strands", PCI Journal, Vol.37, N.2, pp.100-106.
- [12] CEB- 1993, Bulletin d'information n.213/214 "C.E.B.-F.I.P. Model Code 1990".
- [13] EC2: Eurocode No.2. - 1992, "Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Building", Eurocode Editorial Group.
- [14] GAMBAROVA P.G. - 1980, "Ingranamento delle particelle di aggregato e trasmissione delle tensioni in elementi di c.a. fessurati, soggetti a stato piano di tensioni", Studi e Ricerche, Vol.2, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in C.A., Politecnico di Milano, pp.43-102.
- [15] GAMBAROVA P.G. - 1983, "Sulla trasmissione del taglio in elementi bidimensionali piani di c.a. fessurati", Atti delle Giornate AICAP, Bari, pp.141-156.
- [16] WALRAVEN J.C., REINHARDT H.W. - 1981, "Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading", HERON, Vol.26.
- [17] KUPFER H., MANG R., KARAVESYZOGLU M. - 1983, "Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton-und Spannbeton-trägern. Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rissverzahnung", Bauingenieur, S.143.
- [18] BAUMANN T. - 1972, "Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton", D.A.f.Stb., H. 217.
- [19] GIURIANI E. - 1981, "On the Effective Axial Stiffness of a Bar in Cracked Concrete", Bond in Concrete, ed. by P. Bartos, Dept. of Civ. Eng. College of Technology, Paisley, Scotland, pp.107-126.
- [20] IORI I. - 1986, "Sulla deformabilità di elementi strutturali in c.a. in regime di pura torsione", Giornale del Genio Civile, Anno 124°, Aprile-Giugno, pp.119-130.

SIMBOLOGIA

$$s = \sin\theta_c ; c = \cos\theta_c ,$$

τ_{xy} = sforzo tangenziale applicato lungo i bordi della lastra;

t = spessore della lastra;

ρ_{sx} = percentuale geometrica di armatura disposta in direzione x;

ρ_{sy} = percentuale geometrica di armatura disposta in direzione y;

f_c, f_{cc} = rispettivamente resistenza cilindrica e cubica a compressione del conglomerato;

ϵ_{c0} = deformazione nel conglomerato in corrispondenza alla resistenza f_c , nella prova monoassiale;

ϵ_{c2} = deformazione nel puntone di conglomerato;

σ_{c2} = tensione nel puntone di conglomerato;

τ_{c2} = tensione tangenziale nel puntone di conglomerato;

σ_{ct} = tensione di trazione nel conglomerato, ortogonalmente alla fessura.

SIMULAZIONE DI UN TIRANTE IN C.A.: ADERENZA E FESSURAZIONE

Barbara De NICOLO

Ricercatore Confermato

Zaira ODONI

Professore Associato

Dipartimento di Ingegneria Strutturale Università di Cagliari
CAGLIARI

SOMMARIO

Sono stati utilizzati elementi finiti assialsimmetrici per simulare lo stato di sforzo e di deformazione di una barra tesa ad aderenza migliorata immersa nel calcestruzzo, senza confinamento. Sono calcolati i carichi per i quali si raggiunge lo splitting incipiente, la penetrazione della fessura da splitting nel ricoprimento nell'ipotesi di una legge lineare di sforzo coesivo di richiusura delle fessure, la fessurazione trasversale ed il distacco tra i due materiali. Si dimostra come il modello sia particolarmente sensibile ad una distribuzione random del modulo elastico del calcestruzzo, adottata per simulare la sua disomogeneità.

SUMMARY

Axisymmetric finite element analysis was used to obtain stresses and deformations around a tensile reinforced steel bar embedded in concrete without confinement. It was used to estimate the beginning of the splitting load, the cracking resistance of the concrete cover, supposing a linear behaviour of cohesive stress, transversal cracking, and separation between steel and concrete. It is shown that the model is very sensible to a random distribution of Young's modulus of concrete, which is assumed to simulate its unhomogeneity.

1. PREMESSA

Una barra ad aderenza migliorata, inglobata in un cilindro di calcestruzzo, soggetta ad un carico di trazione crescente ed in assenza di confinamento, presenta un quadro fessurativo piuttosto complesso di non facile previsione e modellazione a causa dell'instaurarsi nell'intorno delle nervature di meccanismi resistenti locali, dovuti all'aderenza tra i due materiali. L'aderenza, dovuta dapprima a fenomeni di tipo chimico di modesta entità e successivamente all'interazione meccanica conseguente alla compenetrazione geometrica tra le scabrosità delle superfici di contatto, mostra valori notevoli anche dopo lo scorrimento tra i due materiali, assumendo un comportamento simile all'attrito secco.

Negli ultimi vent'anni sono stati chiariti molti aspetti del fenomeno sia dal punto di vista sperimentale che teorico [1-8]; in questo lavoro, dall'analisi critica delle conoscenze acquisite, s'intende dare un contributo alla sua simulazione, mediante un modello agli elementi finiti, nel quale viene messa in conto la fessurazione trasversale, quella da splitting, lo sforzo coesivo di richiusura delle fessure e la disomogeneità del calcestruzzo.

2. MODELLO TEORICO

Per ipotizzare l'evoluzione dello sforzo ed il quadro fessurativo, si è assunto il modello di Lutz [9-10], nel

quale sono stati però introdotti: lo sforzo coesivo di richiusura delle fessure e la disomogeneità del calcestruzzo.

Si considera che quando la barra viene tesa alle estremità il modello simuli la situazione tra due fessure trasversali. In una prima fase in cui il carico è di modesta entità, gli sforzi assiali longitudinali, sono uniformemente distribuiti sia nell'acciaio che nel calcestruzzo, escluso il tratto di introduzione, dove sono presenti anche quelli tangenziali. Al crescere del carico lo sforzo nel calcestruzzo raggiunge il valore della resistenza media a trazione dando luogo alla fessurazione trasversale.

L'annullarsi dello sforzo di trazione in corrispondenza di tali fessure provoca un esteso scarico tensionale nel calcestruzzo, il quale tende ad accorciarsi, mentre l'acciaio sotto il complementare aumento delle tensioni, tende ad allungarsi rispetto alla configurazione precedente in cui la sezione era interamente reagente.

Allo scorrimento reciproco dei due materiali, dopo un primo assestamento corrispondente all'attivazione dei contatti efficaci, si oppone l'aderenza, che consente la diffusione verso il calcestruzzo di una quota del carico esterno interamente assegnato ora all'armatura.

All'aumentare del carico, l'aderenza di tipo chimico tra i due materiali perde rapidamente efficacia e sopravviene l'effetto meccanico dovuto all'azione di contrasto (*bearing action*). Si originano microfessure all'apice delle nervature, ma l'azione d'incuneamento è limitata [11].

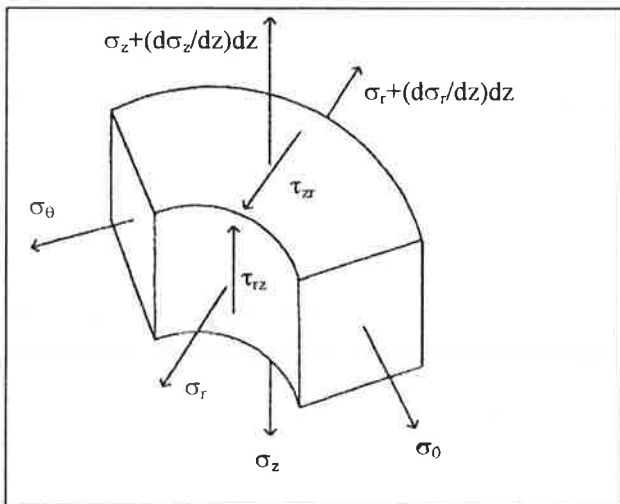


Fig.1 Sforzi in coordinate cilindriche

Allorquando le nervature premono sul calcestruzzo provocano delle sollecitazioni inclinate rispetto all'asse longitudinale della barra. Esse possono essere scomposte in una componente tangenziale τ_{rz} (sforzo di aderenza) ed in una radiale σ_r , che può essere

considerata come una pressione idraulica agente uniformemente sulla parete interna di un anello di calcestruzzo di grosso spessore. Assunto un sistema di riferimento cilindrico (r, θ, z) con r direzione radiale e z secondo l'asse longitudinale della barra, lo stato tensionale nel calcestruzzo attorno alla barra [12] può essere descritto come in Fig. 1.

Al crescere del carico in corrispondenza della sezione d'estremità del concio cilindrico compreso tra due fessure trasversali si riscontra [13] un'elevata sollecitazione radiale σ_r , e nel tratto in cui questa è di trazione, è plausibile che avvenga una separazione radiale nell'interfaccia tra la barra ed il calcestruzzo. A causa della separazione interviene una rilevante modifica degli sforzi longitudinali e trasversali. Lungo il tratto della separazione lo sforzo trasversale σ_z ha una caduta con inversione di segno mentre la σ_r si annulla.

La separazione non implica la perdita dell'aderenza per l'effetto di contrasto del calcestruzzo contro le nervature disposte trasversalmente. Nel movimento dovuto alla separazione radiale, il calcestruzzo scivola sulle nervature, il fenomeno di incuneamento (*wedging*) è molto forte ed il calcestruzzo posto avanti alle nervature è schiacciato (*crushing*).

Lo sforzo circonferenziale σ_θ è molto elevato in prossimità della fessura trasversale e, qualora questa superi la resistenza a trazione del calcestruzzo, si può verificare l'innesco di una fessura radiale da splitting.

Lo sforzo è localizzato e decade rapidamente in seguito alla formazione della fessura stessa ed allo scorrimento, perciò la fessura non progredisce fino alla superficie laterale del cilindro. Inoltre lo sforzo longitudinale di trazione σ_z decresce dall'interfaccia sino alla superficie esterna del cilindro, dove è trascurabile anche l'allungamento longitudinale, sino ad annullarsi o cambiare di segno.

Il semplice modello proposto da Tepfers [13] mostra che attorno alle barre si forma un manicotto di calcestruzzo fessurato, mentre un altro integro, soggetto ad uno sforzo circonferenziale di trazione, esercita l'azione di confinamento necessaria a prevenire lo scivolamento della barra fuori dal calcestruzzo. L'aderenza viene meno una volta che lo spessore del manicotto interno fessurato supera un valore critico. Il modello con parziale fessurazione di Tepfers costituisce un limite inferiore per quanto riguarda la resistenza per aderenza, mentre quello con perfetta plasticità conduce ad una sovrastima del carico ultimo di estrazione (per brevi lunghezze di ancoraggio).

In questo lavoro per simulare questo fenomeno si adotterà il modello della fessura coesiva e come relazione aderenza-scorrimento si assumerà quella proposta da Eligchausen, Balazs [14].

Una volta che le fessure da *splitting* si estendono per tutto lo spessore del ricoprimento l'aderenza, in

assenza di armatura trasversale, decade bruscamente; per valori di scorrimento crescenti, la resistenza per aderenza raggiunge un picco e successivamente comincia a diminuire restando comunque notevole anche per valori dello scorrimento molto elevati, finendo per assumere un comportamento simile all'attrito secco (Coulomb). Le inserzioni di calcestruzzo tra le nervature sono schiacciate (*crushed*) e tagliate via, e le nervature sfregano contro il calcestruzzo senza alcun apprezzabile aumento dell'azione di incuneamento.

Infine allorquando le tensioni tangenziali all'interfaccia superano il valore massimo ammissibile, si ammette che intervenga la separazione longitudinale tra i due materiali per tutto il tratto in cui $\tau > \tau_{\max}$.

3. SIMULAZIONE DELLA PROVA DI CARICO

In questo lavoro si vuole dimostrare come il modello proposto sia particolarmente sensibile alla variazione delle caratteristiche elastomeccaniche del calcestruzzo per cui, nelle varie fasi di carico, si è volutamente evitata la sovrapposizione di più fattori: ad esempio nella ricerca del carico che produce le fessure trasversali, non si tiene conto dell'influenza di eventuali fessure da splitting.

3.1 Carico iniziale

Si attribuisce un carico iniziale P_0 dell'ordine di qualche centinaio di N che consente di individuare gli sforzi interni e gli spostamenti nodali.

3.2 Fessurazione trasversale

Il carico iniziale è amplificato proporzionalmente sino al valore P_1 , in grado di portare al valore f_{ct} , resistenza a trazione del calcestruzzo, la tensione longitudinale σ_z sulla superficie laterale del cilindro di calcestruzzo nella sezione in cui questa è massima, nell'ipotesi di perfetta aderenza.

3.3 Splitting incipiente

Si è assunto il comportamento del calcestruzzo come perfettamente elastico e la distribuzione delle tensioni data da Timoshenko. In questo caso la massima pressione radiale sostenuta dal ricoprimento di calcestruzzo integro corrisponde ad uno sforzo σ_θ all'interfaccia barra-calcestruzzo pari ad f_{ct} . Ricordando che

$$\sigma_\theta = p \frac{R_i^2 \left(1 + \frac{R_e^2}{r^2} \right)}{R_e^2 - R_i^2} \quad (1)$$

$$\sigma_r = p \frac{R_i^2 \left(1 - \frac{R_e^2}{r^2} \right)}{R_e^2 - R_i^2} \quad (2)$$

dove p è la pressione interna
 R_i è il raggio della barra
 R_e è il raggio del cilindro
 r è il raggio generico

una fessura da splitting si innescherà quando

$$p = f_{ct} \frac{R_e^2 - (\Phi/2)^2}{R_e^2 + (\Phi/2)^2} \quad (3)$$

dove Φ è il diametro della barra

Sui nodi dell'interfaccia si ricerca la tensione massima σ_θ ottenuta sotto il carico iniziale P_0 e mediante una proporzione lineare, si calcola il carico P_2 per il quale si raggiunge f_{ct} .

3.4 Penetrazione della fessura da splitting nel ricoprimento

Al crescere della pressione p le fessure si propagano radialmente verso l'esterno ed entra in gioco il contributo di resistenza assicurato dal comportamento coesivo del calcestruzzo fessurato [15]. Si ammette perciò che si manifestino sforzi coesivi lineari di richiusura sui lembi delle fessure radiali sino a che l'apertura di queste si mantenga al di sotto del valore critico $w_c = 0,2$ mm, oltre il quale lo sforzo coesivo si annulla, ed esse penetrino nel calcestruzzo per una distanza dall'apice della fessura $R_{cr} = 0,5 R_e$ (Fig. 2).

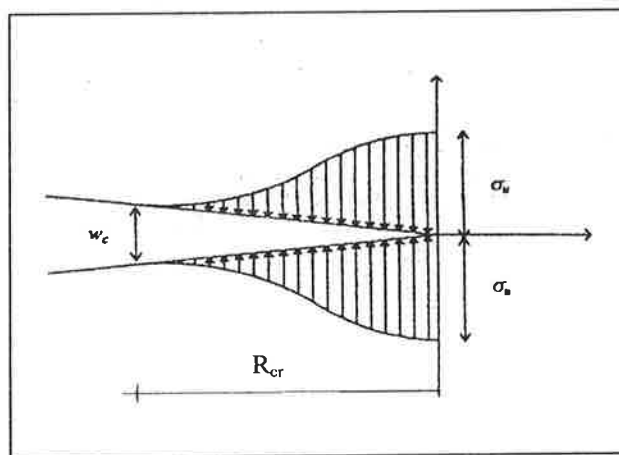


Fig. 2 Modello della fessura coesiva

Si è ipotizzato un meccanismo di frattura di tipo I (*opening mode*) per il quale non sono trasmessi sforzi di taglio tra i lembi della fessura; si possono perciò esprimere le deformazioni circonferenziali nelle zone

integre comprese fra le fessure in funzione degli sforzi coesivi trasmessi:

$$\varepsilon_{\theta}(r) = \frac{\sigma_{cw}(r)}{E_c} \quad \phi/2 < r < R_{cr} \quad (4)$$

dove E_c modulo elastico del calcestruzzo e σ_{cw} è lo sforzo coesivo [16] per il quale si assume una legge di tipo lineare:

$$\sigma_{cw} = f_{ct} \left(1 - \frac{w}{w_c}\right) \quad (5)$$

Imponendo la condizione di rottura all'apice della fessura si ha:

$$\varepsilon_{\theta}(R_{cr}) = \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (6)$$

Risolviendo la (5) rispetto all'apertura $w(r)$ si ha

$$w(r) = w_c \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cw}}{f_{ct}}\right) \quad (7)$$

Per l'apertura della fessura si è assunta una legge lineare, ad una distanza r dall'asse della barra risulta (Fig. 3):

$$w(r) = w_{max} \frac{R_{cr} - r}{R_{cr} - (\Phi/2)} \quad (8)$$

dove w_{max} è l'apertura della fessura all'interfaccia

La congruenza tra l'allungamento dell'anello interno del ricoprimento integro (dove $\varepsilon_{\theta}(R_{cr}) = \varepsilon_{cr}$) e quello generico di un anello di raggio $r < R_{cr}$ del ricoprimento fessurato è data da:

$$2\pi R_{cr} \varepsilon_{cr} = n_f w(r) + [2\pi r - n_f w(r)] \varepsilon_{\theta}(r) \quad (9)$$

dove n_f è il numero delle fessure radiali ipotizzate tutte di uguale lunghezza $R_{cr} - \phi/2$.

Sostituendo le (4),(6),(7) nella (9) e risolvendo rispetto allo sforzo coesivo σ_{cw} si ottiene

$$\sigma_{cw} = \frac{1}{2} \left\{ E_c + f_{ct} - \frac{2\pi f_{ct} r + \sqrt{a_1 r^2 - a_2 r + a_3}}{n_f w_c} \right\} \quad (10)$$

$$\text{dove } a_1 = 4\pi^2 f_{ct}^2$$

$$a_2 = 4\pi n_f w_c f_{ct} (E_c + f_{ct})$$

$$a_3 = n_f^2 w_c^2 (E_c - f_{ct})^2 + 8\pi n_f w_c f_{ct}^2 R_{cr}$$

La (10) rappresenta la distribuzione degli sforzi coesivi congruenti e compatibile con il legame costitutivo (5).

Considerando il solo ricoprimento del calcestruzzo fessurato, tenendo conto delle (1),(2),(3), dove $R_i = R_{cr}$, in accordo con Reinhard e Van der Veen, posto $k = 1$ [17], il suo equilibrio è soddisfatto se:

$$p = \frac{2f_{ct}}{\phi} \left(R_{cr} \left(\frac{R_e^2 - R_{cr}^2}{R_e^2 + R_{cr}^2} \right) + \left(R_{cr} - \frac{\Phi}{2} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{\pi \varepsilon_{cr}}{n_f w_c} \left(R_{cr} - \frac{\Phi}{2} \right) \right) \right) \quad (11)$$

Il massimo valore di p corrisponde ad una lunghezza della fessura pari a R_{cr} che soddisfa la condizione $\frac{\delta p}{\delta R_{cr}} = 0$.

Si calcola quindi quale sarebbe la pressione radiale sopportabile quando il calcestruzzo manifesta il comportamento di tipo coesivo appena descritto. Tale pressione, rapportata a quella idraulica per fessurazione incipiente, ci consente di determinare il carico P_3 proporzionale a P_2 .

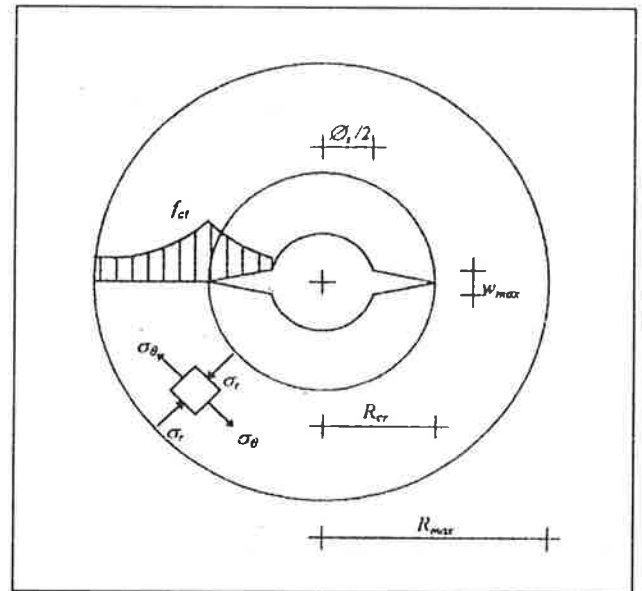


Fig. 3 Stato di sforzo nell'intorno della fessura

3.5 Separazione

Secondo la relazione tra scorrimenti e tensione tangenziale proposta da [14], quando $\tau = \tau_{max} = 2 (f_{ct})^{1/2}$ compaiono nel calcestruzzo microfessurazioni ed il calcestruzzo compreso tra due nervature comincia ad essere espulso per taglio. Viene perciò individuato sull'interfaccia il tratto in cui $\tau > \tau_{max}$ che corrisponde a quello in cui avviene la separazione tra i due materiali.

4 IMPLEMENTAZIONE

La prova di carico è simulata numericamente implementando un programma di calcolo agli elementi finiti, nel quale sono utilizzati elementi solidi

assialsimmetrici triangolari a tre nodi (Fig. 4). Assegnati i dati relativi al diametro nominale della barra e del cilindro di calcestruzzo e la loro altezza, la generazione della mesh si svolge in modo automatico assegnando il numero delle suddivisioni in direzione radiale per la barra, per la zona delle nervature e per il calcestruzzo. Il passo delle suddivisioni all'interno della barra e per le nervature è costante, mentre nel calcestruzzo aumenta verso la superficie esterna; nella direzione longitudinale la suddivisione si sviluppa in funzione di quella radiale diradandosi verso la superficie esterna del cilindro e verso l'asse della barra. La costruzione della maglia è stata condizionata da alcuni punti che hanno una posizione obbligata in quanto legati alla schematizzazione delle nervature della barra, ipotizzate a sezione trapezoidale con sviluppo circolare.

Per simulare sia la formazione delle fessure che il distacco del calcestruzzo si è stabilito che quando la sollecitazione in un nodo raggiunge la massima ammessa in ciascuna fase di carico, si proceda alla duplicazione del nodo stesso. Questo modo di operare rende difficoltoso l'utilizzo di una numerazione in grado di contenere la larghezza della semibanda della matrice [K] di rigidezza dell'intera struttura; inoltre l'elevato ordine del sistema comporta problemi di memorizzazione.

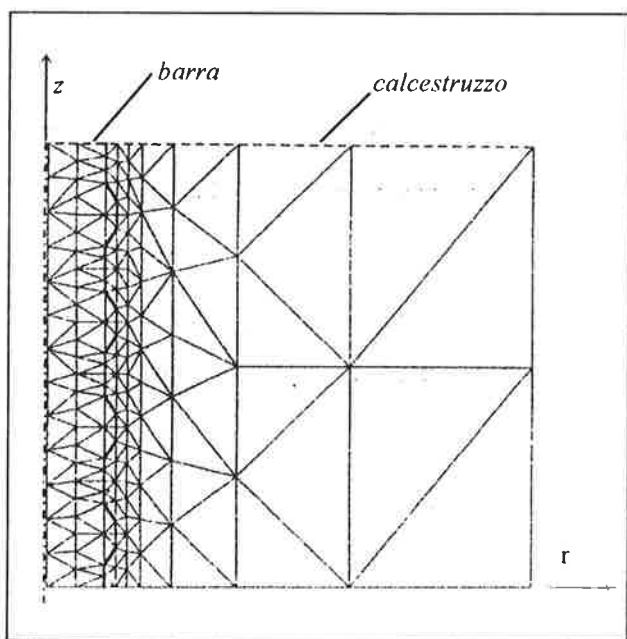


Fig. 4 Schema strutturale adottato

Si è perciò adottato il metodo del gradiente coniugato, in cui la matrice [K] non è assemblata, ed è pertanto possibile aggiungere liberamente nuovi nodi. In questo modo si è avuto un notevole risparmio di memoria a scapito dei tempi di calcolo, essendo il

metodo di tipo iterativo. Il numero delle iterazioni si è mostrato comunque più che accettabile, spesso vicino al numero dei nodi e quindi pari a circa la metà del numero delle incognite[18-21].

Durante la fase di assemblaggio degli elementi triangolari si può assegnare a ciascun elemento il valore del relativo modulo elastico e coefficiente di Poisson.

Il programma è stato compilato con FORTRAN 77 Microsoft Compiler v. 5.1 per il sistema operativo MS-DOS. Lo sviluppo ed il debugging è stato svolto in ambiente OS/2 Warp di IBM. Sono state utilizzate anche alcune istruzioni proprie delle estensioni di Microsoft e, per l'accesso ad altri comandi del DOS, si è ricorso ad una libreria esterna di funzioni.

5. Applicazioni e risultati

Sono state condotte numerose applicazioni variando le dimensioni del cilindro ed i materiali. Al fine di evidenziare l'influenza dei singoli parametri sono stati diagrammati gli sforzi interni lungo l'asse z , sia all'interfaccia che sulla superficie esterna del cilindro e sulla sezione trasversale. Sono stati inoltre individuati i valori di picco dei carichi corrispondenti alle varie fasi. Occorre ricordare che ogni carico è stato di proposito calcolato indipendentemente dagli altri, sotto l'ipotesi di perfetta aderenza tra i due materiali. Il modello è stato applicato su due cilindri, le cui dimensioni sono riportate nella Tabella 1. Si è ipotizzato di far variare la resistenza del calcestruzzo, assumendo di volta in volta $R_{ck} = 25, 40, 50 \text{ N/mm}^2$ e $\nu = 0,15$, e quella degli acciai FeB 38k, 44k, con $E_s = 206 \text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0,3$. In queste applicazioni la distribuzione del modulo elastico del calcestruzzo è costante e pari a $E_c = 5700 (R_{ck})^2$.

Tabella 1

Caratteristiche Geometriche	Cilindro 1 (mm)	Cilindro 2 (mm)
Diametro barra Φ	12	12
Diametro cilindro	125	125
Altezza cilindro	800	240

In tutti i casi si è evidenziato che in corrispondenza dell'interfaccia tutte le componenti di sforzo hanno una distribuzione uniforme nel tratto compreso tra l'asse del cilindro ($z = 0$) ed una distanza pari a circa 10Φ . I picchi di tensione all'interfaccia sono localizzati in prossimità della base del cilindro, mentre la σ_z risulta massima sulla superficie esterna del cilindro per $z = 0$ facendo supporre che, in assenza di fattori di disturbo la fessurazione trasversale avvenga nella mezzeria del cilindro. Nella Fig. 5, a titolo esemplificativo, sono riportati gli sforzi σ_z e σ_r sulla superficie esterna del

cilindro, lungo l'asse longitudinale, relativi al carico di splitting incipiente per il cilindro da mm 800, calcestruzzo $R_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$, FeB 38k. Per il cilindro più corto i diagrammi sono qualitativamente simili, ma varia l'intensità del carico di splittig incipiente e di splitting (Fig. 6).

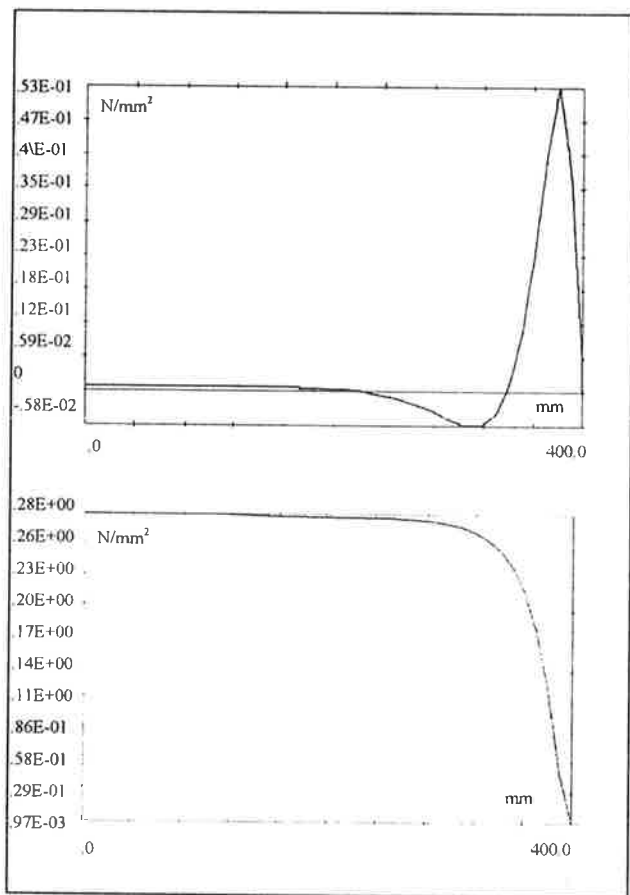


Fig. 5 Distribuzione longitudinale degli sforzi σ_z , σ_r

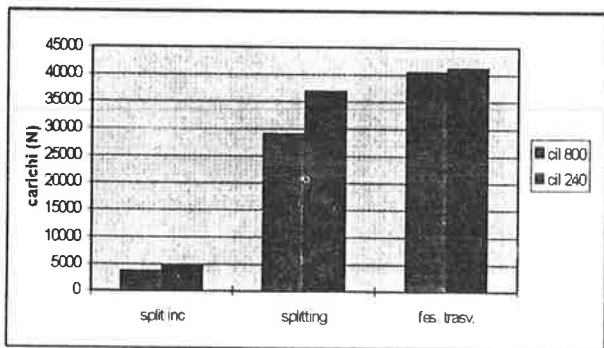


Fig. 6 Carichi di splitting incipiente, splitting, fessurazione trasversale per due cilindri di diversa altezza, a parità di materiali.

Nella Fig. 6 si osserva che nel caso di splitting

incipiente e di splitting, i carichi mostrano un incremento del 27% passando dal cilindro lungo a quello più corto. Ciò è dovuto ai valori superiori raggiunti dalla σ_θ all'interfaccia.

Si è osservato inoltre che la resistenza dell'acciaio ha scarsa importanza sul fenomeno mentre quella del calcestruzzo è più rilevante, in quanto legata al valore di f_{ct} .

La sperimentazione mostra che la posizione di una fessura trasversale è legata a fenomeni aleatori, come la disomogeneità del calcestruzzo. Per simulare questo comportamento si è scelto, in prima analisi, di introdurre una banda trasversale indebolita simmetrica rispetto alla sezione $z = 0$ (mezzeria del cilindro), larga il 10% della lunghezza del cilindro, con modulo elastico ridotto del 50% rispetto al valore medio ottenuto con la normativa.

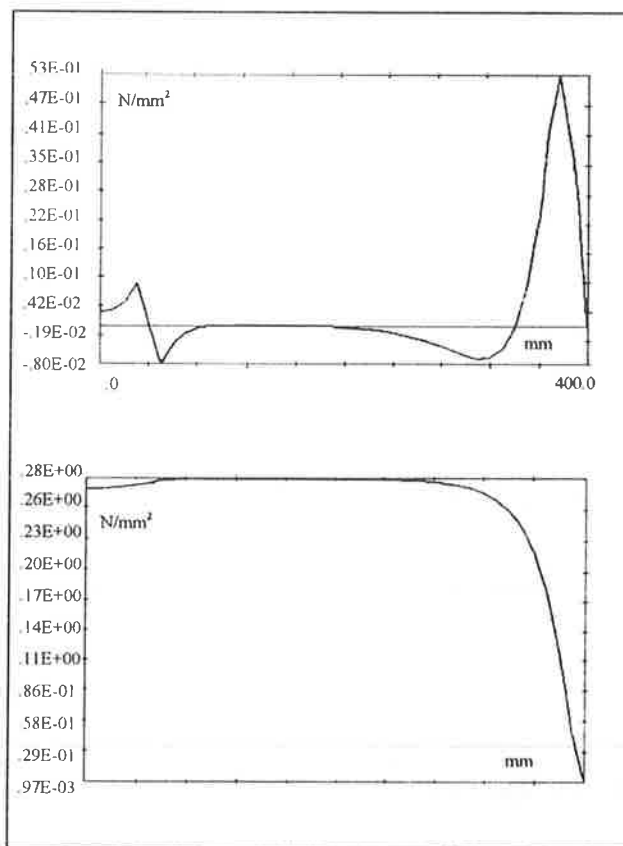


Fig. 7 Andamento delle σ_r e σ_z in senso longitudinale ipotizzando una zona di calcestruzzo indebolita

I risultati, ottenuti per il carico di splitting incipiente, sono riportati nelle tabelle 2 e 3, dalle quali si può osservare come, l'introduzione di questo accorgimento, non modifica sostanzialmente il valore del carico di splitting incipiente, nè quello dello sforzo σ_z all'interfaccia, ma sposta l'ascissa z in cui questi valori assumono il valore di picco.

Tabella 2

Cilindro 800 mm	Acciaio	Calcestruzzo	Carico (N)	$\sigma_{z \text{ sup lat}}$ (N/mm ²)	z (mm)
Ec unif.	FeB 38k	Rck 40	3645	0,28	0
Ec banda	FeB 38k	Rck 40	3645	0,28	160

Tabella 3

Cilindro 240 mm	Acciaio	Calcestruzzo	Carico (N)	$\sigma_{z \text{ sup lat}}$ (N/mm ²)	z (mm)
Ec unif.	FeB 38k	Rck 25	3890	0,29	0
Ec banda	FeB 38k	Rck 25	3889	0,29	20
Ec unif.	FeB 44k	Rck 50	5031	0,39	0
Ec banda	FeB 44k	Rck 50	5031	0,39	20

Più evidente è l'influenza della banda sulle distribuzioni longitudinali delle tensioni, dove la discontinuità del modulo elastico è evidenziata da un gradino. A titolo d'esempio si riportano nella Fig. 7 l'andamento delle σ_r e σ_z sulla superficie laterale del cilindro per il carico di splitting incipiente, per il cilindro da mm 800, FeB 38k, $R_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$.

Per simulare la disomogeneità del calcestruzzo, essendo possibile assegnare a ciascun elemento finito diverse caratteristiche meccaniche del materiale, si è pensato di introdurre una variazione casuale del modulo elastico con uno scarto massimo, in accordo col CEB, del $\pm 30 \%$ attorno al valore ottenuto dalla normativa. Si riportano nelle Tabelle 4 e 5 i valori del carico per splitting incipiente ottenuti per i due cilindri.

Tabella 4

Cilindro 800 mm	Acciaio	Calcestruzzo	Carico (N)	$\sigma_{z \text{ sup lat}}$ (N/mm ²)	z (mm)
Ec unif.	FeB 38k	Rck 40	3645	0,28	0
Ec variab.	FeB 38k	Rck 40	4439	0,36	170

Tabella 5

Cilindro 240 mm	Acciaio	Calcestruzzo	Carico (N)	$\sigma_{z \text{ sup lat}}$ (N/mm ²)	z (mm)
Ec unif.	FeB 38k	Rck 40	4633	0,36	0
Ec variab.	FeB 38k	Rck 40	4136	0,32	0
Ec variab..	FeB 38k	Rck 40	6706	0,56	0
Ec variab..	FeB 38k	Rck 40	5287	0,42	40
Ec variab..	FeB 38k	Rck 40	6357	0,50	10
Ec variab..	FeB 38k	Rck 40	3302	0,26	20

Come si può osservare (Fig 8, 9, 10), la disomogeneità del calcestruzzo influenza in modo determinante il carico di splitting incipiente e di penetrazione delle fessure nel ricoprimento, che sono legati al valore assunto dalla tensione circonferenziale nel calcestruzzo all'interfaccia. Le differenze percentuali, calcolate rispetto al valore ottenuto con il modulo elastico costante, raggiungono anche + 45 % ed in media il $\pm 26 \%$. Meno sensibile è invece l'influenza sul valore dei carichi per fessurazione trasversale, dove le differenze percentuali sono del + 4 %.

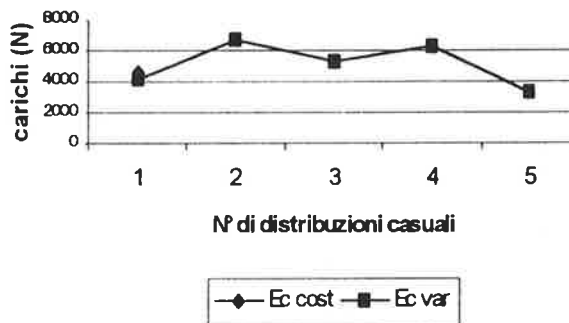


Fig. 8 Carichi di splitting incipiente nell'ipotesi di modulo elastico variabile con legge casuale.

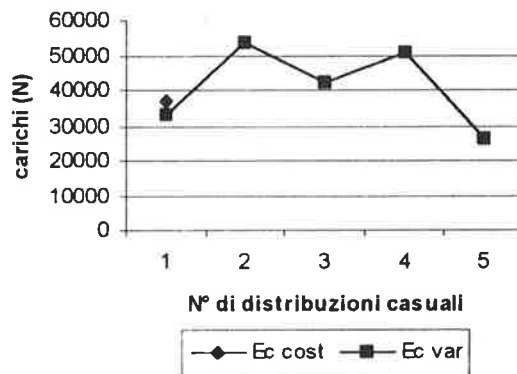


Fig. 9 Carichi di splitting nell'ipotesi di modulo elastico variabile con legge casuale

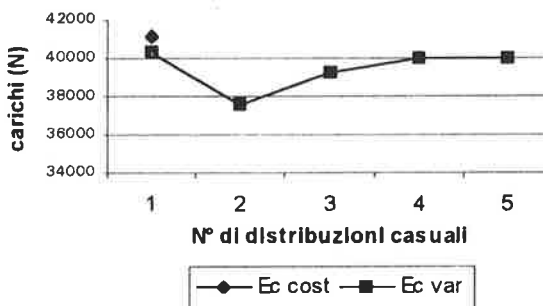


Fig. 10 Carichi di fessurazione trasversale nell'ipotesi di modulo elastico variabile con legge casuale

Nelle Fig. 8, 9 e 10 sono diagrammati i valori dei carichi di splitting incipiente, splitting (inteso come penetrazione della fessura nel ricoprimento) e fessurazione trasversale, per il cilindro da mm 240 ottenuti con il modulo elastico costante e con 5 distribuzioni casuali.

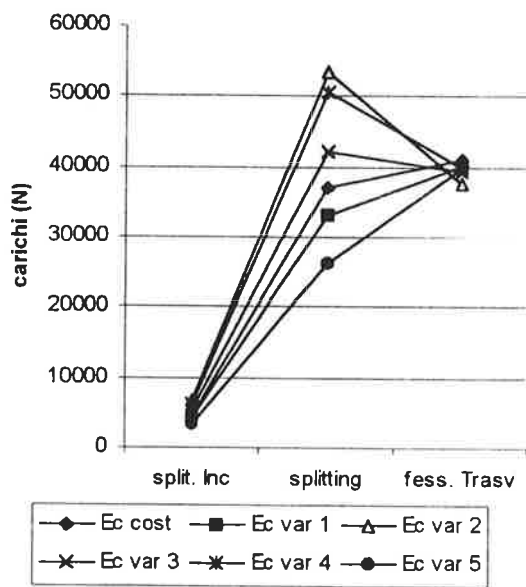


Fig. 11 Carichi di spitting incipiente, splitting e fessurazione trasversale per ciascuna distribuzione casuale.

La Fig. 11 mostra poi come la distribuzione casuale dei moduli elastici faccia oscillare i valori del carico di splitting e di fessurazione trasversale, a parità di caratteristiche geometriche. Infatti in tre casi su sei il carico di fessurazione trasversale è inferiore a quello di penetrazione della fessura di splitting. Ciò significa che talvolta la tensione longitudinale prevale su quella circonferenziale.

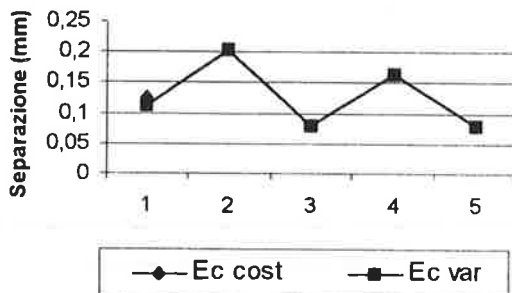


Fig. 12 Separazione tra acciaio e calcestruzzo nell'ipotesi di variazione casuale del modulo elastico.

Per evidenziare l'influenza della distribuzione casuale sul valore delle τ nella Fig. 12 è rappresentata la lunghezza del tratto della separazione tra i due materiali, individuata da $\tau = \tau_{max}$.

Anche in questo caso l'influenza della disomogeneità del calcestruzzo gioca un ruolo determinante. Il tratto di separazione presenta

variazioni percentuali sino al + 64%, mantenendosi su un media del $\pm 35\%$

6. CONCLUSIONI

Un modello matematico agli elementi finiti è stato predisposto per evidenziare il comportamento di una barra tesa immersa in un cilindro di calcestruzzo. Per evidenziare i parametri che influenzano il fenomeno, sono stati variati: la lunghezza del cilindro, la resistenza del calcestruzzo e dell'acciaio, il modulo elastico del calcestruzzo simulando sia una banda indebolita attorno alla mezzeria del cilindro che una distribuzione di tipo random. Il modello si è mostrato assai sensibile alla distribuzione di tipo casuale di E_c , che sembra avvicinare nella maniera più corretta il modello al comportamento reale. Si è infatti evidenziato come la posizione in cui si manifesta una fessura trasversale sia legata ad una legge casuale, difficilmente prevedibile a priori. Inoltre, poiché i valori del carico di splitting incipiente, di penetrazione delle fessura nel ricoprimento, di fessurazione trasversale e lunghezza di distacco, sono stati volutamente calcolati indipendentemente, si è potuto osservare come in alcuni casi, il carico che genera la fessura trasversale sia superiore a quello che consente la penetrazione della fessura di splitting nel ricoprimento e viceversa.

Ciò indica che la relazione tra le diverse componenti tensionali ed il carico esterno è fortemente condizionata da fattori di disturbo che non possono essere facilmente rappresentati attraverso formule matematiche rigorose.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] TASSIOS, T.P., 1979, Properties of Bond Between Concrete and Steel Under Load Cycles Idealizing Seismic Action Proceedings of AICAP-CEB Symposium, Rome, CEB Bulletin N°131, Paris, 67-122
- [2] ORAGUN, C.O., JIRSA, J.O., BREEN, J.E., 1977, Re-evaluation of Test Data on Development Length and Splices, ACI J. Proc. 74 (3), 114-122.
- [3] LOSBERG, A., OLSSON, P.A., 1979, Bond Failure of Deformed Reinforcing Bars Based on the Longitudinal Splitting Effect, ACI J. Proc. 76 (1), 5-18.
- [4] GAMBAROVA, P.G., CHIAMULERA, G.B., 1983, Test Result Concerning the Effect on Steel-to-Concrete bond, after Concrete Splitting along the Reinforcing Bars, Studi e Ricerche Vol 5, edited by S. Dei Poli (Politecnico di Milano, Milan), 47-89.
- [6] MORITA, S., Kaku, T., 1979, Splitting bond failures of large deformed reinforcing bars, ACI

- J., Proc. 76 (1), 93-110.
- [7] MORITA, S., FUJII, S., 1982, Bond Capacity of Deformed Bars due to Splitting of Surrounding Concrete, edited by P. Bartos (Applied Science, London), 331-341.
- [8] GAMBAROVA P. G., ROSATI G., ZAZZO B., 1989, Steel-to-Concrete Bond after Concrete Splitting: Constitutive Laws and Interface Deterioration, *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 22, 347-356.
- [9] LUTZ L. , GERGELEY P. The Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete A.C.I. Journal, Proceeding Vol. 64, N° 11, pp. 711-721 November 1967
- [10] LUTZ L.A. Analisis of Stress in Concrete Near a Reinforcing Bar due to Bond and Transverse Cracking, A.C.I. Journal, Proceeding Vol. 67, N° 10, pp. 778-787 October 1970
- [11] GAMBAROVA, P.G., ROSATI. G.P., ZAZZO, B., Steel-to-Concrete bond after Concrete Splitting: Test Result, *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 1989, 22, 35-47.
- [12] TIMOSHENKO, S., 1956, *Strength of Materials, Part II: Advanced Theory and problems*, Princeton, N.J., D. van Nostrand Company Inc., 205-210.
- [13] TEPFERS R., 1979, Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Bar, *Magazine of Concrete Research*, Vol. 31 N°106, 3-12.
- [14] ELIGEHAUSEN R., BALAZS G. L., 1993, Bond and Detailing, CEB Bulletin d'Information N° 217 Selected Justification Notes, 173-226.
- [15] CARPINTERI, A., 1992, *I Fondamenti Fisico-Matematici della Meccanica della Frattura, Meccanica dei materiali e della frattura* Pitagora Editrice Bologna, 39-94.
- [16] VALENTE , S., 1992, L'applicazione del metodo degli elementi finiti ai problemi di meccanica della frattura *Meccanica dei materiali e della frattura* Pitagora Editrice Bologna, 143-202.
- [17] REINHARDT, H.W., VAN der VEEN C., 1991, Splitting failure of a strain-softening material due to bond stresses, in *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Torino, Italy, Ed A. Carpinteri, Elsevier Applied Sciences, 333-346.
- [18] CAPURSO M., 1980, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, cap. 5, par. 3, Ed. Cremonese Firenze, pagg. 213 e seg..
- [19] TONIOLO, G., 1984, *Analisi strutturale con l'elaboratore elettronico*, Masson Italia Editori, Milano.
- [20] ZIENKIEWICZ, O.C., 1986, *The finite Element Method*, Mc Graw-Hill, London.
- [21] ZIENKIEWICZ, O.C., PHILLIPS, D.V., 1971, An Automatic Mesh Generatio Scheme for plane and curved element domains. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 3. 519-528.

LIVELLI DI PROGETTO ALLO STATO LIMITE DI DANNO E ALLO STATO LIMITE ULTIMO DI STRUTTURE IN C.A. ISOLATE ALLA BASE

Massimiliano FERRAIOLI

Dottorando di ricerca
Dipartimento di Ingegneria Civile
Università di Salerno

Pasquale MALANGONE

Straordinario di Tecnica delle Costruzioni
Dipartimento di Ingegneria Civile
Seconda Università di Napoli

SOMMARIO

È stato effettuato uno studio dei livelli di progetto allo stato limite di danno (*SLD*) e allo stato limite ultimo (*SLU*) di strutture in c.a. isolate alla base. In accordo con le *Linee Guida 1996*, le sollecitazioni di progetto sono state determinate con un'analisi dinamica non lineare e sono state poi scalate allo *SLU* attraverso un fattore di riduzione convenzionale. Con riferimento a strutture isolate con due differenti sistemi, sono state quindi valutate le percentuali di armatura richieste dalle verifiche allo *SLD* e *SLU*. I valori ottenuti, confrontati con quelli relativi alla corrispondente struttura a base fissa, hanno fornito una misura significativa del livello di progetto delle strutture in c.a. isolate alla base.

SUMMARY

A study of the design steel areas, at the damage limit state (*SLD*) and at the ultimate limit state (*SLU*), for the reinforced concrete members of base isolated multistorey structures was carried out. At first, according to the *Linee Guida 1996*, the design actions were evaluated with a non linear dynamic analysis and reduced at the *SLU* by a conventional *q*-factor. Then, for the two different isolation systems considered, the design percentages of the reinforcing steel, at the *SLD* and *SLU*, for the elements above the isolation interface were compared with the values obtained with the response spectrum analysis of the fixed-base structure.

1. INTRODUZIONE

La moderna strategia di progettazione delle strutture in zona sismica prevede, com'è noto, che esse vengano dimensionate per rimanere in campo elastico in corrispondenza di terremoti medio-deboli, e per

subire invece danni di entità controllata in corrispondenza di terremoti severi. Tale approccio risulta essenzialmente confermato anche nel caso di strutture isolate alla base, per le quali alcune normative indicano esplicitamente due differenti livelli di intensità dell'azione sismica [13],[16]. Ad esempio, le

UBC'94 introducono un *Maximum Credible Earthquake (MCE)* da utilizzare per la progettazione del sistema di isolamento, e un *Design Basis Earthquake (DBE)* con cui progettare la struttura in elevazione.

Alle strutture isolate viene però richiesto di rimanere in campo elastico, ovvero di subire ridotti livelli di danneggiamento, anche sotto sismi particolarmente intensi. Il principio ispiratore dei codici più recenti è infatti quello di ridurre sensibilmente, per tali strutture, le richieste di duttilità ed il grado di danneggiamento rispetto a quelle a base fissa.

A tali criteri generali si riferiscono anche le "*Linee Guida per la progettazione, l'esecuzione e il collaudo di strutture isolate dal sisma*", approvate nell'ottobre 1996 dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici [2]. Esse prevedono due livelli di intensità dell'azione sismica e due gruppi di verifiche corrispondenti.

Per il livello inferiore è prevista la verifica allo *Stato Limite di Danno (SLD)*, per garantire un opportuno livello di protezione nei confronti della perdita di funzionalità dell'edificio. Per il livello superiore è invece richiesta una verifica allo *Stato Limite Ultimo (SLU)*, in modo da ottenere un sufficiente grado di protezione sia nei confronti della capacità ultima degli isolatori che della capacità portante della struttura. In entrambi i casi, per la modellazione degli isolatori è richiesta la caratterizzazione dell'effettivo legame non lineare, sulla base di prove effettuate in condizioni sufficientemente realistiche.

Più in particolare, la verifica allo *SLD* richiede un'analisi non lineare dell'intera struttura, per una serie di accelerogrammi coerenti con gli spettri elastici *EC8* riferiti ad un periodo di ritorno non inferiore a 150 anni [5]. I corrispondenti livelli di progetto vengono definiti combinando l'intera azione sismica con le altre azioni presenti, ed utilizzando il metodo delle tensioni ammissibili.

La verifica allo *SLU* richiede parimenti un'analisi non lineare per una serie di accelerogrammi coerenti con gli spettri elastici *EC8*, riferiti in questo caso ad un periodo di ritorno di 500 anni. I corrispondenti livelli di progetto vengono valutati scalando gli effetti dell'azione sismica attraverso un coefficiente q di struttura, che tiene conto della possibilità di limitate plasticizzazioni della parte in elevazione e dipende dal grado S di sismicità del sito. La verifica allo *SLU* dell'intera struttura deve essere effettuata con resistenze calcolate allo *stato limite ultimo*, adottando valori unitari per i coefficienti di sicurezza locale dei materiali.

È necessario d'altra parte osservare, con riferimento alle strutture a base fissa in zona sismica, che i loro livelli di progetto conseguono da un'analisi modale con

spettro assegnato e una verifica alle tensioni ammissibili delle sezioni resistenti (ovvero da un'analisi con spettro amplificato ed una verifica allo stato limite ultimo)[4].

Scopo del presente lavoro, che estende ed approfondisce uno studio precedente [9], è allora la valutazione comparativa dei livelli di progetto di strutture isolate e di corrispondenti strutture a base fissa, al variare sia delle caratteristiche meccaniche e dissipative degli isolatori che del periodo fondamentale della sola sovrastruttura.

2. LIVELLI DI PROGETTO

Per quanto si è detto, la valutazione dei livelli di progetto allo *SLD* e allo *SLU* richiede l'analisi di un modello strutturale che tenga conto dell'effettivo comportamento non lineare del sistema di isolamento. Si riportano qui di seguito alcune considerazioni - relative alle azioni, al modello, alle analisi e alle verifiche richieste - che riguardano tale valutazione.

2.1 Azioni di progetto

L'intensità dell'azione sismica viene definita a partire dal valore a_g dell'accelerazione massima al suolo, ottenuta - in mancanza di dati sulla pericolosità sismica - assumendo che i valori dell'accelerazione adimensionalizzata a_g / g risultino non inferiori al coefficiente C di intensità sismica per la verifica allo *SLD*; ovvero ai valori 0.15, 0.25, 0.35 (rispettivamente per $S=6$, $S=9$, $S=12$) per la verifica allo *SLU*.

Per entrambi i livelli dell'azione, il contenuto in frequenza dell'input sismico viene riferito allo spettro di risposta elastico *EC8* relativo al sito. Per le analisi al passo è previsto l'impiego di accelerogrammi coerenti con lo spettro di riferimento, ed aventi durata delle parti iniziale, stazionaria e finale corrispondenti al periodo di ritorno prescelto.

2.2 Modellazione e analisi strutturale

Gli effetti dell'azione sismica devono essere valutati, per entrambi i livelli di verifica, modellando la sovrastruttura con elementi a comportamento elastico lineare. Per gli isolatori è consentita l'adozione di modelli viscoelastici lineari solo per dispositivi ad elevata deformabilità e ridotta capacità dissipativa. In tal caso, devono essere soddisfatte le seguenti condizioni riguardanti lo smorzamento viscoso equivalente $\xi(d_2)$ e la distanza d tra le rette contenenti il ciclo sperimentale d'isteresi:

$$\xi(d_2) = \frac{W_d(d_2)}{4 \cdot \pi \cdot W_e(d_2)} < 0.10 \quad (1)$$

$$d \leq 0.40 \cdot F(d_2) \quad (2)$$

essendo $W_d(d_2)$, $W_e(d_2)$, $F(d_2)$ rispettivamente l'energia dissipata in un ciclo, la massima energia dissipabile elasticamente, e il valore massimo della forza reattiva, valutate in corrispondenza dello spostamento d_2 di progetto relativo allo *SLU*.

Nel caso di isolatori ad elevato smorzamento, è invece richiesta la caratterizzazione del comportamento dinamico dei dispositivi attraverso opportuni modelli non lineari, basati su prove effettuate in condizioni realistiche in termini di accelerazione, velocità e spostamento. A tale scopo è prescritta l'esecuzione di una prova elastica preliminare con deformazioni alternate di ampiezza $0.9 \cdot d_1$ (essendo d_1 lo spostamento di progetto relativo allo *SLD*); di una prova elasto-plastica quasi statica di ampiezza d_2 ; ed infine di una prova elasto-plastica dinamica di ampiezza d_2 e velocità media pari al valore massimo derivante dalla verifica allo *SLD*. Com'è noto, tale aspetto della modellazione riveste particolare importanza per un'accurata e realistica valutazione della risposta complessiva. Ad esso sono stati dedicati numerosi studi ed approfondimenti recenti, come dimostra l'ampia rassegna bibliografica reperibile in ambito nazionale ed internazionale.

In questo lavoro, a partire dal ben noto legame teorico di Wen [17], è stata adottata una modellazione particolarmente accurata per gli isolatori elastomerici. Essa tiene conto delle variazioni delle caratteristiche meccaniche del dispositivo al variare del suo livello deformativo, e definisce i parametri del modello sulla base dei risultati sperimentali ottenuti in regime dinamico. Tali aspetti della modellazione degli isolatori, che rivestono particolare importanza nella valutazione della risposta, sono specificamente illustrati più oltre.

2.3 Verifiche allo *SLD* e allo *SLU*

Per ciascun livello di verifica gli effetti dell'azione sismica devono essere valutati come media dei risultati relativi ai singoli accelerogrammi della serie corrispondente. Per la verifica del sistema di isolamento occorre tener conto, invece, anche dello scarto quadratico medio dei relativi risultati.

Una volta effettuata la combinazione delle azioni previste, vengono indicate verifiche specifiche allo *SLD* ed allo *SLU* al fine di conseguire implicitamente un adeguato livello di protezione. Con riferimento al solo

livello superiore dell'azione sismica, gli effetti sulla sovrastruttura derivanti dall'analisi possono essere scalati attraverso un coefficiente di riduzione che dipende dal grado di sismicità locale e vale:

$$q = 1.1 \quad \text{per} \quad S = 12 \quad (3)$$

$$q = 1.5 \quad \text{per} \quad S < 12 \quad (4)$$

È utile osservare, al riguardo, che i fattori di riduzione proposti in altre normative dipendono dalla tipologia strutturale piuttosto che dal grado di sismicità della zona [13], [16].

Con riferimento alla sovrastruttura il controllo dello stato limite di danno consiste nel verificare, con il metodo delle tensioni ammissibili, l'assetto statico delle singole sezioni resistenti. Il controllo dello stato limite ultimo si traduce invece in una verifica delle sezioni resistenti con il metodo degli stati limite, adottando valori unitari per i coefficienti di sicurezza locale dei materiali.

Con riferimento ai dispositivi di isolamento è invece richiesta la sola verifica allo *SLU*, che prevede peraltro numerosi controlli specifici, tra i quali assumono particolare rilevanza il controllo della massima deformazione, le condizioni di stabilità del dispositivo e l'assenza di sforzi di trazione. Sulla base delle verifiche effettuate allo *SLD* ed allo *SLU* si può infine procedere alla valutazione delle aree di armatura corrispondenti agli assetti statici delle sezioni, rispettivamente nelle condizioni di servizio ed ultime.

Ai fini del presente lavoro si è assunto che una misura del livello di progetto possa essere fornita dal valore della percentuale volumetrica di armatura complessiva, in corrispondenza dei due livelli di intensità dell'azione

3. MODELLAZIONE DEGLI ISOLATORI

Come premesso, in questo lavoro la modellazione dei dispositivi di isolamento è stata effettuata con un modello teorico "tipo Wen", i cui parametri variano col livello deformativo corrispondente all'azione di progetto. Tale scelta è motivata dalle sensibili variazioni che si riscontrano nelle caratteristiche dei dispositivi elastomerici al variare dell'entità delle deformazioni imposte. Per ciascun valore D dello spostamento di progetto ($D = d_1$ per la verifica allo *SLD*; $D = d_2$ per la verifica allo *SLU*) la caratterizzazione dei parametri del modello è stata effettuata in base alle curve sperimentali forza-spostamento, ottenute per deformazioni alternate di ampiezza massima pari a $\pm D$.

3.1 Il modello teorico di Wen

Il modello di Wen, in funzione dello spostamento laterale $x(t)$ e della velocità $\dot{x}(t)$, definisce la seguente espressione della forza reattiva $F(x, \dot{x})$ del dispositivo d'isolamento:

$$F(x, \dot{x}) = \alpha \cdot \frac{F_y}{D_y} \cdot x(t) + (1 - \alpha) \cdot F_y \cdot Z(t) \quad (5)$$

essendo $Z(t)$ la variabile adimensionale soluzione della seguente equazione differenziale:

$$\dot{Z}(t) \cdot D_y = -\gamma \cdot |\dot{x}(t)| \cdot Z(t) \cdot |Z(t)|^{\eta-1} - \beta \cdot \dot{x}(t) \cdot |Z(t)|^\eta + \theta \cdot \dot{x}(t) \quad (6)$$

Con riferimento ai parametri che figurano nelle eqq.(5),(6) è utile precisare che:

- F_y e D_y rappresentano le coordinate del punto di intersezione della curva sperimentale forza-spostamento con la retta tangente nell'origine (fig.1);
- $\alpha \cdot F_y / D_y$ esprime il valore della rigidità post-elastica del dispositivo;
- η è un parametro che regola il raccordo tra ramo elastico e ramo plastico;
- θ e $\gamma / \beta = \psi$ regolano le pendenze delle curve di scarico e ricarico;
- $[\theta / (\gamma + \beta)]^{1/\eta}$ condiziona il valore limite della forza.

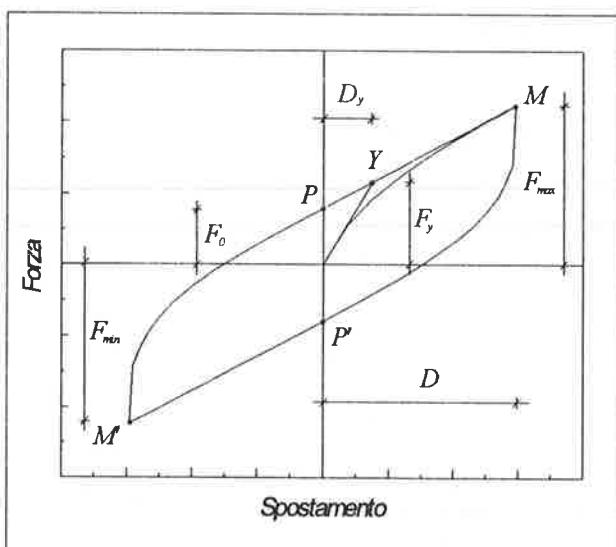


Figura 1
Legame sperimentale forza-spostamento

3.2 Un modello "tipo Wen" a parametri variabili

A partire dal legame espresso dalle eqq.5,6, è stato definito un modello a parametri variabili (WPV) che esprime la legge forza-spostamento in funzione dell'entità dello spostamento D di progetto.

Per ciascun livello deformativo, i parametri variabili del modello sono stati valutati in modo da riprodurre con sufficiente approssimazione il corrispondente legame sperimentale.

In particolare, si è imposto che il legame teorico presenti la stessa rigidità post-elastica $K_{pe} = \alpha \cdot F_y / D_y$, la stessa energia W_d dissipata in un ciclo, e la stessa rigidità efficace $K_{sp} = F_{max} / D$ valutate sperimentalmente, e che sia minimo lo scarto quadratico medio tra i punti del modello teorico e quelli dell'effettivo legame sperimentale.

Procedendo nel modo descritto, per ciascun valore dello spostamento D di progetto sono stati determinati i valori dei parametri $\alpha, \eta, \theta, \gamma, \beta$ del legame teorico che meglio approssima la curva sperimentale corrispondente.

A titolo d'esempio, in fig.2 vengono riportati il legame teorico e quello sperimentale relativi ad un isolatore in gomma laminata ad elevato smorzamento (*High Damping Laminated Rubber Bearing - HDLRB*) sottoposto a deformazioni alternate D/H di ampiezza massima $\pm 100\%$. Come si vede, il legame teorico riproduce in maniera sufficientemente accurata la relativa curva sperimentale. Per quanto si è detto, i parametri del modello variano al variare di detta curva.

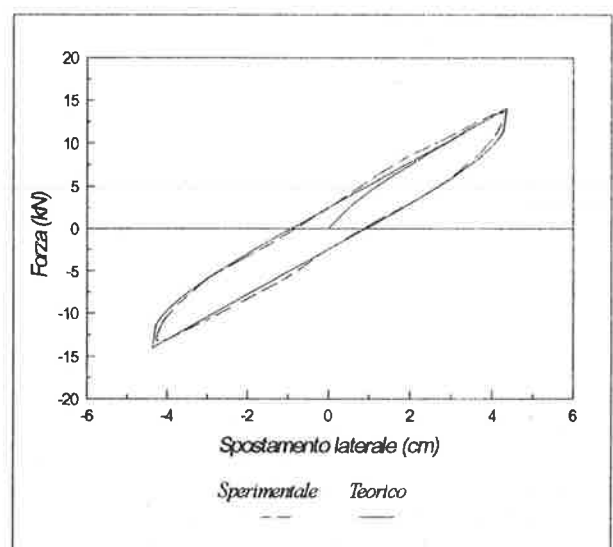


Figura 2
Ciclo sperimentale e legame teorico ($D/H = \pm 100\%$)

4. ANALISI NON LINEARE

L'analisi non lineare dell'intera struttura è stata condotta con un programma che utilizza una tecnica risolutiva messa a punto in precedenza [10]. Tale programma caratterizza l'isolatore attraverso il modello *WPV* a parametri variabili prima descritto, e consente inoltre di variare direttamente il grado di isolamento in funzione del periodo T_{BF} della struttura a base fissa. La procedura linearizza formalmente (con il metodo delle pseudo-forze) le equazioni non lineari del moto, in cui le forze reattive dell'intera struttura sono espresse in funzione delle caratteristiche della sovrastruttura a base fissa e del livello deformativo raggiunto dall'isolatore. Dette forze possono essere espresse nella seguente forma compatta:

$$\{F_R(t)\} = [K(T_{BF}, D)] \cdot \{x(t)\} + \{[1 - \alpha(D)] \cdot F_y(D) \cdot Z(t); 0; 0\}^T \quad (7)$$

in cui $\{x(t)\}$ è il vettore degli spostamenti effettivi e $[K(T_{BF}, D)]$ è la matrice di rigidezza della struttura isolata, caratterizzata a partire dal periodo T_{BF} della sovrastruttura e dalla rigidezza post-elastica $K_{pe}(D)$ dei dispositivi. Tale rigidezza in particolare risulta espressa da:

$$K_{pe}(D) = \frac{\alpha(D) \cdot F_y(D)}{D_y(D)} \quad (8)$$

La risposta strutturale complessiva viene valutata attraverso il disaccoppiamento delle equazioni del moto in campo complesso, e la sovrapposizione al passo delle singole risposte modali.

I parametri del modello adottato per gli isolatori sono infine determinati imponendo, per via iterativa, la coincidenza (con tolleranza pari a $\pm 10\%$) tra lo spostamento D di progetto ed il suo valore di picco derivante dall'analisi.

5. APPLICAZIONI

Obiettivo dello studio è stato il confronto tra i livelli di progetto di strutture isolate e di corrispondenti strutture a base fissa, progettate seguendo rispettivamente le *Linee Guida 1996* e la normativa vigente [4]. Tale confronto è stato effettuato variando le caratteristiche dinamiche sia della sovrastruttura che del sistema d'isolamento, in modo da cogliere eventuali fenomeni di risonanza legati al periodo T_{BF} della sovrastruttura a base fissa e al contenuto in frequenza dell'input sismico filtrato dagli isolatori.

Per quanto riguarda l'azione sismica, sono stati utilizzati 4 differenti accelerogrammi artificiali per il livello inferiore dell'azione (verifica allo *SLD*) e altrettanti accelerogrammi per il livello superiore (verifica allo *SLU*). Tali accelerogrammi risultano coerenti con gli spettri corrispondenti (terreno tipo *A* e smorzamento del 5%), e presentano per l'accelerazione di picco a_g e per la durata delle parti stazionaria (Δ), iniziale (Δt_{in}) e finale (Δt_{fin}) i valori riportati nelle tabb.1,2.

Accelerogramma	Durata (sec)	a_g/g	Δ (sec)	Δt_{in} (sec)	Δt_{fin} (sec)
1	15	0.10	10	3.0	2.0
2	15	0.10	10	3.0	2.0
3	20	0.10	13	4.0	3.0
4	20	0.10	13	4.0	3.0

Tabella 1

Parametri caratteristici degli accelerogrammi utilizzati (*SLD*)

Accelerogramma	Durata (sec)	a_g/g	Δ (sec)	Δt_{in} (sec)	Δt_{fin} (sec)
1	35	0.35	23	6.5	5.5
2	35	0.35	23	6.5	5.5
3	40	0.35	29.5	6.0	4.5
4	40	0.35	29.5	6.0	4.5

Tabella 2

Parametri caratteristici degli accelerogrammi utilizzati (*SLU*)

Per ogni livello dell'azione, gli effetti sono stati valutati come media dei risultati relativi ai 4 accelerogrammi, e sono stati quindi scalati adottando per il coefficiente q i valori indicati nelle eqq.(3),(4). Gli effetti sul sistema d'isolamento sono stati invece valutati sommando, al valore medio dei risultati, lo scarto quadratico medio corrispondente.

5.1 Caratterizzazione degli isolatori

La valutazione dei livelli di progetto allo *SLD* e allo *SLU* è stata effettuata con riferimento a strutture isolate mediante dispositivi elastomerici (con o senza nucleo dissipativo in piombo). In particolare, è stato considerato un isolatore in gomma laminata ad elevato smorzamento (*HDLRB*) prodotto dalla Bridgestone Corporation e testato presso l'Earthquake Engineering Research Center dell'Università della California a Berkeley [12], e un dispositivo in gomma laminata con nucleo in piombo (*Lead Rubber - LR*) utilizzato per l'isolamento della sede della Wellington Newspapers in Nuova Zelanda [14].

Per tali dispositivi sono disponibili i risultati delle prove sperimentali condotte per diversi valori della deformazione laterale massima (figg.3-4; tabb.3-4).

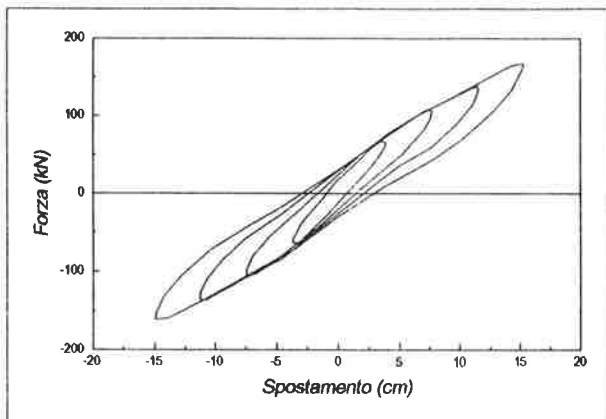


Figura 3 - Dispositivo HDLRB
Curve sperimentali forza-spostamento

D (cm)	K_{sp} (kN/cm)	W_d (kN·cm)	ξ (%)
3.276	14.832	114.735	11.47
6.552	12.163	353.792	10.78
9.828	10.320	639.190	10.20
13.01	9.3153	1064.70	10.74

Tabella 3 - Dispositivo HDLRB
Valori dei parametri meccanici

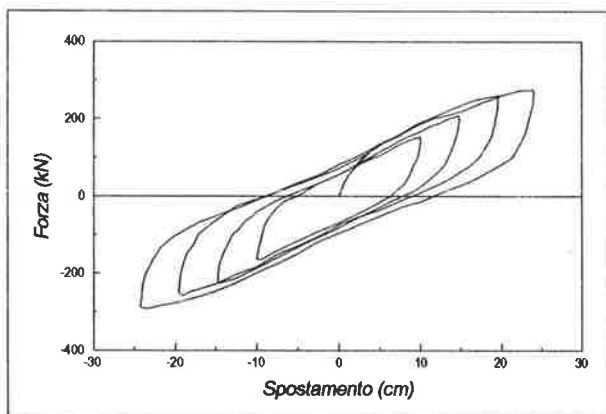


Figura 4 - Dispositivo LR
Curve sperimentali forza-spostamento

D (cm)	K_{sp} (kN/cm)	W_d (kN·cm)	ξ (%)
10.0	15.804	1787.38	18.0
14.8	14.672	3372.16	16.7
19.7	13.142	4967.13	15.5
24.3	11.749	6843.73	15.7

Tabella 4 - Dispositivo LR
Valori dei parametri meccanici

Come è evidente, le caratteristiche meccaniche variano col livello deformativo massimo raggiunto. In

particolare è possibile rilevare che, al crescere della deformazione laterale, l'energia W_d dissipata in un ciclo cresce con legge esponenziale, mentre la rigidità efficace K_{sp} decresce con legge iperbolica.

Entrambi i dispositivi considerati sono dotati di un'elevata capacità dissipativa: lo smorzamento viscoso equivalente definito dall'eq.(1) assume infatti valori $\xi(d_2) > 10\%$. Non è pertanto consentita l'adozione di modelli semplificati di tipo viscoelastico lineare, ed è invece richiesto l'impiego di opportuni modelli non lineari.

La caratterizzazione di tali sistemi è stata allora effettuata utilizzando il modello a parametri variabili descritto in precedenza. In particolare, sono stati determinati, per ciascun livello deformativo, i valori dei parametri che meglio approssimano l'effettivo legame forza-spostamento.

Il confronto tra curve sperimentali e legami teorici - per i diversi valori della deformazione laterale - è riportato nelle figg.5,6, rispettivamente per i sistemi HDLRB e LR. Alle tabb.5,6 sono invece consegnati i valori dei parametri del modello adottato e dello scarto - adimensionalizzato rispetto all'area W_d del ciclo d'isteresi - tra i punti della curva teorica e i punti sperimentali. Com'è immediato verificare, per entrambi i dispositivi i parametri η , θ e $\psi = \gamma/\beta$ non variano al variare del livello deformativo, mentre F_y , D_y ed α dipendono invece dall'entità delle deformazioni laterali.

D/H (%)	25	50	75	100
D_y	0.080	0.111	0.138	0.145
F_y	1.823	2.343	2.815	2.867
α	0.1996	0.1752	0.1537	0.1344
η	0.15	0.15	0.15	0.15
θ	1.25	1.25	1.25	1.25
ψ	-1.5	-1.5	-1.5	-1.5
Scarto (%)	6.74	4.86	6.85	4.87

Tabella 5 - Dispositivo HDLRB : parametri del modello WPI'

D/H (%)	40	60	80	100
D_y	0.0300	0.0356	0.0364	0.0422
F_y	68.11	80.70	82.473	95.77
α	0.00440	0.00428	0.00403	0.00392
η	0.05	0.05	0.05	0.05
θ	0.25	0.25	0.25	0.25
ψ	0.5	0.5	-0.5	0.5
Scarto (%)	2.40	2.57	2.30	2.40

Tabella 6 - Dispositivo LR : parametri del modello WPI'

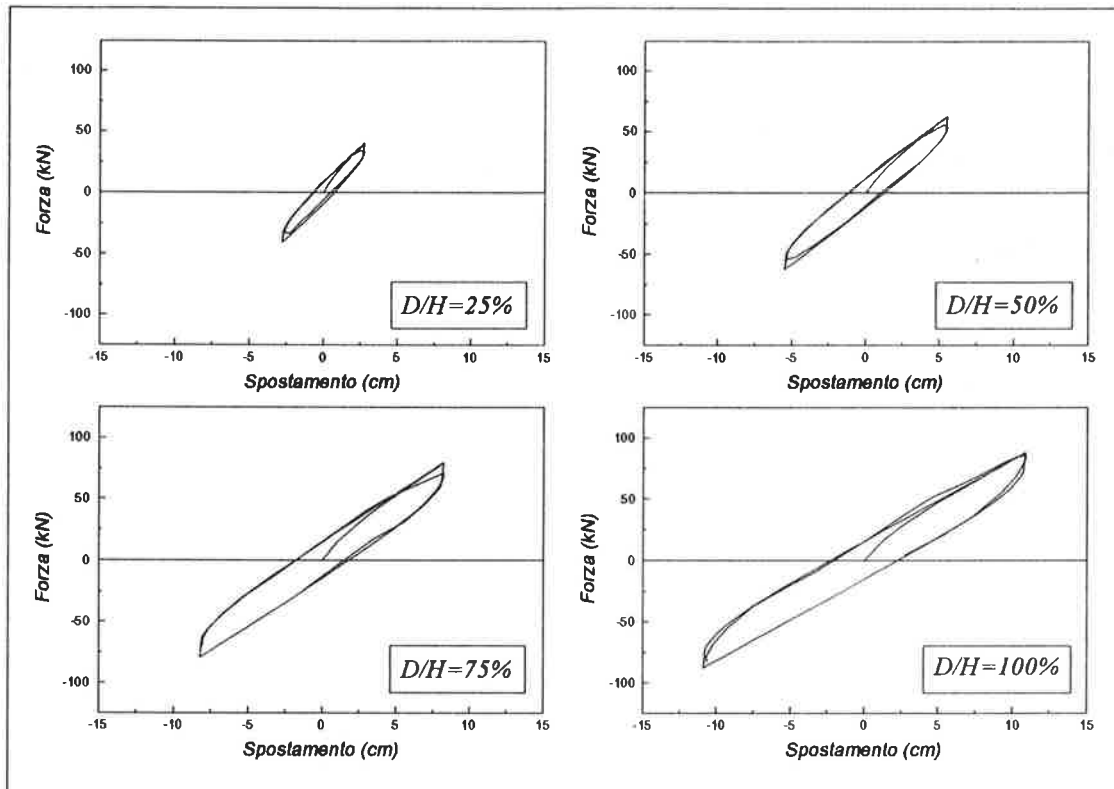


Figura 5 - Dispositivo HDLRB : curve sperimentali e corrispondente andamento teorico (modello WPV)

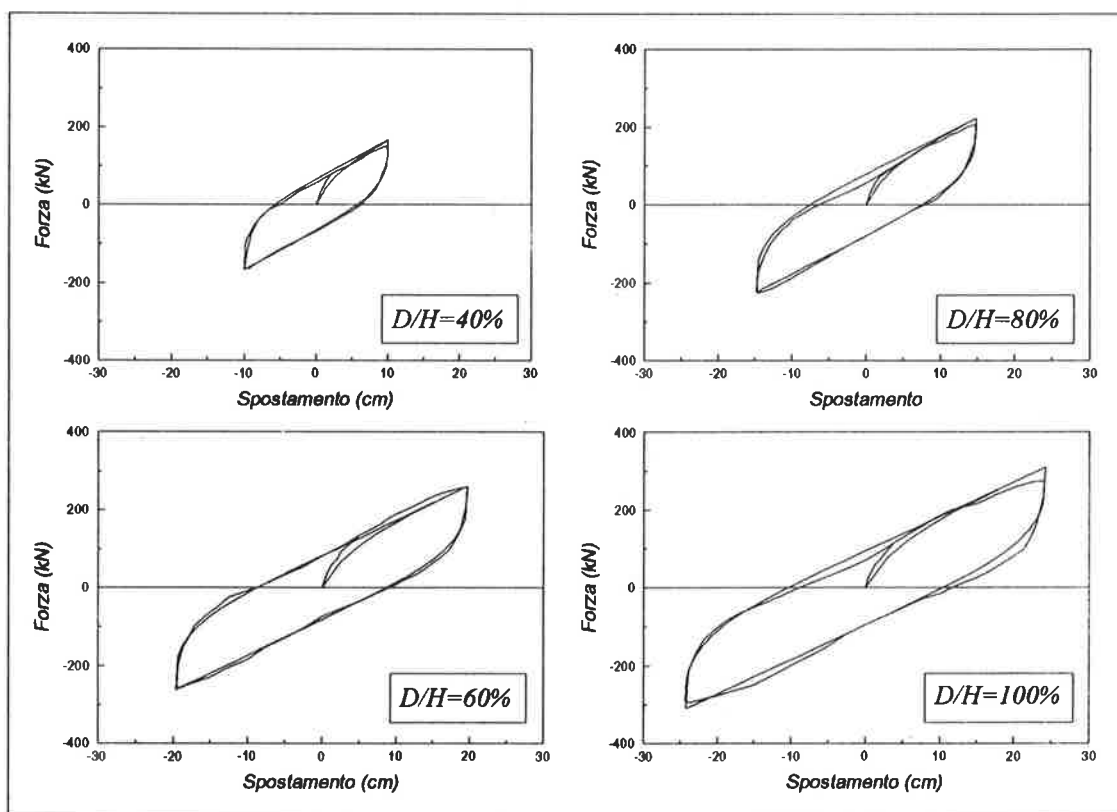


Figura 6 - Dispositivo LR : curve sperimentali e corrispondente andamento teorico (modello WPV)

5.2 Schema strutturale

Si è fatto riferimento ad un edificio di 5 piani in c.a. avente caratteristiche di ripetitività e regolarità per cui proiezione G in pianta del centro di massa dell'edificio e baricentro R_{ISO} di rigidezza degli isolatori risultano coincidenti (fig.7).

Si è ipotizzato inoltre: (a) che la parte in elevazione abbia caratteristiche compatibili con l'adozione, per ogni telaio, di un modello shear-type a cinque impalcati; (b) che ad ogni piano il carico unitario sia pari a 10 kN/m^2 , cui corrisponde una massa di piano $M_i = 163.08 \text{ kN}\cdot\text{s}^2/\text{m}$.

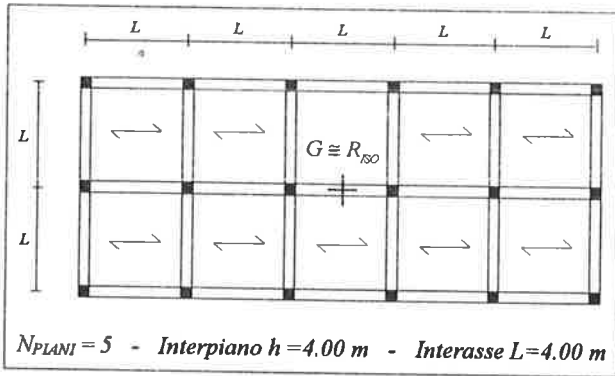


Figura 7 - Schema strutturale in pianta

In presenza di isolatori, il periodo di riferimento della struttura è fornito da:

$$T_{ISO}(D) = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^{N_{PLANI}} M_i / \sum_{j=1}^{N_{ISO}} K_{\varphi,j}(D)} \quad (9)$$

e varia dunque in funzione del livello deformativo. In particolare, esso assume valori compresi tra 1.20 sec e 1.52 sec in presenza di dispositivi tipo HDLRB; tra 1.17 sec e 1.35 sec in presenza di dispositivi tipo LR.

Ricordando poi che il livello di progetto delle strutture isolate dipende in generale dal grado di isolamento $\alpha(D)$ dato da:

$$\alpha(D) = \frac{T_{ISO}(D)}{T_{BF}}, \quad (10)$$

si è fatto variare con continuità il periodo T_{BF} della struttura a base fissa nel campo $0+1 \text{ sec}$, per valutare l'influenza di tale parametro sui corrispondenti livelli di progetto. Nell'ipotesi significativa che il primo modo della struttura non isolata abbia andamento lineare con l'altezza, a partire da ciascun valore del periodo T_{BF} (ovvero della pulsazione $\omega = 1/T_{BF}$) sono state valutate le

rigidezze di piano ($K_1 = 15 \cdot M \cdot \omega^2$, $K_2 = 14 \cdot M \cdot \omega^2$, $K_3 = 12 \cdot M \cdot \omega^2$, $K_4 = 9 \cdot M \cdot \omega^2$, $K_5 = 5 \cdot M \cdot \omega^2$) e le corrispondenti dimensioni dei pilastri (ipotizzando pilastri di forma quadrata, e assumendo per il calcestruzzo un modulo elastico $E_{cm} = 2900 \text{ kN/cm}^2$).

Con riferimento infine alle caratteristiche dissipative della parte in elevazione, sono stati adottati rapporti di smorzamento modale inferiori al 5% per i primi tre modi di vibrare della sovrastruttura a base fissa.

5.3 Valutazione dei livelli di progetto

Con riferimento al livello inferiore dell'azione sismica (SLD), il dimensionamento delle armature è stato effettuato con il metodo delle tensioni ammissibili nell'ipotesi di sezioni con armatura simmetrica (acciaio Fe B 38 k, calcestruzzo $R_{ck} 250$). In particolare, note le sollecitazioni agenti in ogni istante nella generica sezione k -esima, è stata valutata l'area totale $A_{f,TOT,k}^{SLD}$ di armatura nella sezione per cui risultano rispettati sia i limiti tensionali che i quantitativi minimi regolamentari. La percentuale volumetrica λ_{SLD} di armatura da disporre nell'intera struttura vale allora, nell'ipotesi di pilastri con armatura uniforme:

$$\lambda_{SLD}(T_{BF}) = \frac{\sum_k A_{f,TOT,k}^{SLD}(T_{BF})}{\sum_k A_{c,k}(T_{BF})} \quad (11)$$

Come è evidente, tale parametro fornisce una misura del livello di progetto della sovrastruttura allo stato limite di danno.

Per il livello superiore dell'azione sismica (SLU), le armature sono state invece calcolate utilizzando il metodo degli stati limite (con valori unitari dei coefficienti di sicurezza locale dei materiali). In particolare, l'area totale $A_{f,TOT,k}^{SLU}$ strettamente necessaria nella generica sezione k -esima corrisponde al quantitativo minimo di armatura per cui, in ogni istante, i valori del momento e dello sforzo normale ultimi risultano maggiori delle rispettive sollecitazioni di progetto. La percentuale volumetrica λ_{SLU} di armatura complessiva richiesta, che si ottiene con una espressione analoga alla (11):

$$\lambda_{SLU}(T_{BF}) = \frac{\sum_k A_{f,TOT,k}^{SLU}(T_{BF})}{\sum_k A_{c,k}(T_{BF})} \quad (12)$$

fornisce una misura del livello di progetto della struttura valutato, questa volta, allo stato limite ultimo.

Sulla base dei dati precedenti, è stato inoltre valutato il livello di progetto effettivo λ_D della struttura in elevazione:

$$\lambda_D(T_{BF}) = \frac{\sum_k \max\{A_{f,TOT,k}^{SLD}(T_{BF}); A_{f,TOT,k}^{SLU}(T_{BF})\}}{\sum_k A_{c,k}(T_{BF})} \quad (13)$$

il cui valore è stato infine confrontato con il livello di progetto λ_{BF} della corrispondente struttura a base fissa.

Con riferimento al caso di struttura isolata con dispositivi *HDLRB*, in fig.8 è riportato l'andamento dei livelli di progetto λ_{SLD} , λ_{SLU} , λ_{BF} al variare del periodo T_{BF} della struttura non isolata. Com'è facile osservare, nel campo dei periodi medio-bassi (inferiori a 0.50 sec circa) i livelli di progetto allo *SLU* risultano leggermente più elevati di quelli ottenuti per la corrispondente struttura a base fissa. Nel campo dei periodi medio-alti si manifesta, invece, una sensibile riduzione dei livelli richiesti rispetto alle strutture non isolate. Nel caso di struttura isolata con dispositivi di tipo *LR*, i livelli di progetto allo *SLD* e allo *SLU* presentano - in tutto il campo dei periodi esaminati - valori ridotti rispetto a quelli relativi alla struttura a base fissa (fig.9).

In entrambi i casi i livelli di progetto assumono valore costante fino a 0.25 sec circa: in questo intervallo i quantitativi di armatura corrispondono infatti ai valori minimi regolamentari.

Come già osservato in premessa, la tendenza in ambito normativo è quella di utilizzare i vantaggi connessi all'isolamento non tanto per ottenere livelli di progetto più bassi, quanto per garantire coefficienti di sicurezza più elevati rispetto alle strutture non isolate. Può risultare allora significativo valutare la variazione $(\lambda_D - \lambda_{BF})/\lambda_{BF}$ del livello di progetto λ_D della struttura isolata rispetto alla corrispondente a base fissa. A tale scopo in fig.10 è riportato l'andamento di tale parametro al variare del periodo T_{BF} .

Come è evidente, l'impiego di dispositivi *LR* con nucleo in piombo determina livelli di progetto delle strutture isolate non superiori - in ogni caso - di quelli delle corrispondenti strutture a base fissa. Viceversa, l'impiego di dispositivi *HDLRB* in gomma laminata ad alto smorzamento comporta - nell'intervallo 0.25 sec - 0.55 sec circa - un incremento apprezzabile del livello di progetto rispetto alle strutture non isolate. Tale situazione deriva dal differente comportamento dinamico dei due dispositivi, che presentano peraltro valori della deformabilità laterale molto prossimi. Gli isolatori tipo *LR* sono però dotati di una più elevata capacità dissipativa, connessa alla presenza del nucleo in piombo a smorzamento prevalentemente isteretico.

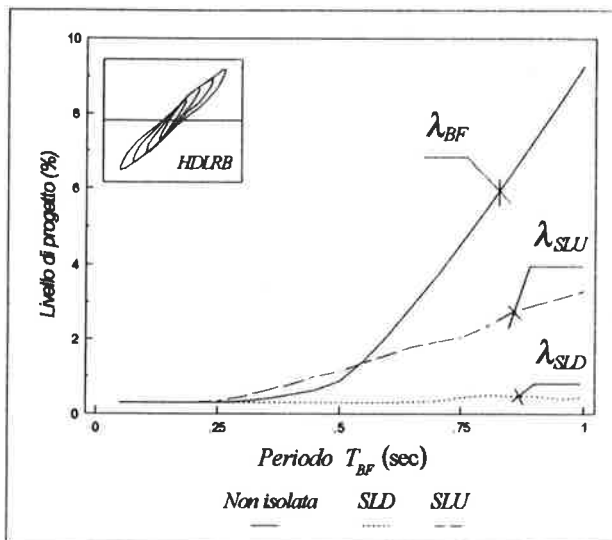


Figura 8 - Livelli di progetto (dispositivi *HDLRB*)

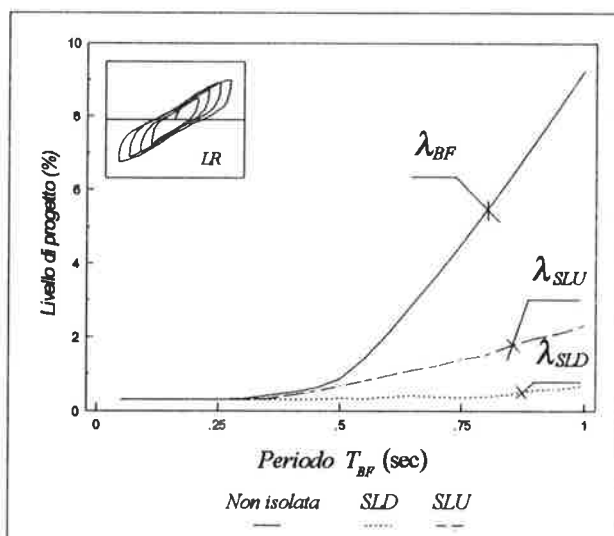


Figura 9 - Livelli di progetto (dispositivi *LR*)

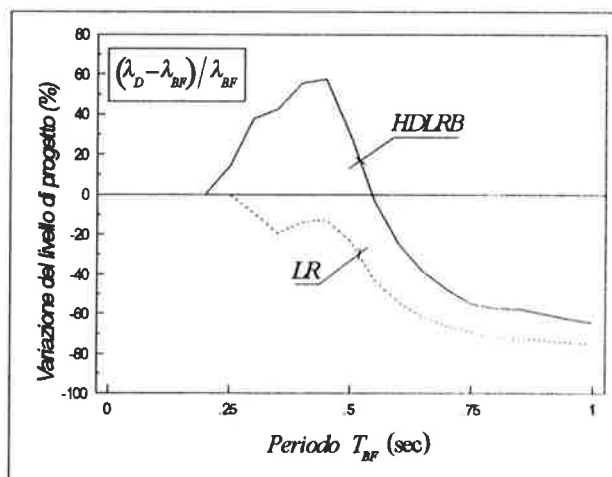


Figura 10

Variazioni del livello di progetto per effetto dell'isolamento

Le sollecitazioni di progetto assumono allora valori ridotti rispetto a quelli relativi a strutture - con il medesimo grado di isolamento - dotate di dispositivi tipo *HDLRB*.

6. CONCLUSIONI

È stata effettuata una valutazione comparativa dei livelli di progetto di strutture isolate ovvero a base fissa, progettate in accordo rispettivamente con le Linee Guida 1996 e con le prescrizioni della normativa vigente. Conseguentemente, il calcolo degli effetti è stato condotto con un'analisi non lineare, adottando per gli isolatori un modello "tipo Wen" a parametri variabili e per la sovrastruttura l'ipotesi di comportamento indefinitamente elastico.

A partire dalle sollecitazioni di calcolo riferite a due differenti livelli dell'azione sismica, è stata determinata l'area di armatura strettamente necessaria - in ogni sezione - per la verifica allo stato limite di danno (*SLD*) e allo stato limite ultimo (*SLU*), utilizzando rispettivamente il metodo delle tensioni ammissibili e quello agli stati limite. Come misura del livello di progetto è stato adottato, per ciascun livello dell'azione, il valore della percentuale di armatura complessiva da disporre nella struttura. Per ciascun dispositivo di isolamento esaminato, è stato quindi valutato l'andamento dei livelli di progetto allo *SLD* e allo *SLU* al variare del periodo della struttura non isolata, ed i valori così ottenuti sono stati confrontati con quelli relativi alla corrispondente struttura a base fissa.

Per entrambi i dispositivi esaminati, i risultati hanno evidenziato una sensibile riduzione dei livelli di progetto per valori medio-alti del periodo della struttura a base fissa (oltre 0.55 *sec*). Viceversa, al di sotto di tale soglia, i livelli di progetto per isolamento *HDLRB* e per isolamento *LR* assumono valori rispettivamente più elevati, ovvero più bassi, di quelli relativi alla struttura non isolata. Tale effetto non è imputabile al differente grado di isolamento ottenuto con i due dispositivi, ma dipende invece dalle loro caratteristiche di smorzamento isteretico.

È ovvio osservare, infine, che per la valutazione della sicurezza a collasso nei due casi è necessario introdurre l'ipotesi di comportamento non lineare anche per la sovrastruttura. Uno sviluppo di questo lavoro potrebbe allora riguardare, con riferimento agli schemi isolati già esaminati in [9] ed al modello non lineare qui utilizzato per l'isolatore, la valutazione della sicurezza a collasso corrispondente ai livelli di progetto ora esaminati.

BIBLIOGRAFIA

- [1] B.CALDERONI, A. DE CRESCENZO, A.GHERSI, G.SERINO, "La definizione del livello di progetto per le strutture isolate alla base", Atti del 6° Convegno "L'Ingegneria Sismica in Italia", pp.215-223.
- [2] CONSIGLIO SUPERIORE DEI LL.PP. - 1996, "Linee guida per progettazione esecuzione e collaudo di strutture isolate dal sisma", Circolare 256/96.
- [3] A.DE LUCA, G.FAELLA, E.MELE - 1995, "Il livello di progetto nelle strutture isolate alla base", Atti del 7° Convegno "L'Ingegneria Sismica in Italia", pp.1283-92.
- [4] D.M. 16 GENNAIO 1996, "Norme tecniche per le costruzioni in zona sismica", GG.UU.no.29, 5/2/96.
- [5] EUROCODE 8 - 1994, "Design provisions for earthquake resistance of structures", ENV 1998-1-1.
- [6] J.M.KELLY - 1996, "Theory and Practice of Seismic Isolation Design", Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley.
- [7] J.M.KELLY, E.QUIROZ - 1992. "Mechanical characteristics of neoprene isolation bearings", Report No.UCB/EERC-92/11.
- [8] M.FERRAIOLI - 1996, "Definizione di un modello bilineare equivalente per isolatori sismici ad elevato smorzamento", Ingegneria Sismica, no.1/96, Patron Editore, pp.3-8.
- [9] M.FERRAIOLI, P.MALANGONE - 1996, "Valutazione del livello di progetto e grado di sicurezza di strutture isolate alla base", Atti dell'11° Congresso CTE, pp.11-20.
- [10] M.FERRAIOLI, P.MALANGONE - 1996, "A modal superposition method for non-linear base-isolated multistorey structures", Atti del XXV Convegno Nazionale A.I.A.S, pp.1161-1168.
- [11] B.PALAZZO, L.PETTI - 1993, "Fattori di riduzione per strutture isolate alla base", Atti del 6° Convegno "L'Ingegneria Sismica in Italia", pp.265-275.
- [12] C.PELLEGRINO, F.SIANO - 1994, "Comportamento dinamico degli isolatori elastomerici ad alto smorzamento", COSMES.
- [13] SEAONC - Structural Engineers Association of Northern California - 1986, "Tentative Seismic Isolation Design Requirements".
- [14] R.I. SKINNER, W.H.ROBINSON, G.H.MC VERRY - 1993, "An introduction to seismic isolation", John Wiley & Sons.
- [15] SERVIZIO SISMICO NAZIONALE - 1993, "Linee guida per il progetto di edifici con l'isolamento sismico".
- [16] UBC - Uniform Building Code - 1994, "Earthquake Regulations for Seismic-Isolated Structures".
- [17] Y.K.WEN - 1976 - "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems", Journal of the Engineering Mechanics Division, vol.102, pp.249-263.

MECCANISMI DI ROTTURA DI ARMATURE AL PIEDE DI PILASTRI IN C.A. SOGGETTI A CARICHI CICLICI

Alberto FRANCHI
Professore Ordinario
Dip. di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano

Paolo RIVA
Ricercatore
Dip. di Ingegneria Civile
Università di Brescia

Paola RONCA
Professore Associato
Dip. di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano

SOMMARIO

Nella presente memoria vengono presentati alcuni risultati sperimentali sul comportamento ciclico di elementi tipo pilastro armati con acciai Tempcore. L'attenzione è particolarmente rivolta a stabilire il livello di duttilità minimo richiesto agli acciai affinché l'elemento strutturale possa sopportare senza rotture premature delle armature il livello di duttilità strutturale richiesto dall'Eurocodice 8 per costruzioni in zona sismica. Una serie di interpretazioni meccaniche e semplici modelli analitici consentono la formulazione di una proposta normativa sui livelli minimi di duttilità degli acciai d'armatura che veda concorrere in sintonia i due enti europei preposti: il CEN/TC250/EC8 e l'ECISS/TC19/SC1.

SUMMARY

In this paper a set of experimental results concerning the cyclic behavior of concrete elements reinforced with Tempcore steel are presented. The research is mainly focused on the definition of the minimum ductility levels of the steel such that reinforced concrete elements may exhibit the ductility required by Eurocode 8 for constructions in seismic areas without early failure of the reinforcement. A better understanding of the mechanical behavior of the steel bar and of the reinforced concrete element allows to make a proposal on the minimum ductility level in good agreement between the two committees involved in the European norms, i.e. the CEN/TC250/EC8 and the ECISS/TC19/SC1.

1. INTRODUZIONE

La norma provvisoria Europea ENV10080, approvata nell'aprile 1995, prevede un unico grado di acciaio per le strutture in cemento armato, il grado 500. Requisito essenziale adottato è quello della saldabilità, fissata mediante il tenore massimo di carbonio della colata di 0.22% o sul prodotto di 0.24%. Altri elementi, quali manganese, cromo etc., vengono controllati attraverso il parametro carbonio equivalente, il cui limite superiore è stato fissato nello 0.50% in colata e allo 0.52% sul prodotto.

La norma provvisoria Europea di progettazione in zona sismica, Eurocodice 8, prevede tre classi di duttilità degli acciai da c.a.; la classe più bassa coincide con l'acciaio più duttile previsto dalla ENV10080, il B500B, mentre le classi media e alta prevedono dei livelli di duttilità incompatibili sia con il grado 500 sia con il livello di saldabilità stabilito nella ENV10080 e comunemente fissato in diverse normative dei paesi membri.

La richiesta di duttilità degli acciai previsto nell'Eurocodice 8 risulta molto vicina a quanto richiesto negli Stati Uniti per le zone sismiche, dove però si usa un 420MPa con un tenore di carbonio massimo ammissibile di 0.30%, quindi più difficilmente saldabile di quello europeo.

Il TC/19 dell'ECISS, nell'Aprile del 95, ha deciso di promuovere un WG che, in stretto contatto con il TC250/EC8 del CEN, ricercasse i livelli minimi di duttilità degli acciai necessari per assicurare uno sviluppo della cerniera plastica senza rotture premature delle barre d'armatura quando l'elemento strutturale sia soggetto alla storia di carichi ciclici richiesta convenzionalmente dalla normativa. La segreteria del WG è stata affidata all'Italia tramite l'Unisider.

Il WG ha promosso: 1. una indagine conoscitiva sugli acciai attualmente prodotti in Europa, 2. una analisi sperimentale, sia metallurgica che meccanica, sulle modalità di rottura degli acciai d'armatura quando sottoposti a carichi ciclici alternati trazione - compressione, 3. una ricerca sperimentale su una serie di prototipi di pila-

stri armati con acciai caratterizzati da un livello duttilità medio rispetto alla popolazione reale ed altri con acciai che si collocano ad un basso livello di duttilità ma ritenuto, attraverso un semplice modello analitico, sufficiente a sopportare la storia di carico di progetto.

Si deve qui ricordare che una precedente ricerca sperimentale dei colleghi Macchi, Pinto e Sanpaolesi, che ha ispirato il lavoro di ricerca che qui viene illustrato, aveva dimostrato che il livello di duttilità minimo richiesto per gli acciai di armatura dalla ENV10080 non era sufficiente ad assicurare il livello di duttilità strutturale voluto dall'Eurocodice 8.

Nella presente memoria si ritiene utile fornire alcuni dettagli sulla produzione Europea degli acciai da c.a.. Allo scopo viene presentato un documento francese che fa la fotografia ad una produzione di 2.000.000 ton di acciaio B500B riferite al primo semestre 1995 e provenienti da 18 acciaierie diffuse su tutta Europa.

Vengono poi descritte alcune serie di prove finalizzate alla definizione delle proprietà meccaniche degli acciai da c.a., con particolare riferimento al requisito della duttilità.

Un primo tipo di prove è teso a misurare la microdurezza superficiale, in modo da definire lo spessore della cortecchia esterna incrudita rispetto al cuore più duttile e meno resistente, così come si ottiene dalla tecnologia di produzione più diffusa che prende il nome di sistema Tempcore.

Una seconda serie di prove, che sembra abbastanza originale perché mai riscontrata nella letteratura, consiste nell'identificazione delle proprietà meccaniche dei due materiali costituenti la barra pensata come un composito: la cortecchia martensitica ed il cuore ferritico-perlitico. Si sono ricavati, attraverso un'opportuna lavorazione meccanica, provini costituiti della sola cortecchia e provini di solo cuore e i risultati relativi sembrano di un certo interesse al fine di meglio comprendere il comportamento globale della barra.

Una terza serie di prove si pone il problema della misura della deformazione totale a carico massimo, A_{gt} . Tali prove si propongono di individuare i motivi della notevole dispersione dei valori riscontrati sperimentalmente e di suggerire eventuali cambiamenti alle procedure attualmente normate in sede internazionale.

Una quarto gruppo di prove cerca di simulare sul singolo provino di acciaio il comportamento ciclico che la barra d'armatura dovrà sostenere nello sviluppo della cerniera plastica dell'elemento strutturale. Alcune osservazioni importanti sul comportamento a pressoflessione vengono proposte con il fine di spiegare le modalità di rottura. Una conferma dell'influenza del disegno delle nervature sulla vita a fatica oligociclica sembra confermare i risultati noti da tempo della loro influenza sulla resistenza a fatica per alto numero di cicli.

Infine, viene presentata una serie di risultati su 9 prototipi di pilastri cercando di evidenziare le varie fasi

di sviluppo della cerniera plastica per azioni cicliche, con particolare riferimento alle deformazioni delle armature principali, opportunamente strumentato mediante strain gauges.

Viene posta in evidenza la criticità del problema delle saldature: una nuova ricerca su tale argomento è tuttora in corso, per la quale è in fase istruttoria la domanda per un contributo dell'Europa.

Nella ricerca si sono presi in considerazione due tipi di acciaio: uno con media duttilità, ed un secondo con bassa duttilità ma ritenuta sufficiente a sopportare la duttilità richiesta dall'Eurocodice 8 a livello di elemento strutturale. Tale bassa duttilità viene ipotizzata come il livello minimo che la revisione in corso sia della ENV10080 che dell'Eurocodice 8 potrebbero prendere in considerazione.

In conclusione si tornerà agli aspetti normativi per riferire degli indirizzi emersi nelle più recenti riunioni.

2. L'ACCIAIO B500B TEMP CORE IN EUROPA

Tab. 1 contiene i dati sui parametri di duttilità di barre e rotoli venduti in Francia nel primo semestre 1995, nel grado B500B, su una produzione di circa 2.000.000 ton provenienti da 18 acciaierie di tutta Europa (4 francesi, 1 del Lussemburgo, 6 italiane, 1 inglese, 4 spagnole, 1 olandese). Tale tabella risulta significativa in quanto rappresentativa di un largo spettro di acciaierie di diversi paesi membri. La tabella è stata fornita dall'AFCAB, che in Francia opera come istituto di qualità nel controllo del prodotto acciaio da cemento armato, con la partecipazione sia dei produttori, della associazioni professionali e dei ministeri competenti.

La tabella si riferisce ai diametri 6 - 40 mm; per ciascun diametro vengono riportati, il range dei valori medi della popolazione di ciascuna acciaieria, il valore caratteristico di tutta la popolazione per i seguenti parametri: R_e (tensione di snervamento), R_m (tensione di rottura), $A_{gt}(\%)$, R_m/R_e .

La prima osservazione è che il valore medio della tensione di snervamento presenta un limite superiore della forcilla assai elevato, attorno ai 600MPa. Ciò vuol dire che alcune acciaierie, non avendo alcun limite superiore allo snervamento da rispettare, calibrano la loro produzione ad un valore notevolmente più elevato del grado richiesto, causando un notevole abbassamento del rapporto R_m/R_e . Come si può notare per il diametro 40, dove la media di R_e varia tra i 545 e i 575 MPa, il rapporto R_m/R_e presenta un valore caratteristico di 1.15. Il valore di A_{gt} presenta un valore caratteristico, a parte il diametro 40, intorno al 7%. Questi sono dunque i valori, che anche se un poco stretti, possono essere proposti come valori minimi di duttilità che si possono chiedere ad un B500 ottimizzato ma sempre con il livello di saldabilità definito dalla norma provvisoria.

Tabella 1

Diam. (mm)	Re (MPa)		Rm (MPa)		Agt (%)		Re/Rm	
	mean	fract.	mean	fract.	mean	fract.	mean	Fract
6	575-619	523	656-707	600	11,0-12,1	9,4	1,13-1,14	1,10
8	534-608	502	632-698	591	8,9-12	6,9	1,08-1,22	1,06
10	529-606	501	640-693	601	8,8-12,2	6,8	1,09-1,22	1,07
12	535-600	506	638-678	601	9,3-11,6	7,2	1,08-1,23	1,06
14	527-597	502	637-698	603	9,8-12,6	7,4	1,09-1,26	1,07
16	540-604	501	640-705	594	8,4-11,8	6,5	1,11-1,19	1,09
20	547-605	510	645-687	614	9,5-11,7	7,8	1,12-1,20	1,10
25	541-609	511	642-692	613	9,4-11,7	7,5	1,12-1,20	1,10
32	544-598	513	645-685	615	9,3-11,2	7,6	1,14-1,20	1,12
40	545-575	501	663-682	616	8,2-11,5	6,1	1,18-1,24	1,15

3. LE PROVE SUGLI ACCIAI

Si sono provati quattro tipi di acciaio, denominati nel seguito rispettivamente 1a,2a,1b,2b, relativi alle colate 1 e 2 e definiti da due trattamenti termici di raffreddamento a e b. La colata 1 rappresenta un acciaio con basso carbonio mentre nella 2 viene raggiunto quasi il limite superiore; il raffreddamento del processo «a» risulta molto più accentuato del processo «b» per rappresentare i limiti estremi nel controllo del processo finale della laminazione. Ad esempio, se si tratta la colata 1, con basso tenore di carbonio, si dovrà procedere con un trattamento termico robusto se si vuole ottenere un 500 mentre basterà un trattamento più blando se si vuole produrre un 450 o meglio ancora un 400. L'analisi chimica delle due colate viene riportata in Tab. 2.

Tabella 2

Colata	C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr
1	0.137	0.168	0.692	0.031	0.044	0.297	0.096
2	0.216	0.240	0.825	0.018	0.044	0.472	0.136
Colata	Ni	Sn	Mo	Al	V	N	Ceq
1	0.087	0.018	0.024	0.002	0.003	0.010	0.303
2	0.109	0.021	0.029	0.001	0.003	0.010	0.426

La microstruttura della cortecchia, contraddistinta da strutture aciculari di tipo martensitico, viene rappresentata in fig.1a mentre la microstruttura del cuore caratterizzata dalla contemporanea presenza di grani ferritici/perlitici viene mostrata in fig.1b.

Ad ulteriore documentazione delle differenti caratteristiche cuore-cortecchia sono state effettuate alcune prove di microdurezza, attraverso la quale è possibile quantificare l'estensione della porzione di materiale che ha subito trasformazioni a carico del reticolo cristallino.

In fig.2 si riporta il confronto di una tale prova per materiali tipo 1a e 1b da cui si evince che lo spessore martensitico della cortecchia risulta di circa 2 mm o 1,2 mm per i materiali 1a e 1b, rispettivamente.

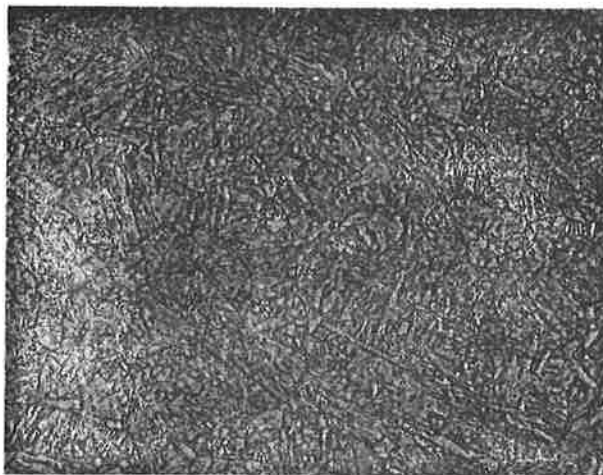


Fig.1a. Microstruttura martensitica caratteristica della cortecchia delle barre

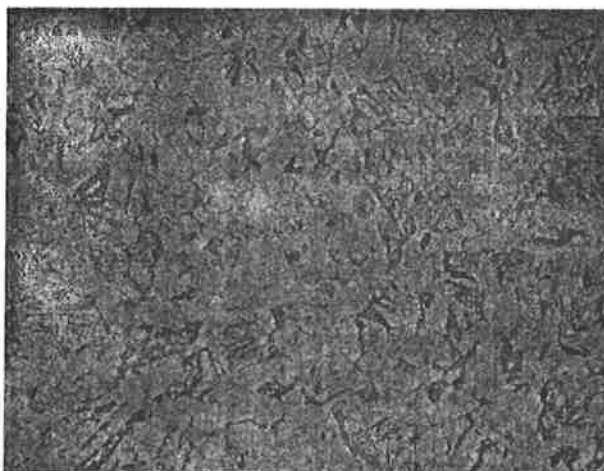


Fig.1b. Microstruttura ferritico-perlitica caratteristica del cuore delle barre.

Le caratteristiche meccaniche medie degli acciai tipo 1a,2a,1b,2b sono elencate in Tab.3. Si osserva come un acciaio con basso carbonio, per ottenere una tensione di snervamento di 500MPa (tipo 1a), debba effettuare un raffreddamento tale da produrre una cortecchia di circa 2mm ma contemporaneamente tale da ridurre notevolmente le caratteristiche di duttilità rispetto agli altri tipi di acciai.

I provini sono stati ottenuti dopo lavorazione meccanica di barre ϕ 16; una tornitura della cortecchia per il campione rappresentativo del comportamento del cuore, e una foratura con una punta da trapano per la cortecchia. Nelle tabb. 4 e 5 vengono raggruppati i risultati; confrontando i valori delle tensioni delle tabb. 4 e 5 con i valori corrispondenti relativi alla barra integra, si osserva immediatamente come quest'ultima presenti valori

intermedi tra quelli rappresentativi del materiale tipo cuore e quelli del materiale tipo corteccia. Si osserva altresì come siano più sensibili le differenze tra cuore e corteccia a snervamento che non a rottura, a conferma che la temprà sposta più sensibilmente lo snervamento che non il punto di rottura.

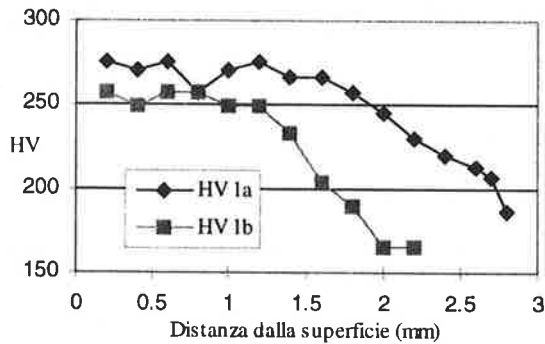


Fig.2. Andamento dei profili di microdurezza per gli acciai tipo 1.

Tabella 3. Caratteristiche meccaniche medie degli acciai

Descriz.	c %	Snervam. MPa	Rottura MPa	Agt %	corteccia mm
Tipo 1a	0,13	548	624	8	2
Tipo 2a	0,21	516	624	12	1,6
Tipo 1b	0,13	427	526	17	1,2
Tipo 2b	0,21	446	574	17	1,2

3.1 Le prove meccaniche su cuore e corteccia dell'acciaio Tempcore.

Tabella 4. Caratteristiche meccaniche del cuore ferritico-perlitico delle barre

Tipo	A mm ²	Snervamento				Rottura			K _{elastico} kN/mm	A ₅ %
		Carico kN	R _{eL} N/mm ²	R _{eH} N/mm ²	R _{p0.2} N/mm ²	F _{max} kN	R _m N/mm ²	E N/mm ²		
1a1	77.9	34.6	438	457	444	45.73	587	159918	977	-
1a2	76.82	32.2	432	469	419	42.15	549	177216	1089	31
2a1	77.76	34.6	445	471	445	47.86	616	191738	1193	-
2a2	77.9	34.4	447	472	442	45.85	589	194372	1211	30
1b1	77.66	28	363	371	365	38.93	501	191788	1176	-
1b2	73.1	26.4	361	369	361	36.05	493	194716	1139	38
2b1	78.38	33	416	424	421	-	-	192077	1204	39
2b2	77.6	31.9	399	430	411	43.59	562	191028	1186	26

Tabella 5. Caratteristiche meccaniche della corteccia martensitica delle barre

Tipo	A mm ²	Snervamento				Rottura			K _{elastico} kN/mm	A _{2,5} %
		Carico kN	R _{eL} N/mm ²	R _{eH} N/mm ²	R _{p0.2} N/mm ²	F _{max} kN	R _m N/mm ²	E* N/mm ²		
1a1	118.27	-	-	-	-	78.7	665	-	-	24
1a2	118.77	74.35	-	-	626	80.54	678	142397	1353	15
2a1	113.58	60.76	-	-	535	76.84	677	255767	2324	21
2a2	113.82	66	-	-	580	75.82	665	152214	1386	22
1b1	82.47	40.57	-	-	492	47.6	577	182145	1202	15
1b2	83.46	43.98	-	-	527	47.31	567	149772	1000	17
2b1	64.77	32.96	-	-	509	38.4	593	144943	751	11
2b2	66.32	31.83	-	-	480	35.7	539	149938	796	10

Una ultima osservazione che ci sembra importante riguarda la definizione di sforzo di snervamento, che per un materiale non uniforme diventa in qualche misura convenzionale e non corrispondente al reale comportamento puntuale del provino.

3.2 La misura di A_{gt}

La misura della deformazione, supposta uniforme, a carico massimo è attualmente regolata dalla norma ISO 10606; è una misura molto controversa perché, per uno stesso materiale, presenta degli scostamenti nei valori riscontrati da provino a provino assai elevati. L'importanza di tale parametro risulta esaltata dall'Eurocodice 8, che richiede acciai ad alta duttilità. Per capire meglio le cause e quindi per proporre eventuali correttivi alla norma in oggetto, sono state eseguite una serie di prove, sui materiali di cui alle Tabelle 2 e 3, con una particolare strumentazione in grado di misurare la deformazione longitudinale su 4 estensimetri elettrici lungo l'asse della barra. La lunghezza libera tra le ganasce è di 360 mm, la base di misura di ciascun estensimetro di 80 mm. La fig. 3 mostra tale apparato sperimentale. I risultati, che per brevità non possono essere presentati in maniera completa, possono essere commentati con l'aiuto delle fig. 4 e 5. La fig. 4 fornisce il diagramma carico-allungamento totale della barra di acciaio tipo 1b; si può osservare che il carico rimane più o meno costante al suo valore ultimo nell'intervallo dell'allungamento compreso tra i 40 e gli 80 mm. La fig. 5 riporta la misura dell'allungamento dei 4 estensimetri in funzione dell'allungamento della barra. Si possono fare le seguenti osservazioni:

1. tutti gli estensimetri forniscono la stessa misura locale di deformazione fino al limite elastico del materiale;

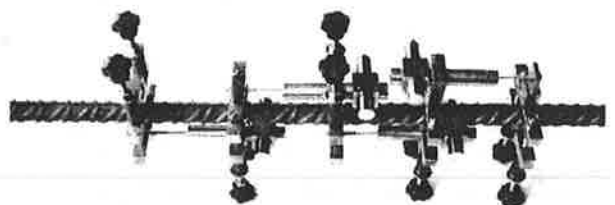


Fig.3. Barra strumentata con estensimetri

2. a snervamento, l'estensimetro 1 tende a misurare un incremento di deformazione decisamente superiore agli altri tre, o, in altre parole, la zona di barra presidiata dall'estensimetro 1 localizza le deformazioni mentre le altre zone rimangono in campo elastico, rompendo in tal modo il comportamento di deformazione uniforme osservata prima dello snervamento. Non appena l'estensimetro 1 raggiunge il ramo di incrudimento, l'estensimetro 2 misura una localizzazione delle deformazioni nella zona di sua pertinenza e così di seguito fino a che tutti gli

estensimetri hanno passato il tratto di plasticità perfetta per raggiungere il ramo di incrudimento;

3. tutti i trasduttori di spostamento forniscono pressochè la stessa misura fino a che non si raggiunge quasi il carico massimo; le deformazioni plastiche tendono a localizzarsi diversamente tra le quattro zone controllate dai quattro trasduttori a partire da un valore dell'allungamento totale pari a circa 40 mm; a questo punto ricomincia il meccanismo di localizzazione che porta le deformazioni a concentrarsi in un solo estensimetro scaricando le altre zone fino a strizione.

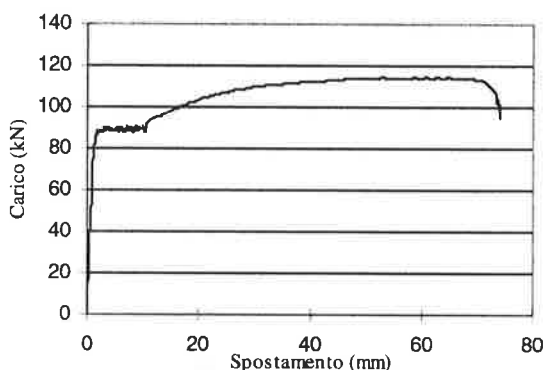


Fig.4 - Carico spostamento barra tipo 1b.

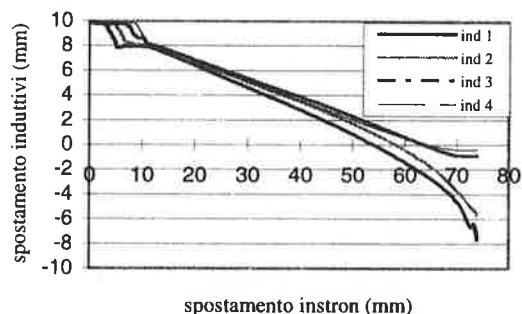


Fig.5 - Allungamenti induttivi - spostamento instron.

Sembra evidente poter affermare che una misura di deformazione uniforme è possibile solo durante il ramo di incrudimento, cioè fino ad allungamenti dell'ordine di 40 - 50 mm; dopo tale allungamento le deformazioni tendono a localizzarsi facendo venire meno l'ipotesi di omogeneità delle deformazioni lungo la barra.

3.3 La rottura per fatica oligociclica

Sono state eseguite prove a spostamento imposto simmetrico di allungamento e accorciamento alla frequenza di 1 Hz. La lunghezza libera tra le ganasce è stata fissata in 96 mm e i provini presentano un diame-

tro di 16 mm. Le prove hanno riguardato tutti i materiali delle tabelle 1 e 2. A titolo esemplificativo alcuni risultati vengono riassunti nella tab. 6 che si riferisce a prove con spostamento massimo imposto di ± 2.88 mm pari al 3% di deformazione imposta.

Tabella 6. Risultati delle prove cicliche al 3% di deformazione imposta

Descriz.	picco max kN	cicli tot.	Picco max KN	cicli a 0.8 Picco max	cicli a 0.7 Picco max	Agt medio
1a.1-c	115.3	11	115.3	8	9	7.7
1a.2-c	117.5	12	117.5	8	10	
1a.3-c	115.7	13	115.7	9	11	
1a.4-c	117.5	13	117.5	8	9	
1a.5-c	117	10	117	8	9	
1a.6-c	117.8	14	117.8	8	10	
1a.7-c	118.2	13	118.2	9	11	
1a.8-c	116.5	9	116.5	7	8	
1b.1-c	98.1	14	98.1	8	10	17.5
1b.2-c	99.6	12	99.6	8	10	
1b.3-c	98.3	15	98.3	8	10	
1b.4-c	98.9	12	98.9	8	10	
2a.1-c	113	10	113	7	8	12.1
2a.2-c	112.6	11	112.6	8	10	
2a.3-c	111.5	11	111.5	8	10	
2a.4-c	112.9	9	112.9	7	8	
2b.1-c	104.4	13	104.4	11	13	17.5
2b.2-c	105	11	105	8	9	
2b.3-c	102.4	10	102.4	8	9	
2b.4-c	106.5	11	106.5	8	9	

Si può osservare che, nonostante i valori di A_{gt} siano notevolmente diversi, il numero di cicli si mantenga all'incirca costante da materiale a materiale. Altre prove su altri materiali, sempre della stessa tecnologia Tempore, hanno confermato tale conclusione.

La causa principale della notevole dispersione dei risultati riguardanti il numero di cicli a rottura sembra potersi individuare nella mancanza di simmetria della sezione dovuta alla presenza delle nervature disposte su due facce, con due disposizioni differenti per individuare l'acciaio saldabile da quello non. Durante la fase di compressione, per deformazioni medie imposte di accorciamento superiori all'1%, il provino presenta un vistoso comportamento flessionale: il piano di inflessione può coincidere con il piano che divide le due facce delle nervature, e allora la resistenza a fatica risulta esaltata, oppure ortogonale a tale piano con gli sforzi di trazione e compressione maggiori alla base stessa delle nervature; in questo caso la vita a fatica risulta notevolmente inferiore.

Una ulteriore costante di tutte le prove è la posizione dell'inizio della cricca: essa coincide con le fibre più compresse, o che presentano un salto tra tensione di trazione e compressione più elevato. Anche tale osservazione è stata interpretata e giustificata con un modello analitico attraverso prove sperimentali particolari che per brevità non vengono qui riportate e che saranno oggetto di una prossima pubblicazione.

Ultima osservazione, non meno importante, riguarda sempre la modalità di innesco della cricca; risulta che nella quasi totalità delle prove effettuate, l'innesco è avvenuto sulla faccia con le nervature ad angoli alternatamente uguali e non sulla faccia con le nervature tutte inclinate dello stesso angolo. In tal caso, anche se l'interpretazione meccanica non sembra difficile, non sono state ancora eseguite prove speciali al riguardo.

Rimane la conclusione che le nervature, attraverso la loro geometria e tecnologia produttiva della laminazione, risultano fattore determinante per la fatica oligociclica come già ampiamente dimostrato per la fatica ad alto numero di cicli.

4. LE PROVE SUGLI ELEMENTI STRUTTURALI

L'elemento strutturale provato per spostamento ciclico imposto viene raffigurato nelle figg. 6 (fotografia della gabbia d'armatura in fase di allestimento presso la ditta di presagomatura), e 7 (fotografia sul banco adatto ad esercitare uno spostamento orizzontale controllato all'estremità della colonna con la centralina e computer per l'acquisizione dati). Armatura, geometria e storia di carico sono state assunte dal lavoro precedente già menzionato dei colleghi Macchi, Pinto e Sanpaolesi.

La tab. 7 riassume i dati principali dei 9 elementi strutturali provati.

Come si può osservare dalle ultime tre colonne, i primi 5 e l'ultimo provino sono stati armati con un acciaio avente valori di duttilità che si collocano nella media della produzione degli acciai B500B in Europa.

I provini N. 6,7,8 sono armati con un acciaio che, secondo un semplice modello analitico di mensola rigida con cerniera plastica al piede, dovrebbe essere in grado di superare duttilità 6. Nella convenzione sulla storia di carico tale livello di duttilità strutturale vuole indicare che non si sono avute rotture premature delle barre d'armatura dopo 1 ciclo a δ_y , 3 cicli a $3\delta_y$ e altri 3 cicli a $6\delta_y$, dove con δ_y si intende lo spostamento dell'estremità non vincolata che causa per primo lo snervamento dell'acciaio teso.

I provini N. 4,5 e 8 sono soggetti ad una modesta azione assiale. Nel provino N. 9 le staffe sono state puntate con saldatura alle barre principali; in tutti gli altri provini non è stata eseguita alcuna saldatura. Il provino N. 5 presenta un'armatura doppia ($8\phi 16$ anziché $4\phi 16$) per verificare l'effetto della diffusione dell'armatura sul comportamento della cerniera plastica.

Nella presentazione dei risultati sembra opportuno mettere in evidenza dapprima il comportamento medio per poi discutere le possibili patologie che possono far deviare da tale risposta, mettendo a rischio la sicurezza strutturale. Per brevità d'esposizione, vengono presentati solo i risultati strettamente funzionali alla illustra-

zione ed esemplificazione della fenomenologia che si vuole evidenziare.

Tabella 7. Elementi strutturali provati

Pilast.	f_{cm} (MPa)	Armat.	Staffe	Strain Gauge	R_{cm} (MPa)	N (kN)	v N/ $f_{c,bh}$	R_c (MPa)	R_m (MPa)	A_{gt} (%)
P1	34.6	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	0	0	536	632	12
P2	33.6	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	0	0	536	632	12
P3	40.8	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	No	30	0	0	536	632	12
P4	35.8	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	200	0.093	536	632	12
P5	40.0	8 ϕ 16	2 ϕ 8/75	No	30	200	0.083	536	632	12
P6	34.0	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	0	0	548	624	8.4
P7	34.0	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	0	0	548	624	8.4
P8	34.0	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	200	0.093	548	624	8.4
P9	34.0	4 ϕ 16	1 ϕ 8/75	SI	30	0	0	536	632	12

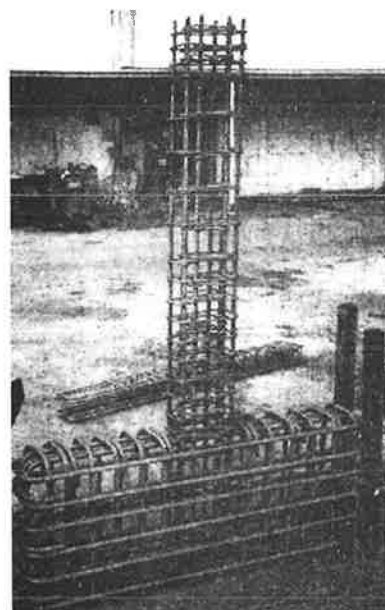


Fig.6. Gabbia d'armatura in fase di allestimento

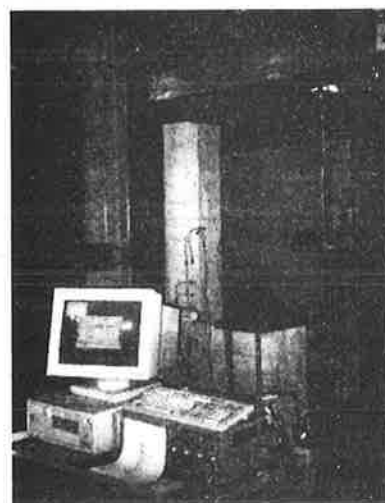


Fig.7. Banco di prova

La fig. 8 mostra il comportamento strutturale del provino 1 in termini del diagramma carico-spostamento

all'estremità libera della colonna. Non si è avuta alcuna rottura delle barre e si è terminata la prova per tempo massimo. Duttilità 10 si è raggiunta con una diminuzione della resistenza maggiore del 50% a causa del danneggiamento del calcestruzzo e della propagazione di alcune cricche nell'acciaio analoghe a quelle osservate sui provini di barra soggetti a fatica oligociclica. La rottura sarebbe avvenuta non per strizione ma per fatica trazione-compressione.

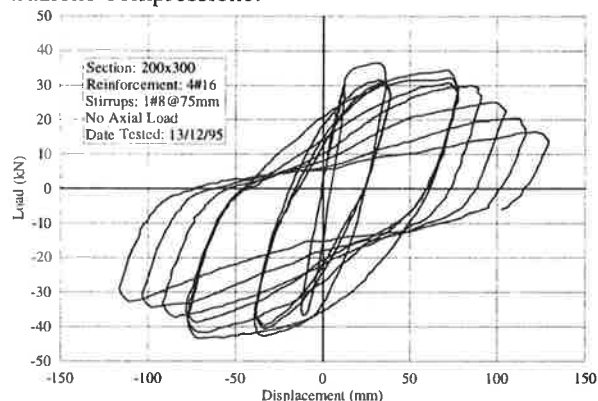


Fig. 8. Diagramma carico-allungamento del provino 1

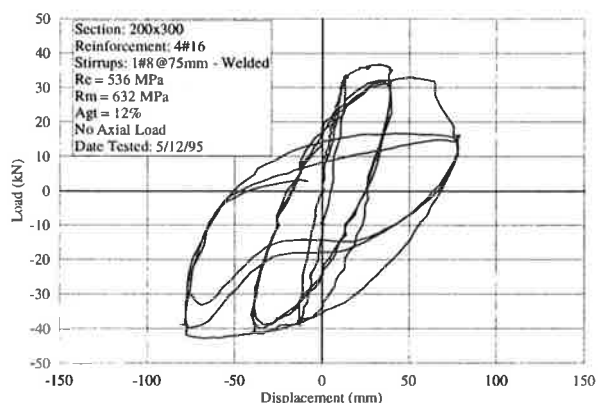


Fig. 9. Diagramma carico-allungamento del provino 9.

Tutti i provini hanno mostrato un comportamento analogo tranne quelli descritti nel seguito.

Il comportamento del provino n. 9, rappresentato in fig. 9, ha presentato una rottura, con strizione, al 1° ciclo a $6d_y$ dove la barra principale era saldata alla staffa: la saldatura ha diminuito sensibilmente la deformazione massima a rottura della barra in modo tale da essere inferiore alla richiesta della struttura. Dunque un sufficiente rapporto tra tensione di rottura e tensione di snervamento non è stato sufficiente a sopperire la mancanza di duttilità locale del materiale saldato.

La risposta del provino n. 8, rappresentata in fig. 10, indica il superamento del ciclo a duttilità 7 e la rottura di una barra, per fatica oligociclica, a livello 8. Determinante, ai fini della rottura, la presenza dell'azione assiale. Si vuole sottolineare che tale provino era armato con un acciaio caratterizzato dai valori minimi di dutti-

lità ipotizzati, che quindi hanno avuto una prima conferma sperimentale.

La fig. 11 mostra una sequenza nello sviluppo della cerniera plastica; a livello di duttilità $3d_y$ il calcestruzzo si presenta ancora poco danneggiato, osservandosi maggiormente le fessure flessionali in corrispondenza delle staffe; nei cicli a $6d_y$ il calcestruzzo compresso e le fessure a taglio tendono a liberare l'armatura dal copriferro con un danneggiamento che tende a seguire linee a 45° . Si instaura visibilmente il meccanismo di deformazione ciclica trazione - compressione flessione dell'armatura principale mentre le staffe tendono ad aprirsi.

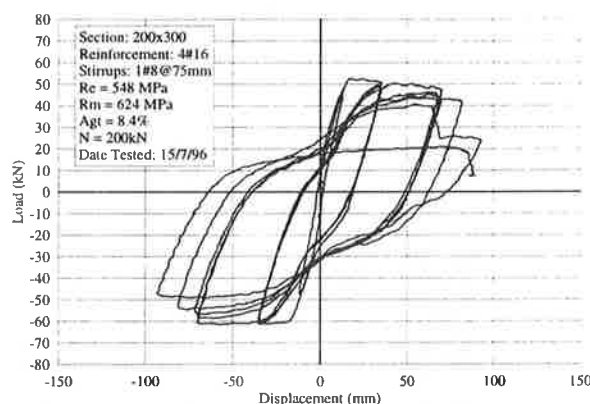


Fig. 10 - Diagramma carico-allungamento del provino 8.

La lettura degli strain gauges sulle barre d'armatura, anche se tale tecnica deve essere migliorata per evitare la messa fuori servizio precoce dovuta al danneggiamento del calcestruzzo, ha permesso di valutare l'estensione della cerniera plastica che, anche nel caso di un rapporto tra tensione di rottura e tensione di snervamento di solo 1.14, si estende per circa 30 cm, più di quanto sembra generalmente ipotizzato.



Fig. 11a

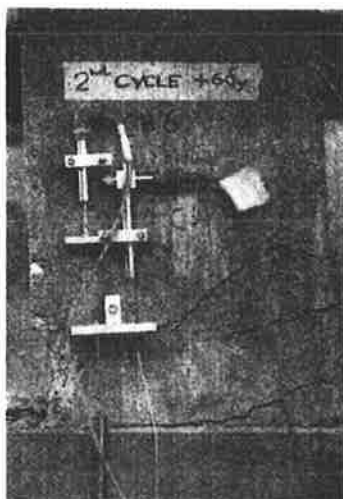


Fig.11b

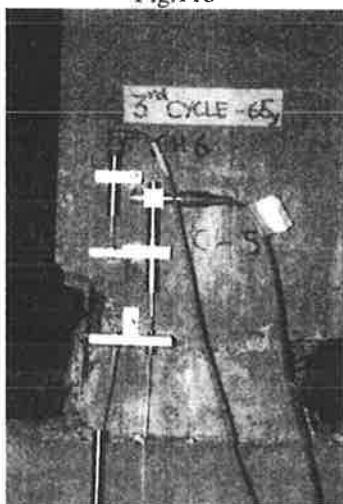


Fig.11c

5. CONCLUSIONI

La ricerca ha affrontato il problema dello sviluppo della cerniera plastica in elementi strutturali di cemento armato con particolare riferimento alle proprietà di duttilità degli acciai d'armatura. La denuncia di una tale problematica, con una serie di ricerche sullo stesso argomento, va riconosciuta al Prof. G. Macchi e ai suoi collaboratori, Cantù, Magenes e Calvi. L'attenzione è stata dapprima rivolta alla conoscenza del materiale acciaio da c.a. prodotto con la tecnologia attuale e a tale scopo va riconosciuto fondamentale la collaborazione tra strutturisti e metallurgisti. Sono stati approfonditi i due principali meccanismi di rottura: quello classico per strizione, ma che richiede una revisione della tecnica sperimentale per la valutazione della deformazione a carico massimo, e quello meno studiato per fatica a basso numero di cicli. L'importanza fondamentale del disegno e della tecnologia di laminazione indicano che in

tale direzione si possano ottenere a breve miglioramenti significativi.

Le prove su prototipi di colonne hanno confermato l'importanza sia di un livello minimo di A_{gt} (che la revisione della ENV10080 e dell'Eurocodice8 tende a portare all'8%) sia del rapporto tra la tensione di rottura e la tensione di snervamento (che dovrebbe avere come limite inferiore 1.15 come valore caratteristico).

Le saldature, anche solo le puntature tra staffa e barra principale vanno evitate fino a che la ricerca non avrà indicato chiaramente materiali e procedure idonee.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Franchi, P. Riva, P. Ronca, R. Roberti, M. La Vecchia, *Failure modalities of reinforcement bars in reinforced concrete elements under cyclic loading, Studi e Ricerche-Vol. 17, 1996.*
- [2] G. Macchi, P. Pinto, L. Sanpaolesi, *Ductility requirements for reinforcement under Eurocodes, Struct. Eng. Int. 4/96.*
- [3] E. Cantù, G. Magenes, *Influenza di alcuni parametri numerici dell'acciaio sul comportamento sismico di elementi strutturali in cemento armato, Rapporto Scientifico n. 72, Dip. Mecc. Strutt. Univ. PV, 1995.*
- [4] G. Macchi, G. Calvi, E. Cantù, G. Magenes, *Rotation capacity of r.c. slabs as a function of steel properties, CEB Bull. 218, 1993.*
- [5] M. Pipa, A. Vercesi, *Cyclic tests of grade B400 and B500 Tempcore bars, Prenormative Research in support of Eurocode 8, LNEC, Lisbon, 1996.*

Ringraziamenti

Si ringraziano gli ingg. Nicola Bontempi ed Osvaldo Mingotti, che con la loro Tesi di Laurea hanno contribuito allo sviluppo delle prove sugli acciai. La collaborazione del sig. G. Duina e dei tecnici del Laboratorio P.Pisa dell'Università di Brescia è risultata indispensabile per l'organizzazione e la conduzione delle prove. Si ringrazia inoltre il DIS del Politecnico di Milano per aver consentito l'utilizzo del banco di prova per le prove cicliche sui pilastri.

La presente ricerca è stata finanziata dalla Siderservizi, ed in particolare dalle seguenti acciaierie: Acciaierie e Ferriere Leali Luigi s.p.a., Acciaierie Megara s.p.a., Alfa Acciai s.r.l., Feralpi Siderurgica s.p.a., Ferriera Valsabbia s.p.a., Ferriere Nord s.p.a., Lucchini Siderurgica s.p.a., Officine e Fonderie Galtarossa s.p.a.

LE VERIFICHE TENSIONALI NEGLI S L S

Carlo GRECO	Università di Napoli
Antonio LA TEGOLA	Università di Lecce
Piero MARRO	Politecnico di Torino
Marcello MAURO	Consiglio Superiore dei LL.PP.
Antonio MIGLIACCI	Politecnico di Milano
Emanuele F. RADOGNA	Università di Roma
Luca SANPAOLESI	Università di Pisa

SOMMARIO

Si presenta il problema delle verifiche tensionali in esercizio, prescritte nell'Eurocodice 2 nelle sole situazioni ambientali aggressive e nel D.M. 9/1/96 estese ad ogni situazione ambientale.

La discussione sul problema è tutt'ora aperta e se ne presentano gli aspetti essenziali motivando le varie posizioni.

SUMMARY

The Problem of serviceability limit state stress check, as prescribed in the Eurocode 2 for corrosive environment and in the DM 9/1/96, are extended to other environmental conditions.

The problem is still open. here, the main aspects are presented and the various points of view discussed.

La questione della conservazione delle verifiche tensionali in esercizio si pose sin dall'inizio della introduzione delle verifiche agli stati limite, probabilmente, all'epoca, anche come un buon criterio di raccordo con la verifica alle tensioni ammissibili che il nuovo criterio di misura della sicurezza andava ad integrare e sostituire. Di questo fatto si trova traccia in pubblicazioni del CEB di 15-20 anni or sono.

Nel tempo poi la questione, pur rimanendo aperta sotto l'aspetto scientifico, ha trovato un suo inquadramento normativo e nell'Eurocodice EC2-CEN 1992-1-1 tra le verifiche in esercizio è inserito il controllo del limite tensionale, nel calcestruzzo e nell'armatura, ma solo nel caso di opere site in ambienti aggressivi e per effetti viscosi.

Il NAD italiano, che consente l'uso dell'EC2 con prescrizioni aggiuntive (D.M. 9/1/96), amplia tali verifiche in esercizio rendendole obbligatorie in ogni

caso, precisando ovviamente i limiti tensionali che debbono essere rispettati.

Su questa estensione e sui valori dei limiti tensionali si sono aperte da tempo molte discussioni in Italia e con questa nota si vuole illustrare brevemente la situazione.

In prima linea in questo studio sta la Commissione del CNR per le norme sulle opere in cemento armato, e il suo specifico Gruppo di studio "Verifiche tensionali in esercizio" costituito dagli autori della presente nota.

Anzitutto è necessario esaminare quali sono i motivi che conducono a mantenere l'estensione delle verifiche tensionali agli SLS a tutte le situazioni e non solo in ambiente aggressivo, e per poter utilmente approfondire la questione è utile verificare in concreto quali siano questi limiti.

Orbene l'EC2 precisa che tensioni di compressione eccessive nel calcestruzzo in presenza dei carichi di

esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare o microfessurazione nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti.

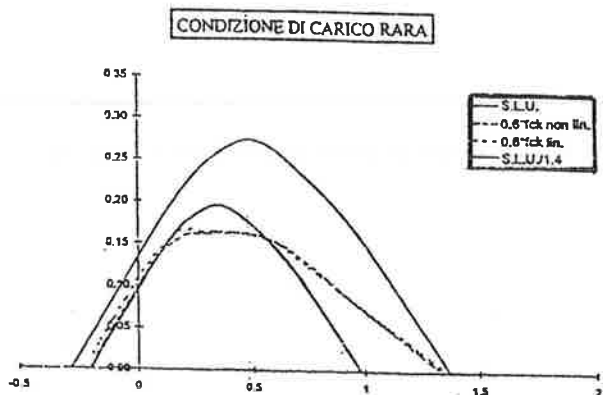
Conseguentemente è opportuno, in ambiente aggressivo, limitare le tensioni nel calcestruzzo a $0,60 f_{ck}$ per combinazione di carico rara, ed a $0,45 f_{ck}$ per combinazione di carico quasi permanente.

Il D.M. 9/1/96, fornisce invece le seguenti limitazioni:

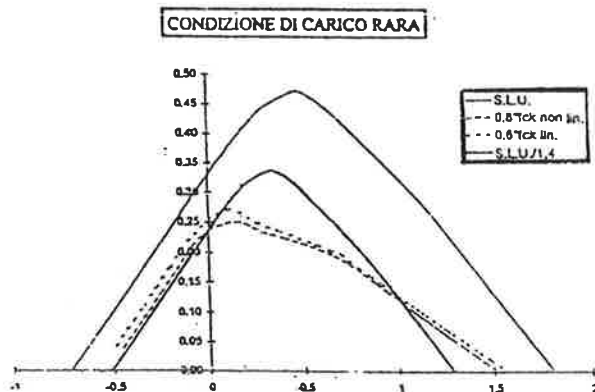
- In ambiente aggressivo:
 - per combinazione di carico rara $0,50 f_{ck}$
 - per combinazione di carico quasi permanente $0,40 f_{ck}$
- In ambiente non aggressivo:
 - per combinazione di carico rara $0,60 f_{ck}$
 - per combinazione di carico quasi permanente $0,45 f_{ck}$
- Nelle barre di armatura:
 - per combinazione di carico rara $0,70 f_{yk}$

Per meglio comprendere il significato dei limiti tensionali del D.M. 9/1/96, sopra riportati, è utile verificare, nei domini M-N, quale parte di essi è governata dalle verifiche tensionali e quale dalla verifica allo SLU.

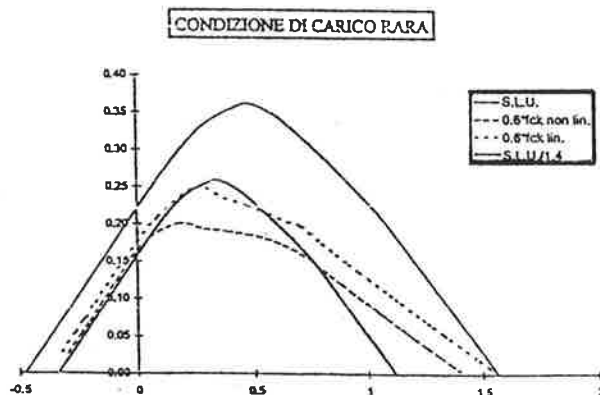
Il Gruppo di studio ha condotto moltissimi confronti in merito, e si presentano qui tre casi tipici di questi confronti: nei diagrammi le due linee tratteggiate corrispondono alle verifiche tensionali, condotte o con diagramma lineare o con diagramma parabola-rettangolo, entrambi ammessi dalla normativa nazionale.



Percentuale geometrica = 0.4%; $f_{ck}=200 \text{ kg/cm}^2$;
 $f_{yk}=4400 \text{ kg/cm}^2$; $n=15$



Percentuale geometrica = 1.0%; $f_{ck}=200 \text{ kg/cm}^2$;
 $f_{yk}=4400 \text{ kg/cm}^2$; $n=15$



Percentuale geometrica = 1.0%; $f_{ck}=300 \text{ kg/cm}^2$;
 $f_{yk}=4400 \text{ kg/cm}^2$; $n=15$

L'analisi delle moltissime situazioni esaminate consente di porre in evidenza le seguenti osservazioni:

- Prendendo in prima istanza in considerazione il dominio identificato come stato limite di servizio e quello derivante dal calcolo lineare con coefficiente di omogeneizzazione pari a 15, in conformità delle prescrizioni della normativa vigente, si può affermare che la limitazione delle tensioni diviene considerazione di progetto in molti casi, soprattutto nelle zone del dominio dove vi è

una rilevante interazione flessione-sforzo normale. La suddetta circostanza si verifica in modo più accentuato al ridursi della resistenza del calcestruzzo ed all'aumentare della percentuale dell'armatura.

- Facendo riferimento al calcolo non lineare la parte di dominio in cui il progetto è governato dalla verifica tensionale in esercizio è più ampia.
- I risultati che si ottengono per la condizione di carico rara e per quella quasi permanente sono analoghi, per cui a questi ultimi possono essere estese le considerazioni sopra riportate.

Un altro aspetto da esaminare riguarda la redistribuzione dei momenti, ovviamente influenzata in modo importante dalle limitazioni tensionali.

Infatti la redistribuzione è ammessa dal D.M. e dall'EC2, con facoltà di analisi diverse (ANL, LR, P) e rispettando specifiche limitazioni atte a garantire adeguata duttilità locale.

Non vi è tuttavia buon accordo tra i risultati forniti con i vari metodi di analisi strutturale ammessi dall'EC2; vi sono in proposito ipotesi di perfezionamento dell'EC2 nella conversione da ENV a EN.

In Italia la redistribuzione nel rispetto delle prescrizioni della verifica tensionale del D.M. 1996 risulta fortemente penalizzata, soprattutto in relazione al limite $0,7 f_{yk}$ per l'armatura tesa. Nell'EC2 il limite corrispondente è $0,8 f_{yk}$ e vi sono proposte per elevarlo almeno a $0,85 f_{yk}$.

Un ulteriore aspetto di rilevante interesse per il problema in discussione riguarda i carichi da considerare negli SLU e negli SLS.

Infatti i valori delle azioni da mettere in conto nelle verifiche di esercizio per combinazioni frequenti e quasi permanenti dovrebbero essere diversi da quelli relativi alle verifiche ultime. Più precisamente, i valori per gli SLS non andrebbero commisurati al tempo di vita T_S in relazione ai massimi che si manifestano lungo tale periodo di vita, ma andrebbero riferiti invece ai valori campionati in esercizio, e dovrebbero essere tali da garantire il normale funzionamento della struttura in esercizio.

Quindi, in accordo a quanto sopra riportato, in servizio per le azioni permanenti devono essere considerati i loro valori caratteristici, mentre per le azioni variabili occorre riferirsi alle distribuzioni statistiche dei valori campionati, e non dei loro valori massimi.

In sostanza per la questione dei carichi si può osservare:

- I carichi variabili da mettere in conto nelle varie combinazioni di carico dovrebbero essere diversi: e i

coefficienti ψ_1 e ψ_2 vogliono esprimere questa "diversità", nell'impossibilità di disporre concretamente di più tipi di carico.

- La combinazione di azioni rara (con carichi caratteristici frattili al 95% della statistica dei carichi massimi) dovrebbe essere considerata solo per combinazioni che possono produrre effetti irreversibili.

- I quesiti che si pongono sono quindi:

- I coefficienti ψ_1 e ψ_2 sono ben atti a svolgere il loro compito?
- la combinazione rara dei carichi può produrre effetti irreversibili?

Illustrati così gli aspetti principali del problema, si pongono alcuni quesiti tutt'ora aperti:

- 1) Si deve confermare l'importanza delle verifiche tensionali negli stati limite di esercizio e l'esigenza delle relative prescrizioni? e quali ne sono le motivazioni?
- 2) I valori limite indicati per le verifiche tensionali nel NAD nazionale paiono ben calibrati?
- 3) Nel caso in cui la risposta per 2) non fosse ancora conclusiva, come si può operare per definire scientificamente tali limiti?

Il primo quesito - la cui risposta è evidentemente fondamentale per l'oggetto di questa nota - non può allo stato essere oggetto di risposta chiara e da tutti condivisa.

Sul secondo e terzo quesito è molto difficile proporre studi scientifici per accertare la validità e i limiti cui si dovrebbe ricondurre la Verifica Tensionale.

Ciò è mostrato anche dal fatto che il problema viene dibattuto da lungo tempo e che molte motivazioni mal si prestano ad indagini scientifiche, ma sono più spesso derivanti da posizioni progettuali.

Le uniche tipologie di indagini proposte, ma comunque complesse, sono quelle derivanti dall'esame nel tempo di strutture poste in ambienti più o meno aggressivi.

Quali ad esempio:

-sperimentazione di prototipi sollecitati permanentemente e posti in ambienti diversamente aggressivi;

-esame di costruzioni esistenti, con verifiche analitiche agli SLS e agli SLU, e con i necessari confronti ed esame diretto della struttura.

Ma entrambi questi metodi di indagine sperimentale proposti appaiono complessi, difficili da condurre, di lunga durata e probabilmente incerti sui risultati, per cui si è dubbiosi sulla utilità di proporli.

La questione resta quindi aperta, e, come precisato nell'introduzione a questa nota, non sembra possibile al momento fornire una indicazione conclusiva.

Gli studi in corso nell'ambito della Commissione del CNR per le norme sulle opere in cemento armato,

sono tuttavia una garanzia che il problema non è stato abbandonato e che gli studi comunque proseguiranno.

INTERAZIONE TAGLIO-FLESSIONE TRASVERSALE NELLE ANIME DEI PONTI A CASSONE IN C.A./C.A.P.

Giuseppe MANCINI

Professore Ordinario di Tecnica delle Costruzioni, Politecnico di Torino

Paolo NAPOLI

Professore Straordinario di Tecnica delle Costruzioni, Politecnico di Torino

Antonino RECUPERO

Allievo Dottorato di Ricerca, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino

SOMMARIO

Come è noto, nelle anime dei ponti a sezione scatolare in calcestruzzo strutturale vengono ad interagire numerose componenti della sollecitazione; anche trascurando quelle che siano di modesta incidenza statica, rimane una sensibile interazione tra la flessione trasversale ed il taglio longitudinale. Nel seguito viene proposto un modello nel quale l'utilizzazione rigorosa del teorema statico della teoria della plasticità conduce ad una soluzione che certamente approssima dal lato della sicurezza le risorse resistenti disponibili; inoltre, per meglio generalizzare il processo progettuale, si introduce la possibilità di tenere conto del contributo resistente dovuto alle armature longitudinali d'anima.

SUMMARY

As well known, the internal actions interacting in the web of structural concrete box bridges are numerous. Even if we could neglect those with a minor static importance, in fact, a considerable interaction between transverse bending and longitudinal shear takes place. In this paper we propose a model which makes rigorous use of the static theorem of plasticity theory and therefore it leads to a solution which surely represents a conservative approximation of bearing capacity. Furthermore, for a more effective generalisation of the design process, the model also introduces the possibility of taking into account the resisting contribution arising from longitudinal web reinforcement.

1. INTRODUZIONE

Nelle anime dei ponti a sezione scatolare in c.a. e/o c.a.p. vengono sempre ad interagire numerose componenti della sollecitazione, infatti oltre a quelle che derivano dalla classica teoria di De Saint Venant e di Bredt, trascurando gli effetti di ingobbamento impedito alla Vlasov che nel caso di sezione chiusa hanno incidenza molto ridotta, non possono essere trascurate le sollecitazioni che provengono dall'effetto folded plate, in particolare dalla flessione trasversale che nasce nelle pareti del cassone, per la perdita di forma della sezione.

Anche ammettendo, in accordo con alcune recenti proposte di modellazione [1][2], che le sollecitazioni normali (N, M) producano effetti essenzialmente localizzati nelle solette e che siano di modesta incidenza statica i tagli agenti in direzione ortogonale alle anime, rimane una sensibile interazione tra la

flessione trasversale ed il taglio longitudinale. Ciascuna di tali sollecitazioni infatti, supposta anche di essere la sola agente, può impegnare significativamente le risorse resistenti disponibili nell'anima.

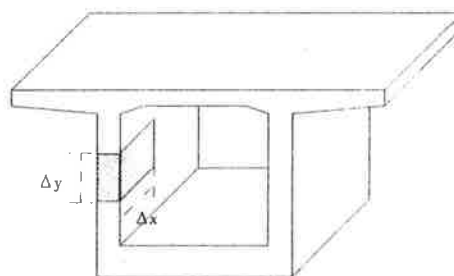


Fig. 1 Concio d'anima del cassone

E' allora evidente che il progetto dell'anima con modellazioni separate per flessione trasversale e taglio, mentre produce effetti in genere conservativi nei riguardi dell'acciaio, può risultare sensibilmente non conservativo nei confronti del calcestruzzo.

Il tema della interazione taglio-flessione trasversale nelle anime dei ponti a cassone è già stato affrontato sia per via teorica che sperimentale [3][4], ma i risultati raggiunti, per quanto pregevoli dal punto di vista sperimentale e di modellazione progettuale, consistono nella individuazione di un dominio resistente, da utilizzare in progetto e/o in verifica, determinato attraverso l'applicazione della teoria della plasticità, ma certamente in modo più prossimo al teorema cinematico che a quello statico; ne consegue che con tale approccio si potrebbe pervenire ad una sovrastima della resistenza disponibile.

Nel seguito viene invece proposto un modello basato sulla teoria della piastra-lastra in c.a. [5][6][7], nel quale l'utilizzazione rigorosa del teorema statico della teoria della plasticità conduce ad una soluzione che certamente approssima dal lato della sicurezza le risorse resistenti disponibili; inoltre, per meglio generalizzare il processo progettuale, si introduce la possibilità di tener conto del contributo resistente dovuto alle armature longitudinali d'anima.

Un confronto tra il modello formulato da Menn [3] ed il modello proposto è riportato in Appendice.

2. MODELLO RESISTENTE PROPOSTO

L'effetto di interazione tra taglio longitudinale e momento flettente trasversale nelle anime dei ponti a cassone può essere agevolmente preso in conto considerando l'anima come costituita da un pannello sandwich, nel quale si omette la definizione dello strato intermedio; tale strato ha infatti il compito di assorbire il taglio ortogonale all'anima, che nel caso in esame non viene considerato in quanto, nella realtà, poco significativo.

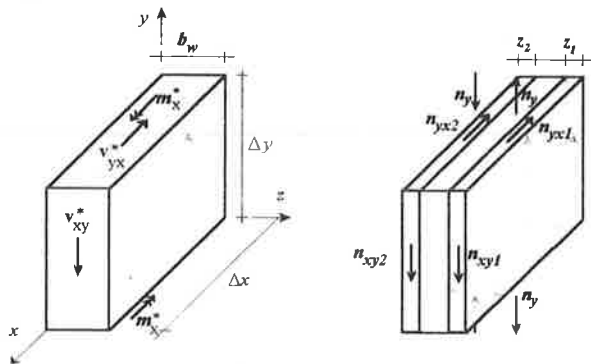


Fig. 2 Schema di distribuzione delle caratteristiche di sollecitazione sul concio d'anima

In ogni caso i modesti valori del taglio trasversale realmente presenti possono essere agevolmente assorbiti con un meccanismo di shear-friction tra i pannelli residui. Il pannello viene quindi a ridursi a due

sole lastre, ciascuna delle quali viene dimensionata applicando il teorema statico della teoria della plasticità, secondo le modalità proposte in [8] e [9].

In tale ipotesi le componenti della sollecitazione $m_x^* = \frac{M_x}{\Delta x}$, $v_{xy}^* = \frac{V_{xy}}{\Delta y}$ di un concio d'anima della struttura (fig. 1) di altezza Δy sono riportate in fig.2, nella quale si è supposto che la dimensione Δy sia sufficientemente piccola da poter ritenere costante il momento flettente trasversale.

Nella stessa figura è altresì riportata la decomposizione delle sollecitazioni globali (m_x^* , v_{xy}^*) in quelle che impegnano le due lastre resistenti (n_{xy1} , n_{xy2} , n_y), ottenute per imposizione delle seguenti condizioni di equilibrio:

$$n_{xy1} + n_{xy2} = v_{xy}^* \tag{1}$$

$$n_{xy1} \cdot \left(\frac{b_w - z_1}{2} \right) - n_{xy2} \cdot \left(\frac{b_w - z_2}{2} \right) = 0 \tag{2}$$

$$n_y \cdot \left(b_w - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) = m_x^* \tag{3}$$

Le equazioni (1) (2) (3), una volta noti gli spessori z_1 e z_2 delle due lastre, consentono di ricavare agevolmente le sollecitazioni in ciascuna di esse:

$$n_y = \frac{m_x^*}{\left(b_w - \frac{z_1 + z_2}{2} \right)} \tag{4}$$

$$n_{xy1} = v_{xy}^* \cdot \frac{(b_w - z_2)}{(2 \cdot b_w - z_1 - z_2)} \tag{5}$$

$$n_{xy2} = v_{xy}^* \cdot \frac{(b_w - z_1)}{(2 \cdot b_w - z_1 - z_2)} \tag{6}$$

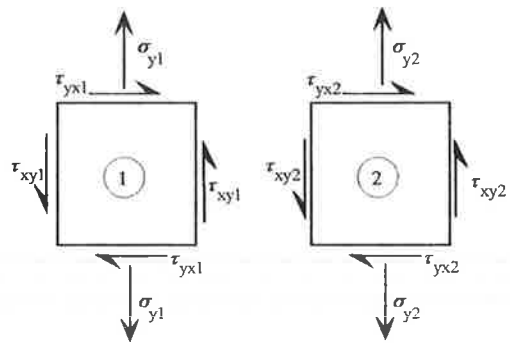


Fig. 3 - Effetti tensionali indotti nei due pannelli.

Le sollecitazioni elementari esplicitate nelle (4) (5) (6) producono sul singolo pannello gli effetti tensionali (fig. 3) di seguito elencati:

$$\sigma_{y1} = \frac{n_y}{z_1} \tag{7}$$

$$\sigma_{y2} = -\frac{n_y}{z_2}$$

$$\tau_{xy1} = \frac{n_{xy1}}{z_1} \tag{8}$$

$$\tau_{xy2} = \frac{n_{xy2}}{z_2}$$

La valutazione della capacità resistente di ciascuna lastra implica la conoscenza del legame funzionale tra σ e τ , il quale viene a dipendere dalla resistenza di calcolo dei materiali impiegati (f_{cd2} , f_{yd}) e dalle percentuali geometriche di armatura presenti nelle direzioni x e y (ρ_x , ρ_y); è possibile allora calcolare in ogni lastra la funzione di interazione:

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}(\sigma_y, f_{cd2}, f_{yd}, \rho_x, \rho_y) \tag{9}$$

Alla conoscenza della funzione di più variabili (9) si può pervenire tramite l'imposizione delle condizioni di equilibrio nell'ambito della singola lastra, in accordo alle ipotesi sovraesposte (fig. 4). Considerando una porzione di lastra sezionata parallelamente al campo tensionale presente nel calcestruzzo (inclinato dell'angolo θ sull'asse x longitudinale) si ottiene:

$$\tau_{xy} \cdot \cos\theta - \rho_x \cdot \sigma_{sx} \cdot \sin\theta = 0 \tag{10}$$

$$\tau_{xy} \cdot \sin\theta + \sigma_y \cdot \cos\theta - \rho_y \cdot \sigma_{sy} \cdot \cos\theta = 0 \tag{11}$$

Operando invece su una porzione di lastra sezionata da un piano ortogonale al campo tensionale nel calcestruzzo, si valuta:

$$\tau_{xy} \cdot \sin\theta - \sigma_c \cdot \cos\theta + \rho_x \cdot \sigma_{sx} \cdot \cos\theta = 0 \tag{12}$$

$$\tau_{xy} \cdot \cos\theta - \sigma_y \cdot \sin\theta + \rho_y \cdot \sigma_{sy} \cdot \sin\theta - \sigma_c \cdot \sin\theta = 0 \tag{13}$$

Si può adesso agevolmente dimostrare che le (10) (11) (12) (13) sono riconducibili ad un sistema di tre equazioni, alle quali possono essere imposte le condizioni limiti di resistenza.

Dalla (10) si ricava infatti: $\rho_x \cdot \sigma_{sx} = \frac{\tau_{xy}}{\text{tg}\theta}$ e sostituendo nella (12) si ottiene:

$$\tau_{xy} \cdot \left(\sin\theta + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} \right) = \sigma_c \cdot \cos\theta$$

da cui:

$$\tau_{xy} = \sigma_c \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \tag{14}$$

la stessa espressione può essere ricavata sostituendo la (11) nella (13).

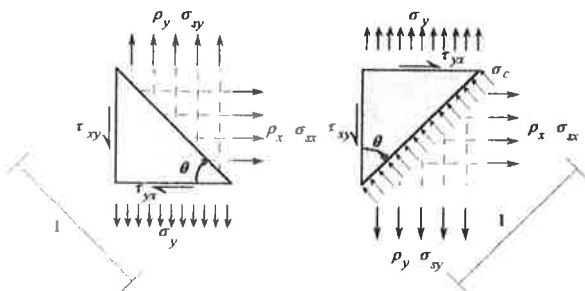


Fig. 4 - Campi tensionali presenti nella singola lastra.

In definitiva le tre equazioni governanti l'equilibrio diventano:

- la (10) $\tau_{xy} = \rho_x \cdot \sigma_{sx} \cdot \text{tg}\theta$

- la (11) $\tau_{xy} = (\rho_y \cdot \sigma_{sy} - \sigma_y) \cdot \text{ctg}\theta$

- la (14) $\tau_{xy} = \sigma_c \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta$

ed introducendo le condizioni limite di resistenza $\sigma_c \leq f_{cd2}$, $\sigma_{sx} \leq f_{yd}$, $\sigma_{sy} \leq f_{yd}$, si ottengono le disequazioni:

$$\tau_{xy} \leq \rho_x \cdot f_{yd} \cdot \text{tg}\theta \tag{15}$$

$$\tau_{xy} \leq (\rho_y \cdot f_{yd} - \sigma_y) \cdot \text{ctg}\theta \tag{16}$$

$$\tau_{xy} \leq f_{cd2} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \tag{17}$$

Ne deriva che la risposta è governata dal minimo dei tre secondi membri.

Occorre a questo punto evidenziare che in generale l'armatura non sarà distribuita baricentricamente in ciascuna delle due lastre del sandwich, in quanto si tenderà a disporla in prossimità delle pareti esterne dell'anima; ciò comporta, come già evidenziato in [7], che si debba procedere ad una correzione virtuale dei parametri ρ_x , ρ_y tenendo conto, con ulteriori equazioni di equilibrio, dell'eccentricità tra campi di tensione tesi e compresso che vengono a manifestarsi in ogni lastra (fig. 5). Di conseguenza, operando nella direzione x si possono valutare le aree di armatura nella posizione traslata, con le seguenti modalità:

$$A_{x1} = \rho_{x1} \cdot z_1 \cdot \left(\frac{b_w - z_1/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) + \rho_{x2} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{z_2/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right)$$

$$A_{x2} = \rho_{x1} \cdot z_1 \cdot \left(\frac{z_1/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) + \rho_{x2} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{b_w - z_2/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) \tag{18}$$

analoghe espressioni si ottengono per le armature in direzione y:

$$A_{y1} = \rho_{y1} \cdot z_1 \cdot \left(\frac{b_w - z_1/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) + \rho_{y2} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{z_2/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right)$$

$$A_{y2} = \rho_{y1} \cdot z_1 \cdot \left(\frac{z_1/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) + \rho_{y2} \cdot z_2 \cdot \left(\frac{b_w - z_2/2 - c}{b_w - 2 \cdot c} \right) \tag{19}$$

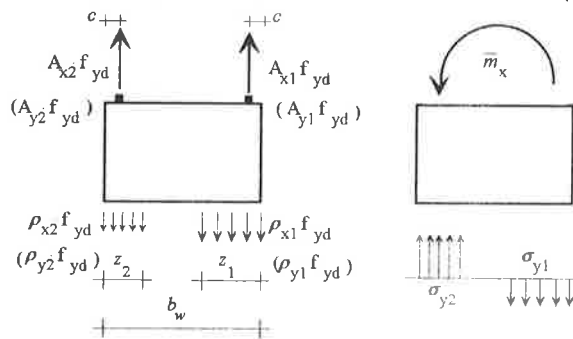


Fig. 5 - Traslazione delle armature lungo le pareti esterne dell'anima e campi tensionali indotti dal momento flettente trasversale.

Le tensioni σ_y indotte nelle due lastre dal momento flettente trasversale m_x possono quindi essere calcolate come:

$$\sigma_{y1} = \frac{m_x^*}{[b_w - (z_1 + z_2)/2] \cdot z_1}$$

$$\sigma_{y2} = \frac{m_x^*}{[b_w - (z_1 + z_2)/2] \cdot z_2}$$
(20)

Armatura trasversale

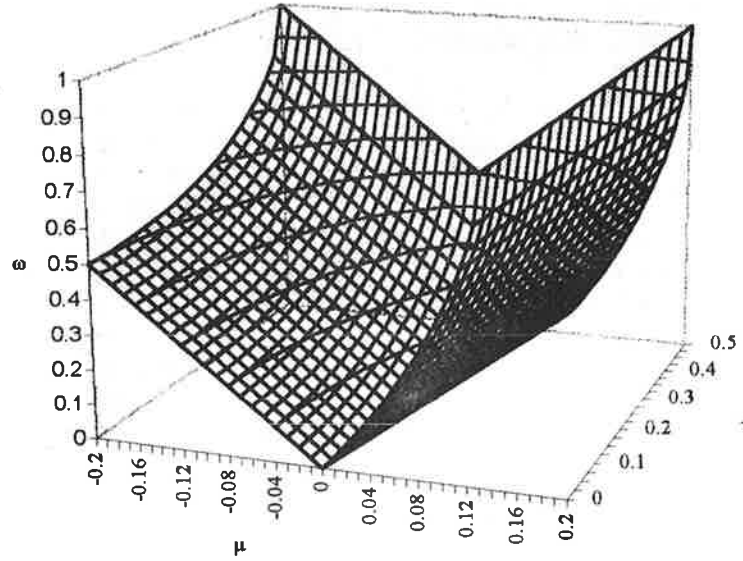


Fig. 6 - Superficie di interazione $r_y = 1.0$ ($\Delta\omega = 0.1$)

Armatura trasversale

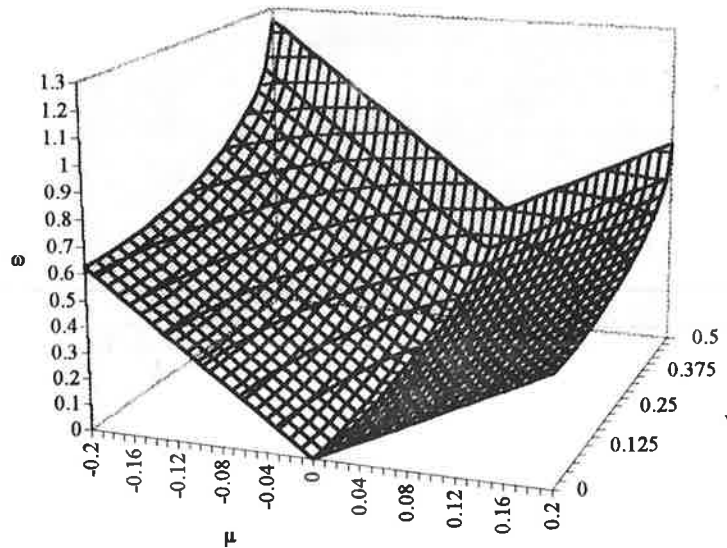


Fig. 7 - Superficie di interazione $r_y = 1.5$ ($\Delta\omega = 0.1$)

Armatura Trasversale

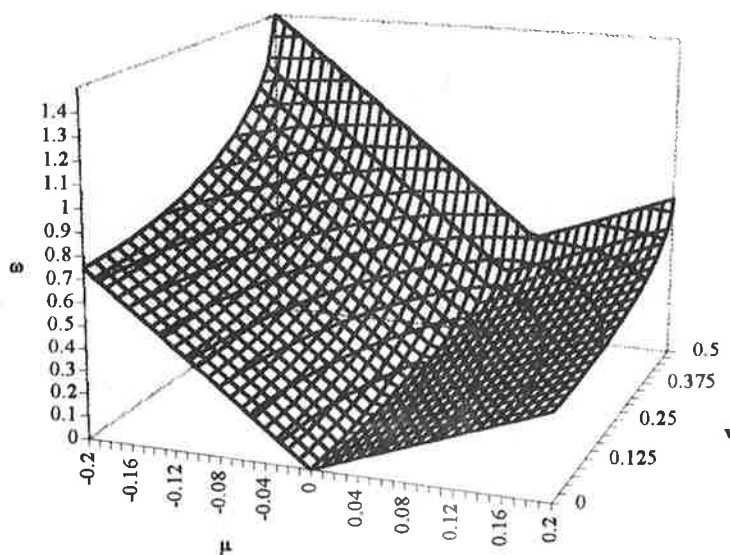


Fig. 8 - Superficie di interazione $r_y = 2.0$ ($\Delta\omega = 0.1$)

3. INDIVIDUAZIONE DEI DOMINI DI RESISTENZA

La risoluzione del sistema di disequazioni (15), (16), (17) consente di tracciare dei domini resistenti di interazione:

$$v_{xy} = \frac{V_y}{b_w \cdot \Delta y \cdot f_{cd2}}, \quad \mu_x = \frac{M_x}{b_w^2 \cdot \Delta x \cdot f_{cd2}} \quad (21)$$

aventi come variabili il rapporto meccanico di armatura trasversale:

$$\omega_y = \omega_{y1} + \omega_{y2} = (A_{y1} + A_{y2}) \cdot \frac{f_{yd}}{\Delta x \cdot b_w \cdot f_{cd2}} \quad (22)$$

ed il rapporto tra le aree di armatura verticale in ciascuno dei pannelli:

$$r_y = \frac{\omega_{y1}}{\omega_{y2}} = \frac{A_{y1}}{A_{y2}} \quad (23)$$

La procedura di tracciamento può essere descritta attraverso i seguenti passi:

- noti M_x , V_{xy} si calcolano le corrispondenti sollecitazioni per unità di lunghezza m_x^* , v_{xy}^* e, fissati due distinti valori di tentativo per z_1 e z_2 , è possibile valutare tramite le (7) e le (8) le componenti tensionali per ogni lastra: σ_{y1} , τ_{xy1} , σ_{y2} , τ_{xy2} ;
- sostituendo tali valori, per ciascuna delle lastre, nel sistema di disequazioni (16), (17) è possibile ricavare le incognite ρ_{y1} , (ρ_{y2}), θ_1 , (θ_2);
- tramite la (19) si valutano allora le aree di armatura per unità di lunghezza Δx , A_{y1} , A_{y2} ; tali aree rappresentano i valori strettamente necessari a

garantire l'equilibrio nelle ipotesi adottate per z_1 e z_2 , ma, in generale, il rapporto $r_y = \frac{A_{y1}}{A_{y2}}$ non

coincide con quello prescelto per il tracciamento del diagramma di interazione; di conseguenza il rispetto del valore di r_y prescelto comporta l'incremento dell'area A_{y1} (A_{y2}) che risulta determinante. In tal modo si raggiunge un eccesso di sicurezza nella lastra in cui occorre incrementare l'armatura, ma la sicurezza del complesso non varia in quanto condizionata dall'elemento più debole; utilizzando la (22) si calcola il valore di ω_y corrispondente ai valori A_{y1} e A_{y2} ottenuti e relativi agli spessori prefissati z_1 e z_2 ;

a questo punto occorre iterare la procedura variando z_1 e z_2 fino a determinare il valore minimo della funzione $\omega_y = f(z_1, z_2)$ nell'ambito dell'intervallo geometricamente compatibile con le ipotesi di base:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 \leq b_w \\ z_1 \geq 2 \cdot c \\ z_2 \geq 2 \cdot c \end{cases}$$

tale operazione di individuazione del minimo viene effettuata per via numerica operando su un numero sufficientemente fitto di valori della funzione; l'individuazione del minimo della funzione ω_y corrisponde alla conoscenza di un punto della superficie di interazione (μ_y , v_{xy} , ω_y) le cui sezioni costituiscono i diagrammi di interazione.

Nelle figure 6, 7 e 8 sono rispettivamente riportate le superfici di interazione rispettivamente a valori del rapporto $\frac{c}{b_w} = 0.1$ e di r_y pari a 1/ 1.5/ 2.

Le figure 9, 10, 11 rappresentano i diagrammi di interazione (μ_y, v_{xy}, ω_y) ottenuti sezionando le predette superfici con piani corrispondenti ad $\omega_y = \text{cost}$.

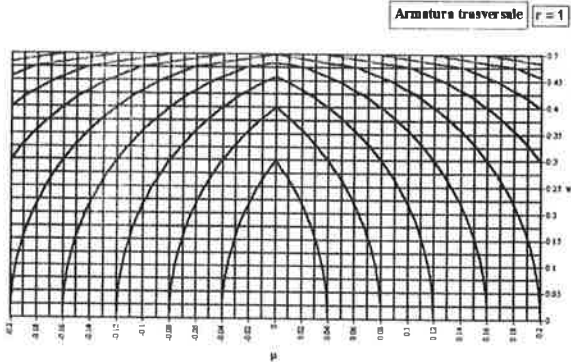


Fig. 9 - Armatura trasversale per $r_y = 1.0$ ($\Delta\omega = 0.1$)

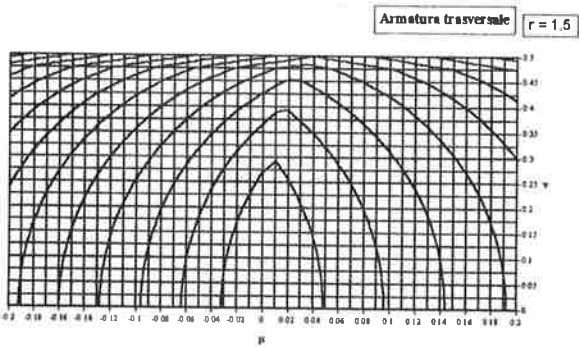


Fig. 10 - Armatura trasversale per $r_y = 1.5$ ($\Delta\omega = 0.1$)

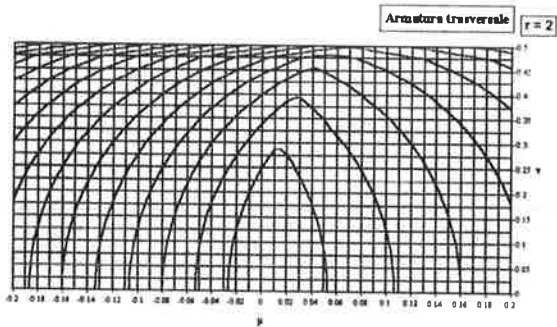


Fig. 11 - Armatura trasversale per $r_y = 2.0$ ($\Delta\omega = 0.1$)

A questo punto con i valori θ_1 e θ_2 corrispondenti alla soluzione del problema di minimo relativa alla determinazione di un punto del dominio di interazione, tramite la (15) e la (18) si calcola il rapporto meccanico di armatura longitudinale richiesta dall'anima, che si

suppone, in tutti i casi di variazione di " r_y ", disposta con rapporto prefissato $r_x = \frac{A_{x1}}{A_{x2}} = 1$:

$$\omega_x = \omega_{x1} + \omega_{x2} = (A_{x1} + A_{x2}) \cdot \frac{f_{yd}}{\Delta y \cdot b_w \cdot f_{cd2}} \quad (24)$$

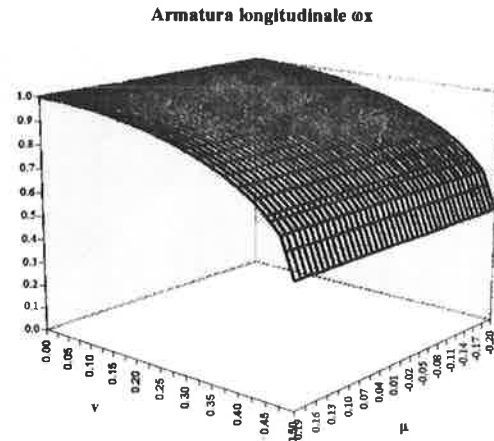


Fig. 12 - Superficie d'interazione (μ_i, v_{xy}, ω_x)

Tale modo di operare sulle tre disequazioni che governano il problema è conseguenza della indipendenza di ω_x , da μ_y in quanto l'armatura longitudinale è necessaria solo all'assorbimento della componente longitudinale del campo di tensioni inclinato presente nel calcestruzzo.

Pertanto la superficie di interazione relativa alle variabili μ_i, v_{xy}, ω_x (fig. 12) degenera in una funzione di una variabile $\omega_x = f(v_{xy})$, quale rappresentata in fig. 13. Le armature longitudinali così valutate ($A_{x1} = A_{x2}$) dovranno essere disposte nelle due lastre.

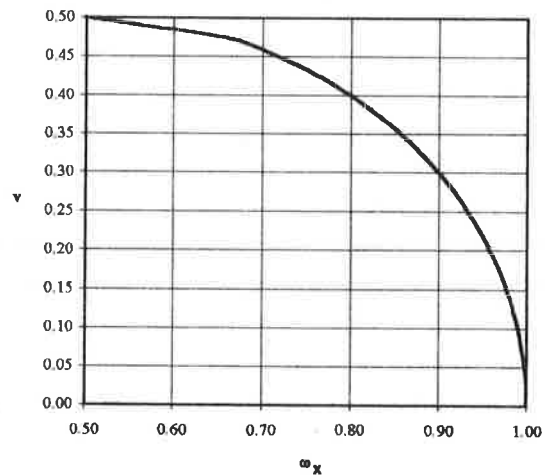


Fig. 13 - Diagramma di progetto per armatura longitudinale

Nella direzione x la forza longitudinale agente nelle armature A_{x1} ed A_{x2} potrà anche essere trasferita, metà per parte nei corrispondenti correnti tesi e compressi,

qualora non si ravvisi l'opportunità di disporre armatura longitudinale diffusa d'anima.

Occorre peraltro osservare che il diagramma di fig. 13 comporta un incremento di armatura longitudinale ω_x per valori decrescenti del taglio v_{xy} ; ciò è la logica conseguenza della contemporanea riduzione di armatura verticale, consentita da un campo di tensione nel calcestruzzo di inclinazione decrescente sull'asse longitudinale.

4. CONFRONTO SPERIMENTALE

Il modello di calcolo proposto è basato nella individuazione di sottomodelli elementari (lastra in c.a.) la cui validità sperimentale è ampiamente disponibile nella bibliografia (ad esempio [6]). È peraltro disponibile in letteratura una campagna di indagini sperimentali mirata allo studio specifico del fenomeno condotta da J. Kaufmann e C. Menn presso l'Università di Zurigo nel 1976 [4].

In tale sperimentazione è stata infatti valutata la correlazione esistente tra resistenza ultima a taglio e resistenza ultima a momento trasversale nell'anima di travi ad I. Peraltro l'assenza al momento delle prove di un modello teorico di riferimento, pur consentendo di pervenire a pregevoli risultati, ha comportato una certa dispersione, già adombrata dagli stessi autori. Per i dettagli della esecuzione di tale sperimentazione si rimanda al rapporto contenente la pubblicazione dei risultati [4].

In ogni caso, per effettuare un confronto dei risultati sperimentali con le previsioni del modello proposto si è proceduto al calcolo delle armature necessarie partendo dai seguenti dati di ingresso:

$$m_x^* = \frac{M_x}{\Delta x} \quad \text{momento trasversale d'anima per}$$

unità di lunghezza;

$$v_{xy}^* = \frac{V_{xy}}{\Delta y} \quad \text{taglio d'anima per unità di altezza;}$$

R_c valore sperimentale di resistenza cubica a compressione del calcestruzzo;

f_s valore sperimentale di resistenza a trazione dell'acciaio;

r_y rapporto d'armatura nelle due facce d'anima;

I valori di armatura longitudinale e trasversale richiesti dal modello e quelli presenti nelle travi sperimentate sono riportati nella tabella 1.

Occorre comunque precisare che il modello proposto fornisce il valore minimo di armatura trasversale necessaria all'equilibrio senza porre alcuna limitazione sull'armatura longitudinale. Nei casi sperimentali non era presente armatura longitudinale d'anima, pertanto il confronto è stato limitato alla sola armatura trasversale. L'armatura longitudinale reale è stata riportata in tabella 1 considerandola concentrata nel solo corrente teso.

I risultati del confronto sono riportati nel diagramma di fig. 14; in esso le prime sei prove

sperimentali sono indicate con il trapezio, le seconde invece con il cerchio.

Si può facilmente evincere come il modello proposto interpreti meglio la prime sei; ciò dipende dalle modalità di esecuzione della seconda serie di prove che risultano influenzate dalla presenza di un tratto terminale di trave che opera come incastro fittizio e contribuisce ad irrigidire il sistema, fornendo una capacità resistente più elevata.

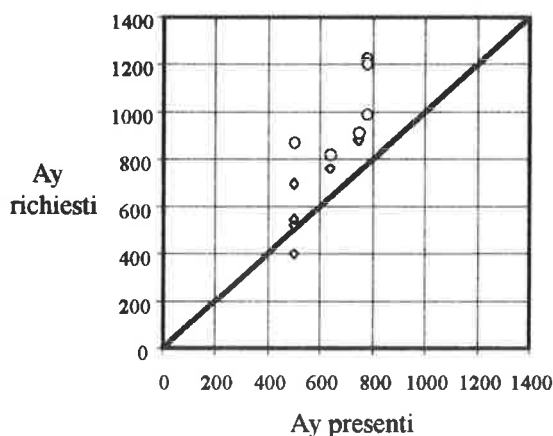


Fig. 14 - Confronto tra le armature progettate e quelle sperimentali.

È altresì evidente come solo un campione della prima serie di prove abbia dato una risposta al di fuori del dominio della sicurezza, quello corrispondente alla prova sulla sesta trave, che ha subito particolari condizioni di carico, diverse dalle rimanenti. Tale trave peraltro è stata scartata dagli stessi Autori nella loro sintesi di valutazione della interazione basata sui risultati sperimentali.

5. CONCLUSIONI

La metodologia proposta per il progetto delle anime dei ponti a cassone, in presenza di sollecitazioni combinate di taglio longitudinale e flessione trasversale, in quanto basata sull'applicazione sistematica del teorema statico della teoria della plasticità, fornisce una "lower bound solution", ciò d'altra parte è ampiamente dimostrato con la sua applicazione alle prove sperimentali effettuate da Kaufmann e Menn.

Va peraltro precisato che come sempre convenzionalmente si ammette nella definizione delle condizioni ultime di sollecitazione l'applicazione del metodo è basata sull'ipotesi di incremento proporzionale delle sollecitazioni di taglio e flessione dai valori caratterizzanti le condizioni di esercizio a quelli corrispondenti alla situazione ultima. Qualora invece si ammettesse di incrementare una sola delle componenti della sollecitazione mantenendo l'altra invariata, la presenza di eventuali fessurazioni che attraversino i campi di tensione nel calcestruzzo con angoli relativi molto elevati potrebbe in qualche modo

compromettere la disponibilità di duttilità locale, necessarie allo sfruttamento di tutte le risorse statiche presenti; è peraltro però da precisare che le prove sperimentali al momento disponibili sull'argomento

indicano chiaramente che la metodologia proposta mantiene la sua validità, anche in questi casi.

	$M_x/\Delta x$ kNm/m	$V_{xy}/\Delta y$ kN/m	R_c N/mm ²	f_s N/mm ²	A_x calcolo mm ² /m	A_y calcolo mm ² /m	A_x reale mm ² /m	A_y reale mm ² /m	r_y []
S1a	8.30	313	40.6	550	878	522	598	500	1.00
S2a	8.80	317	43.3	550	919	545	598	500	1.00
S3a	9.40	466	43.7	550	885	700	898	500	1.00
S4a	14.20	413	33.1	550	723	764	722	640	1.57
S5a	17.70	464	33.4	550	711	879	723	750	2.00
S6a	5.40	307	30.2	550	691	398	598	500	1.00
S1b	9.40	643	38.9	550	702	991	1277	780	1.00
S2b	17.40	558	41.1	550	816	1229	1000	780	1.00
S3b	14.30	640	40.7	550	763	1212	1276	780	1.00
S4b	10.90	573	33.8	550	661	820	1276	640	1.57
S5b	13.50	608	33.2	550	629	913	1277	750	2.00
S6b	15.80	240	29.9	550	705	873	899	500	1.00

Tabella 1- Confronto tra le armature calcolate e quelle realmente presenti.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] P. Marti (1991) - Dimensioning and Detailing, I.A.B.S.E. Colloquium, Structural Concrete, Stuttgart, 10-12 April 1991. Colloquium Report, International Association for Bridge and Structural Engineering, pp. 411-443;
- [2] CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford Editor 1993, pp.187, 188;
- [3] C. Menn (1990) - Prestressed Concrete Bridge, Birkhauser Verlag AG Basel, pp. 259-264;
- [4] J. Kaufmann, C. Menn (1976) - Versuche über Schub bei Querblegung, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zurich, Bericht Nr 7201-1, Dezember 1976;
- [5] P. Marti (1990) - Design of Concrete Slab for Transverse Shear, ACI Structural Journal, March-April 1990, pp.180-190;
- [6] P. Marti, J. Meyboom (1992) - Response of Prestressed Concrete Elements to In-plane Shear Forces, ACI Structural Journal, Sept., Oct. 1992, pp.503-514;
- [7] G. Fanti, G. Mancini (1995) - Ultimate Limit State design of Structural Concrete Shell Elements, CEB Bulletin d'Information n.223, June 1995, pp.167-207;
- [8] F. Bach, M. W. Braestrup, M.P. Nielsen (1978) - Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams, I.A.B.S.E. Proceedings, P15 - 1978;

- [9] G. Mancini, A. Recupero, C.D. Scilipoti (1996) - Taglio nel c.a. in presenza di armature d'anima longitudinali e trasversali, Studi e Ricerche, Vol. 17, Milano;

7. APPENDICE - Confronto tra il metodo di Menn e il metodo proposto

Il modello di interazione taglio d'anima - momento trasversale proposto da Menn [3] prende le mosse dal classico modello a traliccio relativo al taglio puro.

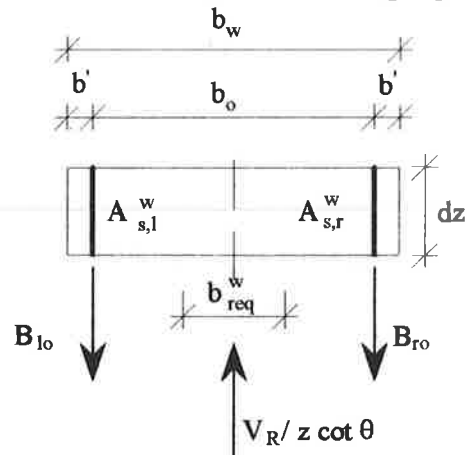


Fig. 1a - Equilibrio in condizioni di taglio puro

Per semplicità si supponga di operare su un'anima di trave di altezza z e larghezza b_w , provvista di armatura trasversale verticale. Se tale anima è soggetta ad un taglio V_R , il campo di tensione obliquo di

compressione nel calcestruzzo caratterizzato da un valore di inclinazione α sull'orizzontale è:

$$\sigma_c = \frac{V_R}{b_w \cdot z \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta)} \quad (1a)$$

L'equazione precedente può essere utilizzata per calcolare la larghezza d'anima strettamente necessaria; infatti posto $\sigma_c = f_{cd2}$ si ottiene facilmente:

$$b_{req}^w = \frac{V_R}{f_{cd2} \cdot z \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta)} \quad (2a)$$

Se risulta $b_{req}^w \leq b_w$ (larghezza effettiva dell'anima) la capacità resistente d'anima eccedente può essere utilizzata per sopportare il momento flettente trasversale. In condizioni di taglio puro la componente verticale della risultante di compressione $\frac{V_R}{z \cdot \cot(\theta)}$ è

ovviamente applicata lungo l'asse baricentrico della sezione (fig. 1a). Quando la risultante di compressione

$\frac{V_R}{z \cdot \cot(\theta)}$ è traslata completamente a sinistra, secondo

lo schema riportato in fig. 2a, l'equilibrio viene ripristinato tramite una variazione di forza agente nelle staffe.

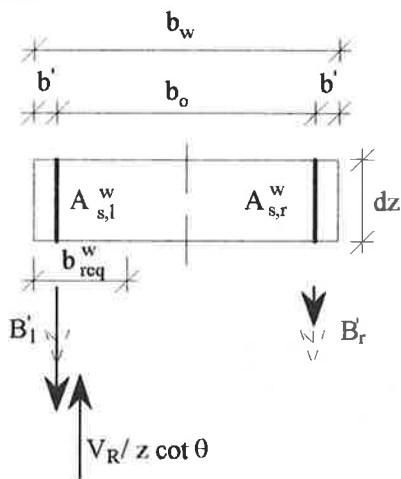


Fig. 2a - Equilibrio in presenza di traslazione della risultante

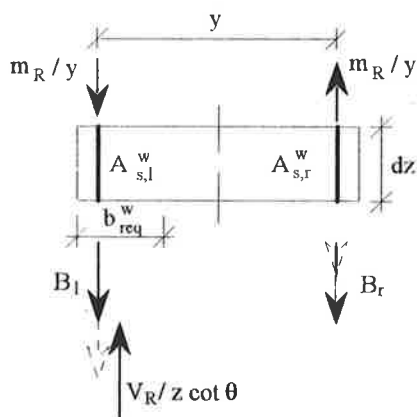


Fig. 3a - Prevalenza del taglio

La sovrapposizione del momento flettente m_R può allora essere sopportata da una ulteriore variazione di forza nelle staffe (fig. 3a) o, qualora la forza di compressione m_R/y risulti maggiore di B'_l , da un incremento dello sforzo totale di compressione nel calcestruzzo (fig. 4a).

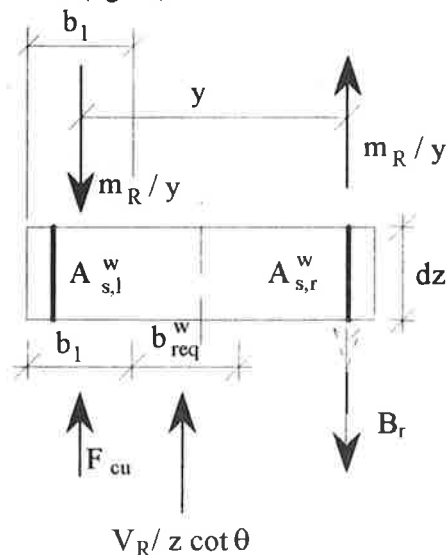


Fig. 4a - Prevalenza del momento

Sulla base delle considerazioni precedenti Menn ha formulato e sviluppato un modello semplificato di massima resistenza (V_R , m_R) per le anime soggette a taglio e momento flettente trasversale. Imponendo semplici condizioni di equilibrio si ricava infatti, fissata una coppia di valori di m_R ed V_R , l'area di armatura necessaria.

È pervenuto altresì al tracciamento di superfici di interazione (μ_x , v_{xy} , ω) (fig. 5a) la cui sezione è rappresentata in fig. 6a. Confrontando la fig. 6a con l'omologa fig. 9 si evince chiaramente come la procedura di Menn risulti in generale meno conservativa; va infatti precisato che la carenza della parte apicale delle curve nel diagramma di Menn deriva solo dalla limitazione imposta dall'autore con la scelta di un angolo fisso ($\theta = 45^\circ$) del campo di tensioni.

Occorre infine osservare che l'assunzione di Menn che il risultante del campo di tensioni oblique introdotte dal taglio nell'anima abbandoni il piano di simmetria per inclinarsi, rispetto ad un asse longitudinale, in modo da posizionarsi nel baricentro della zona di calcestruzzo compresso per effetto della flessione trasversale comporta l'insorgere di un momento torcente nell'anima, che nel modello proposto da Menn è da ricondurre ad una reazione globale, interessante nel complesso l'insieme scatolare. Ne consegue che solo se sussistono ulteriori risorse resistenti nel complesso scatolare l'omissione della presa in conto del momento torcente di equilibrio ha scarsa influenza sulla resistenza locale: in generale

essa quindi non soddisfa in maniera completa le condizioni generali di ammissibilità statica.

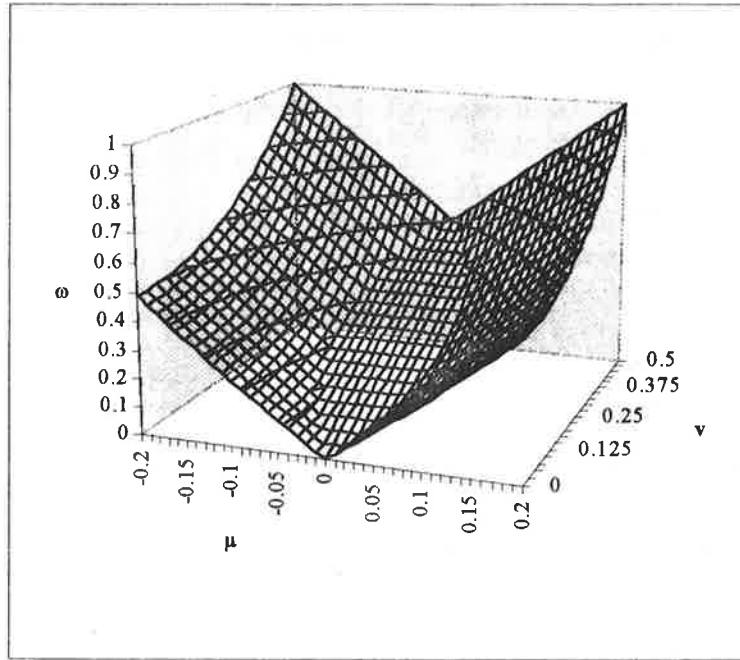


Fig. 5a - Superficie di interazione(μ_x, v_{xy}, ω)

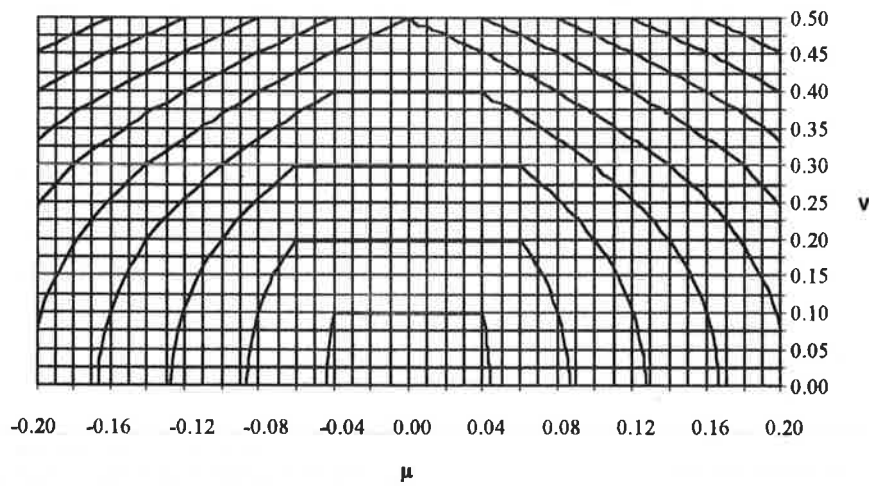


Fig. 6a - Diagramma di interazione per $r_y = 1$

GLI ASPETTI E LE CARATTERISTICHE DI BASE DELLA PRESOLLECITAZIONE SEZIONALE E STRUTTURALE DELLE OPERE IN CALCESTRUZZO

Franco MOLA

Ordinario di Teoria e Progetto delle Costruzioni in calcestruzzo armato e precompresso
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

Martino Carlo GATTI

Ingegnere Civile, Diplomato alla Scuola di Specializzazione in Costruzioni in cemento armato "F.lli Pesenti"
Politecnico di Milano

SOMMARIO

Vengono presentati i requisiti fondamentali che presiedono lo studio della evoluzione temporale dello stato di presollecitazione nelle strutture in calcestruzzo. A partire dalle intuizioni essenziali di Freyssinet il problema è considerato nel suo divenire attraverso le formulazioni che, via via susseguentesi, hanno portato alle moderne analisi di queste strutture. In particolare viene proposta una modalità operativa che permette di rendere di immediata applicabilità la formulazione algebrica del problema, attualmente raccomandata dai Codici di misura della sicurezza.

SUMMARY

The basic prerequisites for the long-term analysis of prestressed concrete structures are presented. The problem is approached starting from the pionieristic works of Freyssinet, considering its development until the present time. In particular an up-to-date formulation able to make of very simple use the algebraic form of the concrete creep constitutive law is developed.

1. INTRODUZIONE

L'avvento della presollecitazione ha permesso di potere costruire opere in calcestruzzo di grande impegno statico e di complesso funzionamento sì da rendere questo materiale di preminente importanza nella industria delle costruzioni. E' peraltro noto che l'idea di presollecitazione delle strutture in calcestruzzo, i cui primi tentativi risalgono al tempo in cui furono realizzate le prime costruzioni in calcestruzzo armato, si sviluppò attraverso un cammino difficile e faticoso, durato più di mezzo secolo, durante il quale la nuova tecnica costruttiva, fortemente penalizzata dagli insuccessi iniziali, non trovò le premesse necessarie per la sua completa affermazione. Ciò che determinò l'insuccesso delle prime applicazioni fu la mancanza della percezione dei complessi fenomeni che portavano alla pressochè totale dissipazione degli effetti prodotti dalla presollecitazione, connessi alle deformazioni differite del calcestruzzo. Nella sua fase pionieristica, la tecnica della presollecitazione potè trovare i presupposti della sua futura affermazione solo allorchè, anche sulla base di ragionamenti empirici e di valutazioni

largamente approssimate, fu possibile stabilire un nesso causale fra le deformazioni differite del calcestruzzo e la variazione dello stato tensionale in esso prodotto dalle sollecitazioni applicate mediante la presollecitazione delle armature metalliche. Questa consapevolezza, che fu chiaramente affermata per la prima volta da Freyssinet, [1], se da un lato condusse alla affermazione della necessità di introdurre elevati stati tensionali negli acciai quale sola possibilità per potere convenientemente ridurre la dissipazione dello stato tensionale indotto dalla presollecitazione, dall'altro non permise di formulare il problema in un ambito rigorosamente scientifico, chè le conoscenze circa il comportamento differito dei calcestruzzi non erano ancora sufficienti a questo scopo. La prima formulazione teorica soddisfacente, mirante alla determinazione analitica della variazione temporale dello stato di presollecitazione impressa alle armature, fu dovuta a Dischinger, [2], il quale, sulla scorta delle osservazioni sperimentali condotte da Whitney, [3], e Glanville, [4], mostrò che il problema della interazione fra armatura e struttura era governato da una equazione differenziale del primo ordine. La risoluzione di tale

equazione, condotta dallo stesso Dischinger, permise di dedurre semplici e immediate formule per il calcolo delle sezioni precomprese o più in generale per le strutture presollecitate, nonché di evidenziare chiaramente i parametri fondamentali che governano i fenomeni interattivi fra le armature ed il calcestruzzo nelle sezioni o fra un vincolo, di natura elastica, e la struttura in calcestruzzo. La soluzione di Dischinger, rigorosa sotto l'aspetto matematico, non lo era sotto quello sperimentale, essendo tarata sull'ipotesi di materiale caratterizzato da deformazioni viscoso totalmente irreversibili, in contrasto con la realtà fisica, attestante invece la parziale reversibilità delle deformazioni viscoso. Le osservazioni di Mc Henry, e la affermazione del Principio di Sovrapposizione, [5], permisero un decisivo avanzamento delle conoscenze relative al comportamento differito del calcestruzzo e della modellazione della legge costitutiva, espressa mediante formulazione integrale di Volterra a nucleo non degenerare onde tenere conto della parziale reversibilità delle deformazioni viscoso. La formulazione di Mc Henry, sebbene di gran lunga più raffinata di quella di Dischinger, non condusse tuttavia alla affermazione di relazioni più precise atte alla analisi delle strutture presollecitate, in quanto essa richiedeva algoritmi di tipo numerico per i quali i mezzi di calcolo allora disponibili risultavano inadeguati. Il periodo che si estende dal primo dopoguerra alla fine degli anni '60, che coincise con lo sviluppo su larga scala della tecnologia della presollecitazione, fu caratterizzato, nell'ambito della analisi strutturale a lungo termine, sia da lavori sistematici rivolti alla generalizzazione della classica soluzione di Dischinger a problemi più complessi, caratterizzati dalla presenza di più incognite, sia dal tentativo di introdurre leggi costitutive più raffinate, atte a descrivere la parziale reversibilità della deformazione viscosa senza introdurre difficoltà matematiche che rendessero praticamente non perseguibile la soluzione del problema. Fra i numerosissimi lavori apparsi, particolare attenzione meritano nel primo ambito le indagini di Knittel, [6], e la formulazione di Busemann, [7]: le prime rivolte alla applicazione della soluzione di Dischinger allo studio di sezioni aventi due armature metalliche, la seconda mirante alla definizione di una tecnica di disaccoppiamento delle due equazioni differenziali che governano nell'ambito della formulazione di Dischinger, il comportamento a lungo termine di sezioni miste acciaio-calcestruzzo. Nel secondo ambito due formulazioni particolari della legge costitutiva elasto-viscosa assunsero grande significato e precisamente la formulazione di Arutyunyan, [8], e quella di Rusch-Jungwirth, [9]. La prima permise di tenere conto della parziale reversibilità delle deformazioni viscoso

introducendo nell'analisi strutturale sviluppi matematici che, seppur di sensibile complessità, permettevano soluzioni in forma chiusa, almeno per le più semplici configurazioni strutturali, prime fra queste le sezioni precomprese con una sola armatura. La seconda formulazione rappresentò il tentativo di generalizzare il modello di Dischinger, mantenendone l'impianto di base, tramite l'introduzione dell'ipotesi, in realtà alquanto forzata, della istantaneità di sviluppo della quota reversibile della deformazione viscosa. Gli anni '70 ed '80 vedono giungere alla sistematizzazione definitiva, nell'ambito del Principio di Sovrapposizione di Mc Henry, del problema della analisi delle strutture in calcestruzzo presollecitato. Tale sistematizzazione avviene attraverso tre differenti approcci, di cui due di tipo esatto ed il terzo di tipo approssimato. Gli approcci di tipo esatto sono quello numerico, basato su algoritmi risolutivi sequenziali delle equazioni integrali di Volterra, [10], e quello in forma chiusa costituente il Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte, [11], di carattere generale, che permette di accomunare sotto un'unico approccio risolutivo le strutture viscoelastiche a comportamento non omogeneo, di cui le sezioni presollecitate sono un esempio cospicuo. Relativamente alla formulazione approssimata, indicata per la prima volta da Trost, [12], poi dimostrata nei suoi presupposti teorici da Bazant, [13], e da questi denominata Metodo del Modulo Effettivo Corretto dall'Età, vi è da osservare che tale metodo, che permette di utilizzare leggi costitutive generali e che presenta livelli di precisione più che soddisfacenti, riconducendo l'analisi a lungo termine ad un procedimento matematico di tipo algebrico, può considerarsi come il più affidabile algoritmo per le applicazioni pratiche. Peraltro, sebbene il metodo sia raccomandato dai principali Codici per la misura della sicurezza, in particolare EC2 [14], e MC90 [15], la sua applicazione ai vari problemi dell'ingegneria strutturale non venne studiata nei suoi dettagli, cosicché il metodo è stato oggetto di presentazione solo nell'ambito di una formulazione di tipo algebrico della legge costitutiva del calcestruzzo. Solo recentemente, [16] [17], da parte degli autori si sono potute dimostrare interessanti proprietà della soluzione ottenibile attraverso tale metodo, che permette di giungere a formulazioni compatte ed estremamente semplici della analisi a lungo termine di strutture aventi configurazioni comunque complesse. L'evoluzione della tecnica della presollecitazione ed il controllo della variazione temporale dei suoi effetti nelle strutture in calcestruzzo, sebbene costituiscano due fattori indissolubilmente legati e fortemente interagenti, non possono tuttavia analizzarsi in tutte le loro peculiarità e prerogative, solo all'interno del profilo evolutivo precedentemente tracciato. Non vi è comunque dubbio che quanto

ricordato costituì momento essenziale nello sviluppo delle conoscenze sull'argomento, cosicchè gli aspetti che verranno sviluppati in dettaglio nel prosieguo, permetteranno di potere acquisire con sufficiente completezza i caratteri più significativi di uno scenario entro il quale grandissime figure di ingegneri, che lasciarono indelebile impronta nel campo della progettazione e della ricerca applicata operarono, sviluppando una tecnologia innovativa e di enorme potenzialità, che ancora oggi lascia intravedere cospicue possibilità di sviluppo.

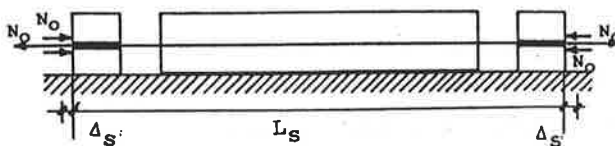
2. L'INTUIZIONE DI FREYSSINET E LA GIUSTIFICAZIONE SU BASE EMPIRICA DELLA DISSIPAZIONE DELLA PRESOLLECITAZIONE

Allorchè la tecnologia della precompressione mosse i primi passi verso una razionalizzazione del problema riguardante la variazione nel tempo dello stato tensionale da essa prodotto, le formulazioni teoriche atte alla descrizione dei fenomeni viscosi, sebbene avessero raggiunto grande sviluppo nell'ambito dei particolari modelli viscoelastici di tipo Boltzmanniano, non avevano trovato applicazione nell'analisi delle strutture in calcestruzzo. Ciò tuttavia non impedì che le indagini volte a mettere in luce i fenomeni deformativi che si aggiungevano a quelli di tipo istantaneo, benchè carenti sotto l'aspetto teorico, fossero in grado di stabilire uno dei caratteri più importanti del comportamento differito del calcestruzzo, e precisamente l'esistenza di due deformazioni, di cui una indipendente dalla tensione e l'altra da essa dipendente. Per quanto riguarda quest'ultima, due procedimenti operativi furono dapprima sviluppati assumendo da un lato la deformazione differita proporzionale alla tensione iniziale, oppure, dall'altro, simulando nel tempo una riduzione del modulo elastico del materiale. Questi approcci, di cui il secondo errato essendo le deformazioni elastiche di tipo istantaneo, ed il primo corretto solo nel caso di tensione costante nel tempo, condussero comunque a quella che doveva rivelarsi la caratteristica basilare della precompressione, ovvero la necessità di impiegare acciai di alta resistenza, per potere garantire la permanenza nel tempo di una parte sufficientemente elevata dello stato tensionale impresso. Nell'ambito della prima ipotesi si consideri l'elemento di calcestruzzo di Fig.1, al quale venga imposto uno stato di coazione mediante un filo di acciaio coassiale, inizialmente preteso alla tensione $\bar{\sigma}_{s0}$. Dette rispettivamente σ_{c0} , σ_{s0} le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio dopo il rilascio del filo, la congruenza porta a scrivere

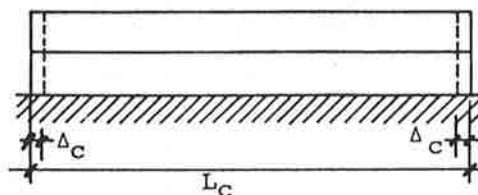
$$\sigma_{c0} = \bar{\sigma}_{s0} \frac{\omega}{n}$$

$$\sigma_{s0} = \bar{\sigma}_{s0} (1 - \omega) \quad (1)$$

$$\omega = \frac{1}{(1 + 1/n\rho_s)}; \quad \rho_s = \frac{A_s}{A_c}; \quad n = \frac{E_s}{E_c}$$



$$N_0 = \bar{\sigma}_{s0} A_s, \quad \epsilon_s^{\max} = \bar{\sigma}_{s0} / E_s, \quad \Delta_s = \epsilon_s^{\max} L_s / 2$$



$$\sigma_{c0} = \bar{\sigma}_{s0} \omega / n, \quad \epsilon_{c0} = \sigma_{c0} / E_c, \quad \Delta_c = \epsilon_{c0} L_c / 2$$

Fig. 1 - Concetto di presollecitazione

Si supponga ora che nel calcestruzzo si manifestino deformazioni anelastiche di accorciamento, la prima proporzionale a σ_{c0} e la seconda, indicata con $\bar{\epsilon}_c^*$, indipendente da questa. Detta $\bar{\epsilon}_c$ la deformazione anelastica totale si ha

$$\bar{\epsilon}_c = \beta \frac{\sigma_{c0}}{E_c} + \bar{\epsilon}_c^* \quad (2)$$

e, detta $\epsilon_s^{\max} = \bar{\sigma}_{s0} / E_s$, la deformazione di presollecitazione, può scriversi

$$\bar{\epsilon}_c = \epsilon_s^{\max} \left[\beta \omega + \frac{\bar{\epsilon}_c^*}{\epsilon_s^{\max}} \right] = \epsilon_s^{\max} \left[\beta \omega + \frac{\bar{\epsilon}_c^*}{\epsilon_{c0}} \omega \right] = \epsilon_s^{\max} \omega \left[\beta + \frac{\bar{\epsilon}_c^*}{\epsilon_{c0}} \right] \quad (3)$$

A tale deformazione anelastica corrisponde la seguente tensione di trazione nel calcestruzzo

$$\bar{\sigma}_c = -E_c \bar{\epsilon}_c \omega \quad (4)$$

rappresentante la quota dissipata della tensione di presollecitazione.

Imponendo che il valore assoluto di tale tensione sia α volte quello prodotto dalla presollecitazione si scrive

$$E_c \bar{\epsilon}_c \omega = \alpha \bar{\sigma}_{s0} \omega / n \tag{5}$$

ovvero

$$\alpha = \omega \left[\beta + \frac{\bar{\epsilon}_c^*}{\epsilon_{c0}} \right] \tag{6}$$

Dalla prima delle Eq.(1) si ricava

$$\epsilon_s^{\max} = \epsilon_{c0} / \omega \tag{7}$$

mentre dalla seconda delle (1) si ottiene

$$\rho_s = \frac{\omega / n}{1 - \omega} \tag{8}$$

Le tre relazioni (6), (7), (8), riportate in Fig.2, consentono interessanti considerazioni. Le relazioni (7), (8) non forniscono indicazioni che privilegino la scelta di particolari valori di ω ovvero di ϵ_s^{\max} per assicurare una determinata presollecitazione, misurata dall'entità di ϵ_{c0} : esse semplicemente fissano due relazioni fra le grandezze ω , ρ_s , ϵ_s^{\max} che possono essere soddisfatte assegnando arbitrariamente una di queste tre. In particolare se si dispone di acciai di non elevata resistenza risulterà piccolo il valore di ϵ_s^{\max} , e conseguentemente, per un prefissato valore ϵ_{c0} ad esso conseguiranno alti valori di ω e quindi di ρ_s .

- $\epsilon_{c0} \text{‰} = .015 \text{ (1)}$ $\omega_A = .057$
- $\epsilon_{c0} \text{‰} = .030 \text{ (2)}$ $\epsilon_{sB}^{\max} = .525 \text{‰}$
- $\epsilon_{c0} \text{‰} = .045 \text{ (3)}$ $\rho_{sC} = .0086$

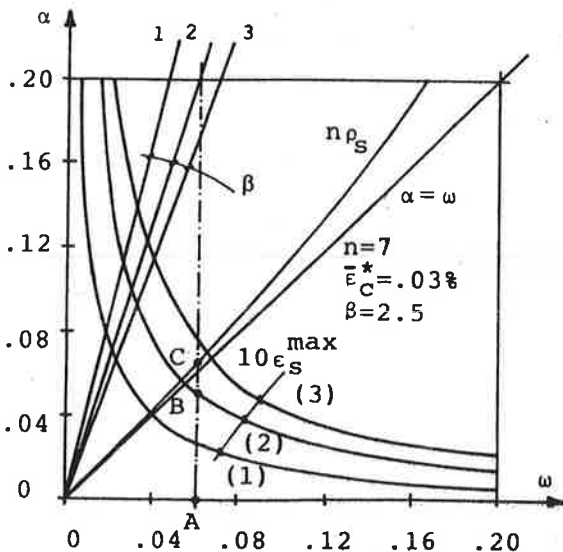


Fig.2 - Variazione della dissipazione della presollecitazione con il quantitativo d'armatura

Pertanto è sempre possibile imporre al calcestruzzo una prescritta tensione di coazione σ_{c0} purchè si disponga tanta più armatura metallica quanto più è piccola la sua resistenza, cioè il suo massimo allungamento elastico ϵ_s^{\max} . Si osserva invece che il rapporto α fra la quota dissipata della forza di presollecitazione e la forza di coazione dipende linearmente da ω , con gradiente tanto più elevato quanto più grande è β . Dalle (6), (7), (8) deriva quindi che, per prefissati valori di β e di $\bar{\epsilon}_c^*$ l'unica possibilità per ridurre la perdita di coazione consiste nel ridurre ω , ovvero ρ_s , imponendo lo stato di coazione con quantitativi ridotti di armatura. Quanto ora discusso appare in Fig.2, ove per un assegnato $\bar{\alpha}$, ad esempio $\bar{\alpha} = 0.2$, risultano determinati i valori di ω , ϵ_s^{\max} , ρ_s (punti A, B, C) di cui il primo ed il terzo risultano di minore ordinata al crescere di β e di $\bar{\epsilon}_c^*$, mentre il secondo è invece funzione crescente di β e di $\bar{\epsilon}_c^*$. Dovendosi mantenere α piccolo è quindi necessario assumere piccoli ω e ρ_s , ovvero disporre di acciai ad alto limite elastico.

- $\omega_A = .044$ $\rho_{sA'} = .0066$
- $\omega_B = .059$ $\rho_{sB'} = .0089$
- $\omega_C = .087$ $\rho_{sC'} = .0136$

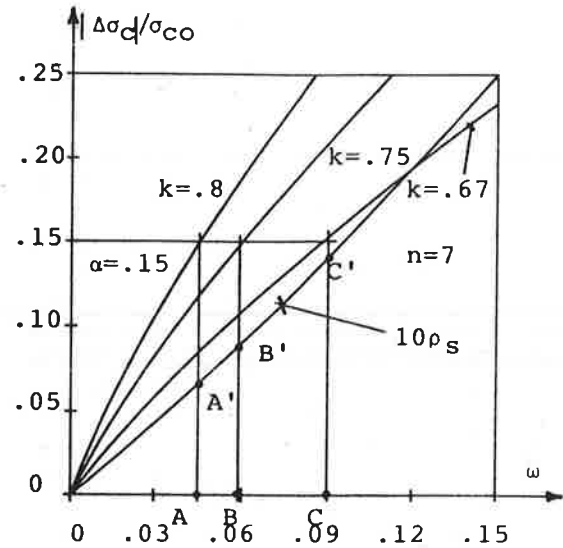


Fig.3 - L'ipotesi di variazione del modulo elastico

In modo analogo, se si fa riferimento ad una variazione del modulo elastico del calcestruzzo, detta

$|\Delta\sigma_c| = |\sigma_c - \sigma_{co}|$ la variazione di tensione nel calcestruzzo dovuta alla sola deformazione differita di carattere tensionale, può scriversi

$$\Delta\sigma_c = -\bar{\sigma}_{so} \frac{\omega}{n} \left[1 - \frac{\omega' n}{\omega n'} \right] \quad (9)$$

avendo indicato con n' , ω' i parametri corrispondenti ad n , ω , calcolati con riferimento al modulo variato $E'_c = E_c(1-k)$, ($k < 1$).

Si ha quindi

$$\frac{|\Delta\sigma_c|}{\sigma_{co}} = \frac{k\omega}{(1-k)(1-\omega) + \omega} = \frac{|\Delta\sigma_s|}{\sigma_{so}} \quad (10)$$

La (10), riportata in Fig.3 mostra anch'essa la dipendenza della dissipazione della presollecitazione dal parametro ω , e quindi dal quantitativo di armatura di pretensione ρ_s , evidenziando chiaramente la necessità di dover far ricorso a piccoli ω e quindi piccoli ρ_s , per poter ottenere ridotte variazioni dello stato tensionale.

Queste osservazioni portarono alla conoscenza di dovere agire mediante piccoli quantitativi di armatura metallica, ma ciò comportava necessariamente l'adozione di acciai ad alto limite elastico per potere imporre livelli di presollecitazione di pratica utilità. La necessità di dovere utilizzare un tale tipo di acciaio venne così per la prima volta alla luce non per ragioni statiche o di resistenza bensì per ragioni di tipo deformativo. Questa scoperta, che segnò l'inizio della presollecitazione quale tecnologia operativa, trovò qualche anno più tardi, nell'equazione di Dischinger, la sua più evidente conferma nell'ambito di una trattazione del problema, che seppur limitata dalla ipotesi di deformazioni differite irreversibili, procedeva in modo scientificamente impeccabile.

3. LA FORMULAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA E LE SOLUZIONI PROPOSTE

La trattazione rigorosa della evoluzione dello stato tensionale nelle sezioni presollecitate, benché possibile dopo la affermazione del Principio di Sovrapposizione di Mc Henry, non trovò un assetto generale fino in tempi recenti, allorché fu presentata nel lavoro [11]. Tale trattazione, che assume quali incognite i parametri deformativi sezionali, era stata invero preceduta da altre, [18], [19], le quali, pur condotte nell'ambito di leggi costitutive semplificate, erano basate su algoritmi matematici ingombranti e di difficile applicabilità.

Vi è peraltro da aggiungere che nei primi approcci al problema si fece riferimento, nell'ambito del metodo delle forze, alla azione di presollecitazione risultante, cosicché nel prosieguo entrambe le procedure verranno espone in forma generale, onde mostrare come da esse

possano farsi discendere tutte le formulazioni che nel tempo furono via via proposte.

Prima di procedere, richiamiamo la forma generale della legge di viscosità secondo Mc Henry. Precisamente, in presenza di uno stato tensionale o deformazionale variabili nel tempo, può scriversi

$$\varepsilon_c(t) = \int_0^t d\sigma_c(t') J(t, t') + \bar{\varepsilon}_c(t) \quad (11)$$

$$\sigma_c = \int_0^t d(\varepsilon(t') - \bar{\varepsilon}_c(t')) R(t, t')$$

essendo J , R le funzioni di viscosità e di rilassamento e $\bar{\varepsilon}_c$ la deformazione impressa al calcestruzzo. Le funzioni J ed R obbediscono alle due seguenti relazioni non indipendenti

$$\int_0^t \partial R(\tau, t') / \partial \tau J(t, \tau) d\tau = 1$$

$$\int_0^t \partial J(\tau, t') / \partial \tau R(t, \tau) d\tau = 1 \quad (12)$$

Le (11), (12) sono sufficienti per l'analisi delle sezioni presollecitate; precisamente con riferimento alla sezione di Fig. 4, detto $\underline{\psi}$ il vettore delle deformazioni sezionali, per le (11), si ha

$$\varepsilon = \underline{\rho}^T \underline{\psi}, \quad \underline{\rho}^T = |1 \quad y| \quad (13)$$

$$\sigma_c = \int_0^t (\underline{\rho}^T d\underline{\psi} - d\bar{\varepsilon}_c) R(t, t')$$

$$\sigma_s = \int_0^t E_s \underline{\rho}^T d\underline{\psi} \quad (14)$$

$$\sigma_{sp} = \int_0^t E_{sp} \underline{\rho}^T d\underline{\psi} + \sigma_{sp}^0$$

essendo σ_{sp}^0 la tensione di presollecitazione, la quale imprime agli acciai di presollecitazione la deformazione elastica ε_{sp}^0 .

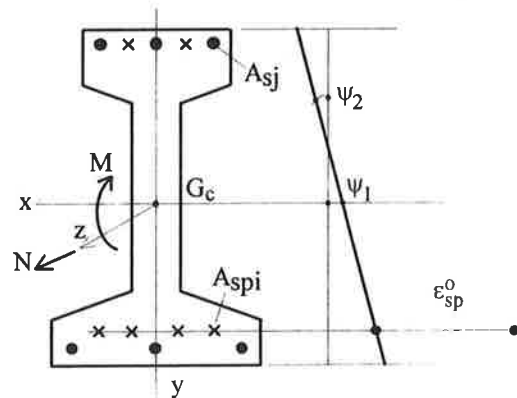


Fig.4 - Sezione presollecitata

L'equilibrio sezionale porta a scrivere

$$\int_0^t \int_{A_c} \rho \sigma_c dA_c + \sum_j \rho_j \sigma_{sj} A_{sj} + \sum_i \rho_i \sigma_{spi} A_{spi} = \underline{Q} \quad (15)$$

essendo $\underline{Q} = \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$ il vettore delle azioni interne applicate alla sezione. Inserendo le (13) nelle (15) si ha

$$\int_0^t \left[\underline{B}_c \frac{R(t, t')}{E_c(t_0)} + \underline{B}_s + \underline{B}_{sp} \right] d\psi = \underline{Q} + \underline{Q}_p + \underline{Q}_c \quad (16)$$

essendo \underline{Q}_p , \underline{Q}_c gli equivalenti statici della presollecitazione e della deformazione impressa, dati dalle relazioni

$$\underline{Q}_p = - \sum_i \rho_i \sigma_{sp}^0 A_{spi} \quad (17)$$

$$\underline{Q}_c = \int_0^t \int_{A_c} \rho d\bar{\epsilon}_c R(t, t') dA_c$$

ed essendo rispettivamente \underline{B}_c , \underline{B}_s , \underline{B}_{sp} le matrici di rigidezza della sezione in calcestruzzo e delle sue parti in acciaio ordinario e di presollecitazione. Invertendo la (16) e tenendo presente che all'istante iniziale si ha

$$\left[\underline{B}_c + \underline{B}_s + \underline{B}_{sp} \right] \underline{\psi}_0 = \underline{Q} + \underline{Q}_p + \underline{Q}_{c0} \quad (18)$$

si ottiene la seguente forma generale

$$\int_0^t \left[\underline{B}_c + \left(\underline{B}_s + \underline{B}_{sp} \right) E_c J(t, t') \right] d\psi = \quad (19)$$

$$\left(\underline{Q} + \underline{Q}_p \right) E_c J(t, t_0) + \underline{Q}_c^*$$

essendo

$$\underline{Q}_c^* = \int_{A_c} \rho E_c \bar{\epsilon}_c dA_c \quad (20)$$

Facendo invece riferimento al cavo risultante si ottiene

$$\int_0^t \left(\delta_c E_c J(t, t') + \delta_{sp} \right) dX = N_0 \left(\delta_c + \delta_{sp} \right) + \bar{\epsilon}_c + \delta_{go} E_c J(t, t_0) \quad (21)$$

essendo X la forza nel cavo, N_0 la forza di precompressione impressa all'armatura metallica, δ_c , δ_s i coefficienti di influenza relativi al calcestruzzo ed all'acciaio e δ_{go} quello relativo al carico esterno. Le (19), (21) rappresentano le più generali equazioni governanti il problema della evoluzione dello stato tensionale e deformativo nelle sezioni precomprese. Il progredire delle ricerche in questo campo portò a soluzioni di differente approssimazione. La prima soluzione, relativa all'eq.(21), fu quella di Dischinger, [2], ottenuta nell'ipotesi di poter porre per il coefficiente di viscosità $\varphi(t, t')$ la relazione

$$\varphi(t, t') = \varphi(t, \bar{t}_0) - \varphi(t', \bar{t}_0) \quad (22)$$

propria dei materiali puramente invecchianti. Introdotta la (22) nella (21), supponendo costante nel tempo il modulo elastico e postulando l'affinità fra le deformazioni di viscosità e ritiro, facili passaggi conducono alla fondamentale relazione

$$\frac{dX}{d\varphi} + \alpha X = \frac{\bar{X}_{c00}}{\varphi_\infty} + X_{go} \quad (23)$$

essendo

$$\varphi = E_c J - 1 \quad \alpha = \delta_c / (\delta_c + \delta_s)$$

$$\bar{X}_{c00} = \bar{\epsilon}_{c00} / (\delta_c + \delta_s) \quad X_{go} = -\delta_{go} / (\delta_c + \delta_s) \quad (24)$$

La soluzione della (23), con la condizione iniziale $X(t_0) = N_0 + X_{go}$, fornisce

$$X = N_0 e^{-\alpha\varphi} + \frac{\bar{X}_{c00}}{\varphi_\infty \alpha} (1 - e^{-\alpha\varphi}) + \frac{X_{go}}{\alpha} (1 + (\alpha - 1)e^{-\alpha\varphi})$$

La eq. (25) ebbe grande risonanza in quanto per la prima volta si definiva con chiarezza il ruolo della deformabilità mutua fra acciaio e calcestruzzo, rappresentata dal parametro α , nel governare il comportamento nel tempo delle sezioni presollecitate. In particolare, in presenza di quantitativi elevati di acciaio, δ_s diminuisce, ovvero aumenta α , cosicché la dissipazione della precompressione si incrementa, come attesta il primo termine della (25). Si ritrovano così, in forma matematicamente corretta, i presupposti della grande intuizione di Freyssinet.

In tempi recenti, l'avvento dei computers e la possibilità di potere disporre di mezzi di calcolo di grande potenza a basso costo hanno permesso di potere dare risoluzione in forma esatta alla (19), operando per via numerica. A tale scopo, suddiviso l'intervallo 0-t mediante un conveniente numero di sotto intervalli, è facile trasformare la (19) in somma integrale mediante la relazione

$$\left[\underline{B}_c + \left(\underline{B}_s + \underline{B}_{sp} \right) E_c J(t_k, t_k) \right] \Delta \underline{\psi}_k =$$

$$= \left(\underline{Q} + \underline{Q}_p \right) E_c J(t_k, t_0) + \underline{Q}_c^*(t_k) - \quad (26)$$

$$- \sum_{i=1}^{k-1} \left[\underline{B}_c + \left(\underline{B}_s + \underline{B}_{sp} \right) E_c J(t_k, t_i) \right] \Delta \underline{\psi}_i$$

essendo $t=t_k$ il tempo di misura delle grandezze in gioco. Tenendo conto della (18) che costituisce la soluzione al passo iniziale, è facile osservare come la (26) costituisca un procedimento sequenziale che, pure di semplice valenza concettuale, richiede un notevole sforzo computazionale, dovendosi memorizzare tutti gli incrementi $\Delta \underline{\psi}_i$ del vettore incognito per potere

costruire la soluzione nel suo evolversi. La (26), presentata in forma leggermente diversa, connessa ad una differente tecnica di espressione della somma integrale, è stata applicata in [10] alla analisi di alcuni esempi significativi. Tale procedura, che richiede necessariamente, l'approntamento di opportuni programmi di calcolo automatico, non si presta tuttavia ad una discussione generale circa l'influenza che i vari parametri hanno sul fenomeno, cosicché la sua portata a livello ingegneristico appare limitata. Per questa ragione

altre strade vennero intraprese per potere giungere ad una soluzione della (19) che fosse di semplice calcolo e di sufficiente approssimazione. La risposta più valida a questa richiesta fu data da Trost [12], attraverso la ben nota forma algebrica della legge di viscosità che qui si ricorda

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t_0)}(1 + \chi\varphi) + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}\varphi(1 - \chi) + \bar{\varepsilon}_c \quad (27)$$

essendo φ il coefficiente di viscosità del materiale e χ il fattore di invecchiamento. L'applicazione della (27), risolta rispetto a $\sigma_c(t)$, ed applicata alla (16), tenendo conto della (18), dà luogo alla seguente relazione

$$\left(\frac{B'_c}{B_c} + \frac{B'_s}{B_s} + \frac{B'_{sp}}{B_{sp}} \right) \underline{\psi} = \underline{Q} + \underline{Q}_p + \underline{Q}'_c + k_\varphi \frac{B'_c}{B_c} \left(\frac{B_c}{B_c} + \frac{B_s}{B_s} + \frac{B_{sp}}{B_{sp}} \right)^{-1} \left(\underline{Q} + \underline{Q}_p + \underline{Q}'_{co} \right) \quad (28)$$

essendo

$$\frac{B'_c}{B_c} = \frac{B_c}{B_c} / (1 + \chi\varphi) \quad (29)$$

$$\frac{Q'_c}{Q_c} = \frac{Q_{co}}{Q_c} / (1 + \chi\varphi)$$

La (28) costituisce un sistema di equazioni algebriche lineari nel vettore $\underline{\psi}$, la cui risoluzione è sufficientemente semplice e permette di ottenere risultati di grande precisione. In particolare l'applicazione della (27) al problema monoassiale espresso dalla forma generale (21) conduce alla seguente espressione

$$X = N_0 \left[1 - \frac{\omega\varphi}{(1 + \chi\omega\varphi)} \right] + X_{go} \left[1 + \frac{\varphi(1 - \omega)}{(1 + \chi\omega\varphi)} \right] + \bar{X} [1 + \chi\omega\varphi]^{-1}, \quad \bar{X} = \bar{\varepsilon}_c / (\delta_c + \delta_s) \quad (30)$$

avendo qui indicato con ω , in accordo a quanto si dirà nel prosieguo, il fattore α di Dischinger.

La (30) rappresenta la soluzione algebrica del problema e il suo confronto con la (25) mostra che allorché nella (30) si assuma il coefficiente φ in accordo alla ipotesi di Dischinger sussiste la fondamentale uguaglianza

$$e^{-\alpha\varphi} = 1 - \frac{\omega\varphi}{(1 + \chi\omega\varphi)} \quad (\alpha = \omega) \quad (31)$$

I tre fattori entro parentesi quadre che compaiono a secondo membro della (30) rispettivamente indicati in C_R , C_B , C_S insieme al fattore complementare $C_T = (1 - \omega)C_S$, utilizzato in [20], sono riportati in fig.5. Essi definiscono con chiarezza gli effetti dei fenomeni differiti sullo stato di presollecitazione. Precisamente si osservano la riduzione degli effetti della presollecitazione e delle deformazioni impresse, nonché l'incremento degli effetti dovuti ai carichi esterni. La formulazione conclusiva del problema, già parzialmente espressa in [21] trova la sua completa espressione in [11] ove è presentato, nella sua generalità il Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte. Tale metodo permette da un lato di formulare esattamente la soluzione della (19), dall'altro di fornire espressioni che consentono una esaustiva discussione del problema. Rimandando ai lavori [11], [21] per i dettagli, ricordiamo qui la formula risolutiva generale della (19) secondo il Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte

$$\underline{\psi} = \underline{K}^*(t_0) \left[\underline{I} - \underline{\Omega}^*(t_0) \right]^{-1} \cdot \left[\underline{I} - \underline{\Omega}^* \underline{R}^*(t, t_0) / E_c(t_0) \right] \underline{K}^*(t_0)^{-1} \underline{\psi}_0 + \underline{K}^*(t_0) \int_{t_0}^t \underline{R}^*(t, t') / E_c(t_0) \underline{K}^*(t_0)^{-1} d\underline{\psi}_c(t') \quad (32)$$

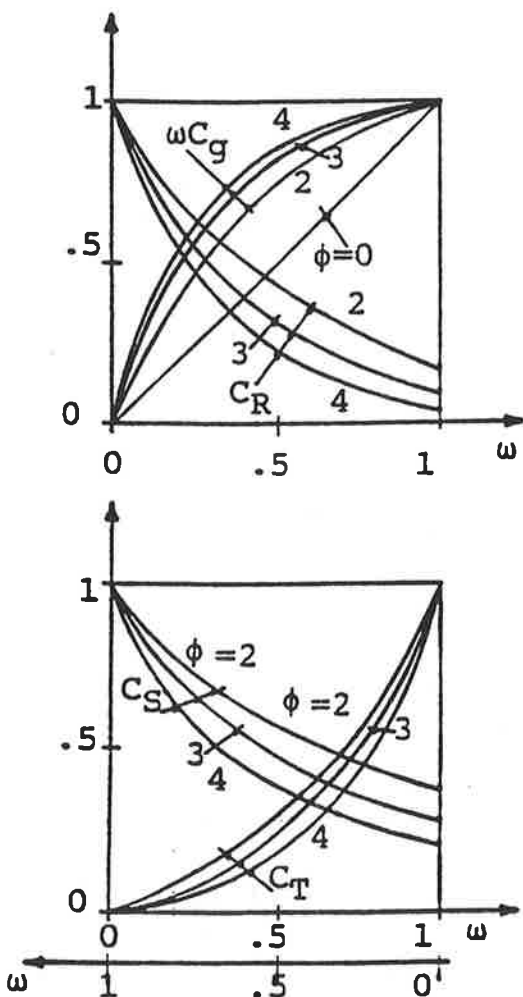


Fig.5 - Le funzioni risolventi dell'equazione di Trost (Rif. [20])

$$\text{con } \underline{\underline{\psi}}_e = \left[\underline{\underline{B}}_c + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right]^{-1} \underline{\underline{Q}}_c^*$$

Nella (32) $\underline{\underline{K}}$, $\underline{\underline{\Omega}}$ rappresentano la matrice modale e quella spettrale della matrice

$$\underline{\underline{D}} = \left(\underline{\underline{B}}_c + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right)^{-1} \underline{\underline{B}}_c. \text{ I termini della matrice di}$$

Rilassamento Ridotta $\underline{\underline{R}}^*$, di tipo diagonale appaiono dalla risoluzione delle seguenti equazioni indipendenti

$$\int_0^t \left[\omega_i^* + (1 - \omega_i^*) E_c J \right] \frac{\partial R_i^*}{\partial t'} dt' = 1 \quad (33)$$

essendo ω_i gli autovalori della matrice $\underline{\underline{D}}$. Nel caso monoassiale, caratterizzato da un solo autovalore, è immediato constatare che vale la relazione

$$1 - \omega_i^* = \omega = \alpha \quad (34)$$

da qui la possibilità di considerare la soluzione di Dischinger come caso particolare del Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte. Possiamo a questo punto concludere la analisi dello sviluppo temporale degli studi e delle ricerche che furono condotte per risolvere il problema della corretta valutazione dello stato di coazione che può mantenersi nella sezioni presollecitate. L'intuizione di Freyssinet, la prima formulazione corretta del problema da parte di Dischinger ed il Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte costituiscono i poli estremi di un processo che ha permesso di rendere i progettisti sempre più consapevoli delle caratteristiche di funzionamento di queste strutture e ciò è stato attestato dalle opere che, inizialmente ancora impostate su scala non molto discosta da quella propria delle opere in calcestruzzo armato ordinario, si sono via via sviluppate sino a raggiungere dimensioni e versatilità di impiego veramente eccezionali. Questo processo non può dirsi concluso, così come non lo è quello mirante a fornire agli ingegneri sempre più agili mezzi per poter controllare l'interazione fra i fenomeni differiti del calcestruzzo e gli stati di coazione ad esso applicati. Se da un lato la formulazione di Trost ha permesso di compiere un grande avanzamento in questa direzione, vi è da osservare che la relazione generale (28) non si presta ancora ad un uso agile, tipico della pratica progettuale, nè permette di disporre di un controllo rapido e sicuro sui parametri in gioco. È quindi scopo essenziale del presente lavoro fornire un ulteriore contributo, mettendo a punto una procedura che permetta di utilizzare la legge costitutiva algebrica (27) in maniera semplice ed immediata, onde poterla utilizzare con chiarezza nella pratica corrente. Nel prosieguo vengono riportati i passi fondamentali atti a questo scopo.

4. LA FORMULAZIONE DI TROST ED IL SUO IMPIEGO RAZIONALE

Ricordando la (28) e la (18) scriviamo

$$\left(\underline{\underline{B}}_c' + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right) \underline{\underline{\psi}} = \left(\underline{\underline{Q}} + \underline{\underline{Q}}_p + \underline{\underline{Q}}_c' \right) + k_\varphi \underline{\underline{B}}_c \underline{\underline{\psi}}_0 \quad (35)$$

Il principio di sovrapposizione applicato al sistema lineare (35) permette di cercare la soluzione $\underline{\underline{\Psi}}$ quale somma dei due vettori $\underline{\underline{\psi}}_1$, $\underline{\underline{\psi}}_2$ soddisfacenti ai due sistemi seguenti

$$\begin{aligned} \left(\underline{\underline{B}}_c' + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right) \underline{\underline{\psi}}_1 &= \left(\underline{\underline{Q}} + \underline{\underline{Q}}_p + \underline{\underline{Q}}_c' \right) \\ \left(\underline{\underline{B}}_c' + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right) \underline{\underline{\psi}}_2 &= k_\varphi \underline{\underline{B}}_c \underline{\underline{\psi}}_0 \end{aligned} \quad (36)$$

La soluzione del primo sistema è evidente: essa coincide con la soluzione elastica del problema allorchè per il calcestruzzo si assuma il modulo variato $E'_c = E_c / (1 + \chi\varphi)$. Relativamente al secondo sistema si ponga

$$\underline{\underline{\psi}}_2 = \underline{\underline{\psi}}_2' + \mu \underline{\underline{\psi}}_0 \quad (37)$$

con μ funzione temporale da determinare. Sostituendo la (37) nella seconda delle (36), si ottiene, tenendo conto delle (18), (29)

$$\begin{aligned} \left(\underline{\underline{B}}_c' + \underline{\underline{B}}_s + \underline{\underline{B}}_{sp} \right) \underline{\underline{\psi}}_2' &= -\mu \left(\underline{\underline{Q}} + \underline{\underline{Q}}_p + \underline{\underline{Q}}_{co} \right) + \\ &+ \underline{\underline{B}}_c \left[k_\varphi + \mu (1 - 1/(1 + \chi\varphi)) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

È allora facile osservare che allorchè risulti

$$\mu = -(1 - \chi) / \chi \quad (39)$$

il secondo termine a secondo membro della (38) si annulla e quindi la soluzione della (38) risulta quella elastica, riferita al modulo E'_c e in presenza del vettore di sollecitazione iniziale moltiplicato per $(-\mu)$. Dette pertanto $\underline{\underline{\psi}}_{1e}$, $\underline{\underline{\psi}}_{1eo}$ le soluzioni elastiche riferite al modulo E'_c e alle sollecitazioni agenti al tempo generico e a quello iniziale, dalla prima delle (36) e dalla (37) si ricava la formula fondamentale

$$\underline{\underline{\psi}} = \underline{\underline{\psi}}_{1e} + \mu (\underline{\underline{\psi}}_0 - \underline{\underline{\psi}}_{1eo}) \quad (40)$$

che riconduce il problema alla effettuazione di sole analisi elastiche riferendosi al modulo E'_c per il calcolo di $\underline{\underline{\psi}}_{1e}$, $\underline{\underline{\psi}}_{1eo}$ e a quello reale E_c per il calcolo del vettore iniziale $\underline{\underline{\psi}}_0$. Dalla (40), per sollecitazioni costanti nel tempo discende poi la formula semplificata

$$\underline{\underline{\psi}} = \underline{\underline{\psi}}_{1e} (1 - \mu) + \mu \underline{\underline{\psi}}_0 \quad (41)$$

in quanto si ha

$$\underline{\underline{\psi}}_{1e} = \underline{\underline{\psi}}_{1eo} \quad (42)$$

È facile infine osservare che le (40), (41) si applicano anche alle tensioni, cosicchè il problema espresso nella formulazione di Trost assume un aspetto assai familiare per l'ingegnere che, riconducendo l'analisi a quella elastica lineare può facilmente utilizzare algoritmi e metodi di calcolo ben noti e di consolidata pratica applicativa.

5. CONCLUSIONI

L'analisi dell'evoluzione temporale dello stato di sforzo nelle sezioni presollecitate ha rappresentato uno degli aspetti basilari per poter procedere allo sviluppo della tecnologia della precompressione. I primi insuccessi di tale tecnologia derivarono infatti dal non considerare le deformazioni differite del calcestruzzo quale fatto primario che, intuì invece da Freyssinet, gli permisero di potere dare inizio ad un processo di sviluppo nel campo delle costruzioni in calcestruzzo armato ancor oggi non ultimato. La trattazione del problema, a partire dalla fondamentale equazione di Dischinger fino alla esaustiva formulazione moderna del Metodo delle Funzioni di Rilassamento Ridotte è proceduta attraverso ipotesi, algoritmi e semplificazioni che hanno condotto da un lato ad approcci di grande onerosità computazionale e dall'altro a formulazioni sufficientemente semplici e di grande precisione, il cui utilizzo è attualmente raccomandato nei codici di misura della sicurezza. Fra queste quella di Trost è senza dubbio la più raffinata, ma la sua applicabilità richiede ulteriori considerazioni per potere essere utilizzata con successo nella pratica progettuale. Nel presente lavoro questo obiettivo si ritiene sia stato raggiunto ed è per gli autori motivo di grande onore che questo contributo sia presentato in occasione delle Giornate AICAP '97, dedicate al Prof. Carlo Cestelli Guidi, quale segno di commossa memoria di colui che nel processo evolutivo delle costruzioni in calcestruzzo precompresso fu figura insigne, e le cui opere e insegnamenti resteranno indissolubilmente legati alla storia di questa affascinante tecnologia.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] FREYSSINET, E., "Une Théorie Thermodynamique des Ciments", *Science et Industrie*, n°1, Paris, 1933.
- [2] DISCHINGER, F., "Untersuchung über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken", *Der Bauingenieur*, H. 33/34, 1937.
- [3] WHITNEY, C., "Plain and Reinforced Concrete Arches", *ACI Journal*, n°7, 1932
- [4] GLANVILLE, W.K., "The Creep and flow of concrete under load - Studies in reinforced concrete", Part. III, Dept. Sci. Ind. Res., Building Research, Tech. Paper n°12, London, 1930
- [5] MC HENRY, D., "A New Aspect of Creep in Concrete and its Application to Design", *Proceedings ASTM*, n° 43, 1943.
- [6] KNITTEL, G., "Der Einfluss des Kriechens und Schwindens auf den Spannungszustand in Tragwerken aus Vorgespannten Beton", *Der Bauingenieur*, H.1, 1954.
- [7] BUSEMANN, R., "Kriechberechnung von Verbundtragern unter Benutzung von zwei Kriechfasern", *Der Bauingenieur*, H.25, 1950
- [8] ARUTYUNYAN, N.KH., "Applications de la Théorie du fluage", Eyrolles, Paris, 1958
- [9] RÜSCH, H., JUNGWIRTH, D., "Stahlbeton, Spannbeton", Band 2, Werner-Verlag, Dusseldorf, 1976
- [10] CEB Manual "Structural Effect of Time-dependent Behaviour of Concrete", CEB Bulletin n°142/142bis, Georgi Publishing Co., Saint Saphorin, 1984
- [11] MOLA, F., "Analisi Generale in Fase Viscoelastica Lineare di Strutture e Sezioni a Comportamento Reologico non Omogeneo", *Studi e Ricerche*, Vol. 8, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Italcementi, Bergamo, 1986.
- [12] TROST, H., "Auswirkungen des Superpositionprinzips auf Kriech und Relaxation Probleme bei Beton und Spannbeton", *Beton und Stahlbetonbau*, H.10, 1967.
- [13] BAZANT, Z.P., "Prediction of Concrete Creep Effects using Age Adjusted Effective Modulus Method", *ACI Journal*, n°69, 1972
- [14] EUROCODE 2 "Part 1 General Rules and Rules for Building", 1992
- [15] CEB-FIP, "Model Code 1990", Thomas Telford, London, 1993

- [16] MOLA, F, GATTI, M.C., "General and approximate approach for the analysis of composite steel-concrete members with deformable connectors", *Studi e Ricerche*, Vol. 17, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Italcementi, Bergamo, 1996.
- [17] MOLA, F, GATTI, M.C., ISHAK, N., "Effects of Imposed Deformations in P.C. Precast Roof Elements ", Proc. of the The 4th International Symposium on Noteworthy Developments in Prestressing & Precasting, Singapore 1997, *C-I Premier Pte. Ltd Ed.*, Singapore, 1997.
- [18] LEVI, F., PIZZETTI, G., "Fluage, Plasticité, Précontrainte", *Dunod*, Paris, 1951.
- [19] LEVI, F., "Travi inflesse eterogenee in regime viscoso", *Giornale del Genio Civile*, N. 10/1948.
- [20] MOLA, F., "Long-Term Analysis of R.C. and P.C. Structures According to Eurocode 2", Proc. of the Int. ECSN Symposium on European Concrete Standads in practice, Copenhagen, 1997.
- [21] MOLA, F., "The Reduced Relaxation Function Method, an Innovative Approach to the Analysis of Nonhomogeneous Structures", Proc. of the Int. Conf. On Concrete Structures, Hong-Kong, 1993, *C-I Premier Pte. Ltd. Ed.*, Singapore, 1993.

ANALISI FINO A ROTTURA DI TRAVI COSTRUITE PER CONCI E PRECOMPRESSE CON CAVI ESTERNI

Salvatore Giacomo MORANO

Dottore di ricerca
Dipartimento Ingegneria Civile Firenze

SOMMARIO

La costruzione degli impalcati da ponte con conci prefabbricati è spesso adottata congiuntamente alla precompressione con cavi esterni, con la conseguenza che i giunti risultano privi di armatura passiva passante mentre quella attiva aderente, se presente, lo è comunque in quantità limitata. Benché le travi monolitiche siano state finora maggiormente studiate, è evidente che la realizzazione tramite assemblaggio di conci prefabbricati esalta alcuni aspetti tipici del comportamento statico delle strutture a precompressione esterna, imputabili alla mancanza di aderenza del cavo, influenzando decisamente la resistenza sia a taglio che flessionale. Quest'ultima è l'oggetto del presente lavoro.

SUMMARY

External prestressing is widely used in bridge in conjunction with precast segmental construction. In this case there is no bonded ordinary reinforcing passing through the joints between segment and bonded tendons, when present, have small area. Monolithic beams have been studied until now more than segmental ones, but it is evident that construction by precast segments emphasises some of the phenomenon that characterises the behaviour of the externally prestressed beam. Due to the lack of bond the shear and bending resistance is reduced. In this paper the last one is analysed.

1. IL COMPORTAMENTO DELLE STRUTTURE A CONCI PRECOMPRESSE ESTERNAMENTE.

Nelle travi precompresse con cavi esterni l'armatura di precompressione è a contatto con il calcestruzzo solo in corrispondenza degli ancoraggi e dei deviatori. Pertanto, oltre alle cause di non linearità tipiche del c.a., per queste strutture si verificano dei fenomeni particolari che ne caratterizzano il comportamento statico.

Fra questi occorre segnalare la riduzione della l'eccentricità effettiva del cavo esterno sotto carico, a causa dello spostamento relativo rispetto alla sezione in calcestruzzo. Anche se tale effetto può risultare di modesta entità se i deviatori sono in numero e posizione opportuna, l'efficacia della precompressione risulta ridotta per il minore incremento di tiro del cavo sotto carico prodotto dalla mancanza di aderenza e dagli slittamenti ai deviatori.

La mancanza di aderenza tra cavo e calcestruzzo fa sì che l'incremento di deformazione del cavo non sia legato alla deformazione della sezione maggiormente sollecitata, ma dipenda dalla media delle deformazioni lungo la fibra di calcestruzzo adiacente e che sia costante lungo il tratto di cavo compreso tra due punti di aderenza consecutivi.

Inoltre, al progredire della struttura verso la rottura, quando si supera la resistenza per attrito, si verificano slittamenti del cavo in corrispondenza dei deviatori per ridurre lo squilibrio del tiro nei due tratti di cavo

concorrenti sullo stesso deviatore. Tali slittamenti tendono ad uniformare la deformazione del cavo lungo tutta la sua lunghezza, e quindi anche la sua tensione.

Da queste considerazioni si deduce che la capacità portante delle strutture con precompressione esterna è ridotta rispetto a quelle con precompressione interna aderente, sia a causa della minore sovratensione dei cavi esterni, sia a causa della diminuzione del braccio della coppia interna sotto carico,

Nel caso di travi precompresse esternamente realizzate con conci prefabbricati e prive di armatura aderente passante nei giunti, si possono fare ulteriori considerazioni sul loro comportamento a rottura in base a risultati sperimentali e teorici presenti in letteratura, di seguito riportate.

La fessurazione è sostituita quasi totalmente dall'apertura dei giunti di connessione dei conci, mentre questi ultimi restano in uno stato pressoché privo di fessure nelle fibre tese fino alla rottura.

Le deformazioni sono concentrate nelle zone compresse delle sezioni di giunto maggiormente aperte per le quali non è più valida l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane. Con buona approssimazione si può ritenere che tutte le altre parti della struttura restino in campo lineare.

La rottura si verifica praticamente sempre per lo schiacciamento del calcestruzzo compresso delle sezioni di giunto maggiormente sollecitate e quindi con le maggiori altezze di apertura dei giunti stessi.

Quando tali strutture evolvono verso la rottura

tendono a comportarsi come meccanismi a blocchi rigidi connessi da cerniere posizionate nelle sezioni di giunto maggiormente aperte.

Analogamente a quanto avviene per le travi gettate in opera, anche per quelle a conci prefabbricati tutti i fenomeni peculiari delle strutture precomprese esternamente restano trascurabili fino alla decompressione. Progredendo ulteriormente i carichi, essi si manifestano sempre più chiaramente via via che ci si approssima al carico ultimo, esaltati dalla assenza di monoliticità ed influiscono anche sensibilmente sulla capacità portante delle travi.

2. MODELLAZIONE E CALCOLO NON LINEARE AGLI ELEMENTI FINITI E.

Nel calcolo delle strutture precomprese esternamente è necessario considerare tutti i fenomeni anzidetti per giungere ad una soddisfacente riproduzione del comportamento reale. In particolare, nel calcolo in esercizio si può ancora procedere secondo le ipotesi dell'elasticità lineare purché si garantisca di non superare mai lo stato di decompressione dei giunti, in quanto gli effetti prodotti dalla mancanza di aderenza tra acciaio di precompressione e calcestruzzo sono tutti trascurabili. Invece, nel calcolo a rottura, tali effetti non sono irrilevanti e si deve procedere al calcolo non lineare considerando i seguenti aspetti:

Non linearità dei materiali;

Apertura dei giunti che nel caso di strutture iperstatiche comporta la redistribuzione delle sollecitazioni;

Non linearità peculiari della precompressione esterna deviatori, sovratensione ridotta dei cavi).

In questo lavoro si è studiato il comportamento fino a rottura per tensioni normali di travi a conci prefabbricati giuntati a secco, prive di armatura interna aderente passante nei giunti. Si è ricorso alla modellazione agli elementi finiti ed all'analisi non lineare utilizzando il programma di calcolo ANSYS.

Si sono considerati sia travi isostatiche che travi iperstatiche. Le prime sono state utilizzate per riprodurre, tramite simulazione numerica, una prova sperimentale condotta da B. Fouré [6] ed hanno consentito di individuare alcune peculiarità della modellazione di strutture di questo tipo e di tarare il modello utilizzato confrontandolo con valori misurati in laboratorio. Le seconde sono state utilizzate per ottenere indicazioni più generali sui fenomeni che governano il comportamento a rottura della tipologia di travi continue.

In particolare si è ricorso ad una modellazione piana bidimensionale, con modelli che giacciono sul piano medio verticale della trave, trascurando gli effetti torsionali e di flessione trasversale. Si sono eseguite analisi statiche non lineari con caricamento incrementale al passo fino alla rottura.

Nella modellazione eseguita ciascun concio risulta suddiviso, sia orizzontalmente che verticalmente, in più elementi piani bidimensionali quadrilateri che schematizzano la sezione di calcestruzzo comprensiva dell'eventuale armatura passiva omogeneizzata. L'interazione fra i conci nei giunti è stata modellata con elementi "gap" (molle monolaterali) che funzionano come due superfici che possono mantenere oppure no il loro contatto fisico e possono slittare l'una rispetto all'altra; se le due superfici sono in contatto gli elementi gap sopportano sforzo normale di compressione e taglio, mentre se l'interfaccia è aperta non trasmettono alcuna forza. In particolare, per ciascun giunto, il numero di "gap" aperti e le singole ampiezze d'apertura hanno consentito di determinare durante le analisi la profondità e l'ampiezza dell'eventuale apertura dell'interfaccia tra conci adiacenti. Per il cavo di precompressione si è fatto ricorso ad elementi biella dotati di opportuna predeformazione per riprodurre il tiro iniziale.

3. LA TRAVE ISOSTATICA.

Si è analizzata una trave isostatica oggetto delle prove sperimentali eseguite da B. Fouré nei laboratori del C.E.B.T.P. Lo scopo di questa analisi è quello di calibrare tutti i parametri che caratterizzano il modello numerico e valutare la qualità dei risultati ottenuti con l'analisi numerica facendo riferimento a dati sperimentali misurati in laboratorio.

3.1 Caratteristiche della trave isostatica esaminata

Si tratta di una trave su due appoggi con luce di 6.00 m avente sezione a cassone e costituita da 9 conci prefabbricati assemblati a secco con precompressione totalmente esterna. La trave è soggetta ad uno schema di carico simmetrico con due carichi concentrati applicati ad una distanza di 1.50 m dagli appoggi, il cavo esterno è deviato proprio in corrispondenza dei punti di applicazione del carico. I giunti sono equispaziati ed identificati dalla loro numerazione progressiva.

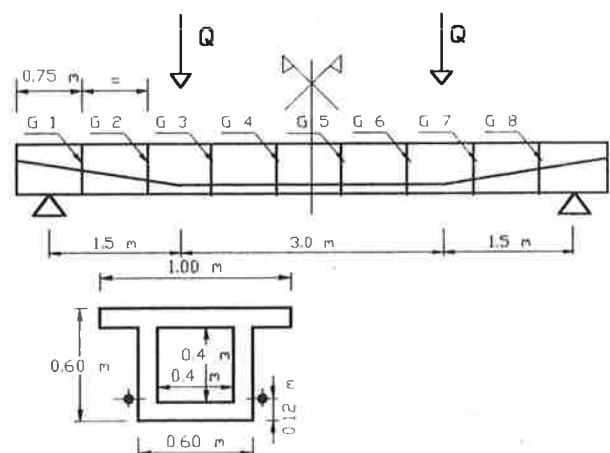


Fig. 1: Schema della trave isostatica analizzata

Calcestruzzo: (valori medi misurati sui provini di cls.)

$f_c = 36.9 \text{ N/mm}^2$, resistenza a compressione
 $f_t = 3.87 \text{ N/mm}^2$, resistenza a traz. per flessione
 $E_i = 36900 \text{ N/mm}^2$, mod. elast. tangente all'origine

Acciaio da precompressione: (valori medi dichiarati dal fornitore)

$A_p = 1116 \text{ mm}^2$, sezione totale dei cavi (2 x 6T13)
 $f_{p0.1} = 1780 \text{ N/mm}^2$, tens. con defor. residua di 0.1%
 $f_{pr} = 1965 \text{ N/mm}^2$, tensione di rottura
 $E_p = 200800 \text{ N/mm}^2$, modulo elastico
 $\epsilon_{pr} > 4.7\%$, allungamento a rottura

Nella simulazione numerica ciascun concio è stato modellato con elementi piani. Nei giunti tutti i nodi sono stati collegati con elementi gap raffittiti nella fascia superiore della parte centrale della trave per meglio seguire fino a rottura il fenomeno della riduzione della zona a contatto. L'analisi numerica è stata condotta applicando il carico in cinque passi principali ognuno dei quali suddiviso in ulteriori sottopassi per procedere al caricamento graduale.

La configurazione iniziale di riferimento è quella della trave sottoposta al solo peso proprio con azione della precompressione pari al tiro iniziale.

3.2 Comportamento globale

Il comportamento globale può essere illustrato tramite l'analisi della curva carico - spostamento in mezzeria (fig. 2) ed evidenziando i valori del carico esterno e della freccia in corrispondenza di particolari comportamenti dei giunti (tab. 1).

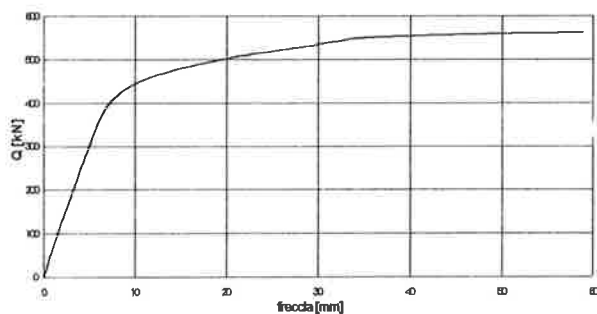


Fig. 2: Curva carico spostamento in mezzeria.

Q [kN]	freccia [mm]	Osservazioni
0	0	stato iniziale di riferimento
346	5.8	apertura giunti 3 e 6
347	5.8	apertura giunti 4 e 5
416	7.9	apertura giunti 2 e 7
563	58.8	rottura giunti 4 e 5

Tab. 1: Sintesi dei punti più significativi della storia di carico.

Per carichi inferiori a quelli di prima decompressione la struttura ha un comportamento lineare. Tale caratteristica si perde quando, incrementandosi progressivamente i carichi, si giunge

all'apertura dei giunti centrali e iniziano a prodursi deformazioni più evidenti, fino a quando anche i giunti esterni ai deviatori risultano decompressi. Per i conci centrali la zona di contatto si riduce progressivamente a porzioni sempre più piccole della soletta superiore evidenziando la formazione di pseudo cerniere plastiche in corrispondenza del concio centrale. La struttura diviene molto deformabile anche se la decompressione non giunge mai ad interessare la coppia di giunti più esterni, che risultano sempre chiusi. La crisi si raggiunge per schiacciamento del calcestruzzo compresso nei giunti centrali.

3.3 Apertura dei giunti

Il fenomeno dell'apertura interessa i giunti da 2 a 7, poiché i giunti 1 e 8, situati alle estremità, non si aprono mai, nemmeno a rottura, a causa del modesto momento flettente presente in quelle zone. Nella simulazione numerica, così come nella prova sperimentale, i giunti del tratto centrale, soggetto a momento costante, (G3, G4, G5 e G6) si aprono quasi contemporaneamente. L'altezza di apertura (fig. 3) aumenta quasi linearmente fino a quando si aprono anche i giunti esterni rispetto ai deviatori (G2 e G7). A partire da questo livello di carico le aperture progrediscono un po' più lentamente in quanto anche i giunti G2 e G7 contribuiscono ad "assorbire" gli incrementi di deformazione dovuti all'aumento del carico esterno. Per un carico di poco superiore a 500 kN nei giunti G4 e G5 l'apertura giunge ad interessare la soletta superiore e la trave mostra un tipico comportamento, che manterrà sino a rottura, caratterizzato da due blocchi rigidi articolati dal concio centrale. In tali condizioni solo nei giunti di articolazione l'altezza della zona compressa si riduce, mentre nei restanti questa si mantiene praticamente costante fino a rottura.

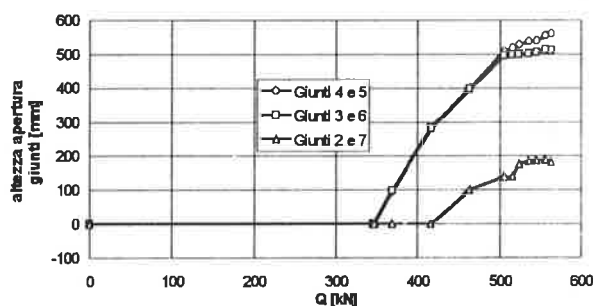


Fig. 3: Altezza apertura giunti in funzione del carico.

L'ampiezza dell'apertura dei giunti al livello della fibra inferiore (fig. 4) consente di valutare la diversa incidenza dei vari giunti sul comportamento non lineare della trave. La maggior parte delle deformazioni sono imputabili ai giunti centrali (G4 e G5) i quali presentano un'apertura molto più ampia rispetto agli altri, mentre il contributo dei giunti estremi (G1, G2, G7 e G8) è del tutto trascurabile.

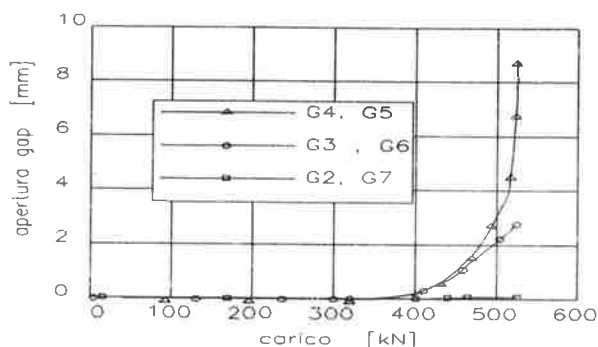


Fig. 4: Apertura giunti al livello della fibra inferiore.

3.4 La variazione di tiro e di eccentricità del cavo

Il tiro del cavo (fig. 5) rimane pressoché costante, incrementandosi linearmente, fino a che la struttura resta in campo lineare. Raggiunto lo stato di decompressione nei giunti centrali la deformabilità della trave cresce sensibilmente e il tiro si incrementa più rapidamente raggiungendo, a rottura, significative sovratensioni rispetto allo stato iniziale.

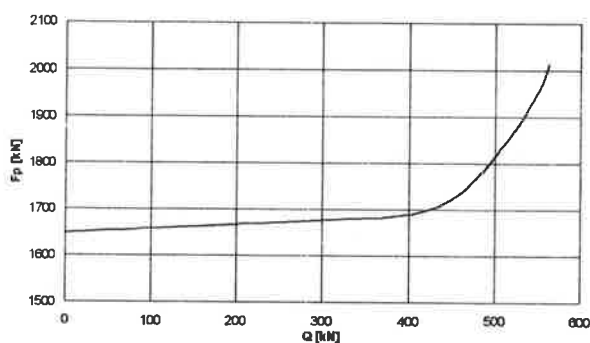


Fig. 5: Tiro nel cavo in funzione del carico

Si deve comunque osservare che certi aspetti peculiari della precompressione esterna non sono ben evidenziati nel caso in esame a causa della particolare relazione tra lo schema di carico e il tracciato del cavo. Infatti la coincidenza fra punti di deviazione del cavo e di applicazione dei carichi concentrati, fa sì che si abbia un tratto centrale di trave, di lunghezza non trascurabile, in cui sono costanti il momento flettente e l'eccentricità iniziale del cavo. Benché la deformazione sotto carico modifichi l'eccentricità effettiva, nel tratto in questione, per la fibra di calcestruzzo posta alla quota del cavo, la differenza tra le deformazioni locali e quella media è modesta e pertanto l'incremento di tiro del cavo è molto più vicino ai valori tipici della precompressione aderente che non a quelli della precompressione esterna. Nell'ottica di ricostruire con un modello numerico una prova sperimentale già eseguita, piuttosto che di ottenere dei risultati di validità generale, i valori ottenuti con la simulazione sono molto confortanti risultando praticamente coincidenti con quelli misurati.

Anche la variazione dell'eccentricità del cavo, che è una delle cause di non linearità e di riduzione di efficacia della precompressione esterna, essendo legata

alla deformabilità della struttura, risulta praticamente nulla prima della decompressione (fig. 6), per aumentare successivamente con progredire del carico raggiungendo il valore massimo per carichi prossimi a quelli ultimi.

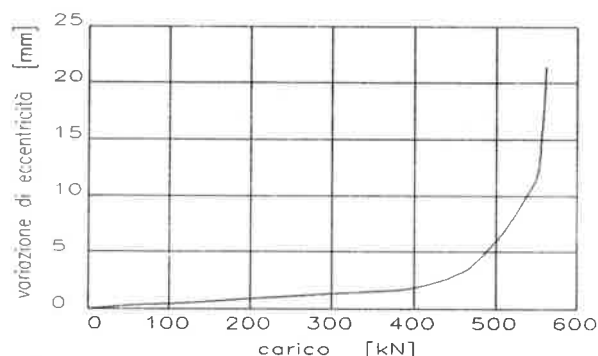


Fig. 6: Variazione eccentricità del cavo in G4 e G5.

3.5 Slittamenti ai deviatori

Il modello numerico fornisce risultati uguali per i due deviatori disposti simmetricamente, pertanto l'intero fenomeno è descritto da un unico valore dello slittamento.

Per carichi inferiori a quello di decompressione il modesto incremento di tiro non fa insorgere slittamenti, che si sviluppano invece rapidamente, raggiungendo valori non trascurabili, quando ci si avvicina alla rottura (fig. 7).

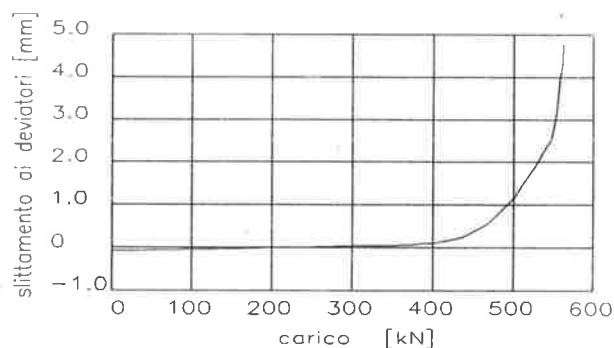


Fig. 7: Slittamenti ai deviatori.

Nonostante la difficoltà di riprodurre un fenomeno così influenzato da grandezze aleatorie, quali il coefficiente di attrito fra cavo e deviatore, il valore ultimo dello slittamento ottenuto nella simulazione numerica, pari a 4.8 mm, non è in disaccordo con la prova di laboratorio, per la quale non è fornita una misurazione precisa, ma è riportata l'indicazione che i valori alla rottura sono risultati compresi fra 5 e 8 mm.

3.6 Confronto sperimentale-numerico

Il confronto fra i risultati sperimentali e quelli ottenuti con l'analisi numerica è stato effettuato riferendosi al comportamento globale, descritto dalla curva carico-freccia, e allo stato tensionale e deformativo del cavo, ritenendo in tal modo di cogliere tutti i fenomeni che maggiormente caratterizzano il

comportamento a rottura. Sia nell'andamento della curva carico-freccia (fig. 8) sia nei suoi valori a rottura (tab. 2), si trova un buon accordo fra la simulazione numerica e l'esito sperimentale.

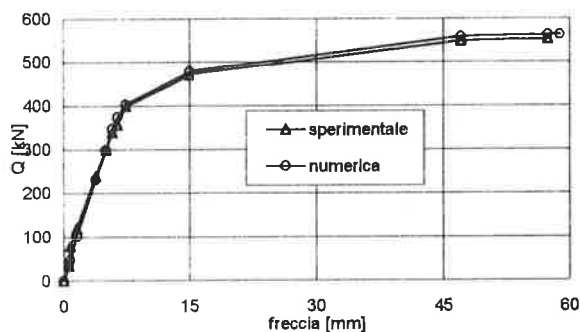


Fig. 8: Curve carico-spostamento in mezzeria

	Misurazione sperimentale	Simulazione Numerica	Differenza
Q_u	552 [kN]	562 [kN]	1.8 %
f_u	57.3 [mm]	58.8 [mm]	2.6%

Tab. 2: Carico e freccia ultimi, speriment. e numerico

Il confronto delle grandezze relative al cavo, per le quali si ha ancora un buon accordo (tab. 3), fornisce un raffronto, oltre che per il comportamento globale, anche per i fenomeni particolari, quali gli slittamenti ai deviatori, la variazione di eccentricità, la non linearità meccanica dovuta alla legge costitutiva dell'acciaio, che caratterizzano il comportamento dell'armatura attiva esterna.

Grandezza	Sperimentale	Numerica	Diff. %
Tiro iniziale [kN]	1648	1648	-
Tiro a rottura [kN]	2036	2013	1.1
Incremento di tiro fra iniz. e rottura	23.5 %	22.1 %	1.4
Deformazione a rottura ϵ_{pu} [$\times 10^{-3}$]	10.2	9.9	3.0

Tab. 3: Tratto centrale del cavo, confronto valori sperimentale e numerico.

L'esempio della trave isostatica esaminata mostra come, tramite una opportuna modellazione agli elementi finiti, si riescano a cogliere e a descrivere con ottima approssimazione tutti i principali fenomeni che caratterizzano il comportamento strutturale delle travi a conci precomprese esternamente e giustifica l'utilizzo di questo strumento di indagine per lo studio anche delle travi continue, per le quali non si dispone di dati sperimentali di confronto.

4. LA TRAVE IPERSTATICA.

Dopo la messa a punto del modello agli elementi finiti per la trave isostatica, si è eseguita una analoga simulazione numerica per analizzare il comportamento

a rottura per tensioni normali di una trave iperstatica. La trave considerata è quella relativa allo studio proposto in occasione del convegno organizzato dall'AFPC "Behaviour of external prestressing in structures", St.-Rémy-lès-Chevreuse, giugno 1993.

4.1 Caratteristiche meccaniche trave iperstatica

Si tratta della trave continua descritta in figura (fig. 9). L'acciaio passivo aderente, non passante nei giunti, è posto in corrispondenza della fibra media delle due solette in quantità pari 3000 mm^2 per la soletta superiore e di 4000 mm^2 per la soletta inferiore.

I cavi di precompressione sono ancorati alle due estremità della trave in corrispondenza del baricentro della sezione e vengono deviati in mezzeria di ciascuna delle due campate laterali, sugli appoggi interni e nella campata centrale. Il tracciato risultante ha così andamento atto a contrastare efficacemente gli effetti dovuti al peso proprio della struttura. Nei punti di deviazione il baricentro del cavo dista 50 mm dal filo della soletta più vicina

Il carico viene applicato in corrispondenza di uno dei due deviatori ed è trasversalmente centrato per non indurre effetti torsionali. Il suo valore viene aumentato in modo monotono fino al raggiungimento della rottura della sezione maggiormente sollecitata.

Calcestruzzo:

$f_c = 20.4 \text{ N/mm}^2$, resistenza a compressione
 $f_t = 2.45 \text{ N/mm}^2$, resistenza a traz. per flessione
 $E_t = 20400 \text{ N/mm}^2$, mod. elastico tang. all'origine

Acciaio da precompressione:

$A_p = 4500 \text{ mm}^2$, sezione complessiva dei cavi
 $f_{p0.1} = 1600 \text{ N/mm}^2$, tens. con defor. residua di 0.1%
 $f_{pt} = 1700 \text{ N/mm}^2$, tensione di rottura
 $E_p = 193700 \text{ N/mm}^2$, modulo elastico

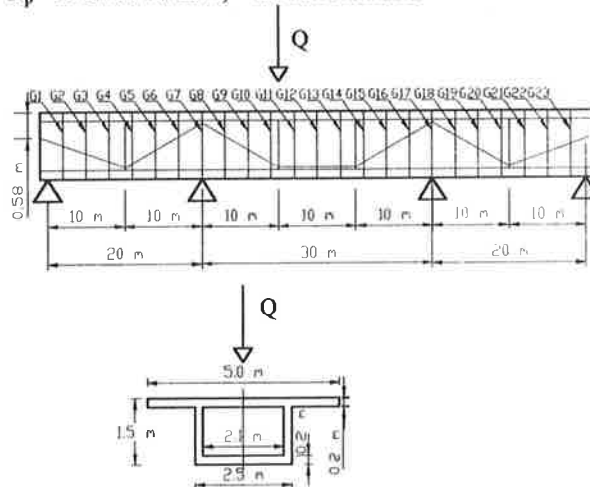


Fig. 9: Schema della trave iperstatica analizzata

Occorre precisare che nel presente studio, che si propone di indagare il collasso per tensioni normali, la crisi della struttura per taglio è stata esclusa per ipotesi.

Nell'ottica di individuare intervallo di valori entro i quali si trova l'effettivo carico di rottura, si è lavorato nelle due ipotesi limite di slittamenti ai deviatori liberi

o totalmente impediti. La prima ipotesi è a favore di sicurezza per la determinazione del carico ultimo, mentre la seconda fornisce un limite superiore per la capacità portante della trave. In realtà l'attrito ai deviatori contrasta efficacemente gli slittamenti per sovraccarichi di esercizio, ma non è sufficiente ad impedirli quando la struttura evolve verso la rottura.

Oltre ai due casi anzidetti, se ne è considerato un terzo con slittamenti liberi ed introduzione di deviatori aggiuntivi in corrispondenza della mezzeria dei conci nei quali il cavo ha andamento orizzontale, ciò al fine di contenere la riduzione di eccentricità del cavo sotto carico. La scelta di questi tre modelli ha consentito di evidenziare l'influenza dei fenomeni tipici delle travi con precompressione esterna, quali gli slittamenti ai deviatori e la riduzione dell'eccentricità, che nel nostro caso risultano determinanti per il comportamento a rottura.

4.2 Comportamento fino a rottura

Per la descrizione generale del comportamento della trave studiata si fa riferimento ai risultati dell'analisi numerica eseguita sul modello con slittamenti liberi e privo di deviatori aggiuntivi per la riduzione della variazione dell'eccentricità.

Il comportamento globale può essere descritto facendo riferimento alla curva carico-freccia (fig. 10), evidenziando i punti corrispondenti a particolari e significativi comportamenti dei giunti (tab. 4). L'abbassamento massimo, riportato nei grafici e nelle tabelle e misurato a partire dalla configurazione indeformata, si raggiunge nella sezione di giunto più vicina al punto di applicazione del carico.

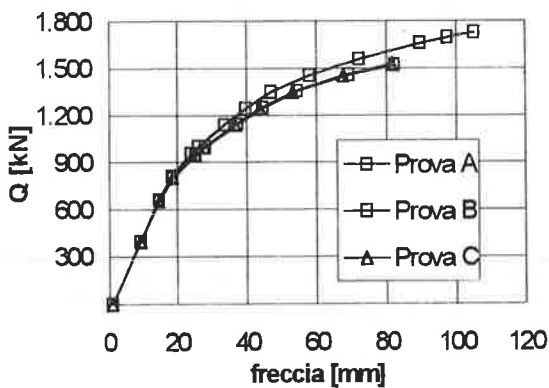


Fig. 10: Curve carico - freccia

La struttura presenta un comportamento lineare per valori del carico minori di quello che produce la decompressione dei primi giunti. Successivamente, con l'apertura dei giunti in mezzeria (G10, G11 e G12), si produce la parzializzazione delle sezioni soggette al massimo momento flettente e inizia la redistribuzione delle sollecitazioni. Per livelli di carico superiori inizia anche l'apertura dei giunti sull'appoggio interno sinistro (G6 e G7) con forte incremento della deformabilità della trave fino all'apertura dei giunti

dell'appoggio destro che precede di poco la rottura della sezione soggetta al massimo momento positivo (G11). La rottura della sezione è dovuta allo schiacciamento del calcestruzzo, compresso delle parti di soletta superiore che restano in contatto.

Q [kN]	freccia [mm]	Osservazioni
0	0.90	stato iniziale di riferimento
655	14.61	apertura giunti 10 e 11
805	18.65	apertura giunto 12
1205	41.30	apertura giunto 6
1206	41.34	apertura giunto 7
1488	74.49	apertura giunti 17 e 18
1520	82.16	rottura giunto 11

Tab. 4: Sintesi dei punti significativi della prova.

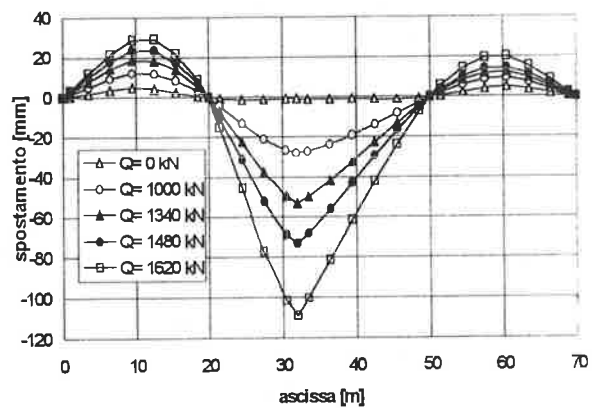


Fig. 11: Deformata per diversi livelli di carico. Per Q=1620 kN la rottura in G11 è già avvenuta.

La deformata della trave per livelli crescenti di carico esterno e a rottura (fig. 11) mostra, per la campata centrale, ancora un comportamento a blocchi rigidi per livelli elevati di carico, con la formazione di una sorta di cerniera plastica nella sezione in campata soggetta al massimo momento flettente nella quale avverrà la crisi per schiacciamento del calcestruzzo compresso. Le campate laterali, invece, restano quasi interamente in campo elastico e con giunti non decompressi fino a rottura. A causa della scarsa capacità di rotazione plastica, il collasso sopraggiunge prima della formazione delle cerniere agli appoggi e quindi non si arriva alla trasfomazione completa della struttura in cinematismo.

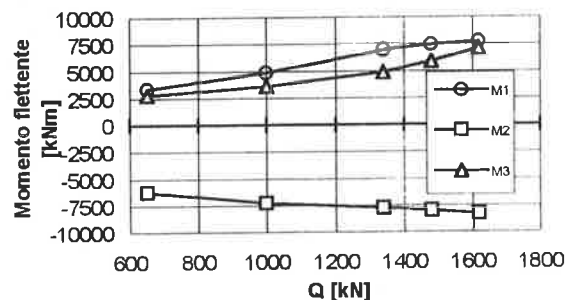


Fig. 13 : Momenti nelle sez. principali in funzione di Q

Anche dall'andamento del momento flettente (figg. 12 e 13) si nota una certa redistribuzione delle sollecitazioni per carichi superiori a quello di decompressione e fino alla rottura, ma tale fenomeno risulta contenuto per la ragione anzidetta.

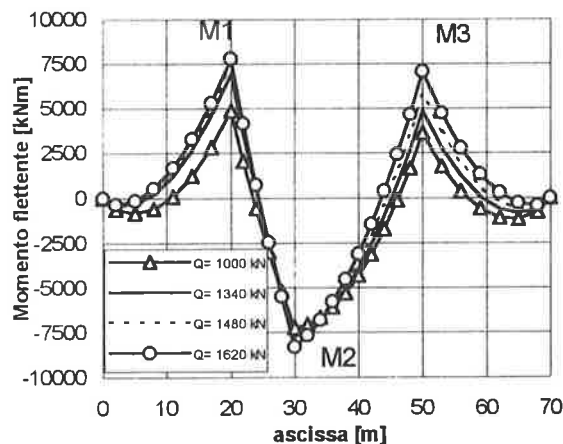


Fig. 13: Andamento del momento flettente per diversi valori di carico

4.3 Apertura dei giunti

Anche nel caso in esame si conferma che le non linearità del comportamento delle travi a conci sono quasi totalmente concentrate nel cinemismo di apertura dei giunti delle zone maggiormente sollecitate. I giunti interessati dal fenomeno sono quelli della campata centrale adiacenti al punto di applicazione del carico e quelli sugli appoggi, restando tutti gli altri pressoché chiusi. La variazione dell'altezza di apertura dei giunti in funzione del carico (fig. 14) mostra un fenomeno interessante: il giunto n.12, che è a destra del giunto n.11, si apre dopo quest'ultimo e quando si produce l'apertura dei giunti sull'appoggio sinistro e si è formata una sorta di blocco rigido tra tale appoggio ed il giunto n.11, tende a richiudersi ad indicare la tendenza alla formazione di un altro blocco rigido tra la mezzeria e l'appoggio destro. Dei giunti della zona dell'appoggio destro l'unico che mostra un'apertura, peraltro modesta ed in prossimità della rottura della trave, è solo quello posto proprio sull'appoggio (G17).

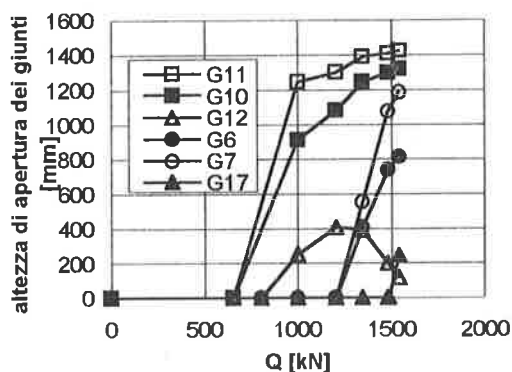


Fig. 14: Altezza di apertura dei giunti in funzione di Q

4.4 La variazione di tiro del cavo

Nella simulazione con slittamenti liberi il valore del tiro del cavo è costante per tutta la sua lunghezza e la sovratensione, anche in corrispondenza della sezione maggiormente sollecitata, è legata alla deformazione complessiva della trave. L'incremento di tiro del cavo si sviluppa quasi interamente dopo la decompressione ma risulta contenuto anche a rottura raggiungendo il 2.4 %.

4.5 Gli slittamenti ai deviatori

La presenza degli slittamenti del cavo, privo di attrito nella prova simulata che si descrive, è dovuta alla necessità di avere equilibrio tra le forze agenti nei tratti di cavo concorrenti sullo stesso deviatore. La loro influenza sul comportamento della struttura non è trascurabile, come invece lo è la variazione dell'eccentricità. Essi risultano contenuti fino a che la struttura resta in campo lineare, ma si sviluppano significativamente all'avvicinarsi della rottura raggiungendo, al collasso, valori compresi tra 1.4 mm e 7.2 mm per tratti di cavo lunghi 10 m (fig. 15).

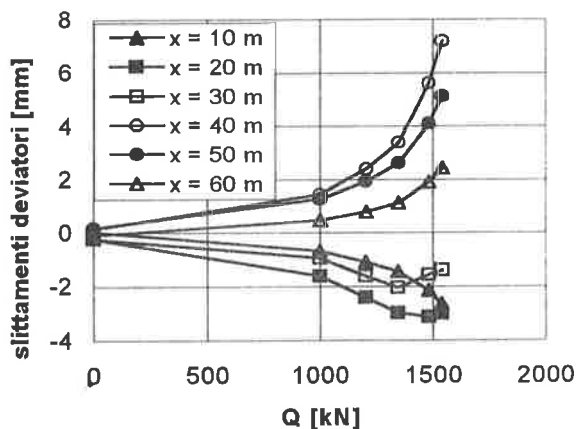


Fig. 15 Slittamenti dei cavi ai dev. in funzione di Q.

4.6 Confronto delle prove eseguite

Le tre prove simulate, delle quali la prima descritta in dettaglio, sono state confrontate al fine di valutare gli effetti sul comportamento a rottura dell'attrito ai deviatori e della variazione di eccentricità.

- Prova A: slittamenti liberi,
- Prova B: slittamenti impediti,
- Prova C: slittamenti liberi e deviatori aggiuntivi.

Il raffronto delle curve carico-freccia mostra che la variazione dell'eccentricità è trascurabile per tutta la storia di carico. Infatti le curve della prova A e della prova C sono praticamente coincidenti (fig. 10). Invece l'influenza degli slittamenti ai deviatori, trascurabile fino a che la struttura resta in campo lineare, diviene evidente per carichi elevati per i quali la curva della prova B si discosta da quelle delle prove A e C, raggiungendo un carico ultimo più alto e mostrando deformazioni più modeste a parità di carico. Ciò è

chiaramente legato all'assenza degli slittamenti, che permette ai tratti di cavo posti nelle zone più impegnate di avere deformazioni maggiori, e quindi maggiori sovratensioni (tab. 5) che producono un incremento di resistenza e di rigidità a tutta la struttura.

Grandezza	Prova A	Prova B	Prova C
Carico di decompress. [kN]	655	664	656
Carico ultimo [kN]	1520	1720	1520
freccia ultima [mm]	82.2	105.2	81.6
Tiro iniziale [kN]	6116	6116	6116
Tiro a rottura [kN]	6260	6860	6260
Incremento di tiro fra iniz. e rottura	2.4 %	12.2 %	2.4 %
Deformazione cavo a rottura ε_{pu}	0.00719	0.00787	0.00718

Tab. 5 Confronto prove simulate, grandezze globali e relative al tratto centrale di cavo.

5. CONCLUSIONI

Il lavoro svolto è essenzialmente concentrato sullo studio di modelli numerici per descrivere il comportamento a rottura delle travi a conci prefabbricati e precompressione esterna. La sostanziale coincidenza con la prova sperimentale nel caso isostatico fornisce un'indicazione di attendibilità per tutte le analisi eseguite.

Le simulazioni numeriche hanno confermato per tutta la storia di carico le attese derivanti da studi condotti da altri Autori per via teorica e sperimentale. Il comportamento globale è sempre quello atteso ed i fenomeni peculiari della precompressione esterna sono descritti coerentemente alle aspettative.

Per tutte le prove eseguite si è verificata la rottura per schiacciamento del calcestruzzo compresso, con sovratensione dei cavi esterni rimasta sempre entro valori limitati.

Le analisi hanno mostrato che gli slittamenti ai deviatori, i quali si possono manifestare all'avvicinarsi della rottura, non sempre sono fenomeni trascurabili potendo ridurre la portanza delle travi. Viceversa, la variazione dell'eccentricità dei cavi esterni sotto carico è poco influente sul comportamento globale, sempre che si adotti una opportuna disposizione dei deviatori in relazione allo schema di carico.

Infine si è riconfermato che il fenomeno dell'apertura dei giunti privi di armatura aderente passante caratterizza quasi completamente la risposta non lineare a partire dalla decompressione e fino alla rottura.

6. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] M. Virlogeux: *La précontrainte extérieure*. Annales de l'ITBTP n°420, dicembre 1983; Béton 219.

[2] M. Virlogeux: *La précontrainte at la construction des ponts à précontrainte extérieure au béton*.

in: *La précontrainte extérieure. Le point de la question aujourd'hui* (prima e seconda parte). Annales de l'ITBTP n° 498-499, nov - dec 1991; Béton 283-284.

[3] D. Dutoit: *Les récentes développements de la précontrainte extérieure aux Etats-Unis dans les projets de la société FIGG and MULLER engineers*.

in: *La précontrainte extérieure. Le point de la question aujourd'hui* (terza parte). Annales de l'ITBTP n°500, gennaio 1992; Béton 285.

[4] R. Chausssin: *Les problèmes généraux de la précontrainte extérieure au béton*.

in: *La précontrainte extérieure. Le point de la question aujourd'hui* (terza parte). Annales de l'ITBTP n°500, gennaio 1992; Béton 285.

[5] L. Boutonnet: *Remarque quant à l'utilisation de conduit en matière plastique dans les déviations*.

in: *La précontrainte extérieure. Le point de la question aujourd'hui* (terza parte). Annales de l'ITBTP n°500, gennaio 1992; Béton 285.

[6] B. Fouré: *Les essais du CEBTP à Saint-Rémy-Lès-Chevreuse*.

in: *La précontrainte extérieure. Le point de la question aujourd'hui* (terza parte). Annales de l'ITBTP n°500, gennaio 1992; Béton 285.

[7] B. Fouré, P.C. de Rezende Martins, L.H. Hoang: *Problèmes de sécurité à rupture et de modélisation du comportement des poutres en béton à précontrainte extérieure*.

Annales de l'ITBTP n°491, febbraio 1991; Béton 278.

[8] S.G. Morano: *Analisi in esercizio e a rottura di travi precomprese con cavi esterni*.

Tesi di dottorato di ricerca in ingegneria delle strutture, Università degli studi di Firenze, febbraio 1994.

[9] AFPC: *Behaviour of external prestressing in structures*. Workshop, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, giugno 1993.

[10] AFPC: *External prestressing in structures. Non-linear calculation tests of prestressed beams*. Under the direction of E. Conti & R. Tardy.

[11] G. Mancini, G. Cadeddu, G. Gamberini: *Analisi non lineare di ponti realizzati con conci prefabbricati e precompressione non aderente*.

L'Industria Italiana del Cemento n°661, dic. 1991.

[12] Cosenza, Greco: *Il calcolo delle deformazioni nelle strutture in cemento armato*.

Ed. CUEN, Napoli.

UN MODELLO NUMERICO DELL'INTERAZIONE ARMATURA-CALCESTRUZZO PER L'ANALISI DEL COMPORTAMENTO ISTERETICO DELLE LASTRE IN C.A.

Fortunato MOTTA

Professore di Tecnica delle Costruzioni
Istituto di Scienza delle Costruzioni
Università di Catania

Raffaele PARTESCANO

Ingegnere civile
Diplomando alla Scuola di Specializzazione in Costruzioni in c.a. "F.lli Pesenti"
Politecnico di Milano

SOMMARIO

Si propone un accurato modello numerico per l'analisi via E.F. di lastre piane in cemento armato, che mette in conto sia la fessurazione, secondo il classico approccio di Vecchio e Collins, sia l'interazione aderenza-sfilamento nelle armature, tramite un elemento finito bidimensionale unico, che modella congiuntamente la barra d'armatura e il conglomerato adiacente, con indubbi vantaggi computazionali. La formulazione proposta è stata implementata in un codice di calcolo ed i risultati delle prove numeriche sin qui effettuate si mostrano bene in accordo con quelli sperimentali.

SUMMARY

A refined numerical model for the finite element analysis of reinforced concrete plane structures is presented. It takes into account both concrete cracking following the classical Vecchio and Collins approach and bond-slip interaction of the reinforcement through a single 2-D finite element, which includes all these features, with clear computational advantages. The proposed model has been implemented in a suitable computer code and the results of the numerical tests carried out so far are in agreement with experiments.

1. INTRODUZIONE

Lo studio dell'interazione armatura-calcestruzzo nelle strutture in c.a. riguarda un problema scientifico sempre attuale che si configura anche di notevole interesse pratico laddove esso possa costituire supporto razionale e corretto per la progettazione.

L'analisi numerica per elementi finiti della capacità portante delle lastre in c.a. con armature concentrate, costituite da barre aventi rilevante diametro, richiede il preliminare sviluppo di un adeguato modello meccanico nel volume significativo di materiale posto all'interfaccia tra la barra stessa e la restante massa del conglomerato.

Questo volume, così come inizialmente mostrato da Goto nei suoi esperimenti del '71, [8], può essere

idealizzato come un cilindro di un qualcerto diametro, coassiale con la singola barra considerata. In esso prendono corpo i complessi meccanismi di aderenza per il trasferimento dello sforzo dalla barra stessa al conglomerato, (cfr. ad es. Gerstle et al., 1990, [6]).

Il fenomeno dell'aderenza, visto come peculiare proprietà meccanica della barra d'armatura, viene descritto da relazioni tra la tensione tangenziale agente sulla superficie della barra e il corrispondente sfilamento, inteso come spostamento relativo tra la barra ed il conglomerato adiacente, con riguardo ad azioni sia monotoniche che cicliche, [4], mentre il comportamento globale del volume cilindrico di conglomerato di interfaccia attorno alla barra dipende fortemente, oltre che dal suddetto fenomeno dell'aderenza, anche e principalmente dall'intensità

delle tensioni normali di confinamento applicate sulla superficie del predetto cilindro e dall'eventuale insorgere di fessurazioni da spacco nel calcestruzzo di ricoprimento dell'armatura, che si propagano longitudinalmente nella sua stessa direzione, [5,12].

I primi modelli numerici per descrivere il comportamento dello strato di interfaccia tra armatura e calcestruzzo, ove si attivano i fenomeni dell'aderenza, risalgono alla fine degli anni '60, (Ngo, Scordelis, 1967, [10], Nilson, 1968, [11]). In detti modelli, in aggiunta all'elemento "barra", vengono inseriti elementi di "interfaccia", (in 2 od in 3 dimensioni), con conseguente aggravio dello sforzo computazionale. Recentemente Kupfer, (1992, [9]), ha proposto anche un efficiente elemento immateriale di interfaccia tra barra e calcestruzzo, (a comportamento non lineare), per l'analisi di strutture tridimensionali.

L'idea di raccogliere in un solo elemento tridimensionale sia la barra di armatura che lo strato di conglomerato di interfaccia, si deve a de Groot, (1981, [3]), e la conseguente modellazione numerica di un elemento tridimensionale prismatico con 15 nodi è stata implementata nel codice di calcolo DIANA, (TNO-IBBC, Delft), con risultati molto soddisfacenti, [13].

Il presente lavoro, finalizzato all'analisi del comportamento delle lastre piane in cemento armato soggette ad azioni monotonicamente crescenti, intende formulare due distinti modelli numerici e precisamente:

- i. modello di lastra in c.a. con armatura diffusa, nell'ipotesi di perfetta aderenza dell'armatura, da impiegare nelle zone ove l'armatura stessa, se presente, è costituita da reti di fili aventi piccolo diametro;
- ii. modello unico di lastra, comprensivo di barra+strato di interfaccia, che mette in conto i complessi fenomeni di mutua interazione, quali aderenza-sfilamento e confinamento laterale, ad eccezione degli effetti di fessurazione da spacco. Questo elemento torna utile per le zone della lastra in cui sono presenti le armature concentrate.

Infine verranno discussi i risultati di alcune applicazioni numeriche, sviluppate con l'ausilio di uno specifico codice di calcolo fondato sulle suddette modellazioni.

2. ELEMENTO IN CONGLOMERATO CON O SENZA ARMATURA DIFFUSA

2.1 Considerazioni introduttive

Il comportamento meccanico degli elementi piani in conglomerato con armatura aderente viene qui trattato sostanzialmente nella stessa forma già sviluppata da

Vecchio e Collins [14], ove i vari fenomeni di interesse sono considerati perfettamente diffusi sull'intera superficie dell'elemento.

Il solido fessurato si studia pertanto come un mezzo continuo, caratterizzato da una ben definita legge costitutiva ortotropa, secondo un approccio di tipo macroscopico. Le condizioni di equilibrio e di compatibilità, nonché le relazioni costitutive sono pertanto formulate in termini di tensioni e di deformazioni medie.

In questa "Modified Compression Field Theory", [14], gli elementi di calcestruzzo sono ritenuti in grado di trasmettere tensioni di taglio e di compressione nei loro punti di contatto, ma non tensioni di trazione. Quest'ultime, dopo l'insorgere della fessurazione, potranno essere assorbite solo dall'armatura diffusa, considerata come detto perfettamente aderente.

L'ipotesi assunta di coassialità tra le direzioni principali di tensione e quelle di deformazione consente poi di valutare compiutamente lo stato tensionale completo nell'elemento di c.a. fessurato, come somma di quelli presenti nell'armatura e nel calcestruzzo. Si ammette così che le suddette direzioni ruotino entrambe dello stesso angolo, nel piano di Mohr, per ogni incremento di carico, producendo una rotazione nella giacitura della fessura.

Il vantaggio, dal punto di vista numerico, di questo tipo di approccio appare evidente se si pensa che, nel corso dell'analisi, non sono così necessarie modifiche alla forma della maglia di discretizzazione e che non si pone nessuna restrizione sull'orientamento delle fessure.

2.2 Modello del materiale

Si adotta un elemento finito quadrilatero a quattro nodi, in cui è possibile simulare la presenza di due gruppi di armature uniformemente distribuite secondo le direzioni parallele ai lati x e y , le quali sono caratterizzate dai rapporti geometrici ρ_x e ρ_y .

La matrice costitutiva dell'elemento si ricava come somma, nel riferimento globale, delle matrici costitutive dei singoli componenti, e cioè calcestruzzo e armature.

Per il calcestruzzo in stato piano di tensione si adotta un legame elastico ortotropo, per cui la matrice costitutiva dell'elemento, nel riferimento principale degli assi (1,2) di ortotropia, assume la forma

$$[D_c] = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_{12}E_2 & 0 \\ \nu_{21}E_1 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{12}\nu_{21})G_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

essendo

$$G_{12} \cong \frac{E_1 E_2}{E_1(1+\nu_{12}) + E_2(1+\nu_{21})} \quad (2)$$

ed avendo indicato con ν_{12} e ν_{21} gli opportuni coefficienti di Poisson, che diventano nulli all'insorgere della fessurazione.

I moduli elastici E_1 , E_2 e G_{12} sono di tipo secante, e vengono definiti nello spazio costitutivo, sulla base dell'assegnato stato di deformazione.

La M.C.F.T. mette in conto anche il deterioramento della resistenza a compressione del conglomerato fessurato, tramite un parametro sperimentale β , che dipende dal rapporto tra la deformazione $\epsilon_{c\perp}$, misurata in direzione normale a quella ϵ_c considerata, e la deformazione ϵ_{co} corrispondente alla tensione di picco, e cioè

$$\beta = \frac{1}{0,80 - 0,34 \frac{\epsilon_{c\perp}}{\epsilon_{co}}} \quad \text{per} \quad \epsilon_{c\perp} \leq -\frac{\epsilon_{co}}{1,7} \quad (3)$$

$$\beta = 1 \quad \text{per} \quad \epsilon_{c\perp} > -\frac{\epsilon_{co}}{1,7}$$

in conseguenza di ciò, la tensione principale di compressione nel calcestruzzo risulta espressa dalla funzione

$$\sigma_c = -\beta f_c \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Per il calcestruzzo teso si assume la legge costitutiva riportata in Fig. 1, che mostra un andamento lineare sino al limite della fessurazione, ($\epsilon_c = \epsilon_{cr}$), oltre il quale il materiale, dopo un decadimento istantaneo della resistenza al valore f_{cf} , presenta un'ulteriore capacità resistente residua, rapidamente decrescente per effetto delle interazioni sempre più deboli che nascono tra le fessure, (ingranamento degli inerti), e comunque tale da non superare la capacità resistente dell'acciaio in corrispondenza della fessura stessa, e cioè

$$\sigma_c = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\epsilon_c}} \leq \sum_{i=x,y} (\cos\theta_{ci})^2 \rho_{si} (f_{yi} - f_{si}) \quad (5)$$

in essa f_{cr} è la resistenza a trazione del calcestruzzo, θ_{ci} è l'angolo di deviazione delle armature rispetto alle direzioni principali, mentre con f_{yi} ed f_{si} sono state rispettivamente indicate la tensione di snervamento dell'acciaio in direzione i e la tensione attuale presente nell'acciaio.

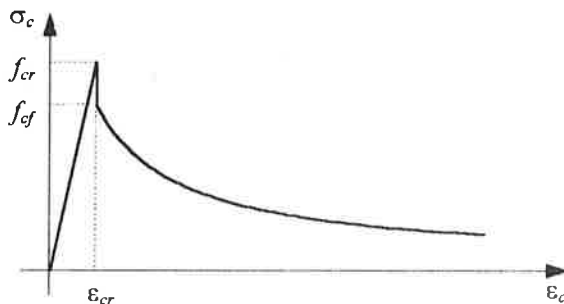


Fig. 1: Legame costitutivo per il calcestruzzo teso

Infine per l'eventuale armatura diffusa, se presente, si adotta una legge costitutiva trilineare, (elasto-plastica con incrudimento), i cui moduli secanti E_{sx} , E_{sy} permettono di definire la matrice costitutiva delle armature diffuse nella forma seguente

$$[D_s] = \begin{bmatrix} \rho_x E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

quest'ultima matrice è da sommare alla (1), previa opportuna trasformazione del sistema di coordinate x,y in quello definito dagli assi di ortotropia.

3. ELEMENTO UNICO PER BARRA+ CALCESTRUZZO DI INTERFACCIA

3.1 Premessa

Il secondo tipo di elemento finito bidimensionale che qui si propone, nasce dall'idea di rappresentare in modo unitario il comportamento della barra d'armatura direttamente connessa con il conglomerato adiacente per mezzo dei meccanismi di aderenza. I vantaggi computazionali di questa formulazione, in confronto con le altre possibili modellazioni già proposte in letteratura, che si valgono ad es. di speciali elementi di connessione "a molla" tra la barra metallica e la matrice cementizia circostante, discendono tutti dalla drastica riduzione del numero di elementi da trattare nel modello numerico ed anche dal più facile inserimento di questi nuovi elementi nella maglia di discretizzazione del sistema strutturale.

Il problema posto è notoriamente complesso ed è influenzato da un gran numero di parametri, quali per esempio il grado di confinamento e la forma della superficie della barra di armatura ad aderenza migliorata, così come si mostrerà più avanti.

La legge costitutiva di aderenza che è stata adottata nel presente modello è sostanzialmente quella suggerita

dal Model Code 90, [2], con la modesta variante di sostituire, al primo tratto di curva, un ramo lineare, al fine di evitare inutili problemi computazionali, (Fig. 2).

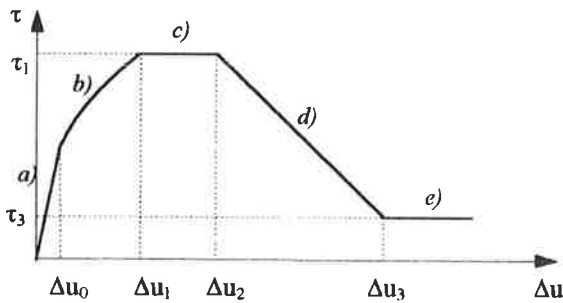
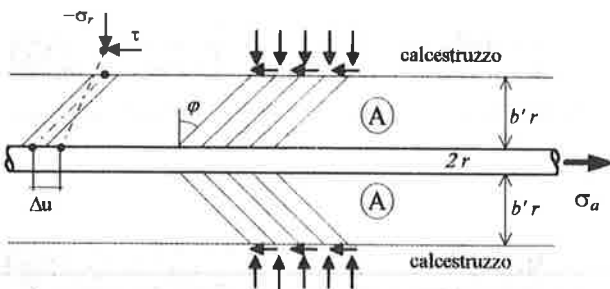


Fig. 2: Legame tensione di aderenza-scorrimento

3.2 Definizione del legame costitutivo

3.2.1 Modello assialsimmetrico

Superata la fase iniziale dell'adesione chimica, che si attiva per valori assai modesti della tensione σ_a nell'armatura, il meccanismo resistente che si instaura nello strato di interfaccia è caratterizzato dall'ingranamento meccanico tra la barra e la matrice cementizia, in corrispondenza dei risalti (o nervature) della barra stessa, ed esso dà luogo ad una serie di puntoni in calcestruzzo, che si oppongono allo scorrimento della barra stessa.



A = strato di interfaccia ove si attiva il fenomeno di aderenza-scorrimento

Fig. 3: Modello di comportamento a puntone inclinato

Secondo un modello proposto originariamente da de Groot e al., 1981 [3], si individuano in questo meccanismo una serie di prismi inclinati di calcestruzzo, adagiati su una superficie tronco-conica, che vengono considerati privi di attrito sulle superfici di reciproco contatto, e che risultano soggetti ad una forza di globale compressione che è riconducibile ad una componente proporzionale a σ_r , normale all'asse

della barra, e ad una componente parallela alla barra, proporzionale alla tensione di aderenza τ .

Per dare una dimensione fisica ai puntoni in calcestruzzo si individua il diametro $2(1+b')r$ del cilindro significativo per il fenomeno dell'aderenza, (r =raggio della barra, cfr. Fig. 3).

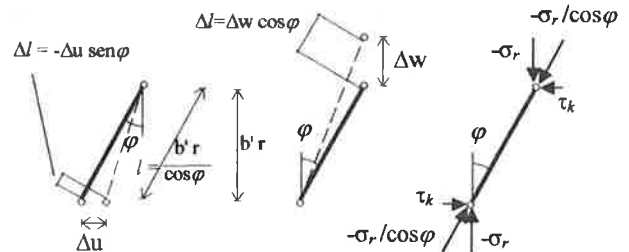


Fig. 4: Relazioni tra le grandezze Δu , Δw , τ_k e σ_r

Con riferimento ai simboli e agli schemi riportati nella Fig. 4, e per il caso a simmetria radiale, è possibile stabilire la seguente relazione costitutiva

$$\begin{Bmatrix} \tau_k \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E_l \cos^3 \varphi}{b'r} \begin{bmatrix} k^2 & -k \\ -k & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \end{Bmatrix} \quad (7)$$

dove E_l è il modulo elastico del puntone e $k = \tan \varphi$ è un parametro legato alle caratteristiche dei risalti della barra, (nullo per barre lisce).

Gli effetti dovuti agli altri meccanismi in gioco si possono mettere globalmente in conto tramite un modulo di scorrimento S , tale che risulti

$$\tau_0 = S \Delta u \quad (8)$$

Facendo ora l'ipotesi che i vari contributi si sommino semplicemente, si ottiene

$$\tau = S \Delta u - k \sigma_r \quad (9)$$

e quindi si avrà

$$\begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \end{Bmatrix} + \frac{E_l \cos^3 \varphi}{b'r} \begin{bmatrix} k^2 & -k \\ -k & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Il comportamento dell'elemento dello strato di interfaccia ove si sviluppa il fenomeno dell'aderenza-scorrimento è quindi definito dai due parametri indicati con Δu e Δw . Volendo costruire un unico elemento combinato, comprensivo anche della barra d'armatura, che è caratterizzata dalla deformazione longitudinale ϵ_a e dalla deformazione radiale ϵ_r , è possibile associare le

grandezze Δw e ε_r nel solo parametro Δv come segue, (Fig. 5)

$$\Delta v = \Delta w + r \varepsilon_r \quad (11)$$

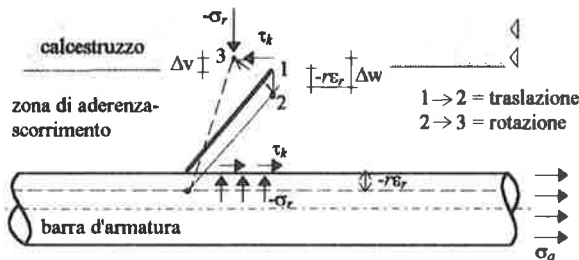


Fig. 5: Sistema combinato barra-strato di interfaccia

Considerando sempre il caso assialsimmetrico, dalla relazione costitutiva dell'acciaio è possibile esprimere ε_r ed ε_a come segue

$$\varepsilon_r = (1 - \nu_s) \frac{\sigma_r}{E_s} - \nu_s \frac{\sigma_a}{E_s} \quad (12)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_s} - 2\nu_s \frac{\sigma_r}{E_s}$$

da cui si ottiene

$$\varepsilon_r = \frac{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)\sigma_r}{E_s} - \nu_s \varepsilon_a \quad (13)$$

avendo indicato con ε_a la deformazione assiale della barra di armatura e, rispettivamente, con E_s e ν_s il modulo elastico longitudinale secante ed il coefficiente di Poisson del materiale.

L'equazione (11) si può mettere nella seguente veste

$$\Delta w = \Delta v - \frac{r(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)\sigma_r}{E_s} + r\nu_s \varepsilon_a \quad (14)$$

che, introdotta nella relazione costitutiva (7), consente di scrivere le relazioni

$$\tau_k = C_2(-kr\nu_s \varepsilon_a + k^2 \Delta u - k \Delta v) \quad (15)$$

$$\sigma_r = C_2(r\nu_s \varepsilon_a - k \Delta u + \Delta v). \quad (16)$$

Infine dalle (12) e (14) si può ricavare la tensione longitudinale lungo la barra σ_a e cioè

$$\sigma_a = E_s \varepsilon_a + 2C_2(\nu_s^2 r \varepsilon_a - \nu_s k \Delta u + \nu_s \Delta v). \quad (17)$$

In definitiva, per il sistema combinato barra di armatura e strato di interfaccia, si ottiene il seguente legame

$$\begin{Bmatrix} \sigma_a \\ \tau \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r} E_s & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \varepsilon_a r \\ \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} + C_2 \begin{bmatrix} 4\nu_s^2 & -2k\nu_s & 2\nu_s \\ -2k\nu_s & k^2 & -k \\ 2\nu_s & -k & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \varepsilon_a r \\ \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} \quad (18)$$

essendo

$$C_2 = \frac{1}{\frac{b'r}{E_l \cos^3 \varphi} + \frac{r(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)}{E_s}} \quad (19)$$

3.2.2 Modello piano

L'equazione costitutiva fondamentale (18), che caratterizza il comportamento meccanico dell'elemento unico combinato, (barra+zona dell'aderenza), può essere trascritta con qualche manipolazione anche per un prisma elementare spaziale, che serve per generare un elemento finito unico con 15 nodi e, al più, con 45 gradi di libertà. Detta formulazione, alquanto impegnativa sotto l'aspetto computazionale, va elettivamente impiegata nel caso di indagini numeriche di elevata precisione.

Per gli usi pratici conviene studiare il problema posto con riferimento ad una lastra elementare di spessore b , tale che essa contenga una sola barra di armatura longitudinale.

In questo caso l'armatura stessa si considera uniformemente diffusa nello spessore della lastra considerata, su una striscia trasversale di opportuna altezza, in modo tale da poter garantire l'equivalenza, in termini di tensioni tangenziali di aderenza, rispettivamente nei due modelli 2-D e 3-D, e cioè

$$\bar{\tau} = \frac{\alpha \pi r}{b} \tau \quad (20)$$

essendo α un coefficiente empirico di correzione a fronte della trasformazione adottata e $\bar{\tau}$ il valore fittizio della suddetta tensione nel modello 2-D. In mancanza di migliori determinazioni si può anche porre $\alpha=1$.

In questo caso l'equazione (18) assume la forma

$$\bar{\tau} = \bar{C} \Delta \bar{u} \quad (21)$$

essendo

$$\bar{\tau}^T = \left\{ \frac{\alpha \pi r \sigma_a}{b} \quad \bar{\tau} \quad \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{y_a} \quad \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{y_b} \right\} \quad (22)$$

$$\Delta \bar{u}^T = \left\{ \frac{1}{2} r \varepsilon_a \quad \Delta \bar{u} \quad \Delta \bar{v}_{y_a} \quad \Delta \bar{v}_{y_b} \right\} \quad (23)$$

ed avendo indicato con $\bar{\mathbf{C}}$ la matrice costitutiva riportata in Appendice 1.

Coerentemente con la procedura di soluzione di tipo secante che si intende sviluppare, la matrice costitutiva $\bar{\mathbf{C}}$ dipende dai seguenti parametri:

- S modulo di scorrimento, inteso come modulo secante nella relazione costitutiva tensione di aderenza-scorrimento;
- E_l modulo elastico secante del calcestruzzo dei puntoni;
- E_s modulo elastico secante dell'acciaio della barra di armatura.

3.3 Matrice di rigidezza per l'elemento piano

Si adotta un elemento finito piano rettangolare a deformazione lineare, coassiale con la barra, avente le dimensioni di $l \times h$, caratterizzato da 13 gradi di libertà nodali, Fig. 6, e cioè

$$(\Delta \mathbf{u}^e)^T = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{13}] \quad (24)$$

La relazione tra il campo degli spostamenti all'interno dell'elemento e quelli nodali

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}^e \quad (25)$$

è governata dalla matrice \mathbf{B} , (cfr. Appendice 1), che è stata costruita per mezzo dei polinomi interpolanti

$$N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) \quad N_2 = (1-\xi^2) \quad N_3 = \frac{1}{2}\xi(1+\xi). \quad (26)$$

È opportuno rilevare che le funzioni $\Delta \bar{u}$, $\Delta \bar{v}_y$ e $\Delta \bar{v}_x$ che compaiono nel vettore (23) variano con legge quadratica. Per semplicità computazionale e per omogeneità con il termine $\bar{\epsilon}_a$ tali funzioni vengono linearizzate all'interno dell'elemento.

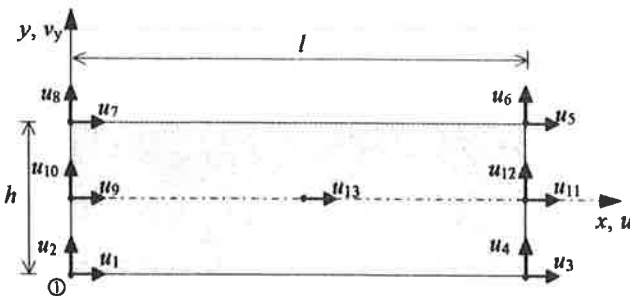


Fig. 6: Elemento speciale "barra+calcestruzzo di interfaccia"

Inoltre per facilitare l'inserimento dell'elemento nella maglia generale di discretizzazione della struttura è stata effettuata la condensazione statica sullo spostamento nodale u_{13} interno all'elemento.

La matrice di rigidezza dell'elemento, ottenuta per mezzo del PLV, assume la forma classica

$$\mathbf{k}_e = \frac{h}{\alpha} \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dA \quad (27)$$

in essa il fattore $1/\alpha$ compensa il parametro α introdotto nella trasformazione dal caso 3D a quello 2D, mentre con h è stata indicata l'altezza dell'elemento.

Poiché risulta $dA = 2b dx$ la precedente relazione si semplifica come segue

$$\mathbf{k}_e = \frac{2bh}{\alpha} \int_0^l \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dx \quad (28)$$

dove l e b sono rispettivamente la lunghezza e lo spessore dell'elemento.

L'integrazione della (28) sarà effettuata per via numerica, per mezzo della procedura di Gauss-Legendre.

4. APPLICAZIONI NUMERICHE

Si riportano alcune applicazioni numeriche, allo scopo di mostrare sia la bontà del modello numerico sia le potenzialità dello stesso in relazione alla descrizione del fenomeno fisico di interazione aderenza-scorrimento tra le barre di armatura e il calcestruzzo circostante.

4.1 Primo esempio

Il primo esempio è tratto da una serie di tre prove sperimentali eseguite nel Politecnico di Delft, [7], su prismi in conglomerato armati con una sola barra centrale, (Fig. 7a).

La scelta di tale applicazione è significativa sia perché il comportamento di un siffatto provino è fortemente dipendente dal fenomeno dell'aderenza, e sia perché è la stessa prova che de Groot et al., [3], hanno usato come verifica del proprio modello matematico. Ciò permette quindi un utile confronto diretto dei risultati ottenuti anche con la presente teoria.

La simmetria del provino consente di analizzarne solo la metà rappresentata in Fig. 7b.

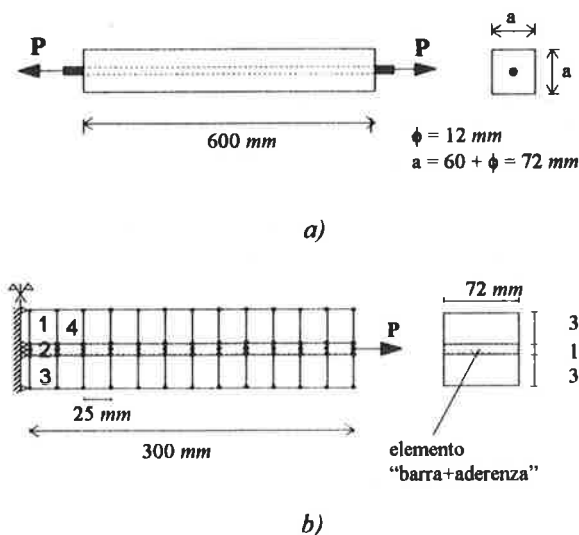


Fig. 7: Tirante in c.a.

I risultati dell'analisi sono stati espressi in termini di comportamento globale, come diagramma della tensione dell'acciaio σ_a all'estremo libero della barra in funzione dell'allungamento totale Δs della barra stessa.

Come si può osservare in Fig. 8 i risultati sono in buon accordo con quelli sperimentali, non solo nelle fasi antecedenti alla fessurazione, dove il fenomeno di aderenza-scorrimento è la causa principale della non linearità del comportamento, ma anche nella fase

subsequente alla fessurazione, in cui il comportamento è prevalentemente governato dal *tension stiffening*.

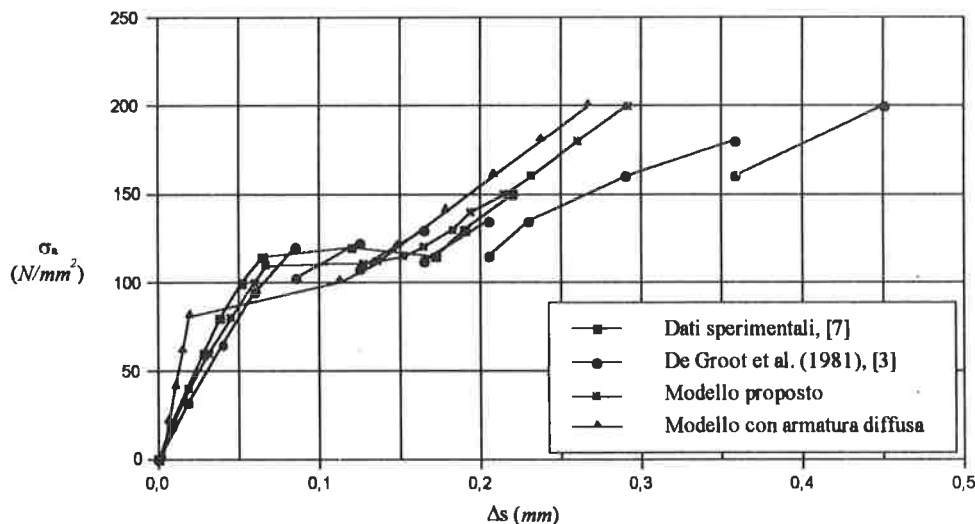
calcestruzzo	acciaio	aderenza
$f_c = 29,6 \text{ MPa}$	$f_y = 400 \text{ MPa}$	$E_{lo} = 28000 \text{ MPa}$
$f_{ct} = 2,10 \text{ MPa}$	$E_s = 205600 \text{ MPa}$	$S_o = 500 \text{ N/mm}^3$
$E_{co} = 28000 \text{ MPa}$		$k = 0,05$
$\varepsilon_{co} = -0,002$		
$\nu_c = 0,2$		

Tab.I: Valori dei parametri adottati nella prima applicazione

Nella stessa Fig. 8 i risultati ottenuti vengono confrontati anche con il modello con solo elementi in conglomerato ad armatura diffusa, (cfr. par. 2), ed essi mostrano una risposta "troppo rigida", soprattutto nella fase che precede la fessurazione.

Per mezzo dell'analisi numerica è possibile anche valutare, lungo lo sviluppo della struttura considerata l'andamento delle funzioni di interesse. In particolare nelle Figg. 9 e 10 si riportano le funzioni σ_a , τ , ε_a e Δu , valutate in corrispondenza dell'elemento unico.

Si osserva anche qui un buon accordo con le previsioni numeriche, anche se la modellazione diffusa della fessurazione lungo l'elemento non consente di tener conto, se non in termini medi, della reale distribuzione delle tensioni e delle deformazioni nella zona fessurata.



Δs = allungamento totale della barra riferito a metà lunghezza del provino ($L = 300 \text{ mm}$)

Fig. 8: Diagramma σ_a - Δs . Confronto tra risultati sperimentali e numerici

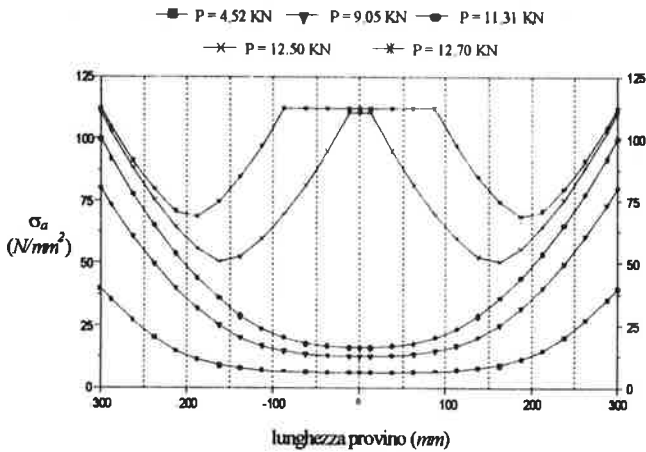
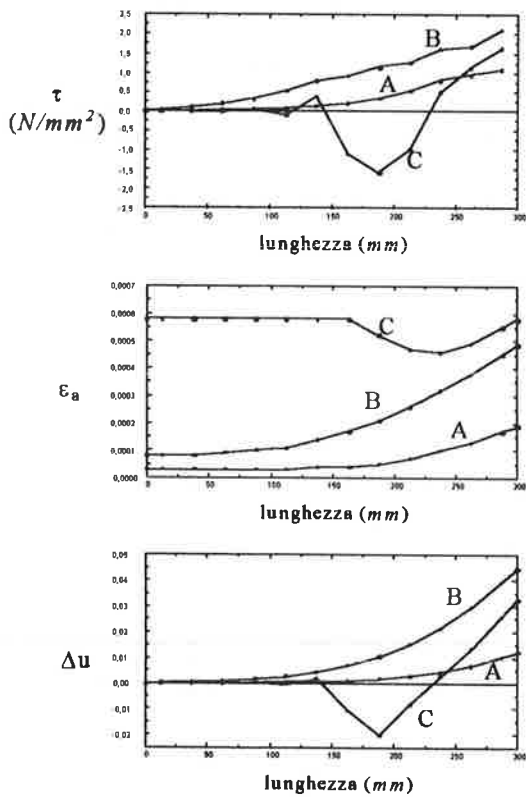


Fig. 9: Andamento della tensione di trazione σ_a lungo la barra, per diversi valori del carico P



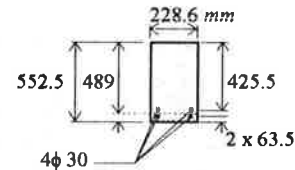
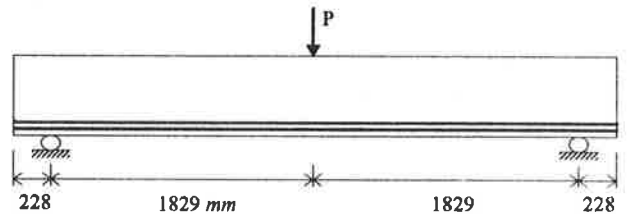
A → $P = 4,52$ kN
 B → $P = 11,31$ kN
 C → $P = 13,57$ kN

Fig. 10: Andamento delle funzioni τ , ϵ_a e Δu lungo la barra, per diversi valori del carico P

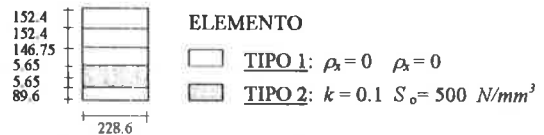
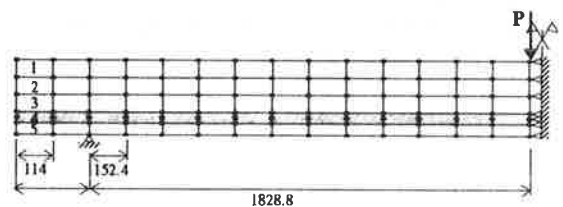
4.2 Secondo esempio

Il secondo esperimento numerico qui riportato è quello della trave in c.a., chiamata A2 in [1], testata sperimentalmente da Bresler e Scordelis nel 1963, (Fig.11a).

Questa trave è caratterizzata dalla mancanza di armature di parete ed è stata modellata numericamente come indicato in Fig. 11b.



a)



b)

Fig. 11: Seconda applicazione numerica

La curva carico-abbassamento in mezzeria ottenuta numericamente è posta a confronto con quella sperimentale, (Fig. 12). Si può rilevare un andamento sicuramente accettabile, anche se per valori elevati del carico la prova numerica ha evidenziato una risposta meno "rigida" di quella sperimentale, pur a parità di carico di rottura.

Anche in questo caso è possibile ottenere l'andamento delle tensioni e delle deformazioni sulla struttura in corrispondenza dell'elemento unico barra d'armatura+calcestruzzo di interfaccia, per diversi valori del carico.

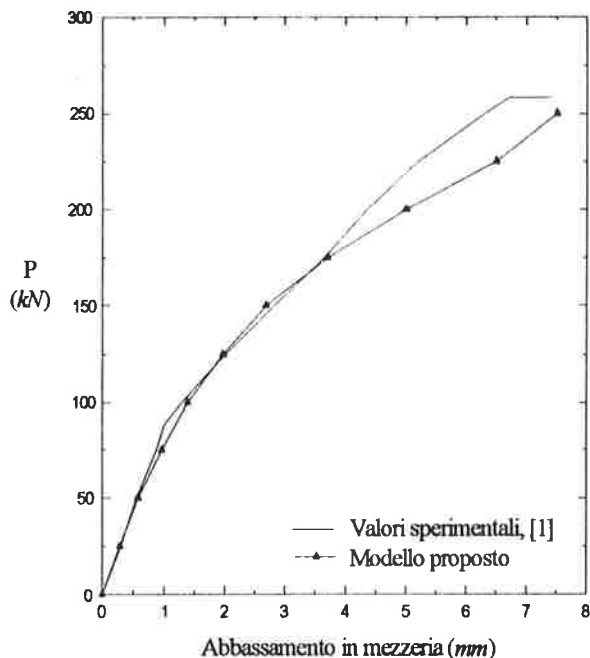


Fig. 12: Confronto tra modellazione numerica e risultati sperimentali per la trave A2

calcestruzzo	acciaio	aderenza
$E_c = 21300 \text{ MPa}$	$f_y = 413 \text{ MPa}$	$E_{to} = 21300 \text{ MPa}$
$f_c = 24,4 \text{ MPa}$	$E_s = 191400 \text{ MPa}$	$S_o = 500 \text{ N/mm}^3$
$f_{ct} = 2,45 \text{ MPa}$		$k = 0,1$
$\epsilon_{co} = -0,002$		
$\nu_c = 0,15$		

Tab.II: Valori dei parametri meccanici adottati nella seconda applicazione

5. CONCLUSIONI

È stato presentato un modello numerico per l'analisi del comportamento delle lastre in c.a. caricate monotonicamente al di là della soglia elastica e fino al collasso. Il modello consente di analizzare il fenomeno dell'aderenza-scorrimento tra le barre d'armatura ed il calcestruzzo circostante, per mezzo di un elemento finito unico che comprende sia la barra che lo strato significativo di interfaccia tra essa ed il restante materiale della lastra.

La presenza di questo elemento nel contesto del sistema strutturale fornisce vantaggi computazionali non indifferenti.

A questo si aggiunge la peculiarità insita nel presente modello di non far dipendere l'aderenza dal solo parametro S , (modulo di scorrimento), ma di

mettere in conto anche gli effetti del confinamento in direzione normale alla superficie di aderenza, che in realtà ne condiziona significativamente il comportamento.

In una prossima nota si intende proporre l'estensione del presente modello alle condizioni di caricamento ciclico.

Ringraziamento

La presente ricerca è stata condotta con il sostegno finanziario del M.U.R.S.T.

APPENDICE 1

Matrice costitutiva \bar{C}

Significato dei simboli impiegati:

σ_a = tensione assiale nella barra d'armatura

σ_{ya}, σ_{yb} = tensione di confinamento in direzione normale alla barra d'armatura

τ = tensione tangenziale d'aderenza

ϵ_a = deformazione assiale della barra d'armatura

Δu = scorrimento tra la barra d'armatura e il calcestruzzo circostante

$\Delta v_{ya}, \Delta v_{yb}$ = variazione di spostamento in direzione normale alla barra d'armatura

ν_s = coefficiente di Poisson per l'acciaio

k = parametro che caratterizza la superficie della barra d'armatura

E_l = modulo elastico secante del calcestruzzo

E_s = modulo elastico secante dell'acciaio

S = modulo di scorrimento secante del legame (τ - s)

r = raggio della barra d'armatura.

Matrice \bar{C} , [relazione (21)]

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{C}_4 & -\bar{C}_5 & \frac{1}{2}\bar{C}_6 & \frac{1}{2}\bar{C}_6 \\ -\bar{C}_5 & \bar{C}_1 & -\frac{1}{2}\bar{C}_3 & -\frac{1}{2}\bar{C}_3 \\ \frac{1}{2}\bar{C}_6 & -\frac{1}{2}\bar{C}_3 & \frac{1}{2}\bar{C}_2 & 0 \\ \frac{1}{2}\bar{C}_6 & -\frac{1}{2}\bar{C}_3 & 0 & \frac{1}{2}\bar{C}_2 \end{bmatrix}$$

I coefficienti della matrice sono espressi come segue:

$$\bar{C}_1 = \bar{S} + k^2 \bar{C}_2 = (S + k^2 C_2) \frac{\alpha \pi r}{b}$$

$$\bar{C}_2 = \frac{1}{\frac{b'r}{E_l \cos^3 \varphi} + \frac{r(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}{E_s}} \cong \frac{E_l \cos^3 \varphi}{b'r}$$

$$\bar{C}_3 = k \bar{C}_2 = k C_2 \sqrt{\frac{\alpha \pi r}{b}}$$

$$\bar{C}_4 = 2 \frac{\alpha \pi \Gamma E_s}{b r} + 4 \bar{v}_s^2 \bar{C}_2$$

$$\bar{C}_5 = 2 \bar{k} \bar{v}_s \bar{C}_2 = 2 k v_s C_2 \frac{\alpha \pi \Gamma}{b}$$

$$\bar{C}_6 = 2 \bar{v}_s \bar{C}_2 = 2 v_s C_2 \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}}$$

avendo fatto le seguenti posizioni:

$$\bar{\tau} = \frac{\alpha \pi \Gamma}{b} \tau;$$

$$\bar{\sigma}_{ya} = \sigma_{ya} \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}};$$

$$\Delta \bar{v}_{ya} = \Delta v_{ya} \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}};$$

$$\bar{v}_s = v_s \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}};$$

$$\bar{\sigma}_{yb} = \sigma_{yb} \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}};$$

$$\Delta \bar{v}_{yb} = \Delta v_{yb} \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}};$$

$$\bar{k} = k \sqrt{\frac{\alpha \pi \Gamma}{b}}.$$

Matrice di trasformazione B, [relazione (25)]

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r}{2} \frac{dN_1}{dx} & 0 & \frac{r}{2} \frac{dN_3}{dx} & 0 & \frac{r}{2} \frac{dN_2}{dx} \\ -\left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & -\left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & \left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & -\left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & \left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & \left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & -\left(N_1 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 & -\left(N_3 + \frac{N_2}{2}\right) & 0 \end{bmatrix}$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bresler B., Scordelis A.C. - 1964 - *Shear Strenght of Reinforced Concrete Beams. Series II* - SESM Report, No. 64/2 - University of California, Berkeley.
- [2] CEB-FIP - 1991 - *Model Code 1990, Design Code* - Thomas Telford Ed., London.
- [3] De Groot A.K., Kusters G.M.A, Monnier Th. - 1981 - *Numerical Modelling of Bond-slip Behaviour* - Heron, Concrete mechanics, vol. 26, No. 1B.
- [4] Eligehausen R., Popov E.P., Bertero V.V. - 1983 - *Local Bond Stress-slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations. Experimental Results and Analytical Model* - Report No. UCB/EERC-83/23, Earthquake Engineering Research Center - University of California, Berkeley.
- [5] Gambarova P.G., Rosati G., Sharif O. S. - 1990 - *Aderenza armatura-calcestruzzo e fessurazione longitudinale per barre di grosso diametro* - Studi e Ricerche, vol. 12 - pp. 45-79.
- [6] Gerstle W.H., Ingraffea A.R. - 1990 - *Does Bond-slip Exist? Micromechanics of Failure of Quasi-Brittle Materials* - Proc. of the Int. Conference, (Shah S. P. et al. ed.), Albuquerque, New Mexico.
- [7] Gijsbers F.B.J., Hehemann A.A. - 1977 - *Some Tensile Tests on Reinforced Concrete* - TNO-IBBC Report BI-77-61.
- [8] Goto Y. - 1971 - *Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars* - ACI Journal, Proceedings - vol. 68, No. 4 - pp. 244-251.
- [9] Mainz J., Stöckl S., Kupfer H. - 1992 - *FE-Calculations concerning the Bond Behavior of Deformed Bars in Concrete* - Proc. of the Int. Conference "Bond in Concrete", Riga, Latvia, vol. 3, pp. 12/17-12/26.
- [10] Ngo D., Scordelis A.C. - 1967 - *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams* - ACI Journal, vol. 64, No. 14, pp. 152-163.
- [11] Nilson A.H. - 1968 - *Non-linear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method* - ACI Journal, vol. 68, pp. 757-766.
- [12] Tepfers R. - 1979 - *Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Reinforcing Bars* - Magazine of Concrete Research - vol. 31, No. 106 - pp. 3-12.
- [13] Van Mier J.G.M. - 1987 - *Examples of Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Structures with DIANA* - Heron, vol. 31.
- [14] Vecchio F.J., Collins M.P. - 1986 - *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concret Elements Subjected to Shear* - ACI Journal, vol. 83, No. 22, pp. 219-231.

L'ISOLAMENTO SISMICO SEMI-ATTIVO MEDIANTE DISSIPAZIONE VARIABILE

Bruno PALAZZO, Luigi PETTI

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno
E-mail: palazzo@ponza.dia.unisa.it

SOMMARIO

Lo scopo del lavoro è presentare una nuova metodologia di controllo semi-attivo della risposta sismica di sistemi isolati alla base mediante l'impiego di dissipatori variabili pilotati automaticamente. Dopo aver impostato l'algoritmo di regolazione adatto al particolare problema, sono analizzate comparativamente le prestazioni sismiche di sistemi con dissipatori a costanti viscosi invarianti e sistemi con dissipatori variabili. Nel caso di sistemi dotati di controllo semi-attivo si sono ottenute migliori prestazioni sismiche senza gli effetti di contaminazione dell'isolamento che si verificano in presenza di elevata reattività viscosa agente nell'interfaccia isolante.

SUMMARY

The purpose of this paper is to present a new method to control Base Isolated System response with variable damping. The seismic performance of base isolated linear models with and without semi-active control systems has been numerically tested. The results indicate that by using variable dampers located at the isolation interface, the seismic response can be strongly reduced respect to the correspondent passive systems having a constant damping coefficient. Moreover, by varying the viscous coefficient according to an optimum control algorithm, no reduction effects of the superstructure isolation has been observed.

1. INTRODUZIONE

La tecnica dell'isolamento sismico consiste principalmente nel ridurre la trasmissione del moto del suolo alla struttura in elevazione mediante l'interposizione, tra le fondazioni e la soprastruttura, di speciali dispositivi di vincolo.

L'efficacia di un isolamento sismico, realizzato con isolatori di tipo elastomerico dipende, come è noto, dalla capacità di filtrare a monte della costruzione le componenti delle eccitazioni con frequenze prossime a quella fondamentale della struttura [12].

Il sistema realizza alla base un livello flessibile dissipativo che agisce nelle frequenze come un filtro passa-basso che, da un lato, protegge la sovrastruttura riducendone gli spostamenti relativi, ma dall'altro, può subire forti deformazioni in relazione alle caratteristiche dell'eccitazione.

In aree prossime a zone sismogenetiche il moto sismico può presentare impulsi a forte contenuto energetico tali da richiedere agli isolatori deformazioni molto elevate col rischio di raggiungere i limiti di deformazione dei dispositivi di appoggio. Analogamente si può verificare in presenza di eccitazioni con componenti prevalenti a bassa frequenza. Di qui l'esigenza di contenere gli spostamenti relativi della base isolante mediante l'introduzione di dispositivi supplementari di smorzamento.

Tuttavia, un innalzamento della reattività viscosa si traduce in un incremento dell'impedenza dinamica dell'interfaccia isolante che, oltre un determinato valore, riduce nella soprastruttura i benefici derivanti dall'isolamento [22], [23]. Pertanto, da alcuni anni gli autori sono impegnati in ricerche riguardanti lo sviluppo di tecniche di controllo supplementari da combinare insieme con l'isolamento sismico [20], [24], [26-37].

Molto recentemente, sono state avanzate metodologie di controllo Semi-Attivo delle costruzioni [5], [6], [10], [11], [16] mediante variazione di rigidezza [13-15] ovvero di smorzamento [7], [8], [10], [11], [38], [39],[41].

Tale approccio consiste sostanzialmente nella capacità del sistema di controllo di modificare in tempo reale parametri strutturali fondamentali agendo sulla variazione delle caratteristiche di rigidezza e di smorzamento di elementi chiave mediante speciali dispositivi governabili con impulsi elettrici a bassa potenza.

Secondo tale strategia, la modificazione dei parametri della struttura è decisa da unità logiche che dopo aver misurato e ricostruito lo stato istantaneo del sistema, comandano automaticamente la regolazione dei dispositivi in modo da ottimizzare la risposta.

Per quanto a conoscenza degli autori l'Isolamento Semi-Attivo è allo studio in molti centri di ricerca ma, ad oggi, gli studi pubblicati sono ancora pochi. Ad esempio [17] riscontra significativi miglioramenti prestazionali in confronto ai casi a parametri fissi utilizzando algoritmi di controllo basati sulla Fuzzy Logic.

In questo lavoro si esamina la possibilità di applicare alle strutture isolate alla base strategie di controllo semi-attivo mediante l'introduzione di dissipatori variabili di tipo Magneto-Reologico (MR) a livello dell'interfaccia isolante.

2. ASPETTI DEL CONTROLLO DELLE VIBRAZIONI SISMICHE MEDIANTE ISOLAMENTO ALLA BASE

E' stato dimostrato [21], [25] che, nel caso dei Sistemi Isolati alla Base (fig. 1), si realizza essenzialmente un tipo di "Controllo passivo a ciclo aperto" della risposta.

Dal punto di vista fisico è intuitivo che, mentre per un sistema fisso alla base l'eccitazione agisce direttamente sulla struttura, nel caso di un sistema isolato alla base l'eccitazione viene filtrata dal livello di isolamento che assume la veste di *controllore* in quanto regola la *trasmissione* dell'eccitazione alla sovrastruttura.

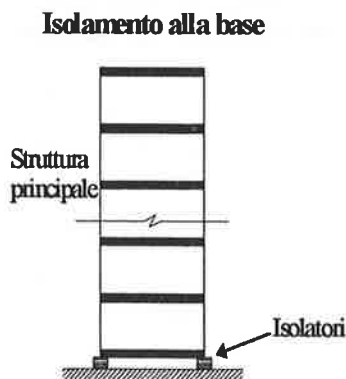


Fig. 1 : L'isolamento alla base

Trascurando l'interazione tra la sovrastruttura e la base dovuta ai moti superiori si dimostra [25] che la relazione, in termini di trasformate di Laplace, tra la risposta della struttura in elevazione ed il moto sismico è data da:

$$\mathbf{X}_b(s) = G(s) \mathbf{H}_b(s) U_g(s) \quad (1)$$

essendo $\mathbf{H}_b(s)$ la funzione di trasferimento che lega gli spostamenti relativi della sovrastruttura \mathbf{X}_b al moto assoluto del livello di isolamento e $G(s)$ la funzione di trasferimento tra tale spostamento assoluto e il moto sismico del suolo $U_g(s)$.

La (1) mostra che la strategia dell'isolamento sismico alla base è sostanzialmente inquadrabile dallo schema di controllo a ciclo aperto rappresentato in figura 2 mediante l'ausilio degli schemi a blocchi.

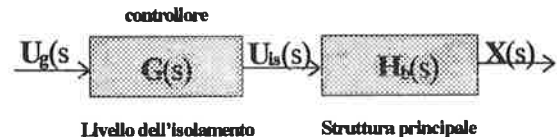


Fig. 2 : Descrizione dell'isolamento alla base mediante schemi a blocchi

Dall'esame della (1) e della figura 2 si comprende che la risposta della sovrastruttura può essere regolata modificando in maniera opportuna la funzione di trasferimento *suolo-isolamento* $G(s)$.

Ad esempio, nel caso dell'oscillatore semplice, la introduzione dell'effetto filtrante dell'isolamento alla base sulla struttura principale è rappresentato nella figura 3 dove sono rappresentate le funzioni di trasferimento del controllore $G(s)$ e del sistema da proteggere $H_b(s)$. L'obiettivo dell'isolamento alla base consiste nella massima riduzione degli spostamenti relativi e delle accelerazioni assolute della sovrastruttura col vincolo di limitare lo spostamento relativo tra suolo e piano di isolamento.

L'adozione di un elevato fattore di smorzamento a livello dell'interfaccia isolante, se da un lato permette di controllare meglio gli effetti di risonanza relativamente al primo modo di vibrazione, oltre un determinato valore, ha effetti indesiderabili sulla sovrastruttura contaminando l'effetto dell'isolamento alla base nel campo delle alte frequenze [22], [23].

L'ipotesi di partenza di questo studio è che l'utilizzo di una *dissipazione intelligente*, che vari la capacità dissipativa nel livello di isolamento in funzione del comportamento complessivo del sistema e delle caratteristiche della eccitazione sismica, consenta di migliorare la risposta complessiva del sistema senza ridurre l'efficacia dell'isolamento nei confronti della sovrastruttura.

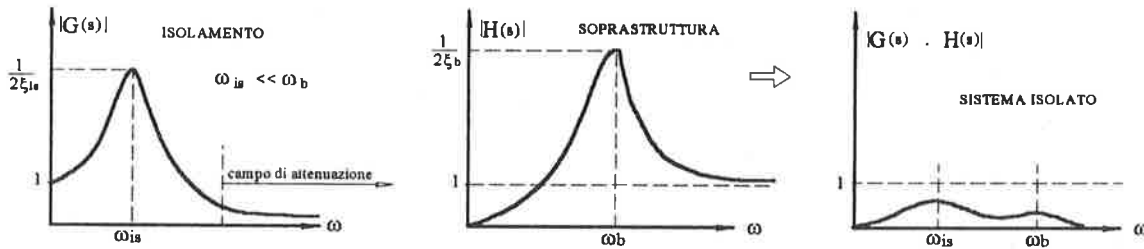


Fig. 3 : Principio di funzionamento dell'Isolamento Sismico alla Base : l'effetto sulla risposta della soprastruttura

3. IL PRINCIPIO DEL CONTROLLO SEMI-ATTIVO

La modificazione in tempo reale dei parametri del sistema è una metodologia di controllo che può definirsi intermedia tra le strategie di controllo attivo e quelle di controllo passivo. Tale metodologia di controllo, basata su dispositivi capaci di modificare la rigidità di alcuni elementi (*Active Variable Stiffness - AVS*) ovvero le caratteristiche di dissipazione viscosa (*Active Variable Damping - AVD*), richiede basse potenze ed energie di controllo.

In tale ambito, rivestono particolare interesse i dispositivi semi-attivi che impiegano fluidi controllabili. I fluidi controllabili sono materiali che modificano le proprie caratteristiche reologiche in funzione della applicazione e dell'intensità di un campo elettrico (*ER- Elettro Reologici*) o magnetico (*MR- Magneto Reologici*) che li attraversa. In genere i fluidi MR sembrano migliori per la realizzazione di dissipatori variabili a risposta rapida [1], [2], [4], [41]. L'interesse per il loro impiego nell'ingegneria meccanica e strutturale deriva dalla possibilità di modificare istantaneamente le proprietà reologiche del dispositivo e, quindi, il comportamento del sistema meccanico dove essi sono inseriti, mediante semplici e rapidi impulsi di comando a bassa potenza ed energia. Nei dissipatori variabili, i fluidi MR contenenti sospensioni di particelle polarizzabili sono spinti a passare attraverso un orifizio dove è applicato un campo magnetico variabile (fig.4). In tal modo, la differenza di pressione che si instaura tra le facce dell'orifizio è dovuta alla viscosità del fluido ed alla intensità del campo magnetico applicato. In mancanza di campi magnetici le particelle sospese non presentano un orientamento preferenziale e la resistenza viscosa risulta essere uguale a quella del fluido. L'applicazione di campi magnetici causa, invece, l'orientamento delle particelle verso una direzione principale scelta in modo da contrastare il moto del fluido.

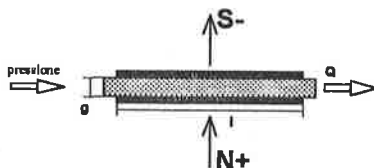


Fig. 4 : Il principio di funzionamento dei dispositivi con fluidi MR.

Un esempio di dispositivo è riportato in figura 5 :

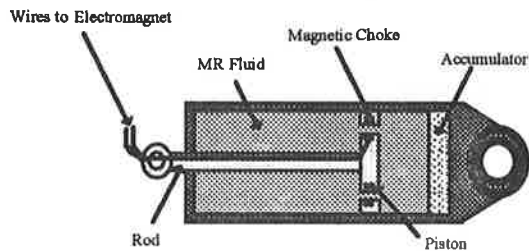


Fig. 5: Schema di dispositivo AVD (da Spencer [41])

4. L'ISOLAMENTO SISMICO DOTATO DI CONTROLLO SEMI-ATTIVO

Come si è detto, l'ipotesi base della ricerca è che l'impiego di un sistema di dissipazione intelligente alla base consente di controllare le deformazioni degli organi di isolamento senza contaminare i benefici dell'isolamento.

L'isolamento semi-attivo può essere realizzato a variazione di rigidità secondo lo schema di fig. 6a ovvero a variazione di smorzamento secondo lo schema in fig. 6b.

Nel primo caso, ad esempio, (fig. 6a) la variazione di rigidità può essere ottenuta disponendo in serie uno shock-transmitter regolabile ad una molla aggiuntiva la cui rigidità si vuole chiamare o meno in causa.

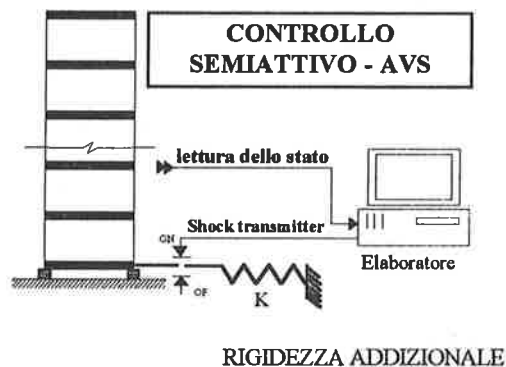


Fig. 6a : Isolamento Semi-Attivo - AVS

La metodologia di controllo semi-attivo adottata si basa sull'utilizzo di dissipatori variabili.

La metodologia di controllo semi-attivo adottata si basa sull'utilizzo di dissipatori variabili. In particolare considerando che la risposta dinamica del sistema è dominata dal contributo della prima forma modale che impegna sostanzialmente il livello di isolamento, al fine di ottenere il massimo beneficio è opportuno predisporre i dissipatori AVD in parallelo agli organi di isolamento (figura 6b).

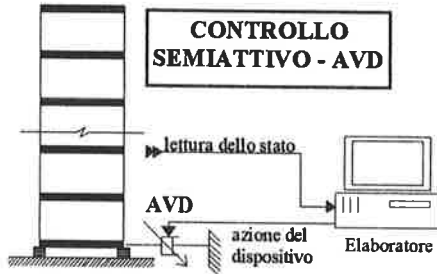


Fig. 6b: Isolamento alla base dotato di dispositivo AVD.

Per il modello rappresentato in figura 6b le equazioni del moto si scrivono:

$$M\ddot{v}(t) + D\dot{v}(t) + K v(t) = b_f F(t) + b_u u(t) \quad (2)$$

dove M , D e K rappresentano rispettivamente le matrici delle masse, degli smorzamenti equivalenti e delle rigidezze, $v(t)$ il vettore degli spostamenti relativi, $F(t)$ ed $u(t)$ le azioni esterne e quelle di controllo posizionate così come descritto dalle matrici b_f e b_u . Nello spazio degli stati il sistema di equazioni (2) si riscrive come:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + BU(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

dove si è posto:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M^{-1}b_f & M^{-1}b_u \end{bmatrix} \quad U = \begin{Bmatrix} F(t) \\ u(t) \end{Bmatrix}$$

e dove $x(t) = \{v(t), \dot{v}(t)\}^T$ e $y(t)$ rappresentano rispettivamente il vettore di stato ed il vettore delle variabili lette dai sensori, in relazione tra di essi per mezzo della matrice C .

Ricordando che il comportamento dinamico del sistema indagato è dominato dal contributo della prima forma modale, una metodologia efficiente di controllo consiste nel retroazionare solo le prime coordinate principali. A tal fine, considerando la matrice degli autovettori T , e la relazione tra le coordinate principali ed il vettore di stato $z = T^{-1}x$, le equazioni (3) possono essere riscritte come:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= A_T z(t) + B_T U(t) \\ y(t) &= C_T z(t) \end{aligned} \quad (4)$$

avendo posto:

$$A_T = T^{-1}AT, \quad B_T = T^{-1}B, \quad C_T = CT$$

Il sistema di equazioni (4) può essere riscritto, ora, in forma ridotta partizionando $z(t)$ come

$\{z_m(t) \ z_o(t)\}^T$. In tal modo si considererà solo il contributo delle prime m coordinate modali $z_m(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{z}_m(t) &= A_r z_m + B_r U(t) \\ y(t) &= C_r z(t) + D_r U(t) \end{aligned} \quad (5)$$

essendo:

$$A_r = A_{Tmm} - A_{Tmo} A_{Too}^{-1} A_{Tom}, \quad B_r = B_T - A_{Tmo} A_{Too}^{-1} B_{Tom}$$

$$C_r = C_{Tmm} - C_{Tmo} A_{Too}^{-1} A_{Tom}, \quad D_r = C_{Tmo} - A_{Too}^{-1} B_{Tom}$$

Nelle (5) il contributo delle coordinate principali residue $z_o(t)$, relative ai modi superiori, è stato trascurato considerando nulla la variazione prima $\dot{z}_o(t) = 0$.

La forzante ottimale di controllo può essere determinata attraverso la minimizzazione di un indice di performance $J(t)$. In particolare si adotta un indice di performance di forma quadratica (problema LQR [cfr. 40]), funzione dello stato ridotto $z_m(t)$ e della forza di controllo attivo $u(t)$.

$$J(t) = \int_0^t [z_m^T(\tau) \cdot Q \cdot z_m(\tau) + u^T(\tau) \cdot R \cdot u(\tau)] d\tau \quad (6)$$

Con tale indice si penalizza lo stato del sistema con la matrice Q definita positiva, che con le sue componenti penalizza nella misura voluta lo scostamento dall'origine delle singole componenti di stato del sistema ridotto. R penalizza, invece, direttamente la forza di controllo.

La soluzione del problema di minimizzazione della (6) può ricercarsi, come è noto, nella forma:

$$u(t) = G(t) z_m(t) \quad (7)$$

determinando $G(t)$ che rappresenta la *matrice di guadagno* (cfr. [40]). Il vettore $u(t)$ delle azioni di controllo desiderate può essere, quindi, ricavato dalla (7) in funzione del vettore di stato $z_m(t)$.

Tale vettore, che rappresenta lo stato del sistema ridotto, può essere ricavato dalla inversione della seconda equazione delle (5) ovvero direttamente mediante un *osservatore per la identificazione* basato sul filtro di Kalman [9]. Al fine di ottenere approssimativamente le azioni di controllo desiderate, così come calcolato dalla (7) la tensione di pilotaggio dei dispositivi è scelta come di seguito indicato. Quando il dispositivo genera una azione pari a quella desiderata, la tensione di pilotaggio deve restare invariata.

Se il modulo della azione generata è minore di quella desiderata e se esse presentano lo stesso verso allora la tensione di pilotaggio sarà incrementata al fine di raggiungere il livello di forza desiderato. Negli altri casi la tensione sarà nulla.

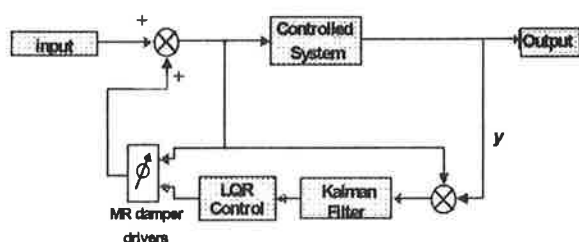


Fig. 7: Schema a blocchi della metodologia di controllo semi-attivo

Il diagramma a blocchi in figura 7 mostra lo schema di funzionamento della metodologia di controllo semi-attivo adottata.

5. ANALISI DEI RISULTATI

Nelle sperimentazione numerica è stato considerato un modello di edificio di dieci piani dotato di isolamento alla base, la cui sovrastruttura, se considerata fissa alla base, avrebbe presentato uno smorzamento del 3,7% ed un periodo fondamentale di 0,7 secondi. È stato assunto, inoltre, un grado di isolamento pari a 3 ed uno smorzamento costante del 2% sul primo modo del sistema dotato di isolamento privo di controllo.

Il controllo semi-attivo si basa sull'utilizzo di dissipatori AVD capaci di introdurre nel livello di isolamento reazioni viscosse massime pari al 5, 10, 15 e 20% del peso totale della struttura. Le azioni desiderate, funzione delle sole prime due forme modali, sono state ottenute considerando nell'indice di performance una penalizzazione complessiva sul primo e sul secondo modo pari rispettivamente a 100 e a 10, mentre, per quanto concerne la forzante stessa, si è scelta una penalizzazione variabile. Il sistema dotato di isolamento alla base e controllato semi-attivamente è stato sottoposto alla eccitazione registrata di El Centro 1940 N-S. Nelle figure 8-11 si riportano i risultati di una analisi condotta adottando i parametri di cui alla Tabella 1. In particolare, la figura 8 riporta il confronto tra le azioni di controllo desiderate e quelle realmente applicate per effetto della saturazione del dispositivo.

Control Force Time Histories

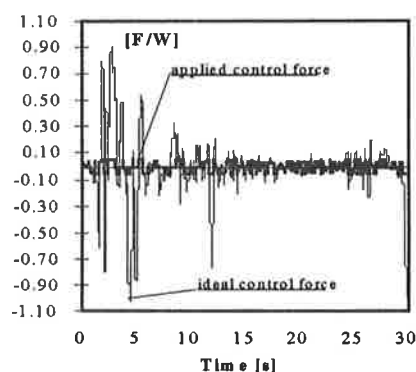


Fig. 8 : Azioni di controllo

**Relative Displacement Time Histories
Isolation Layer**

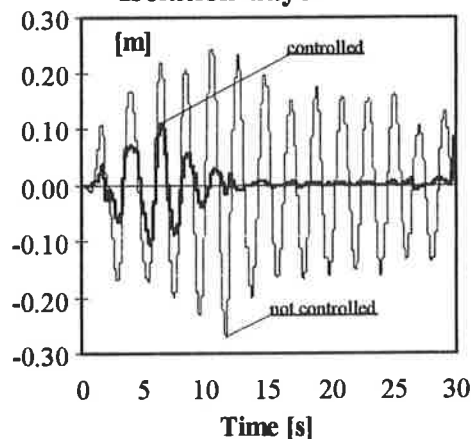


Fig. 9 : Spostamenti relativi della base isolata

**Relative Displacement Time Histories
Top Level**

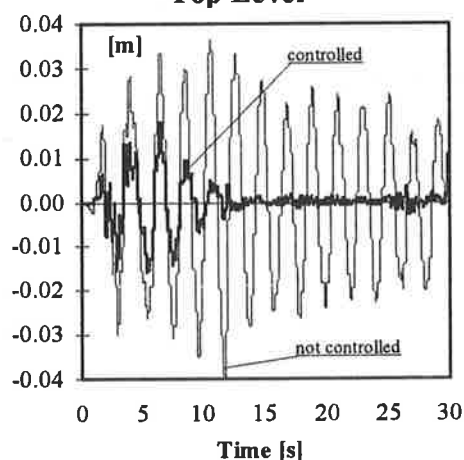


Fig. 10 : Spostamenti della copertura relativamente alla base

**Relative Velocity Time Histories
Isolation Layer**

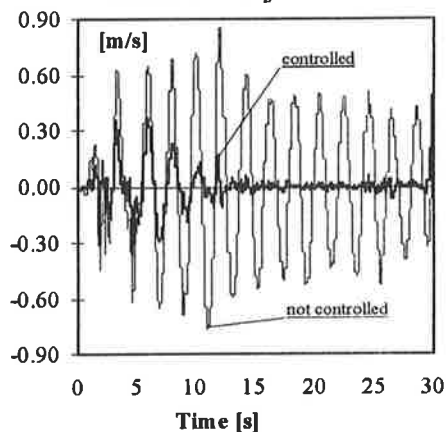


Fig. 11 : Velocità relativa della base isolata

Le figure 9-11 riportano, invece, il confronto tra le risposte del sistema isolato alla base dotato o meno di controllo semi-attivo.

Le figure 9 e 11 riportano rispettivamente gli spostamenti e le velocità relative del piano di isolamento, la 10 gli spostamenti dell'ultimo livello relativamente alla base.

Nelle figure 14-15-16 si riportano rispettivamente le riduzioni percentuali ottenute con il controllo semi-attivo rispetto al caso passivo in funzione della massima azione di controllo praticabile. Tale gruppo di figura rappresentano rispettivamente gli andamenti delle riduzioni di spostamento e velocità relativa della base e spostamento della sommità.

Tabella 1

Parametri Generali	$\xi_{is}=0.02; \xi_b=0.037; \chi=0.7;$	$T_{is}=2.1sec.; T_b= 0.7sec.; RT=3;$
Parametri di controllo	diag(Q)=[100 100 10 10]; R=0.01; massimo valore della forza di controllo: $U_{max}=5\% W;$ $W=$ peso globale;	rumore delle misure: $\sigma_s=0.01;$ rumore del sistema: $\sigma_p=0.001;$ grandezze monitorate : - X_{is} ; spostamento relativo della base - v_{is} velocità relative della base.
Eccitazioni	EL CENTRO N-S 1940	

Come si vede, l'impiego del controllo semi-attivo ha consentito di ottenere riduzioni dello spostamento relativo massimo del piano di isolamento fino al 60% disponendo di dissipatori saturabili al 5% del peso totale. Analoghi guadagni sono stati ottenuti per la risposta strutturale. Nelle figure 12 e 13 si riportano rispettivamente gli andamenti dei massimi valori delle azioni di controllo desiderate e di quelle realmente applicate, (in termini percentuali del peso complessivo della struttura) in funzione della penalizzazione della azione di controllo.

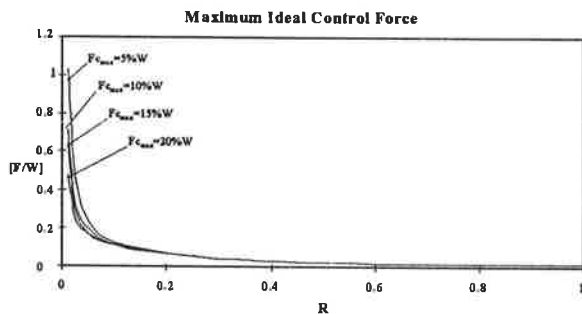


Fig. 12: Massimo valore delle azioni desiderate di controllo

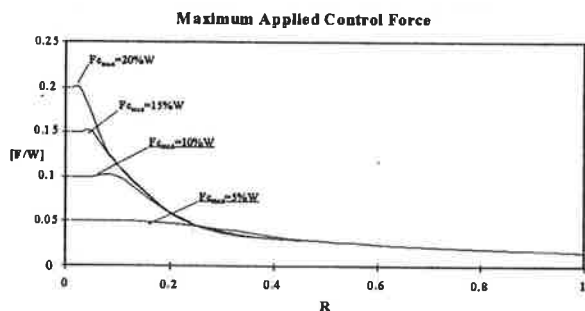


Fig. 13: Massimo valore delle azioni applicate di controllo

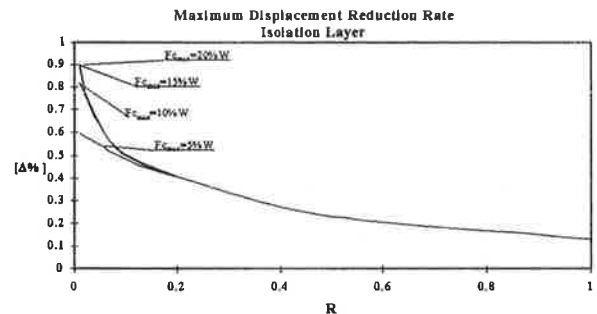


Fig. 14: Riduzione percentuale del massimo spostamento relativo degli organi di isolamento rispetto al caso passivo

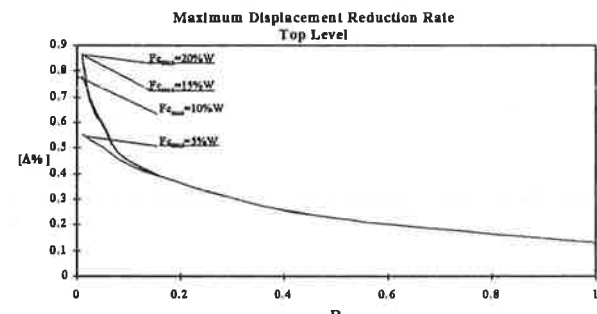


Fig. 15: Riduzione percentuale del massimo spostamento della sommità rispetto al caso passivo.

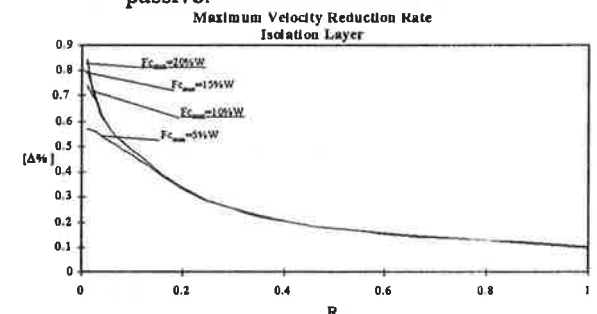


Fig. 16: Riduzione percentuale delle massime velocità relative della base isolata rispetto al caso passivo

Tabella 2

Parametri Generali	$\xi_{is}=0.02$; $\xi_b=0.037$; $\chi=0.7$; $T_{is}=2.1\text{sec.}$; $T_b=0.7\text{sec.}$; $RT=3$;
Parametri Algoritmo di Controllo	$\text{diag}(Q)=[100\ 100\ 10\ 10]$; rumore di misura: $\sigma_s=0.01$; $R=0.01$; rumore di sistema: $\sigma_p=0.001$; massima relazione viscosa : variabili monitorate: $U_{\max}=20\% W$; - x_{is} spostamento relativo alla base; W = peso globale; - v_{is} velocità relativa alla base

L'analisi dei risultati mostra che adottando dissipatori semi-attivi è possibile ridurre la risposta complessiva della sovrastruttura dell'80-90% rispetto ai sistemi semplicemente isolati alla base. Nelle figure 17-19 si riporta il confronto tra la risposta del sistema dotato o meno di controllo semi-attivo, descritto dai parametri di Tabella 2, in funzione del fattore di smorzamento applicato al livello dell'isolamento. In particolare le figure riportano il confronto tra i massimi spostamenti relativi alla base (fig. 17), gli spostamenti relativi di piano (fig. 18) e gli spostamenti massimi relativi all'ultimo livello della struttura (fig. 19).

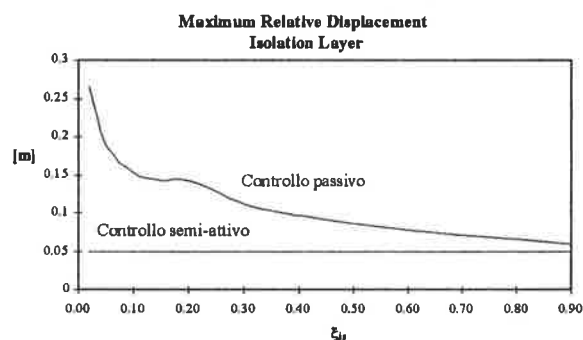


Fig. 17: Massimo spostamento relativo degli organi di isolamento

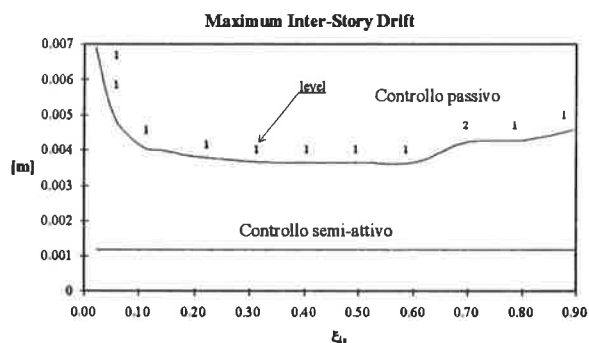


Fig. 18: Massimo spostamento relativo di piano

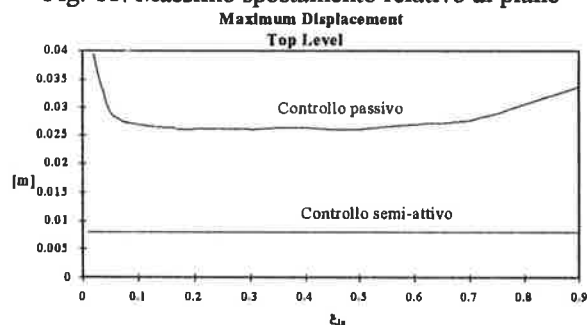


Fig. 19: Massimo spostamento relativo della sommità rispetto alla base

I risultati di tale ultimo gruppo di figure, mostrano che se nel sistema non controllato si aumentano le costanti viscosive negli organi di dissipazione si riducono notevolmente gli spostamenti della base, ma oltre un determinato valore, si verifica un sensibile peggioramento della risposta strutturale.

Tale effetto negativo è invece del tutto assente nel sistema dotato di controllo semi-attivo, che presenta performance sempre superiori.

6. CONCLUSIONI

Nella presente memoria è stata presentata una nuova metodologia ibrida di controllo basata sull'utilizzo congiunto dell'isolamento sismico e della dissipazione supplementare di energia ottenuta mediante l'impiego di dissipatori variabili comandati da un sistema di controllo semi-attivo. La tecnica adottata consente di retroazionare direttamente il contributo delle coordinate principali riferite ai primi modi considerati. Le azioni di controllo sono ottenute dalla minimizzazione di un indice di performance che penalizza direttamente le coordinate generalizzate relative alle forme modali principali.

I risultati ottenuti hanno mostrato che l'introduzione del controllo semi-attivo a smorzamento variabile in una struttura isolata alla base consente di ottenere un considerevole incremento delle prestazioni sismiche.

In particolare la dissipazione variabile a livello dell'interfaccia isolante riduce il moto della base senza alterare i benefici dovuti all'isolamento.

Tali risultati incoraggiano ad approfondire ulteriormente lo studio di tali metodologie di controllo.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] CARLSON J.D. AND SPENCER JR., B.F. 1996 Magneto-Rheological Fluid Dampers for Semi-Active Seismic Control. Proceedings of the 3rd International Conference on Motion and Vibration Control, Chiba, Japan, Vol. III, pp. 291-296.
- [2] CARLSON J.D., LORD CORPORATION, CARY NC 1994 The Promise of Controllable Fluids Proc. Int. Conf. on New Actuators, Bremen, Germany.
- [3] CONSTANTINOU, M.C., SYMANS, M.D., TSOPELAS, P., AND TAYLOR, D.P. 1993 "Fluid viscous dampers in applications of seismic energy dissipation and seismic isolation", Proc. of Seminar on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Control, San Francisco, Vol. 2, 581-591.

- [4] DYKE, S.J., SPENCER JR., B.F., SAIN, M.K. AND CARLSON, J.D. 1996 Seismic Response Reduction using Magnetorheological Dampers. Proceedings of the IFAC World Congress, San Francisco, California.
- [5] EHRGOTT, R.C., AND MASRI, S.F. 1993 "Structural Control Applications of an Electrorheological Device". Proc. Int. Workshop on Structural Control, Hawaii, 115-129.
- [6] FENG, Q., FUJII, S. AND SHINOZUKA, M. 1990 "Use of a Variable Damper for Hybrid Control of Bridge Response under Earthquake". Proc. U.S. National Workshop on Structural Control, USC CA 107-111.
- [7] GAVIN, H., ORTIZ, D., AND HANSON, R. 1993 "Testing and Modeling of a Proto-Type ER Damper for Seismic Structural Response Control". Proc. Int. Workshop on Structural Control, Hawaii, 166-180.
- [8] INAUDI, J. AND KELLY, J., 1993 Variable-Structure Homogeneous Control Systems. Proceedings, International Workshop on Structural Control, (Edited by G.W. Housner and S.F. Masri).
- [9] KALMAN R. E. AND BUCY R. S., 1961 "New results in linear filtering and prediction theory". Trans. ASME, Series D, 83, pp. 95-108.
- [10] KAVASHIMA, K. AND UNJOH, S. 1993 "Variable Dampers and Variable Stiffness for Seismic Control of Bridges". Proc. Int. Workshop on Structural Control, Hawaii, 283-297.
- [11] KAWASHIMA, K. AND UNJOH, S. 1993 Variable Dampers and Variable Stiffness for Seismic Control of Bridges. Proc., International Workshop on Structural Control, (Edited by G.W. Housner and S.F. Masri).
- [12] KELLY J. M., 1990 "Base Isolation: Linear Theory and Design", Earthquake Spectra, Vol. 6, n. 2.
- [13] KOBORI, T. ET AL. 1990 Rigidity Control System for variable Rigidity Structure. United States Patent 4, 964, 246.
- [14] KOBORI, T. ET AL. 1991 Combined Variable Stiffness and Variable Damping Systems. United States Patent 5, 036, 633.
- [15] KOBORI, T. ET AL. 1994 Variable Damping Device for Seismic Response Controlled Structure. United States Patent 5, 311, 709.
- [16] LIANG, Z., TONG, M. AND LEE, G.C. 1995 Real-Time Structural Parameter Modification (RSPM): Development of Innervated Structures. Technical Report NCEER-95-0012.
- [17] NAGARAJAIAH, S. 1993 "Fuzzy controller for structures with hybrid isolation system" Proc. of 1st World Conference on Structural Control - Los Angeles - California.
- [18] PALAZZO B., 1991 "Seismic Behaviour of Base Isolated Buildings", proc. Int. Meeting on Earthquake Protection of Buildings, Ancona.
- [19] PALAZZO B., PETTI L. 1994 "Active Control of Base Isolated System". Proceedings of 1st World Conf. on Structural Control, Los Angeles, California.
- [20] PALAZZO B., PETTI L. 1994 "Seismic Response Control in Base Isolated Systems using Tuned Mass Dampers". Proceedings of First World Conference on Structural Control, Los Angeles, California.
- [21] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Aspects of structural vibration passive control". In printing on Intern. Journ. of MECCANICA 1996.
- [22] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Response of Base Isolated Systems to Random Excitations". European Earthquake Engineering 2/96.
- [23] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Risposta dei Sistemi Isolati alla Base ad Eccitazioni di tipo Stocastico". 7^o Convegno ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia" - SIENA - Collegio Ingegneri della Toscana.
- [24] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Seismic Response Control of Base Isolated Systems using Tuned Mass Dampers". European Earthquake Engineering n° 2.
- [25] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Strategie innovative di protezione sismica : inquadramento nella logica del controllo delle vibrazioni". 7^o Convegno ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia" - SIENA - Collegio Ingegneri della Toscana.
- [26] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Un nuovo sistema di controllo delle vibrazioni l'isolamento alla base dotato di smorzamento di massa". Parte prima: Principi di funzionamento. Atti del XII Congresso Nazionale Associazione Italiana di Meccanica Applicata, Napoli.
- [27] PALAZZO B., PETTI L. 1995 "Un nuovo sistema di controllo delle vibrazioni l'isolamento alla base dotato di smorzamento di massa". Parte II^a : Analisi delle prestazioni sismiche. Atti del XII Congresso Nazionale Associazione Italiana di Meccanica Applicata, Napoli.
- [28] PALAZZO B., PETTI L. 1996 "<La Struttura Intelligente> Uno sguardo a un futuro che è già presente : il controllo della risposta sismica dei sistemi isolati alla base". 11^o Congresso C.T.E. - Napoli.

- [29]PALAZZO B., PETTI L. 1996 "Frequency-shaping method to optimally control base isolated systems equipped with hybrid mass dampers". Proc. of 1st European Conference on Structural Control, Barcellona, Spain.
- [30]PALAZZO B., PETTI L. 1996 "Response of base isolated systems equipped with hybrid mass dampers to random excitation". Proc. of 11th World Conference on Earthquake Engineering (11WCEE), Acapulco, Mexico.
- [31]PALAZZO B., PETTI L. 1997 "Stochastic Response comparison between Base Isolated and Fixed-Base Structures". Earthquake Spectra, Vol. 13, N. 1, February 1997.
- [32]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "A new Hibrid Control System : the Base Isolation Equipped with Hybrid Mass Dampers" . Atti XV Convegno C.T.A. Riva del Garda.
- [33]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "A new Hybrid Control System : the Base Isolation Equipped with Hybrid Mass Dampers". Submitted to European Earthquake Engin. 1996.
- [34]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "Response of Base Isolated System Equipped with Tuned Mass Dampers to Random Excitations". In printing on Journal of Structural Control -1996
- [35]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "Risposta dei sistemi isolati alla base dotati di smorzamento di massa ibrido ad eccitazioni sismiche di tipo stocastico". Ingegneria Sismica n. 1/96.
- [36]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "Un nuovo sistema di controllo ibrido: l'isolamento sismico alla base dotato di smorzamento di massa attivo". Ingegneria Sismica n.2/95.
- [37]PALAZZO B., PETTI L. AND DE LIGIO M. 1995 "Un nuovo sistema di controllo ibrido: l'isolamento sismico alla base dotato di smorzamento di massa attivo". 7^o Convegno ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia" - SIENA - Collegio Ingegneri della Toscana.
- [38]SACK, R., AND PATTEN, W. 1993 "Semiactive Hydraulic Structural Control". Proc. Int. Workshop on Structural Control, Hawaii, pp. 417-431.
- [39]SHINOZUKA, M., COSTANTINOU, M.C., AND GHANEM, R. 1992 "Use of Variable dampers for earthquake protection". Proc.US/China/Japan Trilateral Workshop on Structural Control, China, 153-159.
- [40]SOONG, T.T. 1990 Active Structural Control. Theory and Practice, Wiley, New York.
- [41]SPENCER JR., B.F., DYKE, S.J., SAIN, M.K. AND CARLSON, J.D. 1996 "Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper". Journal of Engineering Mechanics, ASCE, in press.

INFLUENZA DELLE CARATTERISTICHE MECCANICHE DELL'ACCIAIO DA ARMATURA SULLA DUTTILITÀ DELLE STRUTTURE IN C.A.

Giovanni A. PLIZZARI

Ricercatore
Dip. di Ingegneria Civile
Università di Brescia

Paolo RIVA

Ricercatore
Dip. di Ingegneria Civile
Università di Brescia

Alberto Franchi

Professore Ordinario
Dip. di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano

SOMMARIO

L'evoluzione dei processi produttivi ha portato allo sviluppo di acciai da armatura saldabili con resistenze allo snervamento superiori a 500 MPa, che costituiscono la maggior parte della produzione Italiana. La normativa Italiana vigente ne consente l'utilizzo identificandoli con la sigla FeB 44k, come per gli acciai tradizionali con $f_{yk}=430$ MPa. Pertanto, tra le caratteristiche meccaniche dell'acciaio ipotizzate dal progettista e quelle reali possono esservi delle differenze notevoli, che pongono interrogativi circa la duttilità delle strutture realizzate con tali acciai. Lo scopo di questo lavoro è indagare l'influenza che le caratteristiche meccaniche dell'armatura hanno sulla duttilità delle sezioni in c.a.

SUMMARY

The development of new industrial processes has brought to the production of reinforcing steel with yield strength over 500MPa, which nowadays is the most commonly produced steel in Italy. The current Italian code allows its use classifying it as FeB 44k, as for traditional non-weldable steel with $f_{yk}=430$ MPa. Therefore, the mechanical characteristics of reinforcing steel taken as reference by the designer might be considerably different with those actually used in the structures, which poses the problem of the ductility of structures realized with such steel. The purpose of this paper is to investigate the effects of the reinforcing steel characteristics on the ductility of reinforced concrete sections.

1. INTRODUZIONE

L'evoluzione dei processi produttivi dell'acciaio da armatura, quali il processo TEMPCORE, ha portato allo sviluppo di materiali con caratteristiche meccaniche sempre più elevate. Questa evoluzione è stata riconosciuta dalle più recenti normative Europee in materia, quali gli Eurocodici [1,2] e la normativa ENV 10080 [3] (normativa europea provvisoria sull'acciaio da cemento armato) che hanno introdotto per l'acciaio da armatura una unica classe con resistenza caratteristica allo snervamento pari a 500 MPa, con la sigla B500B (laminato a caldo). Questi acciai, oltre che per una maggiore valore della soglia di snervamento rispetto agli acciai tradizionali Italiani FeB 44k, aventi snervamento caratteristico pari a 430 MPa, si differenziano per alcune caratteristiche fondamentali: sono saldabili, hanno un minor rapporto tra le tensioni di rottura e snervamento (R_m/R_e) ed un minor allungamento a rottura (A_{gt}).

L'esistenza di tali acciai non è ancora riconosciuta a livello nazionale dalla normativa cogente, che prevede l'utilizzo di barre ad aderenza migliorata tipo FeB 38k o 44k. Ciò malgrado, essendo i produttori Italiani i maggiori esportatori di acciaio di armatura a livello europeo, la quasi totalità della produzione Italiana di barre da armatura è costituita da acciaio Tempcore B500B, venduto ed utilizzato in Italia come acciaio FeB 44k. È importante osservare che i valori di snervamento 430 e 500 MPa sono valori caratteristici, mentre il valore massimo della tensione di snervamento dell'acciaio potrebbe essere molto più elevata, anche 620-630 MPa.

Questa situazione implica che le caratteristiche dell'acciaio poste alla base della progettazione sono sensibilmente diverse da quelle dell'acciaio utilizzato in cantiere, con il risultato che le strutture potrebbero avere un comportamento differente da quello ipotizzato in fase progettuale. In particolare, un valore ridotto di R_m/R_e ed A_{gt} comporta, in linea di principio, una minore duttilità delle strutture realizzate con tali acciai.

In tale contesto, diventa importante studiare l'effetto che le caratteristiche meccaniche dell'acciaio da armatura hanno sulla duttilità delle sezioni e degli elementi strutturali in c.a., sia nel caso che la progettazione avvenga ipotizzando un acciaio B500B, che per il caso tipico di progettazione con acciaio FeB 44k, quando nella pratica viene utilizzato acciaio Tempcore B500B

In questo lavoro viene presentato uno studio parametrico sulla duttilità di una sezione in c.a. ad armatura semplice ed una ad armatura simmetrica, progettate con acciaio tipo FeB 44k o B500B, al variare delle caratteristiche meccaniche effettive dell'acciaio. Poiché lo studio parametrico è stato effettuato con un codice di calcolo che consente sia la determinazione del fattore di duttilità della sezione che l'analisi non-lineare di strutture in c.a. (STRUPL-1C [4,5]), i risultati dello studio parametrico sono stati validati mediante l'esecuzione di due prove sperimentali su degli elementi strutturali in c.a. aventi la medesima sezione ed armatura degli elementi utilizzati per lo studio parametrico.

2. DESCRIZIONE DELLE SEZIONI ED ELEMENTI STRUTTURALI ANALIZZATI

Lo studio parametrico sulla duttilità è stato effettuato con riferimento ad una sezione rettangolare semplicemente armata e ad una con armatura doppia e simmetrica. La prima è rappresentativa della sezione di una trave mentre la seconda di un pilastro. La sezione rettangolare adottata ha altezza (h) pari a 300mm e base (b) pari a 200mm. La scelta di un rapporto $h/b=1.5$ è legata alla considerazione che tale valore è rappresentativo sia per una trave fuori spessore semplicemente armata, che per un pilastro con armatura simmetrica. La geometria della sezione è inoltre governata dalla necessità di contenere le dimensioni del modello per la verifica sperimentale.

L'armatura della sezione semplicemente armata è stata dimensionata facendo riferimento all'Eurocodice 2 ed ipotizzando una situazione ideale di contemporanea rottura (deformazione ultima del calcestruzzo $\epsilon_{cu}=0.0035$ e dell'armatura tesa $\epsilon_s=0.010$). La scelta di dimensionare l'armatura di contemporanea rottura è legata all'idea di avere la massima duttilità possibile per una sezione progettata secondo normativa nell'ipotesi di una deformazione ultima ammissibile dell'acciaio $\epsilon_s=0.010$. Pertanto, le sezioni analizzate costituiscono il caso ideale a cui si dovrebbe tendere nella progettazione quando si abbiano elevate richieste di duttilità.

Nel caso di sezioni con armatura doppia e simmetrica, poiché un criterio di contemporanea rottura avrebbe comportato per la sezione una quantità eccessiva di armatura, la percentuale di armatura è stata scelta tale da essere inferiore alla percentuale massima concessa

dall'Eurocodice 8 [2] per sezioni di pilastri in classe ad alta duttilità:

$$\rho_{\max} = 0.0015 + 0.35 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{\rho'}{\rho} \quad (1).$$

Infine, il progetto delle sezioni è stato effettuato considerando un calcestruzzo con resistenza cilindrica caratteristica a 28 giorni $f_{ck}=25$ MPa, tipica per costruzioni ordinarie, e due diverse tipologie di acciaio da armatura: un acciaio tipo FeB 44k ed uno tipo B500B.

Le medesime sezioni sono state utilizzate per la successiva fase di sperimentazione, per la quale si sono adottati elementi strutturali a mensola caricati con una forza trasversale all'estremità libera. Questo schema strutturale è stato scelto in quanto la sezione critica dell'elemento è chiaramente identificata dalla sezione di incastro, consentendo così un agevole confronto tra i risultati numerici e sperimentali. Inoltre, tale schema strutturale viene comunemente utilizzato per lo studio della duttilità delle sezioni terminali di pilastri, quale quella che si intende rappresentare con una armatura doppia e simmetrica, caratterizzati dall'aver il punto di inversione del momento flettente posto a metà altezza.

Le caratteristiche delle sezioni considerate per lo studio parametrico e per la realizzazione dei modelli strutturali sono riassunte in Tab. 1 ed in Fig. 1, rispettivamente. Si osserva che l'area $A_{s,th}$ riportata in Tabella 1 rappresenta: (a) per le sezioni semplicemente armate l'area teorica necessaria per ottenere la contemporanea rottura del calcestruzzo e dell'acciaio allo stato limite ultimo; (b) per le sezioni ad armatura simmetrica l'area tale per cui si ottiene $\rho_s < \rho_{\max}$ con un acciaio FeB44k utilizzando un diametro commerciale ($\phi 22$), ed a cui consegue un rapporto $\rho_s/\rho_{\max}=0.86$. Tali valori di area sono quelli successivamente utilizzati nello studio parametrico sulla duttilità

Tabella 1 - Caratteristiche delle sezioni utilizzate per lo studio numerico

Armatura semplice		Armatura doppia			
Sigla	A-430	A-500	Sigla	B-430	B-500
f_{yk} (MPa)	430	500	f_{yk} (MPa)	430	500
A_s	2 $\phi 16$		$A_s = A'_s$	2 $\phi 22$	
$A_{s,th}$ (mm ²)	409	353	$A_{s,th}$ (mm ²)	760	664
ω_s	0.1783		ρ_{\max}	0.017	0.0149
A'_s	2 $\phi 6$	2 $\phi 6$	$A_{s,max}$ (mm ²)	889	776
$A'_{s,th}$	0		ρ/ρ_{\max}	0.858	
Staffe	$\phi 6/200$		Staffe	$\phi 6/100$	

al crescere della soglia di snervamento è una semplificazione cautelativa di quanto avviene in realtà. Infatti, se in termini generici si può affermare che le caratteristiche di duttilità (A_{gt}) ed il rapporto R_m/R_e decrescono al crescere di f_y , la tecnologia attuale consente di ottenere valori sufficientemente stabili ed elevati di A_{gt} e R_m/R_e per un ampio spettro dei valori di f_y .

Lo studio parametrico è stato effettuato con il programma MOCURO, che consente l'analisi di sezioni inflesse considerando tutti i principali fenomeni che caratterizzano il comportamento non-lineare delle sezioni mediante accurati modelli di comportamento e legami costitutivi dei materiali, sia teorici che sperimentali (definiti per punti) [5]. Le principali caratteristiche dei legami costitutivi utilizzati nel presente studio parametrico sono riassunte schematicamente in Fig. 3. È importante osservare che il legame costitutivo adottato per il calcestruzzo compresso consente di considerare l'effetto del confinamento delle staffe sul comportamento del calcestruzzo, permettendo così di raggiungere deformazioni ultime ben superiori a quelle possibili per un calcestruzzo non confinato.

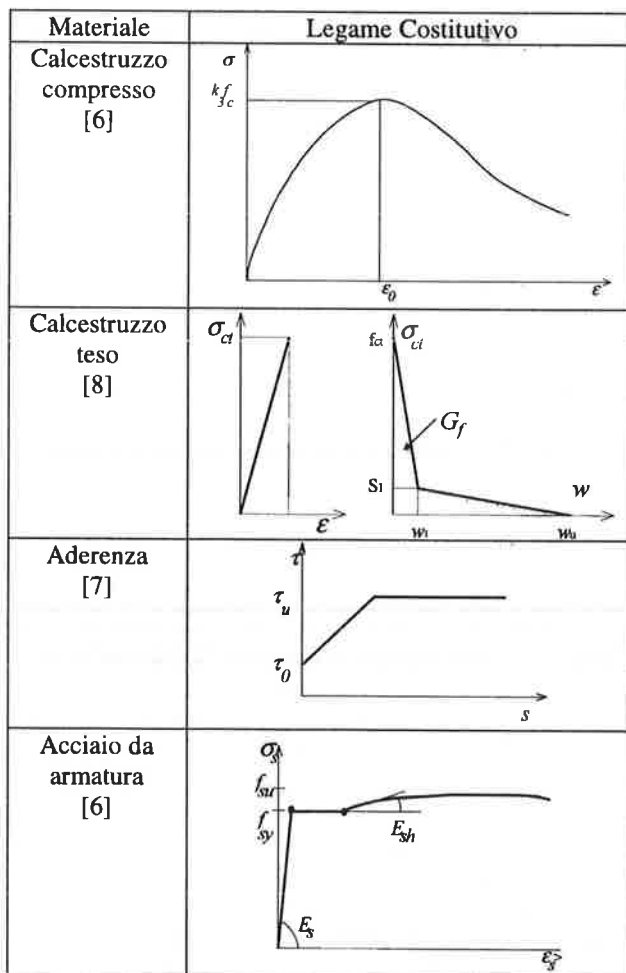


Fig. 3 – Legami costitutivi adottati in MOCURO [5].

Nel presente studio il coefficiente di duttilità è definito come rapporto tra la curvatura ultima e la curvatura allo snervamento dell'acciaio teso ϕ_u/ϕ_y , dove la curvatura ultima è definita come il valore minore tra: (a) curvatura per cui il momento flettente è uguale a $0.95M_u$ sul ramo softening del legame $M-\phi$, con M_u pari al massimo momento resistente della sezione (rottura lato calcestruzzo); (b) curvatura per cui la deformazione dell'acciaio teso raggiunge il valore di rottura, A_{gt} (rottura lato acciaio). Questa definizione è cautelativa rispetto ad altre definizioni, quale ad esempio quella utilizzata nell'Eurocodice 8, dove per il caso (a) si fa riferimento ad un valore pari alla curvatura corrispondente ad un momento $M=0.85 M_u$.

I risultati dello studio parametrico per le sezioni A-430, B-430, A-500 e B-500 sono riassunti nelle Tabelle 2, 3, 4, e 5, rispettivamente. Le Figg. 4-5 illustrano, per le sezioni A e B, il confronto dell'andamento del coefficiente di duttilità e delle deformazioni del calcestruzzo e dell'acciaio in corrispondenza della curvatura ultima, al variare della resistenza allo snervamento dell'acciaio.

Tabella 2 – Risultati dello studio parametrico sulla Sezione A-430

f_y MPa	f_t MPa	ϵ_{su} [%]	M_y 10^8	ϕ_y 10^{-4}	M_u 10^8	ϕ_u 10^{-3}	ϵ_s [%]	ϵ_c [%]	DF [-]
430	560	12.0	0.41	0.11	0.43	0.18	2.7	2.3	16.1
450	570	11.2	0.43	0.12	0.45	0.17	2.6	2.3	14.9
470	580	10.4	0.44	0.12	0.46	0.17	2.5	2.3	13.8
490	590	9.7	0.46	0.13	0.48	0.16	2.4	2.2	12.9
510	600	8.9	0.48	0.13	0.49	0.16	2.3	2.2	12.0
530	610	8.1	0.50	0.14	0.51	0.16	2.3	2.2	11.3
550	620	7.3	0.51	0.15	0.52	0.15	2.2	2.1	10.6
570	630	6.6	0.53	0.15	0.54	0.15	2.1	2.1	9.9
590	640	5.8	0.55	0.16	0.56	0.15	2.1	2.1	9.3
610	650	5.0	0.56	0.16	0.57	0.14	2.0	2.0	8.8

Tabella 3 – Risultati dello studio parametrico sulla Sezione B-430

f_y MPa	f_t MPa	ϵ_{su} [%]	M_y 10^8	ϕ_y 10^{-4}	M_u 10^8	ϕ_u 10^{-3}	ϵ_s [%]	ϵ_c [%]	DF [-]
430	560	12.0	0.78	0.13	0.90	0.33	7.0	2.3	26.0
450	570	11.2	0.81	0.13	0.91	0.33	6.7	2.8	25.3
470	580	10.4	0.84	0.14	0.96	0.34	7.1	2.5	24.8
490	590	9.7	0.87	0.14	0.97	0.35	7.1	3.0	24.5
510	600	8.9	0.91	0.15	1.01	0.37	8.0	2.6	24.3
530	610	8.1	0.94	0.16	1.03	0.37	8.0	2.5	23.8
550	620	7.3	0.97	0.16	1.05	0.34	7.3	2.4	20.5
570	630	6.6	1.00	0.17	1.07	0.30	6.6	2.1	18.2
590	640	5.8	1.04	0.17	1.09	0.27	5.8	1.9	15.5
610	650	5.0	1.07	0.18	1.10	0.23	5.0	1.7	13.0

Tabella 4 – Risultati dello studio parametrico sulla Sezione A-500

f_y MPa	f_t MPa	ϵ_{su} [%]	M_y 10^8	ϕ_y 10^{-4}	M_u 10^8	ϕ_u 10^{-3}	ϵ_s [%]	ϵ_c [%]	DF [-]
500	595	9.3	0.42	0.13	0.44	0.18	2.7	2.4	14.3
510	600	8.9	0.43	0.13	0.44	0.18	2.7	2.3	13.8
530	610	8.1	0.44	0.13	0.46	0.17	2.6	2.3	13.0
550	620	7.3	0.46	0.14	0.47	0.17	2.5	2.3	12.2
570	630	6.6	0.47	0.15	0.48	0.17	2.5	2.3	11.5
590	640	5.8	0.49	0.15	0.50	0.16	2.4	2.2	10.8
610	650	5.0	0.50	0.16	0.51	0.16	2.3	2.2	10.2

Tabella 5 – Risultati dello studio parametrico sulla Sezione B-500

f_y MPa	f_t MPa	ϵ_{su} [%]	M_y 10^8	ϕ_y 10^{-4}	M_u 10^8	ϕ_u 10^{-3}	ϵ_s [%]	ϵ_c [%]	DF [-]
500	595	9.3	0.78	0.14	0.87	0.39	8.5	2.7	27.4
510	600	8.9	0.80	0.15	0.87	0.39	8.1	3.1	26.6
530	610	8.1	0.83	0.15	0.90	0.37	8.1	2.6	24.6
550	620	7.3	0.85	0.16	0.91	0.34	7.3	2.3	21.5
570	630	6.6	0.88	0.16	0.93	0.30	6.6	2.1	18.5
590	640	5.8	0.91	0.17	0.95	0.27	5.8	1.9	15.8
610	650	5.0	0.94	0.18	0.97	0.23	5.0	1.7	13.2

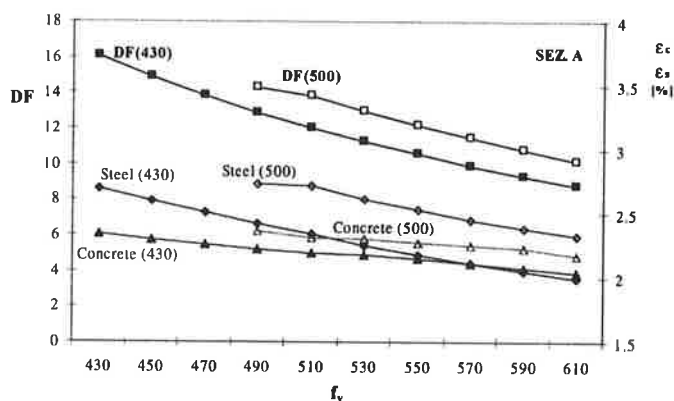


Fig. 4 – Andamento di ϕ_u/ϕ , ϵ_c , ed ϵ_s in funzione di f_y per le sezioni semplicemente armate (Sez. A).

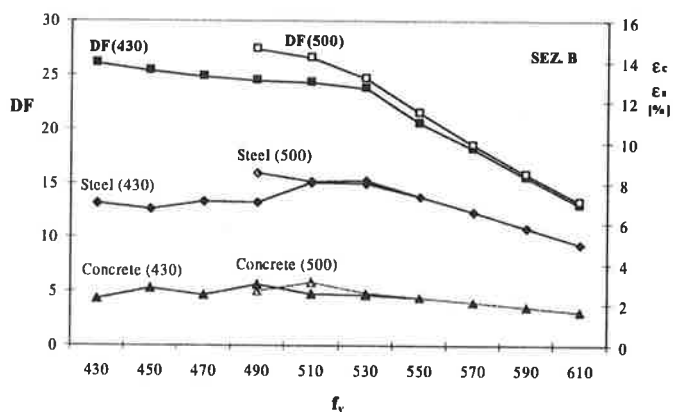


Fig. 5 – Andamento di ϕ_u/ϕ , ϵ_c , ed ϵ_s in funzione di f_y per le sezioni con armatura simmetrica (Sez. B)

Fig. 4 mostra che, per le sezioni A-430, semplicemente armate, il valore del coefficiente di duttilità decresce all'aumentare delle caratteristiche di snervamento dell'acciaio, passando da un valore pari a 16.1 per $f_{sy}=430$ MPa a 8.8 per $f_{sy}=610$ MPa. Tali valori di duttilità consentono di effettuare senza alcun problema la redistribuzione dei momenti flettenti concessa dall'Eurocodice 2 nella progettazione delle travi inflesse. La sezione così dimensionata può essere utilizzata in zona sismica anche nell'ipotesi di struttura a media duttilità, per la quale l'Eurocodice 8 consente un coefficiente di duttilità in termini di curvatura maggiore o uguale a 5. Si osserva, infine, che il collasso della sezione avviene sempre a causa del calcestruzzo, con valori della deformazione del calcestruzzo e dell'acciaio in corrispondenza della rottura che decrescono al crescere di f_y . Dalla stessa figura si osserva che la sezione inizialmente progettata con acciaio B500B ha un comportamento analogo ma con duttilità leggermente superiore. Questo è un risultato atteso, poiché, a parità di acciaio, le sezioni progettate con acciaio B500B hanno una percentuale sia geometrica che meccanica di armatura inferiore a quelle progettate con FeB 44k e, pertanto, una maggiore duttilità.

Per quanto riguarda la sezione ad armatura doppia e simmetrica, i risultati in Fig. 5 mostrano che l'andamento del coefficiente di duttilità presenta un cambio di pendenza in corrispondenza di un valore della resistenza allo snervamento dell'acciaio pari a 530 MPa. Questa discontinuità è dovuta alla diversa modalità di rottura della sezione. In particolare, per $f_{sy} \leq 530$ MPa la rottura della sezione avviene per crisi lato calcestruzzo, con curvatura ultima che corrisponde ad un momento flettente pari a $0.95M_u$, mentre per $f_y > 530$ MPa la rottura della sezione si manifesta per il raggiungimento della deformazione limite dell'acciaio teso. In ogni caso, la duttilità della sezione risulta comunque elevata per qualsiasi valore della tensione f_{sy} , tanto che le sezioni B potrebbero essere utilizzate per impiego in zona sismica anche ipotizzando per la struttura una categoria ad alta duttilità, per cui l'Eurocodice 8 richiede una duttilità minima (in termini di curvatura) pari a 13. Si osserva, infine, che nel caso di crisi lato acciaio, essendo la curvatura ultima legata prevalentemente alla deformazione ultima dell'acciaio teso, il coefficiente di duttilità risulta circa indipendente dal fatto che la sezione sia stata dimensionata ipotizzando un acciaio FeB 44k o B500B.

Limitatamente alle ipotesi fatte sulla legge di variazione delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio, è importante osservare che l'adozione di un acciaio con caratteristiche meccaniche molto diverse da quelle poste alla base della progettazione comporta un notevole decadimento della duttilità della sezione, che nel caso analizzato e per progettazione basata su un acciaio FeB 44k raggiunge il 50% del valore ipotizzato. Per le sezio-

ni analizzate, questo decadimento di prestazioni può non avere un impatto particolarmente negativo, dato che comunque il coefficiente di duttilità rimane sufficientemente elevato da non compromettere il grado di sicurezza delle strutture. Per sezioni differenti, caratterizzate da una maggiore percentuale meccanica di armatura e, quindi, minore duttilità di progetto, ciò potrebbe portare ad un potenziale comportamento poco duttile delle strutture, con una conseguente diminuzione dell'effettivo grado di sicurezza.

4. PROVE SPERIMENTALI SU ELEMENTI STRUTTURALI

Ai fini di verificare la validità dei risultati ottenuti con lo studio parametrico numerico precedentemente illustrato, sono state allestite due prove sperimentali sui modelli strutturali illustrati in Fig. 1.

Per simulare le condizioni più sfavorevoli che si potrebbero verificare nella pratica progettuale, i modelli strutturali sono stati realizzati utilizzando, per le barre longitudinali, un acciaio con snervamento elevato e basso valore di A_{gt} .

La determinazione del valore di A_{gt} è stata effettuata strumentando i campioni di armatura con quattro trasduttori di spostamento induttivi LVDT (Linear Variable Differential Transformer) con corsa da 2mm e base di lettura pari a 70mm-80mm (Fig. 6). Questa strumentazione consente di cogliere la localizzazione delle deformazioni lungo la barra al crescere del carico, e di determinare il valore di A_{gt} , definita come la deformazione corrispondente ad uno sforzo pari al 99% dello sforzo massimo misurato sul ramo discendente del legame σ - ϵ .

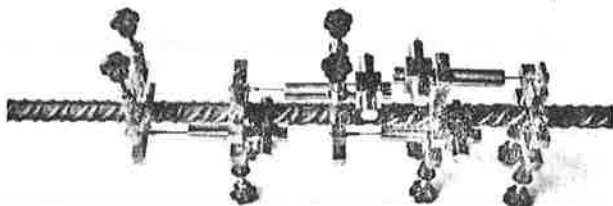


Fig. 6 - Strumentazione per la misura di A_{gt} .

Fig. 7 illustra la curva carico-spostamento di una prova di trazione eseguita su una armatura $\phi 16$. L'andamento dello spostamento registrato dagli LVDT durante la prova di trazione è illustrato in fig. 8 in funzione dello spostamento totale. Le figure 9 e 10 riportano i medesimi risultati relativamente ad una armatura $\phi 22$. Da queste figure si osserva che il comportamento dell'armatura è caratterizzato dalle fasi seguenti:

1. durante il primo tratto il comportamento è elastico lineare ed i trasduttori registrano uno spostamento uniforme lungo la barra;

2. per l'armatura $\phi 16$, alla comparsa dello snervamento si osserva la localizzazione delle deformazioni in una sezione. Come conseguenza, si ha un aumento dello spostamento letto da un singolo strumento, con gli altri che registrano spostamenti quasi nulli. Allorché la deformazione nella prima sezione raggiunge il valore limite, oltre il quale si ha incrudimento dell'acciaio, si osserva l'aumento della deformazione, sempre a carico costante, in un'altra sezione. Questo fenomeno si ripete fintanto che tutte le sezioni hanno raggiunto la soglia dell'incrudimento dell'acciaio, istante in cui tutti gli strumenti registrano nuovamente il medesimo spostamento. Nel caso dell'armatura $\phi 22$ questa fase di transizione è invece quasi del tutto assente, e si passa direttamente dal comportamento elastico al comportamento incrudente;
3. durante la fase iniziale dell'incrudimento gli strumenti registrano una distribuzione di deformazioni circa uniforme lungo la barra. In prossimità del valore di picco del legame sforzi-deformazioni si osserva che le letture degli strumenti si allontanano progressivamente tra loro fino a giungere alla rottura della barra. Questo comportamento testimonia la localizzazione delle deformazioni in prossimità del carico di picco, prima della comparsa della strizione e del definitivo collasso della barra.

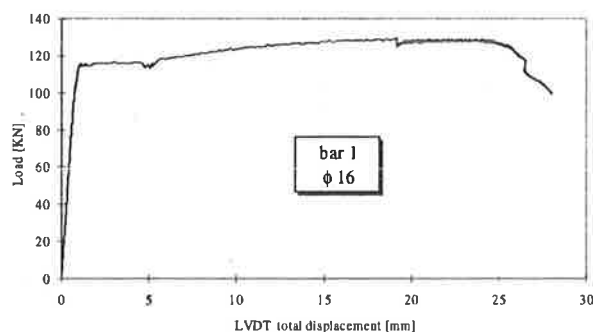


Fig. 7 - Curva carico-spostamento per armatura $\phi 16$.

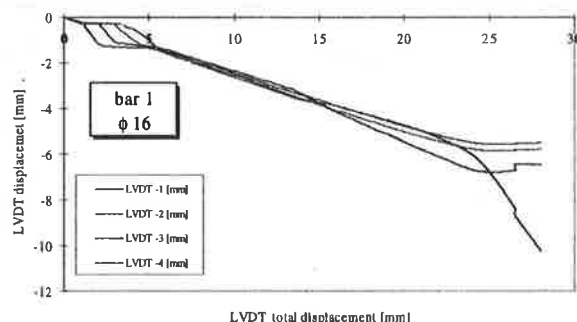
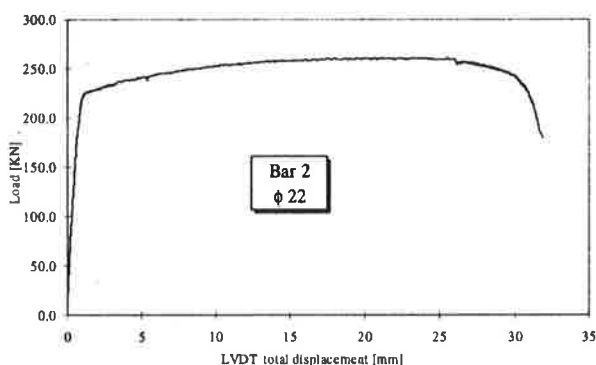
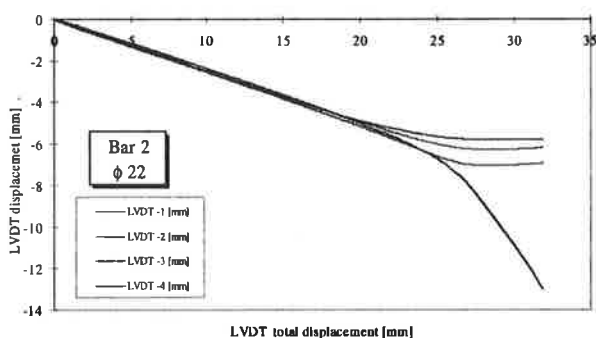


Fig. 8 - Spostamento lungo una barra $\phi 16$.

Fig. 9 - Curva carico-spostamento per armatura $\phi 22$.Fig. 10 - Spostamento lungo una barra $\phi 22$.

Le tabelle 6 e 7 riassumono i risultati delle prove effettuate sulle barre. Da queste tabelle si osserva che il rapporto f_t/f_y vale 1.10 ed 1.15, mentre il valore di A_{gt} è pari a 8% e 7.5% per le armature $\phi 16$ e $\phi 22$, rispettivamente.

Tabella 6 - Caratteristiche meccaniche dell'armatura.

ϕ_{nom} [mm]	ϕ_{eq} [mm]	A [mm ²]	F_y [MPa]	F_t [MPa]	R_m/R_e
16	16.04	202.03	566	639	1.13
16	16.07	202.63	613	673	1.10
16	16.06	202.43	619	680	1.10
22	21.88	375.71	604	692	1.15
22	21.88	375.88	604	692	1.15
22	21.90	376.58	601	691	1.15

Tabella 7 - Deformazioni A_{gt} , ed A_5 dell'armatura.

ϕ_{nom}	A_{gt} trasd 1	A_{gt} trasd 1	A_{gt} trasd 1	A_{gt} Trasd 1	A_{gt} medio prova	A_{gt} medio	A_5	A_5 medio
16	8.3	7.9	9.6	9.0	8.7	8.0	21.3	20
16	6.9	7.2	7.0	6.5	6.9	8.0	18.8	20
16	8.3	7.3	9.2	8.6	8.4	8.0	20.0	20
22	6.4	6.8	8.2	7.8	7.3	7.5	14.5	15.8
22	7.5	8.2	8.4	7.1	7.8	7.5	15.9	15.8
22	8.4	7.7	6.4	7.1	7.4	7.5	16.8	15.8

Al momento della prova, la resistenza media a compressione del calcestruzzo misurata su cilindri ($\phi=80\text{mm}$, $h=240\text{mm}$) è risultata pari a 26.8 MPa.

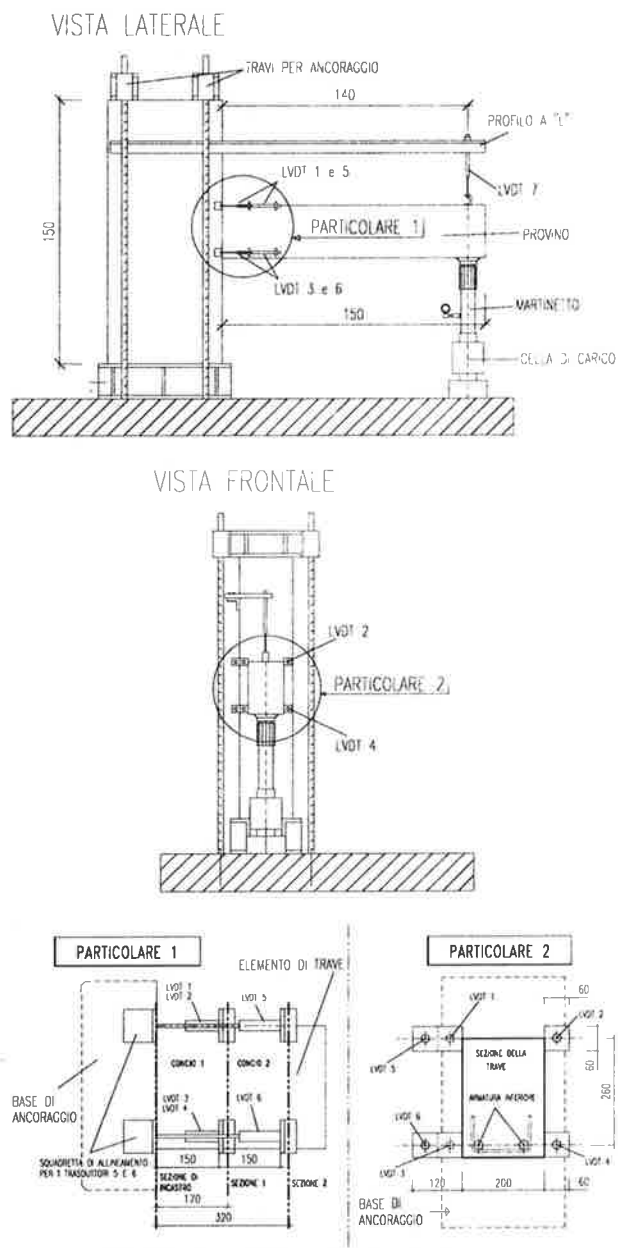


Fig. 11- Descrizione del banco di prova.

Le prove sugli elementi strutturali sono state condotte con l'attrezzatura illustrata in Fig. 11. La strumentazione del modello è stata posizionata in modo tale da consentire la misura dello spostamento all'estremità caricata e le rotazioni della sezione alla base, le quali a loro volta consentono la determinazione sperimentale della curvatura media della sezione di incastro. Poiché la forza all'estremità è stata applicata con un martinetto idraulico, non è stato possibile condurre la prova in controllo di spostamento. Pertanto, l'attrezzatura speri-

mentale non permette di seguire il comportamento strutturale dopo il raggiungimento del carico massimo, non consentendo di valutare con precisione la duttilità dell'elemento strutturale definita precedentemente.

Ai fini della validazione dei risultati dello studio parametrico precedentemente esposto, è stata eseguita una simulazione numerica delle prove sperimentali con il programma STRUPL-1C [4,5], che consente di analizzare il comportamento non-lineare di telai piani sfruttando il programma MOCURO per la definizione delle caratteristiche delle sezioni. La simulazione è stata effettuata utilizzando per il calcestruzzo la resistenza cilindrica a compressione precedentemente menzionata. Per descrivere il comportamento non-lineare dei materiali si sono utilizzati i legami costitutivi illustrati in Figura 3, con i valori definiti in Tabella 9, nella quale sono indicati i riferimenti bibliografici da cui sono stati tratti i valori dei principali parametri meccanici.

Tabella 9 – Caratteristiche meccaniche dei materiali per la simulazione numerica.

Calcestruzzo compresso [6]	Calcestruzzo Teso [9]	Aderenza [7]	Acciaio [6]
$f_c=26.7$ MPa	$f_{ct}=2.7$ MPa	$\tau_0=3$ MPa	$\phi 16 f_{sy}=605$ MPa
$E_c=27800$ MPa	$w_1=0.034$ mm	$\tau_u=10$ MPa	$\phi 22 f_{sy}=615$ MPa
$\epsilon_0=0.003$	$w_c=0.226$ mm	$s_u=0.5$ mm	$\phi 16 f_{su}=690$ MPa
	$G_f=120$ J/m		$\phi 22 f_{su}=660$ MPa
			$\phi 16 \epsilon_{su}=0.07$
			$\phi 22 \epsilon_{su}=0.08$

Tra le principali ipotesi su cui è basato il modello numerico utilizzato è importante rimarcare che viene trascurata la deformabilità a taglio delle sezioni e che la fessurazione delle sezioni in c.a. è consentita solo alle sezioni di estremità degli elementi di trave in cui viene discretizzata la struttura. Poiché la sperimentazione ha evidenziato che le fessure principali si sviluppano in corrispondenza delle staffe, la discretizzazione del modello strutturale è stata fatta utilizzando elementi di lunghezza pari al passo delle staffe, con i nodi di estremità posti in corrispondenza di queste ultime.

Le Figure 12-13 e 14-15 illustrano il confronto tra i risultati numerici e sperimentali relativamente alla curvatura in corrispondenza della sezione di incastro ed alle curve carico-spostamento in sommità per i modelli A (armatura semplice) e B (armatura doppia simmetrica), rispettivamente. Da tali figure si può osservare quanto segue:

1. i legami M- ϕ teorici e sperimentali per il modello A (Fig. 12) mostrano un buon accordo. In particolare si nota che il momento di prima fessurazione e di snervamento numerici risultano praticamente coincidenti con i valori sperimentali, confermando così la validità delle scelte fatte nella modellazione relativamente alle caratteristiche meccaniche dei materiali. Si osserva inoltre che il modello numerico è in grado

di cogliere con sufficiente accuratezza anche il comportamento durante il secondo stadio, prima dello snervamento dell'acciaio. Le differenze che si riscontrano nella risposta sono principalmente dovute al fatto che il modello numerico considera una curvatura locale, in corrispondenza della sezione fessurata, mentre sperimentalmente si è misurata una curvatura media su una lunghezza pari a 170mm;

- dal legame M- ϕ per il modello B (Fig.14) si osserva la mancanza del primo ramo, non-fessurato. Questo è dovuto al fatto che il provino era inizialmente prefessurato, a causa di problemi occorsi durante la fase di allestimento della prova sperimentale. Ciò malgrado, le stesse considerazioni fatte per il provino A relativamente al momento di snervamento ed al comportamento nel secondo stadio possono essere estese anche al provino B;
- il carico di snervamento, il carico ultimo e lo spostamento corrispondente sono ben approssimati dalla simulazione numerica per entrambi i modelli (Figure 13 e 15);
- la rigidità della risposta carico-spostamento nel secondo stadio, dopo la fessurazione, risulta maggiore per le analisi numeriche che non per i modelli sperimentali. Questa differenza è probabilmente dovuta all'effetto della deformabilità a taglio del modello strutturale ed alla comparsa di fessure secondarie tra le staffe nei modelli sperimentali, fenomeni entrambi trascurati dalla modellazione numerica;
- giunti in prossimità del carico di picco, si è osservato nella prova sperimentale un repentino aumento dello spostamento in sommità e non è più stato possibile controllare il carico. I valori dello spostamento ultimo riportati nelle figure rappresentano quindi una stima per difetto dell'effettivo spostamento massimo del modello sperimentale;
- le duttilità misurate sperimentalmente in termini di spostamento ($\delta u/\delta y$) sono risultate pari 1.61 e 2.1 per i modelli A e B, rispettivamente. Per i modelli numerici tali valori sono risultati pari a 2.6 e 3.3, rispettivamente. Si osserva che il minor valore della duttilità ricavata dalle prove sperimentali è legato all'impossibilità di controllare lo spostamento in prossimità del carico di picco. Il comportamento della struttura è comunque risultato sufficientemente duttile, malgrado si fossero scelti degli acciai con modeste caratteristiche di duttilità ed elevata resistenza.

In considerazione di quanto esposto, si può concludere che il modello numerico ha dimostrato di essere in grado di cogliere con soddisfacente approssimazione il comportamento strutturale e tutti i fenomeni principali connessi con la fessurazione del calcestruzzo ed i fenomeni di aderenza tra armatura e calcestruzzo. I risultati dello studio parametrico sulla duttilità possono quindi essere considerati validi e le indicazioni da essi ricavate

possono essere convenientemente utilizzate per fornire dati utili alla pratica progettuale.

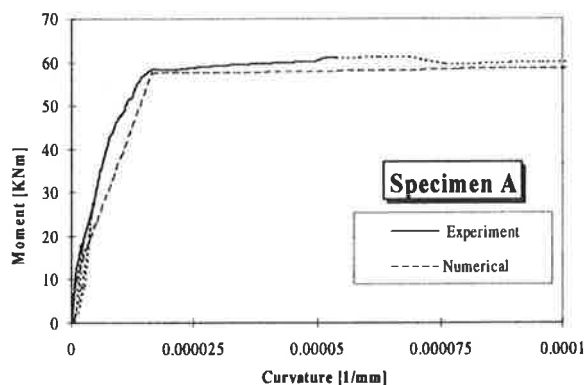


Fig. 12 - Confronto tra i legami $M-\phi$ sperimentale e numerico per il modello A.

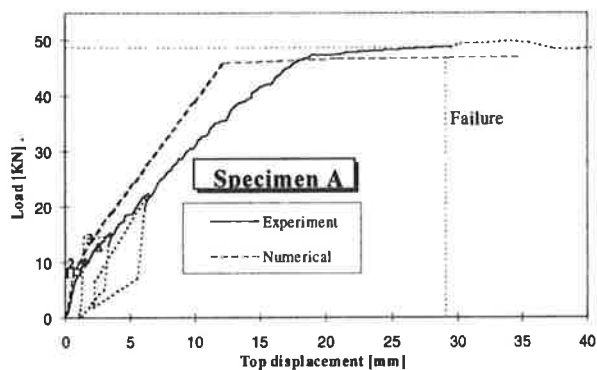


Fig. 13 - Confronto tra le curve carico-spostamento sperimentale e numerica per il modello A.

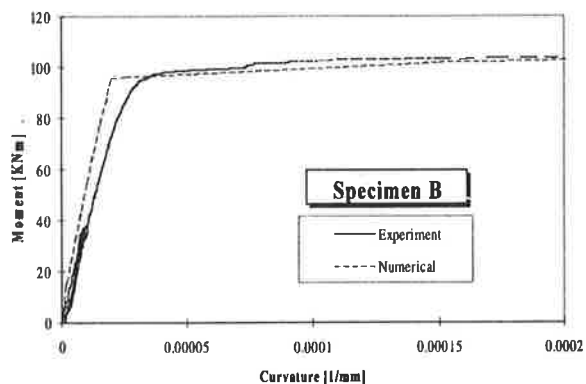


Fig. 14 - Confronto tra i legami $M-\phi$ sperimentale e numerico per il modello B.

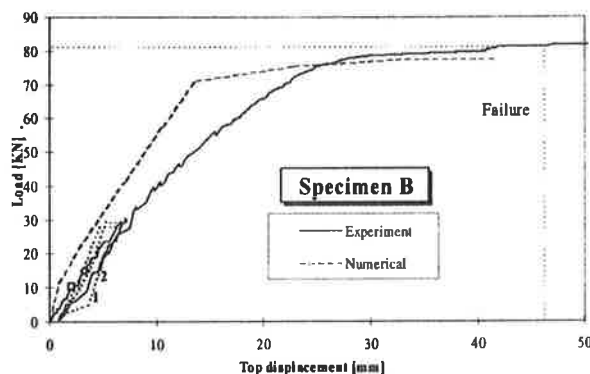


Fig. 15 - Confronto tra le curve carico-spostamento sperimentale e numerica per il modello A.

5. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è studiata l'influenza sulla duttilità delle sezioni inflesse della variazione delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio da armatura rispetto alle caratteristiche poste alla base della progettazione. A tale fine è stato effettuato uno studio parametrico considerando il caso di due sezioni progettate allo stato limite ultimo secondo Eurocodice 2, utilizzando acciaio FeB 44k oppure B500B, ed imponendo una situazione ideale di contemporanea rottura per raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo (0.35%) e dell'acciaio (1%).

I risultati dello studio parametrico indicano che al variare delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio si ha una diminuzione della duttilità effettiva della sezione rispetto alla duttilità ipotizzata nella progettazione. Tale diminuzione può raggiungere il 50% del valore iniziale ed è particolarmente elevata se la progettazione viene effettuata ipotizzando un acciaio FeB 44k ed utilizzando un acciaio di tipo B500B. Data l'elevata duttilità delle sezioni analizzate, progettate per contemporanea rottura, ciò non comporta comunque una diminuzione sostanziale nella sicurezza delle strutture. Al contrario, per sezioni caratterizzate da percentuali meccaniche di armatura più elevate, e pertanto meno duttili, la variazione delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio rispetto a quanto ipotizzato in fase di progetto, potrebbe portare a situazioni di effettiva diminuzione della sicurezza strutturale. Tale considerazione porta a concludere che è opportuno che le caratteristiche dell'acciaio siano considerate adeguatamente dal progettista, il che implica che lo scarto tra i valori caratteristici minimi dell'acciaio imposti dalla normativa ed i valori reali, debba essere contenuto entro valori limitati.

Per controllare l'affidabilità dei risultati ottenuti è stato effettuato un confronto tra i risultati di due prove sperimentali su modelli di pilastro soggetti a carico trasversale concentrato all'estremità e le analisi numeriche

svolte sugli stessi elementi con il codice di calcolo utilizzato per lo studio parametrico. I risultati ottenuti hanno confermato la validità dello strumento numerico utilizzato per lo studio parametrico sulla duttilità.

BIBLIOGRAFIA

- [1] EUROCODE No. 2: Design of Concrete Structures - Part 1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1992-1-1.
- [2] EUROCODE No. 8: Design provisions for earthquake resistance of structures, ENV 1998-1-1, May 1994.
- [3] Steel for reinforcement of concrete weldable ribbed reinforcing steel B500 – Technical delivery conditions for bars, coils, and welded fabric, ENV 10080, Nov. 1994.
- [4] COHN, M.Z., FRANCHI, A., "STRUPL: A computer system for structural plasticity," *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol.105, No.4, 1979, pp. 789-804.
- [5] RIVA, P., COHN, M.Z., "Engineering Approach to Nonlinear Analysis of Concrete Structures," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.116, No.8, 1990, pp. 2162-2186.
- [6] SARGIN, M., "Stress-Strain Relationship for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections", Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1971, Study No.4.
- [7] GIURIANI, E., "Experimental Investigation on the Bond-Slip Law of Deformed Bars in Concrete", Proceedings of IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, December 1981, pp. 121-142.
- [8] HILBERG, A., MODEER, M., PETERSSON, P.E., "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cement and Concrete Research*, No. 6, 1976, pp. 773-782.
- [9] WITTMANN, F.H., ROKUGO, K., BRÜHWILER, E., MIHASHI, H., SIMONIN, P., "Fracture energy and strain softening of concrete as determined by means of compact tension specimens," *RILEM Materials and Structures*, V.21, 1988, pp.21-32.

Ringraziamenti

Si ringrazia l'ing Angelo Venturini per l'aiuto fornito nella conduzione delle prove di laboratorio e le elaborazioni numeriche. Un particolare ringraziamento alle Ferrieri Valsabbia, nella persona del sig. Fabrizio Oliva, ed alla Paterlini Costruzioni per aver fornito le barre da armatura ed il calcestruzzo, rispettivamente. Si ringrazino, infine, i tecnici del Laboratorio Pietro Pisa

dell'Università di Brescia per l'assistenza fornita nella conduzione delle prove sperimentali.

La presente ricerca è stata finanziata dalla Siderservizi, ed in particolare dalle seguenti acciaierie: Acciaierie e Ferriere Leali Luigi s.p.a., Acciaierie Megara s.p.a., Alfa Acciai s.r.l., Feralpi Siderurgica s.p.a., Ferrieri Valsabbia s.p.a., Ferriere Nord s.p.a., Lucchini Siderurgica s.p.a., Officine e Fonderie Galtarossa s.p.a.

I DOMINI DI ROTTURA PER IL PROGETTO E LA VERIFICA DELLE SEZIONI IN C.A.P.

Aldo RAITHEL
professore ordinario

Francesco RICCIARDELLI
dottore di ricerca

Giorgio SERINO
ricercatore confermato

Dipartimento di Analisi e Progettazione Strutturale
Università di Napoli Federico II
via Claudio 21, Napoli

SOMMARIO

L'uso dei domini M-N di rottura nel progetto e nella verifica delle strutture in c.a.p. consente una immediata visualizzazione del comportamento della sezione. Di seguito viene pertanto esposta una procedura generale per il tracciamento del dominio di rottura di una sezione in calcestruzzo armato precompresso, basata sul principio di distinguere il contributo alla resistenza dei singoli materiali (calcestruzzo, armature ordinarie e da precompressione). Viene poi mostrato come è possibile utilizzare i domini di rottura per la verifica delle sezioni in c.a.p., a seconda che lo sforzo di precompressione venga visto come una azione esterna oppure come un contributo alla resistenza della sezione. Viene infine illustrato un esempio e mostrato come i domini di rottura forniscano utili indicazioni nel dimensionamento delle sezioni precomprese.

ABSTRACT

A picture of the cross-sectional behaviour of prestressed concrete members can be obtained through the M-N ultimate interaction diagrams. In this paper a general procedure for plotting the M-N ultimate interaction diagrams of prestressed concrete cross-sections is presented, that separates the contributions of concrete, steel and pretensioned steel to the global resistance of the section. The use of the M-N ultimate interaction diagrams for the design of prestressed sections is shown in the two cases in which prestress is considered as an external action or as a contribution to the resistance. An application example is finally considered and it is shown how the M-N ultimate interaction diagrams provide useful information for the design of the cross-section.

1. INTRODUZIONE

Il Model Code 90 del CEB [1] ha introdotto una visione unitaria delle strutture in calcestruzzo non armato, calcestruzzo armato ordinario e calcestruzzo armato precompresso avente come obiettivo l'unificazione, in una stessa impostazione concettuale,

dei procedimenti di progetto e verifica di tipologie strutturali sino ad oggi analizzate attraverso metodologie specifiche. Una volta definita una teoria valida in generale, in presenza cioè sia di armatura ordinaria che da precompressione, è infatti possibile far discendere da questa, non considerando l'armatura da precompressione, il caso del calcestruzzo armato

ordinario, ovvero in completa assenza di armatura, il caso del calcestruzzo non armato.

In tale visione unitaria, gli effetti generati dalla precompressione possono essere valutati considerando questa come una distorsione interna alla struttura ovvero come un carico esterno ad essa equivalente. Nel primo caso gli effetti della precompressione, ed in particolare le reazioni dei vincoli e le caratteristiche della sollecitazione interna nelle strutture iperstatiche, possono essere agevolmente calcolate caricando le linee di influenza per distorsioni impresse così come proposto in [2]. Nel secondo il cavo da precompressione viene idealmente estratto dalla struttura e sostituito con il sistema di forze da questo trasmesse alla struttura in calcestruzzo, che rappresenta il carico equivalente alla precompressione.

Considerazioni del tutto analoghe possono ripetersi per quanto concerne la singola sezione, con particolare riferimento al tracciamento dei domini di rottura. Anche in questo caso, infatti, si può operare per due vie:

- da un lato l'armatura di acciaio armonico può essere inserita nella valutazione della resistenza della sezione completa (costituita dal calcestruzzo, dalle armature ordinarie e, appunto, dall'armatura da precompressione), ed allora le caratteristiche da considerare nella verifica sono quelle associate ai soli carichi esterni ed alle reazioni parassite presenti sulle strutture iperstatiche;
- dall'altro si può considerare la resistenza della sezione costituita dal solo calcestruzzo e dall'armatura dolce, senza tenere conto della presenza dell'armatura di acciaio armonico, ed in tal caso alle caratteristiche della sollecitazione generate dai carichi esterni vanno aggiunte quelle dovute al sistema equivalente alla precompressione.

La prima delle due metodologie illustrate rappresenta, in sintonia con i criteri di unificazione che ispirano il Model Code dal CEB, una estensione di quanto già esposto in [3] limitatamente alla sezioni in calcestruzzo armato ordinario. Questo consente una più agile costruzione del dominio limite ed una immediata visualizzazione del contributo offerto dall'armatura alla resistenza globale della sezione.

Nei paragrafi che seguono i due procedimenti vengono illustrati e discussi con riferimento alle strutture a cavi interni iniettati o fili aderenti, mostrando come l'utilizzo dei domini di rottura consenta di visualizzare in maniera estremamente efficace l'equivalenza tra le due differenti impostazioni presentate. In tal modo si ottengono utili indicazioni su eventuali modifiche da apportare per pervenire al progetto ottimale.

2. CONSIDERAZIONI SUI LEGAMI COSTITUTIVI DEL CALCESTRUZZO NELLA VERIFICA A ROTTURA DELLA SEZIONE

Come è noto, nella verifica di una sezione agli stati limite ultimi le Normative adottano diagrammi tensione-deformazione per il calcestruzzo che, pur non rappresentando l'effettivo comportamento sperimentale del materiale, rispettano l'equilibrio globale della sezione, ossia forniscono valori della risultante e del momento risultante degli sforzi di compressione sul calcestruzzo molto prossimi a quelli ottenuti attraverso prove sperimentali a rottura su elementi strutturali [4].

In particolare sia l'EC2 [5] che il Model Code CEB che la vigente Normativa Italiana [6] prescrivono l'uso di diagrammi σ - ϵ costituiti da un tratto parabolico, valido fino ad una deformazione pari al 2‰, ed un tratto costante raccordato col precedente e valido fino ad una deformazione del 3.5‰. Solo il Model Code, nel caso di calcestruzzi aventi resistenza caratteristica f_{ck} superiore a 50 MPa, prescrive valori della deformazione a rottura ridotti pari a $0.0035 \cdot f_{ck} / 50$, con f_{ck} in MPa. Il valore della tensione di rottura del calcestruzzo viene nei tre casi posto pari a $0.85 f_{cd}$, ove f_{cd} è la resistenza di calcolo del calcestruzzo ed il coefficiente riduttivo tiene conto della minore velocità di applicazione dei carichi in una struttura reale rispetto a quella imposta nelle prove di laboratorio sul provino di calcestruzzo.

In alternativa sia l'EC2 che la Normativa Italiana propongono l'adozione di un diagramma delle tensioni sul calcestruzzo costante (*stress-block*), di valore ancora pari a $0.85 f_{cd}$, ed esteso ad un'altezza pari all'80% della profondità dell'asse neutro, se questo è interno alla sezione, e variabile tra tale valore e l'unità quando l'asse neutro si trova all'esterno della sezione. Inoltre l'EC2 consente, come ulteriore alternativa, l'uso di un diagramma bilineare, con un primo tratto crescente esteso fino ad una deformazione dell'1.35‰, ed un secondo tratto a tensione costante pari ancora a $0.85 f_{cd}$.

In alternativa al diagramma parabola-rettangolo il Model Code consente invece l'uso di un diagramma rettangolare esteso questa volta a tutta l'altezza del calcestruzzo compresso ma con valore ridotto della tensione nel calcestruzzo, pari a $0.85 \cdot (1 - f_{ck} / 250) \cdot f_{cd}$ (con f_{ck} espresso in MPa) in presenza di calcestruzzo non fessurato, ovvero pari a $0.60 \cdot (1 - f_{ck} / 250) \cdot f_{cd}$ in presenza di uno stato di fessurazione diffuso, dovuto alla coesistenza di tensioni di trazione agenti su piani intersecati da armature trasversali tese. In tal caso la deformazione ultima del calcestruzzo si assume uguale a $0.004 - 0.002 \cdot f_{ck} / 100$.

Nel caso di sezione rettangolare con asse neutro

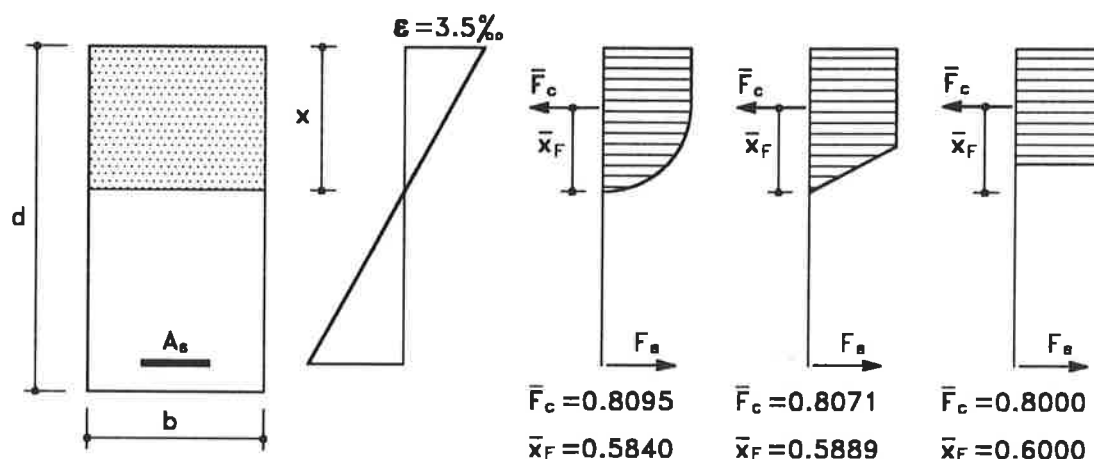


Figura 1 - Diagrammi delle tensioni nel calcestruzzo per la verifica a rottura secondo l'EC2 e la Normativa Italiana

interno alla sezione, si osserva che i valori adimensionalizzati della risultante delle tensioni di compressione e del relativo braccio rispetto all'asse neutro ottenuti adottando i tre diagrammi delle tensioni suggeriti dall'EC2 e dalla Normativa Italiana si discostano di poco l'uno dall'altro. Nell'ipotesi di diagramma delle tensioni interamente sviluppato (deformazione nella fibra estrema di calcestruzzo pari al 3.5‰), i valori della risultante delle compressioni nel calcestruzzo e della sua posizione rispetto all'asse neutro sono riportati in figura 1, ove risulta:

$$\bar{F}_c = \frac{F_c}{0.85f_{cd}bx} \quad \bar{x}_F = \frac{x_F}{x} \quad (1)$$

Il confronto tra i valori della risultante e del suo braccio ottenibili adottando il diagramma parabola-rettangolo ovvero il diagramma rettangolare suggeriti dal Model Code non risulta altrettanto immediato, dipendendo questi in genere dalla resistenza caratteristica f_{ck} .

Nel caso di sezioni diverse da quella rettangolare sia l'EC2 che la Normativa Italiana prescrivono una riduzione a $0.80 f_{cd}$ della tensione del diagramma rettangolare nel solo caso, peraltro poco comune, in cui la larghezza della sezione vada riducendosi verso la fibra più compressa. A tal proposito si nota invece che nel caso di una sezione a T con asse neutro che taglia l'anima l'adozione, consentita dalle Norme, di un diagramma rettangolare in sostituzione del diagramma parabola-rettangolo può portare a scarti non più trascurabili.

3. I DOMINI M-N NELLE VERIFICHE A ROTTURA DELLA SEZIONE

Nel caso in cui la precompressione venga vista come una azione esterna, la verifica a rottura può essere effettuata direttamente estendendo il procedimento già proposto in [3] relativamente alle sezioni in calcestruzzo armato ordinario. La procedura ivi esposta si basa sul principio di distinguere il contributo dei singoli materiali costituenti la sezione, tracciando dapprima il dominio di rottura della sezione in calcestruzzo priva di armature, ed ampliando successivamente questo per tenere conto della ulteriore resistenza a rottura che viene offerta dalle armature ordinarie.

Il dominio relativo alla sezione in calcestruzzo può essere tracciato fissando di volta in volta la posizione x dell'asse neutro, e calcolando per ciascuna di queste il valore della risultante $N_c(x)$ e del momento risultante $M_c(x)$, rispetto all'asse baricentrico della sezione di solo calcestruzzo, delle tensioni di compressione associate al diagramma delle deformazioni a rottura avente la fissata posizione dell'asse neutro. Con riferimento alla figura 2 si ha:

$$N_c(x) = \int_{A_c} \sigma_c(\xi)b(\xi)d\xi \quad (2)$$

$$M_c(x) = \int_{A_c} \sigma_c(\xi)b(\xi)(x_G - \xi)d\xi$$

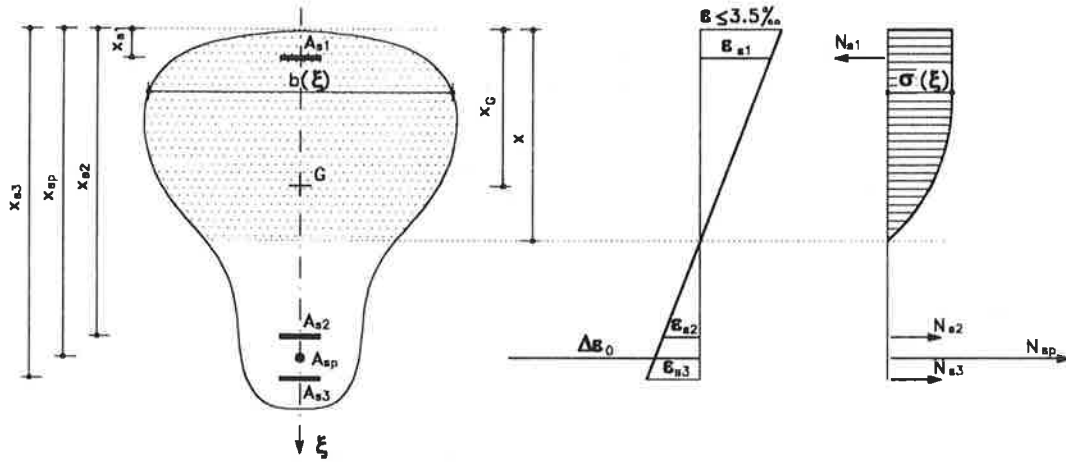


Figura 2 - Valutazione del contributo dei singoli materiali alla resistenza a rottura di una sezione in c.a.p.

Analogamente si opera per valutare il contributo delle armature ordinarie. Per ciascuna posizione dell'asse neutro si valuta la deformazione ϵ_{si} dell'*i*-esimo registro di armatura e da questa, tenendo conto del diagramma tensione-deformazione elastico perfettamente plastico dell'acciaio, i valori della risultante e del momento di questa rispetto al baricentro della sezione:

$$N_{si}(x) = \begin{cases} A_{si} E_s \epsilon_{si}(x) & \text{se } |\epsilon_{si}(x)| < \epsilon_{syd} \\ A_{si} f_{syd} \cdot \text{sgn} \epsilon_{si}(x) & \text{se } |\epsilon_{si}(x)| \geq \epsilon_{syd} \end{cases} \quad (3)$$

$$M_{si}(x) = N_{si}(x) \cdot (x_{si} - x_G)$$

Il procedimento esposto è schematicamente illustrato in figura 3 in cui si mostra come, per una data posizione dell'asse neutro, il corrispondente punto *P* del dominio di rottura si ottiene facendo traslare il punto *P_c* relativo al solo calcestruzzo secondo un vettore di componenti $N_s = \sum N_{si}$ e $M_s = \sum M_{si}$.

Una volta tracciato il dominio di rottura relativo alla sezione in calcestruzzo con le sole armature ordinarie, la verifica a rottura in presenza dello sforzo di precompressione risulta operativamente alquanto laboriosa in quanto, anche trascurando le cadute di tensione dovute ai fenomeni lenti, lo sforzo presente nel

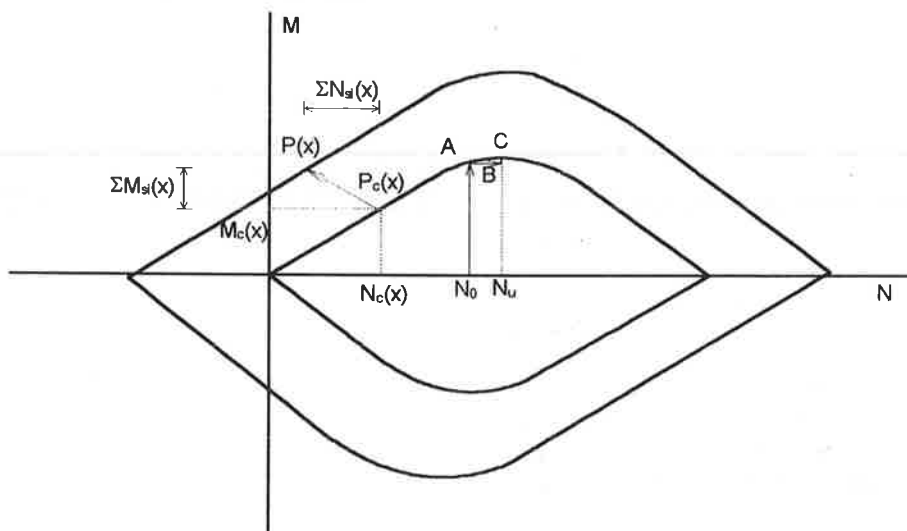


Figura 3 - Tracciamento del dominio M-N di rottura per una sezione in c.a. ordinario

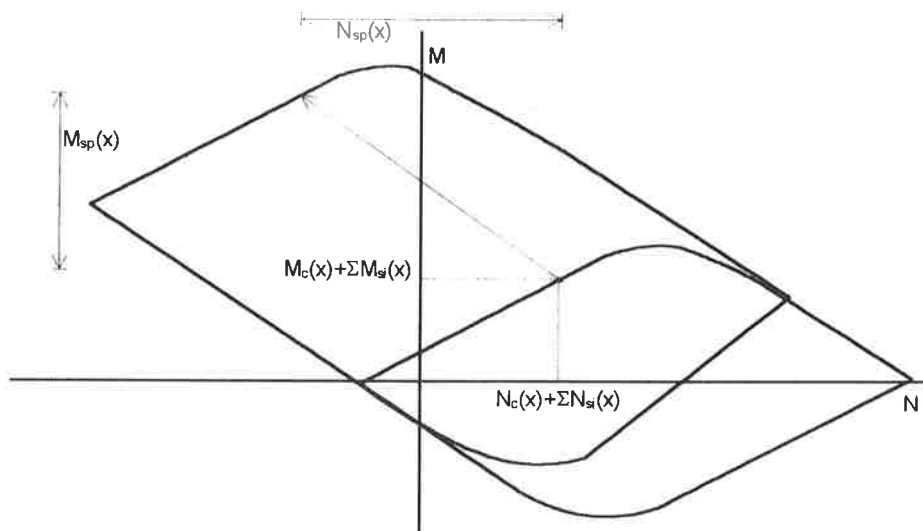


Figura 4 - Tracciamento del dominio M-N di rottura per una sezione in c.a.p.

cavo di precompressione in condizioni di rottura è somma di quello agente in fase di tiro e dell'incremento, non noto a priori, dovuto all'allungamento del cavo stesso conseguente all'applicazione del momento esterno. Sempre con riferimento alla figura 3, fissato il valore dello sforzo di precompressione N_0 in fase di tiro, è infatti necessario procedere per via iterativa, valutando, ad esempio, dapprima il momento di rottura corrispondente ad uno sforzo normale pari a N_0 (punto A) e calcolando quindi il corrispondente allungamento nel cavo che necessariamente allontana il punto rappresentativo dello stato di sollecitazione dalla frontiera del dominio di rottura (punto B); risulta allora necessario apportare una variazione al valore del momento di rottura per riportare il punto sulla frontiera del dominio (punto C), a cui è collegata una ulteriore variazione dello sforzo nel cavo, e così iterando sino a ottenere il desiderato grado di approssimazione.

In alternativa a questo modo di procedere è possibile tracciare il dominio di rottura ampliando ulteriormente quello relativo alla sezione in calcestruzzo con le sole armature ordinarie, tenendo conto del contributo offerto dal cavo di precompressione. A tal fine, sempre riferendosi alla figura 2, per ogni posizione dell'asse neutro occorre sommare ai valori dello sforzo normale e del momento di rottura relativi alla sezione ad armatura ordinaria degli incrementi $N_{sp}(x)$ e $M_{sp}(x)$ derivanti dalla tensione totale presente nel cavo di precompressione in condizioni di rottura, valutata tenendo conto dello stato di coazione indotto all'atto del tiro e quindi della deformazione relativa $\Delta\varepsilon_0$ che permane anche in condizioni di rottura tra il cavo e la fibra di

calcestruzzo a diretto contatto con esso:

$$N_{sp}(x) = A_{sp}E_s[\varepsilon_{sp}(x) + \Delta\varepsilon_0]$$

$$\text{se } [\varepsilon_{sp}(x) + \Delta\varepsilon_0] < \varepsilon_{spyd}$$

$$N_{sp}(x) = A_{sp}f_{spyd}$$

$$\text{se } [\varepsilon_{sp}(x) + \Delta\varepsilon_0] \geq \varepsilon_{spyd}$$

(4)

$$M_{sp}(x) = N_{sp}(x) \cdot (x_{sp} - x_G)$$

Il procedimento viene mostrato in figura 4. Va notato che nella (4) lo sforzo nell'armatura di precompressione a rottura ed il corrispondente momento rispetto all'asse baricentrico dipendono, attraverso $\Delta\varepsilon_0$, dall'entità dello sforzo di precompressione al tiro. Tale dipendenza, però, si risolve in una zona molto ristretta del dominio, relativa a posizioni dell'asse neutro a rottura per le quali l'armatura da precompressione risulta in fase elastica.

In sintesi, delle due metodologie illustrate la prima consiste nel considerare la precompressione come una azione esterna agente sulla sezione dotata delle sole armature ordinarie, mentre la seconda considera la precompressione come un modo per incrementare la resistenza della sezione stessa.

Una terza procedura si colloca in posizione

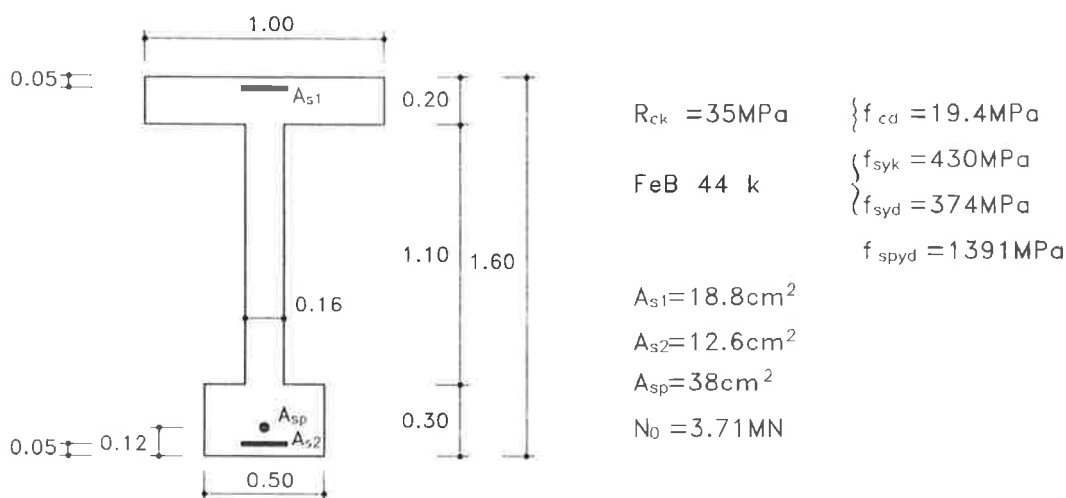


Figura 5 - Caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione esaminata nell'esempio applicativo

intermedia tra le due sopra considerate, e consiste nello scindere lo sforzo presente nel cavo di precompressione in condizioni di rottura in due aliquote: la prima, coincidente con lo sforzo N_0 al tiro, viene considerata come una azione esterna agente sulla sezione; la seconda, rappresentata dall'incremento di sforzo che nasce nel cavo in condizioni di rottura, e che il Model Code 90 del CEB limita ad un massimo di 600 MPa, viene vista come un incremento di resistenza della sezione. Va detto che, per quanto differenti in linea di principio, le ultime due metodologie esposte si equivalgono dal punto di vista operativo, in quanto i relativi domini di rottura si ottengono l'uno dall'altro

attraverso una semplice traslazione di componenti N_0 e $N_0 \cdot (x_{sp} - x_G)$.

4. ESEMPIO APPLICATIVO

A titolo esemplificativo si consideri la sezione riportata in figura 5, della quale vengono fornite le caratteristiche geometriche e meccaniche nonché lo sforzo di precompressione al tiro, depurato delle sole cadute di tensione istantanee.

In figura 6 vengono riportati i domini di rottura della sezione. La curva 1 rappresenta il dominio di rottura relativo al solo calcestruzzo, calcolato adottando

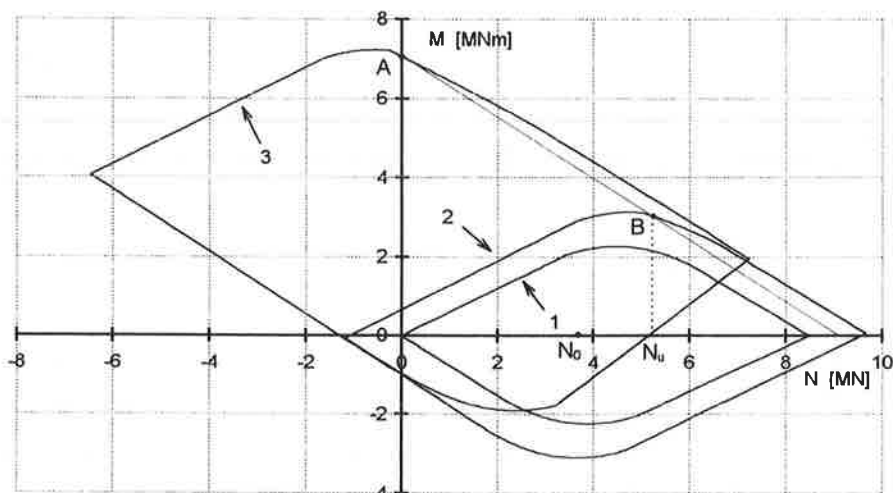


Figura 6 - Domini di rottura della sezione di figura 5

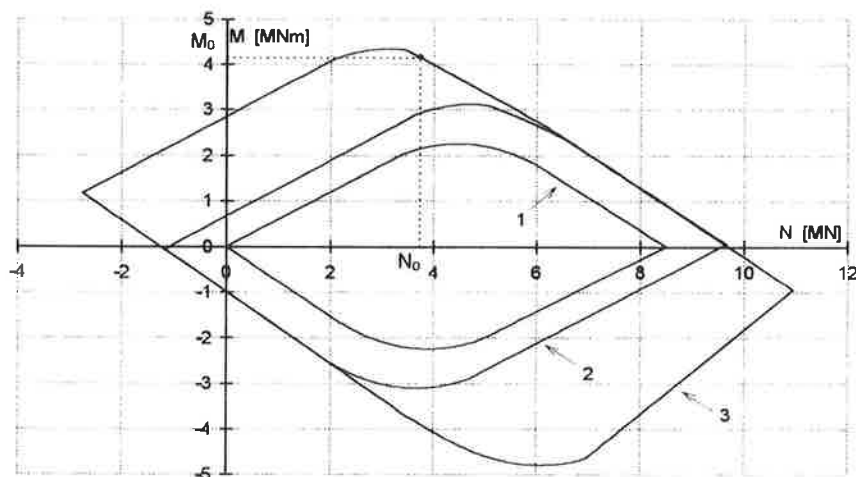


Figura 7 - Domini di rottura della sezione di figura 5

per questo il diagramma parabola-rettangolo delle Norme. La curva 2 costituisce il dominio ampliato tenendo conto dei contributi delle armature ordinarie superiore ed inferiore. Infine, la curva 3 rappresenta il dominio relativo alla sezione completa, in cui l'armatura da precompressione è stata considerata interamente attraverso il contributo che offre alla resistenza globale della sezione.

I domini sono stati tracciati utilizzando un programma di calcolo che implementa le procedure esposte nel lavoro, capace quindi di distinguere il contributo dei materiali alla resistenza globale della sezione. Il programma, concepito in modo da analizzare sezioni a doppio T ad ali diseguali, è pertanto in grado di risolvere quali casi particolari sezioni rettangolari, a T, a doppio T ad ali uguali, e sezioni scatolari assimilabili dal punto di vista del comportamento flessionale a sezioni a doppio T.

Con riferimento al dominio di rottura della sezione completa è possibile desumere un momento di rottura pari a $M_u = 7.09$ MN·m, individuato dall'intersezione del tratto superiore della frontiera del dominio con l'asse delle ordinate (punto A in figura 6). Il corrispondente punto sul dominio relativo alla sezione con le sole armature ordinarie (punto B) si ottiene tracciando a partire da A la retta avente pendenza pari all'eccentricità $-(x_{sp} - x_G)$, e ciò consente di ricavare lo sforzo nel cavo a rottura N_u ed il corrispondente momento $M_u - N_u \cdot (x_{sp} - x_G)$ agente sulla sezione con le sole armature ordinarie. Nel caso in esame tali valori risultano rispettivamente pari a 5.12 MN e 3.07 MN·m. La differenza fra N_u ed N_0 rappresenta proprio l'incremento di sforzo nel cavo in condizioni di rottura a partire dal valore presente al tiro.

Riferendosi allo stesso esempio, in figura 7 si mostra il dominio di rottura calcolato considerando per

il cavo da precompressione il solo contributo alla resistenza della sezione a partire dallo sforzo presente al tiro. In questo caso, la verifica viene effettuata considerando lo sforzo N_0 come una azione esterna agente, ottenendo pertanto un momento di rottura pari a 4.20 MN·m, che ovviamente differisce dal valore M_u indicato in precedenza proprio di $N_0 \cdot (x_{sp} - x_G)$.

5. L'UTILIZZO DEI DOMINI A ROTTURA NEL PROGETTO OTTIMALE DELLE SEZIONI IN C.A.P.

I domini di rottura possono essere utilizzati quale strumento per l'ottimizzazione del progetto delle sezioni in c.a.p. Noto infatti il momento esterno M_d che la sezione è chiamata a sopportare, è possibile effettuare un primo dimensionamento della sezione in calcestruzzo e delle aree metalliche ordinarie, e quindi tracciarne il relativo dominio di rottura. Conosciuta dalla geometria della sezione l'eccentricità del cavo, è allora possibile ricavare il valore dello sforzo di precompressione strettamente necessario, individuato dalla proiezione sull'asse delle ascisse del segmento inclinato di $-(x_{sp} - x_G)$ che unisce il punto di coordinate $(0, M_d)$ con il dominio della sezione con le sole armature ordinarie (figura 8), e quindi a partire e da questo l'area del cavo. E' allora immediato il giudizio circa l'adeguatezza della sezione a fronteggiare il dato momento esterno: può, infatti innanzitutto verificarsi il caso che la retta non intersechi il dominio (caso 1 in figura 8), la sezione risulta quindi insufficiente e va pertanto riprogettata; se, invece, il punto di intersezione si trova alla destra del massimo della curva $M(N)$ (caso 2 in figura 8), la sezione, seppur in grado di fronteggiare il momento

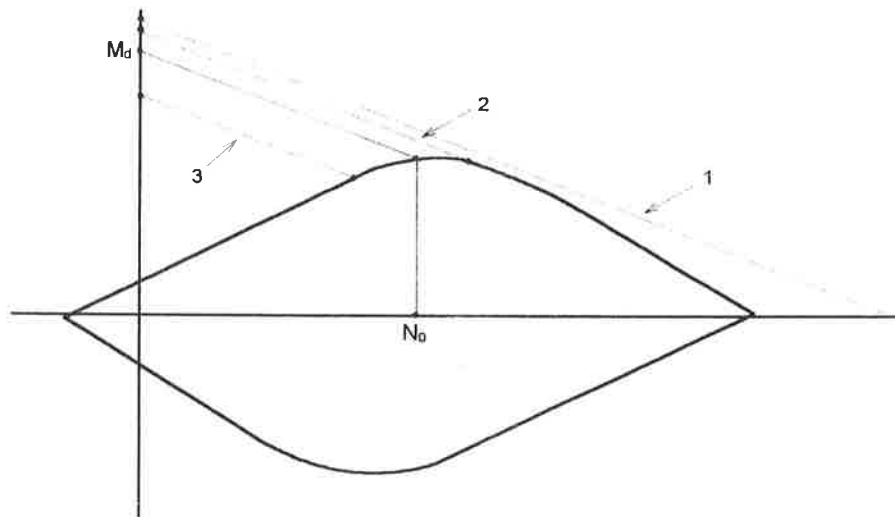


Figura 8 - Valutazione dello sforzo di precompressione

esterno, risulta sottodimensionata; infine, se il punto di intersezione si trova alla sinistra del massimo di $M(N)$, la sezione risulta sovrabbondante (caso 3 in figura 8).

6. CONCLUSIONI

Il tracciamento del dominio M-N di rottura di una sezione in c.a.p. può essere effettuato a partire dal dominio relativo alla sezione in solo calcestruzzo priva di armature, ampliando successivamente questo per tenere dapprima conto delle armature ordinarie e quindi delle armature da precompressione. Ciò consente di evidenziare il contributo dei singoli materiali alla resistenza globale della sezione e di ricavare utili indicazioni riguardo l'adeguatezza dello sforzo di precompressione applicato.

La verifica della sezione può essere condotta considerando lo sforzo di precompressione come un'azione esterna che sollecita la sezione costituita dal solo calcestruzzo e dall'armatura dolce, ovvero tenendo conto dell'armatura di acciaio armonico nel tracciamento del dominio di rottura della sezione completa. Fra questi due modi di procedere risulta preferibile il secondo, in quanto, fissato il valore dello sforzo di precompressione al tiro, non è a priori noto quello in condizioni di rottura e pertanto il punto rappresentativo sul dominio della sezione costituita dal calcestruzzo e dall'armatura ordinaria, che può essere determinato solo per via iterativa; al contrario, la verifica effettuata utilizzando il dominio di rottura della sezione completa necessita della conoscenza del solo momento flettente che sollecita la sezione (momento totale depurato del momento dovuto all'eccentricità del cavo ovvero la somma del momento dovuto ai carichi

esterni e dell'eventuale momento parassita in presenza di uno schema iperstatico), di immediata determinazione.

Un terzo modo di operare, equivalente alla seconda procedura dal punto di vista operativo, consiste nello scindere lo sforzo di precompressione in due aliquote: quella al tiro, che viene considerata come un'azione esterna agente sulla sezione, e l'incremento che si verifica in condizioni di rottura, di cui invece si tiene conto dal lato della resistenza.

BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB 1993 - *CEB-FIP model code 1990* - Bulletins d'information n. 213-214
- [2] OCCHIUZZI A., RAITHEL A., RICCIARDELLI F. 1993 - *Le linee d'influenza nella determinazione degli effetti della precompressione* - Convegno AICAP Pisa
- [3] RAITHEL A. 1980 - *Il metodo semiprobabilistico agli stati limite* - Liguori, Napoli
- [4] PARK R., PAULEY T. 1975 - *Reinforced concrete structures* - John Wiley & Sons
- [5] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION 1991- *Eurocodice 2* - Bruxelles
- [6] MINISTERO LL.PP. 1997- *Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996: norme per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche* - G.U. 5 febbraio 1997 n. 29
- [7] CEB 1992 - *Contributions to the design of prestressed concrete structures* - Bulletin d'information n. 212

SUL COMPORTAMENTO NON LINEARE DELLE TRAVI CONTINUE PRECOMPRESSE

Aldo RAITHEL
professore ordinario

Giorgio SERINO
ricercatore confermato

Mariacristina SPIZZUOCO
ingegnere civile

Dipartimento di Analisi e Progettazione Strutturale
Università di Napoli Federico II
via Claudio 21, Napoli

SOMMARIO

Nel presente lavoro viene analizzato il comportamento non lineare delle travi continue precomprese, evidenziando i vantaggi connessi con l'adozione della precompressione parziale in termini di comportamento più duttile delle sezioni e della possibilità di ottenere una pur limitata redistribuzione delle sollecitazioni. Dopo una panoramica completa dei metodi di calcolo suggeriti dalle Norme per l'analisi delle strutture iperstatiche, viene esaminato in dettaglio il comportamento non lineare di una trave continua precompressa ad armatura post-tesa, evidenziando le differenze fra il comportamento "reale" valutato utilizzando i valori medi delle caratteristiche dei materiali ed il comportamento convenzionale conseguente all'adozione dei valori di calcolo.

ABSTRACT

In this paper the non-linear behaviour of prestressed continuous beams is analyzed, pointing out the advantages associated with the adoption of partial prestressing in terms of more ductile section behaviour and possibility of though limited moment redistribution. After a complete survey of the analysis methods for statically indeterminate structures considered in the Recommendations, the non-linear behaviour of a continuous post-tensioned prestressed beam is examined in details, pointing out the differences between the "actual" behaviour determined using the mean values of material characteristics and the conventional behaviour derived adopting the design values.

1. INTRODUZIONE

La riflessione sempre maggiore sui problemi connessi alla funzionalità e alla durabilità delle infrastrutture stradali ha indotto, nel caso dei viadotti, a considerare non preferibile la sequenza di campate semplicemente appoggiate. Tale schema isostatico, pur

essendo il più semplice da realizzare in quanto richiede attrezzature di fabbricazione e messa in opera relativamente modeste, dà luogo ad un elevato numero di giunti di dilatazione, sedi di probabili e onerosi interventi di manutenzione nell'esercizio dell'opera. Sono allora da preferire, nella maggior parte dei casi, le tipologie strutturali iperstatiche che utilizzano le travi

continue; esse consentono luci anche particolarmente elevate, riducendo il numero dei giunti di dilatazione [1]. Questa tendenza è stata resa possibile sia dal progresso delle conoscenze teoriche sui fenomeni lenti, ritiro e viscosità, che caratterizzano le strutture in calcestruzzo, sia dalla realizzazione, da parte di Ditte specializzate, di apparecchi di appoggio e giunti di sicuro affidamento e durabilità, che consentono i maggiori movimenti previsti per la travata continua d'impalcato.

Quando si considera il c.a.p. quale tecnologia costruttiva per la realizzazione dei ponti a travata continua, ci si rende conto che la precompressione totale, che prevede l'assenza di qualunque sforzo di trazione nel calcestruzzo sotto l'azione dei carichi di esercizio, può non essere la soluzione più opportuna. Infatti nei viadotti accade che la condizione di completo sovraccarico si verifica raramente e per intervalli di tempo molto limitati, per cui con l'adozione della precompressione totale nella condizione a vuoto, che è praticamente permanente, i fenomeni lenti provocano controfrecce via via crescenti durante la vita della struttura: ciò comporta la necessità di ripristinare frequentemente il manto stradale con un aggravio dei costi di manutenzione.

In questi casi risulta pertanto particolarmente adeguato l'utilizzo della precompressione parziale che, invece, ammette la fessurazione controllata del calcestruzzo sotto l'azione dei carichi di esercizio. Con la precompressione parziale si riduce l'armatura di acciaio armonico a causa del più basso valore dello sforzo di precompressione necessario ed al tempo stesso si aumenta l'area di acciaio ordinario, per limitare l'ampiezza delle fessure: ne consegue che i contributi alla resistenza complessiva offerti dalle due armature diventano tra loro paragonabili. In sintesi, la precompressione parziale può essere considerata la soluzione ottimale proprio nel caso dei ponti a travata poiché, a parità di sezione, vengono ridotte le compressioni massime a vuoto.

L'adozione dello schema iperstatico di trave continua su più appoggi per la struttura da ponte costituisce proprio un caso tipico in cui può risultare conveniente tener conto nel progetto della redistribuzione delle sollecitazioni. Per i viadotti in c.a.p., l'entità della redistribuzione risulta comunque più contenuta rispetto al caso del c.a. normale, in particolare quando le tensioni di compressione nel calcestruzzo sono elevate, come si verifica con l'adozione della precompressione totale. Con la precompressione parziale, riducendosi lo sforzo normale agente sulla sezione, i valori dei momenti redistribuiti risultano più elevati, pur rimanendo inferiori rispetto al c.a. ordinario [2]. Ne consegue che al risparmio connesso alla ridotta armatura di acciaio

armonico si aggiunge quello conseguente alla redistribuzione, che comporta una riduzione, seppure contenuta, dell'armatura di acciaio ordinario e minori dimensioni per la sezione trasversale, con conseguenti ovvi vantaggi dal punto di vista economico.

2. L'ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI SECONDO LE NORME

Ai fini delle verifiche allo stato limite ultimo delle sezioni, la determinazione delle sollecitazioni agenti in una struttura iperstatica può essere effettuata mediante un calcolo elastico lineare oppure utilizzando uno dei metodi che consentono di tener conto degli effetti della redistribuzione delle sollecitazioni, ossia il calcolo elastico lineare con redistribuzioni, il calcolo non lineare o il calcolo plastico. Al contrario, le analisi svolte per le verifiche agli stati limite di esercizio sono normalmente basate sull'ipotesi di comportamento elastico lineare, assumendo per gli elementi una rigidità corrispondente alla sezione non fessurata. In quanto segue cercheremo di evidenziare le differenze, ormai molto contenute per la verità, fra le indicazioni riguardanti la redistribuzione delle sollecitazioni fornite dalla Normativa Italiana vigente [3], dall'Eurocodice 2 [4] e dal CEB-FIP Model Code 90 [5].

L'ipotesi di comportamento elastico lineare, e quindi di assenza di deformazioni residue allo scarico, è certamente accettabile quando le azioni agenti sono contenute e le membrane non fessurate, come generalmente avviene agli stati limite di esercizio. La pratica corrente consente comunque di eseguire un calcolo elastico lineare anche allo stato limite ultimo, per il quale le ipotesi di cui sopra non sono più verificate: in tal caso, pur essendo sempre soddisfatto l'equilibrio, non risulta generalmente verificata la congruenza, a causa della redistribuzione delle sollecitazioni che si verifica per l'avanzato stato di fessurazione del calcestruzzo, ed in alcuni casi anche per lo snervamento delle armature di acciaio. E' possibile operare secondo questa strada se nelle sezioni critiche, ossia quelle in cui si raggiungono le tensioni più elevate, è disponibile duttilità sufficiente a controbilanciare la mancata compatibilità, in modo da evitare l'insorgere di situazioni di fragilità locale nella struttura. Nelle travi continue in cui il rapporto tra due luci adiacenti è inferiore a due, nelle travi di telai a nodi fissi e negli elementi soggetti prevalentemente a flessione, le Norme succitate assumono presente duttilità adeguata allo scopo se il rapporto x/d fra la profondità dell'asse neutro allo stato limite ultimo e l'altezza utile della sezione non supera il valore 0.45 per calcestruzzo di resistenza $f_{ck} \leq 35$ MPa, ovvero 0.35 per $f_{ck} > 35$ MPa, a meno di realizzare particolari disposizioni di armatura (ad esempio confinando il

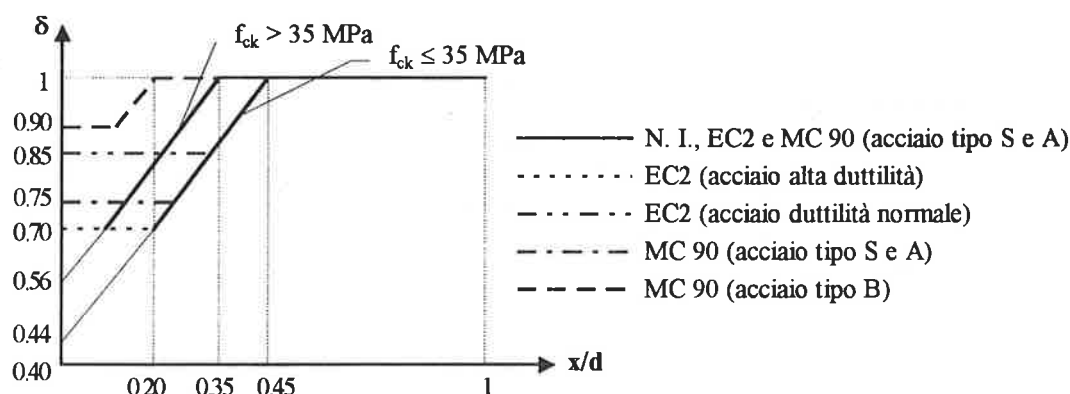


Figura 1 - Valori minimi del coefficiente δ nel calcolo elastico lineare con ridistribuzioni

calcestruzzo con staffe chiuse). Va detto inoltre che il calcolo elastico lineare viene effettuato utilizzando le caratteristiche geometriche della sezione di solo calcestruzzo, e pertanto non richiede la conoscenza delle armature, che vengono dimensionate sulla base delle sollecitazioni ottenute dal calcolo.

Nel calcolo elastico lineare con ridistribuzioni i momenti M_e ottenuti dal calcolo elastico lineare possono essere ridotti nelle sezioni critiche (ad esempio le sezioni sugli appoggi di travi continue) attraverso un coefficiente moltiplicativo δ minore dell'unità, a condizione che il diagramma dei momenti che ne risulta sia ancora in equilibrio con i carichi esterni. Il valore minimo che può essere adottato per δ viene messo in relazione alla duttilità della sezione, valutata ancora una volta in modo approssimato attraverso il rapporto x/d allo stato limite ultimo, la classe di resistenza del calcestruzzo ed in alcuni casi anche la classe di acciaio. Sempre nel caso di travi continue in cui il rapporto tra due luci adiacenti è inferiore a due, nelle travi di telai a nodi fissi e negli elementi soggetti prevalentemente a flessione, le tre Norme di cui sopra esprimono la limitazione su δ attraverso le disuguaglianze:

$$\delta \geq 0.44 + 1.25 \frac{x}{d} \quad \delta \geq 0.56 + 1.25 \frac{x}{d} \quad (1)$$

con $\delta \leq 1.0$, per $f_{ck} \leq 35$ MPa e $f_{ck} > 35$ MPa, rispettivamente. Secondo l'EC2, deve inoltre sempre risultare $\delta \geq 0.7$ se si adotta acciaio di alta duttilità ovvero $\delta \geq 0.85$ qualora si utilizza acciaio di duttilità normale. La Normativa Italiana, almeno nel suo ultimo aggiornamento [3], non prevede analoghe limitazioni inferiori sul valore di δ : va detto comunque che la precedente edizione [6] prescriveva $\delta \geq 0,75$ e, tenendo conto che con l'ultimo aggiornamento sono state di fatto recepite le indicazioni dell'EC2, è prudente

adottare le stesse limitazioni indicate nelle norme europee. A tal fine va detto che gli acciai in barre tonde lisce FeB22k ed FeB32k, nonché gli acciai in barre ad aderenza migliorata Fe B 38 k ed Fe B 44 k, sono classificabili come acciai di alta duttilità secondo l'EC2, mentre i fili di acciaio trafilato o laminato a freddo di diametro compreso fra 5 e 12 mm e le reti e tralici di acciaio elettrosaldato sono classificabili come acciai di duttilità normale secondo l'EC2. Il Model Code 90 risulta più cautelativo, in quanto, oltre alle (1), impone $\delta \geq 0.75$ in presenza di acciaio di classe S e A (corrispondente di fatto a quello di alta duttilità secondo l'EC2) e:

$$\delta \geq 0.75 + 1.25 \frac{x}{d} \quad 0.90 \leq \delta \leq 1.00 \quad (2)$$

con acciaio di classe B (che corrisponde all'acciaio di duttilità normale secondo l'EC2).

Tutto quanto sopra viene sinteticamente riportato in forma grafica nei diagrammi di figura 1, dai quali si osserva che sia secondo la Normativa Italiana che l'EC2, nonché per il Model Code 90 nel caso di acciai di tipo S ed A, è consentita la ridistribuzione solo per valori di x/d inferiori a 0.45 per calcestruzzi di resistenza $f_{ck} \leq 35$ MPa ed a 0.35 per $f_{ck} > 35$ MPa. Per gli acciai di tipo B, invece, il Model Code 90 limita il rapporto x/d per cui è possibile la ridistribuzione a 0.20, indipendentemente dalla classe di calcestruzzo adottata. Si nota inoltre che l'utilizzo di valori molto contenuti per la profondità dell'asse neutro non risulta conveniente oltre un certo limite, variabile secondo i casi, al di sotto del quale le Norme prevedono un valore costante di δ .

Nel caso di telai a nodi spostabili, non è consentita alcuna ridistribuzione dalla Normativa Italiana e dall'EC2 se si adotta il calcolo elastico lineare con ridistribuzioni, mentre il Model Code 90 consente di

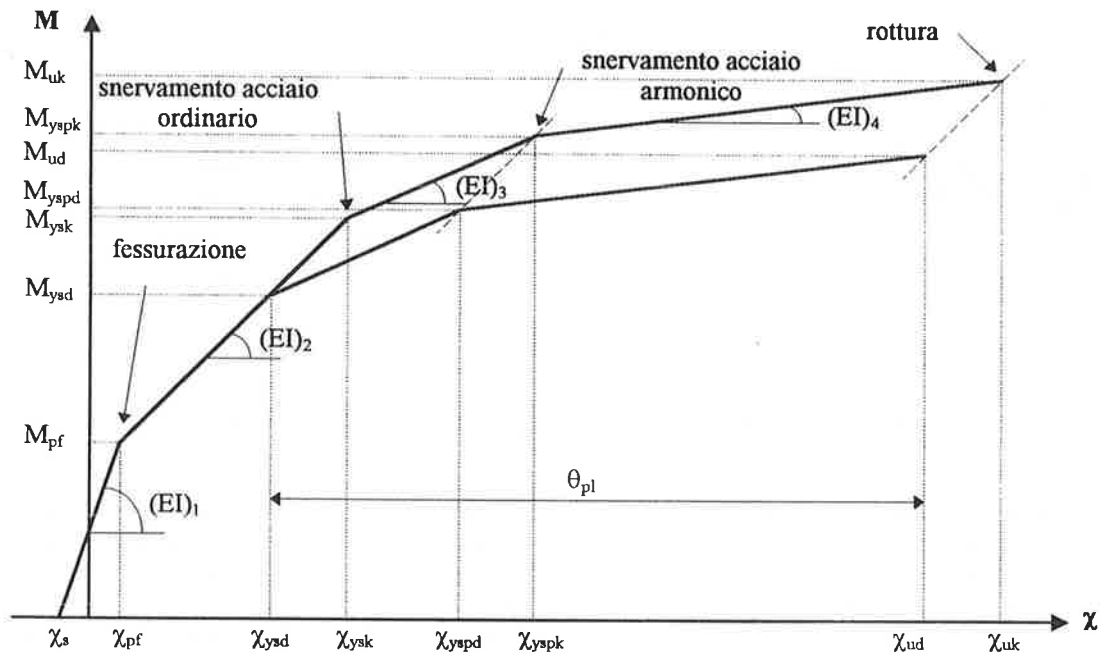


Figura 2 - Diagrammi momenti-curvature di una sezione in c.a.p. per il calcolo non lineare

adottare ancora le (1) e la prima delle (2), ma con la limitazione rappresentata dalla seconda delle (2).

Il calcolo non lineare, che può essere adottato sia per le verifiche allo stato limite di esercizio che allo stato limite ultimo, nel caso di travi e telai si esegue attribuendo a ciascuna sezione una legge momenti-curvature ed integrando quindi le curvature lungo l'asse degli elementi, in modo da valutare alla fine le sollecitazioni nel rispetto sia dell'equilibrio che della congruenza. L'analisi può essere svolta a diversi livelli di complessità, a seconda del grado di dettaglio adottato nella descrizione del legame momenti-curvature della sezione, che a sua volta dipende dalle leggi costitutive utilizzate per i materiali calcestruzzo ed acciaio, dal modello adottato per il singolo elemento monodimensionale (a fessurazione diffusa, con fessure concentrate di ampiezza e distanze valutate tenendo conto del *tension stiffening* ossia l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso fra le fessure, con schematizzazioni di dettaglio agli elementi finiti). Quando si esegue un calcolo non lineare si immagina di raggiungere lo stato limite oggetto della verifica mediante un unico accrescimento proporzionale delle azioni applicate, ovvero un accrescimento non proporzionale seguendo una legge di carico che segua in modo il più realistico possibile l'ordine con cui i carichi vengono applicati alla struttura. Ciò consente di adottare per i materiali legami costitutivi di tipo olofono, ossia non tener conto del comportamento allo scarico. L'ipotesi dell'accrescimento proporzionale delle azioni non potrà

essere assunta ogni volta che azioni rilevanti possano ripetersi un elevato numero di volte (fenomeni di fatica), o i valori di calcolo delle azioni abbiano probabilità di verificarsi in modo ripetuto od alterno (problemi di stabilizzazione elasto-plastica e collasso incrementale per carichi alternati).

Il legame momenti-curvature per il singolo tronco elementare della struttura è generalmente di tipo tri-lineare, con un primo ramo che rappresenta il comportamento con calcestruzzo non ancora fessurato (fase elastica lineare), un secondo tratto che va dalla fessurazione del calcestruzzo allo snervamento dell'armatura di acciaio (fase fessurata) e l'ultimo ramo che giunge sino alla rottura della sezione, che può verificarsi per raggiungimento della deformazione limite nel calcestruzzo compresso o nell'acciaio teso (fase plastica). E' possibile, volendo, sostituire il secondo tratto rettilineo con uno curvilineo che tenga conto in maniera accurata del *tension stiffening*, anche se si è visto che tale sostituzione comporta delle variazioni molto poco significative nei risultati, quando si procede all'integrazione delle curvature lungo l'asse degli elementi. In alcuni casi particolari di sezione fortemente armata, il raggiungimento della massima deformazione nel calcestruzzo può verificarsi prima ancora dello snervamento dell'armatura di acciaio, nel qual caso il terzo tratto del diagramma momenti-curvature risulta ovviamente assente. Convenzionalmente, l'EC2 ed il Model Code 90 suggeriscono di effettuare la valutazione del momento e

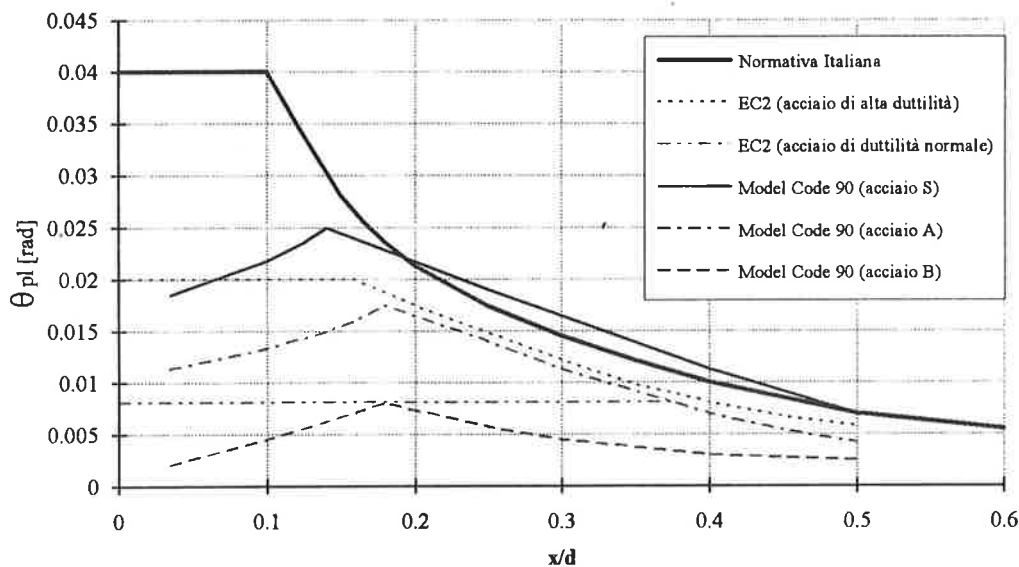


Figura 3 - Rotazione plastica ammissibile nella sezione critica secondo le Norme

della curvatura corrispondenti alla fessurazione del calcestruzzo adottando i valori medi o quelli caratteristici delle proprietà dei materiali, ma di ottenere i punti del diagramma momenti-curvature rappresentativi dello snervamento dell'acciaio e della rottura della sezione utilizzando i valori di calcolo.

Nel caso di una sezione in c.a.p. il diagramma momenti-curvature diviene generalmente quadrilineare, in quanto è necessario distinguere lo snervamento dell'armatura ordinaria da quello dell'armatura da precompressione. Inoltre, la presenza di uno sforzo di precompressione eccentrico comporta una curvatura non nulla anche in assenza di momento flettente dovuto ai carichi esterni o alle reazioni iperstatiche conseguenti la precompressione. Quanto detto può chiaramente osservarsi nella figura 2, in cui viene anche effettuata la distinzione fra il diagramma calcolato con i valori caratteristici delle proprietà dei materiali e quello ottenuto con i valori di calcolo.

Le Norme consentono infine di valutare la rotazione plastica ammissibile localizzata nella sezione critica, da confrontare con quella richiesta ottenuta integrando l'aliquota delle curvatura totale al di là di quella corrispondente allo snervamento dell'acciaio nel tratto a cavallo di tale sezione, utilizzando i diagrammi di figura 3 in funzione del rapporto x/d allo stato limite ultimo e della classe di acciaio.

3. COMPORTAMENTO NON LINEARE DI UNA TRAVE CONTINUA PRECOMPRESSA

3.1 La trave oggetto dello studio

In seguito sarà esaminato il comportamento non lineare di una trave continua in c.a. parzialmente precompressa ad armatura post-tesa al fine di valutare l'eventuale redistribuzione delle sollecitazioni in una struttura le cui sezioni sono dotate di duttilità flessionale contenuta per la presenza di un seppur limitato sforzo normale di precompressione. L'esempio che sarà sviluppato è relativo alla trave continua in c.a.p.p. progettata in un *Bulletin d'information* del CEB [7] sulla base di un'analisi lineare elastica. La geometria della trave ed il tracciato del cavo sono forniti in figura 4.

I valori caratteristici e di calcolo delle resistenze dei materiali adottati, l'area di acciaio armonico e lo sforzo di precompressione applicato, nonché le aree di armatura dolce presenti nella sezione in campata e in quella sull'appoggio centrale, ottenute dal progetto allo stato limite ultimo delle sezioni, sono indicate in figura 5. I valori caratteristici dei carichi esterni agenti risultano $G = 48.5$ kN/m (peso proprio + sovraccarichi permanenti) e $Q = 18$ kN/m (sovraccarichi accidentali).

Come mostrato in figura 6, il diagramma del momento flettente complessivo agente sulla trave si ottiene dalla sovrapposizione di quello relativo al carico esterno di calcolo ottenuto adottando $\gamma_G = \gamma_Q = 1.5$ e di

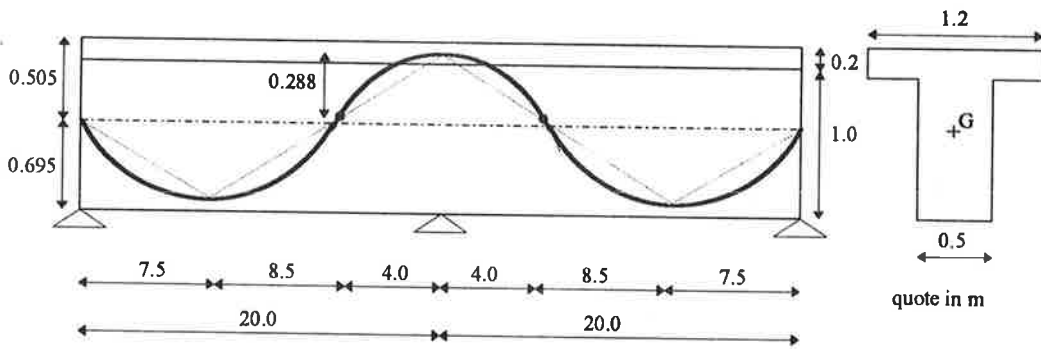


Figura 4 - Geometria della trave considerata e tracciato del cavo

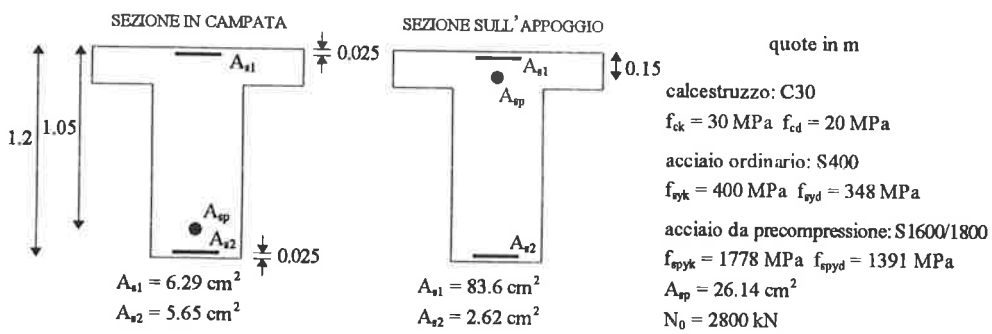


Figura 5 - Dati relativi alle sezioni della trave considerata in campata e sull'appoggio

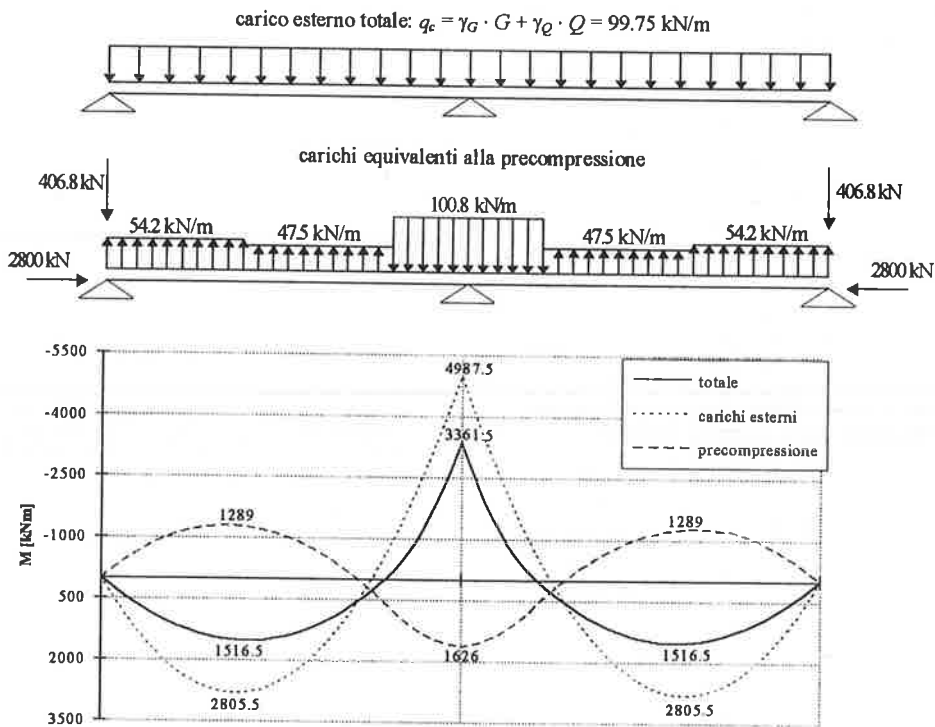


Figura 6 - Carichi agenti sulla trave e diagrammi del momento

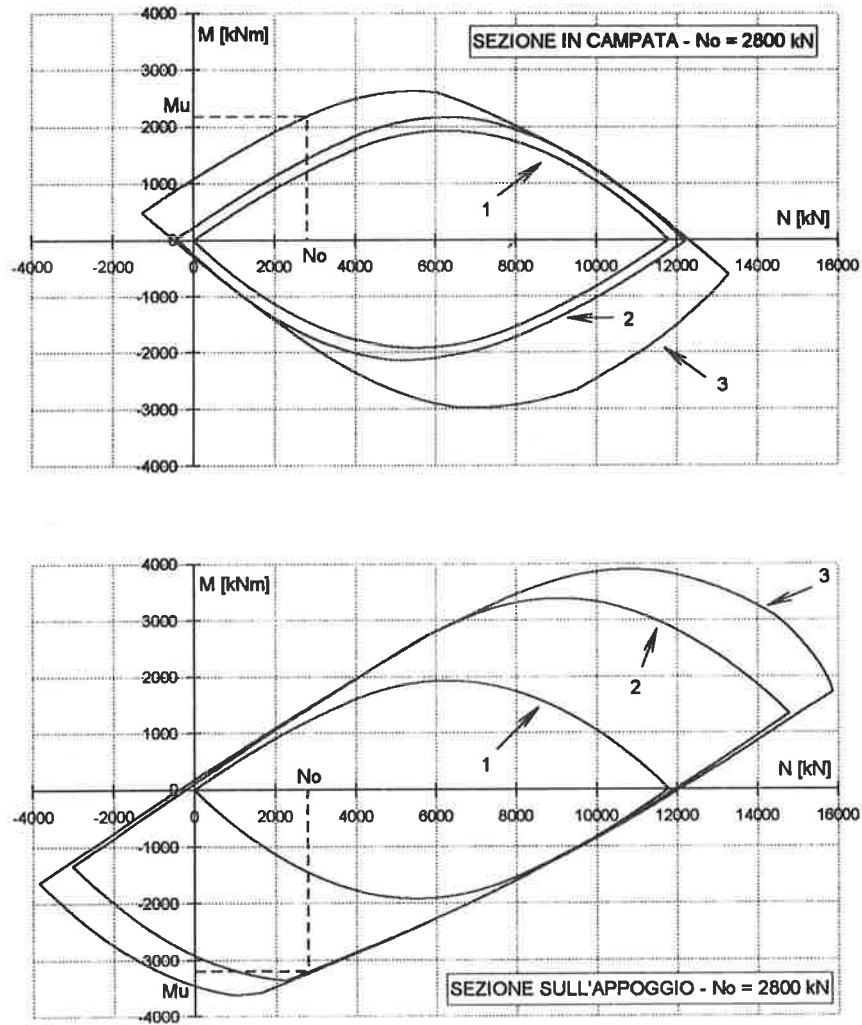


Figura 7 - Domini M - N di rottura per le sezioni in campata e sull'appoggio

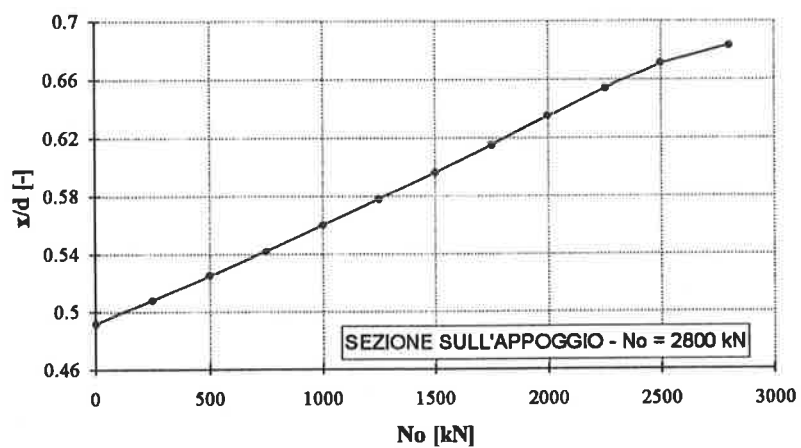


Figura 8 - Rapporto x/d a rottura in funzione di N_0 per la sezione sull'appoggio

quello provocato dai carichi equivalenti alla precompressione, valutati con $\gamma_P = 1.0$. La sezione in campata considerata è quella in cui il cavo di precompressione ha la massima eccentricità (sezione a 7.5 m dall'appoggio di estremità) e corrisponde con quella in cui si attinge il massimo valore del momento flettente per effetto dei carichi esterni.

I domini $M-N$ di rottura relativi alle sezioni in campata e sull'appoggio, calcolati seguendo la procedura esposta in [8], sono rappresentati in figura 7. I domini sono stati tracciati fissando la posizione x dell'asse neutro a rottura e calcolando di volta in volta il contributo, in termini di sforzo normale e di momento risultante rispetto all'asse baricentrico, delle tensioni agenti sui singoli materiali costituenti la sezione, associate al diagramma delle deformazioni a rottura avente la fissata posizione dell'asse neutro. La curva 1 rappresenta il dominio relativo al solo calcestruzzo, calcolato adottando per questo il diagramma delle tensioni costante (*stress-block*) consentito sia dalla Normativa Italiana che dall'EC2. La curva 2 costituisce il dominio ampliato per effetto del contributo delle armature ordinarie superiore ed inferiore. La curva 3, infine, rappresenta il dominio relativo alla sezione completa, ottenuto considerando per l'armatura da precompressione il solo contributo alla resistenza della sezione a partire dallo sforzo N_0 presente al tiro. Considerando pertanto lo sforzo di precompressione al tiro come un'azione esterna agente, dai domini di rottura in figura 7 si ricava che il momento di rottura M_u della sezione sull'appoggio risulta di poco superiore ai 3361.5 kNm ottenuti dal diagramma del momento totale di cui alla figura 6. Per la sezione in campata in momento di rottura vale $M_u = 2178$ kNm, che è superiore al valore 1516.5 kNm dal diagramma del momento totale in quanto l'area di armatura dolce presente nella sezione risulta sovrabbondante nei confronti della verifica allo stato limite ultimo ed è stata determinata da minimi tecnologici.

Per la sola sezione sull'appoggio, la figura 8 fornisce il rapporto fra la profondità dell'asse neutro a rottura e l'altezza utile della sezione al variare dello sforzo di precompressione applicato.

3.2 L'analisi non lineare

Il calcolo non lineare completo della trave continua analizzata in questo paragrafo è stato condotto con un apposito programma di calcolo al quale si forniscono in *input* le caratteristiche geometriche della sezione (forma e dimensioni, aree delle armature ordinarie e da precompressione, entità del copriferro, tracciato del cavo), le proprietà meccaniche dei materiali, la luce delle campate, il carico di progetto e lo sforzo di precompressione applicato. Il programma suddivide la

trave in un numero di conci definito dall'utente e calcola quindi i diagrammi momenti-curvature per le sezioni a metà di ciascun conco. L'analisi non lineare viene effettuata per via iterativa, considerando un diagramma dei momenti di primo tentativo in equilibrio con i carichi esterni (si può partire ad esempio da quello corrispondente al calcolo elastico lineare) e valutando quindi dalla sua integrazione il valore dell'eventuale incongruenza rotazionale sull'appoggio. Sulla base del segno di questa, il diagramma dei momenti viene corretto sommando algebricamente ad esso il diagramma corrispondente a una distorsione di rotazione relativa concentrata sull'appoggio di segno opposto all'incongruenza, valutato sullo schema elastico lineare, calcolando la nuova incongruenza rotazionale e così via iterando sino a che questa non raggiunge un valore piccolo a piacere. Si ottiene alla fine, nei limiti delle approssimazione numeriche, la soluzione finale equilibrata e congruente.

Ai fini della valutazione del comportamento "reale" della trave, il calcolo è stato dapprima effettuato assumendo, sia per la fessurazione che per lo snervamento degli acciai e la rottura della sezione, i valori medi delle resistenze dei materiali. Per il calcestruzzo, seguendo le indicazioni del Model Code 90, la resistenza media è stata assunta pari a quella caratteristica incrementata di 8 MPa ($f_{ck} = 38$ MPa), mentre per l'acciaio la tensione media di snervamento è stata calcolata a partire da quella caratteristica ipotizzando una distribuzione gaussiana delle resistenze dei provini ed uno scarto quadratico pari al 5% del valore medio ($f_{sym} = 436$ MPa, $f_{spym} = 1937$ MPa). La figura 9 mostra i diagrammi momenti-curvature per le sezioni sull'appoggio ed in campata. Come può osservarsi, nella sezione in campata la rottura per momento positivo si raggiunge per eccesso di deformazione dell'acciaio ordinario teso, con l'armatura da precompressione anch'essa in fase plastica. Sull'appoggio invece la sezione risulta molto più fragile e la rottura per momento negativo si raggiunge per eccesso di deformazione di compressione nel calcestruzzo, con il solo acciaio ordinario in fase plastica: ciò è da attribuirsi al valore relativamente elevato dello sforzo di precompressione agente ed alla notevole quantità di armatura ordinaria superiore. Nella stessa figura 9 sono anche indicati i punti rappresentativi del livello di sollecitazione raggiunto sotto l'azione del carico di progetto ($\alpha = 1.0$), nonché del carico ottenuto amplificando i soli sovraccarichi accidentali ($q_c = \gamma_G \cdot G + \gamma_Q \cdot \alpha Q$). La crisi della struttura si raggiunge in corrispondenza di un valore di α di poco superiore a 2.4 per eccesso di deformazione plastica nella sezione sull'appoggio. È interessante osservare che, a parità di carico esterno applicato, il valore assoluto del momento negativo sull'appoggio

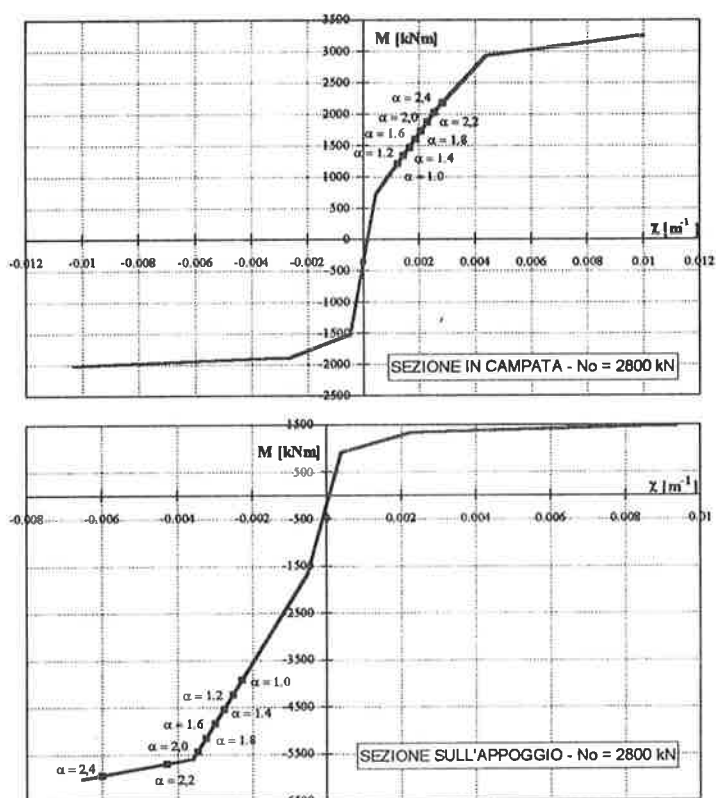


Figura 9 - Diagrammi momenti-curvature ottenuti adottando i valori medi delle resistenze dei materiali

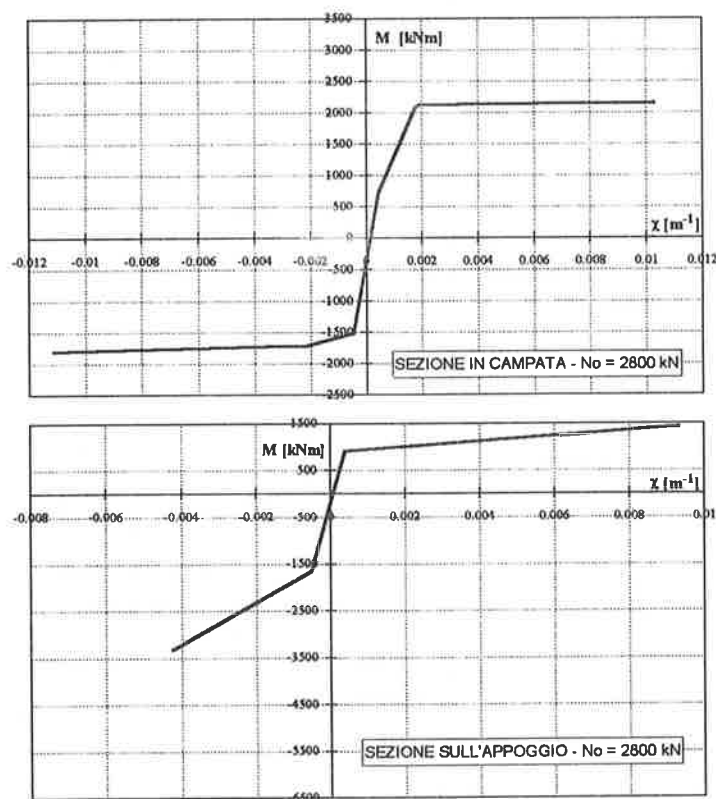


Figura 10 - Diagrammi momenti-curvature ottenuti adottando i valori di calcolo delle resistenze dei materiali

ottenuto attraverso il calcolo non lineare risulta maggiore del $q_c l^2/8$ derivante dall'ipotesi di comportamento elastico lineare e sezione costante, a causa della maggiore rigidità flessionale delle sezioni a cavallo dell'appoggio dovuta alla presenza di una forte quantità di acciaio ordinario all'estradosso. Tale incremento, osservato anche da altri autori nello studio di travi continue in c.a. normale [9], va però rapidamente riducendosi per $\alpha > 2.0$ a causa della improvvisa diminuzione della rigidità flessionale sull'appoggio conseguente allo snervamento dell'armatura ordinaria tesa.

L'analisi è stata poi ripetuta assumendo, in accordo con le indicazioni delle Norme, per la fessurazione i valori medi delle proprietà dei materiali, per lo snervamento e la rottura i valori di calcolo. Come può osservarsi dalla figura 10, che mostra i relativi diagrammi momenti-curvature per le sezioni sull'appoggio ed in campata, mentre la rottura per momento positivo in campata avviene ancora per eccesso di deformazione nell'acciaio ordinario teso, con l'armatura da precompressione anch'essa in fase plastica, sull'appoggio la rottura per momento negativo è di tipo fragile con armatura sia ordinaria che da precompressione non ancora snervate. I corrispondenti valori dei momenti di rottura praticamente coincidono con quelli ottenuti dai domini $M-N$ in figura 7, indicando pertanto la quasi coincidenza fra i valori ottenuti con l'analisi non lineare e quelli dal calcolo elastico lineare. L'attenta osservazione dei domini di rottura suggerisce poi una riduzione dello sforzo di precompressione per ottenere, a parità di armatura ordinaria e di acciaio armonico, un comportamento più duttile sotto l'azione degli stessi carichi esterni. Diminuendo infatti N_0 si riduce il momento elastico dovuto alla precompressione e con esso il suo benefico effetto sui carichi esterni (si veda la figura 6), per cui il momento totale dal calcolo elastico lineare cresce sia sull'appoggio che in campata. Ma al tempo stesso, come si osserva dai domini in figura 7, scegliendo opportunamente il valore dello sforzo N_0 al tiro è possibile ottenere un incremento del momento di rottura della sezione sull'appoggio capace di controbilanciare l'aumento del momento totale agente ed al tempo stesso avere una riduzione del momento di rottura in campata di entità tale da rimanere, tenendo conto dell'aumento del momento totale agente, entro i margini consentiti dall'eccesso di armatura ordinaria presente al lembo teso.

4. CONCLUSIONI

Dall'analisi effettuata in questo lavoro, che prende spunto da un esempio sviluppato dal CEB [7] con calcolo elastico lineare, si mostra come con la

precompressione parziale, in schemi iperstatici come le travi continue, pur riducendosi i benefici effetti di contenimento delle sollecitazioni generate dai carichi esterni dovuti all'eccentricità del cavo ed alle reazioni dei vincoli iperstatici, si ottiene un comportamento più duttile delle singole sezioni capace di realizzare in alcuni casi una pur limitata ridistribuzione delle sollecitazioni. D'altra parte, per effetto della plasticizzazione delle sezioni sugli appoggi, già si verifica naturalmente una riduzione del momento iperstatico dovuto alla precompressione, che tende ad annullarsi man mano che ci si avvicina allo schema isostatico. Si è visto anche che, per la valutazione dello sforzo ottimale da applicare al tiro, risultano di estrema utilità i domini $M-N$ di rottura delle sezioni in campata e sugli appoggi intermedi, tracciati tenendo conto dei contributi dei singoli materiali costituenti la sezione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] NICOLOSI G., RAITHEL A., RICCIARDELLI F. 1993 - *I viadotti continui in c.a.p.: aspetti teorici e progettuali* - Atti delle Giornate AICAP 93, Pisa, pp. 245-250
- [2] SCHOLZ H. 1990 - *Ductility, Redistribution, and Hyperstatic Moments in Partially Prestressed Members* - ACI Structural Journal, Vol. 87, No. 3, pp. 341-349
- [3] MINISTERO LL.PP. 1997 - *D.M. 9 gennaio 1996. Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche* - G.U. 5 febbraio 1997 n. 29
- [4] CEN 1991 - *Eurocodice 2. Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: regole generali e regole per gli edifici* - UNI ENV 1992-1-1, Milano
- [5] CEB 1993 - *CEB-FIP Model Code 1990* - Bulletin d'information n. 213-214
- [6] MINISTERO LL.PP. 1992 - *D.M. 14 febbraio 1992. Norme tecniche l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche* - G.U. 18 marzo 1992 n. 55
- [7] CEB 1992 - *Contributions to the design of prestressed concrete structures* - Bulletin d'information n. 212
- [8] RAITHEL A., RICCIARDELLI F., SERINO G. 1997 - *I domini di rottura per il progetto e la verifica delle sezioni in c.a.p.* - Atti delle Giornate AICAP 97, Roma
- [9] COSENZA E., GRECO C., PECCE M. 1990 - *Rotazioni plastiche e duttilità richieste nelle travi continue in c.a.* - L'Industria Italiana del Cemento, No. 1, pp. 52-60

INFLUENZA DELLA RESISTENZA A TRAZIONE DEL CALCESTRUZZO AD ELEVATE PRESTAZIONI SUL COMPORTAMENTO IN SERVIZIO DI ELEMENTI INFLESSI IN C.A.

Salvatore RUSSO*, Enzo SIVIERO°

(*)Tecnico Laureato, Laboratorio di Scienza delle Costruzioni, I.U.A.V., Venezia
 (°)Professore Straordinario di Tecnica delle Costruzioni, Dipartimento di Costruzione dell'Architettura, I.U.A.V., Venezia

SOMMARIO

L'indagine, prevalentemente di tipo sperimentale, illustra i primi risultati relativi alla valutazione dell'influenza della resistenza a trazione del calcestruzzo sul comportamento in fase di servizio di elementi inflessi in c.a.. Tale aspetto assume evidentemente particolare rilievo qualora si impieghi calcestruzzo ad elevate prestazioni, il cui comportamento meccanico a trazione è sensibilmente migliore rispetto a quello di conglomerati di classe ordinaria.

Lo studio propone l'analisi per confronto fra travetti inflessi in c.a. confezionati con calcestruzzo da 30 MPa e 70 MPa e percentuale di armatura costante, ciò limitatamente alla fase di formazione delle prime fessure.

SUMMARY

Aim of this experimental research is the study of influence of tensile strength of concrete in serviceability state of RC deflected beams. In fact, it is common knowledge that today with use of High Strength Concrete we obtaine the not negligible improvement of mechanical properties of concrete in tension.

Starting of this point of view, we propose the comparison between the behaviour of reinforced concrete deflected beam - with the concentrated load at midspan - casting with two different concrete class, C30 and C70, the constant value of percentage of reinforcement, and this only for the first phase of cctacking

1. INTRODUZIONE

L'influenza della resistenza a trazione del calcestruzzo sul comportamento del solido cementizio in fase di servizio, è argomento di particolare attualità soprattutto in presenza di conglomerati cementizi ad elevata ed elevatissima resistenza.

L'impiego di detto calcestruzzo, infatti, incide in modo non trascurabile sull'intero comportamento strutturale, come peraltro già confermato da altri studi, [1], e in modo specifico sul comportamento in fase di servizio (in particolare in presenza di azioni esterne caratterizzate da spostamenti), con un incremento del numero di lesioni a fronte di una riduzione

dell'ampiezza media di fessura, ciò rispetto all'utilizzo di calcestruzzo ordinario, [2].

Con riferimento ora all'incidenza della qualità del calcestruzzo sulla nascita e sull'evoluzione del fenomeno fessurativo in elementi in c.a., è ben noto che la fase di formazione della prima fessura viene abitualmente identificata con il raggiungimento del limite di resistenza a trazione del calcestruzzo, f_{ct} ; è però altresì vero che detto parametro qualifica semmai in modo compiuto il comportamento a trazione del solo materiale calcestruzzo, in assenza di armatura di rinforzo, mentre per una completa comprensione del fenomeno fessurativo occorrerebbe valutare anche l'interazione acciaio-calcestruzzo, l'incidenza dei

parametri dimensionali e la composizione stessa del calcestruzzo, da cui le caratteristiche di tenacità e di energia di frattura, [3], [4], [5].

Su tale tema esiste già un' approfondita bibliografia che si è soffermata di volta in volta su specifici aspetti, attribuendo distinta valenza ai parametri in gioco.

Il valore di f_{ct} strutturale, cioè in opera, è già stato determinato in riferimento ad elementi tesi in c.a., in funzione della deformazione imposta e tenendo conto del numero di fessure, [6].

Ancora in riferimento a tiranti, il valore della resistenza a trazione del conglomerato viene calcolato, per distinti valori di percentuale di armatura, in base al valore della tensione dell'armatura in fessura, [7].

Un procedimento simile è stato inoltre proposto dagli autori, tenendo conto del completo sviluppo fessurativo, [8].

Meno ricca risulta invece la letteratura in materia di elementi strutturali inflessi e della messa in conto del valore di f_{ct} strutturale in analisi relative al comportamento in fase di servizio, argomento, questo, oggetto precipuo del presente studio.

E' d'altronde facilmente comprensibile come in questo caso la valutazione di f_{ct} e della sua incidenza in fase di servizio risulti particolarmente complessa, così come la predisposizione di appropriati modelli sperimentali.

Le variabili in gioco, peraltro, sono subordinate al tipo di carico, al numero e alla distribuzione delle barre, oltrechè ovviamente ai parametri dimensionali.

D'altronde, riferirsi per i relativi calcoli strutturali a valori convenzionali di f_{ct} dedotti dalla corrispondente classe di resistenza - o determinati sul solo calcestruzzo mediante le tradizionali prove di laboratorio - può apparire oggi riduttivo in presenza di conglomerati ad elevate prestazioni.

Il presente lavoro, seppur a livello preliminare, affronta questo aspetto mediante un'indagine sperimentale effettuata su travetti in c.a. semplicemente appoggiati e soggetti ad un carico concentrato applicato in mezzzeria.

Gli elementi sono stati confezionati con calcestruzzo appartenente a due distinte classi di resistenza, da 30 MPa e da 70 MPa, ciò per un valore costante di percentuale geometrica di armatura al fine di meglio evidenziare l'eventuale incidenza della qualità del calcestruzzo sul fenomeno fessurativo.

Per un confronto tra f_{ct} in opera e il corrispondente valore calcolato sul solo materiale, sono state effettuate prove alla 'brasiliana' con calcestruzzo proveniente dallo stesso impasto utilizzato per il confezionamento delle travi.

Le prove sugli elementi inflessi sono state condotte sino alla fase iniziale di formazione del processo fessurativo.

2. MODELLO SPERIMENTALE E FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Le travi impiegate sono di dimensioni 100 x 200 x 1300 mm, lo schema statico è illustrato in Figura n.1, con indicazione della disposizione delle armature e del diametro utilizzato.

Per la valutazione del valore di f_{ct} in opera, e dell'apertura di fessura, viene utilizzata strumentazione sia elettronica che manuale, con basi fisse, applicata nella zona centrale della trave, tenendo così conto dell'area maggiormente sollecitata dal carico e della conseguente area di diffusione delle fessure. Gli intervalli strumentati sono indicati con numeri romani.

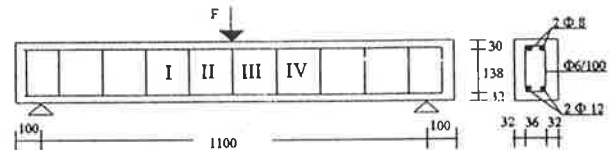


Figura 1. Schema statico della trave con indicazioni degli intervalli strumentati al lembo teso

La lunghezza dell'intervallo tra basi fisse è di 100 mm, l'intervallo relativo al campo di misura del trasduttore elettronico è pari a 44 mm. La percentuale geometrica di armatura tesa è costante, pari a 1.225%.

Gli allungamenti del calcestruzzo tra le basi fisse, sino alla prima fessura, vengono misurati mediante comparatore millesimale durante la prova, in corrispondenza di prefissati gradini di carico. Mentre il trasduttore elettronico fornisce in tempo reale una misurazione dell'ampiezza di fessura.

La prova viene effettuata in controllo di spostamento, con pause prefissate nell'applicazione del carico e ad una velocità di 0.01 mm/s, in modo tale da rilevare con un buon margine di precisione la presenza della prima lesione.

Nel complesso vengono utilizzati due distinti trasduttori, per il rilevamento della fessura e per il rilevamento degli abbassamenti in mezzzeria della trave, Figura n.2.

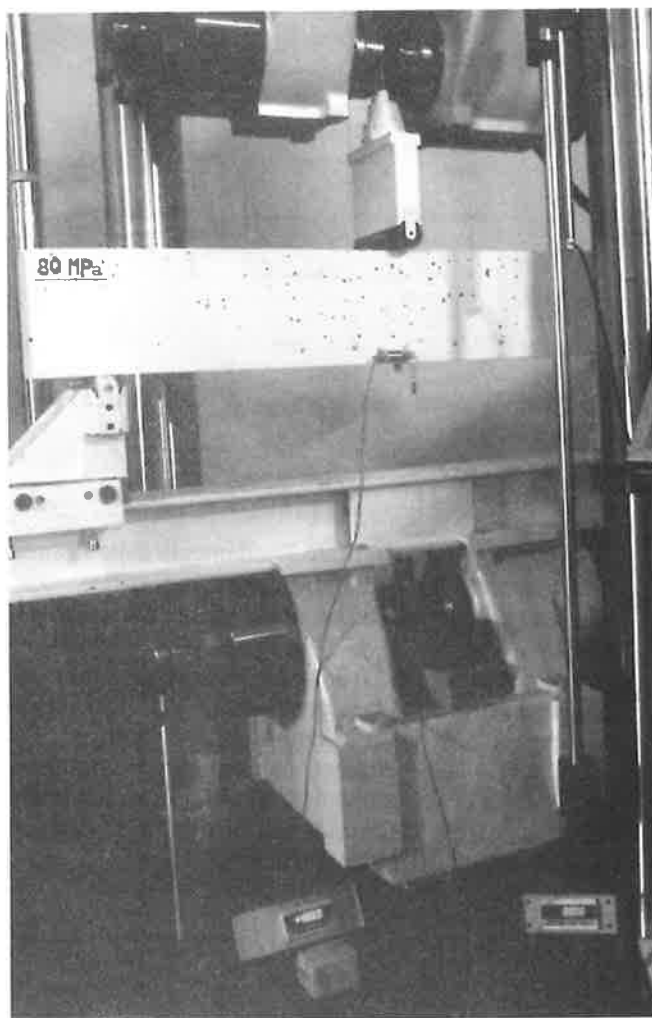


Figura 2. Descrizione della strumentazione applicata nella zona centrale della trave

Il conglomerato cementizio fa riferimento a due distinte classi di resistenza, da 30 MPa e da 70 MPa, le cui caratteristiche in termini di composizione e di prestazioni meccaniche effettive a compressione, sono indicate in Tabella 1.

Le prestazioni delle barre di rinforzo, tipo FeB44K sono illustrate in Tabella 2.

Classe	Cem. kg/m ³	Tipo. Portl.	a/c	Superfl. (%)	Silica F. (kg/m ³)	f _c (eff.) (MPa)
30MPa	300	32.5	0.58	\	\	34.2
70MPa	500	52.5	0.32	RH5000 (1.5%)	30	72.5

Tabella 1. Composizione e resistenza del calcestruzzo

Diam.	f _y (MPa)	f _t (MPa)	f _t /f _y	ε _u (%)
6 mm	515	648	1.25	9.0
8 mm	518	632	1.22	9.5
12 mm	524	635	1.21	10.5
val. medio	519	638	1.23	9.7

Tabella 2. Caratteristiche dell'acciaio

Il valore di f_{ct} in opera viene calcolato in due distinti modi:

a) utilizzando la deformazione a trazione del calcestruzzo ancora integro, ε_{ct}, misurata tra le basi fisse durante la prova, e un modulo di elasticità del calcestruzzo scelto in base a dati sperimentali già esistenti in letteratura, a parità di caratteristiche di confezionamento e di classe del conglomerato, [9], cioè in base alla seguente formula:

$$f_{ct1} = \varepsilon_{ct} \cdot E_c \quad (1)$$

b) utilizzando il valore di momento sperimentale di prima fessurazione, M_{cr(sp)}, e il modulo di resistenza W=1/6(bh²) assunto per sezioni rettangolari, cioè secondo la seguente formulazione:

$$f_{ct2} = M_{cr(sp)} \cdot \frac{1}{W} \quad (2)$$

Il confronto tra valore sperimentale di M_{cr(sp)} ed il corrispondente valore teorico, M_{cr(t)} calcolato secondo il CEB e l'ACI [10], [11], viene proposto utilizzando la formulazione (3):

$$M_{cr(t)} = f_{ct,fl} \left(\frac{J_1}{h - y_1} \right) \quad (3)$$

in cui f_{ct,fl} rappresenta la resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo, h l'altezza della sezione dell'elemento, y₁ e J₁ rispettivamente profondità dell'asse neutro e momento d'inerzia della sezione in assenza di fessure.

Per ciò che concerne la determinazione dell'ampiezza teorica di fessura w_t da confrontare con i corrispondenti valori sperimentali, viene utilizzata la formula del M.C. '90, tale che,

$$w_t = l_s \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (4)$$

che, considerando trascurabile il valore di ε_{cs} di deformazione da ritiro del calcestruzzo, e semplificando alcuni passaggi, può essere scritta nel seguente modo:

$$w_{l_s} = l_s \left(\varepsilon_{s2} - \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef} E_s} (1 + n \rho_{s,ef}) \right) \quad (4.1)$$

con l_s lunghezza di trasferimento, E_s modulo di elasticità dell'acciaio, ε_{s2} deformazione dell'armatura in fessura, f_{ctm} resistenza media a trazione del calcestruzzo dedotta dalla classe del conglomerato, $\rho_{s,ef}$ percentuale effettiva di armatura, data dal rapporto $A_s/A_{c,ef}$, con $A_{c,ef}$ così definita:

$$A_{c,ef} = 2.5 \cdot (h - d) \cdot b \quad (5)$$

ciò considerando la porzione di sezione di calcestruzzo realmente tesa indicata in figura 3; n coefficiente di omogeneizzazione dato dal rapporto E_s/E_c , tra modulo di elasticità del calcestruzzo e modulo di elasticità dell'acciaio. In presenza di azione di tipo statico viene assunto $\beta = 0.6$.

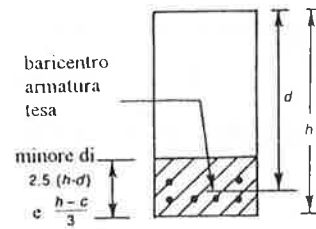


Figura 3. Area tesa effettiva di calcestruzzo in elementi inflessi

3. RISULTATI

In figura 4 viene illustrato l'andamento delle fessure in corrispondenza dell'applicazione del carico, con indicazione delle prime fessure e dei relativi valori di carico.

L'evoluzione del fenomeno fessurativo sino al raggiungimento della fase di stabilizzazione è illustrata nei diagrammi carico (P) - ampiezza di fessura (w), 5 e 6, relativi alla descrizione del comportamento delle zone centrali di diffusione delle fessure, negli intervalli denominati I-IV, come indicato in Figura 1, ciò per travi con $f_c=30$ MPa e travi con $f_c=70$ MPa.

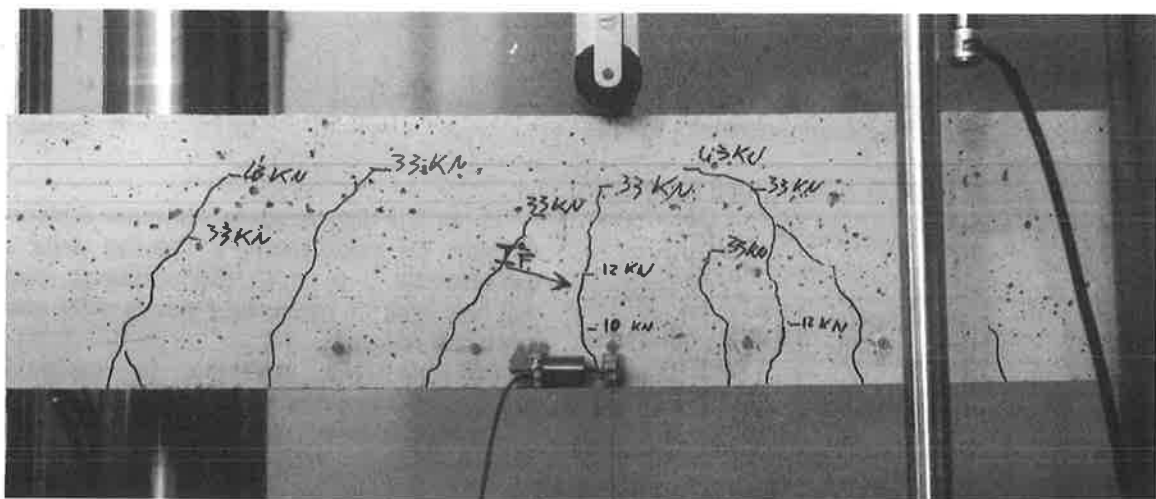


Fig.4. Fessurazione della zona centrale della trave

Detti diagrammi indicano, in primo luogo, l'intervallo all'interno del quale viene a formarsi la prima fessura, con il corrispondente livello di carico, e l'evoluzione dell'ampiezza delle fessure, ciascuna all'interno del singolo intervallo considerato.

La tabella 3 indica globalmente i valori di f_{ct} in opera calcolati per tutte le travi secondo la formula (1), proposti in confronto ai valori calcolati secondo la (2).

Da un primo confronto tra i dati ottenuti si rileva come il calcolo di f_{ct2} dedotto dal carico applicato fornisca valori superiori rispetto a quelli rilevati dalla lettura locale delle deformazioni del conglomerato.

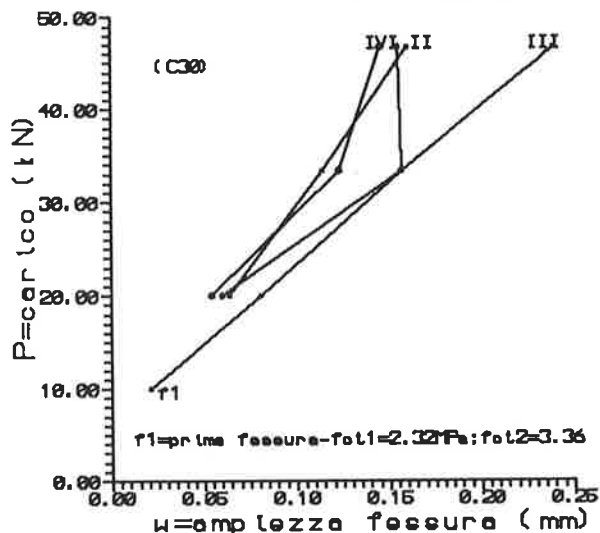


Figura 5. Diagramma P-w per travi C30

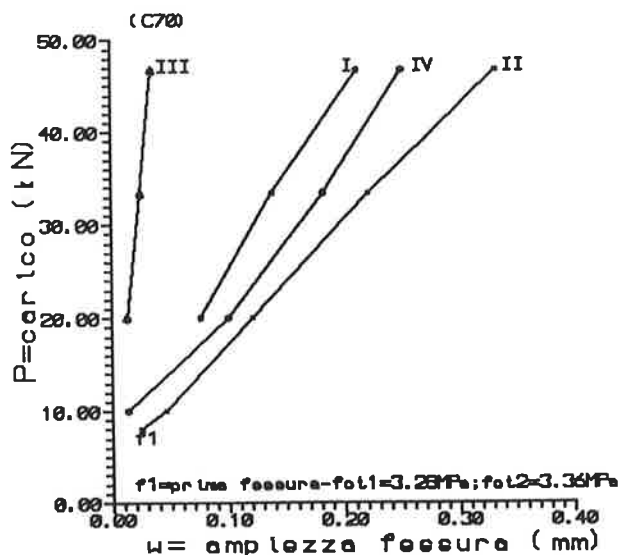


Figura 6. Diagramma P-w per travi C70

F_c (MPa)	N.Travi	f_{ct1} (MPa)	f_{ct2} (MPa)
30	1	2.32	3.36
	2	2.58	2.83
	3	2.63	3.15
	4	2.20	3.07
	5	2.05	2.85
	val. medio		2.36
70	1	3.28	4.20
	2	3.41	4.36
	3	3.17	4.27
	4	3.29	4.38
	5	3.00	4.39
	va. medio		3.21

Tabella 3. Valori di resistenza a trazione in opera del-calcestruzzo

F_c (MPa)	N.Travi	W_{sp} (mm)	W_t (mm)*
30	1	0.171	0.1638
	2	0.157	
	3	0.191	
	4	0.196	
	5	0.225	
	valore medio	0.188	
70	1	0.162	0.1554
	2	0.175	
	3	0.124	
	4	0.136	
	5	0.151	
	valore medio	0.149	

* (Calcolata secondo la 4.1, con $P=33kN$, corrispondente alla fase di fessurazione stabilizzata)

Tabella 4. Valori di ampiezza di fessura

F_c (MPa)	N. Travi	$M_{cr(sp)}$ (kNmm)	$M_{ct(t)*}$ (kNmm)
30	1	2243	1544
	2	1890	
	3	2100	
	4	2050	
	5	1900	
	valore medio	2037	
70	1	2803	2716
	2	2910	
	3	2850	
	4	2925	
	5	2930	
	valore medio	2884	

* (Calcolato secondo la (3), con $f_{ct,t}$ da D.M. '96)

Tabella 5. Valori di momento di prima fessurazione

Le tabella 4 e 5 raggruppano invece rispettivamente i valori teorici e sperimentali relativi all'ampiezza della

singola fessura w , e alla valutazione del momento di prima fessurazione M_{cr} determinato per via sperimentale e secondo la formulazione (3). I dati sulle lesioni si riferiscono alla prima fessura e allo sviluppo della sua ampiezza, sino al carico limite indicato nella stessa Tabella.

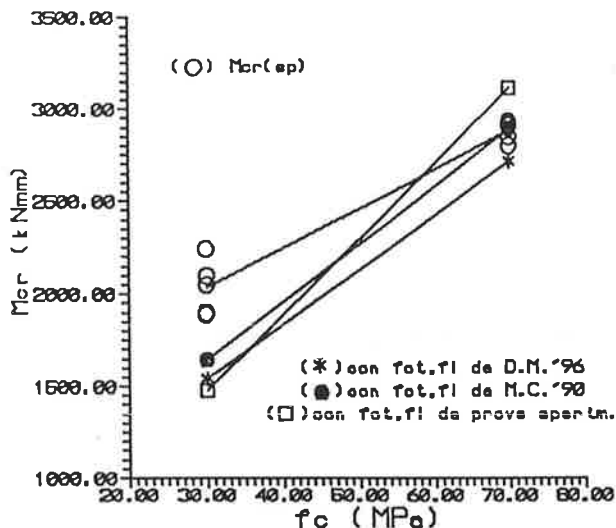


Figura 7. Valori di Momento di prima fessurazione

Il diagramma di Figura 7 pone a confronto i valori di momento di prima fessurazione dedotti sperimentalmente e quelli calcolati in via teorica secondo la (3), in quest'ultimo caso utilizzando sia i valori di $f_{ct,n}$ secondo il D.M. del '96, [12], sia il dato proposto dal M.C., sia, infine, utilizzando i valori sperimentali disponibili in letteratura, [5].

4. CONCLUSIONI

L'incidenza del valore di f_{ct} sul calcolo strutturale in fase di servizio appare non trascurabile, soprattutto se si opera una distinzione tra i risultati ottenuti impiegando il valore convenzionale, e quelli relativi all'effettivo comportamento degli elementi inflessi. Considerando l'indagine sperimentale nel suo complesso, si rileva che: a) le normative, sia a livello nazionale, con il D.M. '96, che a livello internazionale, con il M.C.'90, prescrivono valori di $f_{ct,n}$ che implementati nelle tradizionali formule di calcolo di M_{cr} forniscono valori sensibilmente inferiori rispetto all'effettiva risposta strutturale dell'elemento; b) tale aspetto da un lato garantisce il progettista in termini di sicurezza generale della struttura, lasciando più ampi margini di previsione dell'evento fessurativo; all'altro lato non favorisce un effettivo impegno delle complete prestazioni del conglomerato cementizio, specialmente

se ad elevate prestazioni; c); Le differenze rilevate tra momento teorico e sperimentale di prima fessurazione possono rendere difficoltoso il controllo effettivo del fenomeno fessurativo. Più precisamente ci si riferisce al calcolo dell'ampiezza di fessura, che può risultare maggiore rispetto ai limiti previsti, a causa di un elevato rilascio di energia da parte del conglomerato all'atto della formazione della lesione.

La ricerca prevede un'ulteriore indagine per confronto con travi confezionate con calcestruzzo classe 90 MPa.

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia lo stabilimento 'Zillo Calcestruzzi' (PN) per il confezionamento degli elementi in c.a..

BIBLIOGRAFIA

- [1] MALIER Y., 1992, "Les bétons à hautes performances", Presses ENPC.
- [2] JACCOUD J.P., CHARIF H., FARRA B., 1993, "Cracking behaviour of HSC structures and practical consequences for design", EPFL, Publ. n.139.
- [3] CREAZZA G., DI MARCO R., RUSSO S., SIVIERO E., 1996, "Tension Stiffening effect in High Strength Concrete", 4th Int. Sym. on H.S.C., Parigi.
- [4] CALCESTRUZZI SPECIALI, Commissione Aicap, 1995, "Documento di studi sulla progettazione e realizzazione di opere di conglomerato cementizio ad alta resistenza".
- [5] GALEOTA D., GIAMMATTEO, M.M., MARINO, R., 1993, "Proprietà di frattura del calcestruzzo ad elevata resistenza", n.13, Quaderni di Studi e Ricerche.
- [6] FAVRE, R., JACCOUD J.P., KOPRNA, M., RADOJICIC A., 1994, "Progettare in calcestruzzo armato", Hoepli.
- [7] ESPION, B., 1984, "Lois de comportement des tirants en béton armé", U.L.B., Bull. n.84-1, Génie Civil.
- [8] RUSSO, S., SIVIERO, E., 1996, "La valutazione della resistenza a trazione strutturale del calcestruzzo ad elevate prestazioni in elementi in c.a. inflessi", Congresso CTE.
- [9] FARRA, B., JACCOUD, J.P., "1993, "Rapport des essais des tirants", IBAP, Publ. n.140.
- [10] MODEL CODE '90, 1993, Printed Editor, "Bull. d'Inf. n.213/214", Thomas Telford Editor.
- [11] ACI, Committee 435, 1984, "Deflection of reinforced Concrete Flexural Members", ACI Journal, Vol.63 n.6, pagg. 637-674.
- [12] D.M. 9/1/96, "Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in c.a...", 1996.

ANALISI TERMOELASTICA DI STRUTTURE DI CALCESTRUZZO MASSIVO

Anna SAETTA

Ricercatore Confermato

Dipartimento di Costruzione dell'Architettura - Università di VENEZIA

Roberto SCOTTA

Dottorando in "Meccanica delle Strutture" - 9° ciclo

Dipartimento di Costruzioni e Trasporti - Università di PADOVA

Renato VITALIANI

Professore Associato

Dipartimento di Costruzioni e Trasporti - Università di PADOVA

SOMMARIO

In questa nota viene presentato un modello numerico agli elementi finiti per lo studio dello stato tensionale indotto da effetti termici in strutture massive di calcestruzzo. Si considera il problema termico disaccoppiato da quello meccanico. Si risolve, quindi, in una prima fase il transitorio termico e successivamente si esegue l'analisi meccanica sovrapponendo gli effetti termici a quelli dei carichi esterni applicati. Si considera la variazione delle proprietà meccaniche del materiale in funzione della maturazione del calcestruzzo. Il metodo di calcolo proposto viene verificato con semplici esempi e poi applicato all'analisi di una diga a gravità in calcestruzzo.

SUMMARY

A numerical procedure based on the finite element method for the stress-strain analysis of concrete structures exposed to time- and space-variable thermal loads is presented. The thermal problem is considered uncoupled with respect to the mechanical one: the thermal transient is solved and then the stress-strain analysis is carried out. The mechanical properties of concrete are considered variable with concrete aging. Some test examples are developed and the stress-strain-thermal analysis of a concrete dam is carried out in order to prove the effectiveness and the reliability of this numerical method in practical structural design.

1. INTRODUZIONE

Lo studio dello stato tensionale indotto da effetti termici in strutture massive di calcestruzzo deve tenere conto dell'interazione di diversi fattori, quali il processo di idratazione del cemento, la metodologia di esecuzione, l'evoluzione degli agenti climatici e la variabilità delle caratteristiche meccaniche del materiale con il tempo.

La soluzione analitica di un così complesso problema, anche se affrontata in ambito lineare, risulta

praticamente impossibile, se non in casi particolarmente semplici. Di conseguenza si sono sviluppati numerosi metodi sia di origine sperimentale che di calcolo numerico [e.g. 1÷8], che affrontano il problema con diversi gradi di approssimazione, adottando ipotesi semplificative sul comportamento dei materiali. Tra le applicazioni più comuni di tali metodi si hanno quelle relative all'analisi di dighe in c.a. [3 ÷ 5] e di sezioni di ponti in c.a. e c.a.p. [6 ÷ 8].

In questo lavoro viene presentata una procedura di calcolo basata sul metodo degli elementi finiti e con

l'ipotesi semplificativa di poter trascurare l'influenza del problema meccanico sulla soluzione di quello termico [5,6,9,10]. Il problema termico è intrinsecamente non lineare a causa dell'interdipendenza tra evoluzione della maturazione del calcestruzzo, la distribuzione di temperatura e lo sviluppo del calore di idratazione.

Il problema accoppiato viene risolto con una procedura step by step. In una prima fase viene studiato il transitorio termico, determinando anche l'evoluzione della maturazione del calcestruzzo misurata dal parametro *tempo equivalente di maturazione*. Nella seconda fase si esegue l'analisi meccanica, sovrapponendo gli effetti termici a quelli dei carichi esterni applicati. Il problema meccanico è anch'esso non lineare a causa della progressiva variazione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo con la maturazione. Il problema viene linearizzato all'interno di ogni passo temporale adottando uno schema di Eulero. Per il materiale si assume un comportamento elastico-lineare con parametri caratteristici funzioni note dello spazio e del tempo. In particolare la legge che governa la loro variazione viene esplicitata in funzione del tempo equivalente.

L'assunzione di una procedura di soluzione incrementale per il problema meccanico consente, quindi, di seguire con buona precisione e limitato onere computazionale l'evoluzione nel tempo degli stati tensionali, potendo anche tenere conto di una costruzione in fasi successive dell'opera.

Il metodo di calcolo proposto viene testato con semplici esempi e successivamente applicato all'analisi di una diga a gravità in calcestruzzo. In questo caso si tiene conto della modalità di esecuzione della struttura (strati di calcestruzzo gettati in tempi successivi), delle diverse condizioni termiche al contorno, nonché della generazione interna di calore. Viene anche evidenziata l'influenza della variabilità del modulo elastico con la maturazione, sulla distribuzione dello stato tensionale. Questo fenomeno risulta importante soprattutto in getti giovani a causa della rapida evoluzione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo durante il processo di idratazione.

2. ANALISI TERMICA

Il problema termoelastico è governato dall'equazione generale della conduzione del calore che, in ipotesi di dominio piano, assume la forma:

$$c_v \rho \frac{\partial T}{\partial t} = H + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

dove T è il campo di temperatura nel piano (x,y) , λ è la conduttività, c_v è il calore specifico a volume costante,

ρ è la densità e t il tempo. La funzione $H(x,y,t)$ esprime la generazione interna di calore secondo la relazione:

$$H(x,y,t) = \frac{\partial q_g}{\partial V} \quad (2)$$

dove q_g è la potenza totale generata all'interno del volume V .

L'equazione differenziale (1), secondo le usuali procedure del metodo degli elementi finiti, si trasforma nella seguente espressione matriciale:

$$C(T) \cdot \dot{T}(t) + K_t(T) \cdot T(t) = Q(t) \quad (3)$$

dove:

$C(T)$ è la matrice globale delle capacità termiche del sistema, funzione della temperatura;

$K_t(T)$ è la matrice globale della conduttività termica, funzione della temperatura;

$T(t)$ è il vettore delle temperature nodali all'istante t ;

$\dot{T}(t)$ è il vettore delle derivate delle temperature nodali all'istante t ;

$Q(t)$ è il vettore dei flussi termici nodali all'istante t , derivanti da generazione interna, convezione radiazione e sorgenti esterne.

Le condizioni iniziali e le condizioni al contorno necessarie per ottenere una soluzione univoca dell'equazione (1) si possono esprimere rispettivamente:

$$\text{condizioni iniziali} \quad T(x,y,t=0) = T_0(x,y) \quad (4)$$

La funzione $T_0(x,y)$ può essere calcolata mediante un'analisi preventiva in regime stazionario applicando al contorno del dominio bidimensionale le temperature medie annuali dell'ambiente circostante (aria, acqua, terreno, ecc.).

Per le *condizioni al contorno* si utilizza un'espressione che riassume i diversi contributi di flusso, convettivi e radianti:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_c^* (T_a^* - T_s) \quad (5)$$

dove n è il vettore unitario normale alla superficie; T_a^* è la temperatura equivalente dell'aria, somma della temperatura dell'aria e di un contributo che tiene conto degli effetti della radiazione solare:

$$T_a^* = T_a + \frac{\alpha_{abs}}{\alpha_c} (I_i + I_d) \quad (6)$$

α_{abs} è il coefficiente di assorbimento emisferico globale della superficie, dipendente dal materiale e dalla temperatura della radiazione incidente; I_i ed I_d sono i valori della radiazione solare diretta e diffusa; α_c^* è il

coefficiente fittizio di convezione, somma del coefficiente di convezione e di quello di radiazione:

$$\alpha_c^* = \alpha_c + \alpha_r \quad (7)$$

Le condizioni al contorno relative all'interfaccia aria-calcestruzzo vengono inserite nell'equazione di equilibrio dei flussi termici (3) attraverso il calcolo di un opportuno coefficiente correttivo che modifica la matrice globale di conduttività K_t .

Nei casi in cui le superfici esterne siano a contatto con acqua o terreno, si impone che la temperatura al contorno sia pari a:

$$T(x, y, t) = f_\Sigma(x, y, t) \quad (8)$$

dove Σ è il contorno del dominio di indagine, f_Σ è una funzione nota del tempo t e delle coordinate $x, y \in \Sigma$.

Nello studio dei getti massivi si ha un ulteriore caso di contatto tra calcestruzzo ed acqua, quello relativo alla presenza di tubi refrigeranti (cooling pipe), nel getto della struttura massiccia. L'inserimento di questi tubi all'interno dei quali scorre l'acqua refrigerante, è finalizzato al mantenimento della temperatura del getto entro valori accettabili. Se si considera il tubo posizionato in corrispondenza di un nodo i -esimo della mesh, si modifica l'equazione di equilibrio dei flussi termici relativa a quel nodo, aumentando l' i -esimo elemento diagonale della matrice di conduttività e modificando il vettore dei flussi termici per tenere conto della temperatura dell'acqua refrigerante.

3. GENERAZIONE DEL CALORE

Per la soluzione del problema termico è utile esprimere il calore generato in funzione del grado di idratazione del calcestruzzo, ovvero del parametro temporale detto tempo equivalente t_{eq} . In questo lavoro si adotta la formulazione di Freiesleben, Hansen e Pedersen, secondo la quale [11]:

$$Q = Q_\infty \exp\left\{-\left[\frac{\tau}{t_{eq}}\right]^\alpha\right\} \quad (9)$$

dove Q_∞ è il calore sviluppato a tempo infinito in condizioni adiabatiche, α è una costante e τ è un tempo, entrambi funzione del tipo di cemento. Per un cemento Portland normale si può assumere:

$$Q_\infty = 500 \text{ kJ / kg}$$

$$\alpha = 0.88$$

$$\tau = 9.9 \text{ ore}$$

Il tempo equivalente è funzione del grado di maturazione del calcestruzzo e viene calcolato in base a

prove sperimentali isoterme svolte alla temperatura di 20 °C (293 K) secondo la relazione seguente:

$$t_{eq}(t) = \int_0^t \exp\left\{\frac{E}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T_{K2}(t)}\right)\right\} dt \quad (10)$$

dove:

E è l'energia di attivazione del processo in kJ/kmol;

R è la costante universale dei gas, pari a 8.314 kJ/(kmol K);

$T_{K2}(t)$ è la temperatura assoluta del processo di idratazione nella struttura reale.

Se, nell'intervallo di tempo Δt la temperatura $T_{K2}(\Delta t)$ è nota e può essere considerata costante, si ottiene per il tempo equivalente l'espressione seguente:

$$t_{eq}^e(t + \Delta t) = t_{eq}^e(t) + \exp\left\{\frac{E}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T_m^e}\right)\right\} \Delta t \quad (11)$$

Tale relazione esprime, in ogni punto del corpo all'istante $t + \Delta t$, il tempo equivalente in funzione della temperatura media T_m^e dell'elemento espressa in K tra l'istante t e l'istante $t + \Delta t$. Si può esprimere la temperatura media con la relazione:

$$T_m = \theta \cdot T(t) + (1 - \theta) \cdot T(t + \Delta t) \quad (12)$$

dove $0 \leq \theta \leq 1$ è un parametro di integrazione, caratteristico del metodo trapezoidale.

Il valore dell'energia di attivazione E per un cemento Portland espressa in funzione della temperatura secondo la proposta di Freiesleben, Hansen e Pedersen [11] è pari a:

$$E = \begin{cases} 33.5 + 1.47(293 - T_m^e) & \text{kJ / mol per } T_m^e < 293\text{K} \\ 33.5 & \text{kJ / mol per } T_m^e \geq 293\text{K} \end{cases} \quad (13)$$

Dal grado di idratazione del cemento dipende anche lo sviluppo delle proprietà meccaniche. Si può quindi esprimere il modulo elastico, ed analogamente anche le altre caratteristiche meccaniche, in funzione del tempo equivalente mediante una relazione del tipo:

$$E_c(t_{eq}) = E_{c\infty} \left(1 - \beta e^{-\delta t_{eq}}\right) \quad (14)$$

In tale relazione $E_{c\infty}$ è il modulo di elasticità sviluppato a tempo infinito, δ e β sono parametri d'interpolazione che, per calcestruzzi normali, possono essere assunti pari rispettivamente a: $\delta = 0.206$, $0.95 \leq \beta \leq 1$.

La relazione (9) viene utilizzata nel calcolo del vettore dei flussi termici entranti che compare nella relazione (3).

4. ANALISI TENSIONALE

Il calcolo delle tensioni derivanti da uno stato di coazione termica può essere svolto con differenti ipotesi, a seconda se si studia una struttura da tempo in esercizio, soggetta a carichi termici climatici od artificiali, oppure un'opera recente, con getto di calcestruzzo giovane per il quale le proprietà meccaniche non hanno ancora raggiunto valori costanti.

Nel primo caso si può eseguire l'analisi in ipotesi di elasticità lineare del materiale, considerando le proprietà meccaniche indipendenti dalla temperatura, per $T < 40 - 50$ °C. Tale metodo fornisce risultati soddisfacenti per strutture prive di evidenti stati fessurativi e nelle quali le azioni termiche siano di modesta entità e di breve durata, al fine di poter considerare lo sviluppo delle tensioni elastico e istantaneo. Con un modello elastico lineare si possono in generale ottenere informazioni preliminari sullo stato di coazione, definendo il problema e indicando le zone a maggiore rischio di fessurazione.

Nei casi in cui il carico sia applicato per tempi lunghi con valori dello stato tensionale maggiori o, comunque, per eseguire analisi più accurate, risulta necessario abbandonare le ipotesi della trattazione elastica, considerando nel calcolo tensionale i fenomeni di fessurazione, di danneggiamento e la viscosità, quest'ultima in modo particolare dipendente dalla temperatura.

Nell'analisi di getti giovani, pur potendo mantenere le ipotesi di elasticità lineare, è necessario tenere conto della rapida evoluzione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo durante il processo di idratazione, cfr. relazione (14).

L'utilizzo di modelli costitutivi adatti a simulare il reale comportamento del materiale calcestruzzo, in presenza di azioni termiche, è ancora oggi un campo aperto di ricerca. Le applicazioni pratiche alle analisi strutturali delle diverse teorie che si possono trovare sviluppate in letteratura presentano indubbe difficoltà sia dal punto di vista teorico, che numerico.

La soluzione del problema termo-meccanico in strutture massive di calcestruzzo, analizzate sin dalla fase iniziale di getto, tenendo conto della variabilità della geometria della struttura durante le fasi costruttive, impone l'abbandono delle semplici ipotesi di elasticità lineare per il materiale.

Di conseguenza si è adottata in questo lavoro una procedura di soluzione del problema meccanico per passi successivi, all'interno dei quali il comportamento meccanico del materiale viene linearizzato.

Mediante l'equazione (14), noto il tempo equivalente all'istante t , si determina il valore medio del modulo elastico del materiale $E_c(x,y,t+\vartheta\Delta t)$ nell'intervallo $t - t+\Delta t$, variabile punto per punto.

Si può quindi scrivere la legge costitutiva in forma incrementale per la valutazione dello stato tensionale e deformativo in ogni punto del materiale:

$$\sigma_{ij}(t + \Delta t) = \sigma_{ij}(t) + D_{ijkl}(t + \vartheta\Delta t) \cdot \Delta \epsilon_{kl} \quad (15)$$

La procedura di soluzione presentata consente, quindi, di valutare lo stato di tensione e di deformazione in una struttura, per effetto di una assegnata distribuzione di temperatura. I vantaggi di un simile approccio semplificato sono i seguenti:

- ridotto onere computazionale rispetto ad analisi non lineari. Rispetto ad una semplice analisi elastica lineare si ha la necessità di ricalcolare ad ogni step temporale la matrice di rigidezza;
- la formulazione esplicita del modulo elastico E_c in funzione del tempo equivalente consente di tenere conto della ridotta rigidezza dei calcestruzzi giovani, simulando la formazione di stati deformativi anche importanti (ad esempio dovuti al ritiro del materiale), senza eccessivo accumulo di stati tensionali;
- si può tenere conto delle coazioni dovute al diverso livello di maturazione tra diversi punti di uno stesso getto, o di getti successivi.

Per contro il modello non è in grado di tenere conto delle deformazioni irreversibili dovute al fenomeno di scorrimento viscoso sotto sforzo costante, né della riduzione dello stato tensionale per effetto del fluage.

5. ANALISI TERMOELASTICA DI UN CUBO DI CALCESTRUZZO

Si consideri un cubo di calcestruzzo di dimensioni $1\text{ m} \times 1\text{ m}$. I dati relativi alle condizioni di esposizione ed alle proprietà del calcestruzzo sono riassunte in Tabella 1. Il coefficiente di convezione si assume pari a: $\alpha_c = 8 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, che corrisponde ad una velocità del vento di circa 0.6 m/s .

Volume	1 m^3
dosaggio di cemento	$z = 300 \text{ kg/m}^3$
densità	$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$
coefficiente di conduzione	$\lambda = 2.63 \text{ J/sm}^\circ\text{C}$
modulo elastico a tempo infinito	$E_\infty = 32200 \text{ MPa}$
temperatura del getto	$T_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$
temperatura dell'aria	$T_a = 18 \text{ }^\circ\text{C}$

Tabella 1

Si eseguono due differenti analisi dello stato deformativo e tensionale del cubo di calcestruzzo,

rispettivamente nell'ipotesi di considerare il modulo di elasticità costante con il tempo, oppure variabile secondo la relazione (14). Per entrambe le analisi le distribuzioni di temperatura e del tempo equivalente sono le stesse, vista l'ipotesi di indipendenza tra transitorio termico ed analisi meccanica.

In Figura 1 sono riportati i campi di temperatura in quattro istanti diversi, rispettivamente dopo 1 giorno, 3 giorni, 7 giorni e 28 giorni dal getto.

Per effetto dello sviluppo del calore di idratazione le temperature massime pari a 40 °C, si rilevano al centro del cubo dopo circa 3 giorni dal getto. Nei giorni successivi si ha un progressivo raffreddamento del materiale, poiché la dispersione superficiale del calore supera lo sviluppo di calore dovuto all'idratazione. A 28 giorni permane ancora un nucleo centrale a temperatura maggiore, pari a circa 25 °C, mentre sul contorno si è raggiunto l'equilibrio con le condizioni ambientali.

Con riferimento all'evoluzione del tempo equivalente si ha che, ad un giorno dal getto, dopo che si è verificato un certo sviluppo di calore di idratazione, si ha una differenza nel tempo equivalente tra il contorno ed il nucleo. Dopo 28 giorni si raggiunge il valore massimo del tempo equivalente di 56 giorni a livello del nucleo e di 34 giorni sul contorno. Da notare come il tempo equivalente risulta maggiore del tempo reale, $t_{eq} > t$, essendo la temperatura maggiore di quella di riferimento, pari a 20 °C $T > T_{rif}$.

1.1 Analisi termica a modulo costante

La Figura 2 mostra l'andamento delle tensioni massime valutate nell'ipotesi di modulo elastico costante.

I valori massimi delle tensioni di trazione, pari a circa 2.6 MPa si riscontrano dopo 7 giorni dal getto, sulle facce laterali del cubo, in corrispondenza alle massime differenze di temperatura tra nucleo e contorno calcolate in precedenza (cfr. Figura 1). Dal settimo giorno in poi le tensioni di trazione cominciano a decrescere poiché si riducono i gradienti termici.

1.2 Analisi termica a modulo variabile

Le tensioni valutate con analisi elastica a modulo variabile risultano inferiori a quelle ottenute dall'analisi precedente. La riduzione è pari a circa il 50%, come si evince dai grafici delle tensioni massime di trazione, (Figura 3), che raggiungono il valore di circa 1.3 MPa dopo 7 giorni dal getto.

La diminuzione dei valori delle tensioni è dovuta all'insorgenza di stati tensionali di minore entità nelle fasi iniziali del getto, rispetto a quelli che si verificano con modulo elastico costante, pari al valore a 28 giorni. Infatti, nell'analisi a modulo variabile, agli elevati gradienti termici dei primi giorni corrispondono valori del modulo considerevolmente inferiori e, quindi, una maggiore adattabilità della struttura alle deformazioni termiche.

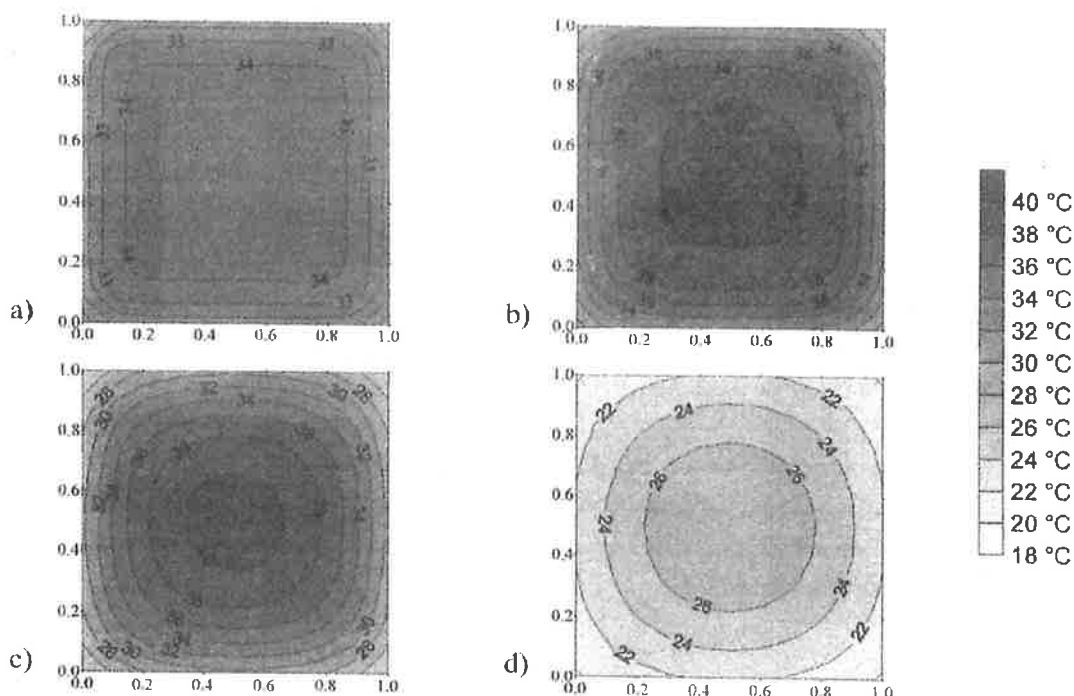


Figura 1: campi di temperatura (a) dopo 1 giorno, (b) dopo 3 giorni, (c) dopo 7 giorni (d) dopo 28 giorni

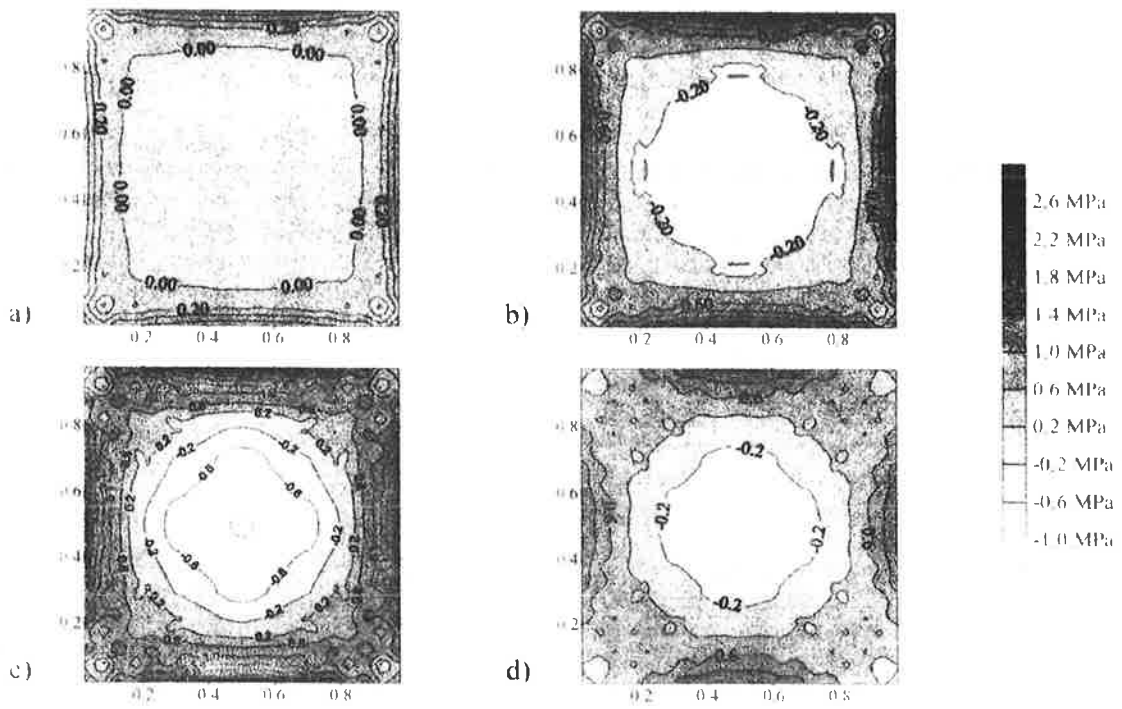


Figura 2: tensioni massime (a) dopo 1 giorno, (b) dopo 3 giorni, (c) dopo 7 giorni (d) dopo 28 giorni (Analisi con modulo elastico costante)

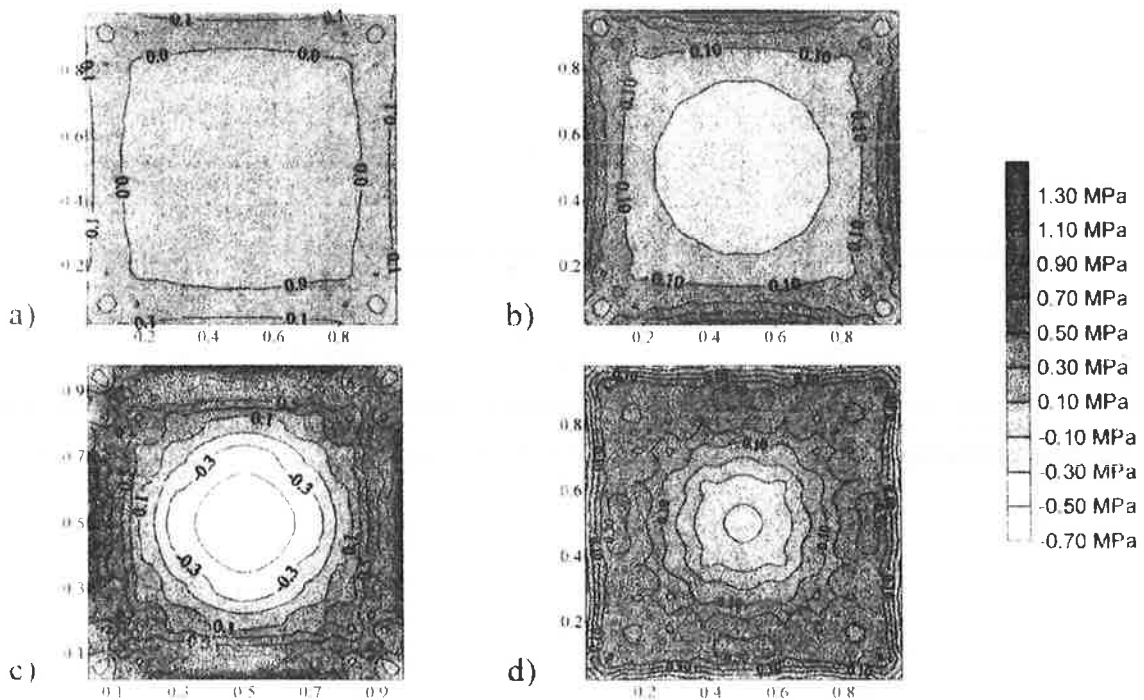


Figura 3: tensioni massime (a) dopo 1 giorno, (b) dopo 3 giorni, (c) dopo 7 giorni (d) dopo 28 giorni (Analisi con modulo elastico variabile)

6. ANALISI TERMOELASTICA DI UNA DIGA A GRAVITÀ

In Figura 4 è riportata la sezione verticale della diga a gravità di Leda sul torrente Astico (presso Schio, Vicenza). Tale diga, costruita fra il 1957 ed il '58 dopo opportune iniezioni della roccia di fondazione, ha un'altezza di circa 15 metri, con invaso massimo del serbatoio di 13,5 metri.

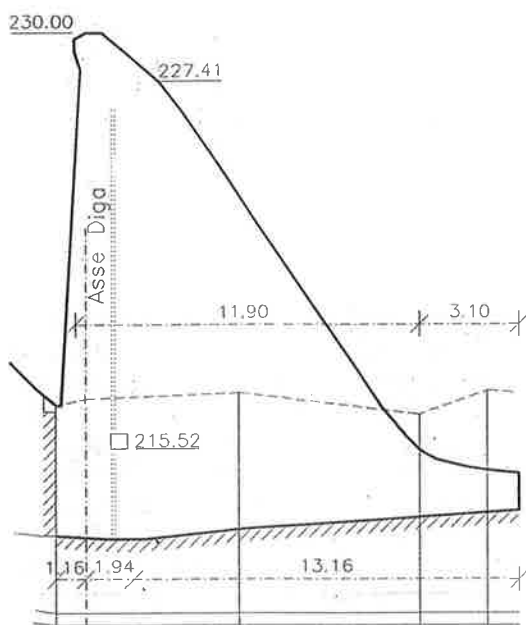


Figura 4: geometria della diga

Con riferimento al concio centrale della diga, (la cui sezione di mezzeria dista circa 7 m dai giunti di dilatazione), si è effettuata una analisi termoelastica comprendente due fasi temporali successive:

- la prima, condotta dall'inizio della costruzione per la durata di un anno, ipotizza l'assenza di acqua nel bacino, quindi gli scambi termici del paramento di monte si sono considerati puramente convettivi.
- la seconda tiene conto della presenza di acqua nell'invaso ed è stata protratta per 9 anni. La diga risulta costituita da 10 strati, corrispondenti alle diverse fasi costruttive.

Le proprietà meccaniche della roccia di fondazione e del calcestruzzo, ricavate da prove sperimentali effettuate nel 1957 sui provini di roccia e nel 1994 su quelli di calcestruzzo ottenuti per carotaggio, sono riassunte rispettivamente in *Tabella 2* e *Tabella 3*.

Il coefficiente di convezione, funzione della velocità media del vento, si assume pari a :

$$\alpha_c = 5.6 + 4.0 v = 11,6 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

per $v = 1,5 \text{ m/s}$

Mentre il coefficiente di radiazione dipende dalla temperatura media annuale calcolata e vale:

$$\alpha_r = 2,88 + 0,045 (T_a - 5) = 3,2 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

densità	$\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$
coefficiente di conduzione	$\lambda = 2.5 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$
modulo elastico a tempo infinito	$E_\infty = 49000 \text{ MPa}$
coeff. di dilatazione termica	$\alpha = 0.8 \times 10^{-5} /^\circ\text{C}$
rapporto di Poisson	$\nu = 0.15$
calore specifico	$c = 0.84 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)}$

Tabella 2: caratteristiche della roccia

densità	$\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$
coefficiente di conduzione	$\lambda = 3.06 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$
modulo elastico a tempo infinito	$E_\infty = 32200 \text{ MPa}$
coeff. di dilatazione termica	$\alpha = 10^{-5} /^\circ\text{C}$
calore di idratazione	$Q = 500 \text{ kJ/kg}$
coefficienti di Freiesben	$\tau = 9.9 \text{ h}$ $\alpha = 0.88$ $h = 0.4125 \text{ gg}$
rapporto di Poisson	$\nu = 0.15$
calore specifico	$c = 0.96 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)}$

Tabella 3: caratteristiche del calcestruzzo

6.1 Modalità di costruzione ed elaborazione dei dati climatici

Il getto viene eseguito per conci successivi, secondo le fasi riportate in *Tabella 4*.

Ogni strato, una volta terminato, ha la superficie superiore a contatto con l'aria, con i relativi scambi di calore, per tutto il tempo prima del getto dello strato successivo.

Questa modalità di getto influenza in modo determinante lo stato di tensione di origine termoelastica. Durante il periodo di attesa del getto successivo è possibile per ogni strato la massima dispersione del calore prodotto dalla maturazione. Il susseguirsi dei getti degli strati superiori produce un isolamento termico sempre maggiore nella direzione verticale, mentre si mantiene lo scambio termico per convezione lungo le due superfici esterne (valle e monte). Si ha dunque un rapido raffreddamento della zona di bordo e un aumento pressoché adiabatico della temperatura del nucleo.

n° strato	inizio getto	termine getto	durata getto (h)	spessore getto (cm)	altezza finale (m s.m.m.)	totale mc
1	19/11 ore 16	23/11 ore 7	79	287	215,50	528.5
2	26/11 ore 20	27/11 ore 23	27	100	216,50	186.0
3	30/11 ore 13	2/12 ore 3	38	200	218,50	253.5
4	6/12 ore 10	7/12 ore 22	36	150	220 00	197.0
5	20/12 ore 7	21/12 ore 12	29	180	221,80	205.0
6	27/12 ore 12	28/12 ore 16	28	200	223,80	181.0
7	4/1 ore 6	5/1 ore 5	23	170	225,50	149.5
8*	8/1 ore 19	9/1 ore 22	27	200	227 50	112.5
9	17/1 ore 20	18/1 ore 3	7	130	228,80	43.0
10	23/1 ore 14	23/1 ore 24	10	120	230,00	31.0

Tabella 4: dati sulle fasi di costruzione della diga

Durante il getto della diga si sono rilevate la temperatura ambiente e l'umidità relativa. Poiché le variazioni della temperatura esterna nel corso della giornata hanno influenza limitata sul gradiente termico all'interno di getti massicci di calcestruzzo, si è ricavato, per il periodo in questione, un grafico delle temperature medie giornaliere con una parabola interpolante che indica la tendenza dell'andamento della temperatura. Si è poi calcolata una media mensile, alla quale si aggiunge, in base ai dati meteorologici, l'andamento annuale della temperatura ambiente. In base ai valori mensili si ottiene una media annuale pari a $T_a = 11,6$ °C. Infine si è calcolata, in base ai parametri ambientali, la temperatura fittizia il cui andamento è stato inserito fra i dati del problema.

Si impongono poi, come condizioni al contorno: sulla base della fondazione, un andamento sinusoidale con limitata variabilità nel corso dell'anno; sul paramento di monte, ad invaso massimo, un andamento sinusoidale che si smorza dopo un anno.

6.2 Risultati delle analisi

In *Figura 5* e *Figura 6*, sono riportate le isoterme rispettivamente a metà della costruzione, ad un anno dall'inizio della costruzione, dopo 3 anni dall'invaso e dopo 5 anni dall'invaso. Si osserva, durante le fasi della costruzione (*Fig. 5a*), la presenza di nuclei caldi negli strati superiori non ancora raffreddati. Terminata la costruzione si nota un progressivo uniformarsi delle temperature, fino al momento dell'invaso quando è possibile vedere un ultimo nucleo caldo nella zona superiore, con temperatura pari a 21 °C (*fig. 5b*).

La presenza di acqua nel bacino provoca un rapido raffreddamento del paramento di monte e lo spostamento del nucleo caldo verso valle (*fig. 6a*). Dopo un periodo sufficientemente lungo diventa

determinante l'effetto della variazione termica stagionale, soprattutto sul paramento di valle (*fig. 6b*).

In corrispondenza ad ogni istante temporale si sono valutate le tensioni principali massime e minime all'interno della struttura. La sezione in esame si trova in mezzeria del concio di diga, sufficientemente lontano dai giunti di dilatazione e l'analisi tensionale è stata svolta in ipotesi di stato piano di deformazione.

La *Figura 7* mostra l'andamento delle tensioni principali massime calcolate con modulo costante dopo 1 mese dal termine della costruzione e dopo 3 anni dall'invaso. Dopo la fine della costruzione di ogni concio si notano (*Fig. 7a*), in corrispondenza della suddivisione tra gli strati, aumenti di tensione di trazione dovuti al maggior raffreddamento della parte superficiale di ogni concio. A fine costruzione, (*fig. 7b*), diventa invece predominante l'azione di raffreddamento sui paramenti di monte e di valle, con insorgenza di stati di trazione anche in direzione ortogonale al piano della sezione

Con modulo elastico variabile il calcolo fornisce, ad un mese dalla fine della costruzione, tensioni principali di trazione notevolmente ridotte. L'incremento tensionale dovuto al raffreddamento dei due paramenti risulta massimo a 5 anni dall'invaso (*Figura 8*), mentre dopo 8 anni si ha un certo rilascio delle trazioni nelle zone corticali: infatti il lento raffreddamento raggiunge le zone interne, che subiscono quindi un lieve incremento di trazione, mentre quelle superficiali un incremento di compressione.

7. CONCLUSIONI

I problemi principali che si incontrano quando si conduce un'analisi termoelastica su grandi opere di calcestruzzo armato, nelle quali vi sia generazione interna di calore sono le seguenti:

- valutazione della quantità di calore generato;
- impossibilità di prevedere il periodo durante il quale vengono raggiunte le massime temperature;
- ricerca delle massime tensioni derivanti da variazioni termiche.

La procedura presentata in questo lavoro consente di valutare le distribuzioni di temperatura e di tensione in getti di calcestruzzo, fin dalla fase di betonaggio, tenendo conto della variazione delle proprietà del materiale con il tempo e la temperatura.

Il modello di calcolo tiene conto delle oscillazioni termiche stagionali, della generazione interna di calore con le modalità descritte e permette di svolgere analisi bidimensionali (stati piani od assialsimmetrici) con la possibilità di aggiornare la suddivisione in elementi finiti della mesh durante l'esecuzione al fine di simulare l'evoluzione delle fasi costruttive.

RINGRAZIAMENTI

si ringraziano gli Ingegneri Maria Gianfilippi De Parenti e Mouin El Khatib Cheikh per il loro contributo nella realizzazione del presente lavoro.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BRANCO F.A., MENDES P.A., MIRAMBELL E. (1992), "Heat of hydration effects in concrete structures", ACI Materials Journal, vol. 89, no. 2, pp. 139-145.
- [2] COOK W.D., MIAO B., AÏTCIN P., MITCHELL D. (1992), "Thermal stresses in large high-strength concrete columns, ACI Materials Journal, vol. 89, no. 1, pp. 61-68.
- [3] LÉGER P., VENTURELLI J., BHATTACHARJEE S.S. (1993), "Seasonal temperature and stress distributions in concrete gravity dams. Part 1: modelling and Part 2: behaviour", vol. 20, no. 6, pp. 999-1017 e 1018-1029.
- [4] LÉGER P., CÔTÉ M., TINAWI R., "Thermal protection of concrete dams subjected to freeze-thaw cycles, Canadian J. of Civil Engineering.
- [5] FASSÒ C. A., SIVIERO A., VITALIANI R. (1991), "Analisi termica di dighe RCC. Un raffronto fra due procedimenti numerici", Idrotecnica, n° 2, pp. 83-90. Presentato al 17th Int. Cong. on Large Dams, Vienna.
- [6] SAETTA A., SCOTTA R., VITALIANI R. (1995), "Stress analysis of concrete structures subjected to time-variable thermal loads", J. Struc. Engineering, ASCE, vol. 121, n° 3, pp. 446-457.
- [7] DOLARA E., BARTUCCA D. (1996), Azione termica ambientale su un impalcato continuo unicellulare, Giornale AICAP, n. 1
- [8] FROLI M., HARIGA N., NATI G., ORLANDINI M. (1995-1996), Indagine teorica e sperimentale sul comportamento termico del viadotto in c.a.p. Casilina: effetti longitudinali 1a -2a e 3a parte, Giornale AICAP, n.3, n.4, n.5
- [9] GIANFILIPPI DE PARENTI M. (1996), Analisi termoelastica di una diga a gravità, tesi di laurea, Università di Padova.
- [10] EL KHATIB CHEIKH M. (1996), Influenza della maturazione del calcestruzzo nell'analisi termomeccanica di strutture, tesi di laurea, Università di Padova.
- [11] FREIESLEBEN HANSEN P., PEDERSEN E.J., (1985), Curing of concrete structures, CEB Bulletin n. 166

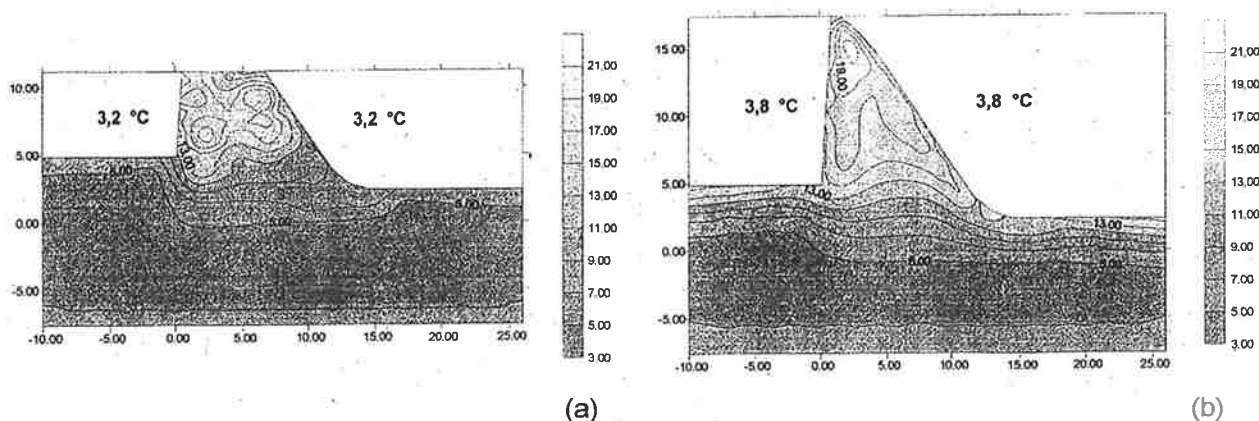


Figura 5: isoterme (a) a metà della costruzione, (b) dopo un anno dall'inizio della costruzione

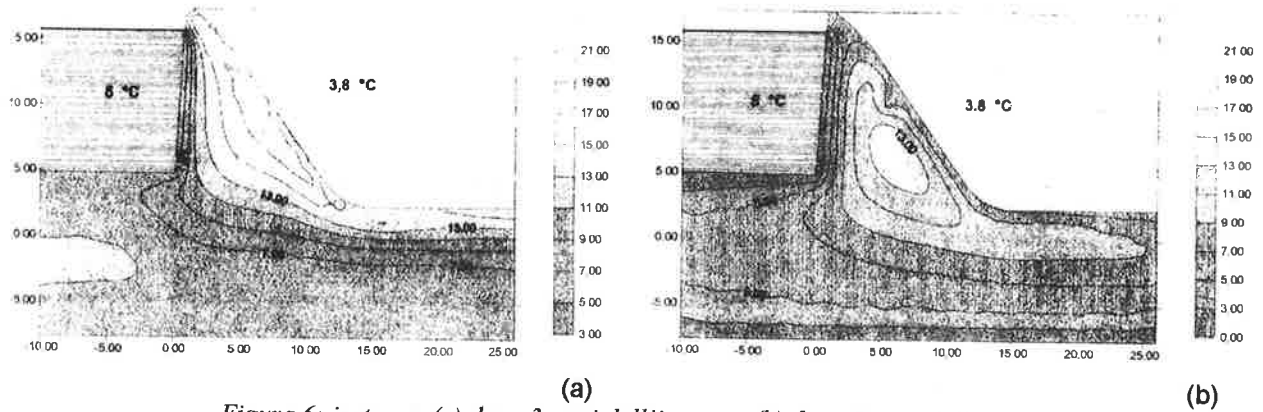


Figura 6: isoterme (a) dopo 3 anni dall'invaso e (b) dopo 5 anni dall'invaso

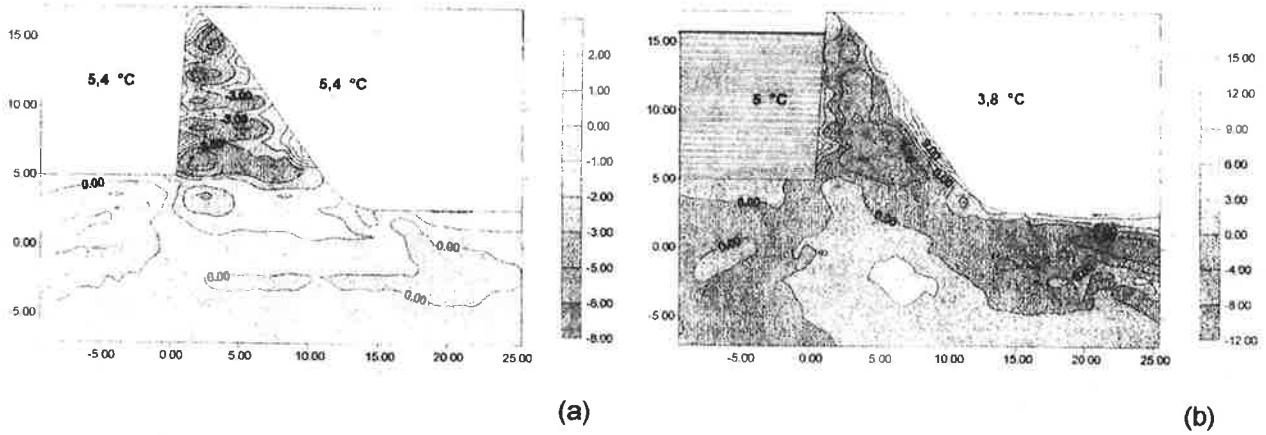


Figura 7: tensioni massime dopo (a) un mese da fine costruzione, (b) 3 anni dall'invaso (Analisi con modulo elastico costante)

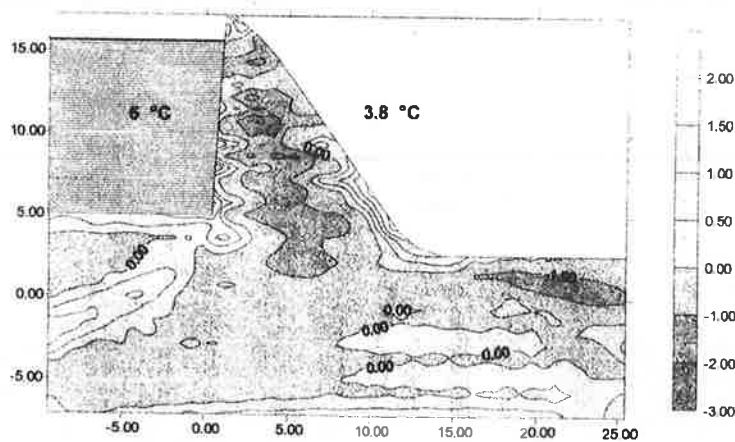


Figura 8: tensioni massime dopo 5 anni dall'invaso (Analisi con modulo elastico variabile)

ANALISI SPERIMENTALE E NUMERICA DEL COMPORTAMENTO SISMICO DI PILASTRI IN C.A. DI EDIFICI PREFABBRICATI

Antonella SAISI - Giandomenico TONIOLO
Dipartimento di Ing. Strutturale - Politecnico di Milano

Sommario

La presente memoria descrive i criteri di una indagine sperimentale e numerica condotta per verificare il metodo di progettazione dato dall'Eurocodice EC8 quando applicato al calcolo delle strutture prefabbricate dei comuni edifici industriali monopiano. Con riferimento al tipico elemento costituito da un pilastro su plinto a pozzetto, sulla base dei risultati di numerose prove oligocicliche e pseudodinamiche, si è tarato un modello per l'analisi dinamica numerica degli elementi stessi. Dai primi confronti delle risposte calcolate si dedurrebbe un dimensionamento progettuale sovrabbondante, conseguenza dei valori eccessivamente penalizzanti del coefficiente di struttura "q" dati dall'Eurocodice EC8.

Summary

The paper relates the criteria of an experimental and numerical investigation made to verify the design method of Eurocode EC8 when applied to the precast structures of the common single-story industrial buildings. Referring to the typical element made up of a column on a pocket foundation and following the results of a large set of cyclic and pseudodynamic test, a model has been calibrated for the numerical dynamic analysis of the elements. From the first comparisons of the computed responses an excessive design dimensioning seems to come out, as a consequence of too excessively penalizing values of the behaviour "q" factor given by Eurocode EC8.

1. INTRODUZIONE

La presente ricerca è indirizzata all'analisi di alcuni parametri legati al coefficiente di struttura così come fornito dall'Eurocodice 8 per edifici industriali prefabbricati. A tal fine è stata eseguita, presso il laboratorio ELSA di Ispra per conto di ASSOBETON, una serie di prove oligocicliche su prototipi di pilastri prefabbricati. Queste prove hanno permesso una prima verifica del comportamento strutturale degli elementi in termini di duttilità, energia dissipata, modalità di collasso e hanno anche consentito di tarare modelli numerici derivati dalla letteratura. Inoltre sono state eseguite delle prove di tipo pseudodinamico su analoghi campioni con accelerogrammi di intensità crescente. I relativi risultati sono stati confrontati con quelli delle modellazioni numeriche, evidenziandone la buona affidabilità.

Al di là delle prime parziali verifiche contenute nel presente lavoro, tali risultati consentono ora di utilizzare i modelli numerici in una vasta analisi parametrica per verificare l'applicazione dei criteri progettuali dell'Eurocodice EC8 ed eventualmente apportarvi gli opportuni aggiustamenti migliorativi.

2. CARATTERISTICHE DEI PROTOTIPI

La campagna di prove ha interessato 26 prototipi costituiti da pilastri prefabbricati su plinti a pozzetto, differenti per caratteristiche d'armatura ed entità di azione assiale. Le dimensioni dei pilastri e del plinto sono costanti. I pilastri hanno una sezione quadrata di 300 mm di lato, una lunghezza di 3270 mm e sono armati come indicato in fig. 2. La classe di resistenza del calcestruzzo era prevista in $f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$, mentre per l'acciaio era $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$. Per maggiori dettagli sulle caratteristiche geometriche dei prototipi si rimanda a bibl. [05], [08], [19], [20].

campioni	armatura	staffatura	N [kN]	v_d [N/A _c f _{cd}]
	longitudinale			
B	8Φ14	1+1Φ5/45	327.	0.16
C/1	8Φ18	1+1Φ8/60	511.	0.25

Tab. 1 - Caratteristiche dei prototipi.

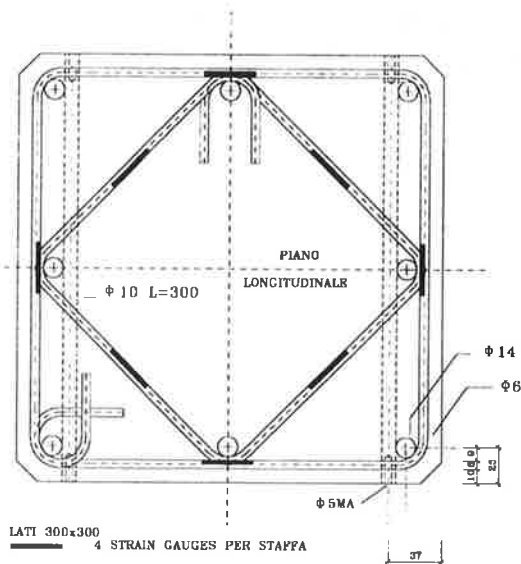


Fig. 2 - Sezione dei prototipi

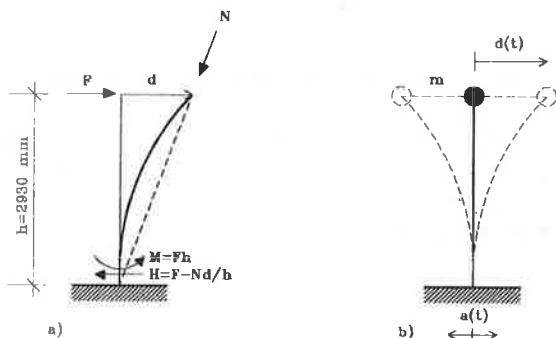


Fig. 4 - Schema delle prove e del modello dinamico.

Tutte le prove sono state effettuate a controllo dello spostamento d con rilievo della forza orizzontale F sullo schema di fig. 4a. I pilastri sono stati adeguatamente strumentati per misurare le deformazioni delle barre longitudinali. In particolare il plinto è realizzato in modo da lasciare le due facce laterali del pilastro libere; ciò permette l'inserimento della opportuna strumentazione per il rilievo delle deformazioni delle barre d'acciaio fino alla base del pilastro (cfr. fig. 3). Le curvature sono misurate elaborando tali dati.

La presente analisi si riferisce in particolare ai due tipi di prototipi richiamati in tabella 1. Ogni singolo prototipo del tipo viene contraddistinto da un indice: B_i ovvero $C_i/1$.

3. PROVE OLIGOCICLICHE

Le prove oligocicliche sono state eseguite secondo la seguente storia di spostamento. Dopo 2 cicli di

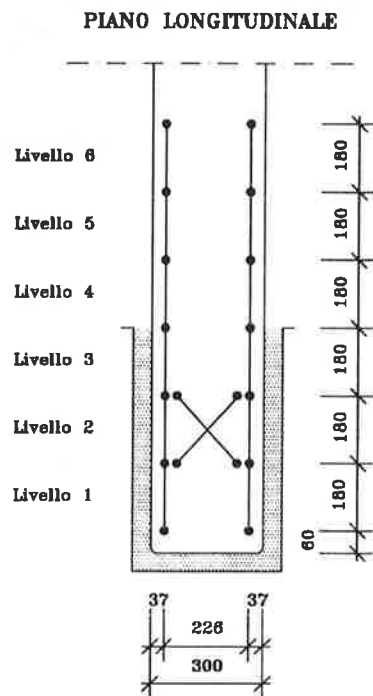


Fig. 3 - Strumentazione dei prototipi.

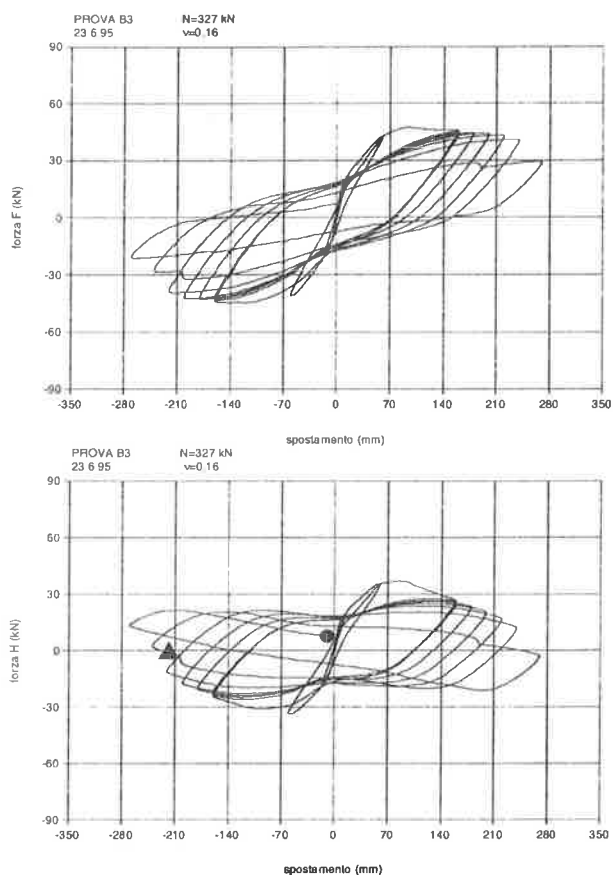
assestamento, utilizzati per verificare il raggiungimento del livello di snervamento, si è applicata una prima serie di 3 cicli di ampiezza costante pari a $4d_y$. Le ampiezze sono state quindi via via incrementate nei cicli successivi fino a rottura.

Un primo criterio adottato nell'interpretazione delle prove è quello di verificare il comportamento in termini di decadimento della capacità portante dopo i 3 cicli di ampiezza costante. Il secondo criterio è quello di verificare l'effettiva duttilità in termini di spostamento ultimo d_u .

Nelle figure 5 e 6 sono riportati i risultati delle prove rispettivamente per i prototipi B_3 e $C_1/1$. I cicli F-d si riferiscono alla forza letta per il martinetto orizzontale, quelli H-d si riferiscono alla componente orizzontale della risultante, comprensiva del contributo del second'ordine Nd/h . In fig. 7 sono riportati infine i cicli momento-curvatura per i due prototipi sopra citati.

Dalle curve delle figure si rileva che, a parte il ramo di primo carico, i tre cicli di ampiezza costante sono praticamente coincidenti, senza alcun sensibile degrado di rigidità. Il valore assunto della duttilità $\mu=4$ resta dunque ampiamente verificato e ciò corrisponde, per edifici flessibili con basse frequenze di vibrazione come quelle in studio, ad un coefficiente di struttura di pari entità $q=\mu=4$.

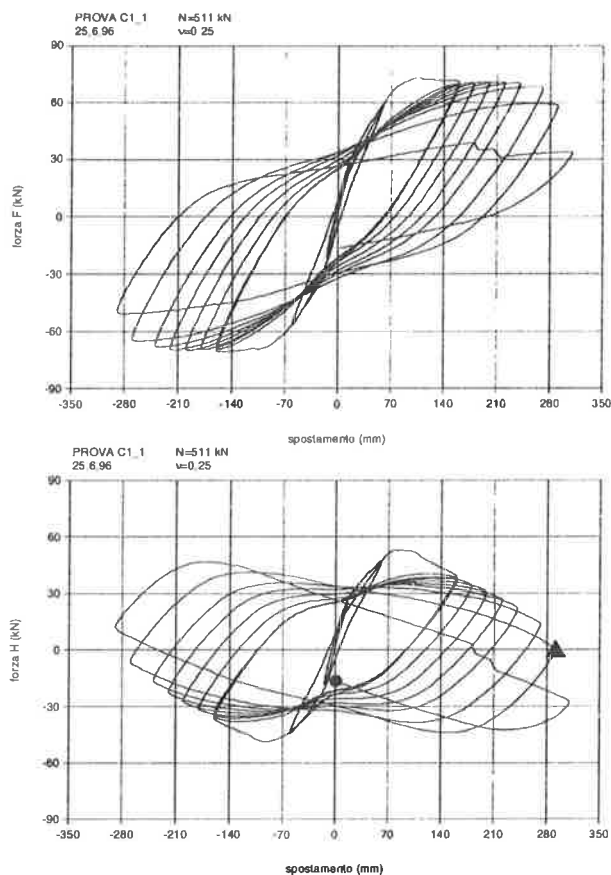
Da notare che l'Eurocodice 8, assumendo per l'acciaio un coefficiente $\gamma_s=1.15$ anziché quello unitario proprio delle azioni eccezionali, prevede implicitamente un degrado di resistenza dell'ordine di $1/1.15 \approx 0.85$. E ciò dopo i pochi cicli di ampiezza massima attesi nel terremoto (convenzionalmente in numero di 3).

Fig. 5 - Cicli F-d e H-d del campione B₁.

La rottura finale dei prototipi si è raggiunta tra l'ottavo ed il decimo ciclo per spostamenti di notevole ampiezza, con spezzamento delle barre longitudinali in rapida successione. Per i due prototipi si dedurrebbero, con spostamenti ultimi rispettivamente di 270 mm e 300 mm, duttilità pari a circa 6.8 e 7.5. Queste duttilità si riferiscono al rapporto tra lo spostamento ultimo e lo spostamento corrispondente allo snervamento in trazione delle prime barre longitudinali.

Da notare che l'effettivo comportamento strutturale nei riguardi delle azioni orizzontali è rappresentato dai diagrammi H-d delle figure 5 e 6, inclusivi degli effetti del secondo ordine. In questi diagrammi i pallini indicano la rottura finale del prototipo raggiunta a controllo di spostamento. I triangoli invece indicano i punti di annullamento della rigidezza e, per un assetto isostatico, rappresentano il limite del precoce collasso instabile della struttura.

Globalmente le prove hanno evidenziato per tutti i prototipi un comportamento comune. Infatti, dopo l'espulsione del copriferro si è verificata una progressiva instabilizzazione delle barre longitudinali, parallelamente alla formazione della cerniera plastica alla base del pilastro. Il collasso degli elementi è comunque determinato dalla rottura delle barre longitudinali dopo una serie di cicli di compressione-

Fig. 6 - Cicli F-d e H-d del campione C_{1/1}.

trazione piuttosto severi fino a raggiungere escursioni di deformazione superiori all'8%. In fig. 8 sono rappresentati i cicli relativi alle deformazioni della prova C_{1/1}.

4. CRITERI PROGETTUALI

Assumendo, per la tipologia strutturale in esame, una massa vibrante corrispondente al carico assiale sui pilastri ($W=N$), l'azione sismica di progetto diviene:

$$(1) \quad H = \alpha_g \beta N / q$$

dove $\beta = \beta(T)$ è il coefficiente di risposta dato dallo spettro normalizzato dell'Eurocodice EC8 in funzione del periodo proprio di vibrazione T . Per l'assetto strutturale in studio (cfr. fig. 4b) tale periodo si calcola con

$$(2) \quad T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

dove $m=N/g$ è la massa vibrante e k è la rigidezza traslatoria del pilastro comprensiva dell'effetto del secondo ordine:

$$(3) \quad k = \frac{3EI}{h^3}(1-\nu)$$

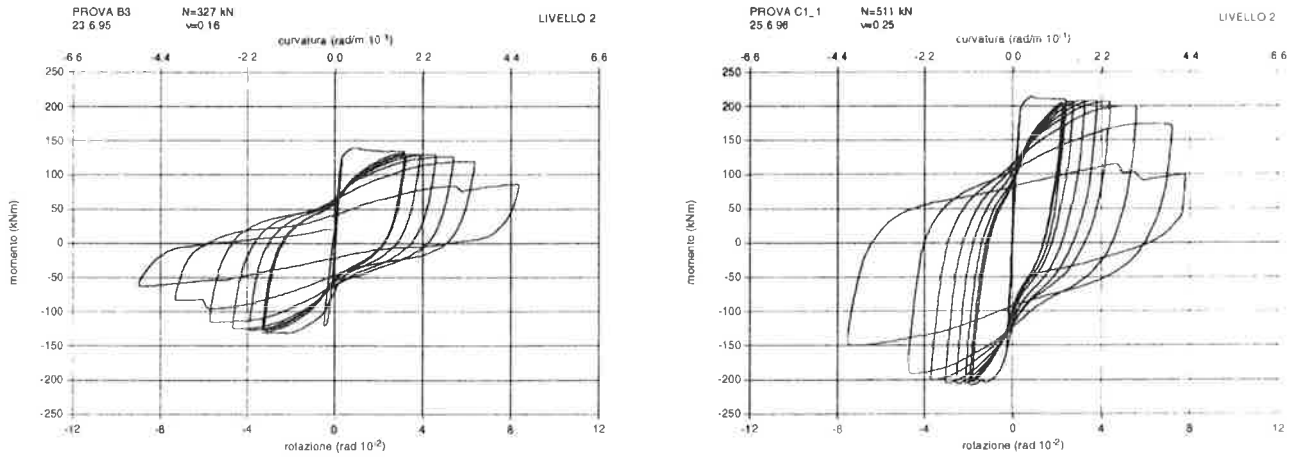


Fig. 7- Cicli momento-curvatura dei campioni B₃ e C₁/1.

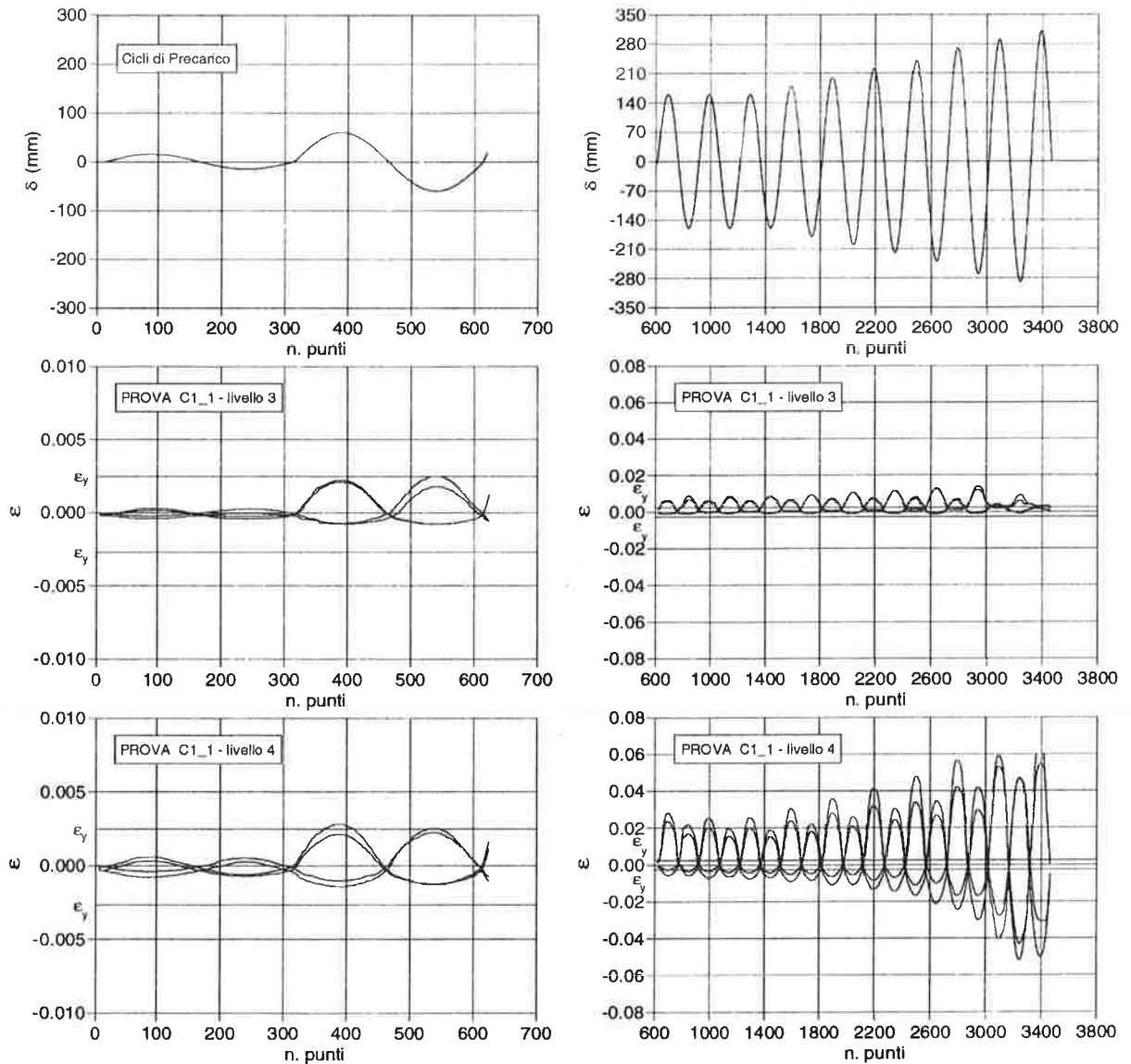


Fig. 8 - Deformazioni rilevate nelle barre.

La $v=N/N_{cr}$ è l'azione assiale adimensionalizzata con il carico critico $N_{cr}=\pi^2EI/4h^2$ del pilastro stesso. Con le opportune sostituzioni si ottiene quindi:

$$(4) \quad T = \frac{2\pi^2}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{h}{g}} \sqrt{\frac{v}{1-v}}$$

Per la rigidezza EI della sezione va assunta una valutazione che rispetti i seguenti criteri:

- sia la stessa per il calcolo del periodo proprio di vibrazione, per il calcolo degli effetti del secondo ordine compreso N_{cr} e per l'orientamento del primo tratto del modello elastoplastico del comportamento strutturale;
- rappresenti una buona approssimazione "secante" lineare del comportamento deformativo della sezione, esteso alla fase fessurata, fino al limite del primo snervamento dell'armatura più esterna.

La norma americana ACI Building Code 318-71 suggerisce un abbattimento forfettario di 2.5 volte del momento di inerzia della sezione geometrica del calcestruzzo oppure di 5 volte se si aggiunge il contributo dell'armatura metallica.

Per le verifiche numerico-sperimentali della presente ricerca pare più corretto il criterio di una puntuale valutazione basata sull'analisi elastica della sezione pressoinflessa parzializzata, con un'eccentricità dell'azione assiale pari ad $e=M'_y/N$ (cfr. bibl. [12] paragrafo 3.5.2).

Posto che il momento M'_y di primo snervamento non è noto a priori, se ne può fare una valutazione approssimata $M'_y \approx 0.75M_{rd}$, dove $M_{rd}=M_{rd}(N)$ è il momento resistente ultimo della sezione.

Dedotta dunque la posizione $x=x(e)$ dell'asse neutro, si ricava la curvatura di primo snervamento con

$$(5) \quad \theta'_y = \varepsilon_y / (d-x)$$

dove d è l'altezza utile della sezione ed $\varepsilon_y = f_{sd}/E_s$ è al limite di snervamento dell'armatura. Si ricava si conseguenza.

$$(6) \quad EI = M'_y / \theta'_y$$

In tabella 9 sono dunque riportate le caratteristiche elastico-vibrotorie dei due prototipi B₃ e C₁/1 esaminati per un terreno di tipo A.

prototipo	EI · 10 ⁻⁷ [kNmm ²]	v=N/N _{cr}	k [N/mm]	T [sec]	β
B ₃	7.89	0.144	805.	1.28	1.15
C ₁ /1	10.7	0.166	1064.	1.39	1.09

Tabella 9 - Caratteristiche elastico vibratorie dei prototipi.

Con la schematizzazione bilineare elasto-plastica del comportamento strutturale (cfr. fig. 10) al limite ultimo

$$(7) \quad d_u = \mu d_y = \mu \frac{M_{rd} h^2}{3EI}$$

si ha il progetto

$$(8) \quad M_{rd} = Hh + Nd_u = Hh + \mu M_{rd} v \pi^2 / 12$$

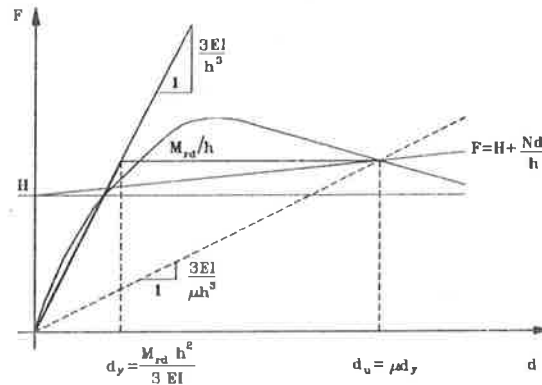


Fig. 10 - Modello di progetto della curva di risposta strutturale.

Per un assegnato valore del momento resistente l'intensità sismica ammissibile si deduce dunque da (1) e (6) con

$$\alpha_g = \frac{q}{\beta N} H = \frac{q}{\beta N} \frac{M_{rd}}{h} (1 - \mu v \pi^2 / 12)$$

Nella tabella 11 sono riportati i valori di α_g compatibili con i due prototipi B₃ e C₁/1 esaminati.

prototipo	M _{rd} [kNm]	d _y [mm]	M _{rd} /N [mm]	d _u =μd _y [mm]	α _g
B ₃	106.11	38.5	324.5	19.25	0.20
C ₁ /1	161.05	43.06	315.2	21.53	0.16

Tabella 11 - Azione sismica di progetto (con μ=q=5).

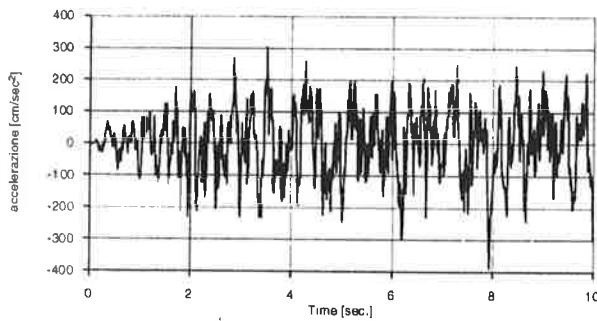


Fig. 12 - Accelerogramma di base utilizzato nelle prove pseudodinamiche ($\alpha_g = 0.32$).

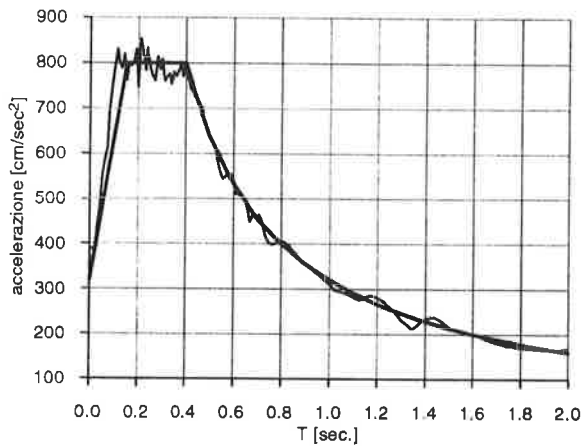


Fig. 13 - Spettro di risposta dell'accelerogramma e dell'Eurocodice EC8.

Secondo i criteri progettuali dell'Eurocodice EC8 dunque i pilastri in questione sarebbero compatibili rispettivamente con l'intensità sismica α_g pari rispettivamente a 0.20 e 0.16.

5. PROVE PSEUDODINAMICHE

Al fine di verificare il progetto dei prototipi conseguente ai criteri dell'Eurocodice EC8, sono state effettuate delle prove di tipo pseudodinamico su analoghi prototipi. E' stato utilizzato un accelerogramma sintetico spettro-compatibile, generato per corrispondere allo spettro elastico dell'Eurocodice EC8 con una accelerazione di progetto $a_g = 0.32g$. In fig. 12 è rappresentato detto accelerogramma, mentre in fig. 13 è rappresentato il corrispondente spettro di risposta elastico confrontato con quello previsto dall'Eurocodice EC8 per suolo di tipo A. L'accelerazione di picco dell'accelerogramma è di 388 cm/sec^2 .

I prototipi sono provati con tre livelli diversi di intensità $\alpha_g = a_g/g$ come indicato in Tab. 14. Inoltre in alcuni casi la prova è stata ripetuta con lo stesso accelerogramma sul campione già danneggiato.

tipo B N=327 kN $v=0.16$			tipo C/1 N=511 kN $v=0.25$		
prova	α_g	a_{\max} [cm/sec ²]	prova	α_g	a_{\max} [cm/sec ²]
B ₅	0.32	389.	C ₃ /1	0.34	413.
B ₆	0.40	486.	C ₄ /1	0.42	516.
B ₇	0.50	607.	C ₅ /1	0.53	649.

Tab. 14 - Intensità applicata nelle prove pseudodinamiche.

Le risposte dinamiche ottenute dalle prove pseudodinamiche sono riportate in fig. 15. Queste risposte mostrano una prima fase con vibrazioni modeste, seguita da una seconda con ampiezze maggiori, fino all'ultimo ciclo violento dal quale può dedursi l'impegno richiesto alla struttura.

Nonostante il notevole spostamento raggiunto all'ultimo ciclo, i prototipi hanno subito modesti danneggiamenti. L'espulsione del copriferro è generalmente superficiale e limitata a un solo lato del prototipo come vuole la forte dissimetria delle scosse violente.

Pur raggiungendo all'ultimo ciclo una sensibile escursione deformativa (dell'ordine del 5% nel caso più gravoso), le barre non hanno mostrato cedimenti instabili, né conseguenti rotture per fatica oligociclica.

Per i prototipi di tipo B, meno caricati assialmente, si rileva un comportamento stabile anche per il maggiore livello dell'intensità sismica ($\alpha_g = 0.50$ del prototipo B₇). Si è comunque prossimi al limite del collasso, come dimostra la non completa restituzione dell'ultimo spostamento. La duttilità effettivamente richiesta $\mu_r = 210/38.5 \approx 5.5$ è quella attesa come corrispondente al coefficiente di struttura q assunto in progetto. L'intensità sismica ultima è però circa 2.5 volte superiore.

Per i prototipi di tipo C più caricati assialmente si rileva un comportamento stabile ai due primi livelli dell'intensità sismica, mentre al terzo livello sopraggiunge il collasso instabile dell'elemento con divaricazione dello spostamento. Ponendo indicativamente la situazione limite a metà tra le due ultime dei prototipi C₄/1 e C₅/1, si ha a collasso $\alpha_g \approx 0.47$ e $d_u \approx 240$ mm. Si ha cioè una duttilità effettivamente richiesta $\mu_r = 240/43.1 \approx 5.6$ ad un livello di intensità sismica pari a circa 3 volte quello di progetto.

I cicli forza spostamento H-d riportati in fig. 16 mostrano bene il modesto danneggiamento dei prototipi, senza sensibili riduzioni della resistenza sezionale; si nota altresì il rilevante contributo del secondo ordine del carico assiale. Questo contributo è la principale causa di abbattimento della rigidezza

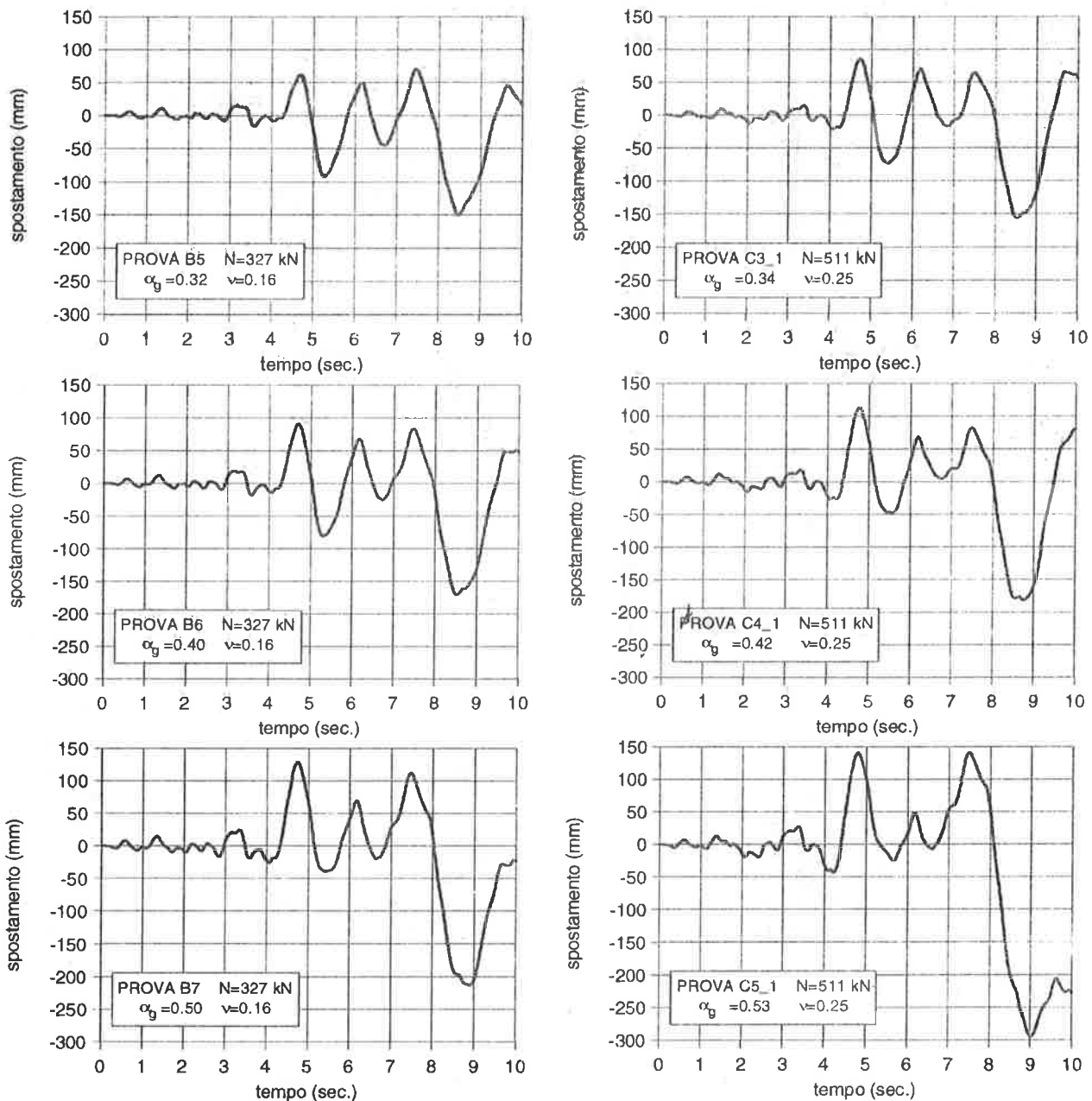


Fig. 15 - Spostamenti rilevati durante le prove.

traslatoria e porta al collasso instabile, come evidenziato per il prototipo C₅/1.

Nel complesso i risultati delle prove pseudodinamiche mostrerebbero un eccessivo dimensionamento progettuale dei prototipi, con una effettiva resistenza al collasso dinamico notevolmente superiore di quelle calcolate secondo l'Eurocodice EC8.

La sperimentazione però non può considerarsi esaustiva e generalizzabile. Il particolare accelerogramma assunto per l'azione sismica, con la sua unica scossa violenta trasmessa alla struttura, non provoca quel danneggiamento ciclico progressivo che

può condurre ad una precoce rottura sotto sismi con diverse caratteristiche.

6. MODELLO NUMERICO

I risultati delle prove pseudodinamiche sono stati confrontati con quelli ottenuti per via numerica, schematizzando l'elemento come un oscillatore semplice con comportamento elastoplastico degradante, attraverso un modello di tipo Takeda [04]. I parametri caratteristici del modello sono stati ricavati sia dai dati delle analoghe prove oligocicliche che dai dati ricavati

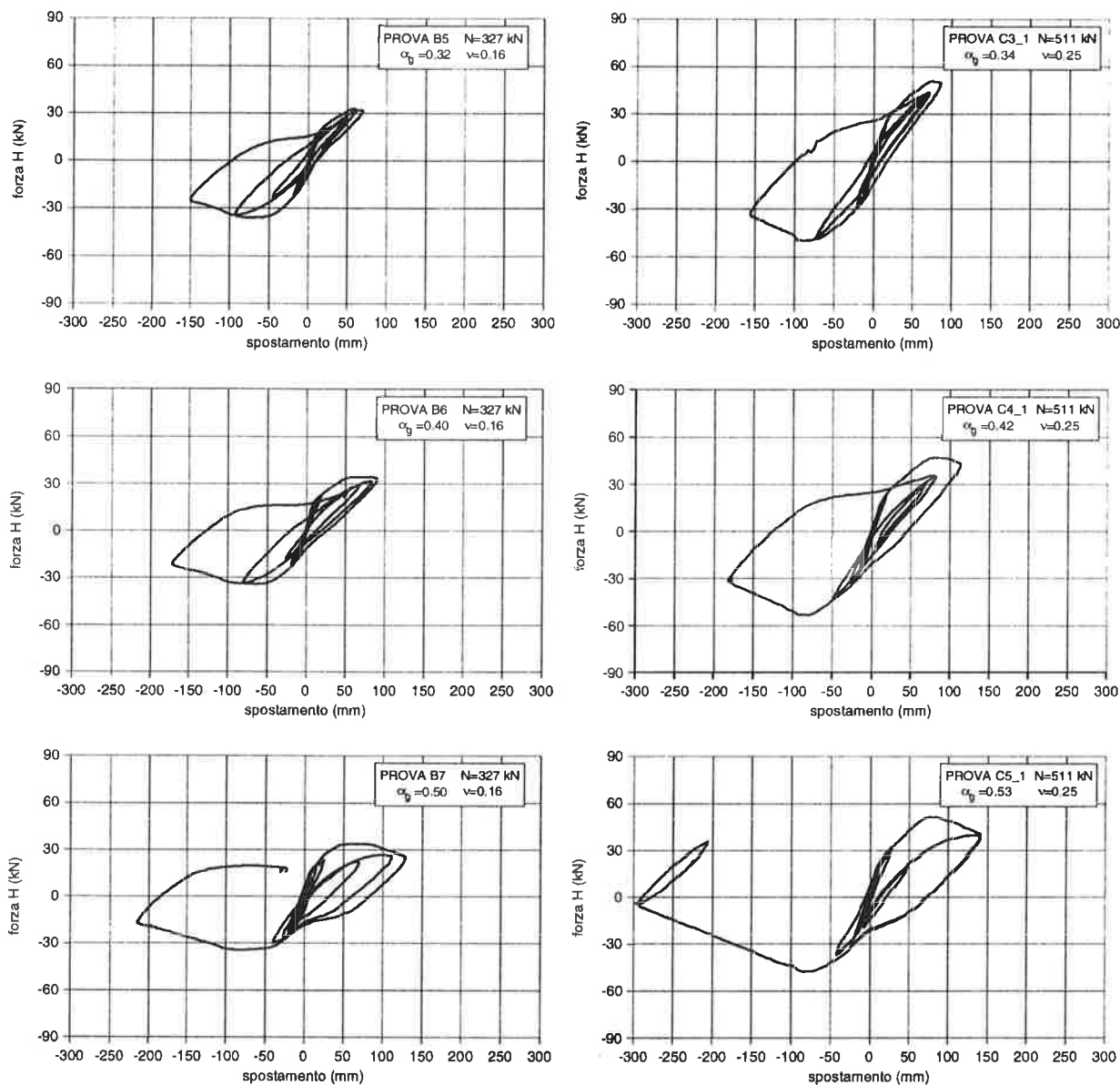


Fig. 16 - Cicli forza-spostamento H-d delle prove pseudodinamiche.

da analisi numeriche sul comportamento monotono (cfr. bibl. [19]). Il modello comprende ovviamente gli effetti del secondo ordine del carico assiale.

In fig. 17 sono riportate dunque le curve vibratorie degli spostamenti ottenuti per via numerica per gli stessi 6 prototipi delle prove pseudodinamiche. Dal confronto con gli spostamenti di fig. 15 (riportati a tratteggio in fig. 17) si nota l'ottima coincidenza dei risultati. Ciò consente ora l'impiego dell'agevole modello numerico in un'analisi che parta da reali registrazioni di sismi e copra una gamma di situazioni sufficientemente ampia.

Tale lavoro pare particolarmente importante in vista della ricezione nazionale del nuovo Eurocodice EC8 per la sua preventiva verifica applicativa.

7. CONCLUSIONI

Dai risultati fin qui ottenuti pare che vi sia ancora tanta strada da percorrere prima di calibrare bene il metodo convenzionale delle forze statiche equivalenti presentato dall' Eurocodice EC8.

Certamente lo spettro di risposta, così come fornito da detto Eurocodice, da un'affidabile quantificazione della risposta al sisma di un oscillatore elastico (con uno smorzamento pari al 5% di quello critico). Non pare però che lo stesso spettro, letto per il periodo proprio delle grandi vibrazione elastiche della struttura possa rappresentarne la risposta quando la sua rigidità sia

fortemente abbattuta attraverso i cicli elastoplastici subito sotto l'azione sismica.

Il coefficiente di struttura q dovrebbe forfettariamente sistemare le cose sintetizzando in sé il doppio effetto di una vibrazione abbattuta a causa della minor rigidezza apparente $k_s=H/d_u$ e di una dissipazione isteretica di energia. Per un tale impiego però non è ben calibrato.

Tale difforme quantificazione risulta più evidente se riferita al calcolo corretto che tiene conto degli effetti di secondo ordine. Questi effetti,

per i macroscopici spostamenti μ_d previsti secondo il metodo in questione, diventano molto importanti e sono spesso determinanti nei riguardi del collasso della struttura,

Allo stato attuale quindi, potendo disporre di una grande massa di risultati teorico-sperimentali, ogni sforzo va orientato verso una analisi parametrica che evidenzi bene l'influenza dei singoli parametri, per una migliore quantificazione del coefficiente q ovvero per una modifica vera e propria del metodo di calcolo.

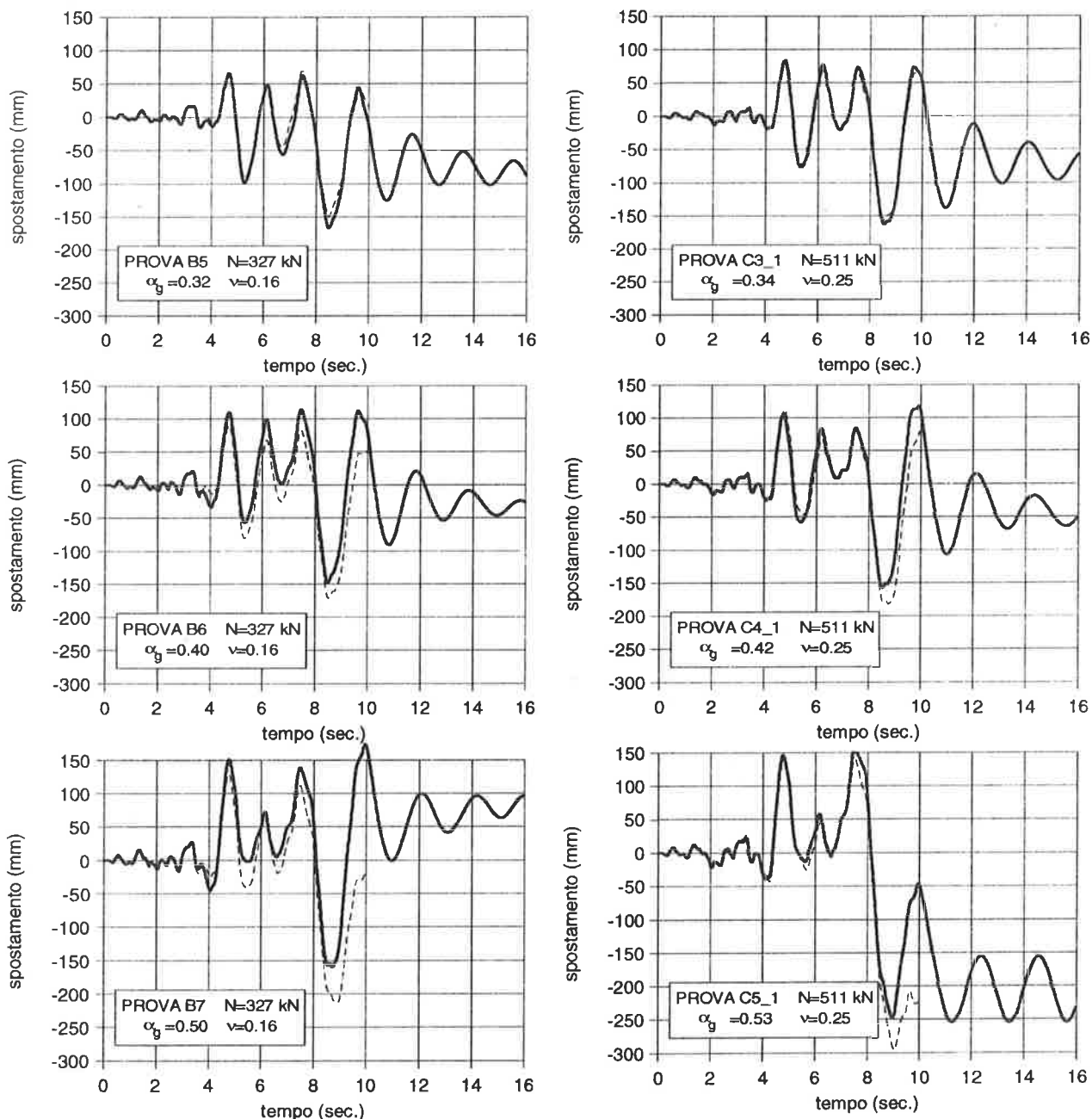


Fig. 17 - Evoluzioni temporali degli spostamenti.

8. RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia l'ing. C. Gentile per la preziosa collaborazione nelle analisi numeriche e gli ingg. P. Negro e C. Verzelletti per l'assistenza durante l'esecuzione delle prove sperimentali. La ricerca ha utilizzato un fondo di Ateneo (ex MURST 60%) 1995.

9. BIBLIOGRAFIA

- [01] APPLIED TECHNOLOGY: "Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings", Publication ATC 3-06, 1978
- [02] R. W. CLOUGH, S. B. JOHNSTON: "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements", Proc. Japan Earthquake Engin. Sym., Tokyo, Japan, 1966, pp. 227-232
- [03] N. M. NEWMARK, W. J. HALL: "Earthquake spectra and design", Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California, 1982
- [04] T. TAKEDA, M. A. SOZEN, N. N. NIELSON: "Reinforced concrete response to simulated earthquakes, ASCE, Vol. 96, 1970, pp. 2557-2573
- [05] A. SAISI, G. TONIOLO: "Comportamento di pilastri prefabbricati in cemento armato soggetti ad azione assiale e a carichi ciclici di forte intensità", *Ingegneria Sismica*, N. 3, 1995
- [06] E. L. WILSON, I. FARHOOHAND, K. J. BATHE: "Nonlinear dynamic analysis of complex structures", *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 1, 1973, pp. 241-252
- [07] M. BERRA, A. CASTELLANI, S. CICCOTELLI, D. CORONELLI: "Bond slip effect on reinforced concrete elements under earthquake loading", *European Earthquake Engineering*, N. 3, 1994
- [08] C. BONFANTI, A. GASPERI, A. SAISI, "Criteri per una sperimentazione sul comportamento sismico dei pilastri prefabbricati in cemento armato", X Congresso C.T.E., Milano, 1994
- [09] A. CASTELLANI, S. CICCOTELLI, "Simulazione numerica di prove oligocicliche su pilastri prefabbricati in c.a.", X Congresso C.T.E., Milano, 1994
- [10] T. TASSIOS, E. VINTZELEOU, M. CHRONOPOULOS, "Problemi di confinamento dei pilastri in c.a. in relazione al coefficiente di duttilità strutturale", Atti Congresso C.T.E., Milano, 1994
- [11] R. PARK, T. PAULEY, "Reinforced concrete structures", John Wiley & Sons, New York, 1975
- [12] T. PAULAY, M.J.N. PRIESTLEY, "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", John Wiley & Sons, New York, 1992
- [13] CEN-ENV 1998-1-1, "Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures. Part 1-1: Seismic actions and general requirements for structures", May 1994
- [14] CEN-ENV 1998-1-2, "Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures. Part 1-2: General rules for buildings", May 1994
- [15] CEN-ENV 1998-1-3, "Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures. Part 1-3: Specific rules for buildings of different materials", November 1994
- [16] CEB, "Model code for seismic design of concrete structures", Bull. n° 165, 1985
- [17] CEB, "Behaviour and analysis of reinforced concrete structures under alternate actions inducing inelastic response" - vol. 1: "General models", Bull. n° 210, 1991; vol. 2: "Frame members", Bull. n° 220, 1994
- [18] M. SAATCIOGLU, G. OZCEBE, "Response of reinforced concrete columns to simulated seismic loading", *ACI Journal*, Jan.-Feb. 1989, pp. 3-12
- [19] C. BONFANTI, A. SAISI, "Risultati di un ciclo di sperimentazione sul comportamento oligociclo dei pilastri prefabbricati", XI Congresso C.T.E., Napoli, 7-8-9 Novembre 1996
- [20] A. SAISI, G. TONIOLO "Valutazione teorico sperimentale del comportamento sismico di strutture prefabbricate in cemento aramto", XI Congresso C.T.E., Napoli, 7-8-9 Novembre 1996

ALGORITMI SEMIAUTOMATICI PER LA DETERMINAZIONE DI MODELLI "STRUT-AND-TIE" IN ELEMENTI STRUTTURALI DI C.A.

Paolo Spinelli Alberto Antonelli

Dipartimento di Ingegneria Civile, Facoltà di Ingegneria Università degli Studi di Firenze

SOMMARIO

La seguente nota vuole evidenziare l'importanza del modello "strut-and-tie", nella progettazione degli elementi strutturali di c.a.. In particolare ci si sofferma sulla possibilità di determinare la geometria del reticolo in modo automatico con l'esposizione di due procedure in grado di evidenziare il traliccio partendo da una analisi elastica agli elementi finiti. Inseguito si è poi indagato il comportamento a rottura attraverso modellazioni non lineari agli elementi finiti delle strutture così progettate.

SUMMARY

The following paper has the purpose of highlighting the importance of the Strut-and-Tie Model in the design of the structural elements of reinforced concrete. In particular the possibility of determining the geometry of the model automatically is investigated by means of two procedures capable of designing the truss, beginning with an elastic analysis through the finite element method. An investigation of the breaking behaviour of the designed structures was carried out through finite elements non-linear models.

1. INTRODUZIONE

Il modello puntone-tirante, proposto da Mörsch nel 1920[1], è ancora oggi considerato come la più appropriata tecnica per la progettazione a taglio e torsione di elementi strutturali in c.a., il cui comportamento sia schematizzabile con il modello di Saint-Venant (regioni tipo B secondo la terminologia di [3]). Comunque, una progettazione basata sul modello reticolare standard può coprire solo certe parti delle strutture: infatti la teoria non è applicabile a discontinuità statiche e geometriche, come per esempio

sezioni con carichi concentrati, mensole, travi con aperture e molti altri casi (regioni tipo D). Perciò, in genere, per la progettazione di questi elementi si utilizzano in genere regole pratiche e semiempiriche. Recentemente Schlaich [3], Marti [5], Collins/Mitchel [6] hanno proposto di generalizzare l'analogia del traliccio reticolare per la progettazione del calcestruzzo strutturale, e applicare i modelli "strut-and-tie (STM)", a tutte le parti delle strutture come descritto da Schlaich [2]. Alcuni di questi modelli furono nella pratica passati già applicati da Leonhardt come per esempio alle travi parete e alle mensole tozze. [4]

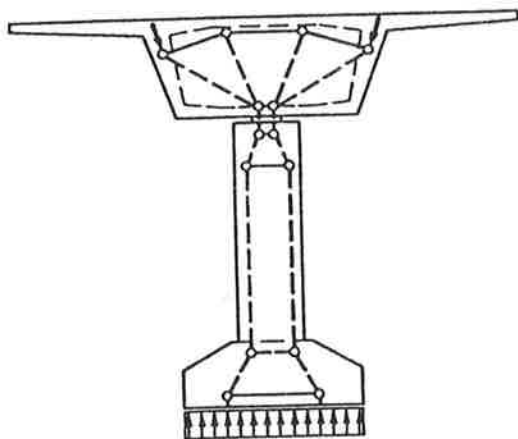


Fig. 1 : esempio modello STM

Le basi teoriche per una razionale applicazione del modello STM fu introdotta dalla scuola di Zurigo (Marti e Thürlimann [6]), basandosi sui concetti dell'analisi limite, e in particolare sul teorema del limite inferiore; il quale esclude la formazione di un meccanismo di collasso plastico per una struttura, se in ogni suo punto è soddisfatto l'equilibrio ed è rispettato il criterio di resistenza. Si può perciò pensare la costruzione del modello STM come la determinazione all'interno della struttura di campi di tensioni equilibrati e discontinui: dove i componenti del traliccio aste e nodi rappresentano rispettivamente campi di tensione monoassiali e pluriassiali. Se negli elementi del reticolo non si supera la tensione di snervamento del materiale, le ipotesi del teorema suddetto sono verificate e perciò la progettazione con i modelli STM risulta a favore di sicurezza, rispetto al collasso per formazione di un meccanismo plastico. Ma vediamo brevemente in cosa consiste la progettazione di una struttura in c.a. secondo tale metodo.

Il processo di progettazione si articola nei passi schematizzati come di seguito:

- individuazione e sviluppo dei modelli a traliccio per le regioni B e D: nei puntoni e nei tiranti si suppongono concentrate le risultanti dei reali campi tensionali;

- calcolo delle forze nelle singole aste con sole considerazioni di equilibrio, forze che sono dette "interne";

- dimensionamento, con opportuni criteri di sicurezza, dei puntoni e dei tiranti e verifica dell'equilibrio dei nodi, tenendo in considerazione anche la necessità di limitare l'ampiezza delle fessure.

Il primo punto della procedura implica la ricerca all'interno della struttura di uno stato tensionale

equilibrato, che in generale si ottiene orientando le aste del modello secondo le linee isostatiche ricavate in fase elastica, e approssimando il loro andamento curvilineo con una spezzata.

A causa delle ridotte risorse plastiche del calcestruzzo bisognerà aggiungere ulteriori considerazioni cinematiche sulla scelta della struttura interna (strut-and-tie model). Il modello viene infatti scelto [2] [3] in modo che le deformazioni massime delle ideali aste maggiormente caricate non eccedano in alcun punto quella limite, prima che l'assunto stato di tensione sia raggiunto nel resto della struttura.

Per ottenere questo Schlaich [2,3] indica necessario che nelle zone altamente sollecitate, i puntoni e i tiranti vengano posti, con direzione e dimensione, che avrebbero in una analisi elastica. Mentre per le zone con sollecitazioni non elevate la direzione delle aste può deviare considerevolmente, dalla loro direzione.

La disposizione delle aste del traliccio, parallela alle isostatiche, naturalmente trascura parte della capacità resistente ultima, la quale potrebbe essere determinata attraverso un calcolo basato sulla teoria della plasticità, oppure su l'individuazione del modello attraverso l'andamento delle isostatiche dedotte dallo stato di rottura [5]. Viceversa però l'approccio in fase elastica ha il vantaggio di essere molto semplice e di poter essere direttamente applicato anche in casi in cui non si conosca perfettamente l'andamento delle isostatiche. In tal caso si può fare riferimento al metodo manuale denominato metodo dei percorsi di carico "Load Path Method"[2,3].

Inoltre il modello ricavato in fase elastica non esclude l'adattamento della geometria del sistema STM ove si conosca al meccanismo di rottura. Ciò significa, per esempio, che nel semplice caso della trave parete è possibile un aumento del braccio della coppia interna come illustrato nella figura 2.

Nella presente nota si descriveranno alcune tecniche che permettono la determinazione in modo semiautomatico dei modelli STM. È comunque utile, prima di passare alla esposizione degli algoritmi utilizzati, descrivere brevemente la tecnica sviluppata da Schlaich del "Load Path Method"[2,3] sviluppato originariamente come metodo manuale.

Con questo metodo si tracciano dei "percorsi di carico" ad andamento curvilineo, ognuno facente capo a due forze situate da parti opposte e avente nei punti di applicazione delle forze la stessa direzione e intensità; nel disegnare tali percorsi occorre evitare intersezioni ed è opportuno seguire la via più breve. Esistono percorsi che iniziano e terminano dalla stessa parte e pertanto vengono detti ad "U", come nel caso illustrato nella figura 3 (forse verticali a sinistra). I percorsi curvilinei vengono poi sostituiti da poligonali, ottenute concentrando le curvature nei nodi, e il traliccio viene

completato aggiungendo altre aste che garantiscono l'equilibrio dei nodi anche in direzione trasversale. Il modello STM è quasi sempre labile e l'equilibrio è possibile solo per la particolare condizione di carico esaminata

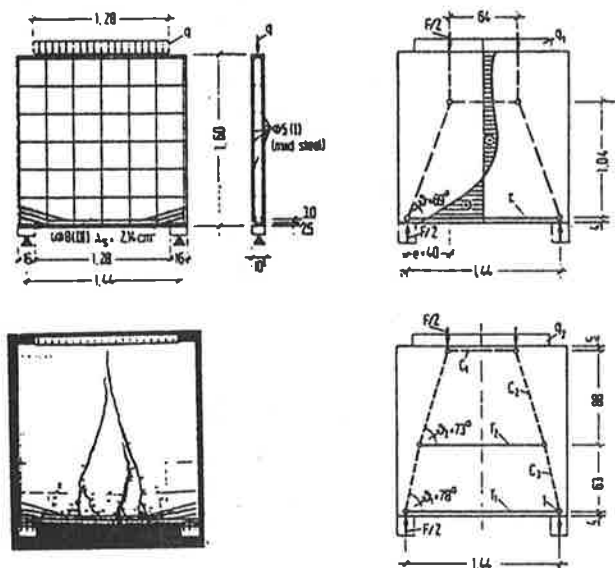


Fig. 2 : modello ricavato in fase elastica e a rottura di una trave parete.

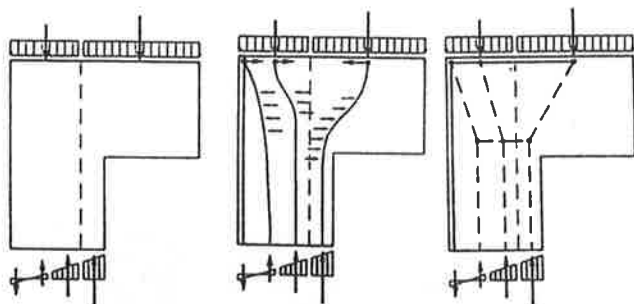


Fig. 3: esempio di determinazione del modello STM con il metodo "Load Path Method"

2. METODI SEMIAUTOMATICI PER L'INDIVIDUAZIONE DEL TRALICCIO

Nell'approccio di tipo manuale, per la determinazione del modello STM, il progettista può essere aiutato dalla conoscenza dei valori e direzioni delle tensioni principali ottenute attraverso un'analisi elastica; che normalmente è eseguita con la tecnica agli

elementi finiti. Recentemente molti ricercatori hanno cercato di sviluppare applicazioni collegate al metodo agli elementi finiti per ottenere in modo semiautomatico la geometria del traliccio.

Tra questi approcci si ricordano quelli introdotti da Rückert [8], Fardis e Harris [9], Brizzi e Spinelli [10] e Angotti e Spinelli [11]. In questa nota si riporteranno, i risultati ottenuti, attraverso lo sviluppo dell'algoritmo di Fardis e Harris e quello di Brizzi e Spinelli.

Con il primo approccio si esegue un'analisi elastica lineare agli elementi finiti e si individuano i nodi dove gli sforzi principali hanno all'incirca la stessa intensità e direzione. Ogni gruppo viene quindi suddiviso in sottogruppi formati da nodi vicini e ognuno di questi viene infine sostituito da una linea retta che passa per il centro di gravità del sottogruppo, ha direzione uguale a quella media delle tensioni principali del sottogruppo e costituisce un'asta del traliccio.

Il secondo approccio è di tipo iterativo e consiste nell'eseguire una successione di analisi elastiche lineari agli elementi finiti, al termine di ciascuna delle quali viene abbattuto il modulo elastico dell'elemento con la minima energia di deformazione. Dopo un certo numero di passi, gli elementi che hanno conservato il valore iniziale del modulo di elasticità, e nei quali pertanto si sono addensate le linee isostatiche, evidenziano le aste del modello STM. Tale approccio sarà denominato in modo sintetico come "metodo semiautomatico basato sull'abbattimento del modulo elastico".

2.1 METODO SEMIAUTOMATICO BASATO SULL'ABBATTIMENTO DEL MODULO ELASTICO.

La determinazione di un modello STM, può essere interpretato come la "semplificazione" di una struttura, con grado di iperstaticità infinita (modello continuo), ad una con grado di iperstaticità molto inferiore o addirittura nullo nei trallicci isostatici. Tale passaggio può essere compiuto addensando le linee isostatiche, nelle zone maggiormente caricate. Il metodo iterativo sviluppato cerca di ottenere questo risultato attraverso una successione di analisi elastiche lineari agli elementi finiti; alla fine di ciascuna delle quali, viene individuato il componente meno sollecitato e "rimosso" attraverso l'abbattimento della sua rigidità. Per fare ciò si determina l'elemento con la minima energia di deformazione, al quale viene ridotto drasticamente il modulo elastico.

Un problema essenziale che si è incontrato durante lo sviluppo della procedura, riguarda l'impossibilità di trattare globalmente tutto l'elemento strutturale. Il metodo iterativo, infatti, per dare buoni risultati deve essere applicato in situazioni in cui è presente un gradiente abbastanza marcato dell'energia di

deformazione. Si è reso perciò necessario impiegare la procedura inizialmente nelle zone dove erano presenti concentrazioni di tensioni, e successivamente nelle altre adiacenti dove c'era una distribuzione più uniforme dell'energia. Così procedendo, le aste determinate, inducono delle azioni concentrate nella successiva porzione della struttura da esaminare facilitando l'individuazione dei nuovi elementi del traliccio.

Tale procedura evita di togliere elementi poco sollecitati ma che successivamente faranno parte di un'asta del traliccio, poiché nello stesso modello STM della struttura esisteranno elementi maggiormente caricati rispetto ad altri.

I punti fondamentali del metodo sono riassunti nei seguenti passi :

- scelta della "mesh", analisi agli elementi finiti della struttura o della regione D interessata, e calcolo dell'energia di deformazione media degli elementi;
- suddivisione della struttura in base all'andamento della intensità dell'energia di deformazione degli elementi, scelta della prima zona da esaminare;
- determinazione dell'elemento con il minimo valore di energia di deformazione e abbattimento del suo modulo elastico; ricalcolo della struttura e individuazione di un nuovo elemento da modificare come visto in precedenza fino all'individuazione dei campi di tensione concentrati;
- definite le aste si passa all'analisi di una nuova zona adiacente, si calcola nuovamente la struttura e si prosegue come sopra.

Analizzate tutte le parti della struttura, in cui era stata suddivisa, finisce la procedura.

2.2 ESEMPI

Dopo aver determinato le regioni e l'ordine con cui si deve applicare la procedura, seguendo i punti descritti precedentemente si vede la possibilità di uno sviluppo automatico attraverso un codice di calcolo agli elementi finiti. Per tale sviluppo è stato utilizzato il programma ANSYS5.0 [12] poiché con questo strumento è possibile ridurre al minimo le operazioni di programmazione: essendo presente al suo interno stesso un "linguaggio di programmazione" denominato APDL (Ansys Parametric Design Language). L'APDL permette: la costruzione del modello in modo parametrico, la ripetizione dei comandi, e le operazioni logiche basilari per la programmazione.

Come esempi applicativi del metodo descritto si riportano (figure 4,5,6) i risultati ottenuti nei casi di una trave parete, di una mensola tozza e di una parete con una grossa apertura.

Da tali risultati si osserva, almeno nei casi esaminati, una confortante concordanza dei trallicci stru-and-tie

risultanti rispetto a quelli trovati con vari altri metodi usati in letteratura.

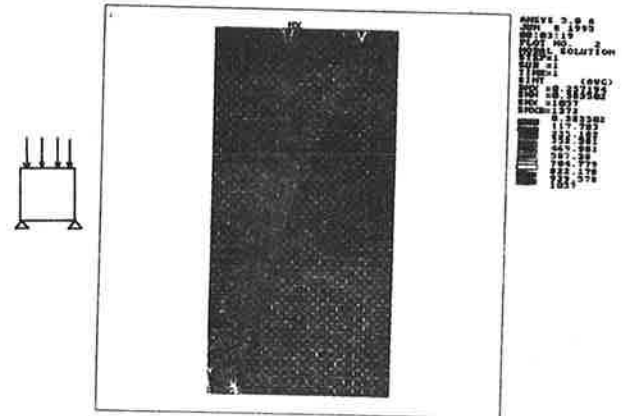


Fig. 4 Trave parete

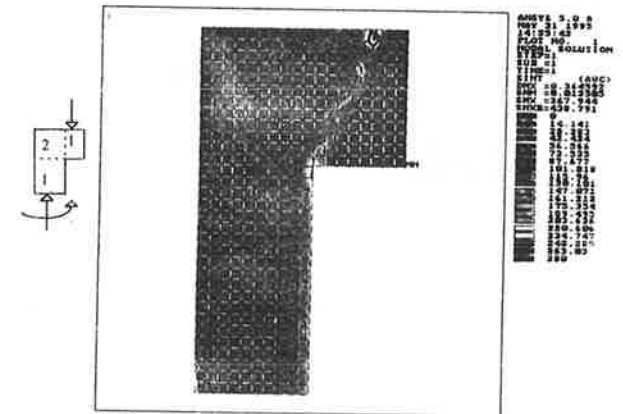


Fig.5 Mensola tozza (I numeri all'interno dello schema indica l'ordine con cui si è applicata la procedura).

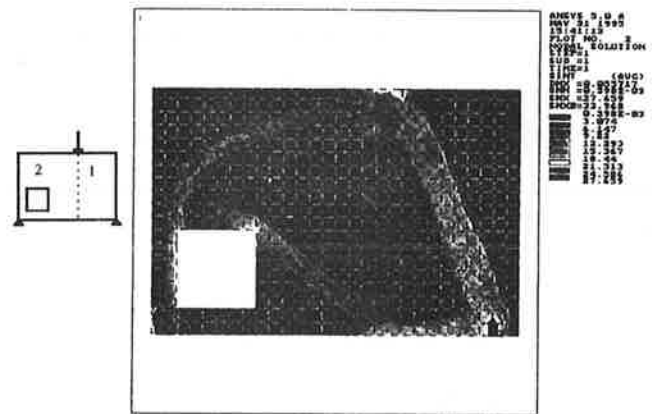


Fig.6 Trave parete con grossa apertura (I numeri all'interno dello schema indica l'ordine con cui si è applicata la procedura).

2.3 METODO SEMIAUTOMATICO BASATO SULL'ALGORITMO PRESENTATO DA N.FARDIS & A.HARISIS.

Un'altra procedura per la ricerca del modello "strutture" è stato presentato allo IABSE del 1991 da N.Fardis e A.Harisis [9]. Riferendosi a tale studio si è scritto un programma apposito in grado di determinare la geometria del traliccio. L'algoritmo utilizzato è stato modificato in alcuni punti, rispetto alla versione originale, poiché nella fase di sviluppo tali cambiamenti hanno dimostrato, aumentarne l'efficacia. Queste modifiche saranno evidenziate nel corso dell'esposizione dello stesso algoritmo. Si ricorda inoltre che la presente trattazione riguarda esclusivamente elementi bidimensionali.

La prima parte dell'algoritmo proposto consiste in un'analisi elastico lineare della regione bidimensionale, soggetta alle forze o spostamenti di progetto, attraverso la tecnica degli elementi finiti. Dall'analisi si ottiene, nei nodi degli elementi, le tensioni σ_x , σ_y , τ_{xy} e quelle principali σ_1 , σ_2 inoltre, attraverso le relazioni del cerchio di Mohr, sono calcolate le direzioni delle tensioni principali Θ_1 , Θ_2 .

Successivamente i dati sono divisi in due gruppi, a seconda del segno delle tensioni principali, inoltre sono formati due database su files uno per ciascun insieme di tensioni. Ogni registrazione include le coordinate x e y dei nodi, il valore delle tensioni principali σ_i ($i=1,2$) e l'angolo Θ_i ($i=1,2$) che formano con l'asse orizzontale. Usando questi dati vengono fatte le seguenti operazioni per le tensioni positive e negative:

- Si identificano il gruppo di nodi dove l'intensità della tensione principale di interesse, positiva o negativa, ricade dentro un certo intervallo di valori (stabilito dall'utente). Tale campo è determinato con riferimento al valore medio delle tensioni di tutta la struttura presa in esame, infatti si considera l'insieme di nodi dove la tensione eccede di un multiplo della deviazione standard, il valore medio. Così facendo si individuano i punti con gli sforzi maggiori, indipendentemente dalla loro posizione nella regione bidimensionale. Ciò vale per le tensioni positive che negative.

- I punti suddetti vengono ordinati in ordine crescente in base al valore di Θ_i ($i=1,2$) L'intero campo di angoli tra 0 e 180 gradi è suddiviso in un numero di intervalli uguali (ad esempio ogni 10 gradi), per ogni intervallo si valuta il numero di punti che hanno l'angolo della direzione principale interno al campo esaminato. Alla fine si costruisce l'istogramma, del rapporto tra il numero di punti trovati per ciascun campo di valori e il numero di punti totali presi in considerazione. L'istogramma così tracciato ha andamento irregolare e i picchi di tale andamento

individuano le direzioni dei punti dove le tensioni non solo sono alte, ma hanno anche direzione quasi parallele, infatti, in tale campo le differenze tra gli angoli sono piccole. I valori Θ_j vengono poi suddivisi in un numero n di gruppi (specificati dall'utilizzatore) e ogni gruppo è delimitato dai massimi locali delle stesse differenze tra i Θ_j . Per evitare il caso di sottogruppi troppo piccoli, la variazione di queste differenze è "lisciata" facendo la media delle differenze delle direzioni ogni 10 punti.

Quest'ultima parte è stata modificata nella procedura utilizzata per mettere appunto il programma. Dopo aver calcolato la differenza fra le direzioni delle coppie di angoli consecutivi cioè $\Delta\Theta_j = \Theta_j - \Theta_{j+1}$ (con j variabile da 1 a N, dove N è il numero dei nodi selezionati come visto nel punto precedente), non si è scelto di dividere i valori in un numero n di gruppi, definito dall'utente, ma di separarli in base al valore dei $\Delta\Theta_j$. I punti vengono raggruppati in uno stesso insieme se la differenza tra gli angoli delle direzioni delle tensioni principali ($\Delta\Theta_j$) è inferiore un valore definito dall'utente (in tutti gli esempi è stato scelto 0.1 radianti), nel caso invece contrario si formerà un nuovo gruppo. Un'altra modifica apportata riguarda la fase in cui è eseguita la media delle differenze delle direzioni, tale processo è stato sostituito con l'esclusione dei gruppi, formati con i passaggi precedenti, con meno di 10 nodi.

- In tutti i gruppi viene successivamente confrontata la distanza di ogni coppia di punti per esaminarne la loro prossimità geometrica in modo da ottenere insieme contenenti punti vicini e con direzioni delle tensioni quasi parallele. Ogni punto inizialmente forma un gruppo a se stante dopodiché si riuniscono confrontando la distanza del primo punto con gli altri, se questa supera un certo valore massimo, il nodo esaminato cambia insieme altrimenti entra nel gruppo del primo punto. Finito il passaggio iniziale si procede con il confronto della distanza tra il secondo punto e tutti gli altri; e di nuovo, quando la distanza tra i nodi supera un certo valore questi entrano a fare parte del gruppo a cui appartiene il punto di partenza; tale procedimento è ripetuto per tutti i nodi. In questo modo si collegano tutti i punti vicini formando dei sottogruppi con nodi adiacenti e direzioni delle tensioni quasi parallele.

Ciò comporta che ogni sottogruppo sia sostituito da una linea retta provvisoria che rappresenta l'asta del traliccio, la quale passa attraverso il "centro di gravità" dei nodi del gruppo di cui fa parte. Tale baricentro è determinato utilizzando come masse il valore delle tensioni. L'orientazione della retta provvisoria è ricavata dalla media pesata rispetto alle tensioni, degli angoli delle pressioni principali di ogni nodo appartenente al sottogruppo.

Nella costruzione delle aste come esposto sopra, spesso accade che un elemento del traliccio non sia composto da più di un singolo gruppo. Perciò s'otterranno delle rette, rappresentanti insiemi di punti adiacenti, quasi parallele che schematizzano la stessa asta e quindi dovranno essere unite in una singola. Il criterio utilizzato per la fusione è costituito da un doppio controllo sulla direzione e sulla posizione del baricentro, si procede, infatti, solo nel caso in cui si verifichi la concomitanza delle seguenti condizioni: la differenza delle direzioni delle aste supera 0.2 radianti, la distanza dei baricentri delle rette supera 1.5 volte la dimensione della "mesh".

Questi valori sono stati ricavati da prove effettuate che, almeno negli esempi riportati, conducono al risultato corretto.

- Le aste provvisorie sono poi sostituite da quelle finali attraverso la determinazione dei vertici del traliccio. Per ottenere tali nodi sono individuati tutti i punti derivanti dall'intersezione di differenti rette convergenti nello stesso vertice, dopodiché si sono uniti in base alla loro vicinanza in gruppi. Alla fine vengono sostituiti i vari nodi con il punto baricentrico che determina il vertice cercato. Questi nuovi punti permettono di disegnare il traliccio con le aste definitive.

Il programma alla fine visualizza sullo schermo la geometria della struttura, le aste individuate e i vertici calcolati. In tal modo si ha una immediata visione dell'esito del calcolo; e se questo non risultasse soddisfacente si può iniziare nuovamente la procedura introducendo valori dei parametri diversi.

2.4 ESEMPI

Il programma elaborato ha come input la geometria della struttura, le coordinate dei nodi degli elementi finiti e i valori in questi punti delle tensioni principali. Tali dati sono registrati su un file esterno dal codice di calcolo utilizzato per l'analisi elastica preliminare con ANSYS50. Gli esempi riportati sono una mensola tozza, una parete forata e una trave con discontinuità della sezione.

Nelle figure 7,8,9 sono mostrati i tralicci ricavati dall'unione dei nodi derivanti dalle intersezione delle aste delle quali sono inoltre indicate le direzioni e le posizioni originarie.

Si può osservare che almeno negli esempi riportati esiste una concordanza tra i tralicci risultanti rispetto a quelli usati in letteratura e ricavati con altri vari metodi. In particolare si osserva una minore definizione dei modelli: infatti con questi metodi si ottiene spesso tralicci isostatici o labili ma staticamente determinati per la particolare condizione di carico esaminata. Come esempio si può confrontare i tralicci ottenuti per il caso

della parete con foro e quello riportato in letteratura [2][3] e mostrato in figura 10

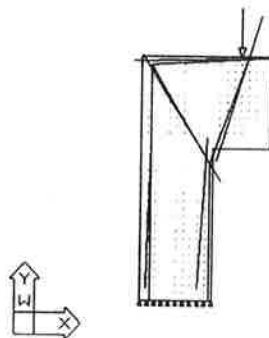


Fig. 7 Modello STM ricavato per una mensola tozza.

Si osserva, inoltre che quest'ultima procedura ha il vantaggio di essere molto più rapida rispetto alla precedente in quanto si esegue una volta sola l'analisi agli elementi definiti. La brevità del metodo permette all'utilizzatore di compiere più prove, in modo da ottenere il risultato più soddisfacente.

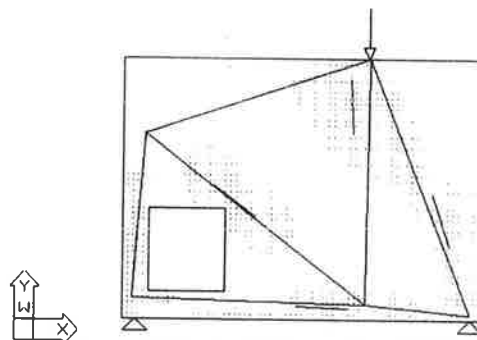


Fig. 8 Modello STM ricavato per una parete forata

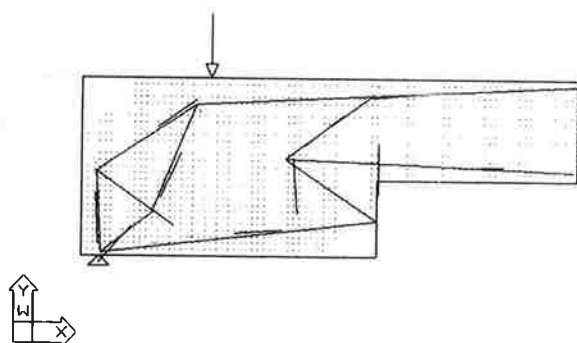


Fig. 9 modello STM ricavato per una trave con discontinuità della sezione

Ricordiamo che ciò è possibile variando i punti selezionati attraverso il parametro che moltiplica la deviazione standard, la quale definisce l'intervallo dei valori di tensioni dentro i quali sono scelti i punti.

3. VERIFICA DEI MODELLI

Come già accennato in precedenza normalmente le aste del modello STM vengono individuate in fase elastica poiché tale tipo di approccio ha principalmente due vantaggi. Il primo è che occorre preservare in esercizio la funzionalità della struttura e pertanto l'orientazione dei tiranti e quindi dell'armatura secondo linee isostatiche limitano la propagazione della fessurazione. Il secondo vantaggio è quello che in fase elastica abbiamo un "univoco" modello STM essendo univoco il campo tensionale della struttura. Al contrario in fase fessurata lo stato di sollecitazione dipende dalla disposizione delle armature. In dipendenza da tale disposizione, cambierà la conformazione fisica della struttura che si dividerà in zone separate da ampie fessure cambiando il modello STM a rottura.

In questo paragrafo si riporta un esempio di struttura in c.a. (parete forata) verificata attraverso l'utilizzo di modelli non lineari agli elementi finiti, in particolare si indaga il comportamento a rottura della strutture progettate con i modelli ottenuti in precedenza.

Il programma agli elementi finiti utilizzato [13] permette di eseguire analisi non lineari fino a rottura di elementi in c.a. adottando per il calcestruzzo relazioni costitutive e criteri di resistenza tra i più recenti che tengono conto di fenomeni tipici di questo materiale, quali la fessurazione in trazione, il "tension-stiffening" e il "tension-softening". Si ricorda che il primo fenomeno è relativo all'effetto irrigidente del calcestruzzo posto tra le fessure, mentre il secondo tiene conto del ramo discendente del diagramma sforzi-deformazioni del calcestruzzo per sforzi di trazione. Un'altra caratteristica del modello utilizzato è la possibilità di rappresentare la fessurazione del calcestruzzo, la quale è controllata dalla massima tensione principale: se questa eccede il valore della resistenza si ipotizza lo sviluppo di un piano di frattura normale alla corrispondente direzione principale; l'effetto sul materiale consiste in una riduzione della rigidezza sul piano della frattura, ed in direzione normale a tale piano. La legge costitutiva è modificata; per il taglio si assume un coefficiente di ritenzione β pari a 0.5, ed in direzione normale la rigidezza è ridotta proporzionalmente all'aprirsi della fessura in modo lineare. Il legame costitutivo del calcestruzzo è di tipo elastica perfettamente plastica, tale modello semplificato è stato scelto in virtù di una maggiore semplicità. Ciò non comporta grossi errori poiché siamo interessati alla valutazione del carico massimo resistente

della struttura e non al suo comportamento post elastico [14]. Per descrivere gli stati di tensione pluriassiali è stato usato il criterio di resistenza di Drucker-Prager caratterizzato dall'angolo di attrito interno φ del calcestruzzo e dalla coesione, quest'ultima solitamente viene determinata attraverso i valori di φ e della resistenza cilindrica a compressione monoassiale, mentre per φ si è preso un valore medio pari a 30° . Inoltre quando si adotta $\varphi = 30^\circ$ si sovrastima la resistenza a trazione del materiale, pertanto nelle regioni di trazione si ricorre ad un criterio di "tension cut-off" [13].

Nel codice di calcolo utilizzato è inoltre possibile modellare l'armatura con elementi mono dimensionali i cui nodi sono indipendenti da quelli utilizzati per la modellazione del calcestruzzo, poiché il programma provvede automaticamente all'aggiornamento della matrice di rigidezza dell'elemento piano a seconda della quantità di acciaio presente al suo interno. Le caratteristiche del materiale sono riassunte nella tab. 1.

Per l'armatura di rinforzo è stato utilizzato un modello elastico perfettamente plastico con criterio di plasticizzazione di Mohr-Coulomb, inoltre in questo tipo di modellazione si considera perfetta aderenza tra calcestruzzo e acciaio.

Gli aspetti della formulazione discussi, pur se non completati dalle relazioni analitiche, sono sufficienti a comprendere la notevole articolazione ed anche la raffinatezza di un tale modello del materiale.

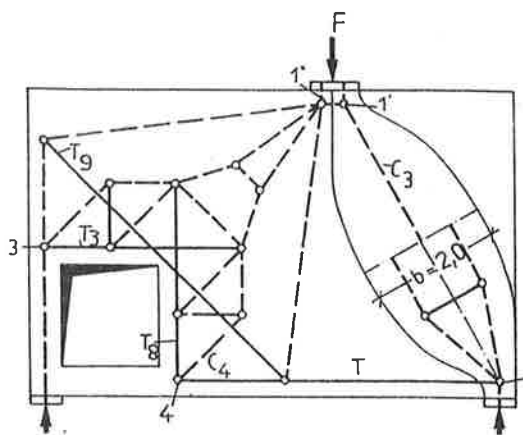


Fig. 10 modello indicato da Schlaich [2,3]

La parete presa in esame è stata modellata in 3 modi ciascuno dei quali differisce dall'altro per il tipo di armatura e quindi per il modello adottato nella progettazione. La struttura infatti è stata calcolata con due tipi di tralicci: quello ricavato dalla procedura semiautomatica figura 8 e quello iperstatico indicato in [2],[3] figura 10.; inoltre come ulteriore confronto la

parete è stata dimensionata erroneamente come se fosse una struttura inflessa

Calcestruzzo. $E_c = 31200 \text{ KN / cm}^2$ $\nu = 0.2$ $f_{cc} = 2.5 \text{ KN / cm}^2$ $f_{ct} = 0.26 \text{ KN / cm}^2$ tensio cut-off lineare $\epsilon_{us} = 0.0010$ $\beta = 0.5$	Acciaio delle armature $E_c = 21000 \text{ KN / cm}^2$ $f_{sy} = 44 \text{ KN / cm}^2$ Piastre di supporto $E_c = 21000 \text{ KN / cm}^2$ $\nu = 0.2$
--	---

Tab. 1

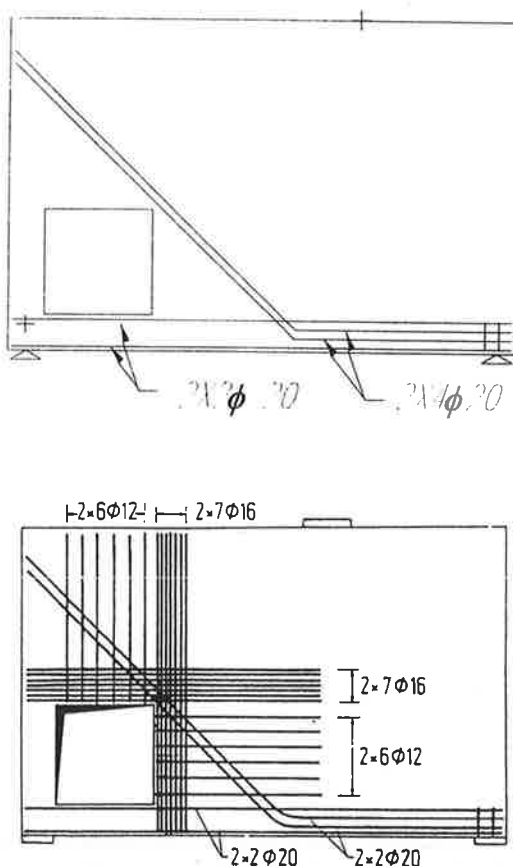


Fig. 11 Armatura adottata nel modello isostatico e iperstatico

Il calcolo dell'armatura è stato eseguito per una forza concentrata $F=3000 \text{ KN}$; nella figura 11 si riportano i due differenti tipi di rinforzo. Nel caso invece del dimensionamento erroneo si è ottenuto una semplice armatura costituita da $8 \phi 20$ nella parte inferiore della trave.

Il risultato delle analisi è riportato in figura 12 dove sono riportate le curve carico spostamento delle tre modellazioni effettuate della parete.

Confrontando le due curve delle pareti dimensionate con i tralicci si può osservare che quella del modello iperstatico presenta delle discrete risorse di duttilità rispetto all'altra e che la rottura in entrambi i casi, avviene per carichi molto vicini e superiore a quello di progetto. Una possibile spiegazione è dovuta al tipo di traliccio utilizzato per il dimensionamento, infatti, nel primo esempio la parete è stata calcolata attraverso un modello reticolare iperstatico, perciò al raggiungimento dello snervamento di un'asta è possibile la redistribuzione degli sforzi alle aste meno sollecitate. Nel secondo caso, invece, il traliccio è isostatico e il superamento del limite elastico dell'armatura comporta, inevitabilmente, la formazione di un cinematismo nel modello.

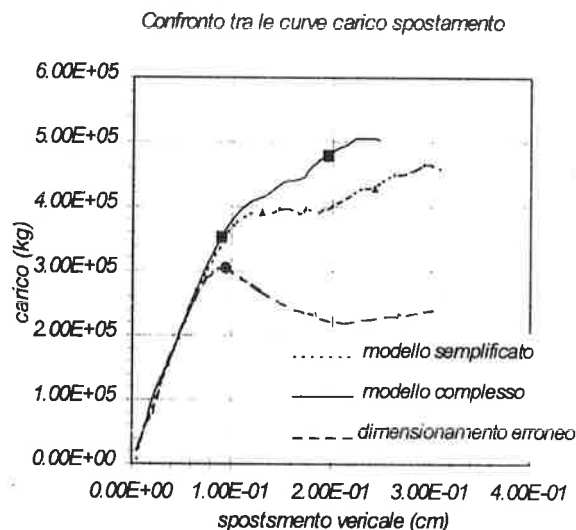


Fig. 12 Curva carico spostamento per la parete forata

Nel caso di erroneo dimensionamento si vede chiaramente come la struttura raggiunga la rottura per un carico notevolmente inferiore rispetto agli altri due modelli (pur avendo nella parte inferiore maggiore armatura); inoltre il comportamento in campo post-elastico risulta di tipo "softening" e quindi molto più pericoloso.

Con questi tipi di modellazione agli elementi finiti in genere si può ottenere una verifica qualitativa del funzionamento del modello Strut-and Tie, infatti con la visualizzazione delle fessure si individua immediatamente le zone di trazione. Da ciò si può dedurre se effettivamente si instaura il modello ipotizzato nella progettazione.

Come esempio si riporta in figura 13 lo stato fessurativo calcolato per il carico di rottura nella parete dimensionata con il modello isostatico. Tale forza corrisponde a quella che produce lo snervamento del tirante inclinato.

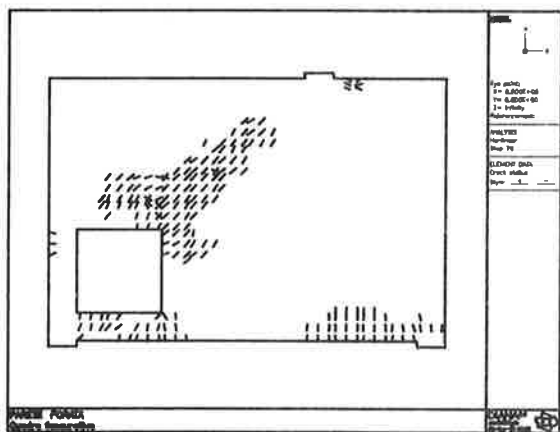


Fig. 13 Quadro fessurativo calcolato per $F=4300$ KN per la parete dimensionata con il traliccio isostatico.

4. CONCLUSIONI

Dagli esempi riportati si può notare la notevole potenzialità da un punto di vista progettuale del metodo Stru-and-Tie, soprattutto per quanto riguarda la possibilità di avere una rapida valutazione dell'armatura necessaria anche in strutture molto complesse. Tale metodo riassume mediante la posizione di poche aste, il comportamento di strutture o singole parti strutturali di difficile comprensione statica, fornendo così al progettista un quadro del comportamento della struttura. Gli sforzi compiuti recentemente sono rivolti alla ricerca procedure automatiche per la determinazione della geometria del modello. Le difficoltà che si presentano in tale studio sono in parte anche dovute alla stretta interazione tra il computer e l'utente, requisito indispensabile per l'applicabilità delle procedure.

La presente nota naturalmente non vuole essere una risoluzione al problema, ma ha lo scopo semplicemente di fornire i primi spunti per la messa a punto di tali procedure a cui dovranno seguire ulteriori studi di approfondimento. Confortanti sono le concordanze tra i risultati ottenuti e gli altri ricavati in letteratura con altri metodi.

5. Riferimenti Bibliografici

[1] Morsh E. (1912): *Der Eisenbeton, seine Theorie un Anwendung*. Velgard Konard Wittwer, Stuttgart 1912

- [2] Schlaich J. (1991): *The Need for Consistent and Translucent Model*. IABSE colloquium "Structural concrete" 1991, IABSE-report vol 62 pp 169-184
- [3] Schlaich J. ; Schaffer K. ; Jennewein M.(1987): *Toward a Consistent Design of Struttural Concrete*. PCI-Journal vol 32, n.3 May / Jun 1987,pp 75-150
- [4] Leonhardt F (1965): *Reducing the Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams and Slbs*. Mag. of Concrete Research, Vol 17 n 53 Dec 1965
- [5] Marti P. (1991): *Dimensioning and detailing* In IABSE Colloquium "Structural Concrete", Stuttgart 1991, IABSE-report vol.62 pp 411-443
- [6] Collins M. P.: Mitchell D. (1987): *Prestressed Concrete Basis* Canadian: Prestressed Concrete Institute, Ottawa 1987
- [7] Marti p.(1979): *Plastic Analysis of Reinforced Concrete Shear Walls*; Iabse Colloquium "Structural Concrete", Zurich 1979, IABSE-report vol 62 pp 51-69
- [8] Ruckert k. J. (1991): *Design and Analysis with Strut-and-Tie-Models - Computer Aided Methods*, Stuttgart 1991, IABSE-report vol.62 pp 379-385
- [9] Harisis A. Fardis A. (1991): *Computer -Aided Automatic Costruction of Strut-and -Tie Models* IABSE colloquium *Structural concrete* Stuttgart 1991, IABSE-report vol.62 373-377
- [10] Angotti D. ; Spinelli P (1995): *Alcune riflessioni per il riconoscimento di meccanismi "strut-and-tie" in strutture di cemento armato*. L'Industria Italiana del Cemento n 9 Sett. 1995 506-513
- [11] Brizzi M, Tesi di laurea *Comportamento a rottura di strutture in cemento armato: recenti sviluppi e proposta di una procedura per l'applicazione di modelli puntone tirante*; Realatore prof. P. Spinelli , Facoltà di Ingegneria di Perugia (1992)
- [12] ANSYS *User's Manual - REVISION 5.*, Swanson Analysis System, Houston Pennsylvania, May 92
- [13] DIANA-5.1 (1993) *User's Manual*. TNO (Building and Construction Research) Delft 1993
- [14] HERON (1987): *Examples of non-linear anlysis of reinforcedconcrete structures with DIANA*, Delft 1987 vol 32 n 3

- [15] Collins M. P. ; Mitchell D. (1987): *Prestressed Concrete Basis* Canadian Prestressed Concrete Institute, Ottawa 1987
- [16] MacGregor J. G. (1991): *Dimensioning and Detailing*. In IABSE Colloquium "*Struttural Concrete*", Stuttgart 1991 IABSE-report vol.62 pp 391-409
- [17] Marti P. (1985): *Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design*. ACI-Journal vol.7, Jan-Febr. 1985, pp 46-56
- [18] Schlaich J. , Schafer K. (1989): *Konstruieren im Stahlbetonbau*. Betonkalender 1984/II, 787 - 1005 and: Betonkalender W. Ernst & Sohn, Berlin - Munchen 1989, Part II, pp 563 - 715,
- [19] Marti P. (1985): *Truss Models in Detailing*. Concrete International, vol 7, n12, Dec. 1985 pp 66 73
- [20] Reineck K.H.(1993): *Modelling Struttural Concrete Con Strut-and-Tie Models Shear in B Regins*. Studi e ricerche n.13 pp 165-175, Scuola di Specializzazione in Costruzioni di Cemento Armato Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano.