

LE GRANDI OPERE DI INGEGNERIA CIVILE: LA PROGETTAZIONE GLOBALE, LE TECNICHE ESECUTIVE E LE PROCEDURE DI ACCETTAZIONE

Presidenti di sessione: prof.ing. Antonio MIGLIACCI

prof.ing. Luca SANPAOLESI

Relatore generale: prof.ing. Alberto CASTELLANI

LA PROGETTAZIONE E LA SPERIMENTAZIONE SUL CALCESTRUZZO PER SERBATOI IN C.A.P. DESTINATI AL CONTENIMENTO DI GAS NATURALE LIQUEFATTO A TEMPERATURA CRIOGENICA

Gianni Bebi¹, Giovanni Canetta², Filiberto Finzi³

¹ Technobase, Via Fratelli Bandiera 16, Palazzolo s/O.

² CeAS Centro Analisi Strutturale, Viale Giustiniano 10, 20129 Milano.

³ Studio Finzi, Piazza Piola 12, 20133 Milano.

SOMMARIO

I serbatoi di un terminale GNL (Gas Naturale Liquefatto), in esercizio dalla fine degli anni '60, della capacità utile di circa 50.000 mc l'uno, sono stati riadeguati alla vigente normativa, mediante la realizzazione di un contenitore secondario in c.a.p., in grado di contenere il metano liquefatto (alla temperatura di evaporazione "criogenica" di -165°C), in caso di collasso del contenitore primario. Nel quadro della progettazione dell'intervento, è stata svolta, da un lato, un'attività di calcolo numerico, mediante analisi FEM sia termiche che meccaniche, che ha portato al dimensionamento della struttura e del sistema di precompressione e alla verifica di adeguatezza dei materiali alle sollecitazioni imposte; dall'altro lato, allo scopo di definire le proprietà dei materiali a temperatura criogenica e di verificare la validità del mix-design proposto per i calcestruzzi, si sono svolte prove di laboratorio sui materiali strutturali in laboratori attrezzati per l'esecuzione di test con l'impiego di azoto liquefatto (-196°C). La presente nota sintetizza il progetto e descrive in particolare la campagna sperimentale; se ne sintetizzano i risultati, con particolare approfondimento per il mix-design dei calcestruzzi, particolarmente critico, oltre che per i particolari requisiti meccanici e termici, anche per gli aspetti di durabilità, in relazione all'aggressività dell'ambiente marino.

SUMMARY

Two large LNG storage tanks, of 50,000 m³ capacity each, built in the late sixties in Panigaglia (SP), have been revamped to comply with current safety standards. A prestressed concrete secondary containment was erected, capable to provide a leak-tight barrier to LNG at temperature -165°C , in case of collapse of the primary containment. The design was based on one side on numerical simulations, for the definition of the accident thermal loading, for the evaluation of the required prestressing force and for the structural check of materials; and on the other side on extensive laboratory testing, to define material properties at cryogenic temperature, and to validate the concrete mix design, through cryogenic-temperature testing in liquified nitrogen (-196°C). In the following, relevant design problems are outlined and a particular emphasis is given to the experimental review for the concrete mix design, critical both for strength, due the particular mechanical and thermal loadings, and for durability, due to marine environment.

1 PRESENTAZIONE DEL PROGETTO

La trasformazione dei serbatoi da "singolo contenimento" a "doppio contenimento" richiedeva la realizzazione, al di fuori del serbatoio propriamente detto, costituito da virole in acciaio al 9% Ni, di un nuovo contenitore a tenuta, con l'interposizione fra i due dello strato di materiale coibente (perlite), necessario per il mantenimento della temperatura di stoccaggio (-167°C)

Per la realizzazione di questo secondo contenitore, si è adottato lo schema seguente:

- impiego della piastra di fondazione del serbatoio esistente, in c.a.p., su pali, come fondo del contenitore;
- realizzazione di una nuova parete anulare, sempre in c.a.p., dotata di fondazione propria, anch'essa su pali
- collegamento della parete al fondo mediante un sistema di inserti metallici e lamiere in grado di fornire la tenuta stagna e al contempo consentire i necessari spostamenti relativi delle due strutture, di fatto del tutto indipendenti.

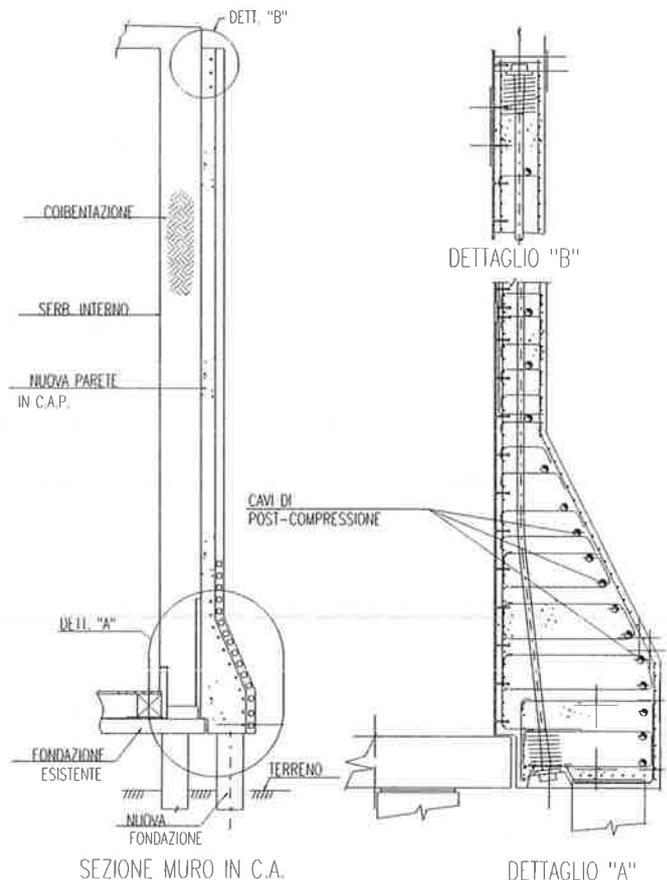
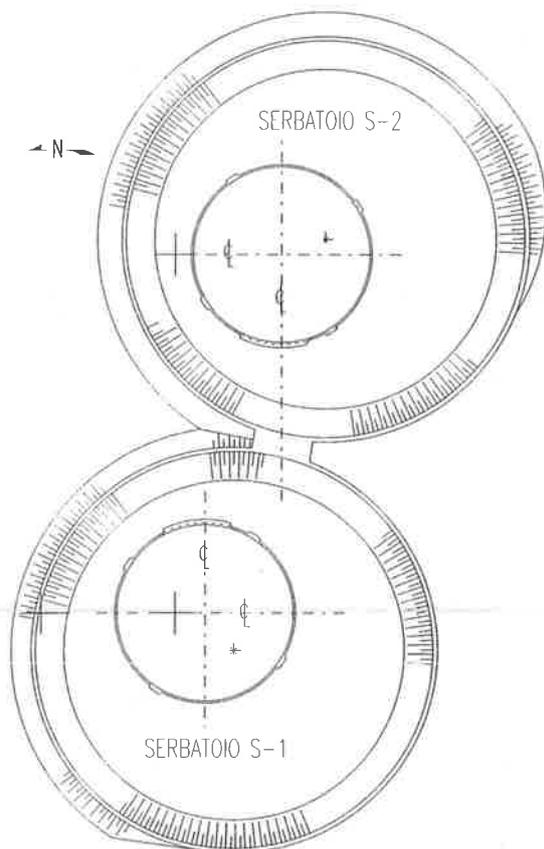
Il sistema è in grado di resistere (oltre ai carichi di servizio, sismici, ecc.), alle pressioni idrostatiche del metano e, soprattutto, allo stress termico imposto dalle bassissime temperature al contatto metano – calcestruzzo e al surriscaldamento della parte sommitale imposto dall'eventuale fuoco di GNL. L'adeguamento della struttura si concretizza principalmente nelle seguenti attività:

- realizzazione di una palificata di fondazione della nuova parete che non doveva gravare sulla struttura esistente (per la palificata non era prescritto calcestruzzo criogenico);
- realizzazione di una parete in c.a. precompresso a cavi post-tesi, impiegando come cassero interno a perdere la virola di protezione esterna dei serbatoi esistenti (si vedano planimetria e sezione), per un volume di calcestruzzo previsto 7.000 mc;
- realizzazione di una piattaforma sul tetto dei serbatoi per sostenere le pompe-colonna di processo del GNL. Poiché il tetto non è in grado di sostenere carichi elevati, questa piattaforma viene realizzata a sbalzo sulla nuova parete in c.a.p.

Le condizioni al contorno del progetto civile, in termini di dati di progetto e di specifiche, sono quindi:

1. struttura in c.a.p. soggetta a condizioni di carico di esercizio, di sisma, di incidente termico causato da perdita di GNL dal serbatoio interno o da incendio di un serbatoio; la condizione dimensionante per la precompressione è data dal requisito che, anche nella fase più critica del transitorio di esposizione al GNL, nella sezione della parete rimanga sempre una fascia compressa, allo scopo di evitare il formarsi di fessure passanti con conseguente perdita di tenuta stagna;

COMMITTENTE:	SNAM SpA
PROGETTAZIONE	PDM Inc., Pittsburgh, PA
GENERALE:	(USA)
SUPERVISIONE	SNAMPROGETTI SpA
LAVORI:	
ADEG. PROGETTO E	
DIREZIONE LAVORI	CeAS Centro di analisi
STRUTTURE:	Strutturale srl
CONSULENZA	Technobase,
TECNOL. CLS	Studio ing. F. Finzi



2. calcestruzzo:

- Rck 40 N/mm², classe di esposizione 4b;
- Rapporto A/C ≤ 0.42;
- mix criogenico, ovvero in grado di mantenere sostanzialmente integre le proprie caratteristiche meccaniche anche dopo l'esposizione alle temperature del liquido stoccato;
- Tempo utile di lavorabilità: > 60 min;
- esecuzione di una campagna di prove di laboratorio a temperatura ambiente e a bassa temperatura, per la verifica del comportamento e la determinazione delle proprietà meccaniche;
- produzione in impianto di betonaggio in cantiere;
- limiti minimi e massimi del volume di ogni getto (200-300 mc) per minimizzare il numero di giunti freddi.

2. armature lente e cavi di postcompressione realizzati con materiale adeguato all'impiego nelle basse temperature del progetto.

1.1 Ipotesi di carico

Le nuove strutture sono progettate per resistere al contatto con il GNL e al fuoco. Si pongono quindi innanzitutto due ordini di problemi:

- stabilire quali sono le resistenze residue dei materiali durante e dopo l'esposizione a temperatura criogenica
- determinare le proprietà dei materiali strutturali a temperature criogeniche. Infatti è già noto che sia il coefficiente di dilatazione termica, che la conducibilità termica a temperature così basse sono differenti da quelle assunte nell'ingegneria convenzionale; l'accurata determinazione di questi parametri è dunque essenziale per ottenere delle analisi numeriche del punto a) dei risultati significativi.

I modelli numerici FEM allestiti avevano quindi i seguenti obiettivi:

- determinare i profili di temperatura nelle sezioni della parete durante gli incidenti di perdita di GNL e fuoco di GNL (modello assialsimmetrico di propagazione del calore)
- determinare deformazioni e sollecitazioni nella parete nelle fasi critiche del transitorio, per permettere di determinare i requisiti minimi di resistenza dei materiali e la minima sovraccarico di precompressione.

Poiché la campagna di sperimentazione si è avviata solo dopo l'esecuzione dei calcoli numerici, questi sono stati condotti con parametri stimati sulla base dell'esperienza e confermati a posteriori dalla sperimentazione.

2 LA DEFINIZIONE DEL CALCESTRUZZO – POSIZIONE DEL PROBLEMA

Definiamo criogenico il calcestruzzo impiegato in opere per le quali è prevista la permanenza, accidentale o meno, in ambienti a bassa e bassissima temperatura. Trova quindi la sua pressoché esclusiva applicazione nella realizzazione di serbatoi di stoccaggio per gas liquefatti e, come accennato, anche l'opera in questione appartiene a questa categoria d'impiego.

Il calcestruzzo, per sua natura, è un materiale estremamente eterogeneo i cui componenti presentano caratteristiche fisico-chimiche diverse. Anche il loro apporto volumetrico è diverso: aggregati 65%, pasta di cemento 27%, acqua libera 3% e aria 5%. In aggiunta, se pasta di cemento, acqua e aria possono ritenersi sostanzialmente omogenei, gli aggregati sono essi stessi costituiti da materiali di natura diversa. Qualche nozione sulla variazione della forma cristallina dell'acqua attorno a -100°C è nota; il cemento è stato sufficientemente sperimentato; sono pure noti i fenomeni espansivi dell'aria; l'incognita è rappresentata dall'aggregato, il quale solo in rari casi si presenta della stessa natura.

Inoltre, mentre è sufficientemente noto il comportamento del calcestruzzo nell'intervallo di temperature comprese fra +80 e -20 °C, non è possibile stabilire, a priori e con certezza, quanto e come possano incidere sul conglomerato le variazioni dimensionali dei singoli componenti quando l'ambiente è caratterizzato da temperature inferiori a -100 °C.

3 IPOTESI DI LAVORO PER LA SPERIMENTAZIONE

Date le scarse esperienze realizzative e la conseguente difficoltà di consultazione di letteratura appropriata, il primo approccio al problema si è sviluppato attingendo all'esperienza del tecnologo, a quanto noto sul comportamento dei materiali alle basse temperature e, perché no, anche al buon senso.

Ne è scaturita la convinzione che l'ipotesi più realistica fosse comunque la realizzazione di un "buon

calcestruzzo”, per la cui confezione doveva essere messa particolare attenzione all’omogeneità dei componenti, essendo questo l’unico criterio che poteva consentire la previsione del comportamento del materiale in condizioni così inusuali. In seguito si doveva procedere ad una serie di sperimentazioni atte a verificare le prestazioni alle temperature ordinarie e quantificare le variazioni derivanti dall’immersione del calcestruzzo in ambiente criogenico. Dato per scontata l’influenza della presenza o meno dell’acqua nei micro e macro pori, tali verifiche dovevano riferirsi al calcestruzzo allo stato asciutto e umido.

Da questa serie di ipotesi è scaturito un programma degli interventi che può essere riassunto nei seguenti punti:

- verifica delle fonti di approvvigionamento dei materiali componenti;
- prescrizioni per la loro produzione;
- campionamento ed analisi dei componenti;
- studio del proporzionamento granulometrico;
- realizzazione di impasti sperimentali;
- analisi e prove sostanzialmente suddivise in due categorie:
 - finalizzate alla verifica delle classi di esposizione e resistenza caratteristica;
 - specifiche per calcestruzzo criogenico.

4 GRUPPO DI LAVORO

L’ente appaltante ha imposto alle imprese partecipanti all’appalto di provvedere alla realizzazione delle prove, analisi e sperimentazioni presso laboratori di loro fiducia, utilizzando componenti di loro scelta.

Con lo scopo di formulare un mix design alternativo, su incarico diretto della SNAM, si è costituito un gruppo di lavoro composto dagli estensori della presente relazione, che ha incaricato la TECHNOBASE di Palazzolo s/O di progettare e verificare le miscele e l’ISMES di Bergamo per le prove criogeniche.

Nello svolgimento del suo incarico, il gruppo di lavoro ha operato in collegamento con:

- Università di Pisa. Prof. Bartelletti con la consulenza dell’ing. Tognon.
- CTG: Ing. Ursella, Ing. Cangiano e ing. Gimenez.
- ISMES. Dott. Viglieno, Comassi.
- Italcalsestruzzi: Geom. Zanco, dott. Mazzenga.

5 VERIFICHE IN FASE SPERIMENTALE

Nel corso delle verifiche si sono dapprima analizzati i componenti di cui era possibile l’impiego.

Componenti

- Due tipi di cemento: Cem III B 32,5 e Cem II AD 42,5 con tenore minimo di microsilicati pari al 7%.
- Aggregati provenienti da tre diverse cave, tutte dislocate nella zona del cantiere.
- Per quanto concerne gli additivi, vista la classe di esposizione dell’opera ed il relativo rapporto acqua cemento, è stato previsto l’impiego di almeno due additivi: superfluidificante (o iperfluidificante) e aerante. Sono stati esaminati i prodotti di quattro società e, mentre per l’analisi dei prodotti ci si è avvalsi delle rispettive schede tecniche, la loro efficacia è stata verificata in laboratorio.
- Le prescrizioni per l’acqua prevedevano la quantificazione dei solfati, cloruri e sostanze alcaline.

5.1 Prove sui sistemi

La campagna di prove eseguite sui calcestruzzi e sui loro componenti prima dell’inizio lavori aveva due obiettivi:

- dimostrare l’adeguatezza del mix proposto ai requisiti di progetto, sia in termini di resistenza ai carichi (meccanici e termici) che di durabilità (esposizione al gelo e all’attacco chimico)
- validare le assunzioni di progetto, misurando i parametri meccanici (modulo di elasticità, resistenza a compressione e a trazione) e termici (coefficiente di contrazione termica, conducibilità termica) al variare della temperatura fra +20°C e - 165°C.

Fanno parte del primo gruppo le seguenti prove a temperatura ambiente, per la classificazione della classe di resistenza ed esposizione:

- Analisi aggregati, appartenenza alla categoria “A” come indicato da UNI 8520;
- Analisi cemento;
- Analisi acqua ed additivi ;
- Studio di proporzionamento granulometrico;
- Prove di resistenza meccanica;
- Permeabilità;
- Resistenza ai cicli di gelo e disgelo;
- Andamento della resistenza nel tempo;
- Resistenze a brevi stagionature con maturazione accelerata.

e le prove criogeniche di shock termico:

- Stagionatura provini a 20°C e U.R. > 90% per 28 gg;
- Immersione in azoto liquido (-196°C) per un'ora;
- 48 ore a temperatura di 20°C e UR > 90%;
- Determinazione di modulo elastico dinamico, resistenza a compressione e acqua libera.

Fanno invece parte del secondo gruppo le seguenti prove al variare della temperatura:

- Determinazione del coefficiente di contrazione termica a basse temperature e diversa stagionatura.
 - Temperature di prova: 20, -30, -80, -130, e -165 °C.
 - Stagionatura: una serie con stagionatura "umida" e una serie "secca", come precisato più avanti.
- Determinazione del modulo elastico a basse temperature e diversa stagionatura.
 - Temperatura di prova e stagionatura come prova precedente.
- Determinazione della resistenza a trazione indiretta (Brasiliana) e contenuto di acqua a basse temperature e diversa stagionatura.
 - Temperatura di prova e stagionatura come prova precedente.
- Determinazione della conducibilità termica e contenuto di acqua a basse temperature e diversa stagionatura.
 - Temperatura di prova e stagionatura come prova precedente.

In aggiunta è stato chiesto alle imprese di presentare soluzioni di messa in opera tali da garantire la continuità dei getti, verificando le proposte mediante la realizzazione di un muro di prova avente caratteristiche simili alla parete verticale dei serbatoi.

6 VERIFICHE DEL MIX DESIGN PROPOSTO DALL'IMPRESA

Si è aggiudicata l'appalto l'associazione Temporanea d'Impresa Co.E.Stra SpA e Società Edilizia Tirrena SpA che si è avvalsa della collaborazione dell'Italcalcestruzzi la quale ha utilizzato il cemento II AD 42,5 prodotto dall'Italcementi nello stabilimento di Albino; aggregati forniti dalla società Italportoro con giacimento in località Pian di Balè ed impianto di selezione in Cavanella. La stessa Italcalcestruzzi ha curato la gestione della produzione di calcestruzzo confezionato in cantiere, provvedendo ai prelievi e alla confezione dei vari provini sia per le prove da eseguire nel

laboratorio di cantiere che quelli da inviare al laboratorio autorizzato. Le prove di qualificazione del calcestruzzo a temperatura ambiente e dei componenti sono state eseguite nel laboratorio dell'università di Pisa, mentre a quelle criogeniche ha provveduto il laboratorio C.T.G. di Bergamo.

Per garantire il livello desiderato di omogeneità delle forniture, il cemento è stato prodotto appositamente per l'opera in oggetto, miscelando un ferrico pozzolanico in commercio con i microsilicati. Per lo stesso scopo, il gruppo di lavoro si è recato nella cava di estrazione dell'aggregato, provvedendo ad individuare una zona ben definita di estrazione del materiale, è stato anche richiesto di procedere alle operazioni di frantumazione e selezione in tempi e spazi separati dalla normale produzione.

I risultati delle prove ed analisi dei componenti vengono riportati nelle tabelle 1 e 2, in tabella 3 la composizione del calcestruzzo e in tabella 4 i risultati dell'impasto preliminare a temperatura ambiente. Per completezza, si riporta anche l'analisi dell'acqua in tabella 5

Tabella 1-a - Analisi fisico-meccanica del cemento

Descrizione	Risultato	U.M	
Tempi di presa	Inizio:	4,15	ore/min
	Fine:	5,05	
Contenuto di aria (malta)	3,35	%	
Resistenza a flessione	1 g	3,1	N/mm ²
	3 gg	6,2	N/mm ²
	7 gg	7,2	N/mm ²
	28 gg	8,5	N/mm ²
Resistenza a compressione	1 g	12,2	N/mm ²
	3 gg	27,6	N/mm ²
	7 gg	38,9	N/mm ²
	28 gg	53,0	N/mm ²

Tabella 1-b - Analisi chimica del cemento

Descrizione	Risultato	U.M
Perdita al fuoco	3.89	%
Residuo insolubile	13.55	%
Solfati SO ₃	2.00	%
Silice (SiO ₂)	26.83	%
Ossido di Alluminio (Al ₂ O ₃)	5.53	%
Ossido di Ferro (F ₂ O ₃)	4.84	%
Ossido di Magnesio (MgO)	2.88	%
Ossido di Calcio (CaO)	50.90	%
Ossido di Sodio (Na ₂ O)	1.77	%
Ossido di Potassio (K ₂ O)	0.90	%
Cloruri come Cl	0.06	%
Carbonati come CO ₂	2.34	%
Saggio pozzolanicità	Positivo	
C ₃ A	1.68	%
Alcali (Na ₂ O + 0.68K ₂ O)	2.36	%

Tabella 2 – Caratteristiche salienti degli aggregati

Caratteristica	Sabbia 0-2 (Po)	Sabbia 0-4	Ghiaia
Natura	Prev. silicea	Prev. calcarea	Prev. calcarea
Forma	Naturale	Frantumata	Frantumata
Modulo finezza	2.06	3.03	N.D.
Solfati SO ₃	Nulla	Nulla	0.012
Cloruri Cl ⁻	0.007 %	0.004 %	0.01 %
Massa volumica	2750 kg/m ³	2850 kg/m ³	2820 kg/m ³
Assorbimento	1.45 %	1.40 %	1.06 %
Coeff. di forma	N.D.	N.D.	0.23
Equivalente in sabbia	100 %	96 %	N.D.
Resistenza a compressione	N.D.	N.D.	140-227 N/mm ²
Reattività agli alcali	Non reattivo	Non reattivo	Non reattivo

Tabella 3 – Composizione unitaria della miscela

Componente	Massa (kg/m ³)
Cemento	400
Sabbia 0-2	390
Sabbia 0-4	487
Pietrischetto 6-15	463
Pietrisco 15-25	533
Mapefluid X 404	4.8 (1.2 %)
Aerante Aermix	0.16 (0.0 %)
Acqua totale	160

Tabella 4 Caratteristiche del calcestruzzo a temperatura ambiente

Caratteristiche	Risultato
Rapporto A/C	0.4
Contenuto di aria	4.1 %
Slump	225 mm
Resistenza a compressione	
3 gg:	33.6 N/mm ²
7 gg:	53.8 N/mm ²
14 gg:	54.8 N/mm ²
21 gg:	72.4 N/mm ²
28 gg:	78.4 N/mm ²
Assorbimento	4.03 %

Tabella 5 - Analisi chimiche dell'acqua

Caratteristiche	Risultato
pH	6.9
Cloruri (mg/l Cl ⁻)	36
Solfati (mg/l SO ₄)	54
Prodotti alcalini (mg/l)	189

7 OSSERVAZIONI SULLE PROVE A TEMPERATURA AMBIENTE

Alla luce di questa prima serie di risultati, il calcestruzzo, a temperatura ambiente, rispetta le caratteristiche imposte dal progetto:

- Rck abbondantemente superiore a 40 N/mm²;
- Classe di esposizione 4b, secondo UNI 9858/9, rispettata in quanto:
 - rapporto A/C < 0.50;
 - corretto contenuto di aria e ottima resistenza ai cicli di gelo e disgelo;
 - ridotto assorbimento di acqua, quindi classificato impermeabile.
- Classificabile anche in 5c in quanto A/C < 0,45 e impiego di cemento con basso tenore di C₃A, quindi resistente ai solfati.
- Rapporto A/C ≤ 0.42.

8 PROVE CRIOGENICHE DI QUALIFICAZIONE

Nei paragrafi che seguono sono riportati i risultati delle prove criogeniche di qualificazione, unitamente ad una breve descrizione delle metodologie di prova ed alcuni commenti dei risultati.

Dove indicato, i due tipi di stagionatura prima della prova sono da intendersi nel modo seguente:

- Umido: 56 gg in ambiente a 20 °C e U.R. >90%;
- Secco: 28 gg in ambiente a 20 °C e U.R. >90% quindi altri 28 gg a 20 °C e U.R. 50%.

Shock termico

Procedura

Tre provini sono stati immersi in azoto liquido (-196 °C) per un'ora, quindi posti in camera umida a 20 °C e U.R. >90% per 48 ore. Alla fine del trattamento sono state determinate le seguenti grandezze:

- Modulo elastico dinamico estensionale (MEDe);
- Modulo elastico dinamico flessionale (MEDf);
- Resistenza cilindrica a compressione (Rc).

Tabella 6 - Rapporto fra i risultati dei provini sottoposti a shock termico e quelli testimone

Test	Rapporto
MEDe	0.94
MEDf	0.96
Rc	0.96

Risultati e commenti

La tabella 6 indica, per ogni prova, i risultati medi rapportati a quelli ottenuti su provini testimone non sottoposti a shock termico.

La specifica impone un rapporto fra i risultati forniti dai provini sottoposti a trattamento e quelli testimone di riferimento superiore a 0.8. I risultati ottenuti si collocano abbondantemente sopra a tale limite, avvicinandosi ad un rapporto uguale a 1.

Coefficiente di contrazione termica

Procedura

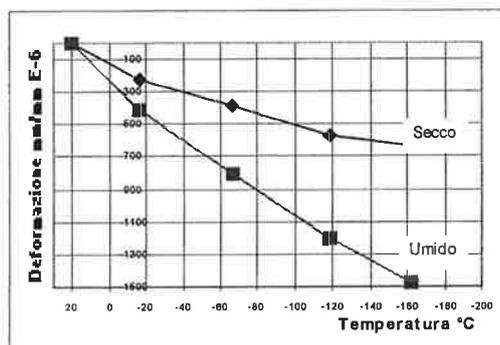
Sono stati immessi in cella criogenica quattro provini per ogni tipo di stagionatura: umida e secca, a cui sono stati applicati opportuni estensimetri. Un provino per ogni tipo di stagionatura è stato strumentato con una termocoppia interna e sensori resistivi di temperatura superficiale. Le temperature di prova erano quindi fornite dalla lettura di queste strumentazioni.

Risultati e commenti

I risultati medi sono riassunti nelle figure 1 e 2.

Si può osservare che il coefficiente α fino a $-20\text{ }^\circ\text{C}$ è quello normalmente riscontrabile in calcestruzzi con aggregato calcareo; a basse temperature, il coefficiente si dimezza, con alcuni singoli risultati prossimi ai valori dell'aggregato siliceo, anche se, nel caso in esame, è prevalentemente calcareo.

Figura 1. Contrazione termica

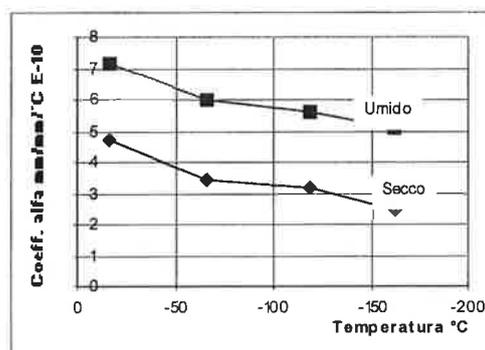


Modulo elastico, resistenza a compressione e trazione indiretta a basse temperature

Procedura

Al raggiungimento delle temperature previste, i provini sono stati immessi in un'apposita cella criogenica, costruita in modo tale da permettere l'esecuzione della prova con i campioni all'interno della stessa cella.

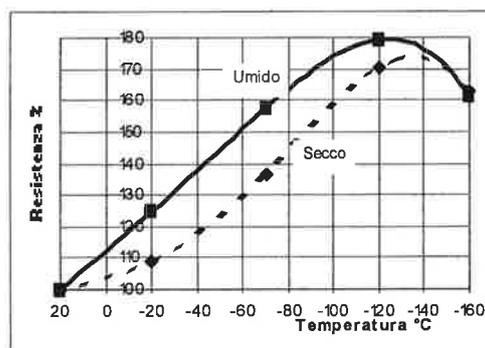
Figura 2. Coefficiente α .



Risultati e commenti

Le figure 3, 4 e 5 rappresentano l'andamento delle grandezze rilevate espresse in variazione percentuale

Figura 3. Resistenza %, riferito a $20\text{ }^\circ\text{C}$, funzione della temperatura.



rispetto al valore ottenuto a $20\text{ }^\circ\text{C}$.

Le resistenze a compressione e trazione indiretta (Brasiliana) aumentano sensibilmente fino alle temperature di $-100\text{ }^\circ\text{C}$ - $-120\text{ }^\circ\text{C}$. A temperature inferiori si osserva una inversione di tendenza, ma il risultato a $-160\text{ }^\circ\text{C}$ rimane superiore a quello rilevato a $20\text{ }^\circ\text{C}$.

Figura 4. Variazione del Modulo elastico %, rispetto a 20 °C, funzione della temperatura.

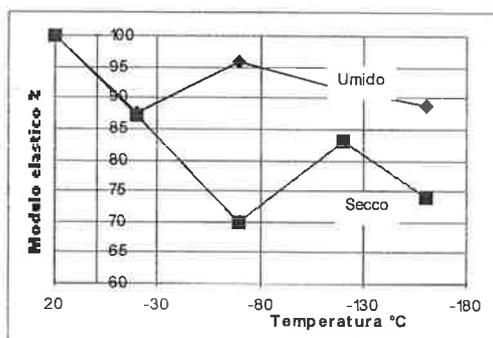
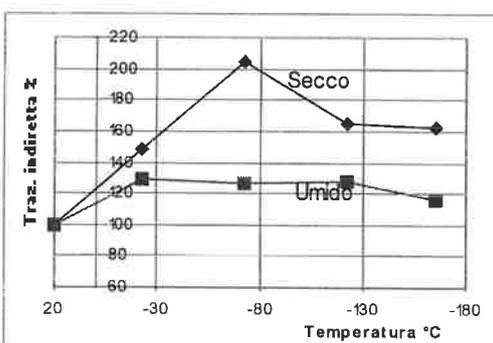


Figura 5. Trazione indiretta %, riferita a 20 °C, funzione della temperatura.



Il modulo elastico secante si riduce di circa il 10 ÷ 15% a -20 °C, rimanendo sostanzialmente stabile a temperature inferiori.

E' da notare che al ridursi delle temperature, i risultati si sono rivelati disomogenei, presentando dispersioni, anche fra due provini identici, prossime al 40% di differenza. Nelle figure 4 e 5 sia il modulo elastico che la trazione indiretta presentano dei valori anomali attorno a -70 °C, il fenomeno è senza dubbio da attribuire alla citata disomogeneità.

La ragione dell'andamento delle resistenze meccaniche è da attribuire alla variazione della cristallizzazione dell'acqua ghiacciata che cambia sostanzialmente cristallizzazione attorno a -100 e -130 °C.

La dispersione, oltre alla diversa condizione di umidità del provino, e quindi dovuta alla cristallizzazione del ghiaccio, è probabilmente il risultato della presenza di aggregati di natura e proprietà termo-elastiche differenti.

Conducibilità termica a basse temperature

Procedura

La conducibilità termica è stata determinata con il metodo della sorgente lineare di calore. La fonte lineare di calore (filo riscaldante) è stata inserita lungo l'asse del provino unitamente al sensore di temperatura.

Risultati e commenti

La figura 6 illustra l'andamento di questa grandezza..

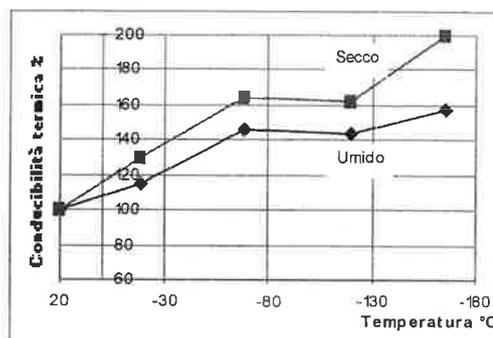
Con la diminuzione della temperatura aumenta il coefficiente di conducibilità termica 'k', il cui valore varia da 2-3 W/m°C a 20 °C fino a raggiungere valori di 3.5-4 W/m°C per provini secchi e 5 W/m°C per quelli umidi.

9 CONSIDERAZIONI RIFERITE ALLE PROVE CRIOGENICHE

Riassumendo quanto osservato dai laboratori incaricati ad effettuare la campagna di sperimentazione, CTG e ISMES, si è osservato quanto segue.

I campioni esaminati presentano una discreta eterogeneità intrinseca, dovuta alla inevitabile presenza di

Figura 6. Conducibilità %, rispetto a 20 °C, in funzione della temperatura.



aggregati di differente natura mineralogica. Non si esclude che la dispersione dei risultati sia dovuta anche al confezionamento dei campioni. In particolare, la prova a trazione indiretta è stata effettuata su campioni cilindrici, per i quali, in mancanza di casseforme metalliche, sono state utilizzate casseforme in PVC, che hanno dato luogo a provini leggermente ovalizzati.

L'aspetto più interessante è costituito dalle resistenze meccaniche che aumentano al diminuire della temperatura fino a circa -130 °C, per poi diminuire a temperature più basse.

L'effetto della stagionatura dei provini: tipo secco e umido, ha influito, anche se non in modo significativo, sui risultati assoluti, mentre si nota un certo parallelismo nelle curve di correlazione.

Le prove realizzate sul mix design alternativo hanno evidenziato un aumento del modulo elastico dinamico a basse temperature, indicando quindi un certo "infragilimento" del materiale. A differenza del modulo elastico secante che, come detto diminuisce a basse temperature. La differenza è solo apparente ed è dovuta al tipo di misura che, nel caso del modulo elastico dinamico, risente della diversa situazione di riempimento e forzatura dell'acqua ghiacciata nei pori.

10 CONTROLLI IN CORSO D'OPERA

Nella fase di getto si è reso necessario intervenire sulla miscela apportando delle modifiche che si sono verificate migliorative dell'impasto. In sostanza, variando l'ordine di pesatura dei componenti, si è potuto ridurre l'iperfluidificante dall'1,2% originale allo 0,8%, mantenendo inalterate, anzi migliorandole, le caratteristiche di lavorabilità e la durata di questa nel tempo.

Anche per questa ragione, durante l'esecuzione dei lavori, oltre ai normali prelievi di legge, integrati da periodiche prove di permeabilità, del contenuto di aria e di verifica dello stato dei giunti freddi, si è provveduto all'estrazione, mediante carotaggio, di alcuni campioni cilindrici da sottoporre a verifica, per la conferma dei risultati ottenuti in sede di qualificazione.

Quindi, su 7 carote Ø 100mm, prelevate in una zona dove la superficie del getto si presentava meno compatta, sono state eseguite le seguenti analisi:

- Resistenza a compressione;
- Permeabilità (coefficiente 'K');
- Presenza e disposizione (Spacing) delle bolle d'aria;
- Modulo elastico dinamico da 20 a -40 °C;
- Deformazione da 20 a -40 °C;
- Coefficiente α .

Risultati e commenti

Le prove ed analisi sono state eseguite presso il laboratorio CTG di Bergamo e sono stati riscontrati i seguenti valori:

- Resistenza cilindrica a compressione: 45 MPa..

Tabella 7. Modulo elastico funzione della temperatura.

Temperatura °C	M.E. Din MPa
20	31 443
-21.7	33 671
-41.8	39 964

Tabella 8. Deformazione funzione della temperatura.

Temperatura °C	Deformazione $\mu\text{m/m}$
- 21.6	- 303
- 41.7	- 357

Tabella 9. Coefficiente α .

Intervallo di temperatura °C	Coefficiente α . $\text{mm/mm/}^\circ\text{C} * 10^{-5}$
da 20 a - 40	5.8
da - 20 a - 40	2.8

- Coefficiente di permeabilità 'K': $0.327 \text{ m}^2 * 10^{-16}$
- Presenza di bolle d'aria di forma sferica suddivise in due dimensioni: alcune con diametro compreso fra 400 e 600 μm altre con diametro compreso fra 100 e 200 μm . La distribuzione è risultata regolare.

I risultati medi di Modulo Elastico Dinamico in funzione della temperatura sono riportati nella Tabella 7; quelli relativi alla deformazione sono riportati in Tabella 8 e in Tabella 9 il coefficiente α .

I valori di resistenza a compressione riscontrati risultano di circa il 10% inferiori a quelli misurati sui provini in fase preliminare e sui cubetti prelevati in corso d'opera.

Tale risultato si spiega se si tiene conto di almeno due fattori: la forma cilindrica e il disturbo arrecato dalle operazioni di carotaggio.

In base a queste considerazioni, perciò, il calo di resistenza riscontrato può essere considerato solo apparente.

Il Modulo elastico dinamico aumenta a temperature più basse, confermando quanto riscontrato preliminarmente sul mix design alternativo, e quindi la sospetta maggiore fragilità del calcestruzzo a basse temperature.

11 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

La ricetta di un calcestruzzo per impiego "criogenico" è stata studiata e messa a punto mediante una campagna di prove di laboratorio in fase preliminare e verificata mediante prelievi e prove in corso d'opera.

Si è confermato che il requisito fondamentale per un calcestruzzo criogenico è di essere un "buon calcestruzzo", caratterizzato cioè da:

- materiali selezionati
- costanza dei componenti
- rapporto a/c contenuto
- cura e controllo della produzione e delle operazioni di messa in opera, compattazione e stagionatura.

I risultati delle prove dimostrano che le caratteristiche fisico-meccaniche del calcestruzzo sono influenzate dalla situazione cristallina dell'acqua ghiacciata:

- le resistenze aumentano fino a $-120/130$ °C per poi diminuire a temperature inferiori, ma rimanendo più elevate di quelle a temperatura ordinaria;
- Il modulo elastico, dopo una riduzione riscontrata a -20 °C rimane sostanzialmente costante;
- l'effetto dello shock termico risulta molto contenuto o quasi nullo.
- La contrazione termica risulta contenuta per calcestruzzo secco, aumenta sensibilmente se il materiale è umido;
- La conducibilità termica raggiunge valori doppi rispetto a quelle riscontrabili a temperature di normale esercizio;
- si è notata una certa variabilità di risultati che indicano la necessità, per prossimi simili interventi, di procedere alla confezione e prova di un numero

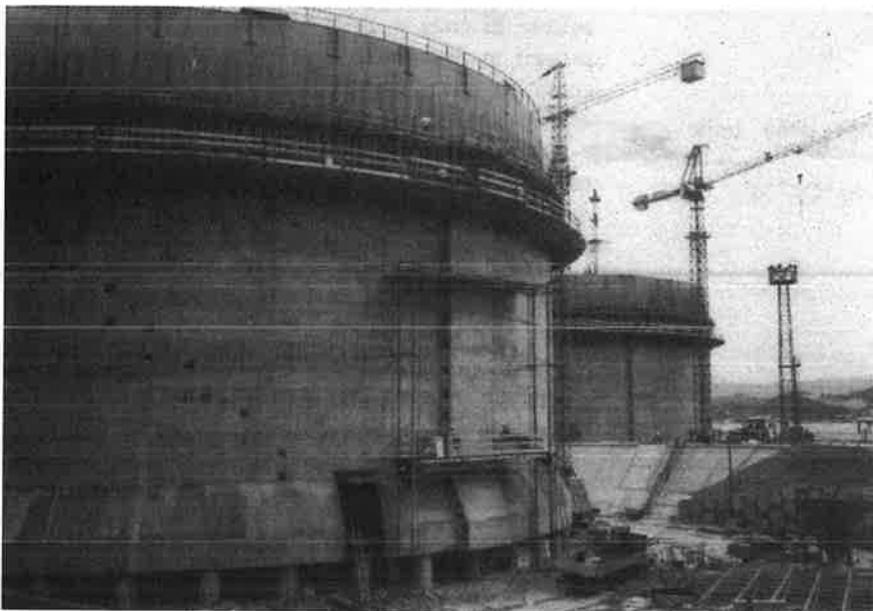
maggior di provini, preferendo eventualmente la forma cubica anziché quella cilindrica.

La campagna di prove si è rivelata assolutamente necessaria per fornire indicazioni corrette al progettista strutturale, dimostrando che la letteratura di per sé non risulta sufficiente (e neppure completamente attendibile) per una corretta ingegnerizzazione della struttura.

Si può concludere affermando che per questi tipi di problematiche, data l'inevitabile variabilità dei componenti che costituiscono la miscela, pur applicando il criterio pilota di massima omogeneità dei componenti e massimo "buon senso" (anche a costo di rinunciare a qualche miglioramento di qualità meccaniche), sia indispensabile procedere ad una campagna di caratterizzazione preliminare del calcestruzzo che, sola, può fornire elementi realmente affidabili per la corretta progettazione di un'opera in calcestruzzo ad alta resistenza criogenica.

12 BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- Cryogenic concrete. Proc. 1st International Conference, Newcastle Upon Tyne, March 1981. The Concrete Society.
- Second International Conference on Cryogenic Concrete. 4 - 7 October 1983. Amsterdam.
- Turner F.H. Concrete and cryogenics. Cement and Concrete Association.
- Tognon G.. Supplementary Paper III-24. Behaviour of Mortars and Concretes in the Temperature Range from $+20$ °C to -196 °C.
- Finzi L., Nova E., Castellani A. ed altri. Studio di calcestruzzo criogenico. ENEL Montalto di Castro.



UN METODO NUMERICO PER L'ANALISI NON LINEARE DI TRAVI ALTE IN CONGLOMERATO ARMATO

Beatrice Belletti¹, Roberto Cerioni¹, Ivo Iori¹

¹ Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Parma.

SOMMARIO

La progettazione delle strutture in conglomerato armato segue approcci sempre più rivolti agli sviluppi di tipo numerico. In tale filone di ricerca si collocano recenti studi degli Autori rivolti alla determinazione di una matrice di rigidità (PARC) per gli elementi in C.A. ed alla sua implementazione in codici di calcolo, in grado di analizzare differenti tipologie costruttive (ovvero: pannelli, travi alte, tegoli di copertura prefabbricati e travi in conglomerato armato normale e precompresso). Nel lavoro qui proposto si presenta lo studio, attraverso il metodo degli elementi finiti, della trave alta iperstatica DWT2, indagata sperimentalmente da Leonhardt e Walther.

SUMMARY

Design of reinforced concrete structures more and more follows approaches which make use of numerical algorithms. Among these researches take their place the late studies of the Authors, aimed at the calculation of a stiffness matrix (PARC) for R.C. elements and at its implementation in programs able of analysing different typologies of reinforced concrete elements used for buildings (or: panels, deep beams, precast and prestressed roof elements, reinforced and prestressed concrete beams). In this work a non – linear finite element analysis is proposed for the study of DWT2 deep beam tested by Leonhardt e Walther.

1. INTRODUZIONE

Ormai da qualche tempo la progettazione delle strutture in conglomerato armato segue approcci sempre più rivolti agli sviluppi di tipo numerico, affrontati con l'ausilio dell'elaboratore elettronico. Con ciò non si vuol certo dire che i classici sviluppi in forma chiusa condotti in ambito lineare, abbiano oggi un'importanza ridotta, ma semplicemente si vuol sottolineare come nella progettazione di alcune particolari strutture, gli sviluppi numerici in ambito non lineare abbiano oggi acquisito la giusta rilevanza che meritano. Volendo, ad esempio, affrontare la progettazione di strutture bidimensionali a lastra (tra le quali un particolare posto è occupato dalle cosiddette travi – parete o alte) il loro studio attraverso il metodo degli elementi finiti appare auspicabile per diverse ragioni. Innanzitutto, perché la valutazione della sicurezza, specialmente nello stato limite ultimo di queste strutture, difficilmente può essere affrontata – se non a patto di approssimazioni spesso ingiustificate – con le abituali analisi in campo lineare, vista la particolare e complessa realtà fisica in gioco. Inoltre, anche volendo rimanere nel solo ambito di esercizio, spesse volte si ha la necessità per tali strutture di determinarne il campo degli spostamenti ed il quadro fessurativo. Di tale necessità si ravvisa chiara

ragione pensando alle successive opere di finitura che completano le strutture in questione, opere che non possono essere soggette ad eccessive deformabilità, vista la loro naturale rigidità. Va anche osservato che a volte le travi parete, proprio per la loro forma geometrica, possono costituire parti di facciate esterne degli edifici e pertanto il loro quadro fessurativo deve essere determinato con una certa cura, allo scopo di non pregiudicare inopinatamente la durabilità generale delle opere in questione. Risulta dunque di sicuro interesse la definizione di un opportuno legame costitutivo in campo bidimensionale, con lo scopo di ben rappresentare la complessa realtà fisica che accompagna le costruzioni in conglomerato armato. Anche per questa ragione si è da tempo (almeno da una ventina d'anni) data la giusta importanza allo studio degli elementi in conglomerato armato soggetti a stati piani di tensione.

Una volta conosciuto, infatti, il comportamento meccanico di tali elementi, risulterebbe alquanto agevole lo studio di queste travi alte (e non solo di esse) attraverso, ad esempio, l'impiego degli elementi finiti.

In tale filone di ricerca si collocano recenti studi degli Autori, rivolti in particolare alla determinazione di una matrice di rigidità (denominata con l'acronimo PARC [1]) per gli elementi in conglomerato armato fessurato soggetti a stati piani di tensione.

L'utilizzo di tale matrice ha permesso lo studio del comportamento meccanico di diversi elementi strutturali. Si possono, ad esempio, ricordare pannelli [2], travi alte [3], tegoli di copertura prefabbricati [4] e travi in conglomerato armato normale e precompresso [5], [6]. Nel lavoro qui proposto si presenta lo studio della trave alta iperstatica, cosiddetta DWT2, indagata sperimentalmente da Leonhardt e Walther in [7]. Lo studio è affrontato attraverso il metodo degli elementi finiti con l'utilizzo del programma commerciale ABAQUS ([8]) e della particolare matrice di rigidità PARC ([1]).

2. LA MATRICE DI RIGIDEZZA "PARC" PER LO STUDIO DI ELEMENTI IN CONGLOMERATO ARMATO SOGGETTI A STATI PIANI DI TENSIONE

Con riferimento all'elemento strutturale di Figura 1a, superata la soglia fessurativa si evidenzia un "elemento base" (Fig. 1c) costituito dalla porzione di materiale compresa tra due fessure, avente lunghezza unitaria e spessore t . L' "elemento base" può avere più ordini di armatura. Il generico ordine (i) di armatura ha passo s_i , area delle singole barre A_{si} e forma un angolo θ_i rispetto all'asse x , producendo un rapporto geometrico d'armatura ρ_i pari a:

$$\rho_i = \frac{A_{si}}{s_i t} \quad (1)$$

Prima di avere raggiunta la soglia fessurativa, si ritiene l'elemento tutto reagente, con l'armatura omogeneizzata

a conglomerato e resistente fino al valore ultimo della tensione a trazione del conglomerato stesso. Avvenuta la fessurazione, l'interasse a_m fra le fessure è stato calcolato, nel caso di due ordini di armatura disposti lungo gli assi xy , con le seguenti espressioni ([9]; [10]):

$$\begin{aligned} a_m &= s_x \quad (\text{se } s_x / s_y < 0.55), \\ a_m &= \frac{s_x + s_y}{2\sqrt{2}} \quad \left(\text{se } 0.55 \leq \frac{s_x}{s_y} \leq 1.80 \right), \\ a_m &= s_y \quad (\text{se } s_x / s_y > 1.80). \end{aligned} \quad (2)$$

Sono assunte, come variabili del problema, l'apertura w e lo scorrimento v dei labbri della fessura, nonché la deformazione assiale del conglomerato ϵ_{c2} , misurata lungo la direzione delle fessure medesime (Fig.1b). Va osservato che la deformazione assiale in direzione 1 e la deformazione angolare del solo conglomerato costituente l'elemento base sono considerate entrambe di valore nullo. Le deformazioni dello stesso elemento base, nel sistema di riferimento locale 1-2 si pongono pertanto uguali a:

$$\{\epsilon_{1,2}\} = \{\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \gamma_{12}\}^t = \left\{ \frac{w}{a_m} \quad \epsilon_{c2} \quad \frac{v}{a_m} \right\}^t, \quad (3)$$

in cui ϵ_1, ϵ_2 rappresentano le deformazioni rispettivamente lungo le direzioni 1 e 2 e γ_{12} la deformazione angolare. Sempre con riferimento al sistema locale 1-2 (Figg. 1b e 2b), le tensioni in gioco si ottengono dalla somma delle tensioni presenti nel conglomerato e delle tensioni "equivalenti" dovute alle barre d'acciaio.

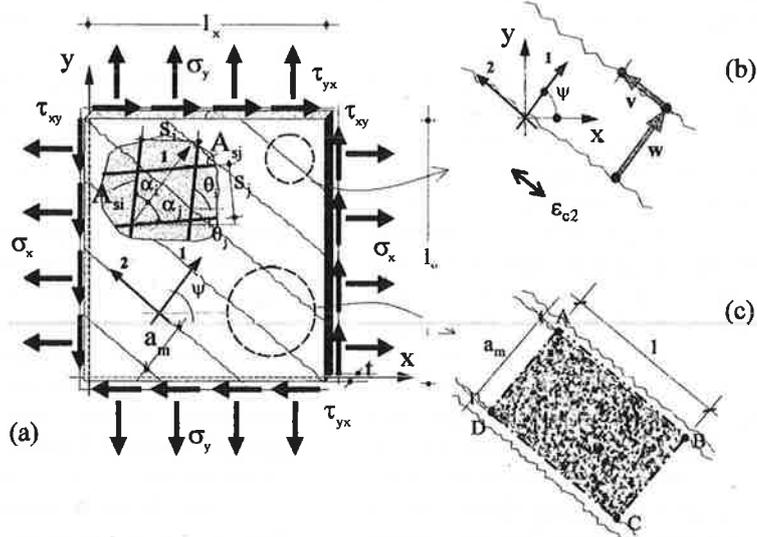


Fig. 1 L'elemento di conglomerato armato fessurato (a) soggetto ad uno stato piano di tensione: le grandezze che governano il suo comportamento cinematico locale (b) e l' "elemento base" preso in esame (c).

Queste ultime tensioni sono ottenute "spalmando" le forze agenti nelle barre d'acciaio lungo la sezione perpendicolare alle stesse barre (Fig. 2a). Il vettore delle tensioni può così scriversi:

$$\{\sigma_{1,2}\} = \{\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \tau_{12}\}^t \quad (4)$$

La matrice di rigidezza $[D_{1,2}]$ che lega le tensioni alle deformazioni attraverso l'espressione

$$\{\sigma_{1,2}\} = [D_{1,2}] \{\epsilon_{1,2}\}^t, \quad (5)$$

presenta per le due armature ortogonali considerate i seguenti termini ([1]):

$$\begin{aligned} D_{11} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si}^* \rho_i g_i \cos^4 \alpha_i + d_i^* \cos \alpha_i \sin^2 \alpha_i) + c_v a_m, \\ D_{21} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si} \rho_i \cos^2 \alpha_i \sin^2 \alpha_i), \\ D_{31} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si}^* g_i \rho_i \cos^3 \alpha_i \sin \alpha_i - d_i^* \cos^2 \alpha_i \sin \alpha_i), \\ D_{12} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si} \rho_i \cos^2 \alpha_i \sin^2 \alpha_i), \\ D_{22} &= \bar{E}_c + \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si} \rho_i \sin^4 \alpha_i), \\ D_{32} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si} \rho_i \cos \alpha_i \sin^3 \alpha_i), \\ D_{13} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si}^* g_i \rho_i \cos^3 \alpha_i \sin \alpha_i - d_i^* \cos^2 \alpha_i \sin \alpha_i) - c_v a_m, \\ D_{23} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si} \rho_i \cos \alpha_i \sin^3 \alpha_i), \\ D_{33} &= \sum_{i=1}^2 (\bar{E}_{si}^* g_i \rho_i \cos^2 \alpha_i \sin^2 \alpha_i + d_i^* \cos^3 \alpha_i) + c_a a_m. \end{aligned} \quad (6)$$

I termini della matrice di rigidezza mettono in conto tutti i contributi irrigidenti che caratterizzano la realtà fisica del conglomerato armato fessurato (ovvero i cosiddetti tension stiffening, aggregate interlock, dowel action ed effetto bridging). Per i legami costitutivi dell'acciaio e del conglomerato compresso si sono assunti, rispettivamente, la curva bilaterale elasto-plastica e la curva softened di Thorenfeldt. Per una più ampia esegesi dei termini della matrice $[D_{1,2}]$, così come per l'illustrazione dei diversi passaggi necessari a giustificare le loro espressioni e le singole funzioni adottate per la messa in conto dei vari fenomeni fisici in gioco, si rimanda al lavoro [1].

3. IL METODO AD ELEMENTI FINITI UTILIZZATO PER L'ELABORAZIONE NUMERICA

Per l'applicazione del metodo ad elementi finiti si è fatto ricorso ad un programma d'uso commerciale (ABAQUS [8]) che offrisse in primo luogo la possibilità di inserire agevolmente al suo interno il particolare legame costitutivo rappresentato dalla matrice PARC.

E' stato così possibile affrontare lo studio di elementi in conglomerato armato fessurato attraverso un programma ad elementi finiti di tipo commerciale e pertanto con le connaturate potenzialità in fase di elaborazione e di output che di solito accompagnano questi tipi di programma.

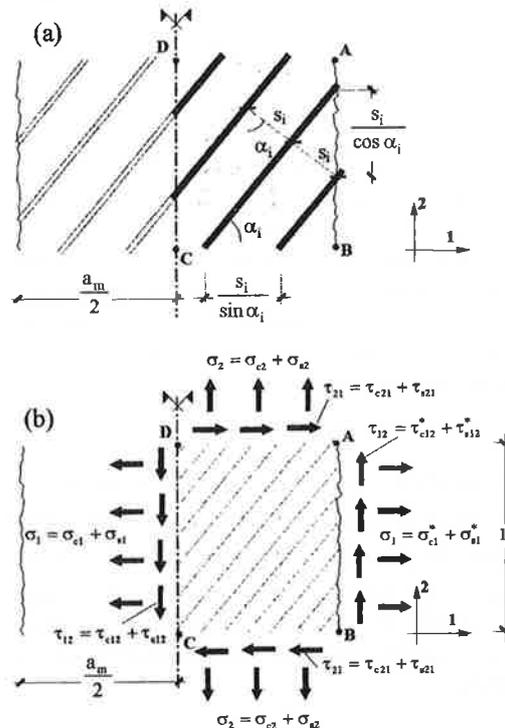


Fig. 2 (a) Spaziatura delle barre e valutazione della sezione trasversale di conglomerato per la spalmatura degli effetti meccanici delle barre d'armatura; (b) campo complessivo delle tensioni.

E' stato adottato un elemento finito membranale, quadratico ed isoparametrico M3D8 per discretizzare la geometria della struttura ed una quadratura gaussiana del secondo ordine è stata utilizzata per calcolare l'integrale corrispondente alla matrice di rigidezza $[k]$ del singolo elemento finito:

$$[k] = \int_A [B(x, y)]^t [D_{x,y}] [B(x, y)] dA \quad (7)$$

Con $[B(x, y)]$ si è indicata la matrice di congruenza, mentre per la matrice di rigidezza $[D_{x,y}]$, espressa nel sistema di riferimento globale x-y e dapprima valutata in stadio non fessurato, si è posto:

$$[D_{x,y}] = \frac{E_c}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

essendo E_c il modulo elastico del conglomerato e ν il coefficiente di Poisson.

In stadio fessurato si è invece posto

$$[D_{x,y}] = [T_s]^t [D_{1,2}] [T_s], \quad (9)$$

ove la matrice $[D_{1,2}]$ è fornita dalle eqq. 6 e la matrice di trasferimento $[T_s]$ assume la seguente espressione:

$$[T_s] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & c \cdot s \\ s^2 & c^2 & -c \cdot s \\ -2 \cdot c \cdot s & 2 \cdot c \cdot s & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

in cui $c = \cos \psi$, $s = \sin \psi$ essendo ψ l'angolo fra l'asse x e l'asse 1 di valore costante avendo ritenuta la fessurazione fissa (Fig.1b). Le operazioni di integrazione numerica, trasferimento dal sistema di riferimento locale al sistema globale ed assemblaggio della matrice di rigidezza, sono automaticamente eseguite dal programma ABAQUS. Il sistema di equazioni non lineari

$$[K]\{q\} = \{F\}, \quad (11)$$

in cui appaiono il vettore delle forze nodali $\{F\}$, il vettore degli spostamenti nodali $\{q\}$ e la matrice di rigidezza secante $[K]$ è risolto per via iterativa in corrispondenza ad ogni incremento di carico assegnato. Il diagramma di flusso di Figura 3, illustra come avviene l'implementazione dell'algoritmo di calcolo presentato.

4. CONFRONTO TRA LE RISULTANZE NUMERICHE E QUELLE SPERIMENTALI

Per verificare la validità dei risultati numerici forniti dall'analisi non lineare ad elementi finiti sopra presentata, è stato condotto uno studio numerico sul

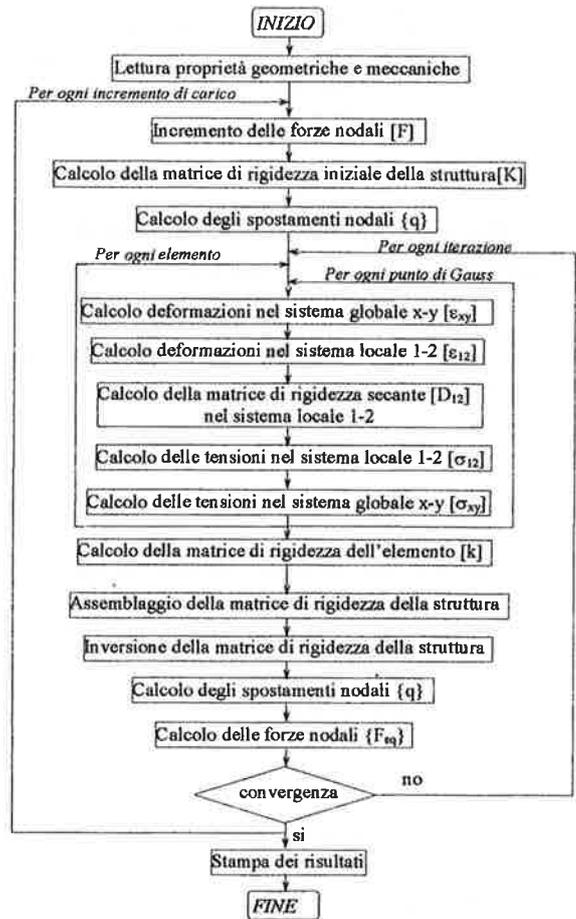


Fig. 3 Diagramma di flusso dell'algoritmo di calcolo.

comportamento strutturale della trave alta in conglomerato armato DWT2 analizzata sperimentalmente da Leonhardt e Walther e di cui sono fornite le relative risultanze in [7].

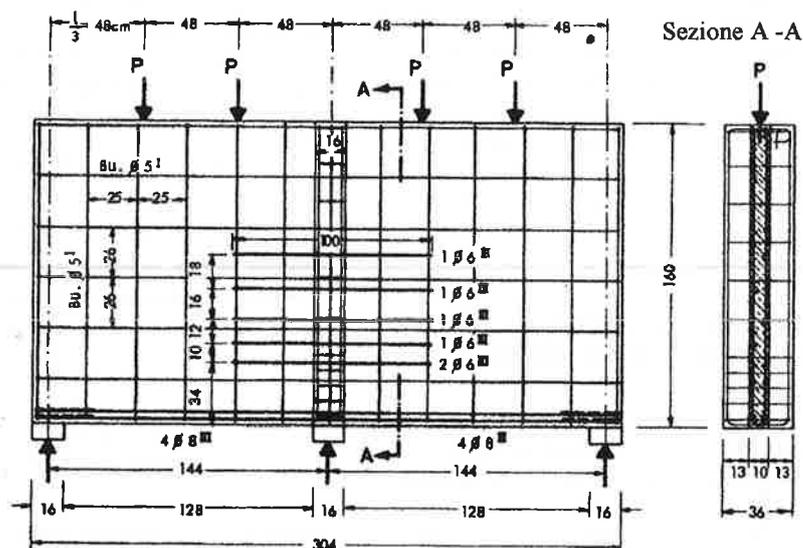


Fig. 4 Caratteristiche geometriche (in cm) della trave alta DWT2 ([7]).

La trave cosiddetta DWT2 è lunga 3040 mm ed alta 1600 mm, con spessore costante pari a 100 mm, eccetto il setto centrale di irrigidimento avente una larghezza pari a 360 mm (Fig. 4).

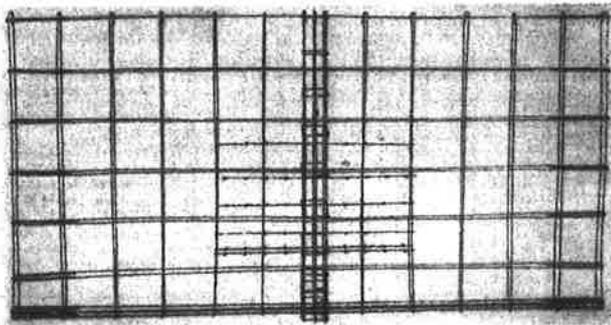


Fig. 5 Disposizione dell'armatura della trave DWT2 ([7]).

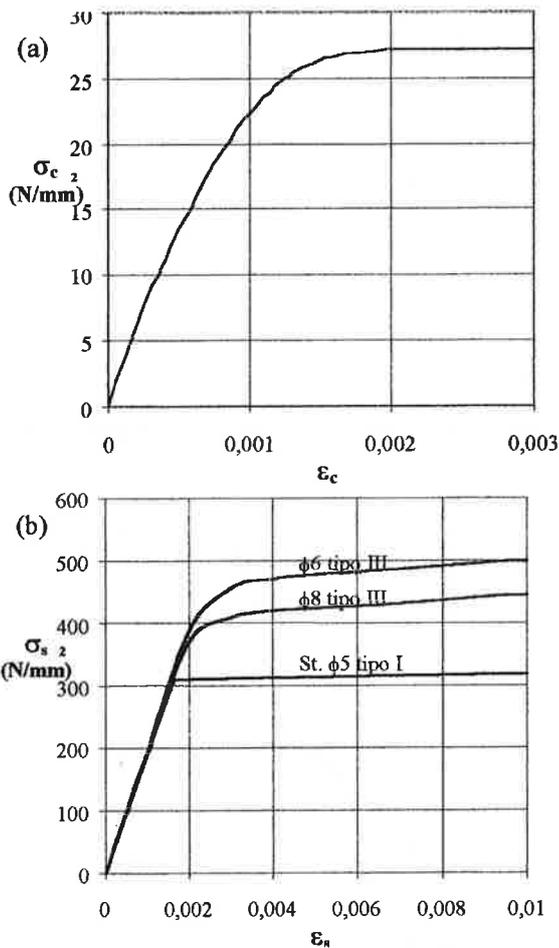


Fig. 6 (a) Legame costitutivo del conglomerato; (b) legame costitutivo dell'acciaio ([7]).

L'armatura trasversale, uniformemente distribuita, è costituita da staffe di acciaio tipo I, aventi diametro pari a 5 mm e passo uguale a 250 mm. L'armatura longitudinale presenta un passo pari a 260 mm. Tale armatura è completata, nella zona inferiore, da quattro

barre d'acciaio tipo III (aventi diametro pari a 8 mm con passo di 30 mm) e a cavallo dell'appoggio centrale, da sei barre d'acciaio tipo III aventi diametro pari a 6 mm e passo variabile. Il copriferro è di 25 mm. I dettagli costruttivi dell'armatura sono illustrati in Fig. 5.

I legami costitutivi del conglomerato e dei diversi tipi di acciaio e le proprietà meccaniche sono mostrati, rispettivamente, in Figura 6(a) ed in Figura 6(b).

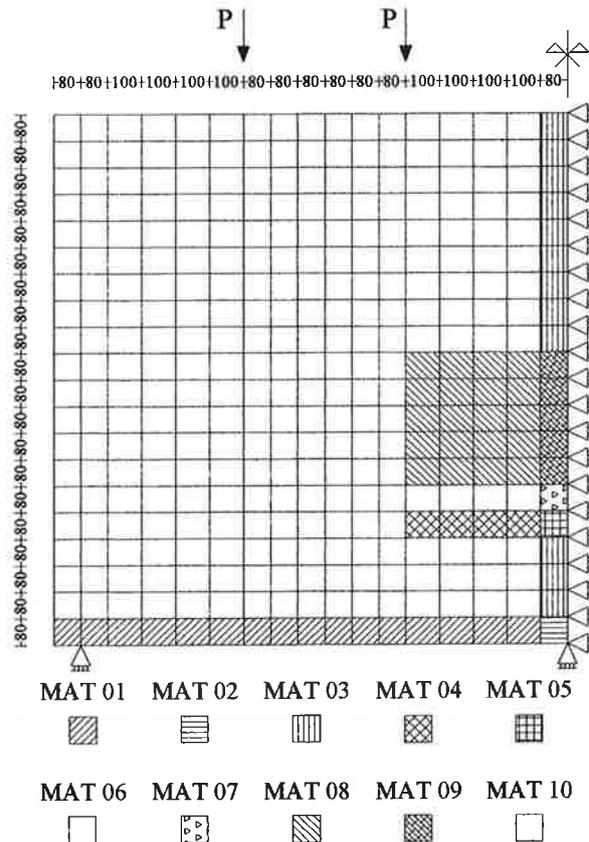


Fig. 7 Collocazione dei diversi tipi di elementi finiti nella mesh della trave DWT2.

Tipo di elemento	Spes. mm	s_x mm	s_y mm	ϕ_{sx} mm	ϕ_{sy} mm	$\rho_{sx} \times 10^{-2}$	$\rho_{sy} \times 10^{-2}$
MAT01	100	30	250	8	5	3,351	0,157
MAT02	360	21,4	60	7,1	5	1,040	0,182
MAT03	360	72,2	60	5	5	0,151	0,182
MAT04	100	100	250	6	5	0,565	0,157
MAT05	360	50	60	5,5	5	0,266	0,182
MAT06	100	120	250	6	5	0,236	0,157
MAT07	360	120	60	6	5	0,065	0,182
MAT08	100	142,4	250	5,5	5	0,328	0,157
MAT09	360	83,9	60	5,3	5	0,146	0,182
MAT10	100	260	250	5	5	0,151	0,157

Tabella 1 Trave alta DWT2: spessori, passi, diametri e rapporti d'armatura delle barre relativi ad ogni tipo di elemento finito.

La mesh di discretizzazione di ciascuna delle due parti simmetriche della trave DWT2, presenta dieci tipi

di elementi finiti (individuati dalla sigla MAT associata al rispettivo numero di identificazione), che differiscono per i valori del rapporto di armatura, longitudinale e trasversale, e per lo spessore di ogni singolo elemento.

In Figura 7 ed in Tabella 1 sono mostrate rispettivamente la collocazione e le caratteristiche meccanico-geometriche dei diversi tipi di elementi. La trave DWT2 raggiunge la crisi ultima per il cedimento a compressione del conglomerato vicino all'appoggio

centrale, in corrispondenza di un carico pari a 2462 kN; tuttavia, nelle risultanze sperimentali presentate da Leonhardt e Walther ([7]), le misurazioni si interrompono sempre, per ragioni di sicurezza, al valore di carico 2158,2 kN.

In Figura 8 è riportato il confronto in termini di curve carico-freccia fra le risultanze sperimentali e quelle numeriche. La freccia è misurata nella sezione di mezzzeria delle campate.

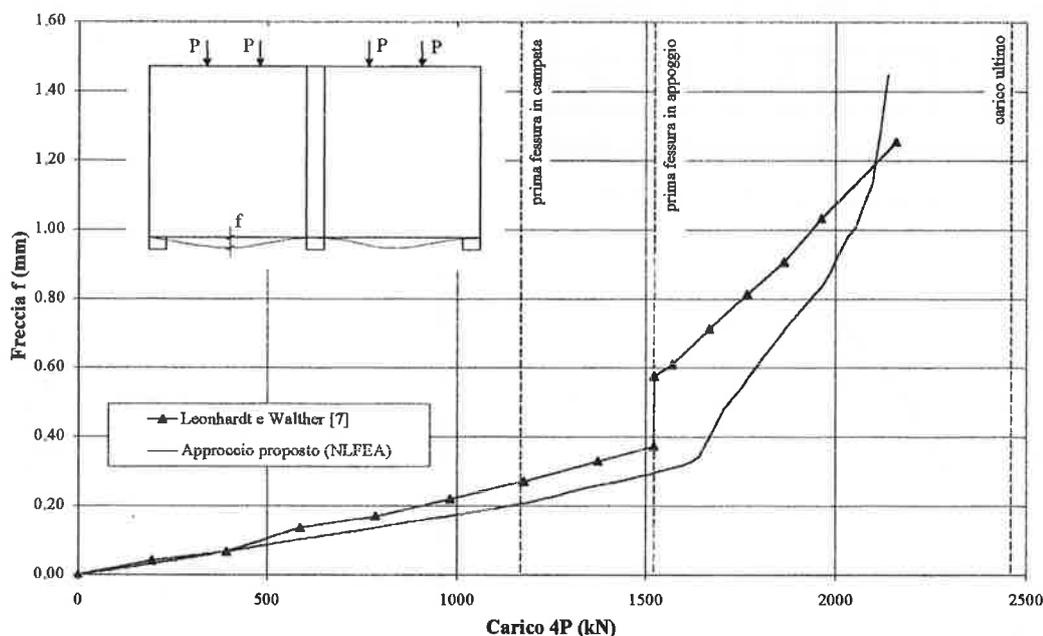


Fig. 8 Confronto fra le risultanze sperimentali e numeriche per la trave alta DWT2 [7]: freccia in campata - carico.

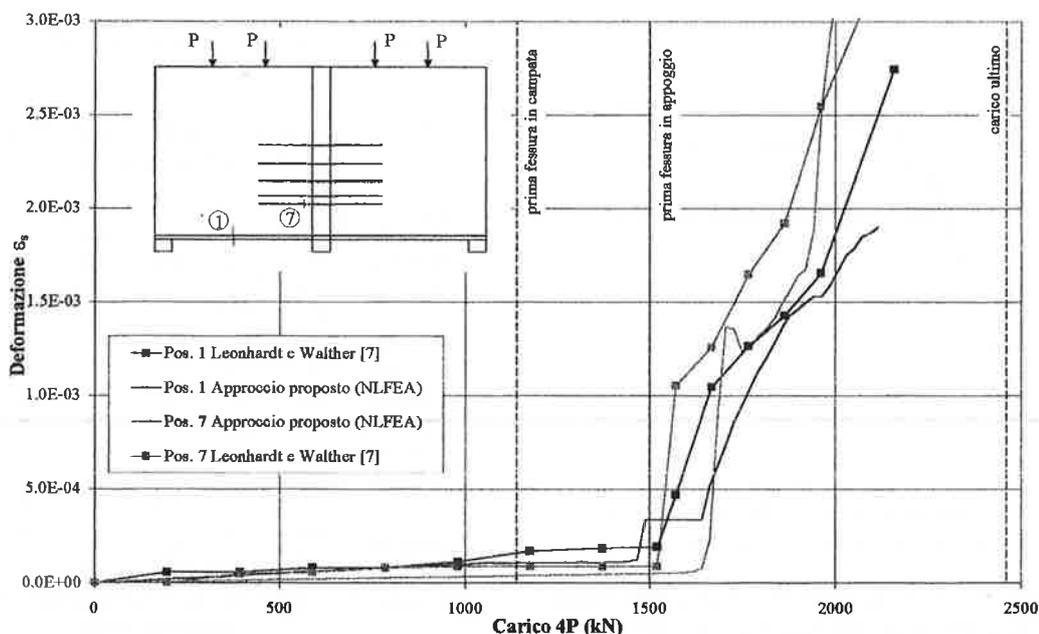


Fig. 9 Confronto fra le risultanze sperimentali e numeriche per la trave alta DWT2 [7]: deformazioni longitudinali dell'acciaio in campata (pos. 1) ed in appoggio (pos. 7), entrambe in funzione del carico.

I grafici di confronto numerico - sperimentale delle deformazioni ϵ_s dell'acciaio longitudinale, in campata e in appoggio, relative rispettivamente agli estensimetri collocati nelle posizioni 1 e 7 sono invece presentati in Figura 9, in funzione del carico applicato.

La Figura 10 mette a confronto le curve sperimentali e quelle numeriche corrispondenti, con riferimento alla somma delle aperture delle fessure registrate a due diverse altezze della trave ed in funzione del carico applicato.

In particolare, la Figura 11 evidenzia come, per livelli di carico prossimi alla rottura della trave, ovvero

in corrispondenza di un carico pari a $P=2050,3$ kN, il quadro fessurativo ottenuto numericamente (parte sinistra della figura) approssimi in modo soddisfacente quello rilevato sperimentalmente (parte destra della figura).

In Figura 12 sono poi riportati i confronti relativi alle deformazioni $\epsilon_{\sigma 2}$ dei puntoni inclinati che si formano in prossimità dell'appoggio centrale; per ogni grafico sono riportate la curva desunta dall'elaborazione numerica e due curve relative alle risultanze sperimentali ottenute da misurazioni simmetriche rispetto al piano di simmetria longitudinale della trave.

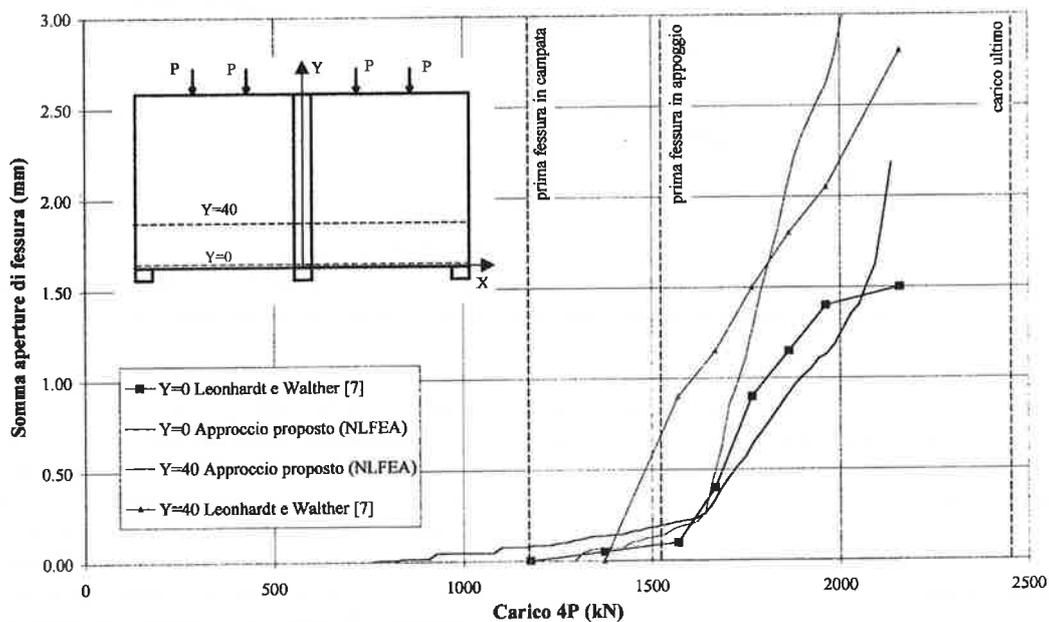


Fig. 10 Confronto fra le risultanze sperimentali e numeriche per la trave alta DWT2 ([7]): somma delle aperture delle fessure (in corrispondenza di $Y=0$ e $Y=40$ cm) in funzione del carico applicato.

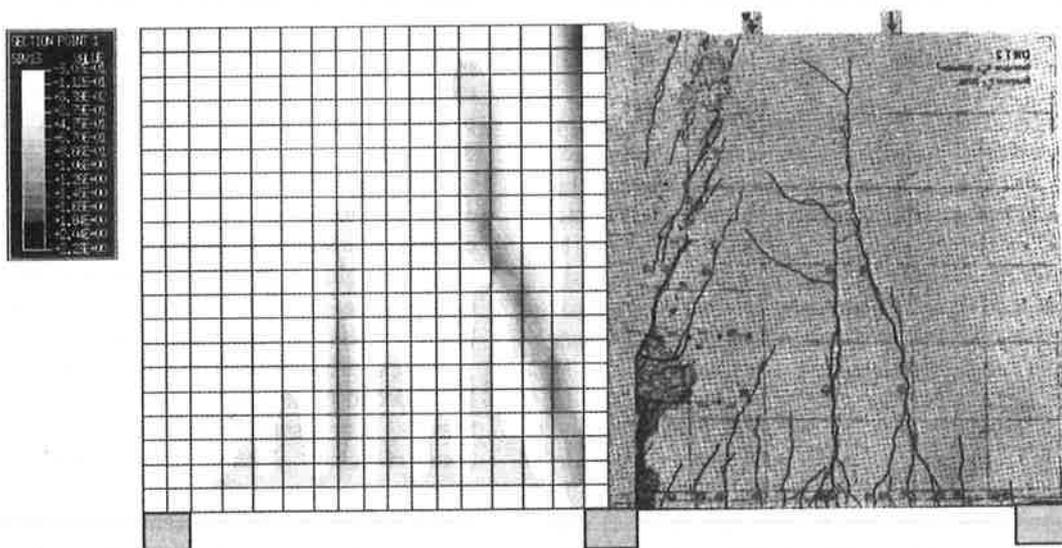


Fig. 11 Confronto, per la trave DWT2 ([7]), tra il quadro fessurativo rilevato sperimentalmente (a destra) e quello ottenuto dall'analisi numerica (a sinistra).

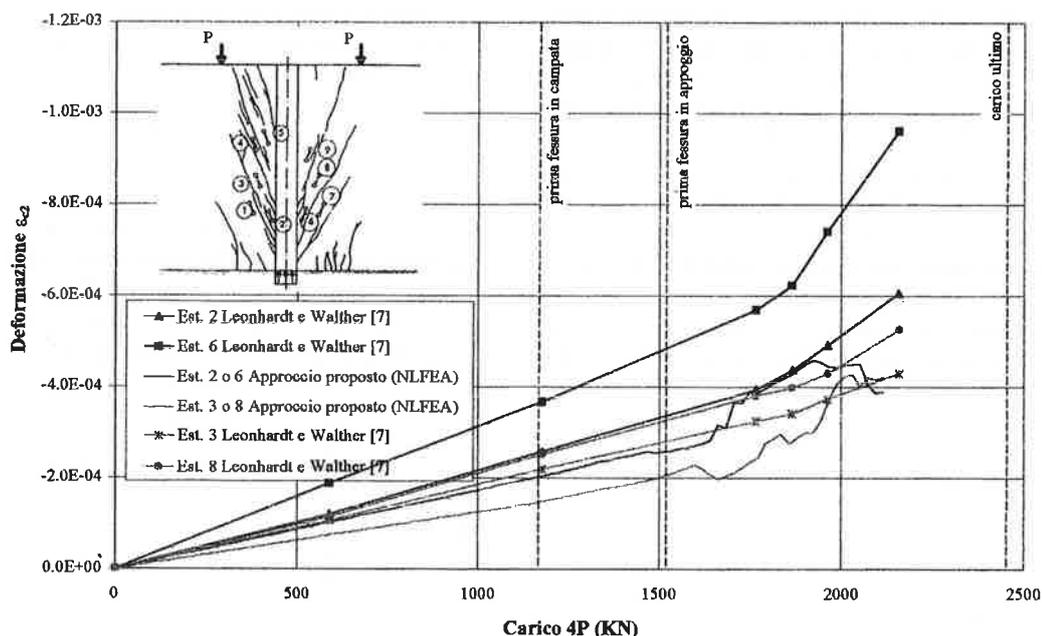


Fig. 12 Confronto fra le risultanze sperimentali e numeriche per la trave DWT2 ([7]): deformazione dei puntoni ε_{c2} di conglomerato in diverse posizioni ed in funzione del carico applicato.

Da ultimo, la Figura 13 mostra l'andamento della deformazione ε_{c2} nel conglomerato, in funzione del carico, misurata in sei diversi punti (R1, R2, R3, R4, R5, R6) della trave.

5. CONCLUSIONI

Le risultanze numeriche che si sono presentate, mettendole a confronto con quelle sperimentali relative ad una trave alta esaminata da Leonhardt e Walther in [7], consentono di trarre qualche conclusione, seppur con il solo riferimento alla singola trave (DWT2) studiata in questa sede.

La progettazione delle cosiddette travi alte viene spesso condotta pensando al solo campo d'esercizio, ovvero in un ambito in cui, permanendo ancora una linearità tanto nel comportamento dei materiali, quanto nell'approccio teorico di analisi, possono utilizzarsi le classiche teorie conosciute per le strutture a lastra. Proprio partendo da questa impostazione, si è comunque cercato, per avvicinarsi maggiormente alla realtà fisica, di mettere in conto i fenomeni che contraddistinguono le costruzioni in conglomerato armato e quindi soprattutto le loro possibilità di fessurazione e di redistribuzione delle tensioni in gioco. Come noto, con il metodo cosiddetto strut and tie ([11]) si sono così definite nella progettazione delle travi alte (e non solo di esse) due diverse zone, contrassegnate rispettivamente dalle lettere B (iniziale di "beam") e D (iniziale di "diffusion"). Riprendendo, in altre parole il "vecchio"

pensiero di de Saint Venant, si può infatti pensare che in ragione della diversa geometria delle strutture e dei tipi di carico ad esse applicati, le strutture in conglomerato armato possano essere studiate secondo il classico approccio a trave (zone B) oppure a "traliccio equivalente" (zone D). Le travi alte, come ben illustrato in [11], rientrano molto spesso (se non sempre) nella casistica di tipo D e quindi l'approccio di studio in ambito lineare deve essere necessariamente "surrogato" dalla modalità d'analisi espressa dai "tralicci equivalenti" dell'approccio "strut and tie". Non può tuttavia dimenticarsi la necessità, in alcune fasi della progettazione, di una più approfondita conoscenza teorica del comportamento strutturale. Basti infatti pensare alla evoluzione del quadro fessurativo e deformativo che caratterizza il comportamento strutturale, dalla iniziale fase di carico, fino alla soglia della resistenza ultima dell'elemento. Ma anche si ricordi la necessità di una precisa determinazione della resistenza ultima di queste travi alte, per collocare la misura della loro sicurezza proprio nell'alveo degli stati limite del metodo semiprobabilistico.

Scopo precipuo dell'analisi non lineare ad elementi finiti proposta in questo lavoro è dunque quello di fornire una buona valutazione, non solo del comportamento globale della struttura, ma anche di alcune grandezze "locali" utili per una buona comprensione sia del meccanismo di collasso sia della vita in esercizio delle strutture in questione. Tale strumento di analisi, appare utile non solo nell'ambito della ricerca, ma anche in quello progettuale.

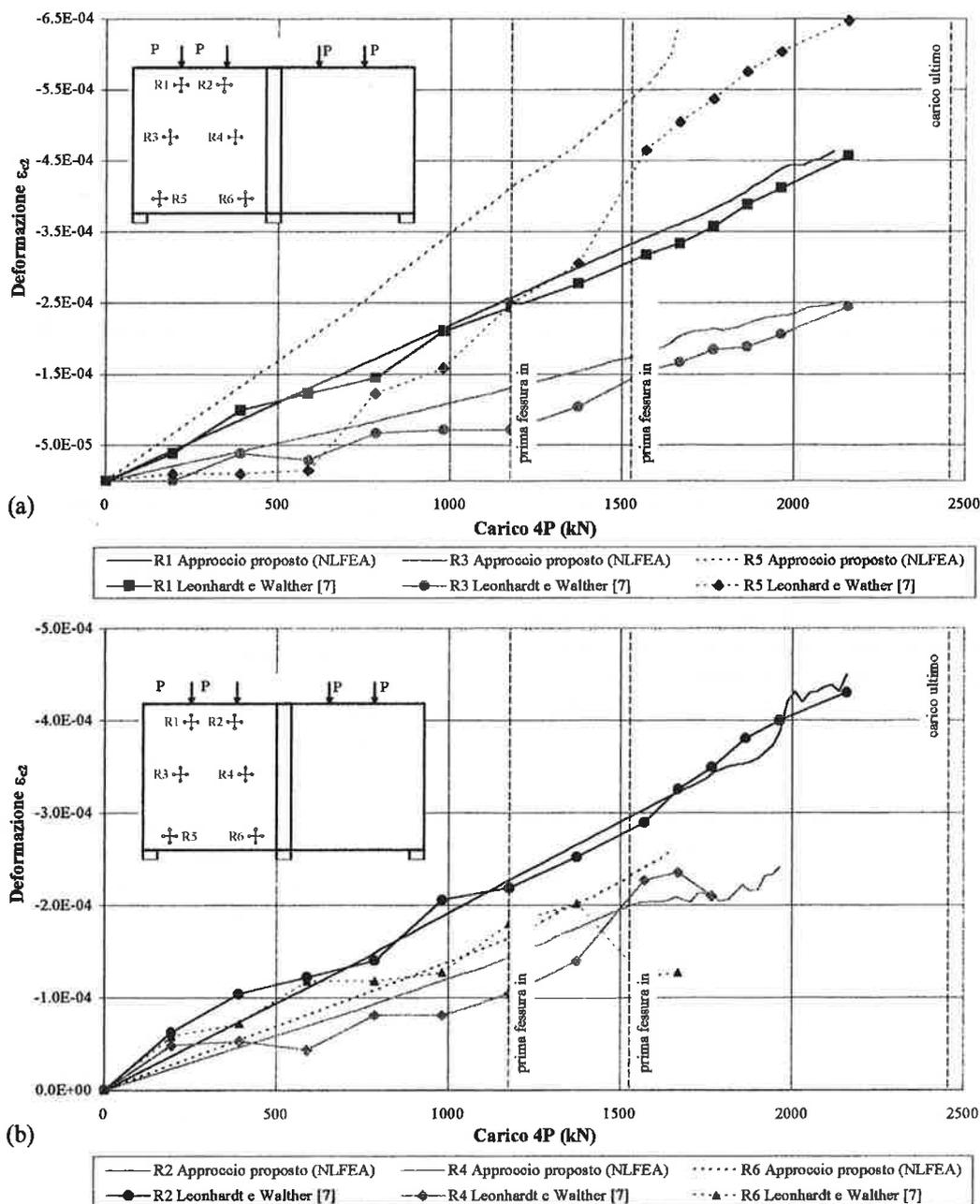


Fig. 13 Confronto fra le risultanze sperimentali e numeriche per la trave alta DWT2 ([7]): curve relative alla deformazione principale minima in funzione del carico applicato in corrispondenza (a) degli estensimetri R1, R3 e R5 e (b) degli estensimetri R2, R4 e R6.

I confronti presentati mostrano una buona capacità dell'approccio proposto nell'interpretare la complessa realtà fisica di queste strutture e tale capacità sembra interessare i diversi aspetti presenti, ovvero il regime tensionale (caratterizzato dalle tensioni nel calcestruzzo e nella barre d'acciaio) e quello deformativo (legato all'evoluzione della freccia in ragione del carico applicato) e, da ultimo, quello fessurativo (in Figura 11 il quadro fessurativo desunto per via numerica ricalca

quasi sorprendentemente quello registrato per via sperimentale).

Si deve inoltre osservare, da ultimo, come il modello studiato abbia ormai raggiunta una valenza nell'ambito dell'analisi delle strutture in conglomerato armato ed una versatilità tali da renderlo facilmente implementabile in programmi ad elementi finiti di uso corrente e quindi agevolmente utilizzabile nella prassi progettuale corrente.

RINGRAZIAMENTI

Gli Autori desiderano ringraziare l'Ing. Sebastiano Conti, che durante la realizzazione della Sua tesi di Laurea ha collaborato, con entusiasmo ed impegno, all'esecuzione dell'analisi ad elementi finiti presentata in questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Belletti, B., Cerioni, R., Iori, I. "A Physical Approach for Reinforced Concrete (PARC) membrane elements." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 127(12) 2001.
- [2] Belletti, B., Cerioni, R., Iori, I. "Sul comportamento di elementi bidimensionali in conglomerato, armati lungo una sola direzione e soggetti a stati piani di sforzo." XIV Congresso C.T.E., Pisa, 9-11 Novembre 2000.
- [3] Belletti, B., Cerioni, R., Iori, I. "Un approccio numerico all'analisi non lineare di travi alte in conglomerato armato." *Workshop Strut & Tie*, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Firenze, 16 Marzo 2001.
- [4] Belletti, B., Cerioni, R., Gazzola, G., Iori, I., Meroni, R. "A Precast Prestressed Reinforced Concrete Roof Element." XVII° Congresso Internazionale BIBM, Istanbul, 1-4 Maggio 2002.
- [5] Belletti, B., Cerioni, R., Iori, I., Provenzale, L., "Diagrammi di Interazione M-V ed M-N per la verifica dello stato limite di fessurazione in elementi di conglomerato armato." Giornate A.I.C.A.P., Bologna, 6-8 Giugno 2002.
- [6] Belletti, B., Cerioni, R., Iori, I. "Analisi non lineare di elementi monodimensionali in conglomerato armato soggetti a flessione, taglio ed azione assiale." XIV Congresso C.T.E., Pisa, 9-11 Novembre 2000.
- [7] Leonhardt, F., and Walter, R., "Wandartige Trager." *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, D.A.f. St., Heft 178, Ernst & Sohn, Berlin, Germany, 1966.
- [8] ABAQUS theory manual. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Pawtucket, R.I., 1999.
- [9] Leonhardt, F., Schelling, G. "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken." *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, D.A.f. St., Heft 239, Ernst & Sohn, Berlin, Germany, 1974.
- [10] Iori, I., Dei Poli, S., "Sulla torsione di elementi strutturali in cemento armato." *L'Industria Italiana del Cemento*, 586(2), Roma, 1985.
- [11] Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M., "Toward a Consistent Design and Detailing of Structural Concrete." *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, vol. 32, n° 3, May-June, 1987.

DIAGRAMMI DI INTERAZIONE M-V PER LA VERIFICA DELLO STATO LIMITE DI FESSURAZIONE ED ULTIMO IN ELEMENTI DI CONGLOMERATO ARMATO

Beatrice Belletti¹, Roberto Cerioni¹, Ivo Iori¹, Luca Provenzale¹

¹ Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Parma.

SOMMARIO

Sulla base di un legame costitutivo recentemente proposto dagli Autori, in grado di descrivere il comportamento meccanico di lastre in conglomerato armato, soggette a stati piani di tensione, in questo lavoro viene presentato un metodo che analizza la risposta di un concio di trave in conglomerato armato sollecitato a forza normale, momento flettente e taglio. Tale metodo permette, tra l'altro, di calcolare i diagrammi di interazione momento flettente-taglio (M-V), utili ai fini di una verifica allo stato limite ultimo di resistenza ed allo stato limite di esercizio relativamente al controllo dell'apertura di fessura.

SUMMARY

On the basis of a behavioural model for the analysis of reinforced concrete membrane elements, recently proposed by the Authors, in this work a method enables of describing the nonlinear response of an element of reinforced concrete beam subjected to axial and shear forces and bending moment is proposed. This method, which take into account the main phenomena which are generated after cracking as tension stiffening, dowel action, aggregate interlock, etc. allows to compute bending moment against shear interaction diagrams, useful for the strength ultimate state verification and service state verification of crack opening.

1. INTRODUZIONE

Lo studio del comportamento in servizio delle strutture in conglomerato armato, avente la finalità sia di valutarne le condizioni di efficienza ed affidabilità nel tempo, sia di identificare quei casi in cui le condizioni di degrado possono pregiudicare anche la sicurezza nei riguardi della resistenza ultima, investe un'attività articolata e complessa, denominata monitoraggio strutturale. Questa è basata su misurazioni in sito, eseguite attraverso l'ausilio di appropriate tecniche di rilevamento delle grandezze fisiche fondamentali che descrivono la distribuzione degli spostamenti e delle deformazioni. Allo stesso tempo ci si deve avvalere di analisi teoriche condotte con modelli matematici "raffinati", mediante i quali si possono interpretare i risultati delle misurazioni e valutare lo stato tensionale e deformativo in gioco, ricavando così un possibile ed auspicabile accordo tra le risultanze sperimentali e quelle teoriche. Come ben si sa, la simulazione numerica delle strutture in conglomerato armato risulta piuttosto ardua a causa dei complessi fenomeni quali, ad esempio, il "tension stiffening", l'ingranamento degli inerti,

l'effetto bietta, che si innescano dopo la fessurazione e che producono una risposta della struttura alle azioni agenti, marcatamente di tipo non lineare. Al fine di simulare con aderenza alla realtà il comportamento strutturale, tali fenomeni debbono essere tenuti in giusto conto nei modelli teorici, soprattutto nello stadio tensionale e deformativo riguardante gli stati limite di esercizio.

Recentemente è stato proposto un legame costitutivo in grado di descrivere compiutamente il comportamento meccanico di lastre in conglomerato armato, soggette a stati piani di tensione ([1]). Il legame costitutivo in oggetto assume, come grandezze fondamentali del problema, sia l'apertura e lo scorrimento dei labbri di una generica fessura, sia la deformazione delle bielle di conglomerato che si vengono a formare tra le singole fessure. Il modello proposto mette in conto i fenomeni di ingranamento degli inerti, di "tension-stiffening", effetto bietta e la resistenza a trazione del conglomerato trasversalmente alle fessure. Le armature possono, in generale, essere disposte nell'elemento secondo generiche giaciture.

Il modello in questione è stato successivamente implementato in una procedura generale in grado di analizzare il comportamento evolutivo fino a rottura di travi in conglomerato armato [2], soggette a flessione, taglio e forza normale, indagando così gli stati limite di esercizio ed ultimi delle travi medesime. Alla soluzione numerica si perviene discretizzando la trave in conci e ciascun concio in strati, fornendo, come risultanze numeriche, sia le grandezze che usualmente descrivono il comportamento globale della trave (ad esempio, gli spostamenti e le rotazioni della generica sezione) sia le grandezze di carattere locale (quali le tensioni e le deformazioni nelle barre longitudinali e nelle staffe, nonché l'apertura delle fessure).

Riprendendo gli sviluppi or ora ricordati, nel presente lavoro viene proposta una procedura di calcolo in grado di fornire, per un concio di trave di cui siano note le caratteristiche geometriche della sezione e le proprietà meccaniche dei materiali, i diagrammi di interazione momento flettente-taglio (M-V). L'approccio proposto, verificato attraverso il confronto con i risultati di altri modelli e con quelli di alcune prove sperimentali [3,4], fornisce diagrammi di interazione tra le azioni relativi tanto allo stato limite ultimo, quanto allo stato limite di esercizio nei riguardi della valutazione dell'apertura delle fessure e dell'apertura controllata delle fessure stesse (curve di iso-apertura di fessura).

2. MATRICE DI RIGIDEZZA DI UN GENERICO CONCIO DI TRAVE

Si fa riferimento ad un concio di conglomerato armato avente sezione trasversale simmetrica rispetto all'asse verticale y e soggetto, in generale, a momento flettente, taglio ed azione assiale (Fig.1). Si assume l'usuale ipotesi che il comportamento dell'elemento sia descrivibile attraverso grandezze variabili solo nel piano x - y , nei termini cioè di uno stato piano di tensione. Il concio viene discretizzato in n strati, per ciascuno dei quali sono assegnate le caratteristiche geometriche e le proprietà meccaniche dei materiali impiegati. Si assume un modello di spostamento che ipotizza, Fig.1, che la sezione si mantenga piana durante la deformazione, che la deformazione tagliante sia distribuita con legge parabolica lungo l'altezza della sezione, che la deformazione normale lungo y sia genericamente variabile da strato a strato. Pertanto, lo stato deformativo del singolo strato (i) viene espresso in funzione dei parametri di deformazione generalizzata, assunti quali grandezze fondamentali del modello, ovvero:

$$\{\varepsilon_{x,y}^{(i)}\} = \{\varepsilon_x^{(i)} \quad \varepsilon_y^{(i)} \quad \gamma_{xy}^{(i)}\}^T = [[G_0^{(i)}] \quad [G_1^{(i)}]]\{d\}$$

dove:

$$[G_0^{(i)}] = \begin{bmatrix} 1 & -y^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-4(y^{(i)}/h)^2 \end{bmatrix}$$

$$[G_1^{(i)}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \delta_{ij} & \dots & \delta_{ij} & \dots & \delta_{in} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{d\} = \left\{ \varepsilon_0 \quad \frac{1}{r} \quad t \quad \varepsilon_y^{(1)} \quad \dots \quad \varepsilon_y^{(i)} \quad \dots \quad \varepsilon_y^{(n)} \right\}^T$$

$$\delta_{ij} = \text{delta di Kronecker} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Imponendo le condizioni di equivalenza tra le caratteristiche della sollecitazioni e le tensioni generate dalla deformazione del concio, rispettivamente alla traslazione lungo l'asse x della trave, alla rotazione attorno all'asse baricentrico, ed alla traslazione lungo y per ciascun strato ed assumendo nullo lo stato tensionale nella direzione y lungo tutta l'altezza del concio stesso, nonché tenendo conto dei legami costitutivi puntuali per il conglomerato fessurato e non, risulta:

$$\{Q\} = \begin{bmatrix} N \\ M \\ V \\ N_y^{(1)} \\ \dots \\ N_y^{(i)} \\ \dots \\ N_y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \Delta y^{(i)} b^{(i)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -y^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \{\sigma_{x,y}^{(i)}\} \\ \Delta x \cdot b^{(1)} \sigma_y^{(1)} \\ \dots \\ \Delta x \cdot b^{(i)} \sigma_y^{(i)} \\ \dots \\ \Delta x \cdot b^{(n)} \sigma_y^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [K_0] & [K_1] \\ [H_1] & [H_0] \end{bmatrix} \{d\} = [K] \{d\},$$

dove le espressioni di $[K_0]$, $[K_1]$, $[H_0]$, $[H_1]$ sono riportate in Fig.2. Si pone inoltre:

$$\{\sigma_{x,y}^{(i)}\} = \{\sigma_x^{(i)} \quad \sigma_y^{(i)} \quad \tau_{xy}^{(i)}\}^T = [D_{x,y}^{(i)}] \{\varepsilon_{x,y}^{(i)}\},$$

$$[D_{x,y}^{(i)}] = [T_e^{(i)}]^T [D_{1,2}^{(i)}] [T_e^{(i)}],$$

con $[D_{1,2}^{(i)}]$ valutata, come segue, attraverso due differenti modelli, relativi alla fase non fessurata ed a quella fessurata del calcestruzzo.

a) Calcestruzzo non fessurato

Per il comportamento meccanico del conglomerato non fessurato la matrice di rigidità è riportata in Fig.3(a), dove $E_1^{(i)}$, $E_2^{(i)}$ sono i moduli di elasticità secanti lungo le direzioni principali 1 e 2,

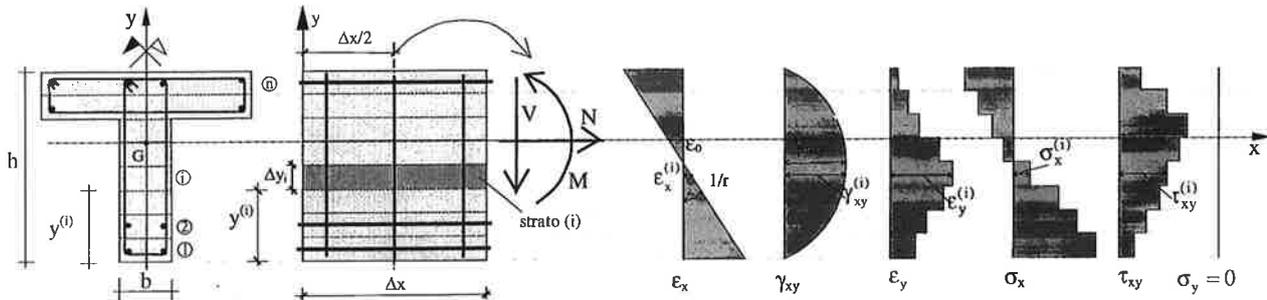


Figura 1. Suddivisione in strati di un generico concio di trave. Andamento delle deformazioni ϵ_x , γ_{xy} , ϵ_y e delle tensioni σ_x , τ_{xy} , σ_y (con ϵ_0 , $1/r$ e γ_{max} grandezze incognite fondamentali).

$$[K_0] = \sum_{i=1}^n \Delta y^{(i)} b^{(i)} \begin{bmatrix} [D_{x,y}^{(i)}]_{11} & -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{11} & \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(i)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(i)}]_{13} \\ -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{11} & y^{(i)2} [D_{x,y}^{(i)}]_{11} & -y^{(i)} \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(i)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(i)}]_{13} \\ [D_{x,y}^{(i)}]_{31} & -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{31} & \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(i)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(i)}]_{33} \end{bmatrix}; [K_1] = \sum_{i=1}^n \Delta y^{(i)} b^{(i)} \begin{bmatrix} [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{i1} & \dots & [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{ij} & \dots & [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{in} \\ -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{i1} & \dots & -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{ij} & \dots & -y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{12} \delta_{in} \\ [D_{x,y}^{(i)}]_{32} \delta_{i1} & \dots & [D_{x,y}^{(i)}]_{32} \delta_{ij} & \dots & [D_{x,y}^{(i)}]_{32} \delta_{in} \end{bmatrix}$$

$$[H_1] = \begin{bmatrix} \Delta x b^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{21} & -\Delta x b^{(i)} y^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{21} & \Delta x b^{(i)} \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(i)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(i)}]_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ \Delta x b^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{21} & -y^{(i)} \Delta x b^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{21} & \Delta x b^{(i)} \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(i)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(i)}]_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ \Delta x b^{(n)} [D_{x,y}^{(n)}]_{21} & -y^{(n)} \Delta x b^{(n)} [D_{x,y}^{(n)}]_{21} & \Delta x b^{(n)} \left(1 - 4 \left(\frac{y^{(n)}}{h}\right)^2\right) [D_{x,y}^{(n)}]_{23} \end{bmatrix}; [H_0] = \begin{bmatrix} \Delta x b^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{22} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \Delta x b^{(i)} [D_{x,y}^{(i)}]_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \Delta x b^{(n)} [D_{x,y}^{(n)}]_{22} \end{bmatrix}$$

Figura 2. Componenti della matrice di rigidezza [K] del generico concio di trave

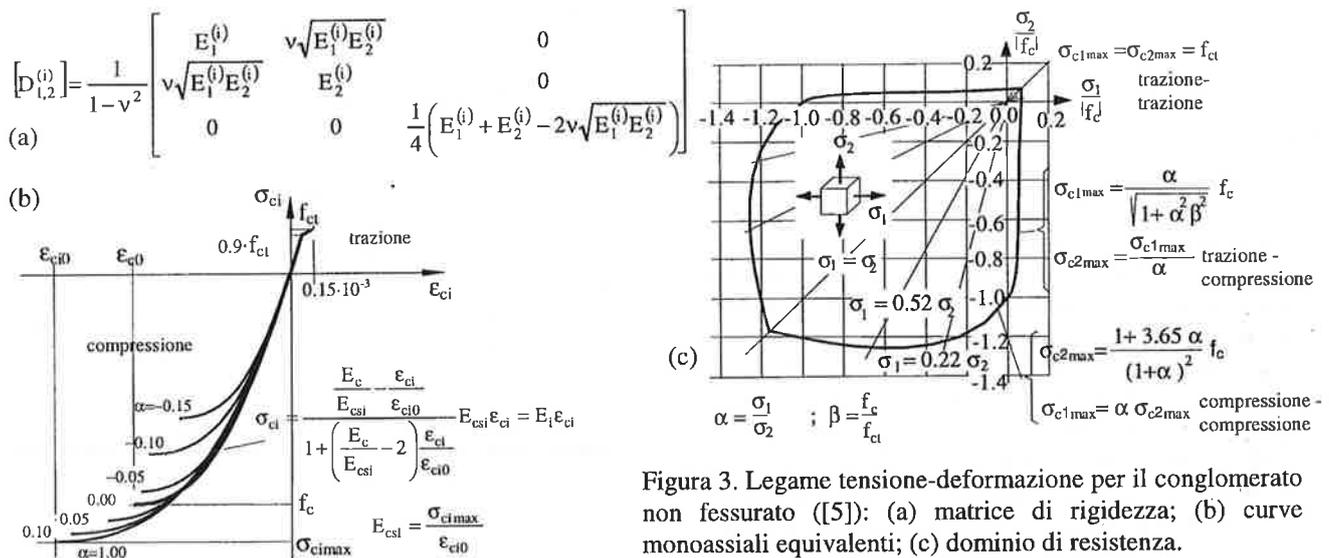


Figura 3. Legame tensione-deformazione per il conglomerato non fessurato ([5]): (a) matrice di rigidezza; (b) curve monoassiali equivalenti; (c) dominio di resistenza.

rispettivamente, e sono direttamente valutabili con le equazioni delle curve monoassiali equivalenti allo stato biassiale (Figg.3(a),(b)). Quest'ultime vengono definite attraverso le grandezze che dipendono dalle caratteristiche meccaniche del conglomerato f_c , f_{ct} ed ϵ_{c0} , nonché dal rapporto delle tensioni principali $\alpha = \sigma_1/\sigma_2$, secondo le equazioni proposte in [5]. La valutazione dei moduli secanti E_1 e E_2 in corrispondenza delle deformazioni specifiche ϵ_1 e ϵ_2 , deve però passare attraverso un processo iterativo, vista la loro variabilità in funzione dello stato deformativo.

b) Calcestruzzo fessurato

Per il conglomerato fessurato viene utilizzato il modello recentemente proposto [1] denominato PARC, in cui si ipotizza un quadro fessurativo equidistanziato con interasse fra le fessure a_m calcolato, ad esempio, nel caso di due ordini di armatura, tramite ([6,7]):

$$a_m^{(i)} = s_j^{(i)} \quad (\text{se } s_j^{(i)}/s_k^{(i)} < 0.55),$$

$$a_m^{(i)} = (s_j^{(i)} + s_k^{(i)})/2\sqrt{2} \quad (\text{se } 0.55 \leq s_j^{(i)}/s_k^{(i)} \leq 1.80),$$

$$a_m^{(i)} = s_k^{(i)} \quad (\text{se } s_j^{(i)}/s_k^{(i)} > 1.80).$$

Si ritiene che il comportamento del conglomerato armato fessurato sia assimilabile a quello di un materiale ortotropo avente come assi quelli normali e paralleli alla fessura stessa, dove si introduce il sistema locale di coordinate 1-2. L'angolo fra la direzione della barra (j) e l'asse 1 è definito come $\alpha_j = \theta_j - \psi$, essendo ψ l'angolo fra l'asse 1 e l'asse x (Fig.4(a),(b)). Il modello adotta, quali grandezze fondamentali, l'apertura w e lo scorrimento v dei labbri della fessura, insieme alla deformazione assiale del conglomerato ϵ_{c2} lungo la direzione delle fessure medesime (Fig.4(b),(c)). Viene pertanto definito il seguente campo di deformazione:

$$\{\epsilon_{1,2}\} = \{\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \gamma_{12}\}^T = \left\{ \frac{w}{a_m} \quad \epsilon_{c2} \quad \frac{v}{a_m} \right\}^T,$$

trascurando così la deformazione del conglomerato tanto lungo la direzione 1 quanto di tipo angolare. Lo stato tensionale presente nell'elemento viene pensato come somma di tensioni "equivalenti" dovute alle barre d'acciaio e di tensioni presenti nel conglomerato (Fig.4(d),(e)). La matrice di rigidezza ottenuta sulla base di queste ipotesi è riportata in Fig.4(f), dove n_s sono gli ordini di armatura presenti nello strato (i), ed i coefficienti c_v , c_a , c_t , g_j e d_j tengono conto di tutti quegli effetti che caratterizzano, nell'ambito fessurato, la realtà fisica del conglomerato armato, effetti quali il confinamento e l'ingranamento degli inerti, il cosiddetto "bridging", il "tension stiffening" e la dowel-action. Con l'asterisco sono indicate le quantità che sono valutate in

corrispondenza della fessura. Per un'analisi approfondita di questi effetti, così come per una maggiore esegesi degli stessi termini di Fig.4(f), si rimanda al lavoro [1].

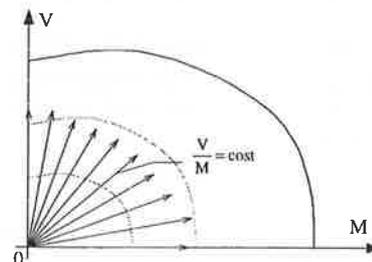


Figura 5. Direzione di carico nel piano M-V.

3. IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO E TRACCIAMENTO DEI DIAGRAMMI DI INTERAZIONE

Il procedimento proposto è stato implementato in un programma di calcolo automatico finalizzato al calcolo di diagrammi di interazione N, M, V, utili per la verifica sia dello stato limite ultimo di resistenza che di quello di esercizio. Con riferimento ad un concio di trave, per il quale siano note le caratteristiche geometriche e meccaniche, in generale è possibile ottenere diagrammi di interazione N, M, V applicando alla sezione trasversale una serie di sollecitazioni (combinazioni di N, M, V) tali che, mantenendo costanti i loro rapporti relativi, seguano un percorso di sollecitazione rettilineo, cioè si muovano gradualmente nello spazio N,M,V lungo una retta uscente dall'origine fino al collasso dell'elemento. Ripetendo questa operazione per alcune direzioni di sollecitazione si è in grado di tracciare il diagramma di interazione relativo alla specifica situazione che si è scelto di indagare. E' così possibile tracciare anche diagrammi utili per le verifiche agli stati limite di esercizio, quali ad esempio curve di interazione relative alla prima fessurazione, all'apertura massima di fessura (curve iso-apertura di fessura), alla massima tensione nel conglomerato ed a quella nell'acciaio.

In questo lavoro si fa riferimento al tracciamento dei diagrammi M-V (con N=0) che si ottengono utilizzando la soluzione del problema per una serie di opportuni percorsi di sollecitazioni, caratterizzati da un rapporto M/V costante (Fig.5). Ci si muove attraverso questi percorsi valutando la soluzione del problema per un opportuno numero di situazioni intermedie, determinate da uno stabilito passo di incremento della sollecitazione, finché non si raggiunge la coppia di valori che provocano il collasso secondo le ipotesi convenzionalmente stabilite.

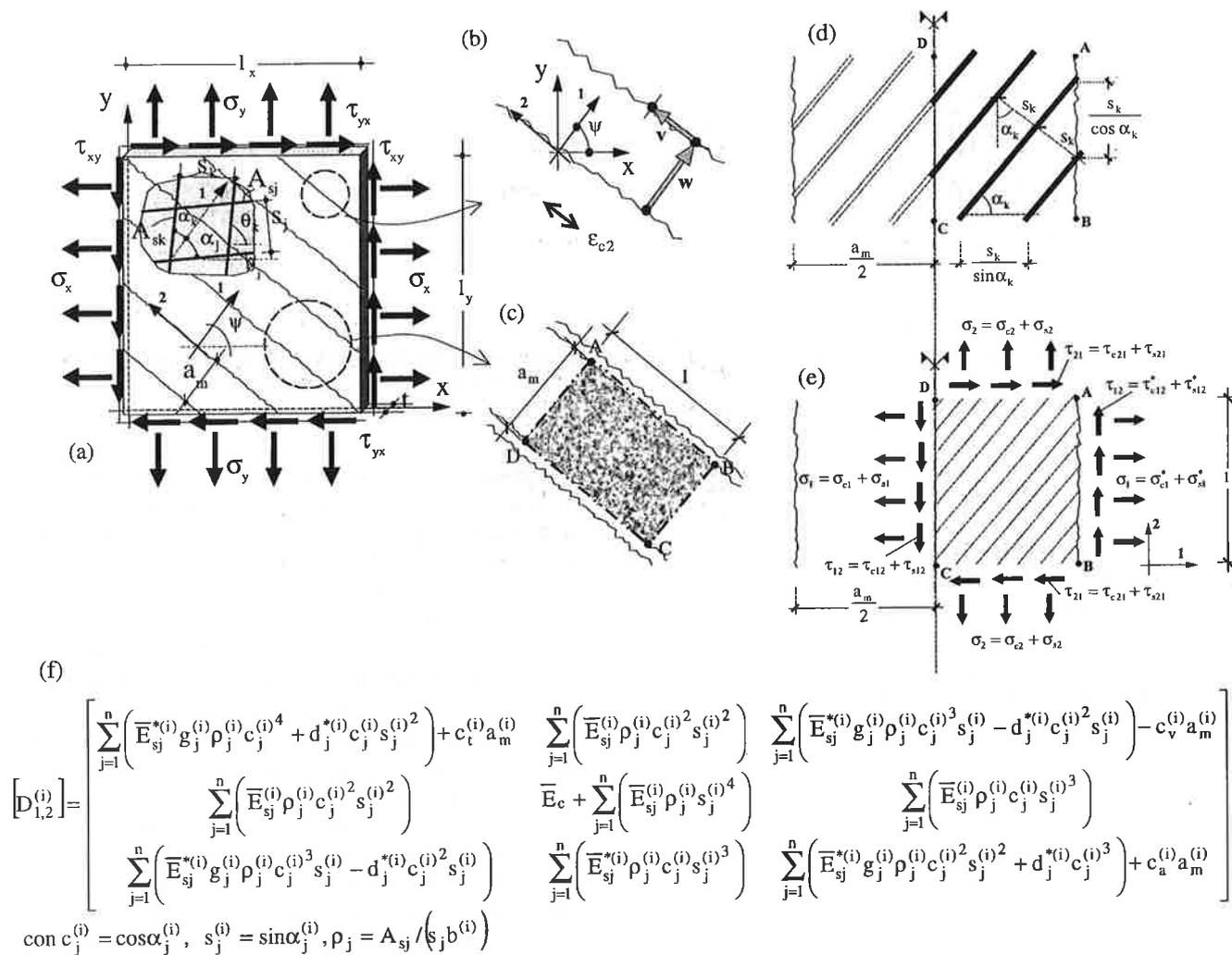


Figura 4. Legame costitutivo per il conglomerato fessurato: (a) elemento di conglomerato armato fessurato soggetto a stato piano di tensione; (b) le quantità che governano il comportamento meccanico e geometrico locale; (c) l'elemento geometrico di base rispetto al quale è stata determinata la matrice di rigidità; (d) caratteristiche geometriche e (e) campo di tensione assunto per l'elemento base; (f) matrice di rigidità del conglomerato armato fessurato.

Tabella 1. Proprietà dei materiali impiegati nelle prove in [3].

Calcestruzzo				Armatura longitudinale				Armatura trasversale		
f_c (N/mm ²)	f_{ct} (N/mm ²)	E_c (N/mm ²)	ϵ_{c0} (%)	$f_{syt} (\phi 20)$ (N/mm ²)	$f_{syt} (\phi 22)$ (N/mm ²)	E_{sl} (N/mm ²)	ϵ_{sul} (%)	f_{syt} (N/mm ²)	E_{st} (N/mm ²)	ϵ_{sut} (%)
39.2	3.0	32260	0.2	478.7	446.4	205000	1.0	481.7	205000	1.0

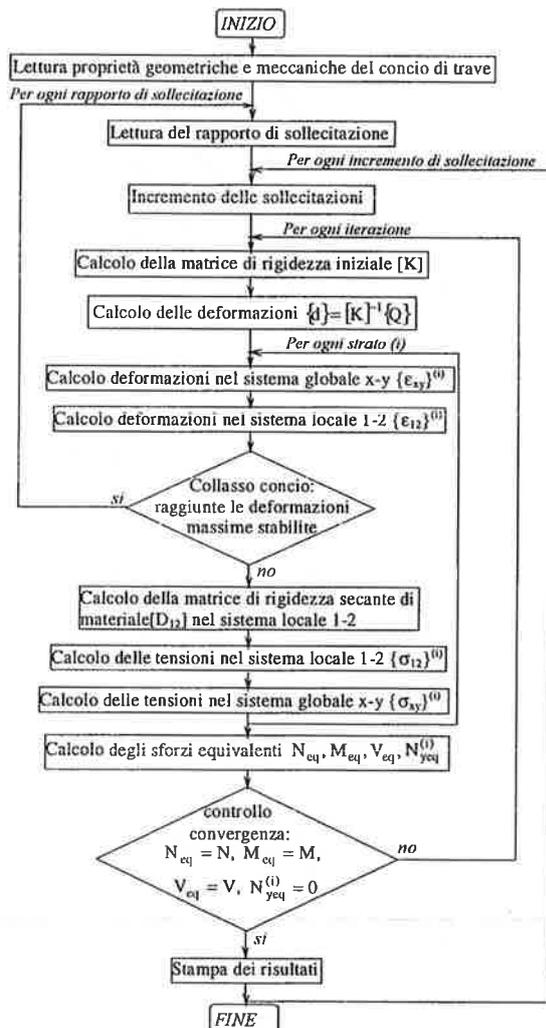


Figura 6. Diagramma di flusso del processo iterativo generale.

Per ogni combinazione di sollecitazione la soluzione numerica del problema non lineare viene ricercata attraverso un procedimento incrementale-iterativo. L'algoritmo risolutivo, le cui fasi principali sono presentate nel diagramma di flusso di Fig.6, prevede che attraverso la matrice di rigidità del conio, relativa al passo di sollecitazione precedente (coincidente con quella elastica nel caso di primo passo di sollecitazione), si determini il vettore delle deformazioni generalizzate $\{d\}$. Quindi, si determinano le deformazioni locali, controllando nello stesso tempo se gli stati deformativi dei materiali abbiano raggiunto quelli massimi previsti, ed attraverso i legami costitutivi locali si valuta lo stato tensionale corrispondente. Attraverso l'integrazione delle tensioni relative alla sezione trasversale si ottengono gli sforzi equivalenti N_{eq}, M_{eq}, V_{eq} , nonché gli sforzi assiali equivalenti $N_{yeq}^{(i)}$ alla distribuzione delle tensioni normali lungo y relativamente a ciascun

strato. A questo punto si controlla che gli sforzi interni equivalenti della sezione trasversale siano uguali alle corrispondenti sollecitazioni e che gli $N_{yeq}^{(i)}$ siano nulli: se queste condizioni sono soddisfatte, si è pervenuti alla convergenza verso la soluzione del problema; altrimenti, partendo da un aggiornamento della matrice di rigidità sulla base dello stato deformativo corrente, si ripetono le operazioni appena elencate finché non si perviene alla convergenza ricercata.

4. ESEMPI NUMERICI E CONFRONTI CON LE RISULTANZE SPERIMENTALI

Al fine di verificare la capacità del metodo proposto nell'interpretare la complessa realtà fisica in gioco, sono stati svolti alcuni confronti tra le elaborazioni teoriche e le risultanze di prove sperimentali disponibili nella letteratura tecnica. Particolarmente adatte per provare l'attendibilità dei diagrammi di interazione precedentemente definiti, relativi sia allo stato di esercizio, sia allo stato limite ultimo, sono le prove sperimentali di Kupfer e Baumann [3]. Queste prove sono state condotte su di una trave isostatica (Fig.7) che per le caratteristiche geometriche e di carico assunte, risultava in condizioni di emisimmetria. Infatti, la trave, semplicemente appoggiata su due punti, uno di estremità ed uno in campata, presentava uno sbalzo alla cui estremità era posto un carico concentrato metà di quello esercitato dall'appoggio di destra. La trave presentava una lunghezza totale di circa 11 m ed un'altezza di 0.60 m; la sua sezione trasversale risultava di forma a doppio T, con larghezza delle ali variabile lungo l'asse della trave, da un minimo di 15 cm ad un massimo di 30 cm, (Fig.7). La larghezza dell'anima era invece costante e pari a 6 cm. In corrispondenza delle forze concentrate, siano esse i carichi esterni o le reazioni vincolari, erano stati previsti degli ispessimenti dell'anima stessa pari alla larghezza delle ali, conducendo pertanto ad una sezione rettangolare piena. L'armatura longitudinale era costituita da barre con due diversi diametri ($\phi 20$ e $\phi 22$), disposte in modo che il diagramma dei momenti resistenti seguisse l'andamento del diagramma dei momenti sollecitanti, quest'ultimo, come noto, variabile linearmente. Le staffe, di diametro $\phi 10$ erano disposte con passo uniforme pari a 12.5 cm, essendo il taglio costante (con segno diverso a tratti) per tutta la trave. Le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati sono riportate in Tab.1.

Sperimentalmente si è riscontrato il collasso della trave per flessione, con rottura per compressione del corrente superiore di calcestruzzo, nella zona immediatamente a sinistra del carico concentrato 2P, cioè a circa 260 cm dal primo appoggio di sinistra. Il

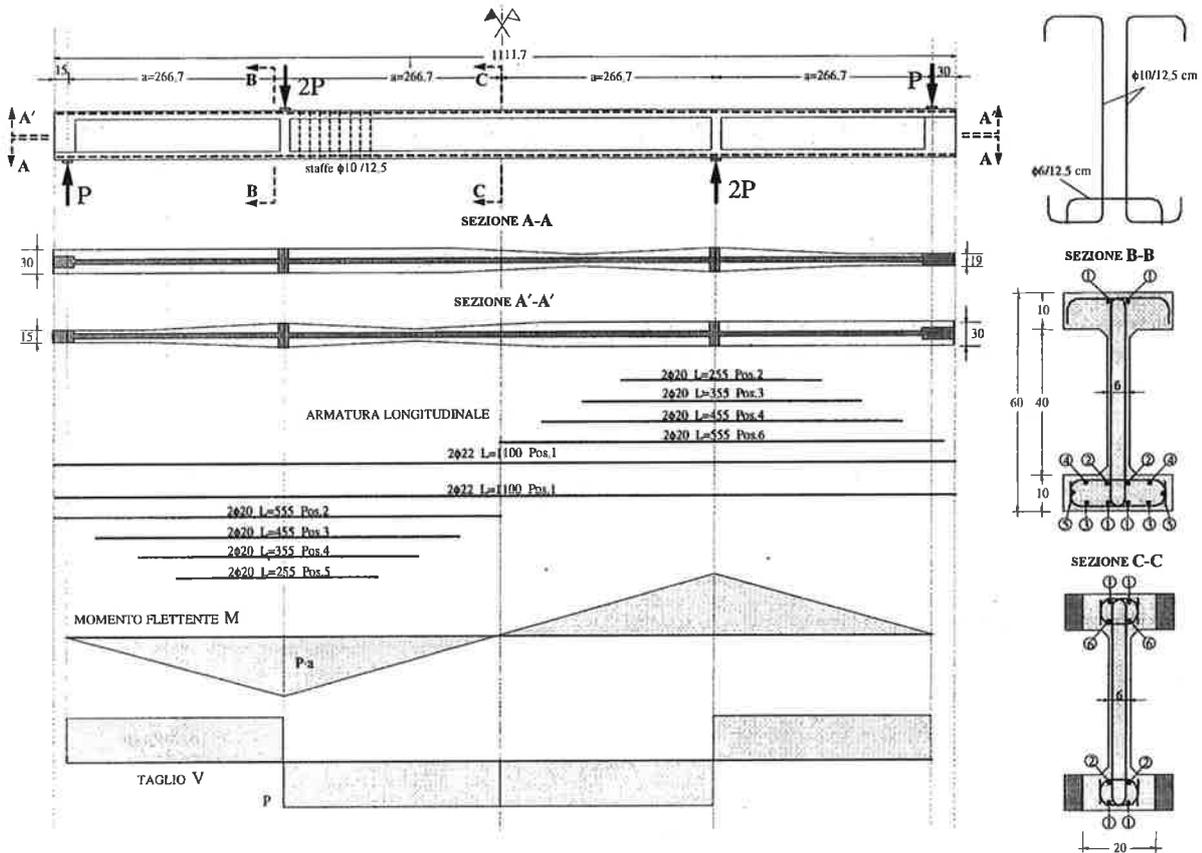


Figura 7. La trave sperimentata da Kupfer e Baumann [3]: caratteristiche geometriche.

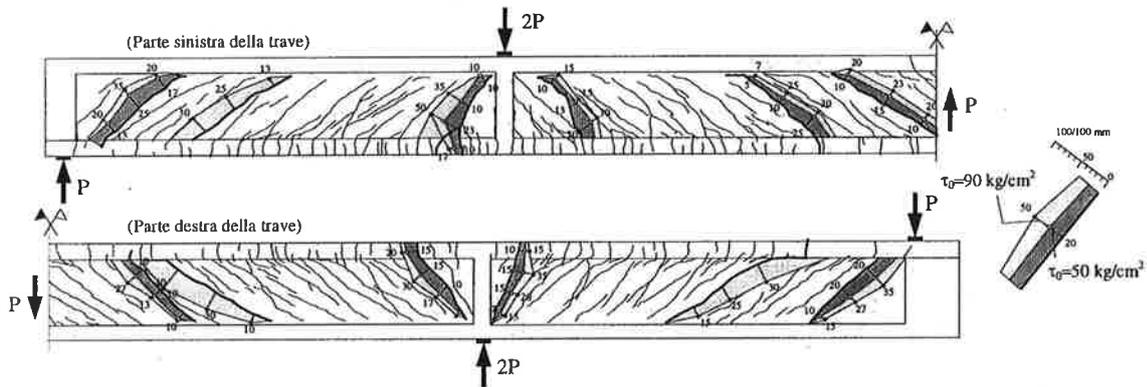


Figura 8. Ampiezza e posizione delle fessure indagate sperimentalmente in dodici concio della trave per seguirne la propagazione durante la prova.

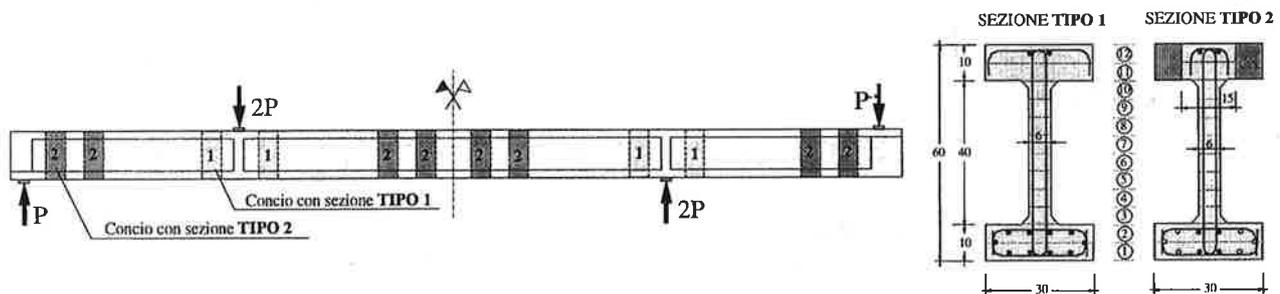
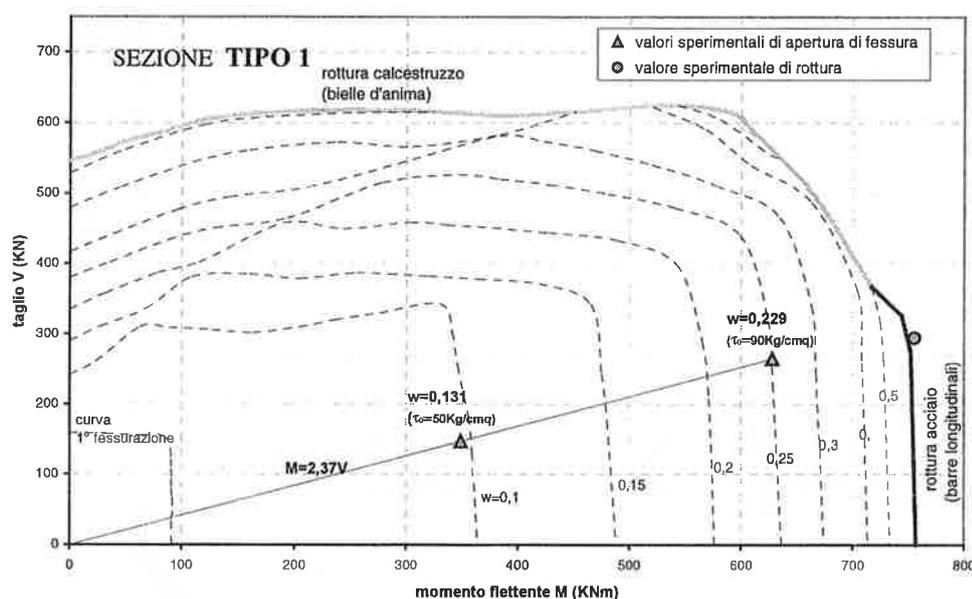


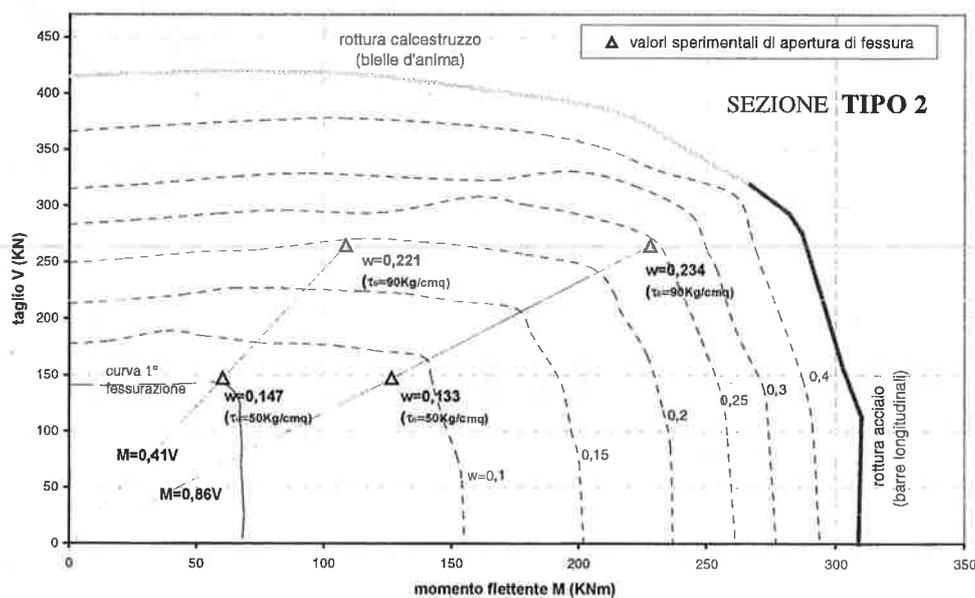
Figura 9. Posizione dei dodici concio analizzati e suddivisione in strati adottata per le due sezioni tipo 1 e 2.

Tabella 2. Grandezze geometriche assunte nella discretizzazione delle due sezioni tipo relative ai conci analizzati.

Strato	Altezza (mm)	Sezione Tipo 1							Sezione Tipo 2						
		base (mm)	A_{sx} (mm ²)	ρ_{sx}	ϕ_{sx} (mm)	A_{sy} (mm ²)	ρ_{sy}	ϕ_{sy} (mm)	base (mm)	A_{sx} (mm ²)	ρ_{sx}	ϕ_{sx} (mm)	A_{sy} (mm ²)	ρ_{sy}	ϕ_{sy} (mm)
12	50	300	760	.0507	22	157	.0042	10	150	760	.1013	22	157	.0084	10
11	50	300	0	0	-	157	.0042	10	150	0	0	-	157	.0084	10
10	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
9	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
8	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
7	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
6	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
5	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
4	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
3	50	60	0	0	-	157	.0209	10	60	0	0	-	157	.0209	10
2	50	300	1570	.1047	20	157	.0042	10	300	628	.0419	20	157	.0042	10
1	50	300	1702	.1135	20-22	157	.0042	10	300	760	.0507	22	157	.0042	10



(a)



(b)

Figura 10. Diagrammi di interazione M-V di resistenza ultima e di esercizio relativamente al controllo della fessurazione per i conci Tipo 1, (a), e Tipo 2, (b).

valore della tensione tangenziale di riferimento $\tau_0 = P/(z \times b)$, essendo b la larghezza dell'anima, e $z=50$ cm il braccio della coppia interna, riscontrato sperimentalmente è stata pari a $\tau_0 = 100 \text{ kg/cm}^2$ (9.81 N/mm^2).

Tra le numerose rilevazioni sperimentali eseguite, sono state misurate le aperture di fessura relative a dodici conci, che presentavano due tipi di sezione e tre valori del rapporto tra il momento flettente ed il taglio (Fig.8). I valori dell'apertura di fessura sono stati rilevati in corrispondenza di due passi di sollecitazione, cioè in corrispondenza di una tensione tangenziale di riferimento τ_0 pari a 90 kg/cm^2 ed a 50 kg/cm^2 . Per le posizioni che tali fessure occupavano nella trave, le sezioni dei conci a cui si riferiscono presentavano tre differenti rapporti tra momento flettente M e taglio V , che si sono mantenuti costanti all'aumentare del carico essendo la struttura isostatica. Ciò vuol dire che, volendo rappresentare in un piano M - V la sollecitazione relativa a questi conci, il punto rappresentativo della sollecitazione si muoverà lungo tre diverse rette di carico uscenti dall'origine. Per confrontare i valori di apertura di fessura sperimentali con quelli ottenuti con il modello proposto, si sono svolte le analisi dei casi previsti adottando la discretizzazione dei conci secondo quanto riportato in Fig.9 e Tab.2, ottenendo così i diagrammi di interazione M - V di Fig.10(a),(b), relativamente alle due differenti sezioni trasversali prese in esame.

Il confronto con i valori numerici è stato eseguito valutando la media dei valori di apertura registrati sperimentalmente lungo le fessure stesse. Inoltre, per la sezione in cui è avvenuto il collasso, si è confrontato il dominio di resistenza ottenuto per via teorico-numerica con il valore del rapporto ultimo M/V riscontrato per via sperimentale, come riportato in Fig.10(b).

Complessivamente, i grafici di confronto confermano in generale la capacità del modello a descrivere il comportamento della trave sottoposta ad un progressivo carico fino al collasso di un concio di trave, nonché la possibilità di tracciare i diagrammi di iso-apertura di fessura senz'altro utili per eseguire verifiche dello stato di esercizio.

Un'altra prova di buona capacità del metodo proposto di indagare la realtà fisica del problema in esame è stato fornito dal confronto con i risultati sperimentali condotti in [4]. Si è preso in esame il concio tipo della serie di travi semplicemente appoggiate alle estremità e caricate in mezzera da un carico concentrato Fig.11(a). La sezione della trave a forma di T, presenta le caratteristiche geometriche riportate in Fig.11(b), ove sono pure riportate le proprietà meccaniche dei materiali impiegati. In Fig.11(b) è riportata anche la discretizzazione della sezione adottata nella elaborazione numerica. Il risultato

dell'analisi in termini di interazione delle azioni M - V è riportato in Fig.11(c), dove sono indicati anche le modalità di collasso, ed il confronto con alcuni valori ottenuti sperimentalmente in [4]. Nello stessa figura sono riportate le curve di interazione relative alla prima fessurazione e quelle relative alla stessa apertura di fessura (iso-apertura di fessura).

E' da osservare che per una trave isostatica avente sezione ed armatura longitudinale e trasversale costante, come nel caso delle travi prese in esame in [4], si possono tracciare, sovrapposte al diagramma di interazione, curve i cui punti caratterizzano il rapporto delle sollecitazioni di tutti i conci con cui si sono suddivisi le travi stesse. In altre parole, nel diagramma di Fig.11(c), per un certo valore del taglio V , costante lungo la trave, i valori del momento presenti nei diversi conci della trave medesima si troveranno tutti disposti su di una sola retta orizzontale. In tal modo, in corrispondenza del valore del taglio preso in esame, si potrà sapere subito, concio per concio, la situazione fessurativa di esercizio e successivamente, al crescere del taglio e del momento, l'eventuale situazione ultima di resistenza della trave.

5. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

L'approccio proposto, confrontato con le risultanze sperimentali di alcuni lavori ([3,4]), fornisce diagrammi di interazione tra le azioni M , V relativi tanto allo stato limite ultimo, quanto allo stato limite di esercizio nei riguardi della valutazione dell'apertura delle fessure. I diagrammi di interazione in questione risultano molto utili sia in fase di previsione del comportamento strutturale in servizio, sia per una valutazione della capacità portante residua della struttura stessa. Ad esempio, per una trave isostatica con sezione geometrica e distribuzione delle armature costanti lungo l'asse dell'elemento, questi diagrammi permettono una semplice e rapida valutazione, in ogni sezione dell'elemento stesso, tanto dell'ampiezza dello stato fessurativo presente, quanto della resistenza ultima possibile.

Con un approccio di questo tipo si può, con un unico diagramma, tenere per così dire sotto controllo l'intera trave, analizzando il suo comportamento evolutivo in funzione del carico e determinando il carico ultimo e la modalità di crisi strutturale. Si può, in altre parole, possedere in un unico diagramma quelle informazioni, tanto utili al progettista, di come la trave risponda, in fase di esercizio, attraverso l'evoluzione del quadro fessurativo, all'incremento dei carichi e come tale incremento conduca alla fase ultima, con le crisi lato calcestruzzo e/o lato acciaio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Belletti B., Cerioni R., Iori I. - 2001, "A Physical Approach for Reinforced Concrete (PARC) membrane elements", J. Struct. Engrg., ASCE, 127(12), 1412-1426.
- [2] Belletti B., Cerioni R., Iori I. - 2000, "Analisi non lineare di elementi monodimensionali in conglomerato armato soggetti a flessione, taglio ed azione assiale", XIV Congresso C.T.E., Pisa, 9-11 Novembre, 27-36.
- [3] Kupfer H., Baumann T. - 1969, "Staffelung der Biegezugbewehrung bei hohen Schubspannungen in schlanken Stahlbetonträgern mit I-Querschnitt", Beton und Stahlbetonbau, n.12, 278-283.
- [4] Haddadin M.J., Hong S.T., Mattock A.H. - 1971, "Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams with Axial Force", Proceedings, ASCE, V.97, ST9, Sept.
- [5] Darwin D., Pecknold D.A. - 1977, "Non-linear biaxial stress-strain law for concrete." J. Mech. Engrg., ASCE, 103(EM2), 229-241.
- [6] Leonhardt F., Schelling G. - 1974, "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, D.A.f. St., Heft 239, Ernst & Sohn, Berlin, Germany.
- [7] Iori I., Dei Poli S. - 1985, "Sulla torsione di elementi strutturali in cemento armato", L'Industria Italiana del Cemento, 586(2), Roma, 121-129.

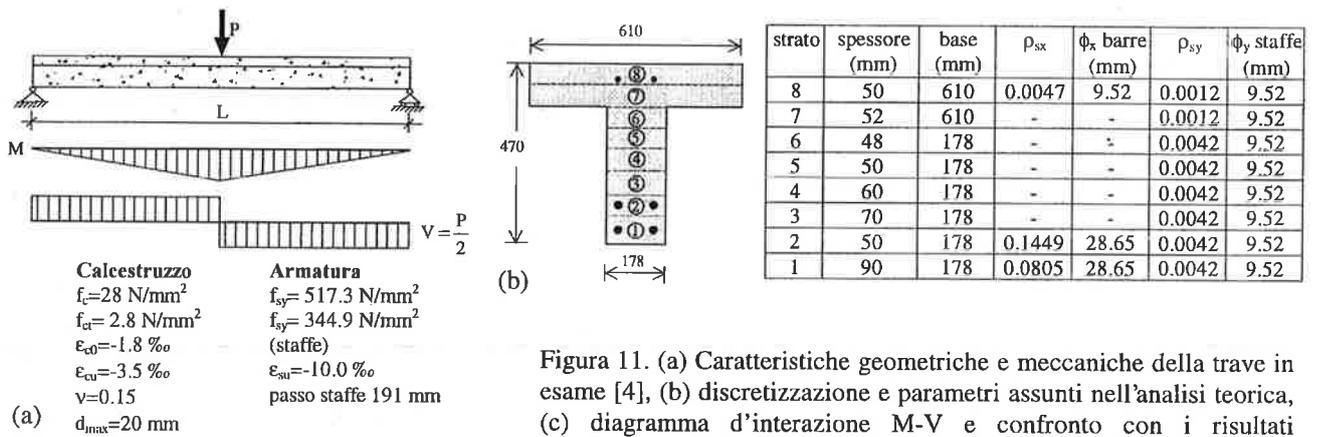
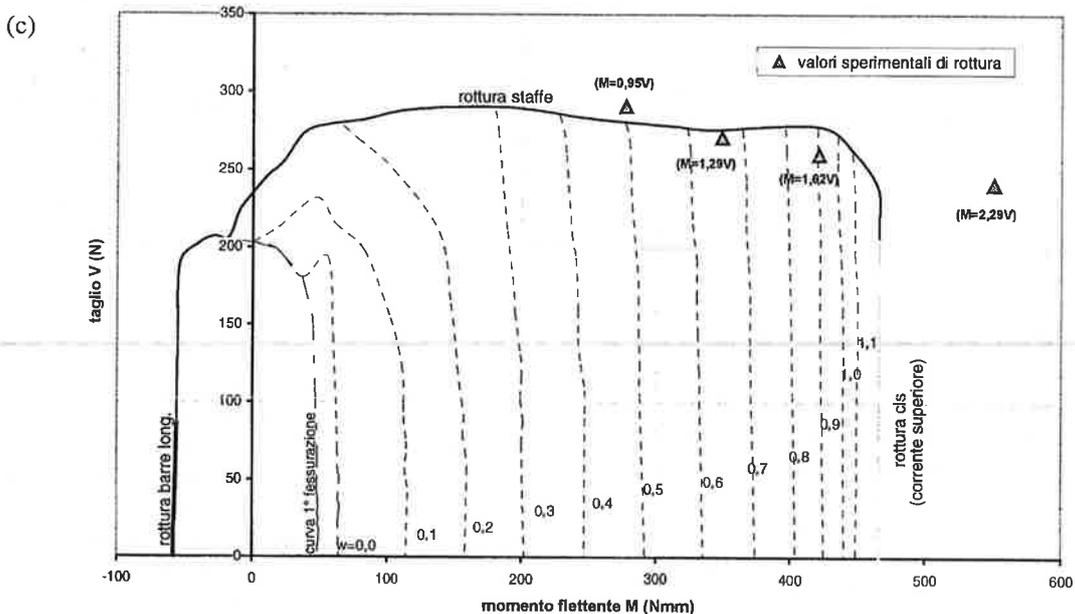


Figura 11. (a) Caratteristiche geometriche e meccaniche della trave in esame [4], (b) discretizzazione e parametri assunti nell'analisi teorica, (c) diagramma d'interazione M-V e confronto con i risultati sperimentali.



RESISTENZA A FATICA E ALLA CORROSIONE DI BARRE D'ARMATURA ZINCATE IN CONDIZIONI SIMULANTI LA REALTÀ

Tiziano Bellezze¹, Chiara Franzoni², Romeo Fratesi¹, Giovanni A. Plizzari²

¹ Dipartimento di Fisica e Ingegneria dei Materiali e del Territorio, Università di Ancona, Via Brecce Bianche, 60131 Ancona.

² Facoltà di Ingegneria, Università di Bergamo, Viale Marconi 5/A, 24044 Dalmine, Bergamo.

SOMMARIO

Nel presente lavoro è stato affrontato il problema della durabilità delle strutture in calcestruzzo armato relativamente all'armatura, prendendo in esame la zincatura come metodo di miglioramento della resistenza alla corrosione delle barre. Pertanto, sono state eseguite indagini sperimentali per studiare alcuni problemi ancora aperti relativamente all'uso di barre zincate nelle costruzioni in calcestruzzo armato. In particolare, si è studiata la resistenza a fatica delle barre zincate e l'effetto sacrificale benefico dato dallo zinco del rivestimento, quando esso presenta delle discontinuità.

I risultati sperimentali hanno fornito utili indicazioni sulla resistenza a fatica delle barre zincate, confermando ulteriormente che il processo termico di zincatura non altera le proprietà meccaniche delle barre. I risultati sperimentali hanno anche fornito utili indicazioni sulle dimensioni critiche delle discontinuità nel rivestimento di zinco, soprattutto in ambienti contaminati da cloruri.

SUMMARY

The use of galvanized reinforcing bars has recently received great consideration for increasing the durability of structures. Although successful practical results have been obtained with the use of galvanized reinforcement against corrosion, some questions concerning the protection of bars still remain unanswered. In this paper, fatigue behavior of galvanized rebars is investigated by means of high cycle and low cycle fatigue tests. Furthermore, the corrosion resistance of rebars with discontinuities in the zinc coating, produced during bending procedures or in the welded areas, is experimentally investigated.

Experimental results show that the zinc coating does not modify the fatigue strength of reinforcing bars and that there is a beneficial effect of the zinc coating when discontinuities are present in the rebar.

1. INTRODUZIONE

Una corretta tecnologia del calcestruzzo può incrementare la vita di servizio di una struttura in calcestruzzo armato, ma non può sempre assicurare una completa protezione rispetto alla corrosione delle armature, specialmente in ambienti aggressivi ed in presenza di fessurazione nel copriferro.

Tra le soluzioni proposte per aumentare la resistenza alla corrosione delle armature nel calcestruzzo, è sempre più preso in considerazione l'impiego di barre di acciaio zincate, in quanto queste ultime non risentono del fenomeno della carbonatazione del calcestruzzo e sopportano tenori più elevati di cloruri rispetto all'acciaio non zincato [1,2]. E' inevitabile che l'utilizzo dell'acciaio zincato nelle strutture in calcestruzzo armato comporti dei costi iniziali più elevati; tali costi sono comunque trascurabili se rapportati al costo totale dell'opera e diventano irrilevanti se si tengono in consi-

derazione i costi di ripristino e di mantenimento delle strutture stesse da affrontare nel corso della loro vita di servizio.

Sebbene le armature zincate siano state già utilizzate con successo per realizzare opere in calcestruzzo, anche di un certo prestigio [3-5], alcuni dubbi sollevati dai progettisti o dai potenziali utilizzatori rimangono da approfondire. Tra questi, alcuni riguardano aspetti meccanici, altri riguardano aspetti relativi alla resistenza alla corrosione in particolari condizioni ambientali.

Relativamente al comportamento meccanico, la resistenza a trazione delle barre rivestite di zinco non varia rispetto alle corrispondenti barre black [6]. La sperimentazione sulle barre zincate ha anche riguardato l'aderenza ed i risultati sperimentali hanno evidenziato che non vi sono differenze rispetto alle barre non zincate se lo spessore del rivestimento di zinco è tenuto sotto controllo, durante il processo di zincatura, per non

modificare la geometria delle nervature e, conseguentemente, l'indice di aderenza delle barre.

Il comportamento meccanico delle barre zincate deve essere ulteriormente approfondito relativamente alla loro resistenza a fatica.

Le rotture per fatica nelle barre di armatura interessano inizialmente pochi grani, nei quali la resistenza locale è inferiore alla sollecitazione o viene ad esserlo durante le fasi di carico che danno origine alle sollecitazioni più elevate. La pericolosità di questo tipo di rotture risiede nel fatto che esse possono prodursi in modo del tutto indipendente dalle caratteristiche globali di resistenza del manufatto, purché trovino innesco in grani particolarmente predisposti. Una volta formatasi la lesione, essa si estende progressivamente a causa della concentrazione di tensioni ai suoi estremi, fino al momento in cui la sezione è ridotta al punto che la sezione in questione si rompe bruscamente per effetto del carico.

Anche se è stato sperimentalmente provato che le caratteristiche meccaniche di resistenza a trazione delle barre in acciaio ricoperte di zinco non sono modificate a seguito del riscaldamento a 460 °C nel bagno di zinco fuso, lo stesso comportamento deve essere verificato per barre zincate sottoposte a sollecitazioni cicliche.

Nel presente lavoro, il comportamento a fatica delle barre zincate è studiato sperimentalmente su barre d'armatura con diverso diametro, sia mediante prove di fatica ad alto numero di cicli, per simulare gli effetti del carico variabile nelle condizioni di esercizio, sia mediante prove di fatica a basso numero di cicli per verificare il comportamento allo stato limite ultimo. I risultati ottenuti dalle barre zincate sono stati confrontati con i risultati ottenuti dalle barre black.

Relativamente allo studio dei problemi di corrosione, Swamy [7] ha sottolineato che i risultati ottenuti dalle prove di laboratorio devono essere esaminati con le dovute cautele, perché non sempre si riescono a simulare le condizioni reali di utilizzo delle strutture.

Nella realtà si potrebbero verificare delle discontinuità nel rivestimento di zinco in seguito a scagliatura del rivestimento stesso durante la piega, a elettrosaldatura o al taglio o durante la messa in opera delle barre. Nel presente lavoro, tale effetto è stato studiato in laboratorio su provini di calcestruzzo armati con barre di acciaio zincate, opportunamente assemblate con spezzoni di acciaio nero per simulare discontinuità del rivestimento di zinco.

Le prove sull'acciaio rivestito di zinco sono state effettuate su barre prodotte con un processo di zincatura industriale in semicontinuo per controllare ed evitare eccessive irregolarità nello spessore del rivestimento al fine di non modificare le caratteristiche geometriche delle barre.

2. PROVE DI FATICA

Lo studio della fatica ad alto numero di cicli delle barre di armatura è stato effettuato con riferimento alla normativa sperimentale (Prenorma Europea) ENV 10080 (1998). Questa normativa prevede che il prodotto, sottoposto a prove di fatica con carico assiale, debba sopportare almeno 2×10^6 cicli di carico con sollecitazione massima sul provino non superiore al 60% del valore nominale del carico di snervamento f_{sy} ed una variazione di sollecitazione pari a 180 MPa.

Sono inoltre state effettuate prove di fatica a basso numero di cicli al fine di studiare il comportamento delle barre oltre il limite elastico. La sperimentazione ha riguardato barre di acciaio nero e di acciaio zincato, provenienti dalla stessa colata per confrontare al meglio i risultati ottenuti.

Le prove a basso numero di cicli sono state svolte prevedendo l'inversione del carico ed imponendo una deformazione massima costante o crescente durante la prova.

2.1 Prove di fatica ad alto numero di cicli

Sono state eseguite prove di fatica su provini zincati ad aderenza migliorata con diametro rispettivamente pari a 10, 12, 16, 20 e 24 mm. L'acciaio utilizzato è di tipo B500, con tensione caratteristica nominale di snervamento pari a 500 MPa.

Poiché la lega zinco-ferro e lo zinco puro superficiale non hanno le medesime caratteristiche meccaniche dell'acciaio, lo spessore del rivestimento potrebbe influenzare il comportamento a fatica delle barre. Infatti, il tondo di piccolo diametro possiede una quantità di zinco in superficie maggiore, in quanto è trattenuto dalla coesione dovuta alle nervature che sono molto ravvicinate [8]. Sulla barra di medio diametro, invece, questo fenomeno è meno accentuato.

I provini sono stati preparati seguendo le prescrizioni della normativa ENV 10080. Per le armature nervate, di tipo B500, la ENV 10080 prescrive di applicare 2×10^6 cicli con tensione massima di 300 MPa (pari a $0.6 f_{sy}$) e con un'ampiezza delle sollecitazioni ($2\sigma_A$) pari a 180 MPa (Fig. 1).

In Tabella I sono riportati i valori dei carichi applicati durante le prove di fatica sulle barre di diverso diametro.

Le prove sono state eseguite in controllo di carico sulla macchina Instron 1274, con elettronica 8500+, del laboratorio P. Pisa dell'Università di Brescia. Le prove sono terminate dopo l'applicazione di 2×10^6 cicli.

Tutte le barre testate hanno superato la prova non rompendosi e mantenendo intatto il rivestimento di zinco.

	Carico di snervamento [kN]	Ampiezza di carico [kN]	Carico massimo [kN]	Carico medio [kN]
Φ10	39.0	14.04	23.4	16.4
Φ12	56.5	20.35	33.9	23.7
Φ16	100.5	36.20	60.3	42.2
Φ20	163.4	58.84	98.1	68.6
Φ24	226.5	81.54	135.9	95.1

Tab. 1 – Carichi utilizzati durante le prove di fatica ad alto numero di cicli.

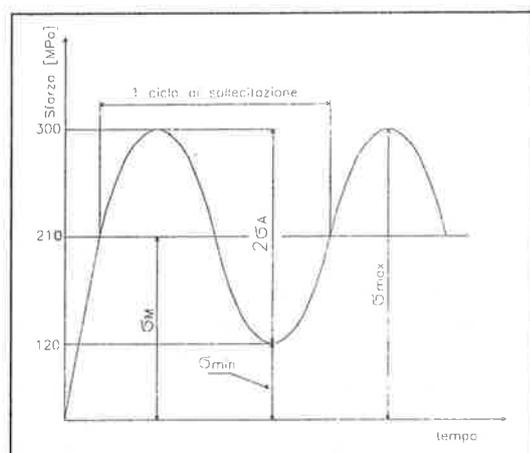


Fig. 1 – Storia di carico delle barre sottoposte alle prove di fatica ad alto numero di cicli.

2.2 Prove a basso numero di cicli

Le prove di fatica a basso numero di cicli sono state condotte imponendo, attraverso la Instron, un prefissato valore di spostamento alle estremità delle barre che sono state ammorsate direttamente nei morsetti della Instron, lasciando libero un tratto di barra con lunghezza pari a 10 volte il diametro (Fig. 2).

Nella prima serie di prove si è imposta una deformazione massima costante mentre nella seconda serie di prove la deformazione massima è stata variata durante la prova.

Il carico applicato al provino è stato misurato dalla cella da 250 kN della Instron mentre gli spostamenti delle barre sono stati misurati dall'LVDT collegato al pistone della macchina di prova.

Per tutte le prove di fatica a basso numero di cicli, sia a deformazione variabile sia a deformazione costante, l'acquisizione dati è stata fatta con una frequenza pari a 0.1 Hz. Durante l'elaborazione dei risultati delle prove, si sono selezionati, per ogni ciclo, i picchi di carico a trazione e a compressione, al fine di determinare l'ampiezza di ogni ciclo di carico che si riduce

all'aumentare dei cicli a causa del danneggiamento per fatica che subisce la barra.

Le prove sono state condotte fino alla rottura per fatica dei provini, avvenuta dopo pochi cicli di carico.

Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio utilizzato per le prove di fatica a basso numero di cicli sono riportate in Tabella 2.

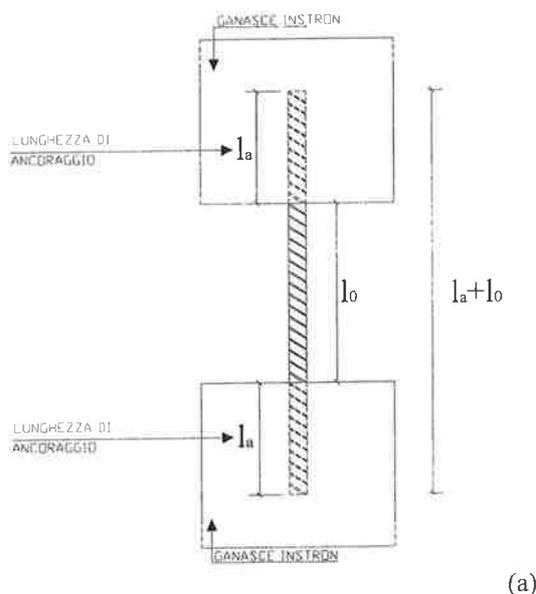


Fig. 2 – Schema di ancoraggio della barra nei morsetti della Instron (a); fotografia della barra all'inizio della prova (b).

Diametro [mm]	f_y [MPa]	f_t [MPa]	A_5 [%]
10	518.7	621.3	28.0
16	513.2	608.1	22.5
24	560.9	655.7	22.5

Tab. 2 – Caratteristiche meccaniche dell'acciaio utilizzato per le prove di fatica a basso e ad alto numero di cicli.

2.2.1 Prove cicliche a deformazione costante

Le prove cicliche a deformazione costante sono state condotte facendo variare la deformazione del provino fino a raggiungere uno spostamento massimo pari all'1% della lunghezza libera (l_0) della barra (Fig. 2a). Con tale spostamento, nella fase di compressione si è verificato lo sbandamento laterale della barra.

La scelta di una deformazione simmetrica per la trazione e per la compressione fa sì che la barra venga messa a sollecitazioni particolarmente gravose; infatti nella realtà, la deformazione per trazione è solitamente superiore alla deformazione per compressione.

Nella Figura 3 viene mostrato uno schema del diagramma carico-spostamento con evidenziato il limite massimo di spostamento e la riduzione dell'ampiezza dei cicli di carico. La Figura 4 mostra un tipico risultato sperimentale, relativamente al diagramma carico-spostamento rilevato durante la prova su una barra con diametro di 16 mm. La Figura 5 evidenzia la barra deformata alla fine della fase di compressione.

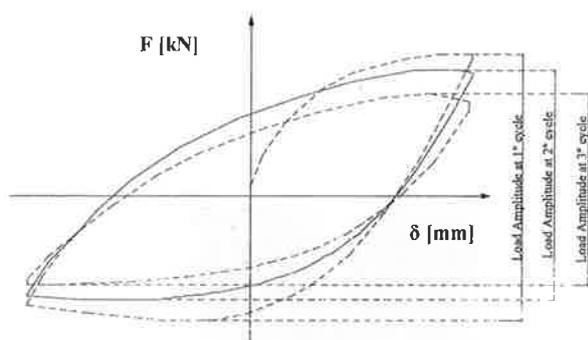


Fig. 3 – Schema di carico delle prove di fatica a basso numero di cicli con deformazione massima costante.

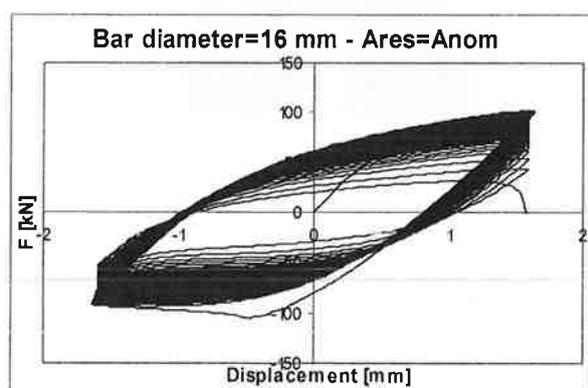


Fig. 4 – Diagramma del carico in funzione dello spostamento ottenuto sperimentalmente da una barra $\phi 16$ con deformazione massima costante.

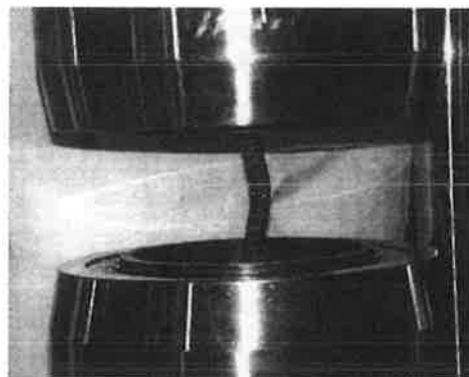


Fig. 5 – Deformazione della barra al termine della fase di compressione.

La Figura 6 mostra i risultati sperimentali relativi alla variazione dell'ampiezza di carico all'aumentare dei cicli, indice del danneggiamento per fatica, ottenuti dalle prove eseguite su barre con diverso diametro.

Si può osservare che non vi sono differenze sostanziali tra il danneggiamento per fatica delle barre zincate e delle barre black. Il numero massimo di cicli applicati alle barre zincate è risultato simile o leggermente superiore a quello rilevato sulle barre black.

Per approfondire ulteriormente le conseguenze delle prove di fatica, la frattura nella barra è stata analizzata con il SEM; il confronto non ha evidenziato differenze tra le superfici di frattura delle barre con e senza rivestimento di zinco.

2.2.2 Prove cicliche a deformazione variabile

Per completare il confronto tra il comportamento a fatica delle barre rivestite di zinco e non, nelle quali i cicli successivi incrementano le deformazioni plastiche della barra, sono state effettuate prove cicliche con cicli successivi caratterizzati da una deformazione crescente (Fig. 7).

Le prove sono state condotte imponendo una velocità di carico di 0.1 Hz. Le misure sperimentali sono state acquisite con una frequenza di 25 punti al secondo in quanto le deformazioni imposte risultavano notevoli.

Le deformazioni massime imposte durante la prova aumentano con il progredire dei cicli di carico, seguendo la seguente legge:

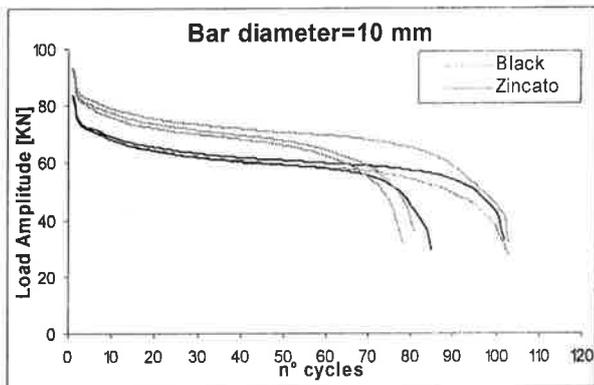
$$\delta = \pm (1 + n)\% \cdot l_0$$

dove:

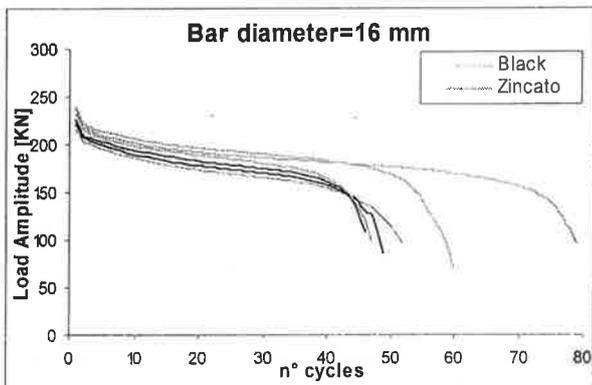
δ rappresenta lo spostamento relativo massimo imposto alle estremità della barra, sia in trazione sia in compressione;

l_0 è la luce libera della barra (Fig. 2a);

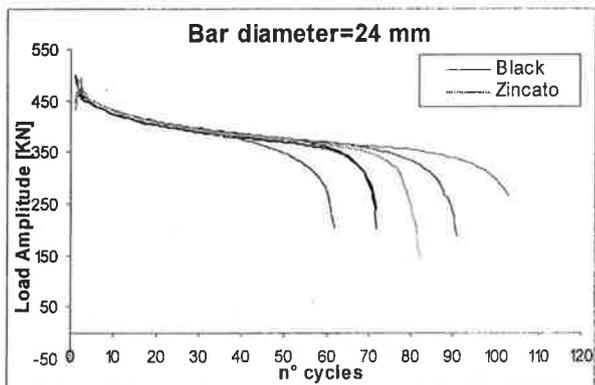
n è il numero progressivo del ciclo.



(a)



(b)



(c)

Fig. 6 – Diagramma dell'ampiezza di carico in funzione del numero di cicli rilevato sperimentalmente sulle barre black e zincate con diametro 10 mm (a), 16 mm (b) e 24 mm (c), sottoposte a prove di fatica con deformazione massima costante.

La Figura 8 mostra un tipico risultato sperimentale, relativamente al diagramma carico-spostamento rilevato durante la prova su una barra con diametro di 16 mm.

La Figura 9 mostra l'ampiezza di carico decrescente misurata durante le prove di fatica sulle barre di diverso diametro. Si può notare che l'ampiezza di carico

registrata sulla barra zincata con diametro di 10 mm, sulla quale lo spessore di zinco diventa percentualmente più rilevante, è risultata maggiore della corrispondente barra black. Nelle barre con diametro di 16 e 24 mm non si evidenziano invece differenze significative tra le barre zincate e le barre black. Anche il numero massimo di cicli applicato alle barre zincate è risultato molto simile a quello delle barre black.

Tale risultato è stato confermato dalle indagini metallografiche effettuate a fine prova che non hanno evidenziato sostanziali differenze fra le fratture, sintomo che l'immersione nel bagno di zinco fuso non modifica la resistenza della barra zincata.

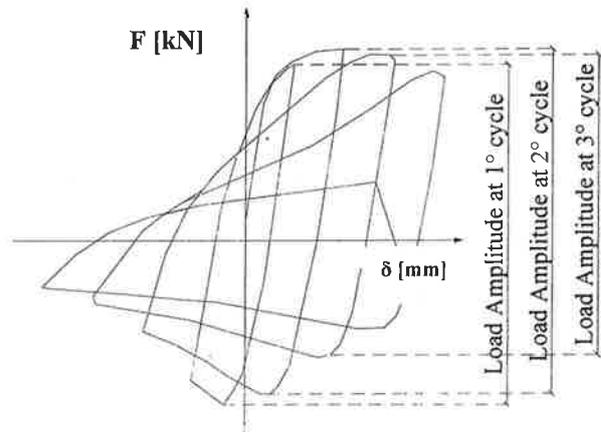


Fig. 7 – Schema di carico delle prove di fatica a basso numero di cicli con deformazione massima variabile.

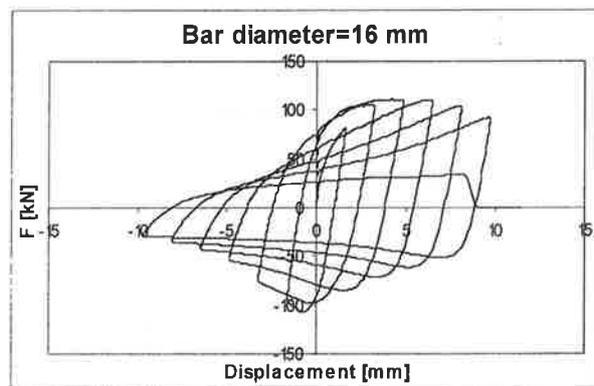
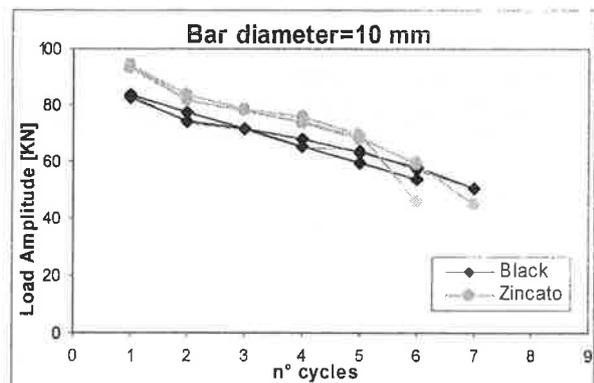


Fig. 8 – Diagramma del carico in funzione dello spostamento ottenuto sperimentalmente da una barra $\phi 16$ con deformazione massima variabile.

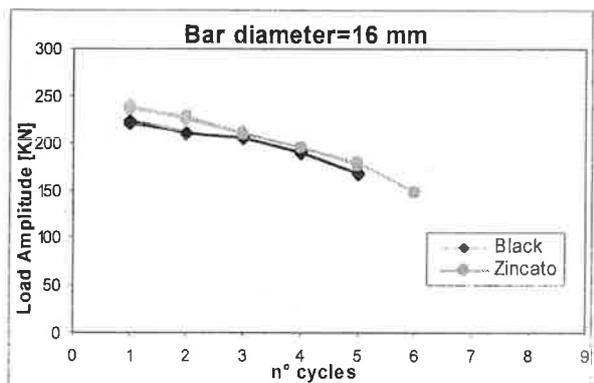
3 RESISTENZA A CORROSIONE IN CORRISPONDENZA DELLE DISCONTINUITA' PRESENTI NEL RIVESTIMENTO DI ZINCO

In presenza di discontinuità sulle barre zincate d'armatura (prodotte da piegatura, saldatura, ecc.), lo

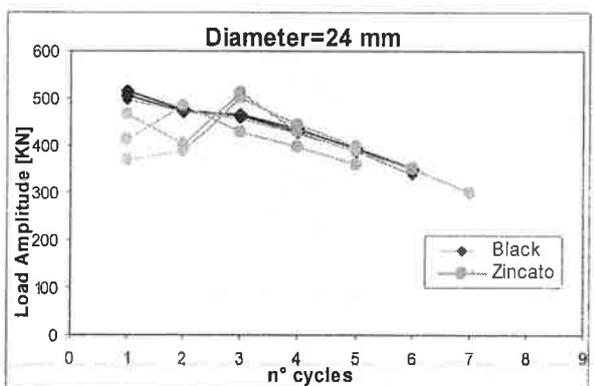
zincato del rivestimento può determinare una protezione catodica nei confronti dell'acciaio nero direttamente esposto all'azione degli agenti corrosivi (effetto sacrificale).



(a)



(b)



(c)

Fig. 9 – Diagramma dell'ampiezza di carico in funzione del numero di cicli rilevato sperimentalmente sulle barre black e zincate con diametro 10 mm (a), 16 mm (b) e 24 mm (c), sottoposte a prove di fatica con deformazione massima crescente durante la prova.

Allo scopo di studiare l'effetto sacrificale benefico prodotto dal rivestimento di zinco, in presenza di discontinuità, sono stati confezionati vari provini rinforzati con barre ottenute dall'assemblaggio di due barre laterali di acciaio zincato e da uno spezzone di barra centrale di acciaio nero. Variando le dimensioni di quest'ultima, è stato possibile simulare delle discontinuità di dimensione diversa, in modo da valutare fino a che punto la protezione catodica offerta dallo zinco risulti efficace.

3.1 Descrizione dei provini

Sono stati confezionati 16 provini prismatici (140x120x440 mm), utilizzando il cemento tipo CEM II/A-L 42.5 R ed un rapporto acqua/cemento pari 0,70. I provini sono stati rinforzati con una barra (diametro = 12 mm; copriferro = 15 mm) ottenuta assemblando tre barre mantenute elettricamente isolate: due barre laterali di acciaio zincato della stessa lunghezza (comparto anodico) ed una barra centrale di acciaio nero (comparto catodico). Sono state preparate 4 barre differenti, con un diverso rapporto tra superficie del comparto anodico (Sa) e superficie del comparto catodico (Sc), come riportato in Tab. 3.

Sa/Sc	Barre zincate laterali (cm)	Barra nera centrale (cm)
80	16 + 16	0,4
40	18 + 18	0,9
20	15 + 15	1,5
7,5	15 + 15	4,0

Tab. 3 - Barre assemblate con 4 diversi rapporti Sa/Sc.

La Fig. 10 mostra le due barre assemblate con rapporto Sa/Sc = 20 e Sa/Sc = 7,5 nel cassero, pronte per il getto. L'assemblaggio è stato realizzato con degli inserti in PVC e con resina epossidica. In Fig. 10 sono inoltre visibili i cavi elettrici che hanno permesso di effettuare, esternamente ai provini, le misure di corrente di corto circuito. Le superfici dei due comparti sono state ben definite ricoprendo in modo opportuno le barre con la resina epossidica.

Altri due provini sono stati confezionati a parte, senza alcuna barra di rinforzo.

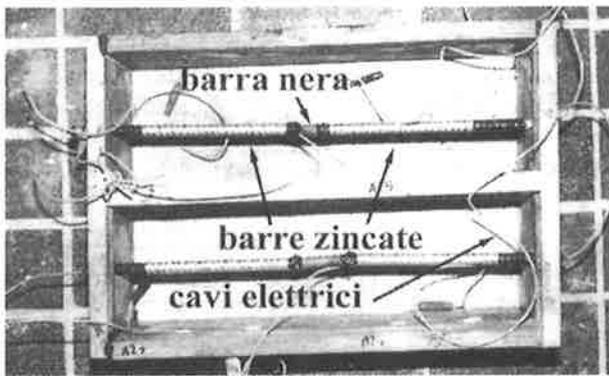


Fig. 10 – Due barre assemblate con rapporto Sa/Sc = 20 (sopra) e Sa/Sc = 7,5 (sotto)

3.2 Stagionatura e condizioni di esposizione ad ambienti corrosivi

Tutti i provini sono stati scasserati dopo 3 giorni dal getto e sono stati maturati all'aria per 28 giorni. Successivamente, 8 provini sono stati sottoposti a cicli di bagnasciuga con acqua ed i rimanenti 8 provini sono stati invece sottoposti a cicli di bagnasciuga con soluzione di NaCl al 5%. I cicli di bagnasciuga sono caratterizzati da 5 giorni di asciugatura e da 2 giorni di bagnatura. La bagnatura in particolare è stata effettuata versando la soluzione in una "vaschetta" in PVC, di forma rettangolare senza fondo, sistemata sulla parte superiore del provino subito dopo il getto ("ponding").

Per ogni condizione di esposizione e per ogni rapporto Sa/Sc, sono stati previsti due provini.

Anche i provini senza barre d'armatura sono stati muniti della vaschetta per il ponding e sono stati sottoposti ai cicli di bagnasciuga con la soluzione salina, per determinare il profilo della concentrazione dei cloruri penetrati all'interno del calcestruzzo.

Alla fine del periodo di esposizione, tutte le barre sono state sottoposte ad esame autoptico, per verificare visivamente il loro stato di corrosione.

3.3 Misure sperimentali

Durante i 270 giorni di sperimentazione, l'accoppiamento galvanico tra le due barre zincate e la barra di acciaio nero centrale è avvenuto esternamente ai provini, congiungendo i cavi saldati ai singoli spezzoni di barra (Fig. 10).

Poco prima del termine di ogni fase di asciugatura e di bagnatura, è stata misurata la corrente galvanica (anche detta corrente di cortocircuito) tra i due comparti, tramite un amperometro a "resistenza zero". Nella stessa sessione di misura, sono stati inoltre misurati rispetto all'elettrodo al calomelano saturo (SCE) i potenziali delle barre, sia in condizioni di accoppiamento galvanico

co ($E_{c,M}$, con $M = Fe$ per acciaio nero o Zn per acciaio zincato), che in condizioni di libera corrosione ($E_{corr,M}$, con $M = Fe$ per acciaio nero o Zn per acciaio zincato). In quest'ultimo caso, la misura veniva effettuata dopo circa 1,5 h dal disaccoppiamento dei due tipi di barra.

3.4 Risultati e discussione

3.4.1 Periodo di stagionatura

Subito dopo il getto e prima di effettuare l'accoppiamento galvanico, l'acciaio zincato presentava un potenziale di corrosione compreso nell'intervallo 1350+-1400 mV, mentre le barre di acciaio nero presentavano un potenziale di corrosione compreso nell'intervallo -400+-520 mV. Questi valori di potenziale sono mostrati in Fig. 11 ($E_{corr,Zn}$, per l'acciaio zincato e $E_{corr,Fe}$, per l'acciaio nero), dove, per brevità, sono riportati i diagrammi relativi ai due valori estremi di Sa/Sc.

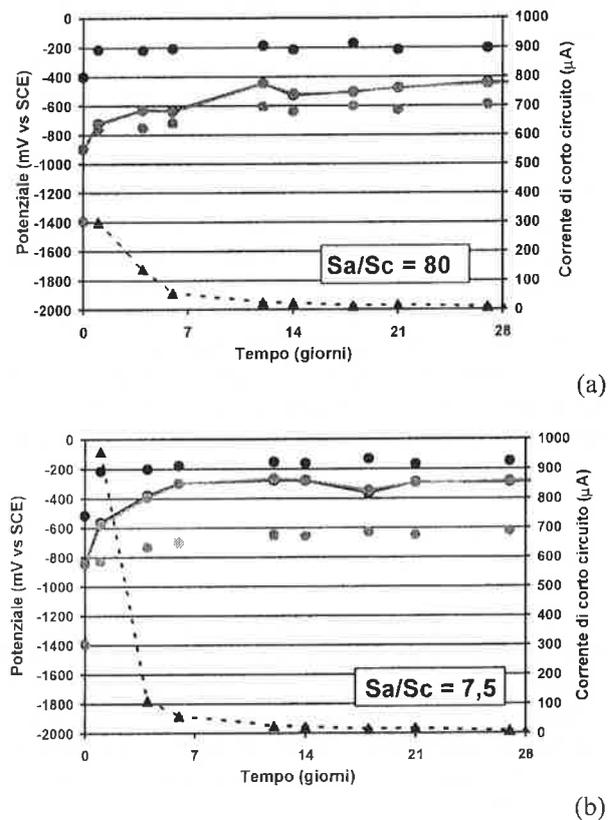


Fig. 11 – Potenziale di libera corrosione, potenziale di coppia e corrente di corto circuito, nel corso dei 28 giorni di stagionatura all'aria: ● $E_{corr,Fe}$; ● $E_{corr,Zn}$; ● $E_{c,Fe}$; ● $E_{c,Zn}$; ...▲... corrente di cortocircuito.

Dopo aver eseguito l'accoppiamento galvanico, l'acciaio nero ha assunto un potenziale compreso nell'intervallo $-850 \div -1050$ mV ($E_{c,Fe}$, Fig. 11), molto prossimo al potenziale di immunità termodinamica, in riferimento all'ambiente alcalino determinato dalla matrice cementizia.

Ad un giorno dal getto, lo zinco del rivestimento è divenuto passivo ed il suo potenziale di corrosione si è stabilizzato nell'intervallo $-750 \div -850$ mV ($E_{c,Zn}$, Fig. 11). In Fig. 11, si vede inoltre che i potenziali di coppia $E_{c,Fe}$ ed $E_{c,Zn}$ sono quasi sovrapposti ed in particolare per $Sa/Sc = 80$ sono entrambi lontani da $E_{corr,Fe}$ e vicini a $E_{corr,Zn}$: ciò sta ad indicare che si ha una efficace protezione catodica da parte dello zinco nei confronti della discontinuità più piccola della serie (Tab. 3). Invece per $Sa/Sc = 7,5$, in presenza cioè di una discontinuità di dimensioni maggiori, i potenziali di coppia sono più vicini a $E_{corr,Fe}$, proprio ad indicare che in questo caso la protezione catodica è risultata meno efficace. Naturalmente, per i valori Sa/Sc intermedi ($Sa/Sc = 40$ e 20), per i quali non sono stati riportati i diagrammi, i potenziali di coppia sono risultati compresi tra quelli già illustrati in Figura 11.

Da queste osservazioni sperimentali, risulta chiaro che il rivestimento di zinco determina una protezione catodica minore all'aumentare dell'area della discontinuità ad esso adiacente. In ogni caso, il ferro del substrato lasciato scoperto, in corrispondenza delle discontinuità, si corroderà più lentamente rispetto ad una comune barra di acciaio nero. Si esplica in questo modo l'effetto benefico prodotto dal rivestimento di zinco e, di conseguenza, il rallentamento del processo di riduzione della sezione resistente della barra d'armatura.

Le correnti di cortocircuito sono risultate alte solo nei giorni subito dopo il getto a causa della elevata differenza di potenziale tra zinco attivo e acciaio; inoltre sono risultate crescenti al diminuire del rapporto Sa/Sc .

3.4.2 Periodo di esposizione dei provini a cicli di bagnasciuga con acqua potabile.

Nel corso dei cicli in bagnasciuga con acqua potabile, la protezione catodica offerta dal rivestimento di zinco nei confronti delle discontinuità ha mostrato un'efficacia simile a quella vista in precedenza, durante il periodo di stagionatura. Anche in questo caso vengono di seguito riportati i soli diagrammi relativi al rapporto $Sa/Sc = 80$ e $7,5$ (Fig. 12).

Dato che i potenziali di coppia (Fig. 12) si sono discostati significativamente dal potenziale di corrosione del ferro ($E_{corr,Fe}$), per tutto il periodo di esposizione, si deduce che la protezione ha funzionato per tutta la durata della sperimentazione. Comunque per $Sa/Sc = 7,5$ (discontinuità di dimensione più elevata), l'efficacia della protezione catodica giunge al limite verso la fine dell'esposizione (i potenziali di coppia, $E_{c,Zn}$ e $E_{c,Fe}$ si

avvicinano al potenziale di libera corrosione dell'acciaio $E_{corr,Fe}$; v. Fig. 12).

Per quanto riguarda infine le correnti di cortocircuito, come mostrato nella Figura 12, esse raggiungono valori più elevati nel corso dei primi cicli di bagnasciuga, per diventare molto basse in seguito.

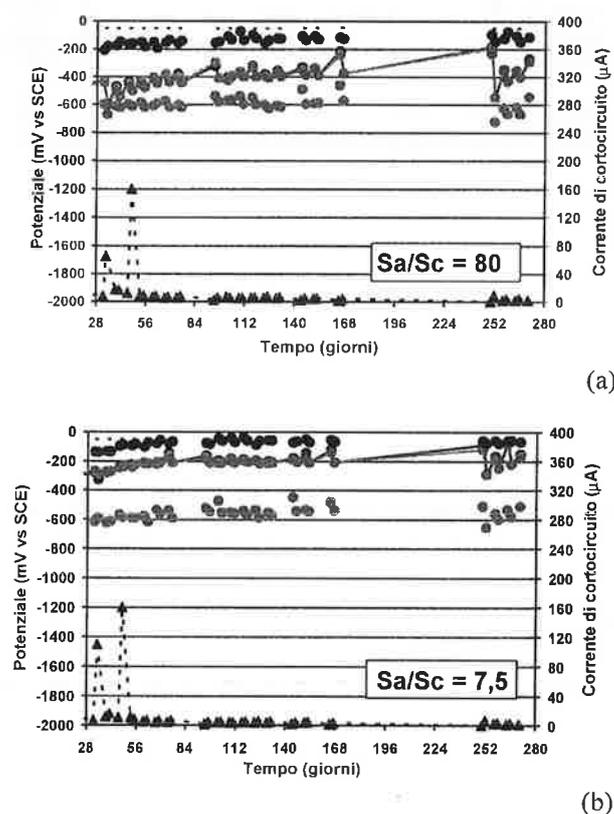


Fig. 12 – Potenziale di libera corrosione, potenziale di coppia e corrente di corto circuito, nel corso dei cicli di bagnasciuga con acqua del rubinetto: ● $E_{corr,Fe}$; ○ $E_{corr,Zn}$; ● $E_{c,Fe}$; ○ $E_{c,Zn}$; ▲▲▲ corrente di cortocircuito; — periodi di bagnato.

3.4.3 Periodo di esposizione dei provini a cicli di bagnasciuga con soluzione di NaCl al 5%.

In questo caso la protezione catodica è stata efficace per tutto il periodo di esposizione e per tutti i rapporti Sa/Sc (anche per quei valori a cui corrispondono i grafici non mostrati in Fig. 13).

Dopo 3 cicli di bagnasciuga, le barre d'acciaio zincato hanno esercitato, nei confronti delle discontinuità di acciaio nero, la "prevenzione catodica" all'attacco dei cloruri. Infatti, le discontinuità hanno assunto un potenziale sufficientemente negativo ($E_{c,Fe}$) da trovarsi in una condizione in cui le velocità di corrosione non sono molto elevate, avendo inoltre trovato che il livello di cloruri ha raggiunto, ad una distanza dalla superficie di

15 mm, una concentrazione di circa il 4%, rispetto al peso di cemento [9,10].

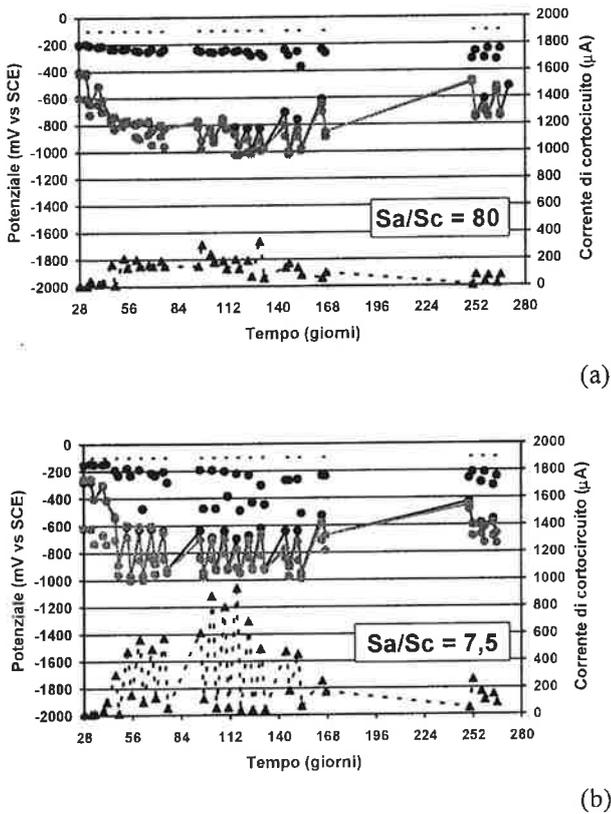


Fig. 13 – Potenziale di libera corrosione, potenziale di coppia e corrente di corto circuito, nel corso dei cicli di bagnasciuga con soluzione di NaCl al 5%: ● $E_{corr,Fe}$; ● $E_{corr,Zn}$; ● $E_{c,Fe}$; ● $E_{c,Zn}$; ▲▲▲ corrente di cortocircuito; ***periodi di bagnato.

Molto probabilmente, la “prevenzione catodica” è rimasta ancora efficace nei cicli successivi al terzo, poiché il potenziale delle discontinuità è rimasto ancora a valori piuttosto negativi ed il tenore di cloruri non è significativamente aumentato al di sopra del 4%.

Confrontando i diagrammi di Fig. 12 e Fig. 13, si nota che il potenziale di libera corrosione dell'acciaio zincato ($E_{corr,Zn}$) è risultato più negativo nel caso di esposizione a cicli di bagnasciuga in cloruri: ciò indica che lo zinco in ambiente contaminato da cloruri perde abbastanza rapidamente il suo stato di passività.

Infine, le correnti di cortocircuito sono risultate più elevate rispetto a quelle registrate nel caso precedente (cfr. Fig. 12 e 13), sia per la più elevata forza elettromotrice ($E_{corr,Fe} - E_{corr,Zn}$) che si ha nel caso di esposizione in ambiente cloridrico, che per la perdita dello stato di passività da parte dello zinco. I livelli di corrente più elevati sono stati misurati a valori di Sa/Sc più bassi, in corrispondenza dei quali, con una discontinuità

di dimensioni maggiori, si ha un più alto consumo dello zinco adiacente.

Sulla base dei risultati ottenuti, si può dedurre che se una barra d'armatura zincata presenta una discontinuità di dimensioni relativamente limitate, il rivestimento ad essa adiacente la protegge catodicamente. La protezione catodica comporta naturalmente il consumo di zinco contenuto nel rivestimento e di conseguenza, con il passare del tempo, altro ferro della barra viene a contatto con l'ambiente corrosivo. Si ottiene quindi un ingrandimento della superficie di discontinuità, fino a che la protezione catodica risulterà inefficace nelle zone più interne, dove avrà inizio la corrosione del ferro, come avviene nelle comuni barre di acciaio nero. Questo processo illustra sostanzialmente il meccanismo con cui avviene l'allungamento della vita di un'armatura zincata. Con riferimento ai problemi strutturali, ciò significa che la sezione resistente delle barre zincate si ridurrà in tempi più lunghi rispetto a quelli relativi alle barre d'acciaio nero.

L'allungamento della vita determinato dalla zincatura delle barre, con il meccanismo sopra illustrato, si colloca nel modello concettuale proposto da Yeomans [11] in un intervallo di tempo che viene chiamato “periodo di protezione”.

In definitiva, lo studio della protezione catodica su discontinuità del rivestimento di zinco ha consentito di dare ulteriori delucidazioni sul funzionamento dell'effetto benefico da esso prodotto.

3.4.4 Analisi autoptica delle barre d'armatura

Dall'indagine autoptica, si è trovato che tutte le barre d'acciaio nero non hanno presentato ruggine rossa. Si è concluso pertanto che la protezione catodica offerta dal rivestimento di zinco, adiacente alle discontinuità, è stata efficace per tutto il periodo di esposizione, sia in bagnasciuga con acqua che in bagnasciuga con cloruri. Comunque, in entrambi gli ambienti di corrosione, nel caso dei provini con Sa/Sc = 7,5 (discontinuità di dimensione maggiore), lo zinco del rivestimento adiacente alla barra nera è risultato più consumato, come ci si doveva aspettare dopo aver preso in esame le misure elettrochimiche. Questa evidenza sperimentale è stata più marcata per i provini sottoposti a cicli di bagnasciuga con i cloruri, per i quali le barre zincate, in prossimità della giunzione con l'acciaio nero, hanno presentato addirittura delle piccole zone di ruggine rossa. Molto probabilmente, una discontinuità delle dimensioni di 40 mm (Tab. 1), su una barra d'armatura zincata, può risultare critica in ambiente contaminato da cloruri, tanto che lo zinco adiacente viene attaccato in profondità fino agli strati inferiori a base di composti di Zn-Fe.

4 CONCLUSIONI

Dall'analisi dei dati delle prove di fatica effettuate su tutti i diametri sperimentati, emerge in modo netto la considerazione alla quale si era già in parte giunti sulla base dei risultati delle prove di trazione su barre da c.a. rivestite di zinco e cioè che l'immersione nel bagno di zinco fuso delle barre non provoca alcun danno né a livello meccanico, come si è potuto apprezzare conducendo tre diverse tipologie di prove, né a livello microstrutturale, accertato questo a seguito di approfondite analisi metallurgiche.

Dall'indagine svolta relativamente alla resistenza alla corrosione è emerso che il rivestimento di zinco ha determinato un'efficace protezione catodica nei confronti delle discontinuità simulate; in particolare esso ha determinato una "prevenzione catodica" quando l'ambiente era contaminato dai cloruri.

Le analisi autoptiche hanno confermato quanto ottenuto con le indagini elettrochimiche. Si è visto inoltre che una discontinuità di 40 mm, nelle condizioni sperimentali che si sono avute in questo lavoro, può risultare critica soprattutto in presenza degli ioni cloruro.

Sono state illustrate infine le modalità con cui il rivestimento di zinco ritarda in generale la corrosione delle barre d'armatura e pertanto il processo di riduzione della loro sezione resistente; quest'ultimo aspetto ha una importante validità di carattere strutturale.

In ogni caso, dalle prove di laboratorio è possibile osservare l'effetto sacrificale prodotto dal rivestimento di zinco nei confronti delle discontinuità, che lasciano esposto il ferro sottostante all'azione degli agenti corrosivi. In pratica, il rivestimento di zinco ritarda l'inizio della corrosione delle barre d'armatura, secondo il modello concettuale proposto da Yeomans.

Sulla base delle ultime considerazioni fatte, risulta chiaro che l'effetto benefico prodotto dall'armatura zincata non determina solamente un miglioramento della resistenza a corrosione, ma anche un rallentamento del processo di riduzione della sezione resistente delle barre, che è un fattore di interesse più strettamente strutturale.

5 BIBLIOGRAFIA

- [1] K.W.J. Treadaway, B.L. Brown, R.N. Cox - 1980, "Durability of Galvanized Steel in Concrete", in *Corrosion of Reinforcing Steel in Concrete*, STP 713, ASTM, Philadelphia, pp 120-131.
- [2] S.R. Yeomans, - 1994, "Performance of Black, Galvanized and Epoxy-Coated Reinforcing Steel in Chloride-Contaminated Concrete", *Corrosion*, 50 (1), 72-81.
- [3] C. Andrade, A. Macias, - 1989, "Galvanized Reinforcements in Concrete" in *Surface coatings-2*, Elsevier Applied science, London - New York, pp 137-182.
- [4] C. Andrade, J.D. Holst, U. Nummerger, J.D. Whiteley, N. Woodman - 1992, "Protection systems for reinforcement", *Buletin d'Information N° 211*, CEB Lausanne.
- [5] D. Stark - 1980, "Measurement Techniques and Evaluating of galvanized Steel in Concrete Structures in Bermuda", in *Corrosion of Reinforcing Steel in Concrete*, STP 713, ASTM, Philadelphia, pp 132-141.
- [6] A. Franchi, R. Fratesi, G. Moriconi, G.A. Plizzari, - 1999, "Caratteristiche meccaniche di aderenza al calcestruzzo di barre di armatura in acciaio zincato", *Giornate AICAP 99*, Torino, 4-6 Novembre 1999, Vol. 1, pp. 53-62
- [7] R. N. Swamy, - 1990, "Corrosion of Reinforcement in Concrete Construction", Ed. C.L. Page, K.W.J. Treadway and P.B. Bamforth, Elsevier Applied Science, London, p.586.
- [8] E. Guardini - 1999, "Le armature di calcestruzzo armato ricoperto di zinco: caratterizzazione meccanica e resistenza a corrosione", *Tesi di Laurea*, Università degli Studi di Brescia.
- [9] L. Bertolini, F. Bolzoni, P. Pedefferri, L. Lazzari, T. Pastore - 1998, "Cathodic protection and cathodic prevention in concrete: principles and applications", *J. Appl. Electrochem.*, **28(12)** pp. 1321-1331.
- [10] P. Pedefferri, L. Bertolini - 1996, "La corrosione nel calcestruzzo e negli ambienti naturali", McGraw-Hill, Milano, p. 70.
- [11] S.R. Yeomans - 1994, "Proceedings of International Conference University of Sheffield", Ed. R.N. Swamy, 24-28 July 1994, Sheffield Academic Press, Sheffield, Vol II, pp. 1299-1309.

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia Piero Gallinetti per l'aiuto fornito nella conduzione delle prove di laboratorio e le elaborazioni numeriche. Si ringraziano anche i tecnici del Laboratorio Pietro Pisa dell'Università di Brescia e quelli del Laboratorio di Prove Materiali e Strutture dell'Università di Ancona per l'assistenza fornita nella preparazione dei provini e nella conduzione delle prove sperimentali.

La ricerca sperimentale per la caratterizzazione meccanica dell'acciaio zincato è stata svolta nell'ambito di una convenzione di ricerca tra la Società Galva Rebar s.r.l. e l'Università di Brescia.

MODALITÀ DI ROTTURA PER TAGLIO IN TRAVI CORTE DI CALCESTRUZZO NORMALE E AD ALTA RESISTENZA

Alberto Bernardini¹, Claudio Modena¹, Carlo Pellegrino¹

¹ Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università degli Studi di Padova, Via Marzolo 9, 35131 Padova.

SOMMARIO

Il lavoro riguarda lo studio del comportamento a taglio di travi corte in calcestruzzo armato ordinario e ad alta resistenza. Si studiano le modalità di fessurazione e di rottura per taglio e si evidenziano le differenze di resistenza e deformabilità. Le variabili in gioco sono la resistenza a compressione, la quantità di armatura trasversale e il rapporto luce di taglio-altezza utile. Si è eseguito un programma sperimentale consistente in prove di flessione su 23 travi in calcestruzzo armato ordinario e ad alta resistenza. Si sono confrontati i risultati sperimentali con quelli teorici previsti dall'Eurocodice 2 [1] mettendo in evidenza alcune osservazioni utili alla modellazione del comportamento a taglio.

SUMMARY

The paper deals with the study of the shear behaviour of reinforced normal and high strength concrete deep beams. The cracking and shear failure modalities are studied and the differences of strength and deformability are pointed out. The test variables are the compressive strength of the concrete, the shear span-to-depth ratio and the transversal shear reinforcement ratio. An experimental program consisting in bending tests on 23 reinforced normal and high strength concrete beams is executed. Test results were compared with ultimate shear capacities calculated with Eurocode 2 [1] pointing out some observations which could be useful to model shear behaviour.

1. INTRODUZIONE

Il problema del taglio nelle travi in c.a. ad alta resistenza è un argomento di ricerca ancora aperto e molto studiato in letteratura [2-12]. Alcuni di questi lavori sono abbastanza recenti a testimonianza che sono molti i punti da chiarire. L'estensione dei modelli proposti dall'EC2 [1], validi per i calcestruzzi normali, non risulta immediata poiché è necessario tener conto di nuovi meccanismi, tipici dei calcestruzzi ad alta resistenza.

Mentre esiste in letteratura una notevole quantità di dati sperimentali riguardante il comportamento a taglio di travi in c.a. ordinario, nel caso di elementi strutturali in calcestruzzo ad alta resistenza non esiste un numero di dati sperimentali paragonabile che permetta di formulare regole di progettazione sufficientemente affidabili.

Tra gli elementi strutturali ad alta resistenza la cui modalità di rottura è prevalentemente controllata dal taglio vale la pena soffermarsi sulle travi corte. Per tale tipo di travi, infatti, si è osservato sperimentalmente che la resistenza ultima risulta spesso notevolmente superiore a quella prevista dai codici più diffusi [2, 3].

Il presente lavoro vuole approfondire lo studio del comportamento a taglio di travi in calcestruzzo normale e ad alta resistenza in modo da fornire delle informazioni, su una discreta quantità di casi, utili alla quantificazione della resistenza al taglio. In [12] era stata presentata dagli autori una sperimentazione su travi più lunghe in calcestruzzo armato ordinario e ad alta resistenza; la campagna sperimentale descritta nel presente lavoro è da intendersi come completamento di quella riportata in [12].

Si è eseguita una indagine sperimentale su 23 travi. I criteri utilizzati per la progettazione della campagna sperimentale sono i medesimi riportati in [12].

Le variabili considerate nell'indagine sperimentale sono:

- la resistenza a compressione del calcestruzzo;
- il rapporto luce di taglio-altezza utile a/d ;
- la quantità di armatura trasversale.

Queste variabili sono tra quelle che maggiormente influenzano il comportamento e le modalità di rottura a taglio di travi in c.a.

Le classi di resistenza del calcestruzzo considerate sono 3 di cui una corrispondente ad un calcestruzzo normale con $f_{ck} = 30$ MPa, una ad un calcestruzzo al confine tra normale e ad alta resistenza con $f_{ck} = 60$ MPa, ed una ad un calcestruzzo ad alta resistenza con $f_{ck} = 100$ MPa.

Il rapporto luce di taglio-altezza utile è stato fatto variare da 1.5 a 2.5: per tale campo di valori l'Eurocodice 2 [1] ammette un incremento della resistenza ultima proporzionale all'inverso di a/d .

Per quanto riguarda la quantità di armatura trasversale si sono considerate travi senza armatura d'anima e travi con armatura d'anima aventi tutte la stessa percentuale di armatura.

2. INDAGINE SPERIMENTALE

23 travi in c.a. normale e ad alta resistenza sono state sottoposte a prove di flessione su 3 o 4 punti. Le travi sono state progettate con una resistenza a flessione maggiore di quella a taglio in modo da ottenere sempre una rottura per taglio.

Come si è accennato in precedenza le variabili considerate sono:

1. Resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo [$f_{ck} = 30$ (8 travi), 60 (8 travi) and 100 MPa (7 travi)]
2. Rapporto luce di taglio-altezza utile [$a/d = 1.5$ (6 travi), 2.0 (5 travi), 2.5 (12 travi)]

3. Percentuale geometrica di armatura a taglio [$\rho_w = 0.35$ (12 travi), 0.0 (11 travi)].

Si è proceduto, preliminarmente, alla caratterizzazione meccanica di tutte le classi di calcestruzzo considerate.

In Tab. 1 si riportano i seguenti valori:

f_{ck}	resistenza caratteristica cubica a compressione di progetto;
$f_{c,cub,m}$	resistenza cubica media a compressione a 28 gg;
f_{cm}	resistenza cilindrica media a compressione a 28 gg;
f_{ctm}	resistenza media a trazione indiretta su cilindri a 28 gg (prova Brasiliana o splitting test);
f_{ylm}	tensione media corrispondente allo snervamento dell'armatura longitudinale;
f_{ywm}	tensione media corrispondente allo snervamento dell'armatura trasversale;
f_{t1m}	tensione media corrispondente alla rottura dell'armatura longitudinale in acciaio;
f_{t2m}	tensione media corrispondente alla rottura dell'armatura trasversale in acciaio.

In Tab. 2 si riportano tutte le caratteristiche geometriche dei provini ed in particolare:

b	larghezza della sezione;
h	altezza della sezione;
d	altezza utile della sezione;
ρ_l	= $A_{sl}/(bd)$ percentuale geometrica di armatura longitudinale tesa;
ρ'_l	= $A'_{sl}/(bd)$ percentuale geometrica di armatura longitudinale compressa;
ρ_w	= $A_{sw}/(bs)$ percentuale geometrica di armatura trasversale (s = passo delle staffe);
a/d	luce di taglio su altezza utile.

Serie	f_{ck} (MPa)	$f_{c,cub,m}$ (MPa)	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	f_{ylm} (MPa)	f_{ywm} (MPa)	f_{t1m} (MPa)	f_{t2m} (MPa)
TG30A	30	47.7	43.7	3.3	539	594	633	628
TG30B	30	40.0	35.0	2.3	539	594	633	628
TG60A	60	78.3	73.1	3.4	539	594	633	628
TG60B	60	75.9	73.2	3.2	539	594	633	628
TG100A	100	127.5	114.0	4.6	539	594	633	628
TG100B	100	128.0	125.0	4.4	539	594	633	628

Tab. 1: Caratteristiche dei materiali

Trave	f_{ck} MPa	b mm	h mm	d mm	ρ_l %	ρ'_l %	ρ_w %	a/d
TG30A1	30	100	200	160	1.96	0.00	0.00	1.5
TG30A3	30	100	200	160	1.96	0.00	0.00	1.5
TG30A2	30	100	200	160	1.96	0.00	0.00	2.5
TG30A4	30	100	200	160	1.96	0.00	0.00	2.5
TG30B1	30	100	200	160	2.83	0.98	0.35	1.5
TG30B3	30	100	200	160	2.83	0.98	0.35	1.5
TG30B2	30	100	200	160	3.34	0.98	0.35	2.5
TG30B4	30	100	200	160	3.34	0.98	0.35	2.5
TG60A1	60	100	200	160	2.40	0.00	0.00	1.5
TG60A3	60	100	200	160	2.40	0.00	0.00	1.5
TG60A2	60	100	200	160	2.40	0.00	0.00	2.5
TG60A4	60	100	200	160	2.40	0.00	0.00	2.5
TG60B1	60	100	200	160	3.34	0.98	0.35	2
TG60B3	60	100	200	160	3.34	0.98	0.35	2
TG60B2	60	100	200	160	3.85	0.98	0.35	2.5
TG60B4	60	100	200	160	3.85	0.98	0.35	2.5
TG100A3	100	100	200	160	2.83	0.00	0.00	2
TG100A2	100	100	200	160	3.34	0.00	0.00	2.5
TG100A4	100	100	200	160	3.34	0.00	0.00	2.5
TG100B1	100	100	200	160	3.85	0.98	0.35	2
TG100B3	100	100	200	160	3.85	0.98	0.35	2
TG100B2	100	100	200	160	4.44	0.98	0.35	2.5
TG100B4	100	100	200	160	4.44	0.98	0.35	2.5

Tab. 2: Caratteristiche geometriche delle travi

Si sono considerati diversi schemi di carico in modo da ottenere diversi valori del rapporto fra luce di taglio e altezza utile a/d .

In Figura 1a-c si mostrano i 3 schemi di carico utilizzati.

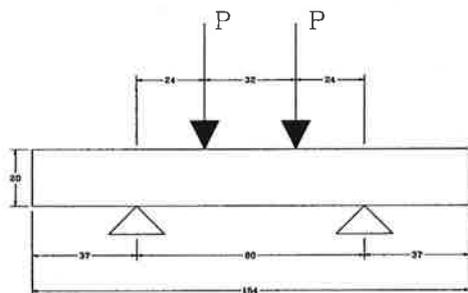


Fig. 1a: Schema con $a/d=1.5$

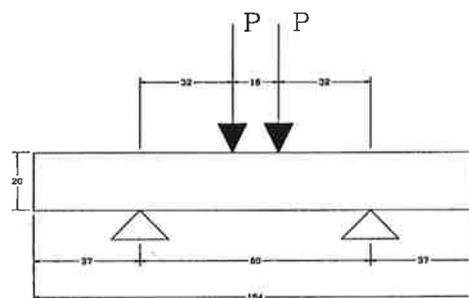


Fig. 1b: Schema con $a/d=2.0$

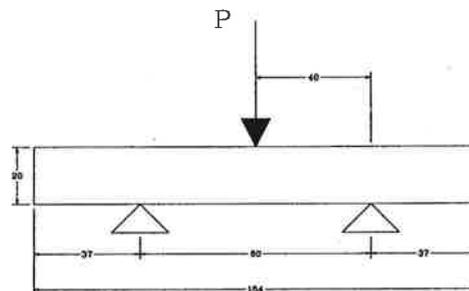


Fig. 1c: Schema con $a/d=2.5$

Nella Figura 2 si mostra, a titolo di esempio, la disposizione dell'armatura longitudinale e delle staffe nelle travi TG100B2-4.

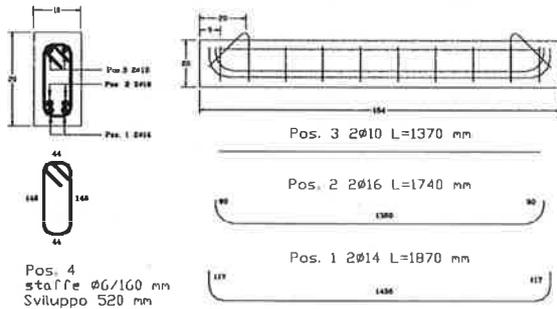


Fig. 2: Armatura trasversale e longitudinale

Per ogni trave sono stati misurati, tramite induttivi LVDT, gli abbassamenti in mezzzeria fino alla rottura.

3. ANALISI DEI RISULTATI

3.1 Diagrammi carico spostamento

Nelle Figure 3-6 si riportano i diagrammi carico spostamento raggruppando le travi in base alla presenza o meno di armatura a taglio e in base al rapporto a/d (luce di taglio-altezza utile).

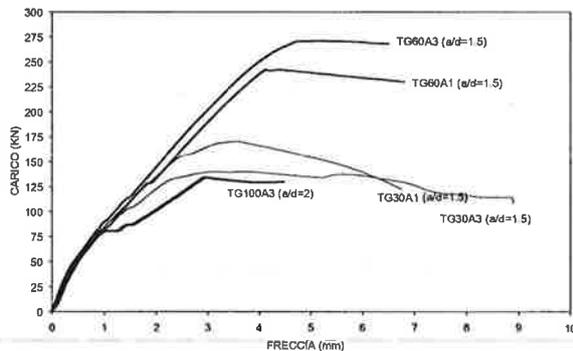


Fig. 3: Diagrammi carico-spostamento per le travi non armate a taglio con $a/d = 1.5$ ($f_{ck} = 30, 60$ MPa) e $a/d=2$ ($f_{ck} = 100$ MPa).

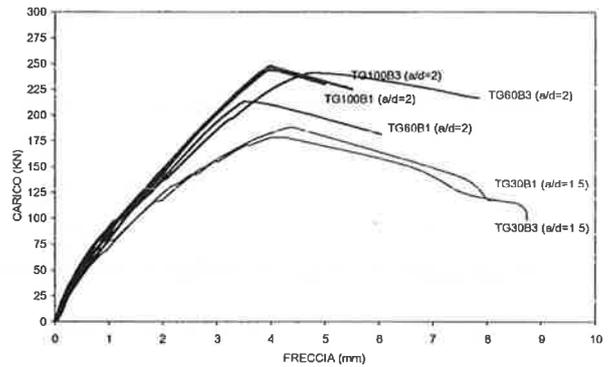


Fig. 4: Diagrammi carico-spostamento per le travi armate a taglio con $a/d = 1.5$ ($f_{ck} = 30$ MPa) e $a/d=2$ ($f_{ck} = 60, 100$ MPa).

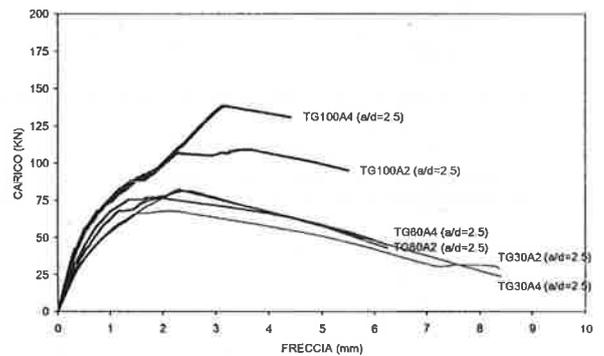


Fig. 5: Diagrammi carico-spostamento per le travi non armate a taglio con $a/d = 2.5$ ($f_{ck} = 30, 60, 100$ MPa)

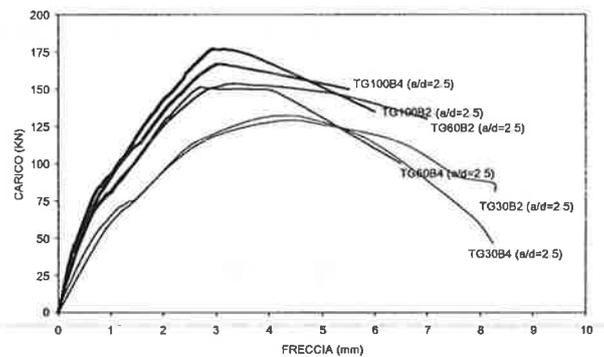


Fig. 6: Diagrammi carico-spostamento per le travi armate a taglio con $a/d = 2.5$ ($f_{ck} = 30, 60, 100$ MPa)

3.2 Confronto teorico-sperimentale

Si riportano in Tab. 3 gli sforzi di taglio a rottura ottenuti sperimentalmente $V_{n,test}$ confrontati con quelli

teorici $V_{n,theor}$ derivanti dall'applicazione del metodo standard dell'Eurocodice 2 [1] utilizzando, per i valori delle resistenze dei materiali, i valori medi riscontrati nelle prove di caratterizzazione e riportati in Tab. 1.

Nelle Figure 7 e 8 vengono invece mostrati i valori dei rapporti $V_{n,test}/V_{n,theor}$ per i vari rapporti luce su altezza utile.

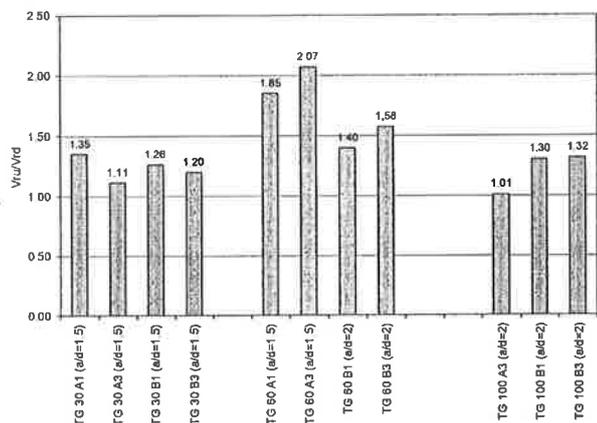


Fig. 7: Rapporto tra resistenza al taglio sperimentale e teorica per le travi con $a/d=1.5$ e 2

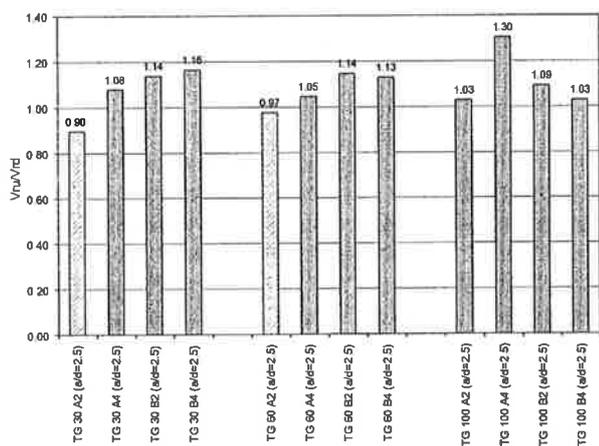


Fig. 8: Rapporto tra resistenza al taglio sperimentale e teorica per le travi con $a/d=2.5$

3.3 Quadri fessurativi

Nelle Figure 9a-n si mostrano i quadri fessurativi a rottura ottenuti per 12 delle 23 travi oggetto della sperimentazione. I casi non riportati riguardano le travi con caratteristiche analoghe alle travi rappresentate per le quali i quadri fessurativi sono risultati molto simili.

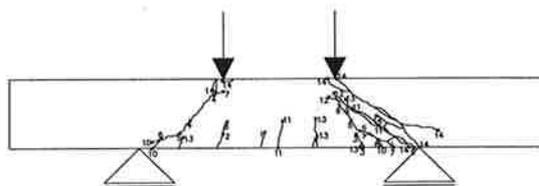


Fig. 9a: Rottura della trave TG30A1

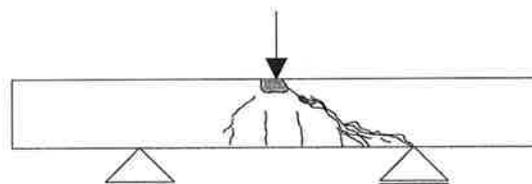


Fig. 9b: Rottura della trave TG30A2

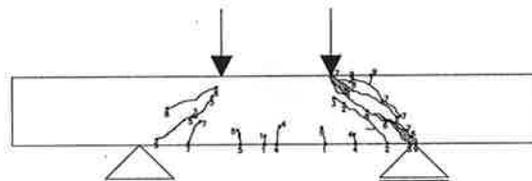


Fig. 9c: Rottura della trave TG30B1

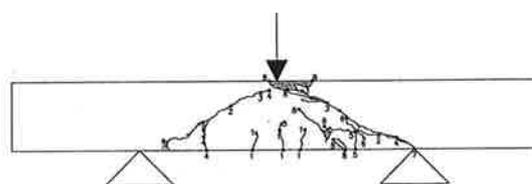


Fig. 9d: Rottura della trave TG30B2

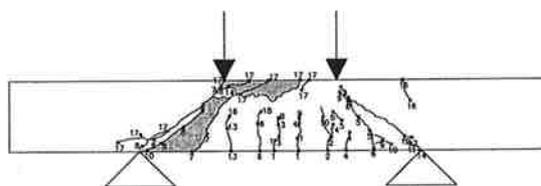


Fig. 9e: Rottura della trave TG60A1

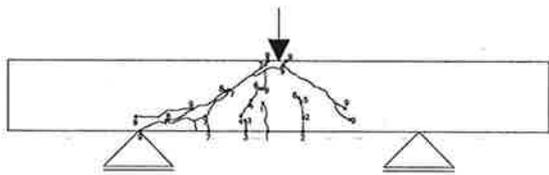


Fig. 9f: Rottura della trave TG60A2

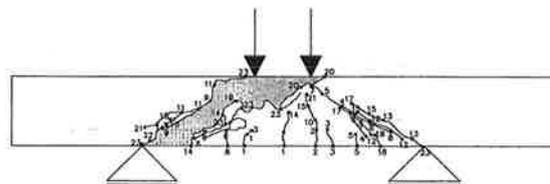


Fig. 9m: Rottura della trave TG100B1

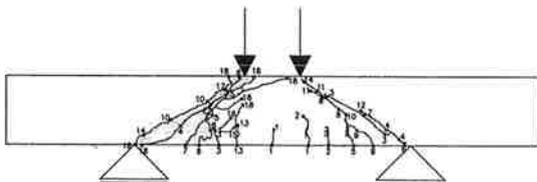


Fig. 9g: Rottura della trave TG60B1

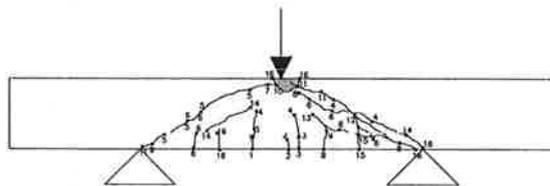


Fig. 9n: Rottura della trave TG100B2

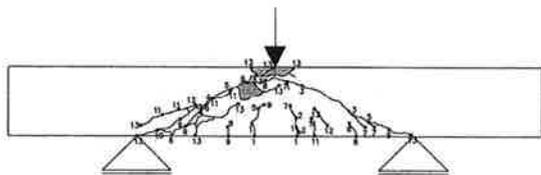


Fig. 9h: Rottura della trave TG60B2

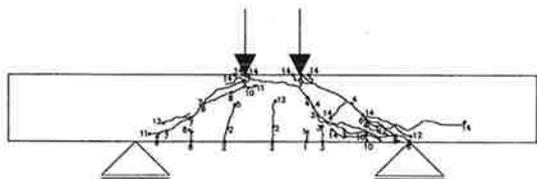


Fig. 9i: Rottura della trave TG100A3

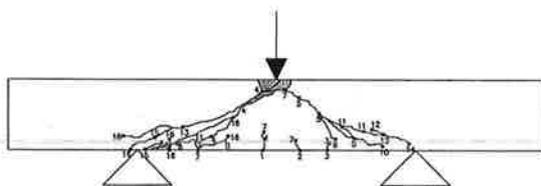


Fig. 9l: Rottura della trave TG100A4

3.4 Discussione

Dall'analisi dei risultati si possono dedurre delle utili informazioni per la modellazione del comportamento a rottura per taglio di travi in calcestruzzo armato ordinario e ad alta resistenza. Si distingue il caso delle travi non armate a taglio dal caso delle travi con armatura d'anima.

3.4.1 Travi non armate a taglio

Si fa osservare che, per la determinazione della resistenza al taglio di calcolo, i valori della resistenza a trazione assiale sono stati ottenuti tramite i valori di resistenza a trazione sperimentali derivanti dalla prova indiretta che talvolta, nel caso dei calcestruzzi ad alta resistenza, risultano inferiori rispetto a quelli teorici [1].

Calcestruzzo con $f_{ck}=30$ MPa

In questo caso le formulazioni proposte dall'EC2 [1] per il calcolo del valore del taglio ultimo bene approssimano i dati sperimentali, risultando cautelative soprattutto per $a/d=1.5$. Infatti nel passaggio da $a/d=2.5$ ad $a/d=1.5$ si evidenzia un incremento delle resistenze sperimentali rispetto al valore di calcolo (attorno al 25%) pur avendo considerato, nella determinazione della resistenza a taglio il coefficiente di maggiorazione β previsto dall'EC2 [1].

Le travi con $a/d=2.5$ e $a/d=1.5$ hanno mostrato un modo di rottura differente, in accordo con quanto registrato in [2, 3]. Per le travi con $a/d=2.5$ il collasso è sopraggiunto con un meccanismo che si può definire di taglio-trazione (shear tension failure) con lo sviluppo di

un'unica fessura principale inclinata (Fig. 9b); per le travi con $a/d=1.5$ il collasso è avvenuto con un meccanismo diverso che si può definire di taglio-compressione (shear compression failure) con la formazione di un banda di fessure oblique che potrebbero individuare una biella inclinata (Fig. 9a).

Tale cambiamento del modo di rottura potrebbe spiegare l'incremento della resistenza sperimentale rispetto a quello di calcolo quando si riduce il rapporto a/d . In [2], infatti, si individua nel valore di $a/d=2$ il passaggio tra i due modi di rottura.

Trave	f_{ck} MPa	a/d	$V_{n,test}$ (kN)	$V_{n,theor}$ (kN)	$V_{n,test}/V_{n,theor}$
TG30A1	30	1.5	85.1	62.9	1.35
TG30A3	30	1.5	70.0	62.9	1.11
TG30A2	30	2.5	33.8	37.7	0.90
TG30A4	30	2.5	40.7	37.7	1.08
TG30B1	30	1.5	94.0	74.4	1.26
TG30B3	30	1.5	89.2	74.4	1.20
TG30B2	30	2.5	64.5	56.8	1.14
TG30B4	30	2.5	66.1	56.8	1.16
TG60A1	60	1.5	121.0	65.3	1.85
TG60A3	60	1.5	135.3	65.3	2.07
TG60A2	60	2.5	38.1	39.2	0.97
TG60A4	60	2.5	41.0	39.2	1.05
TG60B1	60	2	106.7	76.3	1.40
TG60B3	60	2	120.4	76.3	1.58
TG60B2	60	2.5	76.8	67.1	1.14
TG60B4	60	2.5	75.7	67.1	1.13
TG100A3	100	2	67.0	66.3	1.01
TG100A2	100	2.5	54.5	53.0	1.03
TG100A4	100	2.5	69.1	53.0	1.30
TG100B1	100	2	121.9	93.6	1.30
TG100B3	100	2	123.6	93.6	1.32
TG100B2	100	2.5	88.5	80.9	1.09
TG100B4	100	2.5	83.3	80.9	1.03

Tab. 3: Confronto tra il taglio ultimo a rottura ed il taglio ultimo teorico secondo l'EC2 [1]

Calcestruzzo con $f_{ck}=60$ MPa

Per $a/d=2.5$, il valore teorico del taglio bene approssima il valore sperimentale e la rottura si è manifestata in modo molto simile a quanto accaduto per le travi analoghe della serie TG30. La rottura per taglio-trazione (shear tension failure) si è manifestata con lo sviluppo di un'unica fessura principale inclinata (Fig. 9f).

Con un rapporto $a/d=1.5$ si è riscontrato invece un ancor più netto incremento della resistenza sperimentale rispetto a quella teorica. In accordo con quanto rilevato in [2] dove si afferma che l'effetto della resistenza del calcestruzzo sulla capacità portante a taglio diventa più significativo al diminuire della luce di taglio, la classe 60 ha modificato in modo ancora più evidente la modalità di rottura. Si è avuta una rottura per taglio-

compressione con schiacciamento della zona compressa orizzontale sopra la fessura e del puntone inclinato di calcestruzzo (si veda la Fig. 10 e la Fig. 9e). Il cambiamento evidente della modalità di rottura ha fatto sì che i valori sperimentali della resistenza a taglio assumano valori pari a circa due volte quelli di calcolo.

Calcestruzzo con $f_{ck}=100$ MPa

La resistenza a taglio di calcolo risulta sostanzialmente in accordo con i dati sperimentali. Nel passare da un rapporto luce di taglio-altezza utile $a/d=2.5$ a $a/d=2$ non si sono riscontrate sensibili differenze nel valore del taglio ultimo e nel modo di rottura (si confrontino le Figure 11 e 9i con le Figure 12 e 9l). In questo caso, diversamente dal calcestruzzo di classe 60 MPa, la riduzione del rapporto a/d da 2.5 a 2

non è stata sufficiente a consentire il cambiamento del modo di rottura.

Si sottolinea, comunque, come la rottura sia sopraggiunta in modo netto evidenziando una perdita di aderenza acciaio-calcestruzzo nella zona dell'ancoraggio; ciò conferma la minore resistenza all'aderenza dei calcestruzzi ad alta resistenza rispetto ai calcestruzzi normali.

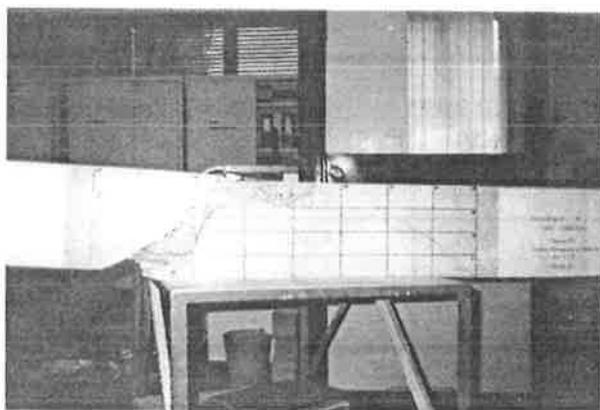


Fig. 10: Rottura della trave TG60A1 ($a/d=1.5$)

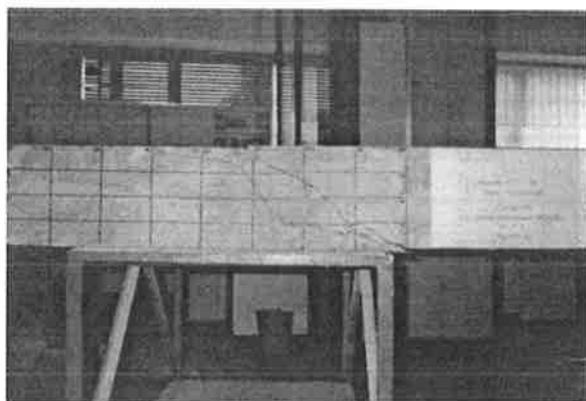


Fig. 11: Rottura della trave TG100A3 ($a/d=2$)

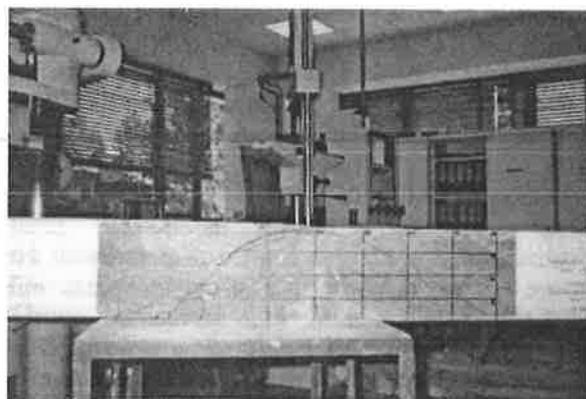


Fig. 12: Rottura della trave TG100A4 ($a/d=2.5$)

Il comportamento essenzialmente fragile delle travi realizzate con calcestruzzi ad alta resistenza è evidente comparando i diagrammi riportati nelle Figure 3 e 5.

3.4.2 Travi con armatura a taglio

Calcestruzzo con $f_{ck}=30$ MPa

Per la classe 30 le formulazioni utilizzate per il calcolo del carico a rottura, si sono rivelate leggermente più cautelative rispetto al caso delle travi non armate. Meno evidente risulta inoltre l'incremento del rapporto fra valori sperimentali e teorici riducendosi a/d da 2.5 a 1.5.

Calcestruzzo con $f_{ck}=60$ e 100 MPa

Analogamente, anche se in modo meno vistoso rispetto al caso delle travi non armate, con un rapporto $a/d=2$ si sono riscontrati dei valori notevolmente più elevati del rapporto tra il taglio ultimo sperimentale e teorico, mentre per $a/d=2.5$ si ottengono invece valori che risultano prossimi a quelli di calcolo.

Questo aumento considerevole della resistenza a taglio è spiegabile considerando il tipo di rottura verificatosi. Anche in questo caso, con il rapporto $a/d=2$ si è avuta una rottura contemporanea per compressione della biella orizzontale e di quella inclinata di calcestruzzo: ciò non si è verificato per $a/d=2.5$ (si confrontino le Figure 13 e 9m con le Figure 14 e 9n).

Dal confronto dei risultati ottenuti per la classe 100 con quelli della classe 60, con rapporto $a/d=2.5$ e $a/d=2$, la resistenza ultima a taglio risulta pressoché identica. A tal proposito si può ipotizzare che, con l'aumentare della resistenza a compressione, a parità di armatura a taglio, si abbia una riduzione del contributo di resistenza dovuto all'ingranamento dell'inerte e quindi probabilmente un aumento della quota di taglio sopportata dalle staffe. Ciò risulta in accordo con quanto precedentemente osservato per travi con rapporti $a/d=3$ e $a/d=4$ [12].

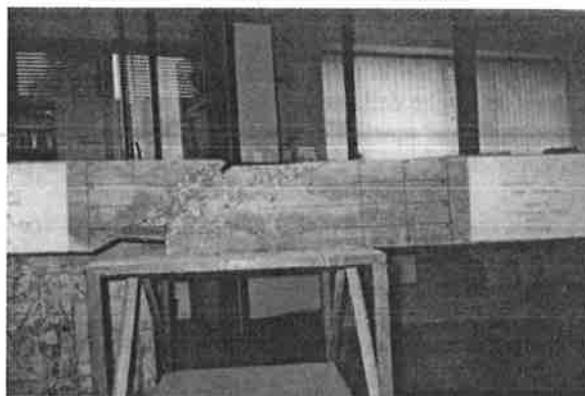


Fig. 13: Rottura della trave TG100B1 ($a/d=2$)

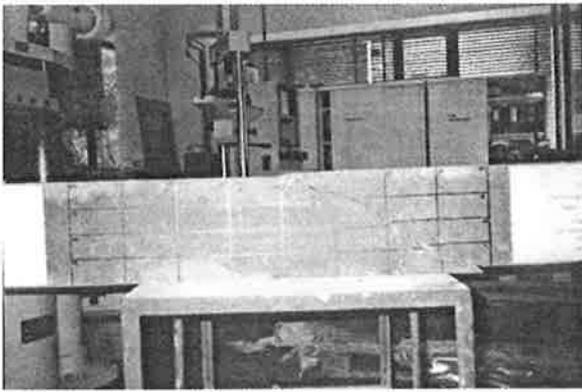


Fig. 14: Rottura della trave TG100B2 ($a/d=2.5$)

Da una analisi dei diagrammi forza-spostamento inoltre, si può evidenziare come la freccia ultima sia maggiore per la classe 60 rispetto alla classe 100 anche se il carico di rottura risulta simile.

4. CONCLUSIONI

Si è eseguita una indagine sperimentale su 23 travi in calcestruzzo armato ordinario e ad alta resistenza con a/d ridotto osservando, per tutte le travi, una rottura per taglio.

Il lavoro ha completato una precedente sperimentazione, eseguita dagli autori, su travi con a/d più elevato [12] e ha fornito indicazioni utili alla modellazione del comportamento a taglio in fase fessurata di calcestruzzi ordinari e ad alta resistenza analizzando in maniera critica i modelli presenti nell'Eurocodice 2 [1] validi per i calcestruzzi normali.

In particolare si è osservato quanto segue [13].

1. Per tutti i valori del rapporto a/d , la resistenza al taglio cresce considerevolmente nel passaggio dal calcestruzzo di classe 30 a quello di classe 60 (come era ampiamente prevedibile) mentre l'incremento di resistenza risulta, in generale meno evidente nel passaggio dal calcestruzzo di classe 60 a quello di classe 100. Si ipotizza che su tali differenze di comportamento possa avere una qualche influenza la diminuzione della rugosità delle fessure al crescere della resistenza a compressione e la conseguente riduzione del contributo di resistenza al taglio per ingranamento degli inerti [4, 12].
2. Le formulazioni dell'Eurocodice 2 [1] sembrano sottostimare le effettive resistenze al taglio sia nel caso di calcestruzzo normale che nel caso di calcestruzzo ad alta resistenza ed in maniera più evidente per la travi non armate a taglio.

3. Per quanto riguarda le travi con armatura d'anima con $a/d=2.5$ le formulazioni dell'Eurocodice 2 [1] per i calcestruzzi di classe 30, 60 e 100 sembrano rispettate risultando solo lievemente cautelative.
4. L'incremento di resistenza al taglio al diminuire del rapporto a/d è più evidente per le travi non armate a taglio rispetto a quelle armate (come se le staffe svolgano, in qualche modo, un'azione equilibrante nei confronti dell'influenza del rapporto a/d sulla capacità portante a taglio) e per i calcestruzzi ad alta resistenza rispetto a quelli normali.
5. Per $a/d=2$ e $a/d=1.5$ le formulazioni dell'Eurocodice 2 [1] tendono a sottostimare in maniera ancor più evidente la capacità portante a taglio sia per le travi non armate che per le travi armate a taglio. Tali risultati sembrerebbero evidenziare una sorta di influenza del modo di rottura sulla capacità portante nominale a taglio. Come si è osservato dai quadri fessurativi, la rottura sembra passare, in generale, da una tipologia di taglio-trazione per le travi con $a/d=2.5$ ad una di taglio-compressione per le travi con a/d ridotti. Ciò potrebbe far pensare ad una revisione della attuale espressione che quantifica il coefficiente β di maggiorazione della resistenza al taglio fornita dall'Eurocodice 2 [1] che tenga conto di quanto riscontrato.

Ringraziamenti: Gli autori ringraziano la MAC S.p.A. di Treviso per l'apporto tecnico fornito e l'ing. Emiliano Giust per l'utile e prezioso lavoro di sperimentazione svolto durante la tesi di laurea.

5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Eurocodice 2, 1991 "Design of Concrete Structures", EC2 Part. 1, Commission of the European Communities.
- [2] Shin S. W., Lee K. S., Moon J., Ghosh S. K., 1999, "Shear strength of reinforced high-strength concrete beams with shear span-to-depth ratios between 1.5 and 2.5", ACI Structural Journal, V. 96, No. 4, pp. 549-556.
- [3] Oh J. K., Shin S. W., 2001, "Shear strength of reinforced high-strength concrete deep beams", ACI Structural Journal, V. 98, No. 2, pp. 164-173.
- [4] Mphonde A. G., Frantz G. C., 1984, "Shear tests of high and low strength concrete beams without stirrups" ACI Journal, V. 81, No. 4, pp. 350-357.
- [5] Elzanaty A. H., Nilson A. H., Slate F. O., 1986, "Shear capacity of reinforced concrete beams using high-strength concrete", ACI Journal, V. 83, pp. 290-296.

- [6] Ahmad S. H., Khaloo, A. R., Poveda, A., 1986, "Shear capacity of reinforced high-strength concrete beams", ACI Journal, V. 83, pp. 297-305.
- [7] Johnson M. K., Ramirez J. A., 1989, "Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete", ACI Structural Journal, V. 86, No. 4, pp. 376-382.
- [8] Sarsam K. F., Al-Musawi J. M. S., 1992, "Shear design of high- and normal strength concrete beams with web reinforcement", ACI Structural Journal, V. 89, No. 6, pp. 658-664.
- [9] Yoon Y. S., Cook W. D., Mitchell D., 1996, "Minimum shear reinforced in normal medium and high-strength concrete", ACI Structural Journal, V. 93, No. 5, pp. 576-584.
- [10] Russo G., Puleri G., 1997, "Stirrups effectiveness in reinforced concrete beams under flexure and shear", ACI Structural Journal, V. 94, No. 3, pp. 227-238.
- [11] Modena C., Berto P., 1999, "Indagini comparative sull'interazione con l'acciaio e sulla fessurazione di calcestruzzi normali ed ad alta resistenza", Atti del Convegno AICAP'95.
- [12] Bernardini A., Modena C., Pellegrino C., 1999, "Rottura per taglio in travi di calcestruzzo ad alta resistenza", atti del Convegno AICAP'99, pp. 67-76.
- [13] Giust E., 2000, "Analisi sperimentale del comportamento a taglio di travi in calcestruzzo normale e ad alta resistenza", Tesi di Laurea, Università di Padova.

CONTROLLO DELL'APERTURA DELLE FESSURE IN ELEMENTI BIDIMENSIONALI IN C.A.

Gabriele Bertagnoli¹, Vincenzo Ilario Carbone², Luca Giordano³, Giuseppe Mancini⁴

¹ Allievo Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture, Politecnico di Torino.

² Professore a contratto di Tecnica delle Costruzioni, Politecnico di Torino.

³ Dottore di Ricerca in Ingegneria delle Strutture, Politecnico di Torino.

⁴ Professore Ordinario di Tecnica delle Costruzioni, Politecnico di Torino.

SOMMARIO

I modelli fisici di riferimento per il progetto e la verifica allo stato limite ultimo di elementi bidimensionali in cemento armato, possono ormai essere ritenuti sufficientemente consolidati sia in ambito scientifico che normativo; peraltro, nel caso di elementi tozzi, numerosi approcci di diversa natura sono oggi disponibili nella bibliografia per l'individuazione di sistemi ottimali di struts and ties da utilizzare nel progetto. Rimane invece ancora carente lo studio del comportamento in esercizio di elementi bidimensionali dimensionati allo stato limite ultimo, soprattutto nei riguardi del controllo dell'apertura delle fessure attese. Tale aspetto è di particolare interesse anche nel progetto degli elementi tozzi in riferimento alla definizione delle armature secondarie, cioè non strettamente necessarie a garantire l'equilibrio nella configurazione ultima prevista.

Nel presente lavoro si intendono individuare dei criteri di dimensionamento delle armature secondarie negli elementi bidimensionali in c.a, tali da garantire delle aperture delle fessure predeterminate nelle condizioni di esercizio.

L'obiettivo può essere raggiunto tramite una analisi di dettaglio del comportamento che insorge all'atto della formazione della fessura e della sua ulteriore evoluzione, validando i risultati dell'indagine tramite il riferimento a procedure di progetto consolidate nei codici di riferimento internazionale.

SUMMARY

Physical models for twodimensional reinforced concrete elements design and ultimate limit state verification can be considered sufficiently well tested from both the scientific and normative viewpoint.

Moreover, in case of D-regions, in literature are nowadays available several different approaches for the individuation of optimal strut and ties systems that can be used in design.

It is still unsatisfactory, on the contrary, the study of serviceability behaviour of twodimensional elements designed at the ultimate limit state, especially as regards expected cracks width control. This aspect of the issue is of particular interest also for D-regions in order to define the secondary reinforcement, that is not strictly necessary to ensure the equilibrium in the estimated ultimate condition.

In this paper we aimed to find dimensioning criteria for secondary reinforcement in r.c. bidimensional elements, in order to ensure cracks of predetermined width in serviceability conditions. This aim can be achieved by a detail analysis of the structure behaviour that arises on the crack opening and following evolution, validating the obtained results by design procedures consolidated in international codes.

1. INTRODUZIONE

La valutazione dell'apertura delle fessure in elementi bidimensionali in cemento armato, in cui siano presenti due ordini di armature mutuamente ortogonali, può essere agevolmente condotta tramite l'applicazione di consolidate procedure normative [1] [2] basate su approfonditi studi sperimentali [3] [4] [5], una volta noto lo stato di sollecitazione presente nell'elemento. Accade però spesso che elementi bidimensionali in cemento armato siano riconoscibili all'interno di elementi tozzi, quali ad esempio le travi parete, il cui dimensionamento viene effettuato secondo le procedure tipiche delle zone di discontinuità, cioè applicando il teorema statico della teoria della plasticità. Tale metodo di procedere, pur consentendo un corretto dimensionamento ultimo e la verifica dell'apertura delle fessure in prossimità del tirante principale definito nel meccanismo resistente, non permette tuttavia di valutare il comportamento fessurativo nelle zone controllate da armature secondarie, la cui entità viene stabilita con criteri di carattere empirico. La valutazione del completo stato fessurativo dell'elemento richiederebbe di effettuare una analisi non lineare al passo, a seguito di un primo dimensionamento, ed una successiva procedura iterativa di ottimizzazione del progetto; tali modalità operative appaiono però improponibili per la quasi totalità della casistica strutturale di riferimento.

Nel presente lavoro viene proposta una procedura che consente di valutare l'apertura delle fessure all'atto della loro formazione; inoltre, qualora si disponga dei risultati di un'analisi lineare ad elementi finiti, è possibile prevedere l'evoluzione dell'apertura delle fessure anche all'evolvere delle azioni agenti, con una procedura certamente conservativa, in quanto non vengono prese in conto le ridistribuzioni delle sollecitazioni dalle zone fessurate a quelle dotate di maggiore rigidità.

2. DEFINIZIONE DEL MODELLO

Si consideri un elemento bidimensionale in cemento armato, contenente armature ortogonali, nel quale si manifesti uno stato fessurativo di inclinazione ϑ rispetto all'asse x (fig. 1); analizzando in dettaglio il comportamento dell'elemento nell'intorno della fessura, si può apprezzare che, in generale, all'atto della fessurazione, un punto localizzato in corrispondenza della fessura, subisce due componenti di spostamento w e v , rispettivamente nella direzione ortogonale e parallela a quella della fessura (fig. 2).

Si possono allora calcolare le deformazioni medie dell'acciaio nelle direzioni x e y con le seguenti espressioni:

$$\varepsilon_{sx} = \frac{w^* \sin \vartheta - v \cos \vartheta}{s_{fm} / \sin \vartheta} = \frac{w^* \sin^2 \vartheta - v \sin \vartheta \cos \vartheta}{s_{fm}} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{sy} = \frac{w^* \cos \vartheta + v \sin \vartheta}{s_{fm} / \cos \vartheta} = \frac{w^* \cos^2 \vartheta + v \sin \vartheta \cos \vartheta}{s_{fm}} \quad (2)$$

dove w^* rappresenta la componente di spostamento in direzione ortogonale alla fessura depurata dall'allungamento del calcestruzzo fra due fessure contigue, cioè in prima approssimazione $w^* = w - f_{ct} \cdot s_{fm} / 2 \cdot E_c$; si osserva però che il termine relativo al calcestruzzo è inferiore di un ordine di grandezza al valore minimo atteso per w , pertanto il suo contributo può essere trascurato e si può confondere w^* con w .

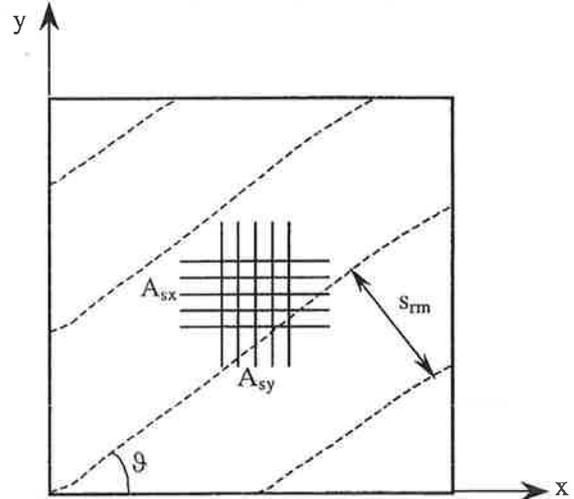


Figura 1. Elemento bidimensionale fessurato

L'incremento di deformazione nell'acciaio in corrispondenza della fessura al momento in cui nell'elemento integro la tensione principale di trazione, inclinata di ϑ sull'orizzontale, raggiunge il valore della resistenza a trazione del calcestruzzo f_{ct} , può essere valutato in accordo a [1] come:

$$\Delta \varepsilon_{sx} = \beta_t f_{ct} \left(\frac{1}{\rho_x E_s} - \frac{1}{E_c} \right) = \frac{\beta_t f_{ct}}{E_s} \left(\frac{1}{\rho_x} - n \right) \quad (3)$$

$$\Delta \varepsilon_{sy} = \beta_t f_{ct} \left(\frac{1}{\rho_y E_s} - \frac{1}{E_c} \right) = \frac{\beta_t f_{ct}}{E_s} \left(\frac{1}{\rho_y} - n \right) \quad (4)$$

dove ρ_x e ρ_y rappresentano le percentuali geometriche di armatura nelle direzioni x e y , e β_t è un coefficiente empirico per la valutazione della deformazione media nell'intervallo tra due fessure adiacenti.

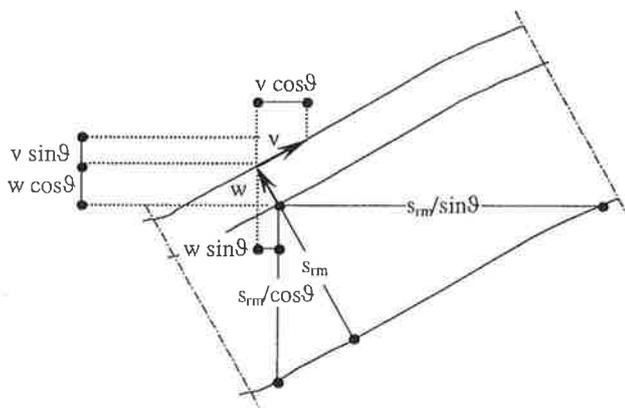


Figura 2. Componenti di spostamento nella fessura

È allora possibile calcolare le tensioni presenti nelle armature in corrispondenza della fessura:

$$\sigma_{sx} = E_s (\varepsilon_{sx} + \Delta\varepsilon_{sx}) \leq f_{sy} \quad (5)$$

$$\sigma_{sy} = E_s (\varepsilon_{sy} + \Delta\varepsilon_{sy}) \leq f_{sy} \quad (6)$$

Peraltro la distanza media fra le fessure può essere calcolata, in accordo a [2], come:

$$s_{mm} = \left(\frac{\sin \vartheta}{s_{mnx}} + \frac{\cos \vartheta}{s_{my}} \right)^{-1} \quad (7)$$

nella quale s_{mnx} ed s_{my} possono essere valutate con le espressioni proposte in [1]

$$s_{mnx} = \frac{2}{3} \frac{\phi_x}{3.6 \rho_{eff,x}} \quad (8)$$

$$s_{my} = \frac{2}{3} \frac{\phi_y}{3.6 \rho_{eff,y}} \quad (9)$$

dove ϕ_x e ϕ_y sono i diametri delle barre nelle direzioni x e y, $\rho_{eff,x}$ e $\rho_{eff,y}$ le percentuali geometriche di armatura riferite alle aree di calcestruzzo controllate dalle singole armature e $2/3$ un coefficiente per il passaggio dai valori caratteristici ai valori medi.

Occorre peraltro precisare che per effetto delle componenti di spostamento v e w che si manifestano in corrispondenza della fessura, insorge in essa una tensione tangenziale la cui entità può essere valutata in accordo a [6] [7].

$$\sigma_{ct} = \tau_0 \left(\frac{a_0}{a_0 + w^2} \right) \frac{v}{w} \frac{\left[a_3 + a_4 \left(\frac{v}{w} \right)^3 \right]}{\left[1 + a_4 \left(\frac{v}{w} \right)^4 \right]} \quad (10)$$

dove $\tau_0 = 0.245 f_c$, $a_0 = 0.01 d^2$, $a_3 = 2.45/\tau_0$, $a_4 = 2.44(1 - 4/\tau_0)$ e d rappresenta il massimo diametro dell'inerte.

In effetti la tensione σ_{ct} è accompagnata da una tensione normale σ_{cn} ortogonale alla fessura che non viene presa in conto nello sviluppo che segue sia perché gli effetti da essa indotti sono del tutto trascurabili nel campo di apertura delle fessure di interesse

ingegneristico ($w \geq 0.2$ mm), sia perché il suo contributo, per quanto limitato, sarebbe a favore di sicurezza. Analogamente, per le stesse ragioni, non si tiene conto, nella stessa direzione, della resistenza a trazione residua presente in corrispondenza della fessura, il cui effetto è del tutto trascurabile nel campo di indagine del presente lavoro.

In corrispondenza della fessura insorge il sistema di forze riportato in fig. 3, con:

$$F_x = \sigma_{sx} \rho_x \sin \vartheta \quad (11)$$

$$F_y = \sigma_{sy} \rho_y \cos \vartheta \quad (12)$$

$$F_t = \sigma_{ct} \cdot l \quad (13)$$

La risultante di tale sistema di forze, all'atto della formazione della fessura, deve essere ortogonale alla fessura, ed assumere valore:

$$R = f_{ct} \cdot l \quad (14)$$

In definitiva risulta:

$$R_x = F_x - F_t \cos \vartheta = \left(\sigma_{sx} \rho_x - \frac{\sigma_{ct}}{\tan \vartheta} \right) \sin \vartheta \quad (15)$$

$$R_y = F_y + F_t \sin \vartheta = \left(\sigma_{sy} \rho_y + \sigma_{ct} \tan \vartheta \right) \cos \vartheta \quad (16)$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \tan \vartheta \quad (17)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = F_x \sin \vartheta + F_y \cos \vartheta = \sigma_{sx} \rho_x \sin^2 \vartheta + \sigma_{sy} \rho_y \cos^2 \vartheta = f_{ct} \quad (18)$$

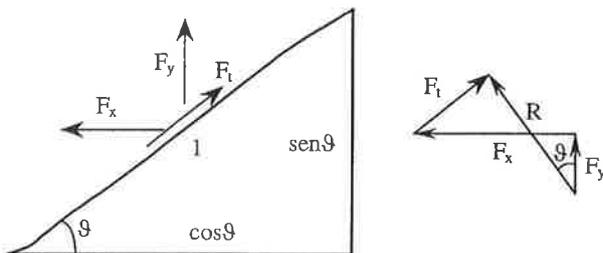


Figura 3. Forze presenti nella fessura

Ovviamente le componenti di spostamento v e w devono assumere valori tali da soddisfare le equazioni (17) e (18).

Il complesso delle equazioni soprariportate può essere scritto in termini dimensionali, con la posizione $W = w/s_{mm}$, $V = v/s_{mm}$.

Allora le equazioni (1) e (2) diventano

$$\varepsilon_{sx} = W \sin^2 \vartheta - V \sin \vartheta \cos \vartheta \quad (19)$$

$$\varepsilon_{sy} = W \cos^2 \vartheta + V \sin \vartheta \cos \vartheta \quad (20)$$

Nelle equazioni (3) e (4) si può trascurare n a fronte di $1/\rho_x$ e $1/\rho_y$, e quindi si ottiene

$$\Delta\varepsilon_{sx} = \frac{\beta_t f_{ct}}{E_s \rho_x} \quad (21)$$

$$\Delta\varepsilon_{sy} = \frac{\beta_t f_{ct}}{E_s \rho_y} \quad (22)$$

Le disequazioni (5) e (6) diventano

$$\sigma_{sx} = E_s \left(W \sin^2 \vartheta - V \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + \frac{\beta_t f_{ct}}{\rho_x} \leq f_{sy} \quad (23)$$

$$\sigma_{sy} = E_s \left(W \cos^2 \vartheta + V \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + \frac{\beta_t f_{ct}}{\rho_y} \leq f_{sy} \quad (24)$$

L'equazione (10) può essere semplificata adottando $d=30$ mm, quindi $a_0=9$; peraltro il parametro $a_0/(a_0 + w^2)$ per w inferiore a 0.3 mm assume praticamente valore unitario. Si può ancora osservare che, nell'ambito significativo del parametro v/w ($v/w \leq 0.2$), la (10) presenta andamento sensibilmente lineare (figura 4), e risulta $\sigma_{ct}=0$ per $v/w=0$, $\sigma_{ct}=0.51$ per $v/w=0.2$; in definitiva l'equazione (10) si può semplificare in

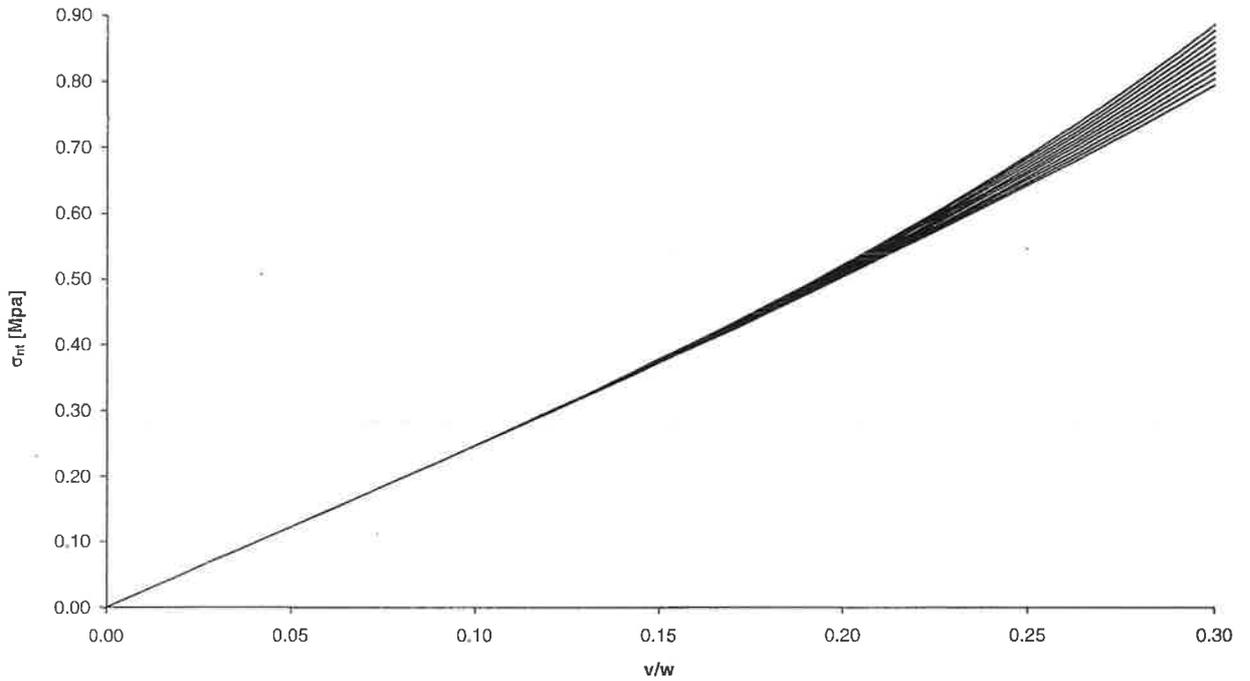


Figura 4. Tensione tangenziale in funzione di v/w per valori di f_c variabili da 30 a 50 MPa

$$\sigma_{ct} = 2.55 \frac{v}{w} = 2.55 \frac{V}{W} \quad (25)$$

Allora le equazioni (15) e (16) si modificano in :

$$\begin{aligned} \frac{R_x}{f_{ct}} &= \frac{1}{f_{ct}} \left(\lambda_x f_{sy} \rho_x - \frac{\sigma_{ct}}{\tan \vartheta} \right) \sin \vartheta = \\ &= \left(\lambda_x \omega_{xt} - \frac{\sigma_{ct}}{f_{ct} \tan \vartheta} \right) \sin \vartheta \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{R_y}{f_{ct}} &= \frac{1}{f_{ct}} \left(\lambda_y f_{sy} \rho_y + \sigma_{ct} \tan \vartheta \right) \cos \vartheta = \\ &= \left(\lambda_y \omega_{yt} + \frac{\sigma_{ct} \tan \vartheta}{f_{ct}} \right) \cos \vartheta \end{aligned} \quad (27)$$

dove ω_{xt} e ω_{yt} rappresentano i rapporti meccanici di armatura nelle direzioni x e y riferiti alla resistenza a

trazione del calcestruzzo,

$$\lambda_x = \frac{\sigma_{sx}}{f_{sy}} = \frac{E_s}{f_{sy}} \left(W \sin^2 \vartheta - V \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + \frac{\beta_t}{\omega_{xt}} \leq 1 \quad (28)$$

$$\lambda_y = \frac{\sigma_{sy}}{f_{sy}} = \frac{E_s}{f_{sy}} \left(W \cos^2 \vartheta + V \sin \vartheta \cos \vartheta \right) + \frac{\beta_t}{\omega_{yt}} \leq 1 \quad (29)$$

Analogamente le equazioni (17) e (18) si modificano in :

$$\frac{R_x/f_{ct}}{R_y/f_{ct}} - \tan \vartheta = 0 \quad (30)$$

$$\omega_{xt} \left(\lambda_x \sin^2 \vartheta + r \lambda_y \cos^2 \vartheta \right) = 1 \quad (31)$$

con $\omega_{yt} = r \omega_{xt}$.

Sostituendo ora la (25), la (26) e la (27) nella (30), si perviene all'equazione

$$\omega_{xt} \left(\lambda_x - r \lambda_y \right) = \frac{2.55 V/W}{f_{ct} \sin \vartheta \cos \vartheta} \quad (32)$$

Il sistema costituito dalle equazioni (31) e (32) consente di valutare l'apertura delle fessure; infatti, fissati r , ϑ , f_{ct} e f_{sy} , poiché λ_x e λ_y sono esprimibili in funzione di V e W tramite la (28) e la (29), per un dato valore di ω_{xt} si possono calcolare i corrispondenti valori di V e W .

Nella fig. 5 è appunto riportata la relazione $W=f(\omega_{xt})$ per diversi valori di r (0.4/0.6/0.8/1.0) e per due valori di ϑ ($35^\circ/45^\circ$), avendo assunto $f_{ct}=2.37$ MPa e $f_{sy}=430$ MPa. È interessante notare che il parametro ϑ riveste un ruolo secondario e non monotono; più significativa risulta invece l'influenza del parametro r .

Il diagramma può essere utilizzato in progetto, avendo fissato l'apertura della fessura, per determinare

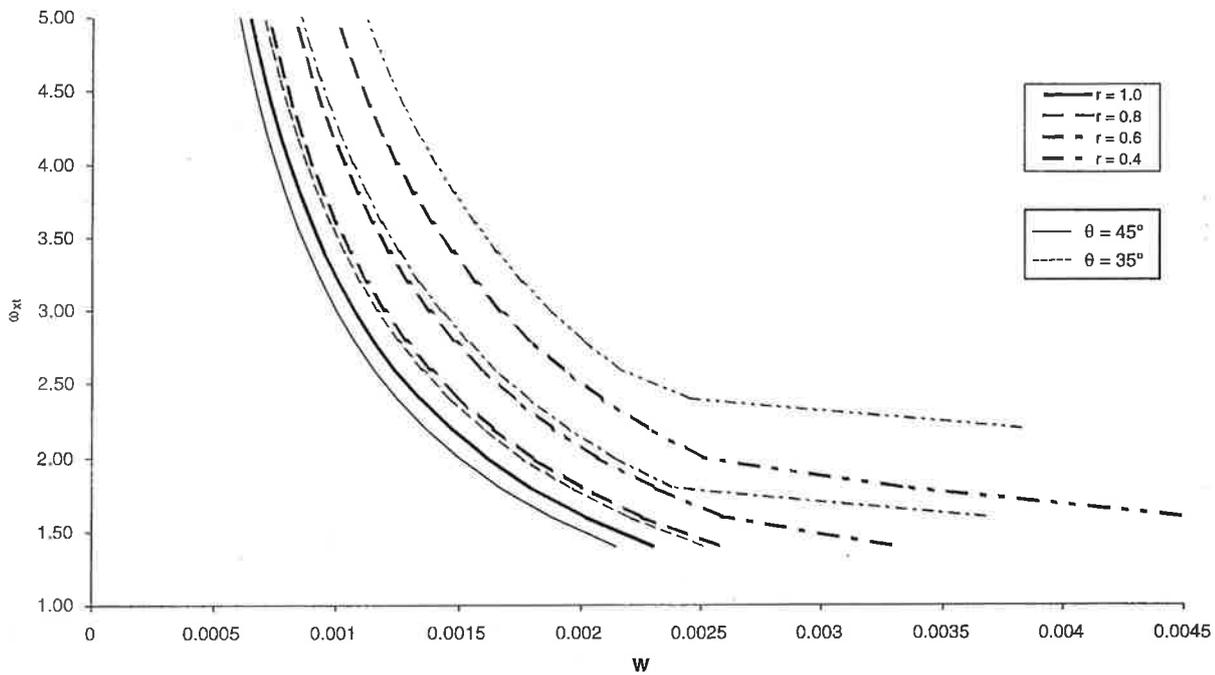


Figura 5. Legame funzionale $W=f(\omega_{xt})$

il rapporto meccanico di armatura da introdurre nelle due direzioni ortogonali; in tal modo è possibile individuare la quantità di armatura necessaria a garantire una predefinita apertura delle fessure al momento del raggiungimento, nella direzione ϑ , di una tensione principale di trazione pari alla corrispondente resistenza f_{ct} del calcestruzzo.

Qualora si voglia valutare l'apertura delle fessure al di là della prima fessurazione stabilizzata, si può immaginare che, in modo fittizio, la resistenza a trazione

sia incrementata rispetto a quella reale; ciò equivale ad ammettere che il pannello, caricato in modo uniforme lungo i bordi, si comporti come se fosse vincolato isostaticamente e quindi non avesse la possibilità di beneficiare di favorevoli effetti di redistribuzione verso le zone più rigide. Dal punto di vista pratico tale operazione consiste nel sostituire il secondo membro dell'equazione (31) con il rapporto $f_{ct,fit}/f_{ct,reale}$. I diagrammi di fig. 6, 7, 8 riportano la stessa funzione $W=f(\omega_{xt})$ per tre valori dell'angolo ϑ ($45^\circ/35^\circ/25^\circ$) e

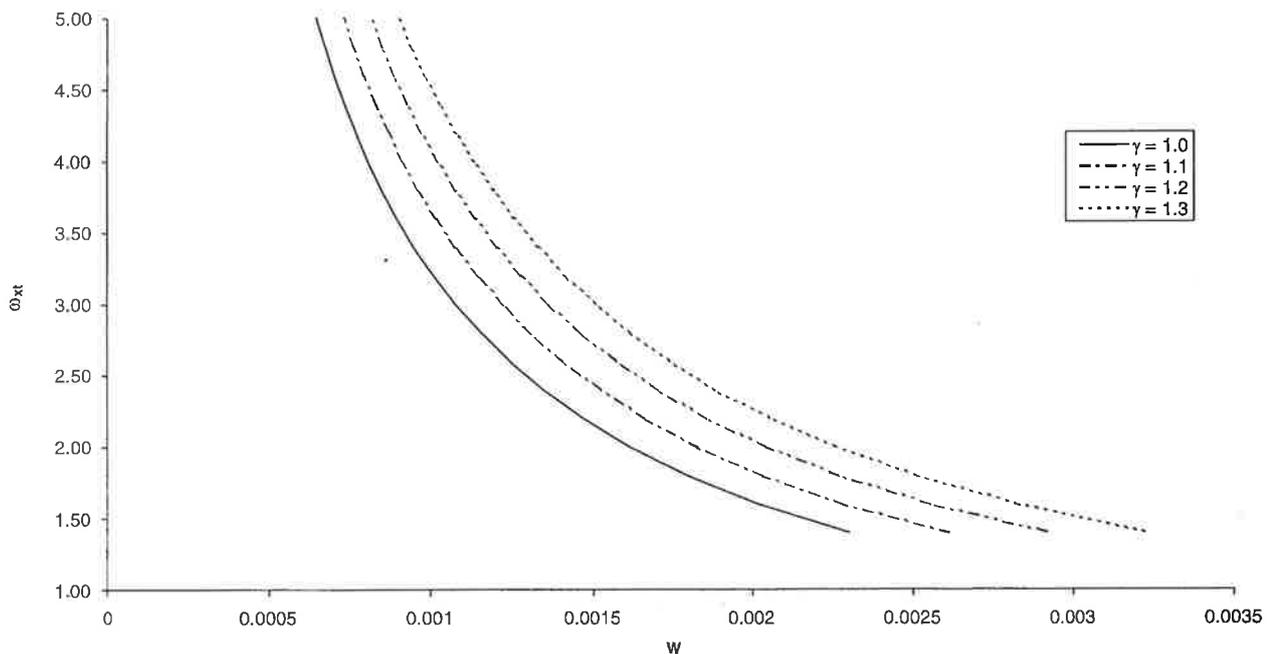


Figura 6. Legame funzionale $W=f(\omega_{xt})$ al variare di γ per $\vartheta=45^\circ$

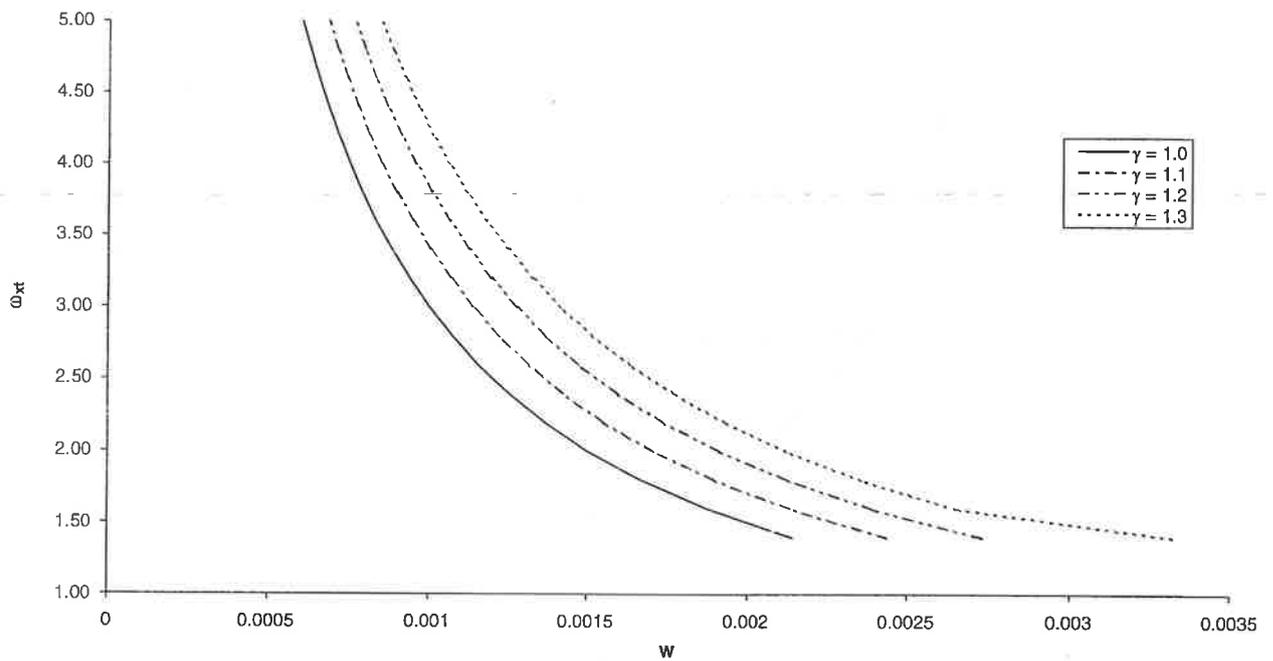


Figura 7. Legame funzionale $W=f(\omega_{xt})$ al variare di γ per $\theta=35^\circ$

quattro rapporti fra resistenza a trazione fittizia e reale ($\gamma=1.0/1.1/1.2/1.3$); è in tal modo possibile valutare l'incremento di apertura delle fessure al di là della prima fessurazione. Ovviamente i risultati di un'analisi elastica ad elementi finiti possono consentire di valutare il reale rapporto fra sollecitazioni agenti e sollecitazioni di

prima fessurazione e quindi di calcolare il rapporto meccanico di armatura ω_{xt} idoneo a contenere in esercizio l'apertura delle fessure entro un valore prefissato; come già precisato la procedura è cautelativa in quanto non tiene in conto della redistribuzione interna delle sollecitazioni

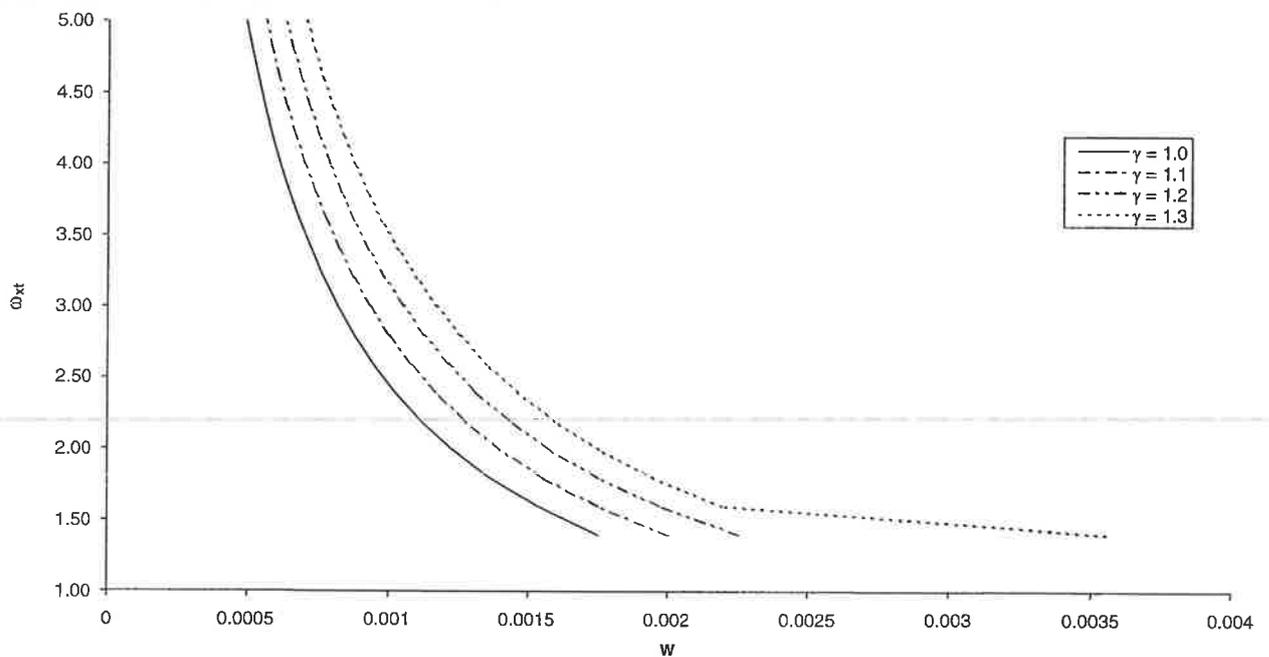


Figura 8. Legame funzionale $W=f(\omega_{xt})$ al variare di γ per $\theta=25^\circ$

3. VALIDAZIONE DELLA PROCEDURA

La validazione della procedura proposta richiederebbe la conoscenza sperimentale del quadro fessurativo all'atto della formazione delle fessure, in elementi lastra vincolati isotaticamente e sollecitati con azioni uniformemente distribuite lungo il contorno; poiché però al momento tali dati non sono disponibili in letteratura per le oggettive difficoltà di carattere sperimentale che richiedono l'utilizzazione di sistemi ottici avanzati, la validazione sarà effettuata con una operazione analitica al limite, trasferendo l'approccio bidimensionale a quello lineare, e controllando i conseguenti sviluppi analitici con quelli noti in bibliografia.

Imponendo allora $\vartheta=90^\circ$, dall'equazione (17) si ricava $R_y=0$; inoltre, dall'equazione (16) con $\sigma_{sy}\rho_y=0$ si ricava $\sigma_{ct}=0$ e dalla (10) anche $v/w=0$ cioè $v=0$.

Non sono quindi presenti scorrimenti lungo il piano della fessura, come è logico in elementi lineari soggetti a fessurazione trasversale alla loro direzione.

Peraltro l'equazione (18) risulta

$$R = R_x = \sigma_{sx} \rho_x = f_{ct} \quad (18a)$$

e sostituendo la (1) nella (5) con $\vartheta=90^\circ$ si ottiene

$$\sigma_{sx} = E_s \frac{w}{s_{im}} + \Delta \varepsilon_{sx} \quad (33)$$

Introducendo ora la (33) nella (18a) e risolvendo per w si ottiene:

$$w = \left(\frac{f_{ct}}{E_s \rho_x} - \Delta \varepsilon_{sx} \right) s_{im} \quad (34)$$

dove $f_{ct}/E_s \rho_x = \varepsilon_{sx}$, rappresenta la deformazione dell'acciaio in corrispondenza della fessura al momento della fessurazione, e dalla (7) risulta $s_{im}=s_{rmx}$ per $\vartheta=90^\circ$.

In definitiva si perviene a:

$$w = (\varepsilon_{sx} - \Delta \varepsilon_{sx}) s_{im} \quad (35)$$

coincidente con la ben nota espressione proposta in (1) per la valutazione della apertura delle fessure in elementi trave.

4. ESEMPI APPLICATIVI

La procedura proposta viene ora utilizzata per analizzare alcuni casi tipici di fessurazione in elementi bidimensionali in cemento armato dello spessore di 100 mm. Si assumono i seguenti parametri comuni a tutti i casi:

$$f_{ct} = 2.37 \text{ MPa}, f_{sy}/E_s = \varepsilon_{sy} = 0.00215, \vartheta = 45^\circ$$

Nella tabella 1 è riportata l'apertura delle fessure per $\gamma=1$ in funzione di diversi valori del rapporto $r=\rho_x/\rho_y$ ottenuti mantenendo costante l'armatura orizzontale (1 ϕ 18/150) e facendo variare quella verticale (da 1 ϕ 12/150 a 1 ϕ 18/150); nelle tabelle 2 e 3 sono calcolate l'apertura delle fessure per gli stessi elementi, ma con valori di γ variabili tra 1 a 2; a maggiore chiarezza i risultati delle tabelle sono riportati nel diagramma di figura 9.

Tabella 1.

A_{sx}, A_{sy}	R	srm [mm]	λ_x	λ_y	w [mm]
$\phi 18, \phi 12$	0.44	166.73	0.382	0.602	0.258
$\phi 18, \phi 14$	0.60	156.3	0.361	0.480	0.210
$\phi 18, \phi 16$	0.79	147.11	0.342	0.390	0.173
$\phi 18, \phi 18$	1.00	138.94	0.325	0.325	0.145

Tabella 2.

γ	$\phi 18, \phi 12$			$\phi 18, \phi 14$		
	λ_x	λ_y	w [mm]	λ_x	λ_y	w [mm]
1.0	0.382	0.602	0.418	0.361	0.480	0.266
1.1	0.419	0.665	0.450	0.396	0.530	0.286
1.2	0.455	0.729	0.478	0.431	0.580	0.304
1.3	0.491	0.794	0.504	0.466	0.630	0.320
1.4	0.527	0.860	0.527	0.500	0.681	0.335
1.5	0.562	0.927	0.548	0.535	0.732	0.348
1.6	0.597	0.994	0.567	0.569	0.784	0.360
1.7	0.659	1.000	0.784	0.603	0.835	0.372
1.8	0.724	1.000	1.021	0.637	0.887	0.382
1.9	0.789	1.000	1.258	0.671	0.939	0.392
2.0	0.854	1.000	1.495	0.704	0.991	0.401

Tabella 3.

γ	$\phi 18, \phi 16$			$\phi 18, \phi 18$		
	λ_x	λ_y	w [mm]	λ_x	λ_y	w [mm]
1.0	0.342	0.390	0.123	0.325	0.325	0.000
1.1	0.375	0.429	0.132	0.357	0.357	0.000
1.2	0.409	0.469	0.141	0.390	0.390	0.000
1.3	0.442	0.508	0.148	0.422	0.422	0.000
1.4	0.476	0.548	0.155	0.455	0.455	0.000
1.5	0.509	0.588	0.161	0.487	0.487	0.000
1.6	0.542	0.628	0.167	0.519	0.519	0.000
1.7	0.576	0.669	0.172	0.552	0.552	0.000
1.8	0.609	0.709	0.177	0.584	0.584	0.000
1.9	0.642	0.749	0.181	0.617	0.617	0.000
2.0	0.675	0.790	0.186	0.649	0.649	0.000

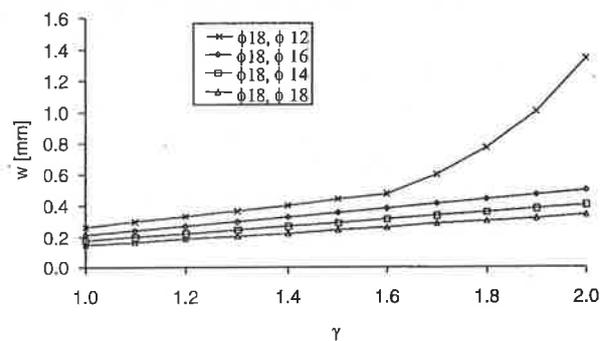


Figura 9. Legame funzionale $w=f(\omega_x)$ per diverse combinazioni di armatura orizzontale e verticale

Si può notare come l'apertura delle fessure abbia una variazione pressoché lineare fino al raggiungimento dello snervamento in almeno una delle due armature; invece, a partire da tale condizione l'apertura della

fessura aumenta con legge iperproporzionale in funzione del coefficiente γ .

5. CONCLUSIONI

Il controllo dell'apertura delle fessure negli elementi bidimensionali in cemento armato può essere affrontato tramite la procedura proposta che, partendo da ipotesi del tutto generali sul comportamento dei materiali in corrispondenza della fessura, tramite l'introduzione di alcune semplificazioni certamente accettabili a livello ingegneristico, conduce ad una procedura di progetto-verifica di agevole applicazione.

L'estensione della procedura agli elementi costituenti parte di un complesso iperstatico, conduce ad una valutazione certamente cautelativa dello stato di fessurazione, in quanto si omette la presa in conto degli effetti delle ridistribuzioni delle sollecitazioni che insorgono nel procedere dello scenario fessurativo nella struttura.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] C.E.B. – F.I.P. Model code 1990, Thomas Telford Editor, 1993
- [2] Eurocode 2 – Design of concrete structures – Final Draft – October 2001
- [3] S.B. Bhide, M.P. Collins, Influence of Axial Tension on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Members, ACI Structural Journal, vol. 86, pp. 570-581
- [4] F.J. Vecchio, M.P. Collins, Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, Publication N. 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Mar 1982
- [5] P. Marti, J. Meyboom, Response of prestressed concrete elements to in-plane shear forces, ACI Structural Journal, Vol. 89, pag 503-514
- [6] Z.P. Bazant, P.G. Gambarova, Rough cracks in reinforced concrete, Journal of structural division, ASCE, Vol. 105, April 1980
- [7] P.G. Gambarova, Sulla trasmissione del taglio in elementi bidimensionali piani di c.a., Atti delle Giornate AICAP 1983

LA MODELLAZIONE REALISTICA DELLE STRUTTURE IN C.A./C.A.P.

Fabio Biondini¹, Franco Bontempi², Emanuele Filiberto Radogna²

¹ Assegnista di Ricerca, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

² Professore, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma «La Sapienza».

SOMMARIO

La memoria è dedicata al problema della modellazione strutturale e si propone di discutere i fondamenti teorici e gli aspetti applicativi che concorrono a rendere affidabile e realistico il processo di analisi strutturale. In questo contesto, si focalizza in particolare l'attenzione sulle problematiche connesse con la valutazione della capacità prestazionale delle strutture in cemento armato, evidenziando le principali differenze fra la situazione di progetto di una struttura nuova e quella di verifica di una struttura esistente. Si esamina inoltre il ruolo fondamentale che in questi casi può essere svolto dall'analisi non lineare, discutendone i limiti di applicabilità e richiamando i criteri di base per il controllo dei risultati.

SUMMARY

The paper is devoted to the problem of the structural modelling and it discusses both the theoretical basis and practical aspects which lead to a reliable and realistic process of structural analysis. In this context, the attention is focussed on the evaluation of the structural performance and the different aspects involved in both the design of new structures and the assessment of existing structures is highlighted. The fundamental role played in such cases by a non linear analysis is finally examined, by discussing either the limits of such an approach or the basic criteria for the check of the results.

1. INTRODUZIONE

Il lavoro riguarda il problema della modellazione delle strutture ed esamina i fondamenti teorici e gli aspetti applicativi connessi con il processo di analisi strutturale finalizzato alla valutazione realistica della capacità prestazionale di una costruzione. Particolare attenzione viene dedicata al caso delle opere esistenti in c.a. e c.a.p. Per questa particolare classe di strutture, le situazioni che richiedono di accertare la capacità resistente sono principalmente (a) il degrado nel tempo

delle caratteristiche meccaniche dei materiali costitutivi, spesso dovuto a fenomeni di deterioramento indotti da cause ambientali, e (b) l'incremento dei livelli di carico richiesti in conseguenza di variazioni nella destinazione d'uso e/o nella categoria di appartenenza dell'opera. A queste situazioni, vanno aggiunte quelle connesse con altre cause di danneggiamento legate a fenomeni particolari, come le azioni di tipo impulsivo, la fatica dei materiali e le alte temperature da incendio.

In questo ambito, appare chiaro il ruolo fondamentale svolto dalle attività di controllo e di monitoraggio nelle

operazioni di verifica della capacità prestazionale e nel determinare il loro livello di accuratezza. Tenendo quindi sempre presenti le caratteristiche proprie e peculiari di un'opera di ingegneria civile, come unicità e non ripetibilità, si fa notare come il controllo continuo dell'opera d'arte richiami i procedimenti di controllo della qualità dei prodotti industriali e, più in generale, lo stesso concetto di *qualità* come si è affermato recentemente nell'ottica delle norme internazionali ISO9000. In questa ottica, la qualità può essere intesa come quella caratteristica di un bene in grado di soddisfare le necessità di un cliente: in particolare, l'introduzione del sistema qualità in una organizzazione produttiva tende a minimizzare le non conformità di prodotto, ricercando a ritroso, nel processo produttivo, le ragioni di un tale eventuale insuccesso.

Nel quadro generale della qualità, un'opera strutturale deve quindi essere intesa come *prodotto* e, in quanto tale, occorre valutarne le caratteristiche attraverso l'*auditing di verifica prestazionale*. Mutuando i metodi operativi del controllo di qualità, si focalizza e si agevola così la visione globale del problema di verifica, si guida l'analisi di dettaglio, si estrapola dai dati il massimo livello di informazione, si possono tenere in conto gli errori e le carenze che si sviluppano in fase di concezione e progettazione dell'opera e che possono costituire le cause originarie dell'inadeguatezza o del degrado della capacità prestazionale.

Va ancora sottolineato come la valutazione della capacità resistente di una struttura esistente richieda un

processo di analisi che ha delle premesse concettuali sostanzialmente differenti da quelle alla base delle procedure usualmente utilizzate nella progettazione di una strutture nuove. Infatti:

- a) le normative fanno riferimento a situazioni generali e, quindi, generiche; la valutazione di una struttura esistente è invece un processo sviluppato caso per caso per ciascuna costruzione, situata in una ben definita località, realizzata con materiali aventi specifiche caratteristiche e soggetta ad uno spettro di carico specifico;
- b) nel progetto di una struttura nuova i meccanismi resistenti e le condizioni di vincolo riflettono scelte operate dal progettista sulla base di opportune ipotesi ed il modello di calcolo può considerarsi noto. Per le strutture esistenti, invece, possono essere ritenute più sicuramente determinabili le dimensioni geometriche e, qualora fossero ottenuti da accurate misurazioni ed indagini in situ, anche i parametri di resistenza dei materiali, mentre sono in genere più incerte le situazioni di vincolo e le posizioni delle armature all'interno dei getti, o ancora l'efficienza dei cavi di precompressione all'interno delle guaine.

Da queste prime considerazioni emerge non solo l'elevata complessità del problema, ma soprattutto l'esigenza di supportare ed integrare i risultati di valutazioni teoriche con attività di tipo sperimentale, in modo che i risultati delle analisi condotte sul modello analitico o numerico risultino rappresentative della effettiva risposta della struttura reale (Figura 1).

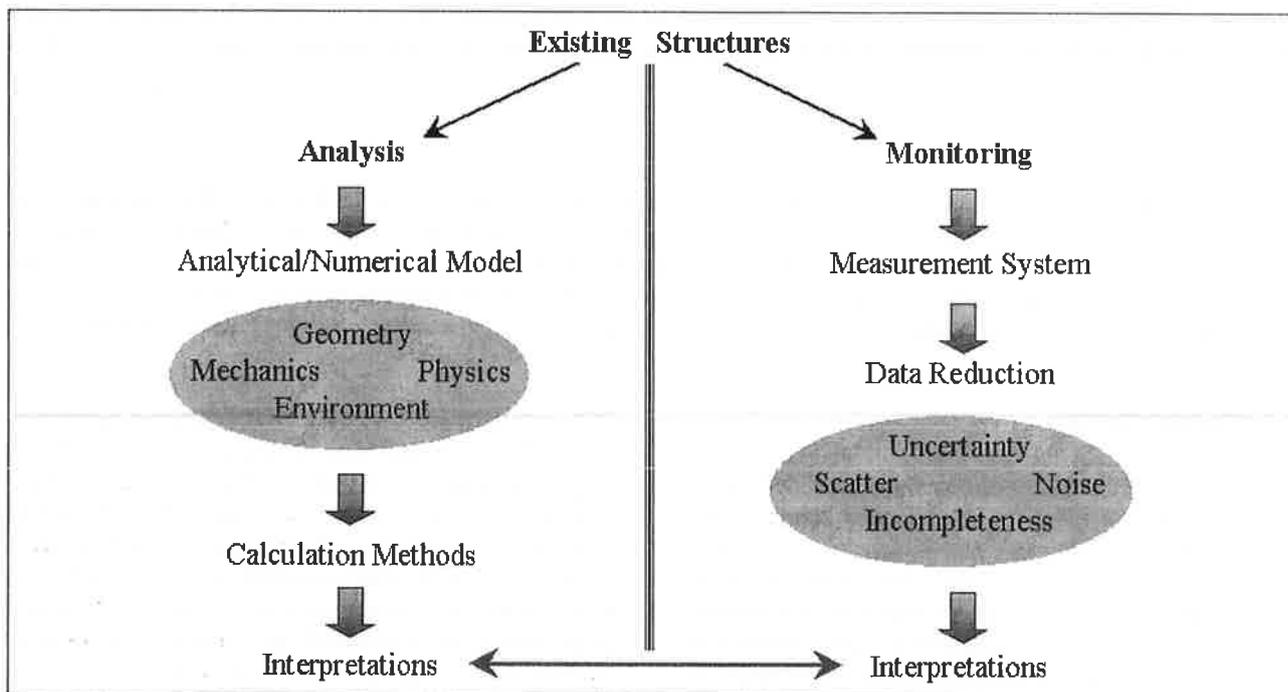


Figura 1. Supporto ed integrazione dei risultati di analisi teoriche e attività sperimentali di monitoraggio.

Si esamini a questo proposito lo schema di Figura 2, che presenta uno schema in cui si riassumono le attività proprie dell'Ingegneria Strutturale (Smith 2001):

- (1) formulazione del problema strutturale;
- (2) sintesi del sistema strutturale;
- (3) analisi del modello strutturale;
- (4) valutazione critica dei risultati ottenuti dall'analisi;
- (5) realizzazione dell'opera.

Tale schema fa implicito riferimento alla progettazione di opere nuove. Nel caso delle strutture esistenti infatti, occorre coinvolgere delle ulteriori fasi valutative legate alla gestione strategica dell'opera già realizzata. Questi aspetti sono evidenziati nello schema di Figura 3, che, rispetto al precedente, risulta arricchito delle seguenti fasi:

- (6) monitoraggio dell'opera;
- (7) confronto fra dati sperimentali e risultati dell'analisi;
- (8) predizione delle prestazioni dell'opera costruita.

Questa impostazione del problema, in cui si assume una inscindibile sinergia fra analisi e monitoraggio, favorisce chiaramente una visione più ampia e moderna del problema progettuale, in cui anche l'interazione con le nuove tecnologie diventa un aspetto essenziale. Si pensi ad esempio ad una progettazione basata sulle tecniche di controllo attivo, in cui la struttura, continuamente monitorata, viene pensata in grado di adattare le proprie prestazioni alle variabilità della domanda che si possono manifestare nel corso della sua intera vita utile.

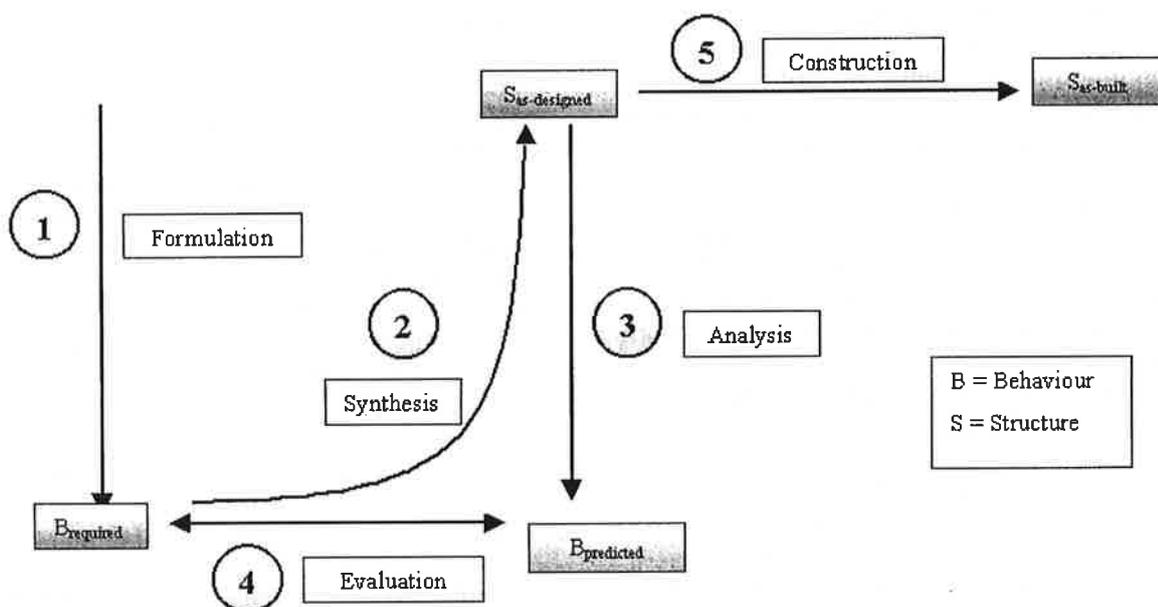


Figura 2. Schema in cui si riassumono le attività proprie dell'Ingegneria delle Strutture ("Information" e "Tasks").

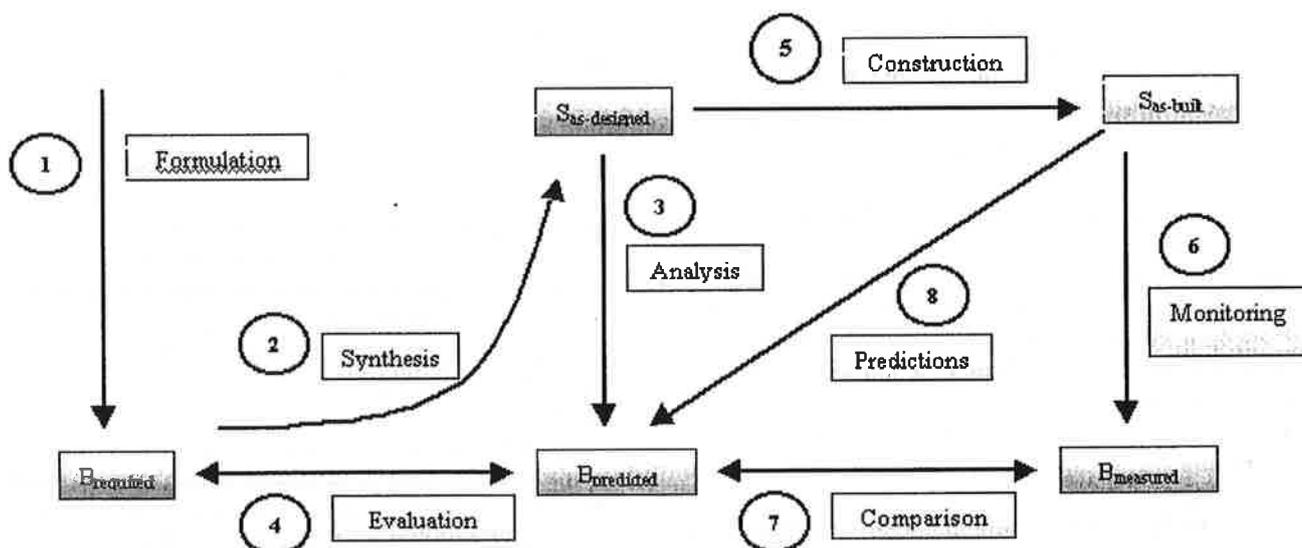


Figura 3. Schema che tiene conto anche della gestione strategica dell'opera costruita.

2. INQUADRAMENTO PRELIMINARE DEL PROBLEMA

L'introduzione del metodo agli stati limite ha messo in evidenza il problema di valutare la risposta delle strutture iperstatiche alle azioni applicate con intensità crescente fino a raggiungere lo stato limite ultimo di resistenza. La soluzione di questo problema richiede di tenere conto di due fenomeni caratteristici delle strutture di cemento armato:

- a) la fessurazione del conglomerato teso, che riduce le sezioni reagenti, modificandone le rigidezze;
- b) il legame costitutivo del calcestruzzo compresso che presenta un tratto ascendente curvilineo seguito da un tratto discendente, anch'esso curvilineo, limitato da un valore della deformazione compreso fra $-5/1000$ e $-2.4/1000$ in funzione della classe di resistenza del calcestruzzo da C12 a C80. Ciò impone un limite alla capacità deformativa delle sezioni inflesse e ne caratterizza la prestazione ultima.

Allo stato attuale delle conoscenze, il problema suddetto è da considerarsi risolto, discretizzando le strutture con il metodo degli elementi finiti ed utilizzando procedimenti di calcolo automatico. Nel passato, di fronte alle ben individuate difficoltà, insite nell'approccio non lineare, sono stati proposti metodi approssimati, basati sulla limitata redistribuzione dei diagrammi dei momenti determinati con l'analisi elastica.

Tali metodi sono stati accolti in alcune Normative, quali le ACI 318-71 ed il Code of Practice inglese CF 110: 1972. Nelle Raccomandazioni Internazionali CEB-FIP per il calcolo e l'esecuzione delle opere in calcestruzzo del 1970 nel caso delle ossature degli edifici, e soltanto in questo caso, viene ammessa, al punto R.33,11, senza controllo della compatibilità della deformazione, una redistribuzione dei momenti calcolati elasticamente: i momenti massimi di alcune sezioni possono essere ridotti, al massimo, del 15%, a condizione di tenere conto dell'aumento dei momenti nelle altre parti della struttura, aumento necessario per assicurare le condizioni di equilibrio.

Nella successiva edizione delle Raccomandazioni Internazionali CEB-FIP del 1978, sulla base di approfonditi studi sulle strutture iperstatiche svolti da una apposita Commissione, coordinata dal Prof. Giorgio Macchi, dell'Università di Pavia, per le strutture composte da elementi lineari vengono indicati due metodi di analisi:

- a) lineare, eventualmente seguita da una redistribuzione limitata,
- b) non lineare.

Per l'analisi non lineare, viene fornita una schematizzazione tri-lineare della relazione momento-

rotazione, che consente l'impiego del metodo delle rotazioni imposte, proposto dal Prof. Macchi. Le ipotesi alla base di questo metodo sono tre:

- a) la deformazione inelastica è concentrata in una singola sezione,
- b) la relazione fra il momento e la rotazione inelastica è multilineare,
- c) la legge momento-rotazione è reversibile (ipotesi di olonomia).

Nel CEB-FIP Model Code 1990, per la risoluzione delle travi e dei telai sono previsti quattro metodi:

- a) analisi non lineare
- b) analisi lineare
- c) analisi lineare seguita da una limitata redistribuzione dei momenti
- d) analisi plastica.

Per l'analisi non lineare di elementi monodimensionali sono indicati tre modelli:

- modelli monodimensionali, in cui la fessurazione è considerata diffusa lungo gli elementi, mentre la plasticità è considerata concentrata nelle sezioni critiche con la introduzione di *cerniere plastiche* ad un appropriato livello di carico;

- modelli monodimensionali *stratificati*, dove lo stato di tensione in ciascuno strato è derivato dallo stato di deformazione, utilizzando le leggi costitutive dei materiali e la rigidezza dell'elemento è definita in conseguenza;

- assemblaggio di modelli finiti mono- e bi-dimensionali, per modellare il comportamento dell'elemento monodimensionale ad un micro-livello.

Per l'analisi plastica è precisato che occorre verificare che le rotazioni plastiche richieste nelle cerniere plastiche, per il meccanismo assunto, siano minori delle rotazioni plastiche limite, indicate in apposito diagramma. Questo metodo non è ammesso nel caso di telai con spostamenti, né se è usato l'acciaio tipo B, di limitata duttilità, caratterizzata da $(f_t/f_y)_k > 1,05$ e $\epsilon_{uk} > 2,5\%$.

Come si vede, il Model Code 1990 cita il metodo degli elementi finiti, che, negli anni successivi, è stato oggetto di approfondimenti e perfezionamenti, tali da renderlo applicabile nelle situazioni pratiche. Si osserva, in proposito, che tale metodo risulta particolarmente adatto all'interpretazione del comportamento di strutture esistenti, che presentano stati fessurativi e difetti localizzati, in particolare zone di calcestruzzo di minor compattezza, individuate nel corso di prove non distruttive.

L'utilizzazione di un modello realistico di analisi, in grado di tener conto di situazioni di non omogeneità dei materiali, permette valutazioni attendibili dei margini di sicurezza e costituisce la base per eventuali proposte di interventi migliorativi sulla struttura esaminata.

3. ASPETTI STRATEGICI NELLA FORMAZIONE DEL MODELLO STRUTTURALE

3.1. Il processo di modellazione

La modellazione è quell'insieme di teorie, decisioni e procedure operative che permettono di estrarre dalla realtà informazioni utili e coerenti sul sistema oggetto di studio. La scelta di un particolare modello del sistema reale comporta generalmente anche una riduzione delle informazioni che caratterizzano il sistema stesso. Pertanto, un modello riassume e sintetizza gli aspetti essenziali di una realtà fisica, riproducendo più o meno fedelmente gli aspetti che sono ritenuti utili e trascurando quelli ritenuti invece superflui.

Sulla base di queste osservazioni e con riferimento allo schema di Figura 4.a, si evidenzia come la scelta del modello coinvolga diversi aspetti, e in particolare:

- **un processo decisionale:** la scelta del modello è soggettiva, inizialmente arbitraria e guidata in eguale misura da conoscenze teoriche ed operative;
- **un processo riduttivo:** la modellazione semplifica e riassume la realtà oggettiva attraverso un processo che, in termini matematici, può essere visto come

una proiezione da uno spazio (il sistema reale) ad un sottospazio (il modello);

- **un processo utilitaristico:** le scelte di modellazione trovano cioè la loro giustificazione nella attendibilità e nel grado di rappresentatività e affidabilità dei risultati a cui essa conduce.

Occorre poi distinguere tra modello concettuale, che consente di strutturare e gestire le conoscenze "globali" del sistema, e modello fisico, che si basa invece sulle conoscenze "locali" per interpretare il comportamento delle varie parti che lo compongono (Figura 4.a).

Più in generale, una scelta coerente del modello deve tenere conto dalla totalità delle informazioni che devono essere elaborate. In questo senso, un modello può essere visto come un organismo funzionale che consente di associare ai parametri noti del problema – ovvero ai dati di input ed ai parametri che descrivono il modello stesso e l'ambiente con cui esso interagisce – le quantità incognite da determinare in fase di l'output. Queste quantità, unitariamente al contesto nel quale si sviluppa il problema, costituiscono poi gli indicatori che consentono all'analista e/o al progettista di orientare le proprie azioni decisionali (Figura 4.b).

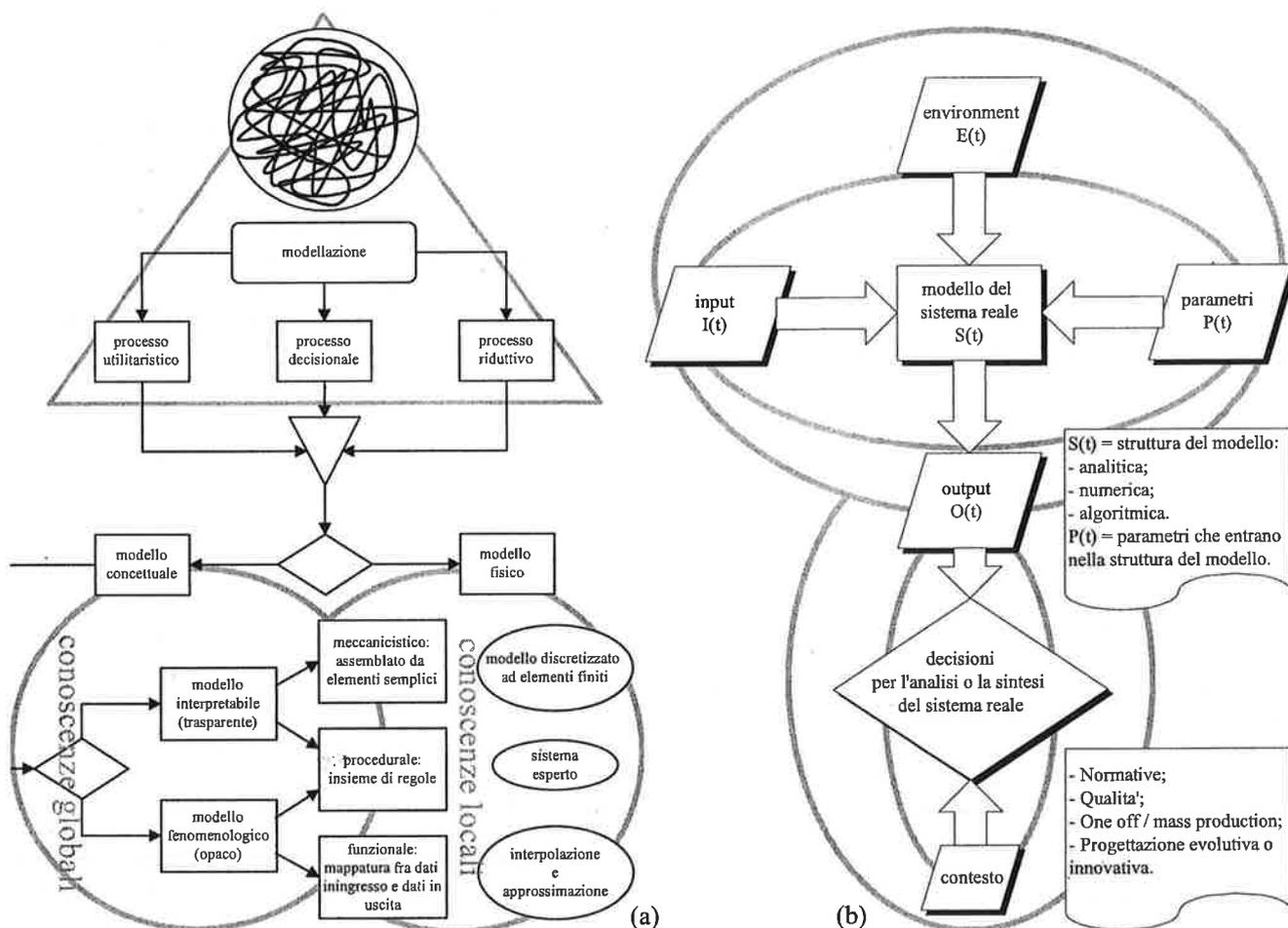


Figura 4. Aspetti di base e percorsi di scelta che conducono alla formazione del modello.

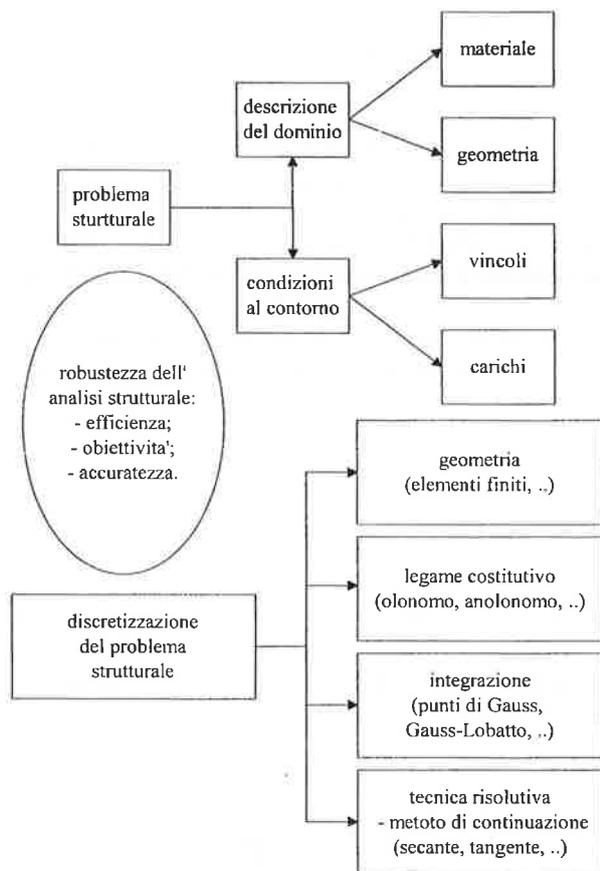


Figura 5. Aspetti che concorrono alla formazione di un modello specifico per l'analisi strutturale.

Con specifico riferimento all'analisi strutturale, lo schema di Figura 5 riassume brevemente gli aspetti salienti del processo di modellazione.

3.2. Controllo e validazione del modello

Un aspetto che richiede in genere considerazioni critiche delicate e complesse, riguarda la validazione – ovvero la verifica della convergenza – della soluzione ottenuta dalla modellazione (Malerba, 1991).

Nel diagramma di Figura 6 si è riportato l'andamento qualitativo del valore di una grandezza incognita, che si suppone rappresentativa della risposta complessiva del sistema, ottenuto con modelli aventi un grado di affinamento progressivamente crescente. Il diagramma presenta un andamento tipico, in cui, dopo una prima fase di convergenza verso soluzioni sempre più accurate, il valore calcolato tende a stabilizzarsi; proseguendo, ovvero introducendo modelli troppo e inutilmente raffinati, si verifica una “esplosione” degli errori numerici che portano a valutazioni di nuovo poco accurate e, spesso, non attendibili. Dall'esame di tale fenomeno, peraltro caratteristico nei problemi di analisi, si possono quindi derivare considerazioni empiriche ed euristiche di validazione (convergenza) del processo di analisi.

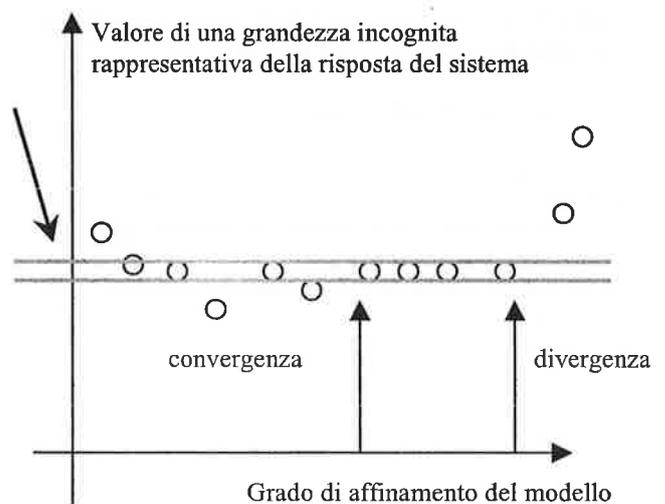


Figura 6. Influenza del grado di affinamento del modello sul grado di accuratezza della soluzione.

In questo ambito occorre infine ricordare che in campo non lineare, a differenza di quanto si verifica quasi sempre in campo lineare, i risultati ottenuti con modellazioni eccessivamente raffinate, anche se corretti dal punto di vista numerico, possono risultare privi di significato ingegneristico e totalmente errati dal punto di vista meccanico.

3.3. Suddivisione della struttura in B- e D-regions.

L'analisi di un sistema strutturale *complesso* difficilmente può essere condotta in un'unica fase. All'interno della struttura coesistono infatti, quasi sempre, due classi di regioni che presentano comportamenti meccanici qualitativamente alquanto differenti. Una tipica suddivisione è la seguente:

- B-regions:** regioni in cui lo stato di sforzo deriva da un regime deformativo semplice, ad esempio lineare, come assunto per le travi, le cui sezioni ruotano restando piane (la lettera B deriva da Bernoulli, che insieme a Navier formulò questa ipotesi);
- D-regions:** regioni dove l'assenza di una cinematica semplice comporta stati di sforzo con andamento complesso e non classificabile (la lettera D indica che queste regioni sono in genere sede di stati di sforzo di tipo diffusivo).

La Figura 7 mostra qualitativamente questo tipo di suddivisione. Si può osservare come le D-regions sono tutte zone di singolarità per la struttura, ovvero zone sedi di discontinuità geometriche o di materiale, o dove sono applicate forze o reazioni vincolari concentrate.

In generale è quindi necessario dividere l'analisi di un sistema strutturale, comunque complesso, in due fasi successive, che potremmo denominare (a) analisi globale e (b) analisi locale.

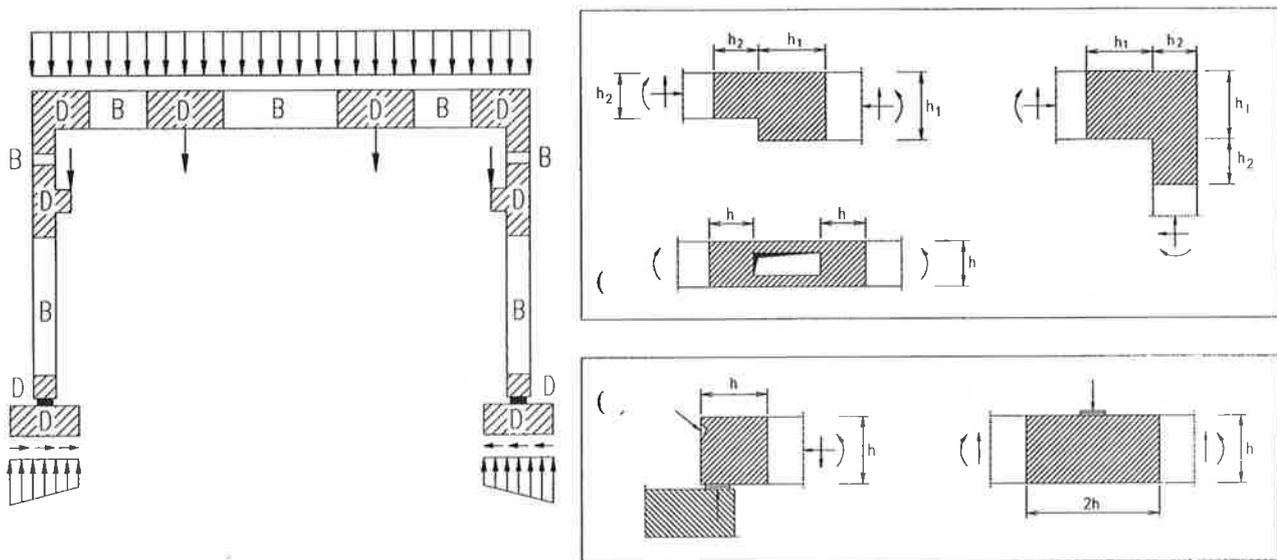


Figura 7. Suddivisione della struttura in B- e D- regions.

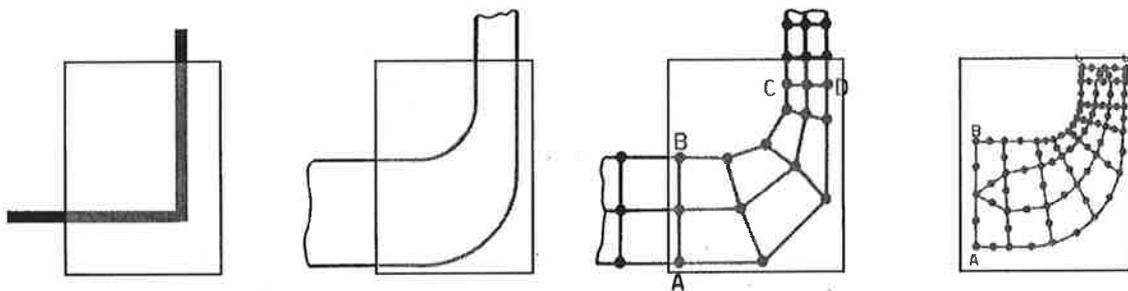


Figura 8. Analisi per fasi successive di un nodo strutturale (sottostruttura).

L'impostazione di questo processo su due livelli nidificati di analisi, può essere formalizzato attraverso il concetto di sottostrutturazione. Si immagini, ad esempio, di dover analizzare il comportamento di un nodo di una struttura a telaio. Gli schemi di Figura 8 mostrano come sia possibile passare da una modellazione con elementi monodimensionali (trave orizzontale e ritto verticale), a discretizzazioni ad elementi finiti bidimensionali con densità della mesh progressivamente maggiore. In questi casi le condizioni al contorno, in termini di forze superficiali, sono ottenute imponendo distribuzioni di sforzi in equilibrio con le risultanti agenti su tali elementi (azione assiale, momento flettente e taglio). La convergenza dei vari modelli può essere valutata con i criteri già esposti.

Per concludere, si osserva quanto segue: (a) tutte le connessioni si configurano come D-regions; (b) il comportamento strutturale complessivo è il risultato dell'integrazione (risultante a livello macroscopico) del comportamento locale delle singole D-region e della loro interazione con le B-regions; (c) eventuali crisi locali possono compromettere l'integrità (*robustezza*)

dell'intero organismo strutturale, situazione che deve essere evitata con una progettazione coerente e accurata; (d) in alcuni casi l'analisi del comportamento locale, in particolare in termini di deformabilità, può far emergere comportamenti indesiderati (ad esempio effetti del secondo ordine) non rilevabili da analisi condotte solo a livello macroscopico.

4. CRITERI PER L'ANALISI STRUTTURALE IN CAMPO NON LINEARE

Si consideri una struttura discretizzata con i criteri del metodo degli elementi finiti, impostato negli spostamenti (Przemieniecki 1969, Bathe 1996). Sulla struttura si pensano agenti delle azioni che possono essere sintetizzate nel vettore dei carichi equivalenti \underline{P} . Incognite primarie del problema strutturale sono gli spostamenti dei nodi che individuano la suddivisione in elementi della struttura: tali componenti, in numero finito, sono raccolte nel vettore \underline{q} . Da questo vettore, si può risalire alle seguenti quantità:

- 1) campo di spostamento $\underline{u}(P) = \underline{N}(P, \underline{q}) \cdot \underline{q}$ e di deformazione $\underline{\varepsilon}(P) = \underline{B}(P, \underline{q}) \cdot \underline{q}$ in qualunque punto P della struttura;
- 2) campo di sforzi (in particolare riassumibile dai diagrammi delle azioni interne);
- 3) reazioni vincolari.

4.1. Linearità e non linearità

Il problema strutturale risulta lineare se:

- i. i materiali di cui è composta la struttura hanno un comportamento elastico lineare;
- ii. gli spostamenti sono piccoli (le equazioni di equilibrio, che si instaura in una configurazione deformata, si possono scrivere nella configurazione indeformata; si ritengono inoltre valide le usuali

approssimazioni analitiche, quali confondere un angolo piccolo con il suo seno o la sua tangente);

- iii. i vincoli presenti nella struttura sono bilateri.

In tali condizioni si verifica in particolare che:

- ⇒ la soluzione del problema strutturale esiste ed è unica;
- ⇒ vale il principio di sovrapposizione degli effetti (con riferimento alla Figura 9, se ai carichi P^A e P^B corrispondono rispettivamente gli spostamenti q^A e q^B , alla somma dei carichi $P^C = P^A + P^B$ corrisponde la somma degli spostamenti $q^C = q^A + q^B$).

Le caratteristiche proprie della linearità vengono meno al venire meno di almeno una delle ipotesi (i), (ii), (iii). In tali casi, la soluzione del problema strutturale può non esistere, e se esiste può non essere unica; inoltre, non vale più il principio di sovrapposizione degli effetti.

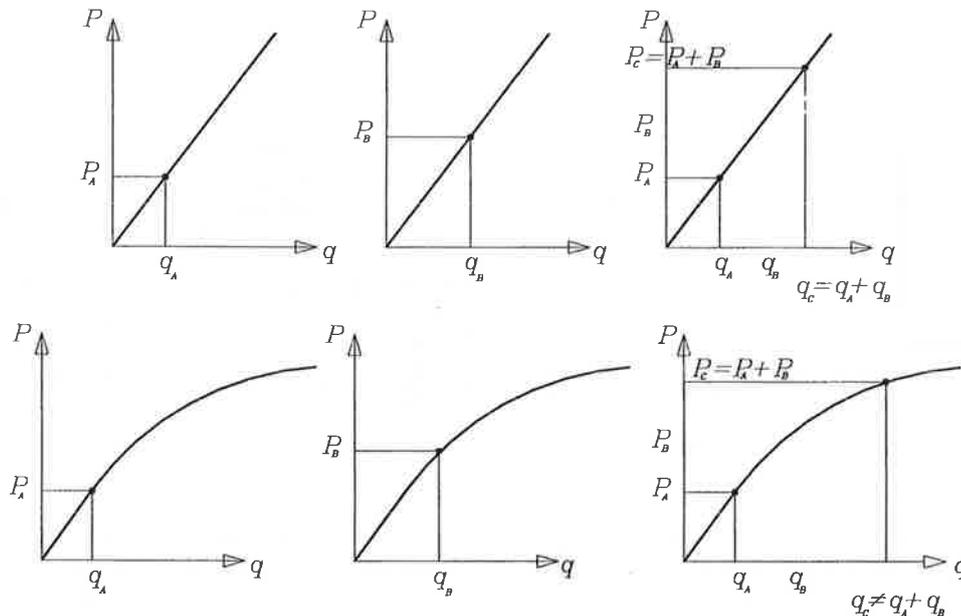


Figura 9. Linearità e non linearità della risposta strutturale e validità del principio di sovrapposizione degli effetti.

È bene sottolineare che, in campo non lineare, per ottenere risultati attendibili occorre seguire l'evoluzione della struttura nel suo complesso dallo stato iniziale fino al collasso: la determinazione di una singola configurazione di equilibrio per un determinato livello di carico è assolutamente insufficiente, perché non permette di valutare quale sia la risposta della struttura a variazioni dei livelli del carico stesso.

Si ricorda inoltre che in presenza di condizioni di carico multiple e delle loro combinazioni, la non linearità non consente di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, con la conseguenza che ogni situazione di carico deve essere studiata separatamente con un'analisi specifica. Questo comporta un impegno computazionale notevole, per cui un modello strutturale efficiente dovrà essere in grado di cogliere gli aspetti meccanici

essenziali, evitando l'introduzione di parametri incogniti superflui per il livello di rappresentazione che si vuole ottenere dalla modellazione. Particolare cura richiede poi l'organizzazione dell'architettura logica delle procedure numeriche, escludendo quegli schemi che, seppure più espliciti di altri nel consentire la percezione fisica del problema, presentano però una limitata efficienza computazionale.

In definitiva, la scelta di svolgere in campo non lineare l'analisi strutturale deve essere ponderata e dettata da necessità oggettiva. Va quindi evitata un'applicazione gratuita e indiscriminata a qualsiasi tipo di problema strutturale. Quando necessarie, tali analisi vanno comunque svolte per gradi ed i risultati ottenuti vanno esaminati con attento spirito critico, supportato da una cultura specifica adeguata.

4.2. Definizione e caratteristiche del percorso di equilibrio di una struttura (curva di risposta)

Nel seguito si farà riferimento alle seguenti quantità vettoriali:

- $\underline{R} = \underline{R}(\underline{x})$: vettore delle forze nodali equivalenti agli sforzi agenti nell'intera struttura, funzione del vettore (incognito) \underline{x} , in cui sono raccolti ordinatamente gli spostamenti dell'intera struttura;
- $\underline{F} = \underline{F}(t)$: vettore dei carichi, specializzato nella forma $\underline{F}(t) = \lambda(t) \cdot \underline{y}$, con \underline{y} vettore costante e $\lambda(t)$ fattore scalare (moltiplicatore del carico) funzione del tempo t .

Ciò posto, l'equazione di equilibrio per la struttura si scrive nella forma seguente:

$$\begin{aligned} (\text{carichi}) - (\text{risposta}_\text{ strutturale}) &= \underline{F}(t) - \underline{R}(t) = \\ &= \lambda(t) \cdot \underline{y} - \underline{R}(x(t)) = \underline{r}(x, \lambda \cdot \underline{y}) = \underline{r}(t) = \underline{0} \end{aligned}$$

La coppia $\{\underline{x}(t), \lambda(t) \cdot \underline{y}\}$ descrive al variare di t il percorso di equilibrio della struttura (denominato anche curva di risposta), per una assegnata storia di carico (Figura 10). In particolare il tempo t rappresenta soltanto un parametro evolutivo e può essere sostituito con una generica ascissa curvilinea s . La conoscenza delle caratteristiche del percorso di equilibrio – in particolare dei suoi punti singolari – è un prerequisite fondamentale per una impostazione appropriata dell'analisi in campo non lineare e all'utilizzo cosciente e coerente di codici di calcolo non lineari.

In maggiore dettaglio, la Figura 10 rappresenta idealmente la risposta della struttura, rappresentata in ordinata dal carico, ovvero dalla risultante degli sforzi interni alla struttura che equilibrano il carico stesso, ed in ascissa dagli spostamenti. Naturalmente questo tipo di rappresentazione ha carattere convenzionale, in quanto un tale diagramma è rappresentabile su di un piano solo nel caso di singole componenti di carico e spostamento, mentre in generale si sviluppa in uno spazio multidimensionale. Il percorso di equilibrio parte dal punto O , situazione che rappresenta situazione di struttura scarica e indeformata. Il percorso "0" fino alla generica configurazione equilibrata S , individuata dall'ascissa s , è detto fondamentale. Lungo il percorso fondamentale "0" si origina un nuovo percorso di equilibrio "1" nel punto di biforcazione semplice A : la presenza di un punto di biforcazione rappresenta l'individuazione da parte della struttura di un nuovo modo di rispondere al carico applicato, come avviene anche nel caso ben noto dell'instabilità dell'asta di Eulero. Nel punto di biforcazione non semplice F nascono due percorsi secondari, indicati con "2" e "3". I punti B , E e G sono invece detti punti limite.

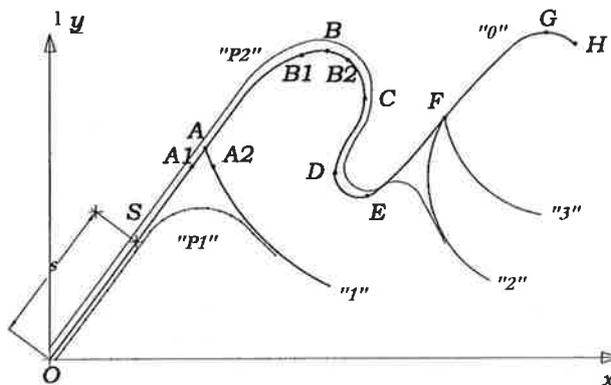


Figura 10. Percorso di equilibrio (curva di risposta).

In un punto singolare, di biforcazione o limite, si ha una molteplicità della soluzione in un intorno infinitesimo del punto stesso: ad esempio, nel caso del punto limite B questa molteplicità è evidenziata dalla vicinanza dei punti $B1$ e $B2$, mentre nel caso del punto di biforcazione A dalla presenza dei punti $A1$ e $A2$.

Il punto H è definito punto di rottura della struttura e denota il raggiungimento di limiti convenzionali per le deformazioni massime dei materiali, ovvero, più in generale, la violazione delle condizioni poste da un criterio di rottura.

La situazione ideale o perfetta appena descritta, può essere alterata dalla presenza di imperfezioni strutturali. Sempre in Figura 10 sono evidenziati due percorsi perturbati "P1" e "P2" che mantengono la somiglianza con i percorsi ideali "0", "1", "2", ma dai quali sono scomparsi i punti di biforcazione. I punti singolari limite che, anche in presenza di imperfezioni casuali che perturbano il percorso di equilibrio, tendono a mantenersi inalterati, risultano caratterizzati da quella proprietà che, nella teoria dei sistemi dinamici, è detta stabilità strutturale. I punti di biforcazione non godono quindi di questa proprietà: essi scompaiono quando la struttura è imperfetta. In pratica quindi, dato che la struttura reale risulta sempre soggetta ad imperfezioni, esistono solamente punti limite.

Dal punto di vista ingegneristico si è naturalmente interessati ad individuare il ramo di equilibrio associato alla minore capacità portante, in quanto esso rappresenta la condizione più pericolosa per l'utilizzo della struttura. Nel caso di Figura 10, il percorso "P1" è quindi quello critico. Nel caso di strutture in conglomerato armato, le imperfezioni strutturali, intese come disomogeneità di resistenza e rigidezza del calcestruzzo e disomogeneità dimensionali degli elementi strutturali sono sicuramente fondamentali. Esse hanno un duplice effetto: da un lato, tendono a far scomparire i punti di biforcazione, rendendo meno onerosa la procedura di calcolo; dall'altro, la presenza di comportamenti softening e di discontinuità meccaniche indotte dalla fessurazione del calcestruzzo e dalla conseguente parzializzazione delle sezioni, tende a

rendere estremamente irregolare il percorso di equilibrio (Crisfield 1982, Bontempi e Malerba 1996, 1997).

4.4. Criteri per la valutazione critica dei risultati

L'impostazione dell'analisi non lineare di singoli elementi strutturali e di strutture complete non è semplice e immediata, ma richiede una matura e consapevole esperienza (Bathe 1996, Malerba 1998). Malgrado ciò, e tenendo conto che allo stato attuale esistono diversi codici commerciali di calcolo per l'analisi strutturale in campo non lineare, può essere utile dare alcune indicazioni di carattere generale, riportate anche nelle raccomandazioni CNR 10024/84:

- 1) per un dato problema utilizzare sempre diversi tipi di modellazione, partendo da quella più semplice per geometria e comportamento meccanico, ed affinando gradualmente e progressivamente il modello iniziale, valutando criticamente i risultati via via ottenuti;
- 2) valutare sempre il comportamento deformativo ed il regime tensionale, controllando che risultino coerenti dal punto di vista meccanico;
- 3) ripetere le analisi con parametri differenti ed introducendo imperfezioni strutturali, al fine di valutare la sensibilità della soluzione nei confronti di inevitabili perturbazioni (Biondini, Bontempi e Malerba 1998).

5. ANALISI NON LINEARE DI ELEMENTI E STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO

5.1. I requisiti fondamentali di obiettività e robustezza

Nell'analisi delle strutture in calcestruzzo armato, il comportamento softening del calcestruzzo, sia in trazione, sia in compressione, rappresenta un aspetto caratteristico importante. Ignorandone gli effetti, le risposte strutturali ultime che si ottengono sono quelle inquadrabili nei confini definiti dall'analisi limite classica. Considerando nelle analisi anche il softening, si è invece in grado di cogliere aspetti meccanici nuovi e più ampie e dettagliate informazioni sul comportamento complessivo della struttura.

Di particolare rilievo sono gli effetti del softening associato a stati di trazione, in quanto è proprio questo comportamento che controlla le modalità di transizione dallo stato non fessurato a quello fessurato. Come noto, in corrispondenza di una fessura, gli sforzi di trazione sono nulli nel calcestruzzo e sono massimi nell'acciaio. Tra una fessura e l'altra gli sforzi di trazione si trasmettono dall'acciaio al calcestruzzo per azione dell'aderenza che si sviluppa lungo le barre di armatura. Il calcestruzzo contribuisce in tal modo a sopportare le forze di trazione e ad incrementare la rigidità della

struttura. Una modellazione accurata di questo meccanismo di interazione, noto come *tension-stiffening*, è fondamentale per una descrizione verosimile dello sviluppo e della propagazione dello stato fessurativo.

Da un punto di vista generale, l'analisi per elementi finiti di strutture in materiale con comportamento softening può portare a soluzioni numericamente instabili e, col raffinamento della suddivisione, essa può convergere a risultati fisicamente non consistenti (Bazant e Cedolin 1979, Bazant, Pan e Pijaudier-Cabot 1987, Bontempi e Malerba 1997). La soluzione può dipendere dalla dimensione, dalla forma e dall'orientamento della discretizzazione ed il modello porta a rappresentazioni non oggettive del problema strutturale (mancanza di obiettività). Questi effetti nascono dal considerare il conglomerato come un materiale continuo standard: i legami costitutivi *standard* vengono ricavati in base alle curve forza-spostamento, ottenute sperimentalmente, semplicemente dividendo la forza per la sezione resistente iniziale e dividendo gli allungamenti per la lunghezza iniziale del provino. In fase incrudente, questa idealizzazione non comporta conseguenze, mentre in fase softening un tale criterio non consente di tener conto delle trasformazioni che si manifestano a livello microstrutturale durante il processo di fratturazione.

Un procedimento di analisi che recepisca in forma adeguata questi aspetti e che porti in modo affidabile ad una soluzione meccanicamente corretta, è definito robusto. La *robustezza* è ovviamente un requisito fondamentale per un'effettiva applicabilità delle modellazioni numeriche a problemi ingegneristici e rappresenta una caratteristica fondamentale da perseguire nello sviluppo di una qualsiasi tecnica risolutiva. Di particolare importanza risulta la coerenza fra la curva di risposta che si ottiene ed il quadro spaziale del comportamento meccanico.

5.2. Livelli di impostazione dell'analisi

La formulazione dell'analisi non lineare di elementi e strutture in conglomerato armato può essere impostata e condotta a diversi livelli, focalizzando ciascun livello su una specifica scala di descrizione. La scelta di un particolare livello di osservazione ha chiaramente implicazioni sia sulla "grana" di risoluzione ottenibile dei risultati, sia sull'economia dell'analisi. Nello schema di Figura 11 si mostra come sia possibile considerare diversi aspetti di dettaglio esaminando il comportamento strutturale con diversi livelli di descrizione: (1) punto materiale, (2) elemento finito; (3) elemento strutturale. Ciascun livello di grado superiore, riassume, in modo integrale, i dettagli considerati nei livelli precedenti. La descrizione risulta quindi progressivamente quindi più sintetica e anche più economico dal punto di vista computazionale (Malerba 1998, Elfgren 1989).

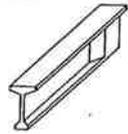
LIVELLO DI DESCRIZIONE	FORMULAZIONE RIGIDEZZA	ASPETTI CONSIDERATI
Materiale 	legge costitutiva $\sigma = \underline{D}(\underline{\epsilon}) \cdot \underline{\epsilon}$	<ul style="list-style-type: none"> • Calcestruzzo • Acciaio • Aderenza • Fessurazione • Tension Stiffening • Ingranamento degli inerti ...
Elemento Finito 	matrice di rigidezza dell'elemento finito $\underline{K}_{\text{me}} = \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{D} \cdot \underline{B} \cdot dV$	<ul style="list-style-type: none"> • Tipo di elemento • Armature Discrete • Effetto Spinotto • Elementi di collegamento (links) fra cls. e barre ...
Struttura 	matrice di rigidezza della struttura $\underline{K}_{\text{STRUTTURA}} = \sum_m \underline{K}_m$	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria • Vincoli • Carichi • Formazione fessure discrete ...

Figura 11. Livelli di descrizione del comportamento di strutture in calcestruzzo armato.

5.3. Strategie di regolarizzazione

Si definisce regolarizzazione una tecnica numerica in grado di fornire risultati obiettivi e di rendere robusta una formulazione non lineare, nel senso discusso in precedenza. Si possono individuare, sinteticamente, tre differenti classi di strategie di regolarizzazione:

- 1) Limitazione delle dimensioni minime degli elementi finiti presenti nella discretizzazione del problema strutturale; la dimensione minima caratteristica, che introduce un limite inferiore alla scala di dettaglio delle analisi, dipende da aspetti specifici legati al particolare problema strutturale esaminato (Bazant, Pan e Pijaudier-Cabot 1987, Bazant e Cedolin 1979).
- 2) Modifica dei legami costitutivi dei materiali, per riequilibrare gli aspetti energetici connessi con i processi di frattura del conglomerato (Elfgren 1989).
- 3) Valutazione non locale delle deformazioni; si introduce una media pesata delle deformazioni nell'intorno del punto in cui campiona il comportamento del materiale. Una tale tecnica, pur traendo origine da considerazioni meccaniche, ha un carattere sostanzialmente numerico e contribuisce in modo determinante a stabilizzare la soluzione ed a rendere obiettivi i risultati.

Dal punto di vista applicativo risulta quindi importante conoscere e comprendere le tecniche di regolarizzazione adottate dal codice di calcolo impiegato nelle analisi.

6. CONCLUSIONI

Il lavoro ha riguardato il problema della scelta coerente e realistica dei modelli per l'analisi strutturale. Sono state in particolare esaminate le problematiche connesse con la valutazione della capacità prestazionale delle strutture in cemento armato, evidenziando le principali differenze fra la situazione di progetto di una struttura nuova e quella di verifica di una struttura esistente. Si è inoltre evidenziato il ruolo fondamentale svolto in questi casi dall'analisi non lineare.

Nel seguito si richiamano alcuni degli aspetti discussi nella memoria:

- concetto di modello;
- validazione del modello e criteri di convergenza della soluzione;
- strategie di analisi globale e analisi locale (suddivisione in B- e D- regions);
- significato e principali conseguenze della linearità o non linearità del problema strutturale;
- formulazione non lineare e caratteristiche del percorso di equilibrio (curva di risposta) di una struttura;
- livelli di descrizione del modello e di impostazione dell'analisi;
- obiettività e robustezza del processo di analisi.

Una chiara comprensione di questi aspetti, anche se solo a livello intuitivo, si ritiene sia il punto di partenza per lo sviluppo di modelli realistici e coerenti e, quindi, per l'impiego affidabile dei codici avanzati di calcolo in commercio a disposizione del progettista.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] BATHE K.J. – 1995, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice Hall.
- [2] BAZANT Z.P., PAN J., PIJAUDIER-CABOT G. – 1987, Softening in Reinforced Concrete Beams and Frames, *J. of Eng. Mech. ASCE*, **113**(12), 2333-2347.
- [3] BAZANT Z.P., CEDOLIN L. – 1979, Blunt crack band propagation in finite element analysis, *J. of Eng. Mech. ASCE*, **105**(12), 297-315.
- [4] BIONDINI F., BONTEMPI F., MALERBA P.G. – 1998, Analisi di affidabilità di strutture in C.A./C.A.P. mediante simulazione in campo non lineare. *Studi e Ricerche*, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Politecnico di Milano, **19**, 23-58.
- [5] BONTEMPI F., MALERBA P.G., ROMANO L. – 1995, Formulazione diretta secante dell'analisi non lineare di telai in C.A./C.A.P. *Studi e Ricerche*, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Politecnico di Milano, **16**.

- [6] BONTEMPI F., MALERBA P.G. – 1996, Il controllo della formulazione tangente per la soluzione di problemi strutturali non lineari. *Studi e Ricerche Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato*, Politecnico di Milano, 17.
- [7] BONTEMPI F., MALERBA P.G. – 1997, The role of softening in the numerical analysis of R.C. framed structures. *Structural Engineering and Mechanics*, 5(6), 785-801.
- [8] CRISFIELD M.A. – 1982, Local instabilities in the non-linear analysis of reinforced concrete beams and slabs. *Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2*, 73, 135-145.
- [9] ELFGREN L. (Ed.) – 1989, *Fracture Mechanics of Concrete Structures. From Theory to Applications*. Chapman and Hall.
- [10] GALLONE E.F. – 1998, *Progettare in qualità*. Carocci Editore.
- [11] IABSE – 1993, *Remaining structural capacity.*, Report Colloquium Copenhagen.
- [12] MALERBA P.G. (Ed.) – 1997, *Analisi limite e non lineare di strutture in calcestruzzo armato.*, CISM, Collana di Ingegneria Strutturale, 10.
- [13] MALERBA P.G. – 1991, Formazione del modello. Fonti di errore. Interpretazione dei risultati. *Analisi per elementi finiti: modellazione strutturale e controllo dei risultati*, B.A. Schrefler e A.A. Cannarozzi (Ed.), Collana di Ingegneria Strutturale CISM, Springer Verlag.
- [14] PRZEMIENIECKI J.S. – 1968, *Theory of Matrix Structural Analysis*, Mc Graw Hill.
- [15] RADOGNA E.F. – 1984, Some relevant stages of international activity on behaviour in service, maintenance and repair of concrete bridges. *CEB Bulletin d'Information*, 163.
- [16] SMITH I.F.C. – 2001, Increasing Knowledge of Structural Performance. *Structural Engineering International*, 3, 191-195.

MODELLI AVANZATI PER L'ANALISI TRIDIMENSIONALE DI PILE DA PONTE IN C.A.P. A DOPPIA LAMA

Fabio Biondini¹, Franco Bontempi², Luca Sgambi³

¹ Dottore di Ricerca, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

² Professore, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma «La Sapienza».

³ Dottorando in Ingegneria Strutturale, Università di Roma «La Sapienza» – Diplomato alla Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C.A., «F.lli Pesenti», Politecnico di Milano.

SOMMARIO

La pila da ponte a doppia lama è formata da due parti con caratteristiche geometriche e meccaniche molto diverse tra loro. La prima parte è costituita da un cassone chiuso, molto rigido; la seconda, superiore, è composta da due lame flessibili collegate rigidamente in sommità. Analizzando la struttura nella sua tridimensionalità, si vuole porre in rilievo alcuni comportamenti che un'analisi più semplice non è in grado di cogliere.

SUMMARY

The two-blades piers are subdivided into two parts with different geometric property and mechanical property. The first part has a box section, much stiffer; the second part is composed by two flexible blades connected at the top. The goal of this work is to show some behaviour alone the three-dimensional analysis is able to put in evidence.

1. INTRODUZIONE

La pila da ponte a doppia lama possiede un duplice scopo. Di primaria importanza è la trasmissione dei carichi verticali, trasmessi dall'impalcato e dal peso della pila stessa, alle strutture di fondazione. Grazie alla flessibilità delle lame è poi possibile consentire sensibili spostamenti orizzontali dell'impalcato senza dover ricorrere a cinematismi di appoggi meccanici. Questo consente di eliminare le sezioni di giunto, necessarie con una pila rigida per poter consentire gli spostamenti dell'impalcato dovuti ad effetti differiti, a deformazioni anelastiche (temperatura) e all'azione di carichi radenti.

Il comportamento strutturale rispetto a carichi orizzontali, risulta molto influenzato dall'altezza della sezione a cassone rispetto all'altezza totale. Se la parte a cassone possiede un'altezza relativa modesta (o nulla) la pila presenterà un'elevata duttilità a spostamenti orizzontali, ma una scarsa resistenza; al contrario se la parte a cassone è dominante la resistenza della pila a forze orizzontali aumenta notevolmente, mentre la duttilità diminuisce. Di fondamentale

importanza è perciò la scelta dell'altezza relativa della sezione a cassone, perché da essa dipende il comportamento meccanico della struttura.

Un'analisi elastica permette di cogliere solo delle indicazioni di massima in termini di rigidità e deformabilità per poter cogliere la risposta di un simile sistema strutturale è necessaria un'analisi di tipo generale [1], [2].

In questo lavoro viene eseguita l'analisi di una pila da ponte a doppia lama in campo non lineare di materiale, modellando la struttura nella sua tridimensionalità.

Come si mostrerà in seguito, una modellazione tridimensionale, rispetto ad una più semplice modellazione "a trave", mette in luce comportamenti a taglio che possono causare riduzioni sensibili della resistenza ultima della pila. Un'adeguata scelta dell'altezza relativa della sezione a cassone non può non tener conto di fenomeni di diffusione che si verificano nel passaggio tra la sezione a doppia lama e la sezione a cassone e che, soprattutto in campo non lineare, possono influire notevolmente sulla risposta della struttura.

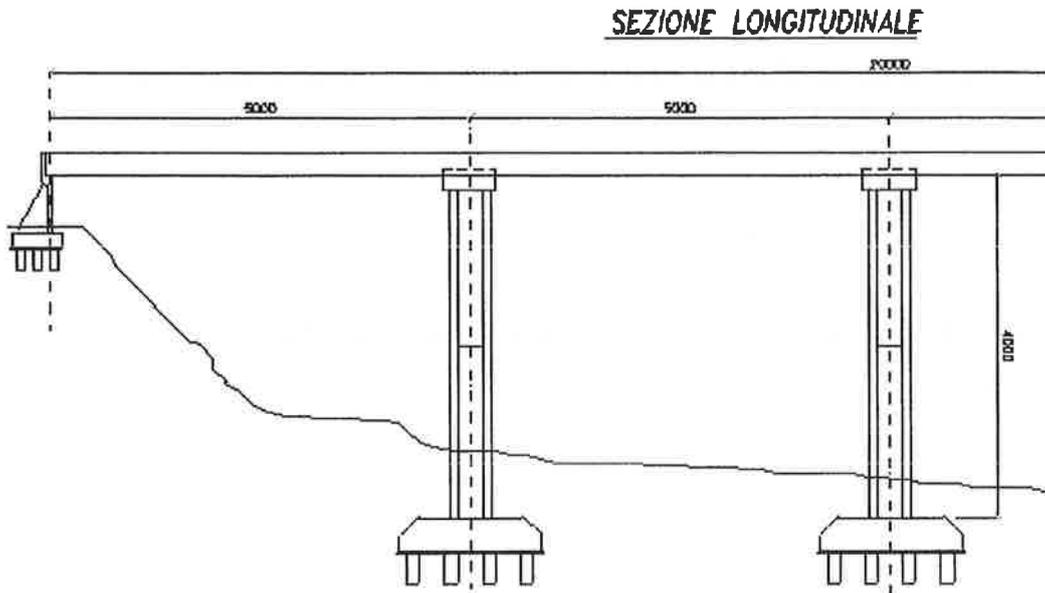


Figura 1: Sezione longitudinale di un impalcato da ponte sostenuto da pile a doppia lama.

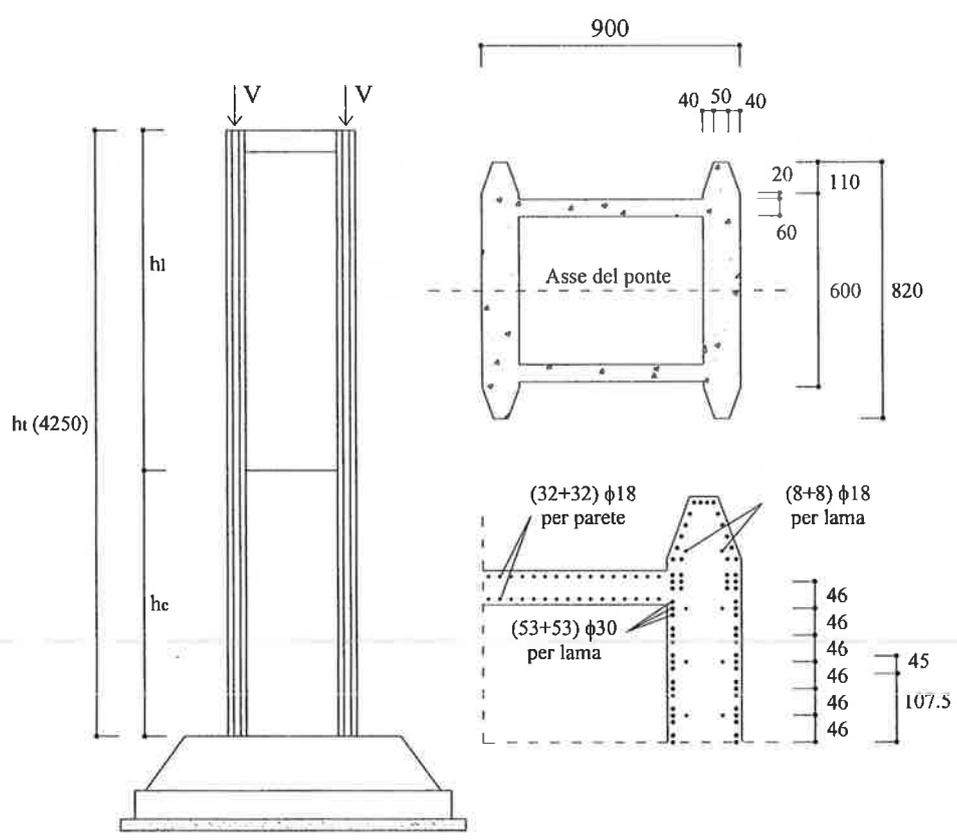


Figura 2: Pila da ponte a doppia lama, particolare della sezione a cassone e disposizione delle armature.

2. DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Nelle figure 1 e 2 viene data una rappresentazione della struttura che si intende analizzare [5]. La pila è suddivisa lungo l'altezza in due parti: una prima parte di altezza h_c costituita da una sezione a cassone chiuso di notevole rigidità ed una seconda parte, di altezza h_f , composta da due lame flessibili. Si caratterizza l'estensione del tratto rigido rispetto all'altezza totale tramite il rapporto adimensionale $\alpha = h_c / h_t$.

La pila viene modellata utilizzando elementi finiti esaedrici 8 nodi, alla base il modello viene incastrato rigidamente, mentre in sommità vengono inseriti degli elementi rigidi in modo da imporre gli stessi spostamenti alle due estremità della lama.

Mediante un'analisi non lineare si ricava la risposta strutturale dello schema di pila a doppia lama, ora descritto, al variare dell'altezza relativa del tratto rigido ($\alpha = h_c / h_t = 0/3, 1/3, 2/3, 3/3$).

Come legame costitutivo per il calcestruzzo si assume una generalizzazione in tre dimensioni dei legami uniassiali utilizzati nelle teorie di analisi di stati di sforzo in regime membranale (CFT, MCFT, RA-STM); ne risulta un legame a fessura rotante e diffusa all'interno dell'elemento finito [6], [7]. Il procedimento seguito per il calcolo della matrice di rigidità del materiale nel sistema di riferimento globale è il seguente:

Dalla soluzione elastica lineare ottenuta dall'analisi per elementi finiti, si ricavano le 3 deformazioni principali e le 3 direzioni principali.

Si forma la matrice di rigidità del materiale nel sistema di riferimento principale, associando ad ogni direzione principale una legge costitutiva uniassiale. Il modulo di Poisson viene assunto nullo, per cui la matrice del materiale in questo sistema di riferimento risulta diagonale. I legami costitutivi considerati per il calcestruzzo in compressione sono:

$$\sigma_d = \zeta \cdot f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right] \text{ se } (\varepsilon_d \leq \zeta \cdot \varepsilon_0)$$

$$\sigma_d = \zeta \cdot f'_c \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \text{ se } (\varepsilon_d > \zeta \cdot \varepsilon_0)$$

Il parametro $\zeta = \frac{1}{\sqrt{1+400 \cdot \varepsilon_{eq}}}$ viene detto parametro di

softened e serve a ridurre la resistenza a compressione del calcestruzzo qual'ora siano presenti delle deformazioni trasversali di trazione. La deformazione equivalente di trazione viene assunta pari a

$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle^2}$, dove $\langle \varepsilon_i \rangle$ vale 0 se la deformazione è di compressione, ε_i se è di trazione.

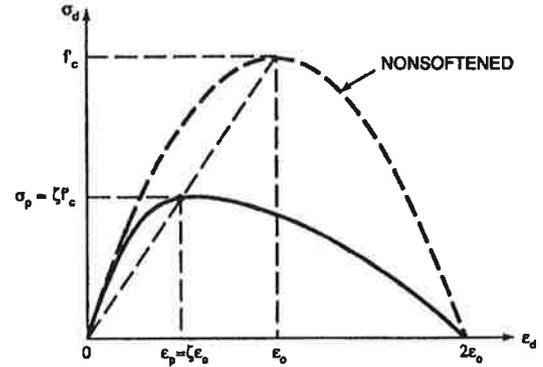


Figura 3: Legame uniassiale in compressione per il calcestruzzo.

Per il calcestruzzo in trazione si utilizza il seguente legame:

$$\sigma_r = E_c \cdot \varepsilon_r \text{ se } (\varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr})$$

$$\sigma_r = f_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_r} \right)^{0.4} \text{ se } (\varepsilon_r > \varepsilon_{cr})$$

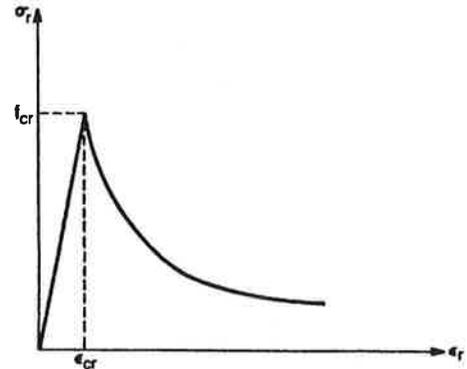


Figura 4: Legame uniassiale in trazione per il calcestruzzo.

Si assume inoltre $E_c = 9500 \cdot \sqrt[3]{f'_c}$ [MPa] (Modulo elastico del calcestruzzo), $f_{cr} = 0.25 \cdot \sqrt[3]{f'_c^2}$ [MPa] (Tensione di fessurazione).

Il generico modulo G, viene formato come:

$$G_{ij} = \frac{E_i \cdot E_j}{E_i + E_j}$$

Formata la matrice $\underline{\underline{D}}$ nel sistema di riferimento principale, si ricavano le proprietà del materiale nel sistema globale tramite la relazione $\underline{\underline{D}}_{XYZ} = \underline{\underline{T}}^T \cdot \underline{\underline{D}}_{123} \cdot \underline{\underline{T}}$ dove $\underline{\underline{T}}$ è una matrice di rotazione [6].

Per l'acciaio di armatura il legame utilizzato è quello bilatero simmetrico, di tipo elastico perfettamente plastico. Si assume quindi:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad \text{se } \varepsilon_s < \varepsilon_y$$

$$\sigma_s = f_y \quad \text{se } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y$$

Si assume un'altezza totale della pila di 42.50 m ed un carico verticale sulla singola lama pari a $V = 30$ MN. Per i materiali si considerano le seguenti caratteristiche. Calcestruzzo: $f_c = -33.2$ MPa. Acciaio $f_{sy} = 430$ MPa, $E_s = 210$ Gpa, $\varepsilon_{su} = 1\%$.

Nel seguito si riportano i risultati ottenuti mediante l'analisi all'elaboratore, imponendo delle forze orizzontali crescenti alla sommità della pila.

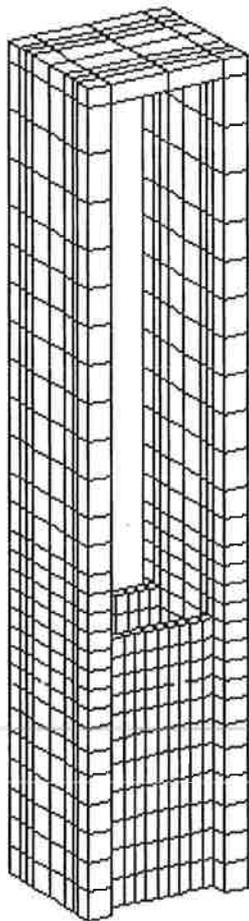


Figura 5: Modello ad elementi finiti solidi.

I modelli utilizzati nell'elaborazione possiedono da 3000 a 6000 gradi di libertà. Il tempo totale di calcolo delle analisi effettuate varia dalle 2 alle 7 ore a seconda del modello utilizzato (Pentium III® 533 MHz).

Lo studio è stato eseguito imponendo le forze sia in direzione parallela al piano delle lame, sia in direzione ad esso perpendicolare. Nel primo caso, come si mostrerà nel seguito, l'altezza della parte con sezione a cassone (h_c) non influisce in modo significativo sul comportamento globale della struttura che rimane essenzialmente quello di una trave (lama) inflessa; se la flessione avviene in senso perpendicolare al piano della lama, il comportamento della parte a cassone è sostanzialmente diverso (più rigido) di quello della struttura sovrastante e ciò causa una notevole variazione della risposta strutturale al variare dell'altezza h_c .

3. PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Nelle pagine successive vengono riportati i risultati delle analisi effettuate. La figura 6 riporta le curve Forza orizzontale – Spostamento orizzontale (rilevato in sommità della pila) per flessione nel piano delle lame. Le figure 7, 8 e 9 riportano i risultati in termini di deformata, quadro fessurativo ed entità del danno, per il caso $\alpha = 1/3$.

La figura 10 riporta i casi studiati per flessione nel piano perpendicolare alle lame, nella stessa figura sono presenti anche i risultati ottenuti da una modellazione con elementi finiti di trave, in modo da poter eseguire un confronto tra le due diverse modellazioni.

Le figure 11, 12 e 13 riportano i risultati in termini di deformata, quadro fessurativo ed entità del danno, per il caso $\alpha = 2/3$.

Allo scopo di migliorare la comprensione dei quadri fessurativi riportati, verrà indicata con A la proiezione della pila su di un piano parallelo alle lame, e con B la proiezione su un piano ad esse perpendicolare.

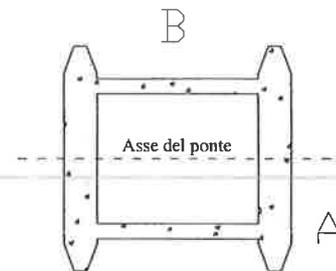


Figura 6: Sezione della pila nella parte a cassone.

I quadri fessurativi riportati evidenziano l'inclinazione della fessura principale nei vari elementi finiti, mentre il quadro di danneggiamento indica le zone dove la deformazione principale di trazione è maggiore.

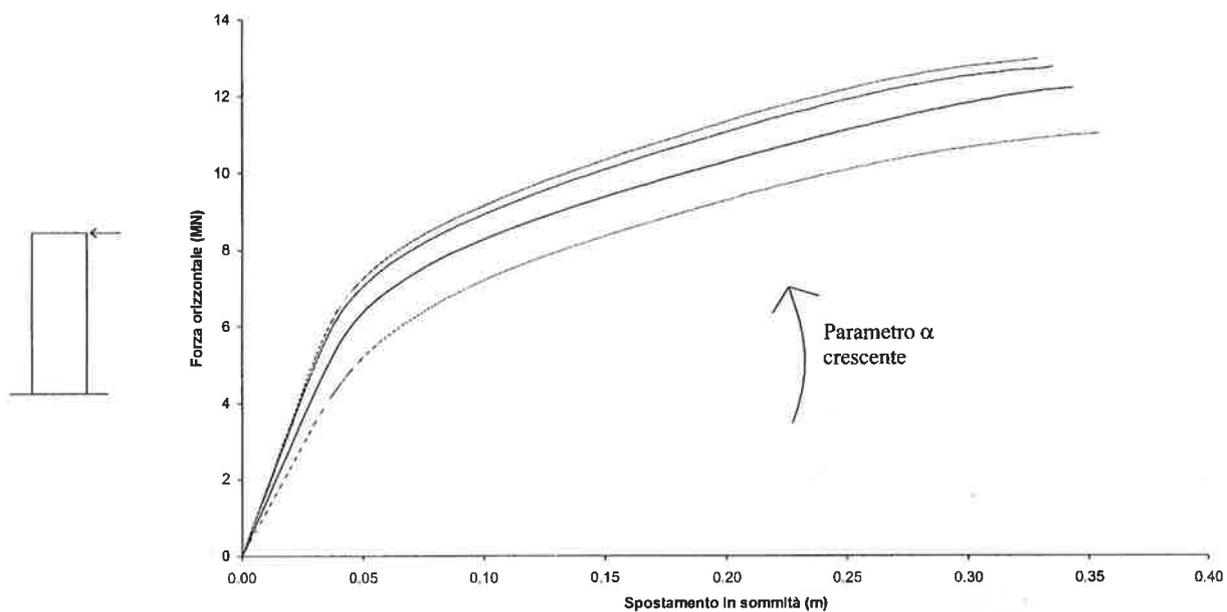


Figura 7: Curve Forza - Spostamento per flessione nel piano della lama al variare del parametro $\alpha = h_c/h_t$.

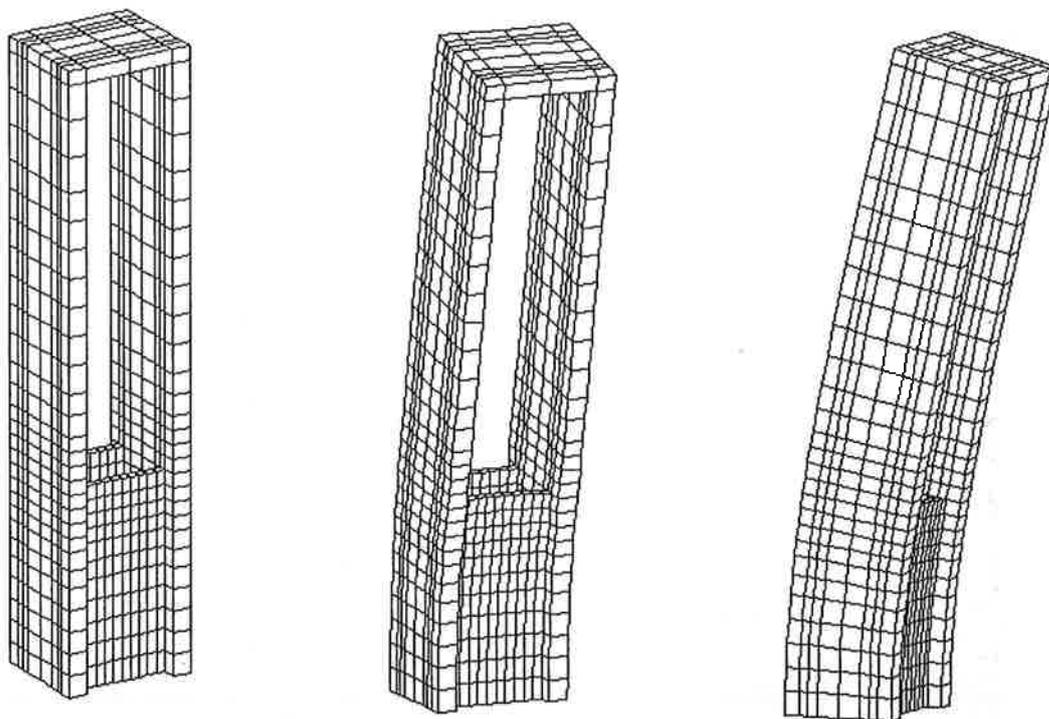


Figura 8: Mesh indeformata, e visione assonometrica della deformata per la pila inflessa nel piano della lama con altezza della sezione a cassone ad 1/3 dell'altezza totale ($\alpha = 1/3$).

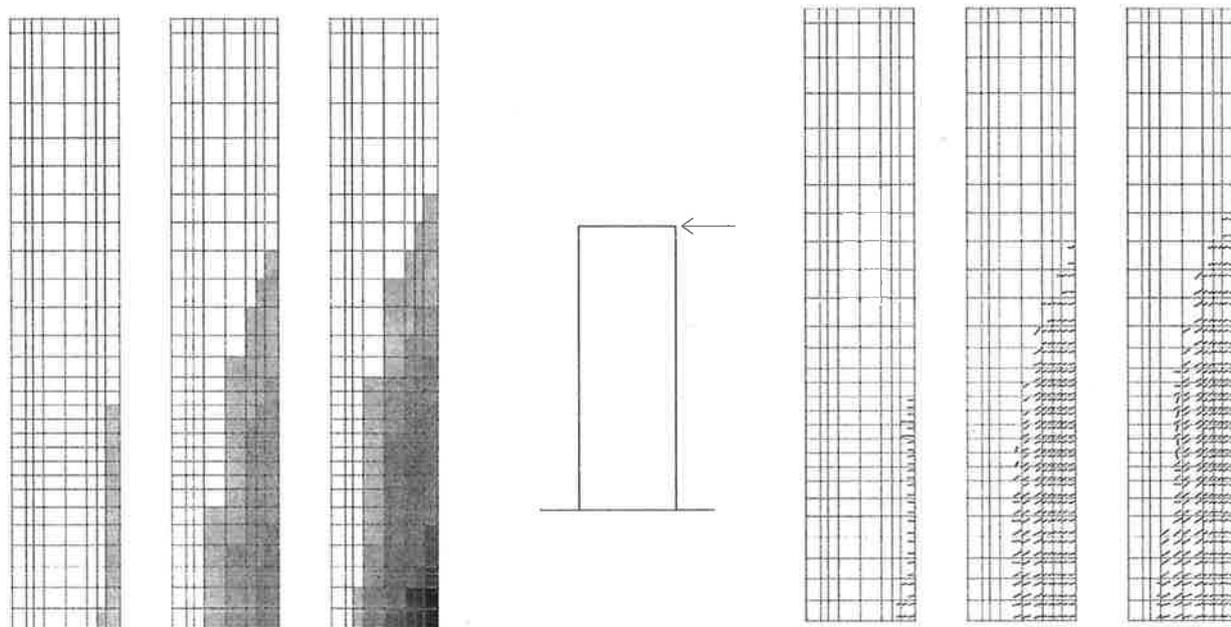


Figura 9: Quadro fessurativo e danneggiamento per la vista dal lato A. Situazioni al 50%, 75% e 100% del carico ultimo.

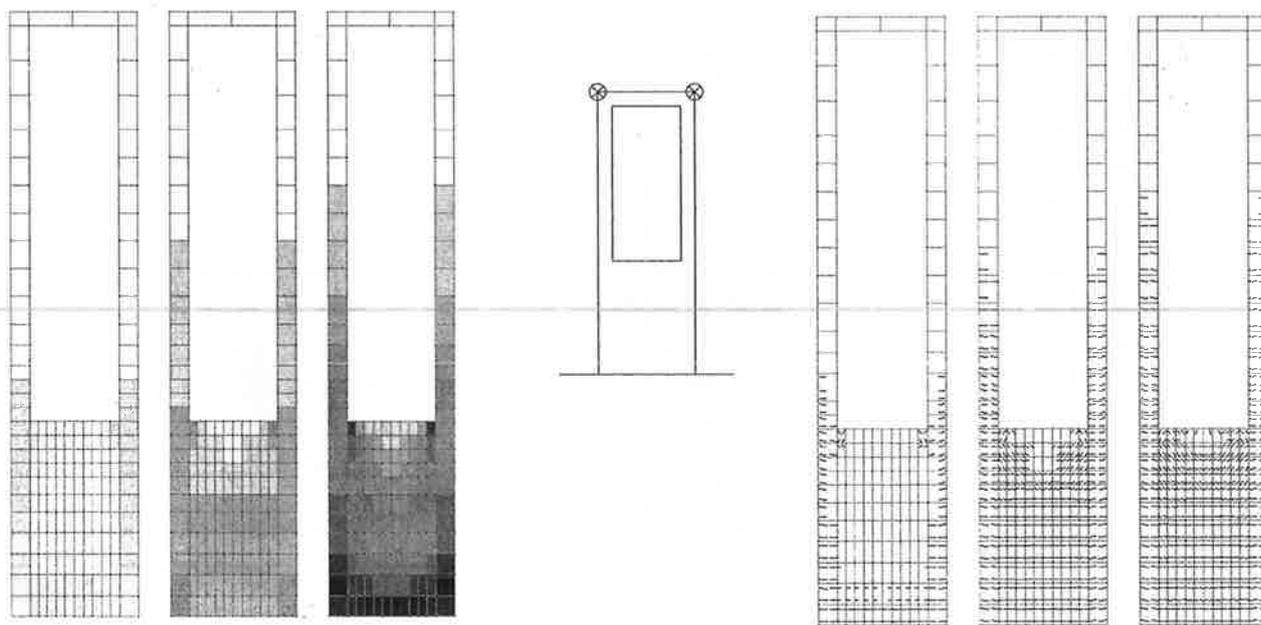


Figura 10: Quadro fessurativo e danneggiamento per la vista dal lato B. Situazioni al 50%, 75% e 100% del carico ultimo.

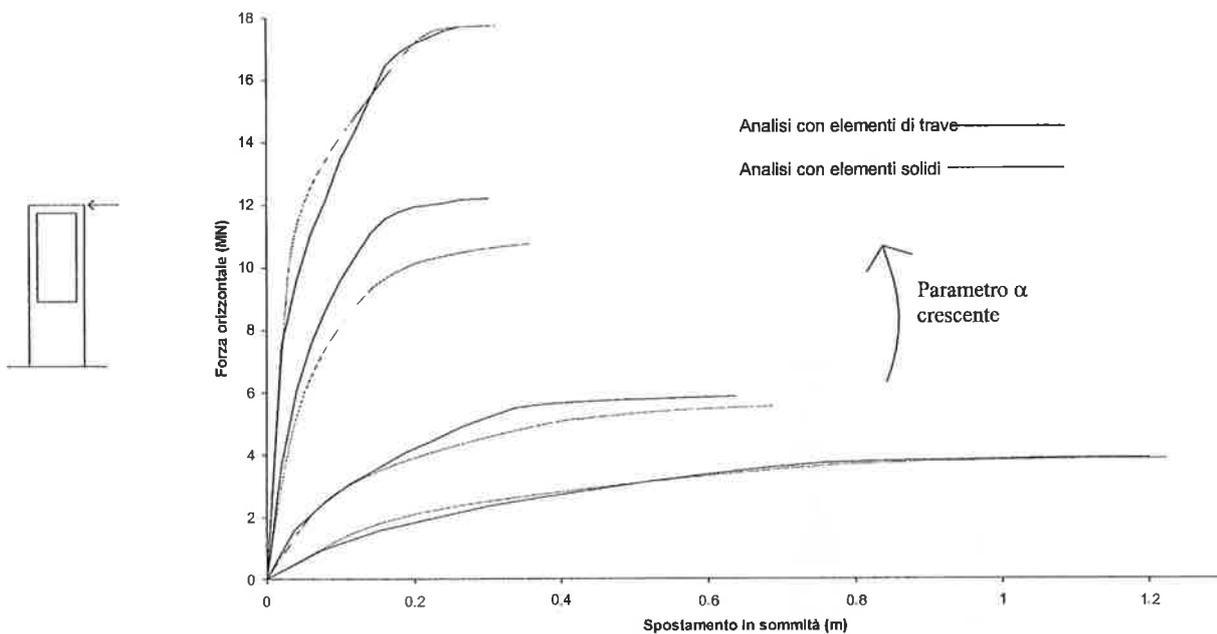


Figura 11: Curve Forza - Spostamento per flessione nel piano perpendicolare alle lame al variare del parametro $\alpha = hc/ht$.

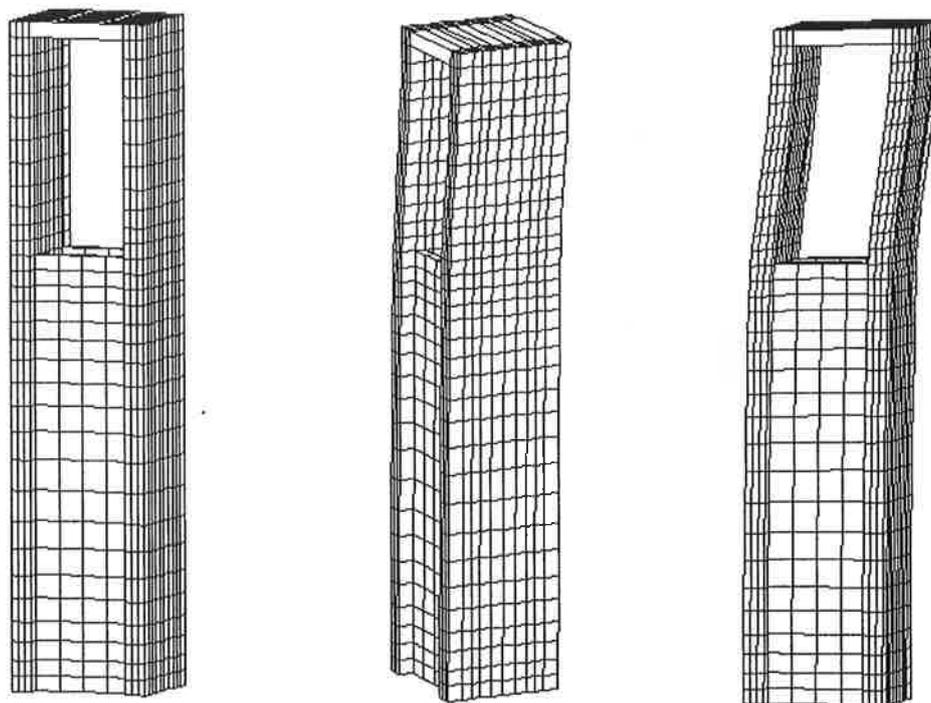


Figura 12: Mesh indeformata, e visione assometrica della deformata per la pila inflessa nel piano perpendicolare alle lame con altezza della sezione a cassone a 2/3 dell'altezza totale ($\alpha = 2/3$).

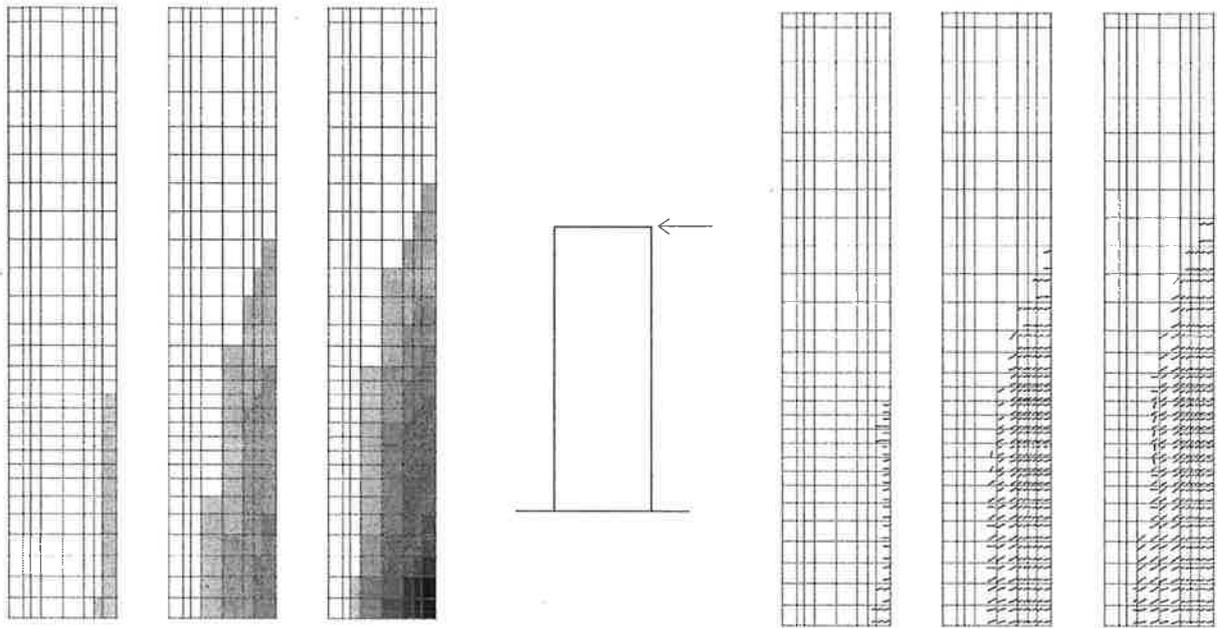


Figura 13: Quadro fessurativo e danneggiamento per la vista dal lato A. Situazioni al 50%, 75% e 100% del carico ultimo.

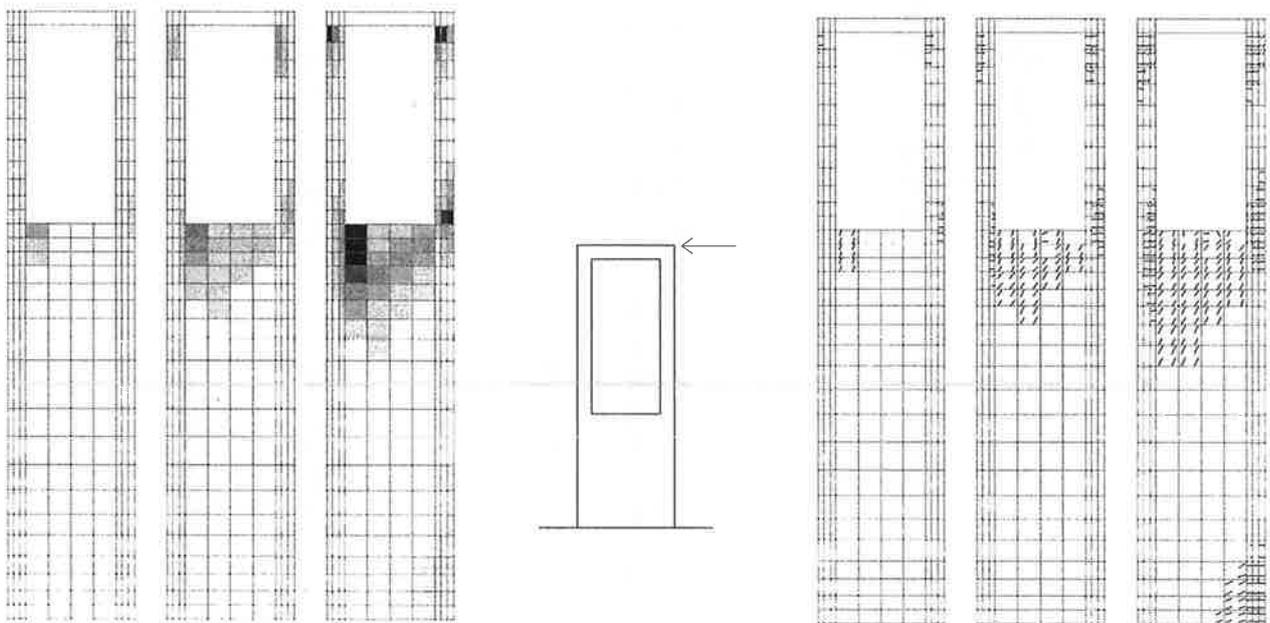


Figura 14: Quadro fessurativo e danneggiamento per la vista dal lato B. Situazioni al 50%, 75% e 100% del carico ultimo.

4. DISCUSSIONE DEI RISULTATI

Dalle analisi eseguite si può evidenziare che:

- Il caso di flessione nel piano della lama (figura 7) non suscita particolare interesse. Per la pila studiata, la variazione del parametro α causa un incremento massimo della resistenza di solo un 25% mentre la duttilità rimane invariata. Il quadro di fessurazione riportato in figura 9 (caso $\alpha = 1/3$) ed il quadro di danneggiamento, evidenziano il comportamento tipico di una trave inflessa, con fessure parallele all'asse della trave ai margini della sezione ed inclinate al suo interno per la presenza di deformazioni taglianti. Anche il quadro di danneggiamento è tipico di una trave inflessa, con un danno molto elevato in corrispondenza della zona di massimo momento. Il passaggio tra la parte a doppia lama e la parte a cassone inserisce nella struttura una sezione di discontinuità. Per flessione in questa direzione il comportamento flessionale delle due parti risulta simile, e la sezione di discontinuità provoca solamente la nascita di una zona di diffusione, localizzata nella costolatura del cassone che unisce le 2 lame. Sia il quadro fessurativo, sia il quadro di danneggiamento di figura 10 evidenziano questo comportamento.

- Per flessione nel piano perpendicolare alle lame, il comportamento strutturale cambia radicalmente al variare del parametro α . I valori di resistenza ottenuti con $\alpha = 1$ sono 4 volte superiori di quelli ottenuti con $\alpha = 0$, mentre la duttilità diminuisce della stessa misura. Questo comportamento è dovuto alle diverse risposte strutturali che possiedono le singole parti (parte a cassone e parte a doppia lama); si noti dalla figura 12, come l'elevata deformabilità della parte a doppia lama porti a concentrare lo spostamento orizzontale nella parte superiore della pila.

- In figura 11 oltre alle curve Forza – Spostamento ricavate da un'analisi tridimensionale, sono riportate anche le curve ricavate da un'analisi a trave [1], [2]. Si noti come per $\alpha = 0$ e per $\alpha = 1$ (sezione uniforme lungo l'altezza della pila) le curve ottenute dalle due diverse modellazioni vengano a coincidere, mentre per $\alpha = 1/3$ ed a maggior ragione per $\alpha = 2/3$, un'analisi con elementi di trave porti a sovrastimare la resistenza della struttura (nel caso considerato di un 20%)

- In questo caso è interessante indagare anche il quadro fessurativo ed il danneggiamento della struttura. Come si può notare dalle figure 13 e 14 vi sono varie zone fessurate. La parte a doppia lama avente in sommità un collegamento rigido, si comporta come un telaio flessibile incastrato nella parte sottostante a cassone. La fessurazione ed il danneggiamento all'interno delle due lame è tipico delle travi inflesse (fessurazione nelle zone di momento massimo). Si nota poi una piccola zona danneggiata alla base della pila, nella sezione a cassone, ed un danneggiamento molto accentuato al di sotto della sezione di discontinuità doppia lama – cassone. Questo danneggiamento è provocato sia da fenomeni diffusivi derivanti dall'espandersi delle tensioni dalla zona a doppia lama alla zona a cassone, sia (e soprattutto) dall'instaurarsi di un meccanismo

puntoni e tiranti (quadro fessurativo di figura 14) atto al trasporto delle forze di scorrimento da una lama all'altra. Un'analisi eseguita con elementi di trave non riesce a cogliere quest'aspetto del comportamento della struttura e sovrastima perciò la resistenza. L'errore risulterà tanto maggiore quanto più tozza risulterà essere la pila.

5. CONCLUSIONI

Si è esaminata la risposta strutturale di pile da ponte a doppia lama, mettendo in evidenza l'importanza di un'analisi tridimensionale atta a cogliere in maniera opportuna sia la deformabilità sia il danneggiamento della struttura. In particolare i confronti eseguiti tra una modellazione tridimensionale ed una con elementi trave di una pila a profilo misto mostrano che quest'ultima tende a sovrastimare la capacità portante a flessione poiché non è in grado di cogliere il danneggiamento dovuto alla trasmissione delle forze di scorrimento tra le due lame.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] BIONDINI F. – 2000, “*Strutture da ponte soggette ad azioni di tipo sismico. Modellazione ed ottimizzazione*”, **Tesi di Dottorato**, Politecnico di Milano.
- [2] BIONDINI F., BONTEMPI F., MALERBA P.G., MARTINEZ Y CABRERA F. – 1999, “*Analisi non lineare di pile da ponte a doppia lama*”, **Giornate AICAP**, Torino 4 - 6 novembre 1999 vol. 2 pag. 103-112.
- [3] BONTEMPI F., MALERBA P.G., ROMANO L. – 1995, “*Formulazione diretta secante dell'analisi non lineare di telai in C.A./C.A.P.*”, **Studi e Ricerche**, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato, Politecnico di Milano, 16, 351-386.
- [4] MALERBA P.G., (Ed.) – 1998, “*Analisi limite e non lineare di strutture in cemento armato*”, **CISM Udine**.
- [5] MANCINI G., MARTINEZ Y CABRERA F., PISANI M.A., RECUPERO A. – 1998, “*Behavior of Nonlinearly Restrained Slender Bridge Piers*”, **ASCE Journal of Bridge Engineering**, 3(3), 126-131.
- [6] SGAMBI L., - 2001, “*Modellazione tridimensionale di strutture in C.A. e C.A.P. in campo non lineare*”, **Tesi di Specializzazione**, Scuola “F.lli Pesenti”, Politecnico di Milano.
- [7] Vecchio, - 1989, “*Non linear finite element analysis of reinforced concrete membranes*”, **ACI Structural Journal**.

PROGETTAZIONE OTTIMALE DI STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO DI ASSEGNATE PRESTAZIONI

Fabio Biondini¹, Franco Bontempi², Angelo Simone³

¹ Assegnista di Ricerca, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

² Professore, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Roma «La Sapienza».

³ Dottorando, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

SOMMARIO

Si presenta una metodologia per la progettazione ottimale di strutture in cemento armato di assegnate prestazioni (performance-based design). La procedura proposta è stata derivata utilizzando un modello di analisi a pannelli e correnti ed una procedura di ottimizzazione che fa uso del metodo del simplesso. La risposta non-lineare della struttura è stata valutata sulla base delle ipotesi e dei legami costitutivi della Modified Compression Field Theory (MCFT). L'eccellente corrispondenza tra la curva carico-spostamento assegnata e quella che descrive la risposta di un elemento strutturale così progettato evidenzia le potenzialità della procedura.

SUMMARY

An automatic procedure for the optimal design of reinforced concrete structures of prescribed performance (performance-based design) is presented. The proposed procedure has been derived using the stringer-and-panel method and an optimisation procedure based on the simplex method. The non-linear response of the structure has been computed using the Modified Compression Field Theory (MCFT). The excellent agreement between the prescribed and the computed load-displacement curve validates the procedure. Details of the methodology are fully elaborated.

1. INTRODUZIONE

La qualità di un sistema strutturale può essere migliorata in fase di progettazione cercando di realizzare, fra i tanti possibili, lo schema resistente più opportuno per il problema in esame. A questo scopo è utile l'impiego combinato di tecniche di analisi, che consentono di esprimere un giudizio sulla qualità della struttura, e tecniche di ottimizzazione, che permettono di scegliere fra diverse soluzioni progettuali alternative.

Una possibile modellazione dello schema strutturale fa riferimento a schemi discreti staticamente ammissibili composti da elementi soggetti a stato di sforzo costante. Tale approccio, che trova i suoi fondamenti teorici nell'ambito dell'analisi limite, permette generalmente un progetto accurato e consente la definizione di procedure efficienti ed adatte ad essere automatizzate. Una delle tecniche che trovano collocazione in questo contesto è la modellazione a pannelli e correnti (Stringer-and-Panel) [3], [8], [11], [18], [20] che trova le sue origini nel

settore dell'ingegneria aeronautica [4], [5], [16], [23]. Il modello a pannelli e correnti richiede la suddivisione del continuo strutturale in macro elementi a funzioni differenziate, costituiti cioè da pannelli lavoranti a taglio e correnti lavoranti in trazione/compressione. Tramite opportuni criteri di progetto, questo tipo di modellazione consente così di reinterpretare i risultati dell'analisi strutturale di strutture in prevalente stato membranale in opportuni schemi resistenti e, quindi, di trarre utili indicazioni sulla disposizione delle armature.

Da quanto appena detto è chiaro come la scelta del modello, soggetta alle arbitrarietà di scelte in parte soggettive, possa influenzare in maniera anche sensibile la disposizione delle armature e, quindi, la realizzazione di schemi resistenti conformi alle prestazioni strutturali desiderate. Per superare queste limitazioni, il problema della definizione di un modello a pannelli e correnti in strutture di cemento armato può essere formulato come un problema matematico di ottimizzazione la cui soluzione identifica la morfologia interna del modello ottimale ovvero la suddivisione in pannelli e correnti che conduce ad un progetto dell'armatura in grado di assicurare assegnate prestazioni strutturali (performance-based design) [2].

Nel seguito, dopo aver introdotto la formulazione del problema di progetto, si richiamano i fondamenti teorici alla base del modello a pannelli e correnti e le procedure numeriche impiegate per la soluzione del problema di ottimizzazione. La risposta non-lineare della struttura viene in particolare valutata sulla base delle ipotesi e dei legami costitutivi della Modified Compression Field Theory [22]. Un'applicazione al caso di una trave alta mostra infine le potenzialità della procedura proposta, evidenziando l'eccellente corrispondenza tra la curva carico-spostamento assegnata in fase di progetto e quella che descrive l'effettiva risposta dell'elemento strutturale così dimensionato.

2. PERFORMANCE-BASED DESIGN: CONCETTI DI BASE E FORMULAZIONE

Si consideri un problema di progetto dipendente da N variabili raccolte nel vettore $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T$ appartenente allo spazio di progetto N -dimensionale X . Il volume strutturale V è definito in forma parametrica dalle coordinate $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ nello spazio Euclideo tridimensionale \mathcal{R} . Un'ulteriore dimensione del problema è associata al parametro temporale t che controlla l'evoluzione della storia di carico in un intervallo T . Inoltre, sia $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ un campo vettoriale di M variabili di stato $\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \dots \ \Omega_M]^T$ che descrive la prestazione strutturale al tempo $t \in T$ in corrispondenza di ogni punto $\mathbf{z} \in V$ e per il generico progetto $\mathbf{x} \in X$. Nel vettore $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ si possono

ovviamente raccogliere quantità che rappresentano diversi e numerosi aspetti del comportamento strutturale (p.e. quantità associate a forze e spostamenti, deformazioni e sforzi, etc.).

Se si introduce un campo vettoriale $\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{z}, t)$, indipendente dal progetto \mathbf{x} e rappresentante alcune prestazioni ottime definite a priori, è possibile definire un *indice di deviazione* $\Gamma = \Gamma(\mathbf{x})$ che misura la *distanza* del progetto attuale \mathbf{x} da quello desiderato:

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \left\| \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t) - \hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{z}, t) \right\|_{\mathbf{z} \in V, t \in T} \quad (1)$$

In questo modo, il progetto $\hat{\mathbf{x}}$ che più si avvicina al campo ottimo $\hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{z}, t)$ è associato alla soluzione del seguente problema di ottimizzazione:

$$\min_{\mathbf{x} \in X} \Gamma(\mathbf{x}) \quad (2)$$

che costituisce, nel caso generale, un problema di programmazione non lineare.

Dal punto di vista geometrico, il campo vettoriale $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ definisce una iper-superficie in un'iper-spazio a M dimensioni mappato dallo spazio $4N$ -dimensionale $X \times \mathcal{R} \times T$. Il processo progettuale comunque è spesso governato da un numero ridotto di variabili di stato, definite eventualmente anche solo in alcuni punti del volume strutturale. Si consideri, ad esempio, il singolo campo di spostamento $u = u(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ valutato nel punto P di coordinate \mathbf{z}_P , ovvero $\Omega_1 = u_P = u(\mathbf{x}, \mathbf{z}_P, t)$, ed il singolo campo di forza $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ valutato nel punto Q di coordinate \mathbf{z}_Q , ovvero $\Omega_2 = f_Q = f(\mathbf{x}, \mathbf{z}_Q, t)$. In questo caso, il campo vettoriale di controllo risultante è

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, t) = [\Omega_1 \ \Omega_2]^T = [u_P \ f_Q]^T \quad (3)$$

Quando $P \equiv Q$ la corrispondente iper-superficie si riduce alla più usuale curva carico-spostamento in un dato punto della struttura. In questo modo, il campo ottimo $\hat{\boldsymbol{\Omega}}(t)$ viene a coincidere con una curva carico-spostamento di riferimento $f_P = f_P(u_P)$ in base alla quale è possibile controllare la rigidità iniziale della struttura (stato limite di servizio) e le caratteristiche di resistenza e duttilità (stato limite ultimo).

In questo lavoro si fa riferimento ad elementi bidimensionali in cemento armato in stato piano di sforzo. Le variabili di progetto considerate sono lo spessore e la quantità e posizione delle armature. Potrebbe quindi sembrare utile identificare il vettore \mathbf{x} con queste quantità. In realtà, una descrizione dettagliata dello schema resistente può portare ad una dimensione N dello spazio di progetto X elevata, almeno se non si specificano preliminarmente alcuni criteri aggiuntivi di progetto. Per questa ragione, si preferisce assumere

come variabili di progetto i parametri che definiscono un modello strutturale che, considerando implicitamente tali criteri, permetta di progettare direttamente le armature. Si introduce a tale scopo la modellazione a pannelli e correnti già richiamata.

3. IL MODELLO A PANNELLI E CORRENTI: CONCETTI DI BASE E CRITERI DI PROGETTO

La tecnica progettuale nota come modello a pannelli e correnti è stata ed è tuttora utilizzata con successo nel progetto preliminare di parti strutturali aeronautiche [4], [5], [23]. La sua popolarità deriva dalla semplicità di impostazione delle procedure di analisi e dalla notevole corrispondenza tra realtà strutturale e modello. Si consideri, infatti, il caso di una fusoliera che può essere schematizzata utilizzando classi di macro elementi a funzioni differenziate, ovvero utilizzando pannelli, lavoranti a taglio, per le lamiere di rivestimento e correnti, lavoranti in trazione/compressione, per l'ossatura.

In campo civile, un metodo concettualmente simile ha dominato la scena sin dai primi tentativi di impostazione sistematica della fase progettuale [12]. Tale metodologia vede la luce nei primi anni del secolo scorso e si basa sulla suddivisione del continuo in opportune componenti resistenti costituite da puntoni e tiranti (Strut-and-Tie) [17], in analogia con quanto prevede il modello a pannelli e correnti. Il passaggio del modello a pannelli e correnti dal campo aeronautico al campo civile deriva dalla osservazione della disposizione delle armature nelle strutture in prevalente stato di sollecitazione membranale. In queste strutture, l'armatura è disposta sotto forma di rete nelle zone soggette a sollecitazioni di taglio, mentre è sotto forma di fasci di armatura discreta in corrispondenza dei carichi concentrati e degli appoggi. Sulla base di queste considerazioni si trasforma quindi la struttura in un assemblaggio di pannelli e correnti (Fig. 1) [3], [6], [9]. Questo schema discreto si presta bene allo studio dei problemi diffusivi e viene usato come base per una analisi ad elementi finiti, assegnando ai pannelli le tensioni tangenziali ed ai correnti le tensioni normali. Dettagli sulla implementazione del metodo possono essere trovati in [1], [18], [19].

Una volta sviluppata l'analisi, la fase di progettazione può essere impostata in forme diverse. Usualmente si progetta allo stato limite ultimo e successivamente si verifica la rispondenza della soluzione ottenuta nei riguardi degli stati limite di esercizio. Anche il progetto allo stato limite ultimo può essere a sua volta variamente sviluppato, a seconda di come si intenda far lavorare il calcestruzzo e l'acciaio [7], [18], [21] e ripartire le azioni tra i due ordini di barre della maglia di armatura.

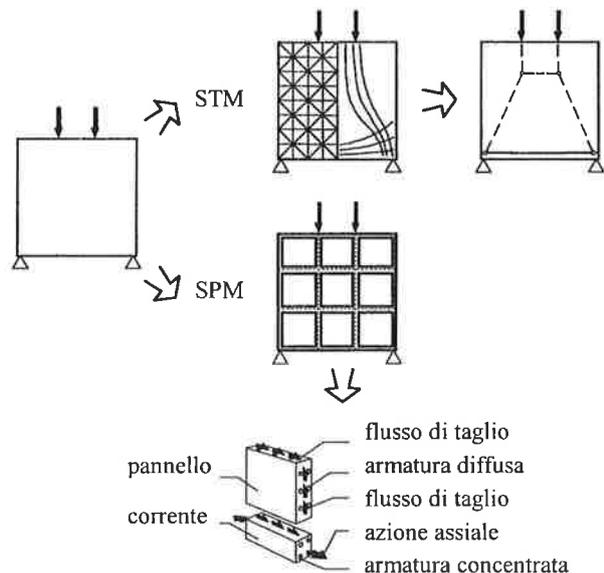


Figura 1. Schemi discreti nel progetto strutturale.

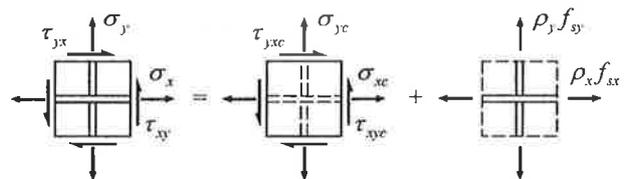


Figura 2. Sovrapposizione degli sforzi in un elemento di membrana.

In questa sede, ci si limita al caso del procedimento di progetto più semplice e, peraltro, di maggior interesse applicativo, che considera elementi in cui entrambi gli ordini di armatura si snervano prima dello schiacciamento del calcestruzzo (rottura di tipo duttile-duttile).

Il dimensionamento dei pannelli e dei correnti viene effettuato sulla base dei risultati dell'analisi elastica lineare svolta con il modello a pannelli e correnti. I correnti, data la variabilità dello sforzo assiale, possono risultare tesi, compressi o parzialmente tesi e compressi. Il loro dimensionamento e la corrispondente verifica del calcestruzzo fanno riferimento ai criteri seguiti per la modellazione Strut-and-Tie. Come già premesso, per il dimensionamento dei pannelli si assume una modalità di crisi di tipo duttile-duttile nella quale entrambi gli ordini di armatura raggiungono la crisi per snervamento prima che avvenga lo schiacciamento del calcestruzzo [13].

Con riferimento alla Fig. 2, dall'equilibrio di un elemento di membrana e dalla successiva decomposizione dello stato di sforzo nei contributi relativi a calcestruzzo e acciaio, si ottengono, considerando solo tensioni tangenziali, la tensione principale di compressione nel calcestruzzo:

$$\sigma_c = -\frac{\tau_{xy}}{\sin \alpha \cos \alpha} \quad (4)$$

e le percentuali di armatura:

$$\rho_x = \frac{\tau_{xy} \tan \alpha}{f_x} \quad \rho_y = \frac{\tau_{xy} \cot \alpha}{f_y}, \quad (5)$$

dove con f_i si è indicato lo sforzo nell'armatura in direzione i ed α indica l'angolo che la direzione principale di trazione forma con l'asse x . La quantità totale di armatura $\rho_x + \rho_y$ risulta minima quando, considerando snervati entrambi gli ordini di armatura, si ha $\alpha = \text{atan}\sqrt{\lambda}$, con $\lambda = f_{yx}/f_{yy}$. Ne consegue:

$$\sigma_c = -|\tau_{xy}| \cdot \left[\sqrt{\lambda} + \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right] \quad (6)$$

$$\rho_x = \sqrt{\lambda} \cdot \frac{|\tau_{xy}|}{f_{yx}} \quad \rho_y = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{|\tau_{xy}|}{f_{yy}}. \quad (7)$$

Le percentuali ρ_x e ρ_y rispondono al requisito di minimo volume di armatura. Per questi rapporti, lo sforzo nel calcestruzzo deve risultare $-f_c^* < \sigma_c < 0$, con $f_c^* = \nu \cdot f_{cd}$ dove ν è il fattore di efficienza.

I criteri di progetto allo stato limite ultimo dei correnti teso e compresso sono gli stessi seguiti per tiranti e pilastri e verranno trattati separatamente. Nel contesto di tutto l'insieme strutturale, particolare cura andrà posta nel realizzare efficaci collegamenti tra le armature di confinamento dei fasci di barre dei correnti e le armature diffuse delle pareti. Per il corrente teso si trascura la resistenza a trazione del calcestruzzo e si considera il solo contributo dell'armatura. Indicata con A_s l'area della sezione resistente di acciaio e con $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ la corrispondente tensione di calcolo, è $N = A_s \cdot f_{yd}$ e con riferimento alla massima azione di trazione si ha:

$$A_s = \frac{N_{max}}{f_{yd}}. \quad (8)$$

Per il corrente compresso, le sezioni di calcestruzzo e acciaio andranno determinate in modo da soddisfare la relazione:

$$N = \beta \cdot f_{cd} \cdot (A_c - A_s) + f_{yd} \cdot A_s \quad (9)$$

dove, con riferimento alle norme italiane, è $\beta = 0.85$, $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ e $\gamma_c = \gamma_c$ o $\gamma_c = 1.25 \cdot \gamma_c$, a seconda che il corrente sia in adiacenza ad un pannello o isolato come un semplice pilastro.

Nel caso di azioni assiali di forte intensità o di azioni locali quali si manifestano in corrispondenza di zone di appoggio o di applicazione di carichi concentrati, anziché aumentare la dimensione del corrente per realizzare inspessimenti, lesene, etc., si può fare ricorso ad armature locali di confinamento [18] ed ottenere un incremento di portanza allo SLU per effetto degli stessi meccanismi che si attivano nei pilastri cerchiati. Come noto, in un percorso di carico fino a rottura, la presenza di un'armatura di confinamento contrasta la progressiva espansione laterale del calcestruzzo compresso e genera uno stato di compressione triassiale che porta ad incrementare duttilità e resistenza. La maggiore resistenza a compressione del calcestruzzo può, sotto certe condizioni, essere espressa come:

$$f_{c,conf} = f_c + 4 \cdot f_{conf}, \quad (10)$$

dove $f_{c,conf}$ è la resistenza a compressione del calcestruzzo confinato, f_c è la resistenza a compressione del calcestruzzo non confinato e f_{conf} è lo sforzo di confinamento calcolato nell'ipotesi che l'armatura trasversale (in genere una spirale d'acciaio) si snervi in concomitanza della crisi del pilastro. La corrispondente percentuale di armatura trasversale è data da

$$\rho_{conf} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{A_c}{A_{conf}} - 1 \right) \cdot \frac{f_c}{f_y}, \quad (11)$$

dove A_{conf} è l'area della sezione di calcestruzzo confinata. Passando alle quantità di progetto, la relazione precedente fornisce la percentuale d'armatura trasversale necessaria.

4. IL PROGETTO OTTIMALE CON L'AUSILIO DEL MODELLO A PANNELLI E CORRENTI

Sulla base dei criteri precedenti, la definizione dell'armatura per un elemento in cemento armato può essere univocamente definita sulla base di un adeguato modello a pannelli e correnti. A tale proposito, si definisca con y un vettore contenente le quantità di armatura relative ai correnti e ai pannelli, con x un vettore contenente lo spessore dell'elemento e le coordinate nodali che definiscono la geometria del modello. Formalmente risulta $y=y(x)$ ed il problema iniziale di ottimizzazione può essere riformulato in funzione delle variabili ausiliarie di progetto x invece che in funzione di quelle principali y .

Un tale problema di ottimizzazione può essere risolto tramite il metodo del semplice [10], noto nella sua formulazione di base come downhill simplex method [14], [15]. Le caratteristiche fondamentali di questo metodo sono: 1) la robustezza della convergenza,

al costo però dell'elevato numero di valutazioni della funzione obiettivo; 2) il campo di variabilità della ricerca della soluzione ottima, ovvero la tendenza ad esplorare una regione abbastanza ampia dello spazio dei parametri X dando così notevoli garanzie riguardo all'esclusione di punti di minimo locale; 3) il vantaggio di richiedere solo la funzione obiettivo e non le sue derivate. In breve, il metodo è basato sulla definizione di un semplice, ovvero di un iper-poliedro individuato da $N+1$ vertici \mathbf{x} linearmente indipendenti che delimita un volume convesso nello spazio N -dimensionale X . La corrispondenza tra i vertici che definiscono il semplice e il generico schema strutturale individuato dal vettore \mathbf{x} corrispondente è evidenziata in Fig. 3.



Figura 3. Corrispondenza tra i vertici del semplice ed il generico modello strutturale.

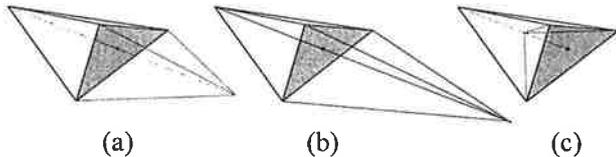


Figura 4. Passi elementari dell'algoritmo di soluzione: (a) riflessione; (b) espansione; (c) contrazione.

Dopo la scelta euristica di un semplice iniziale, il metodo muove verso una soluzione ottimale attraverso diversi passi base che hanno inizio con la riflessione del vertice peggiore \mathbf{x}_W , ovvero il vertice associato al valore più elevato della funzione obiettivo $\Gamma = \Gamma(\mathbf{x})$, attraverso le facce opposte del semplice (Fig. 4a). Se il nuovo vertice \mathbf{x}_R risulta essere ancora il peggiore, un miglioramento si ottiene attraverso una espansione (Fig. 4b) o una contrazione (Fig. 4c) del semplice. Nel caso contrario, un nuovo vertice viene selezionato e la procedura viene ripetuta fino a quando una soluzione ottima viene trovata. In maggiore dettaglio, definendo con $\bar{\mathbf{x}}$ il centro di gravità del semplice,

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i, \quad (12)$$

ogni singolo movimento viene espresso mediante un vettore $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_W$ tramite la seguente relazione:

$$\mathbf{x}_R = \mathbf{x}_W + \alpha \mathbf{v} = \mathbf{x}_W + \alpha(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_W) = \alpha \bar{\mathbf{x}} + (1 - \alpha) \mathbf{x}_W, \quad (13)$$

in cui $\alpha \geq 0$ è un opportuno fattore adimensionale ($\alpha = \alpha_R$ per la riflessione e $\alpha > \alpha_R$ o $\alpha < \alpha_R$ per l'espansione e la contrazione, rispettivamente). Chiaramente, il processo di ricerca è vincolato alla regione ammissibile di X .

Assegnato lo schema di armatura $\mathbf{y} = \mathbf{y}(\mathbf{x})$, associato al vettore di progetto \mathbf{x} variato durante il processo di ottimizzazione, si valuta l'indice di deviazione dalla prestazione assegnata $\Gamma = \Gamma(\mathbf{x})$ sulla base della risposta strutturale dedotta attraverso un'analisi non lineare ad elementi finiti. Come già precisato il modello del materiale impiegato in questo lavoro si basa sulla Modified Compression Field Theory [22]. Questo legame considera il calcestruzzo fessurato come un materiale composito iperelastico, non-lineare e ortotropo, avente armature diffuse ortogonali e con fessure rotanti diffuse. Equilibrio e compatibilità sono formulati in termini di sforzi e deformazioni medie.

5. APPLICAZIONI

Si vuole progettare lo spessore e le armature di una trave semplicemente appoggiata avente luce di 480 cm e altezza di 160 cm. La trave è soggetta all'azione di un carico concentrato $F = 600$ kN applicato ad un $1/4$ della luce dal lato sinistro. Le principali proprietà costitutive dei materiali sono: (1) Calcestruzzo: resistenza a compressione 30 MPa, resistenza a trazione 3 MPa, fattore di efficienza 0.6 per i pannelli e 1.0 per i correnti; (2) Acciaio: tensione di snervamento 428 MPa, modulo di Young 210000 MPa, resistenza ultima 450 MPa. Lo spessore della trave, assunto inizialmente pari a 10 cm, può variare tra 5 cm e 15 cm.

La prestazione strutturale del sistema è valutata con riferimento al campo vettoriale

$$\Omega = \Omega(\mathbf{x}, t) = [u_p(\mathbf{x}, t) \quad f_p(\mathbf{x}, t)]^T, \quad (14)$$

con P punto di applicazione del carico. La curva carico-spostamento $\hat{f}_p = \hat{f}_p(\hat{u}_p)$ associata al campo ottimo $\hat{\Omega} = \hat{\Omega}(t)$ è definita nel piano (u, f) da una spline cubica per i punti $(0; 0)$, $(0.25U; 1.2F)$ e $(U; 1.5F)$, con $U = 10$ cm. Ciò premesso, l'indice di deviazione dalla prestazione assegnata $\Gamma = \Gamma(\mathbf{x})$ viene così definito:

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \left\| \Omega(\mathbf{x}, t) - \hat{\Omega}(t) \right\|_{t \in T} = \frac{1}{F} \max_{t \in T} \left| \hat{f}_p - f_p \right| + \frac{1}{U} \max_{t \in T} \langle \hat{u}_p - u_p \rangle \quad (15)$$

con $\langle a \rangle = a$ se $a \geq 0$ e $\langle a \rangle = 0$ altrimenti. Si considera inoltre il vincolo di progetto $\rho_x = \rho_y$ in ogni pannello.

La Fig. 5 mostra l'evoluzione dell'indice Γ durante il processo di ottimizzazione in due successivi restarts. La bontà della soluzione ricavata dalla procedura è evidente dal confronto, riportato in Fig. 6a, tra la curva carico-spostamento calcolata per la struttura ottimale e quella di riferimento assegnata in fase preliminare. Come evidenziato in Fig. 6a, il primo snervamento si verifica subito dopo il raggiungimento del carico di progetto. Le curve associate a tutte le soluzioni esplorate nel corso del processo di ottimizzazione sono riportate in Fig. 6b assieme alle curve limite ottenute scalando di $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$ le ordinate della curva di riferimento. Lo spessore ottimo trovato risulta pari a 13.36 cm. La

griglia che definisce il modello a pannelli e correnti ottimo è definita dalle seguenti coordinate orizzontali (0, 120 cm, 149.1 cm, 233.4 cm, 312.4 cm, 443.9 cm e 480 cm) e verticali (0, 4.4 cm, 40.3 cm, 88.9 cm e 120 cm), misurate a partire dal lembo sinistro e dall'intradosso della trave. Arrotondamenti sono necessari ai fini del progetto per trasformare il design ottimo in un progetto reale. I passi di base della ricerca del modello a pannelli e correnti ottimo sono ripercorsi nella Fig. 7 mentre l'evoluzione della (i) fessurazione nel calcestruzzo, (ii) dello snervamento dell'acciaio e (iii) della crisi del calcestruzzo, come previsto dalla analisi non lineare basata sulla MCFT, viene illustrata in Fig. 8.

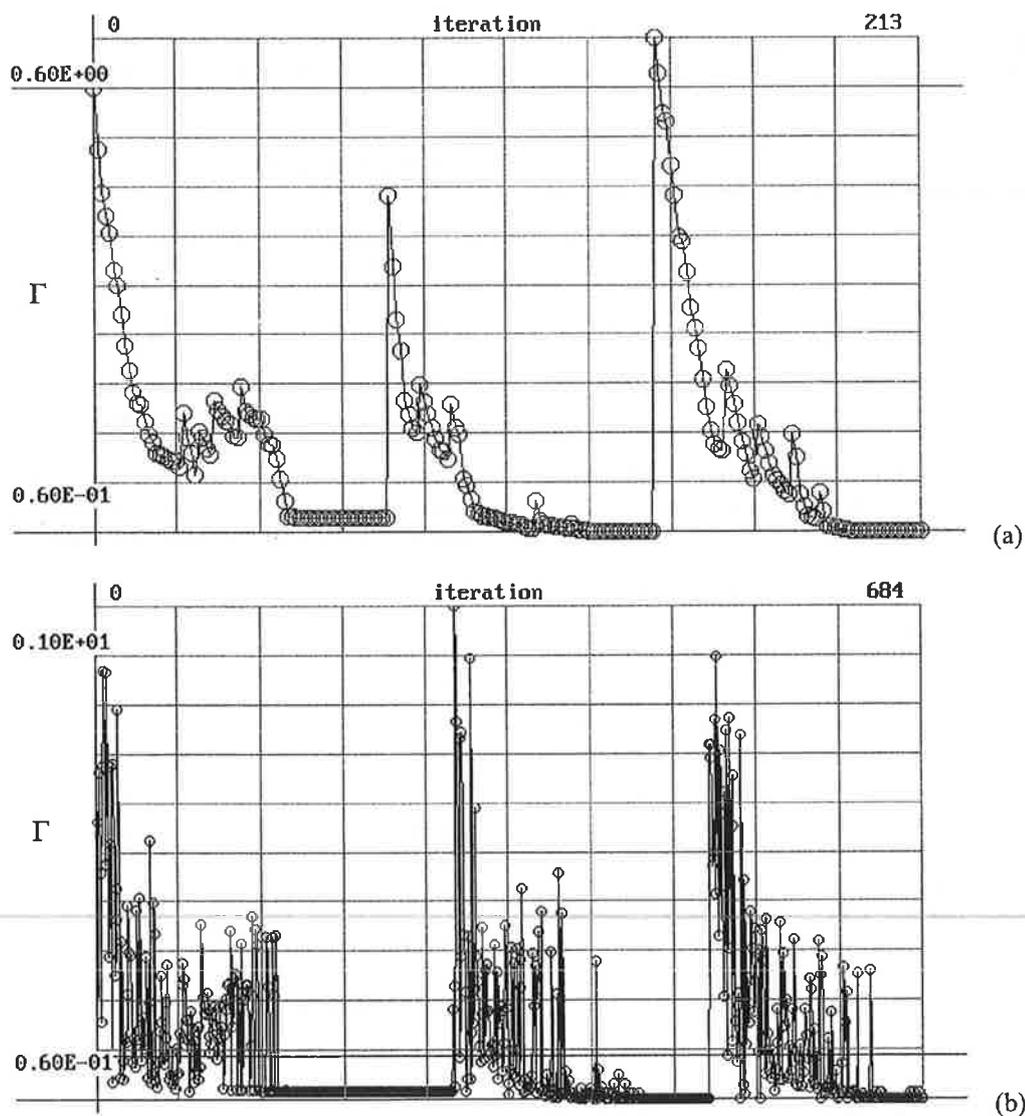
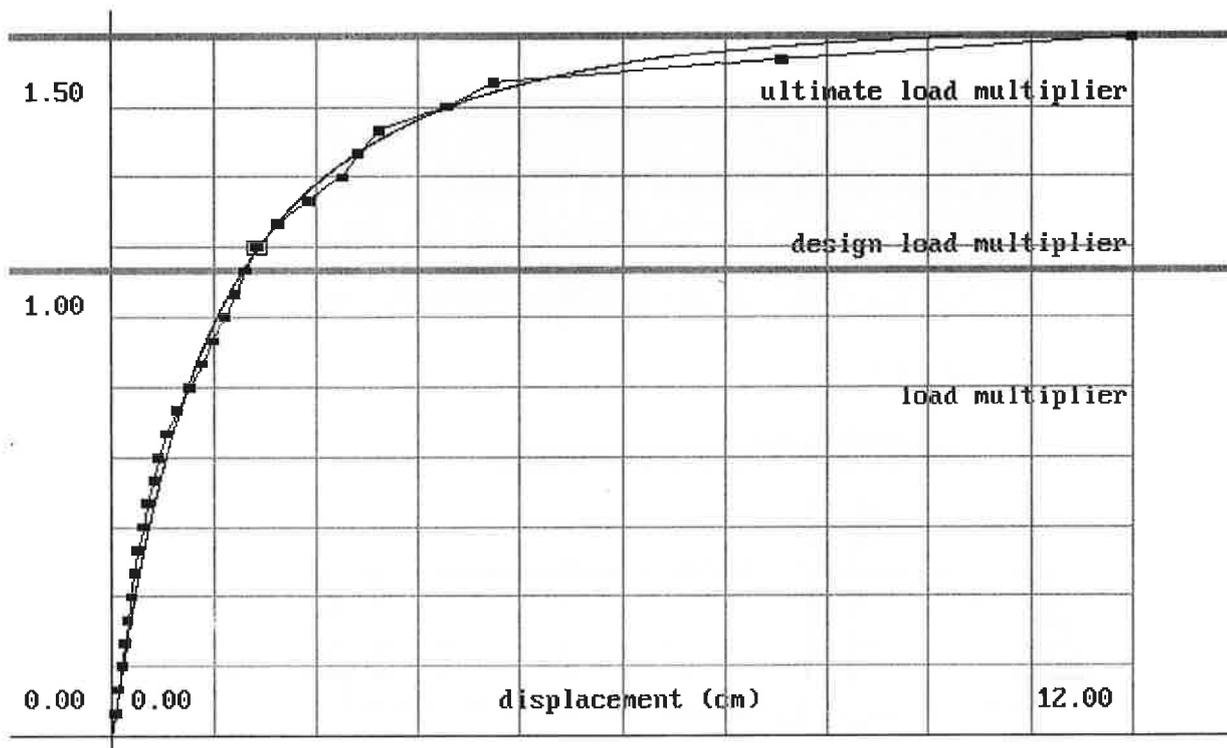
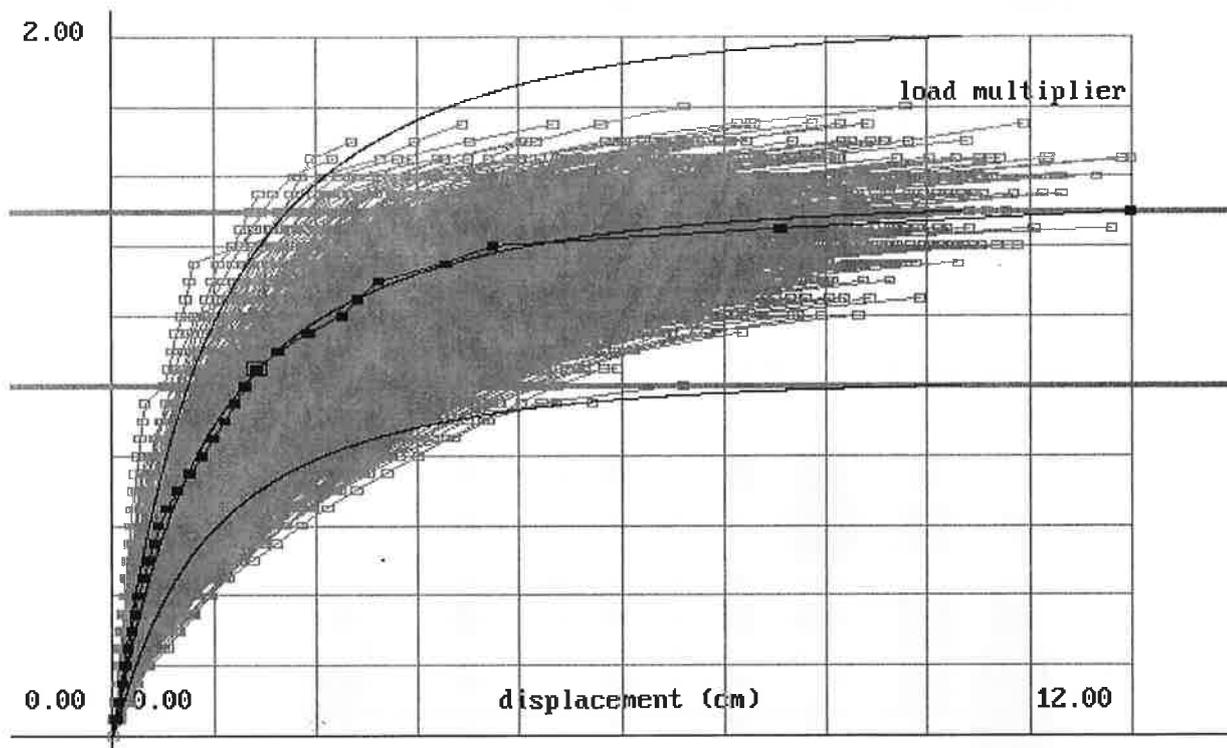


Figura 5. Evoluzione dell'indice Γ durante la procedura di ottimizzazione: (a) valore medio su tutti i vertici del semplice e (b) valori associati a ciascun vertice.



(a)



(b)

Figura 6. (a) Confronto tra la curva carico-spostamento ottenuta durante la simulazione (linea spezzata) e quella assegnata in fase di progetto (curva continua). (b) Sovrapposizione delle curve carico-spostamento associate a tutte le soluzioni esplorate durante il processo di ottimizzazione (sul diagramma sono tracciate per confronto anche la curva assegnata e due curve limite ottenute scalando di $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$ le ordinate della curva imposta).

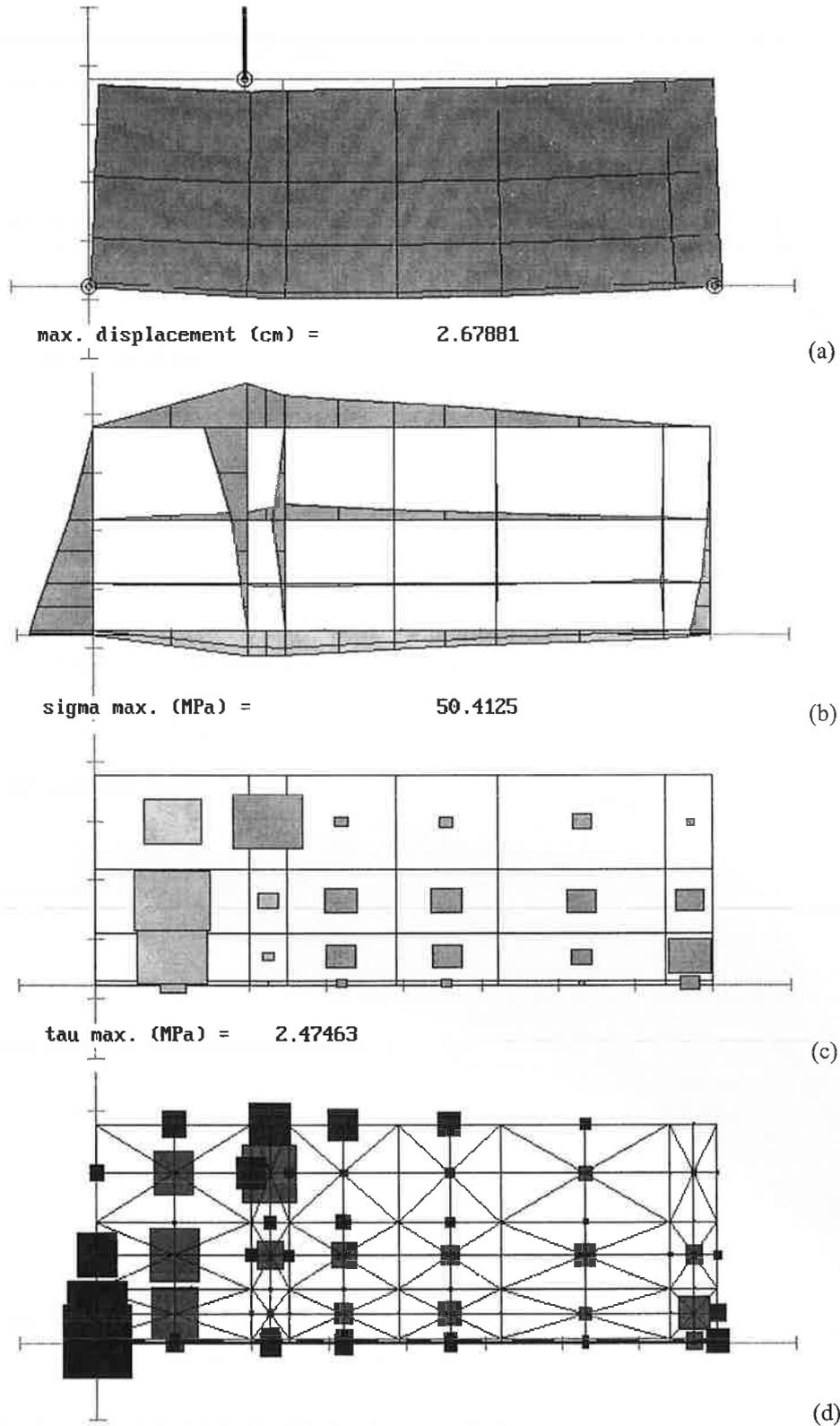
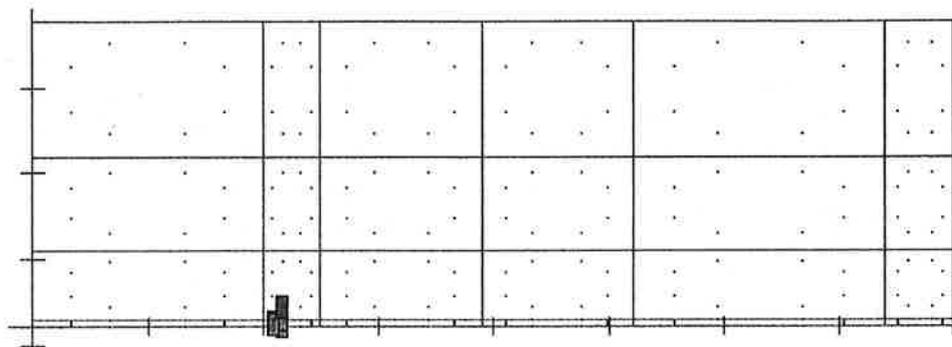
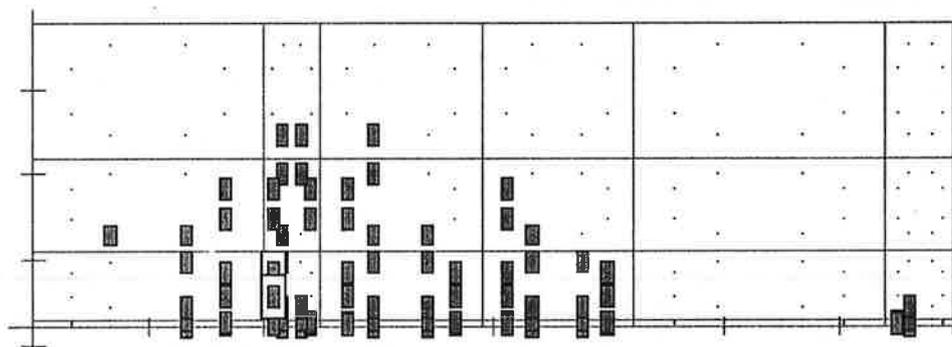


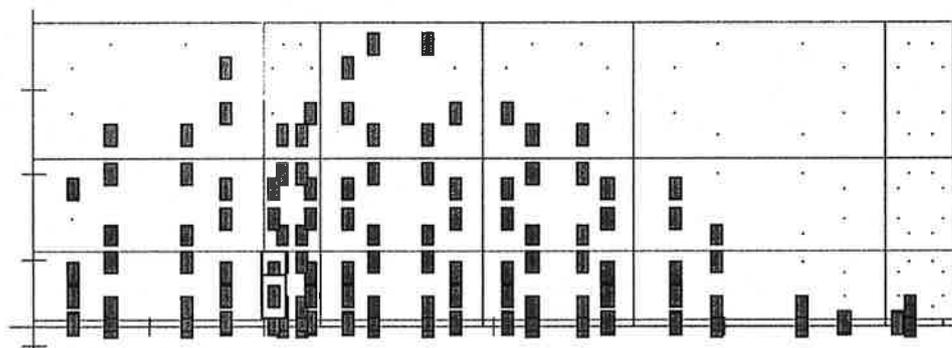
Figura 7. Modello a pannelli e correnti associato alla soluzione ottimale: (a) deformata; (b) diagramma delle tensioni normali nei correnti e (c) delle tensioni tangenziali nei pannelli (la dimensione dei quadrati è proporzionale ai corrispondenti valori delle tensioni); (d) quantità di armatura per i correnti (proporzionale alla dimensione dei quadrati neri - $A_{s,max}=10.5 \text{ cm}^2$) e per i pannelli (proporzionale alla misura dei quadrati grigi - $\rho_{max}=0.578\%$).



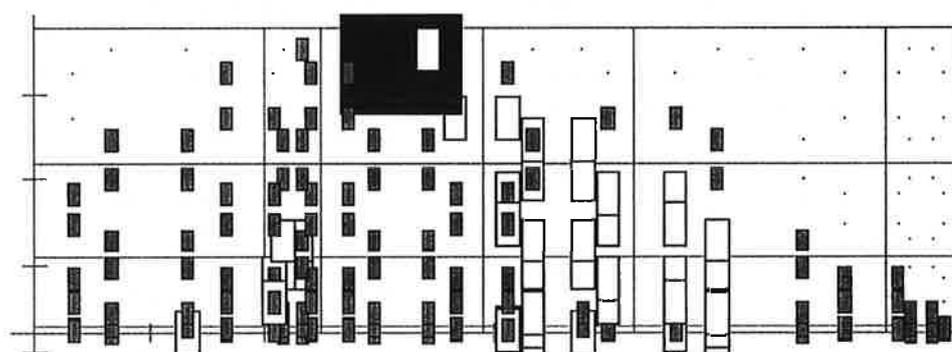
(a) $40\%F$



(b) $110\%F$



(c) $140\%F$



(d) $155\%F$

Figura 8. Modello a pannelli e correnti associato alla soluzione ottimale. Sviluppo (i) del quadro fessurativo nel calcestruzzo (rettangoli piccoli), (ii) dello snervamento delle armature (rettangoli medi) e (iii) dello schiacciamento del calcestruzzo (rettangoli grandi) per diversi livelli del carico di progetto F : (a) $40\%F$, (b) $110\%F$, (c) $140\%F$ e (d) $155\%F$.

6. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un metodo per la progettazione ottimale di strutture in cemento armato di assegnate prestazioni (performance-based design). Dopo aver introdotto un indice di deviazione che misura la distanza del progetto attuale da quello desiderato, il problema di progetto è stato formulato utilizzando un modello di analisi a pannelli e correnti ed una procedura di ottimizzazione basata sul metodo del simplesso.

L'esame dei risultati ottenuti evidenzia le notevoli potenzialità della procedura esposta, che consente di ottenere soluzioni strutturali con prestazioni pressoché identiche a quelle assegnate in fase preliminare. La metodologia proposta si presenta così come uno strumento progettuale completo, efficace e di ampia generalità.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BIONDINI F., BONTEMPI F., MALERBA P.G., SIMONE A. – 1999, "Stringer Panel Modellization of R.C. Elements", Proceedings of the First International Conference on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM), Seoul, August 23-25, 2, 937-948.
- [2] BIONDINI F., BONTEMPI F., MALERBA P.G., SIMONE A. – 2000, "Optimal reinforcement layout in concrete elements by using the stringer-and-panel method", Proceedings of the *Fourth International Colloquium on Structural Morphology*, Delft, The Netherlands, August 17-19, 171-178.
- [3] BLAAUWENDRAAD J., HOOGENBOOM P.C.J. – 1996, "Stringer Panel Model for Structural Concrete Design", *ACI Structural Journal*, 93(3), 295-305.
- [4] BRUHN E. F. – 1965, *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*, Tri-State Offset Company, Cincinnati, Ohio.
- [5] CURTIS, H. D. – 1997, *Fundamentals of Aircraft Structural Analysis*, Richard D. Irwin, Chicago, Illinois.
- [6] CEB-FIP – 1993, *Model Code '90*, Bulletin d'information N° 213/214, Thomas Telford, T. T. Services Ltd, London, Great Britain.
- [7] HAN, K. J., MAU, S. T. – 1988, "Membrane Behavior of R/C Shell Elements and Limits on Reinforcement", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 114(2), 425-444.
- [8] HOOGENBOOM P.C.J. – 1998, "Discrete Elements and Nonlinearity in Design of Structural Concrete Walls", *Tesi di dottorato*, Delft University of Technology.
- [9] KÆRN J.C – 1979, The Stringer Method Applied to Discs with Holes. *IABSE Colloquium: Plasticity in Reinforced Concrete*, Copenhagen, 29, 87-93.
- [10] LIPSON S.L., GWIN L.B – 1977, The Complex Method Applied to Optimal Truss Configuration. *Computers & Structures*, 7(3), 461-468.
- [11] MALERBA P.G. – 1999, "Modellization of the Diffusion Zones in R.C. Elements Through Discrete Schemes", Proc. of the *First Int. Conf. on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM) – Keynote Lecture*, Seoul, August 23-25, 1, 65-78.
- [12] MÖRSCH E. – 1912, *Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung*, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- [13] NIELSEN, M.P. – 1984, *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice Hall.
- [14] PRESS W.H., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A., VETTERLING W.T. – 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.
- [15] RAO S.S. – 1996, *Engineering Optimization. Theory and Practice*. John Wiley & Sons.
- [16] ROBINSON J.S. – 1966, *Structural Matrix Analysis for the Engineer*, John Wiley & Sons.
- [17] SCHLAICH, J., SCHÄFER, K. AND JENNEWIN, M. – 1987, "Toward a Consistent Design of Structural Concrete", *PCI Journal*, 32(3), 72-150.
- [18] SIMONE A. – 1998, "Progetto di strutture in c. a. con un Modello a Pannelli e Correnti", *Tesi di laurea*, a.a. 1997-98, relatori P. G. Malerba e F. Bontempi, Politecnico di Milano.
- [19] SIMONE A., MALERBA P.G. – 2001, "Schemi discreti nel progetto di strutture piane in c.a., il modello stringer-and-panel", in *Tecniche di progettazione "strut-and-tie" di elementi strutturali in cemento armato, S&T2001*, 16 Marzo, Firenze.
- [20] SIMONE A., MALERBA P.G., BONTEMPI F., – 1999, "Modellazione di zone diffusive in elementi in c.a. mediante il modello a pannelli e correnti", *Atti Giornate A.I.C.A.P. '99*, Torino, 4-6 Ottobre, 359-368.
- [21] THÜRLIMANN, B. – 1979, "Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams", *IABSE Colloquium, Plasticity in Reinforced Concrete*, Copenhagen, Introductory Report, V. 28, International Association for Bridge and Structural Engineerings, Zurich, Switzerland, 71-90.
- [22] VECCHIO F.J., COLLINS M.P. – 1986, "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", *ACI Structural Journal*, 83(2), 219-231.
- [23] WAGNER, H. – 1928, "Structures of Thin Sheet Metal, Their Design and Construction", *NACA Memo No. 490*.

LIMITI DI DUTTILITÀ DI SEZIONI ARMATE IN CONGLOMERATO AD ALTA E ALTISSIMA RESISTENZA SOGGETTE A PRESSOFLESSIONE

Lionello Bortolotti¹, Silvia Carta², Daniela Cireddu²

¹ Professore, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Cagliari.

² Dottoranda, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Cagliari.

SOMMARIO

Si analizza il comportamento a rottura di una sezione in conglomerato armato in regime di softening, al fine di individuare le curve di interazione di resistenza e di eccentricità, nonché i limiti di fragilità, con riferimento a conglomerati di tipo normale e ad altissima resistenza. Si mostra che un conglomerato ad altissima resistenza produce valori di duttilità superiori rispetto a uno di resistenza normale e inoltre che la curva di eccentricità correlata alla curva di resistenza permette di dimensionare i parametri della sezione in maniera da conseguire la duttilità voluta.

SUMMARY

The behaviour at failure of a reinforced concrete section under softening is analysed with the aim of locating the strength and eccentricity curves, as well as the fragility limits, with reference to normal-type, high strength concretes. It is shown that a high strength concrete produces higher ductility values than a normal strength concrete, and that thanks to the eccentricity curve which is correlated to the strength curve, it is possible to dimension the section parameters in such a way as to obtain the desired ductility.

1. INTRODUZIONE

È importante, per una sezione in conglomerato armato soggetta a pressoflessione, stabilire il limite di passaggio dal comportamento duttile a quello fragile e, inoltre, dirimere il dubbio se l'impiego di conglomerati ad altissima resistenza influisca positivamente o negativamente sulla duttilità delle sezioni e degli elementi strutturali o, in altri termini, favorisca il superamento del limite di fragilità. È quindi necessario individuare con precisione tale limite di fragilità al variare dei diversi parametri intervenenti nel problema, e cioè, principalmente, la resistenza del conglomerato e dell'acciaio, i valori delle percentuali di armatura presenti nella sezione e l'entità dell'azione normale agente nella sezione e della sua eccentricità.

A tale scopo, esamineremo il comportamento a rottura di una sezione al variare dei principali parametri a disposizione per cogliere, in particolare, le differenze

connesse all'impiego di conglomerati ad alta e altissima resistenza.

In un altro articolo [1] è stato mostrato che i conglomerati ad alta e altissima resistenza producono notevoli incrementi di duttilità flessionale delle sezioni e delle strutture. In particolare, è stato evidenziato che nel caso di doppia armatura la presenza di un conglomerato ad altissima resistenza può condurre l'armatura superiore della sezione, che normalmente è compressa, a uno stato di trazione a snervamento. Anche per le sezioni pressoinflesse occorrerà vedere in quali circostanze si possa verificare una analoga situazione.

Con tali premesse ci aspettiamo che, nel caso più generale, una sezione pressoinflessa possa conseguire a rottura i seguenti stati di sollecitazione interna nelle armature, in dipendenza dell'entità dell'azione normale presente in essa e per fissate caratteristiche geometriche e meccaniche di essa:

- per azione normale N nulla (flessione semplice), - per N crescente, armature entrambe tese e allo snervamento;
- armatura superiore tesa in campo elastico e inferiore in trazione allo snervamento;
- armatura superiore compressa in campo elastico e inferiore tesa allo snervamento;
- armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore tesa allo snervamento;
- armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore tesa in campo elastico;
- armatura superiore compressa in campo elastico e inferiore compressa in campo elastico;
- armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore compressa allo snervamento;
- eccentricità nulla, sezione interamente compressa.

Dall'esame dei diversi stati possibili di rottura si determinerà la curva di rottura *azione normale-momento flettente*, luogo dei punti (N, M) di rottura della sezione, e si potranno individuare, attraverso i valori delle deformazioni nelle armature, i campi di duttilità e di fragilità per la sezione, al variare delle caratteristiche meccaniche e geometriche di essa. In particolare, si potrà vedere se un conglomerato ad altissima resistenza produce maggiore duttilità rispetto a uno di minore resistenza, a parità di tutte le altre condizioni. Inoltre, poiché a ogni coppia di valori (N, M) della curva di rottura corrisponde un valore di eccentricità di N nella sezione, sarà utile descrivere la curva dell'eccentricità in funzione di N. Per un assegnato valore di eccentricità corrisponderà sulla curva di rottura un punto che risiederà nel campo duttile o in quello fragile della sezione in dipendenza della resistenza di conglomerato che si consideri. Cioè, il confronto di duttilità tra sezioni di differenti conglomerati va fatto a parità di valore di eccentricità.

L'intento di questo articolo è di mostrare che, anche nel caso di sezioni pressoinflesse in conglomerato armato, l'impiego di conglomerati ad alta e altissima resistenza costituisce una premessa per conseguire valori di duttilità superiori a quelli ottenibili con conglomerati di resistenza normale o moderata.

2. ANALISI TEORICA

2.1. Ipotesi di base

Per la trattazione analitica riguardante una sezione pressoinflessa in conglomerato armato utilizzeremo le seguenti ipotesi:

- conservazione della planarità delle sezioni reagenti;
- conglomerato compresso in regime di softening;

- relazione costitutiva per l'acciaio di tipo elastico-perfettamente plastico, (Fig. 1a);
- relazione costitutiva per il conglomerato costituita da un ramo ascendente di tipo parabolico (parabola di Madrid) e da un ramo discendente iperbolico (Fig. 1b). Le equazioni dei due rami sono, rispettivamente [2],

$$\sigma_c = f'_c \left(2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon'^2_c} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_c = \frac{f'_c \varepsilon'_c}{\varepsilon_c} \quad (2)$$

I parametri meccanici impiegati sono i seguenti:

$E_s=206000$ MPa, modulo elastico dell'acciaio;

f_{sy} , tensione di snervamento dell'acciaio;

$\varepsilon_{s0}=f_{sy}/E_s$, deformazione dell'acciaio a incipiente snervamento;

f'_c , resistenza cubica del conglomerato;

$\varepsilon'_c=2f'_c/E_c$, deformazione di picco del conglomerato;

E_c , modulo tangente all'origine del conglomerato;

$e=E_s/E_c$, rapporto tra i moduli dei materiali; oppure eccentricità di N:

Per la valutazione di E_c si impiega la seguente formula sperimentale [3]

$$E_c = \frac{10^5 f'_c}{48 + 1.73 f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (3)$$

Questa espressione deriva dall'osservazione sperimentale che il rapporto f'_c/E_c varia linearmente con f'_c . D'altra parte, come è noto, l'esperienza mostra che i punti di picco delle curve sforzi-deformazioni per differenti conglomerati sono allineati e, pertanto, il valore di picco ε'_c è funzione lineare di f'_c , ciò che produce una relazione come la (3). L'equazione mostra anche che il valore del modulo tende asintoticamente a un valore finito per f'_c crescente indefinitamente. Lo stesso non avviene con le formulazioni assunte dalle diverse normative per le quali il modulo tende all'infinito con la resistenza del conglomerato, rivelando, quindi, che, per tali formulazioni, la stima del modulo può diventare inattendibile per valori molto alti della resistenza.

Ciò premesso, consideriamo i diversi stati di rottura possibili per una sezione rettangolare doppiamente armata, secondo l'elenco precedentemente fatto.

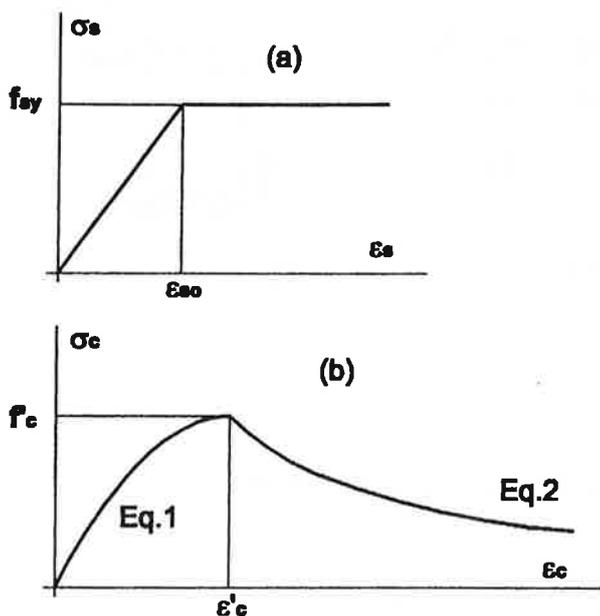


Fig. 1 Relazioni costitutive assunte per l'acciaio (a) e per il conglomerato (b).

2.2. Stati di rottura possibili per una sezione pressoinflessa

2.2.1. Armature tese e allo snervamento

Con riferimento alla Fig. 2, le condizioni di equilibrio producono le seguenti equazioni che forniscono i valori adimensionali della distanza dell'asse neutro e del momento interno al variare dell'indice di deformazione del conglomerato $\beta = \epsilon_{cmax} / \epsilon'_c$

$$\frac{\bar{y}}{d} = [\psi(1+\alpha) + \nu] \frac{\beta}{\frac{2}{3} + \ln \beta} \quad (4)$$

$$m = \frac{12\beta - 7}{12\beta^2} \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + \alpha\psi \left(\frac{d'}{d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) + \psi \left(1 - \frac{\bar{y}}{d}\right) + \nu \left(\frac{H}{2d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) \quad (5)$$

dove $\psi = \rho_s f_{sy} / f'_c$, rapporto meccanico di armatura, $\rho_s = A_s / bd$, rapporto geometrico di armatura, $\alpha = A'_s / A_s = \rho'_s / \rho_s$, e $\nu = N / bdf'_c$, azione normale adimensionalizzata.

Nel caso particolare di $\nu=0$ (flessione semplice), il valore massimo di m si ha per $\beta=1.11$ [1] e le (4-5) forniscono le espressioni

$$\frac{\bar{y}_{max}}{d} = 1.44 \psi (1 + \alpha) \quad (6)$$

$$m_{max} = \psi \left(1 + \alpha \frac{d'}{d}\right) - 0.554 (1 + \alpha)^2 \psi^2 \quad (7)$$

In tale situazione, la percentuale critica dell'armatura di riferimento ρ_{s0} , e cioè quella percentuale che produce l'incipiente snervamento in trazione dell'armatura superiore, è data da

$$\rho_{s0} = \frac{0.695 \frac{d'}{d} f'_c}{1 + \frac{f_{sy}}{2.22 e f'_c} f_{sy} (1 + \alpha)} \quad (8)$$

dove $e = E_s / E_c$, rapporto tra i moduli di deformazione dei materiali.

Questa espressione permette di stabilire a priori se, in una assegnata sezione soggetta a flessione semplice, entrambe le armature siano tese e allo snervamento al momento della rottura. Se il valore della percentuale di armatura inferiore è minore del valore critico siamo in tale situazione e tanto di più quanto più il loro rapporto è distante dall'unità. Un indice di duttilità della sezione può essere dato dal rapporto tra la deformazione nell'acciaio inferiore e quella di incipiente snervamento.

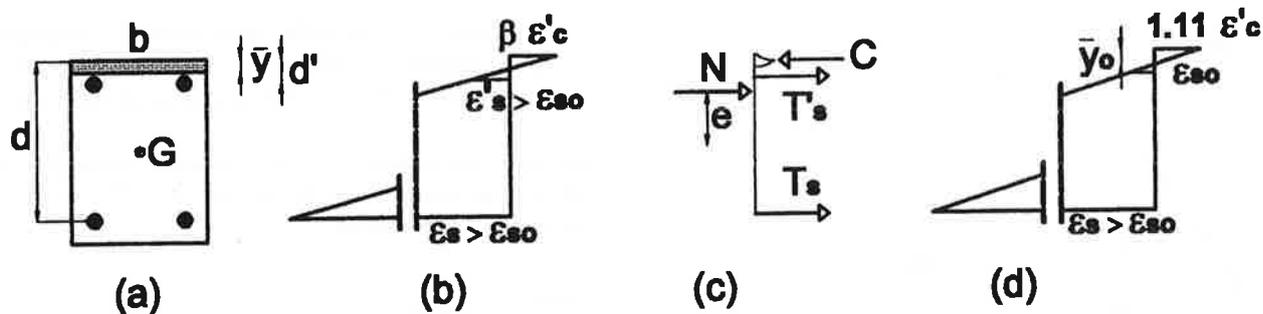


Fig. 2 Stato di rottura a pressoflessione per sezione a doppia armatura: armature tese a snervamento.

2.2.2. Armatura superiore tesa (o compressa) in campo elastico e inferiore tesa allo snervamento

Con riferimento alla Fig. 3, le condizioni di equilibrio forniscono le seguenti equazioni

$$\left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 - 2\left(\frac{\psi + \nu}{2} - \alpha\rho_s e\beta\right)\frac{\bar{y}}{d}\frac{\beta}{\frac{2}{3} + \ln\beta} - 2\alpha\rho_s e\frac{d'}{d}\frac{\beta^2}{\frac{2}{3} + \ln\beta} = 0 \quad (9)$$

$$m = \frac{M}{bd^2 f'_c} = \frac{12\beta - 7}{12\beta^2} \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + 2\alpha\rho_s e\beta \frac{\left(\frac{d'}{d} - \frac{\bar{y}}{d}\right)^2}{\frac{\bar{y}}{d}} + \psi\left(1 - \frac{\bar{y}}{d}\right) + \nu\left(\frac{H}{2d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) \quad (10)$$

Se la quantità $d' - \bar{y}$ è negativa, l'armatura superiore è compressa e in campo elastico.

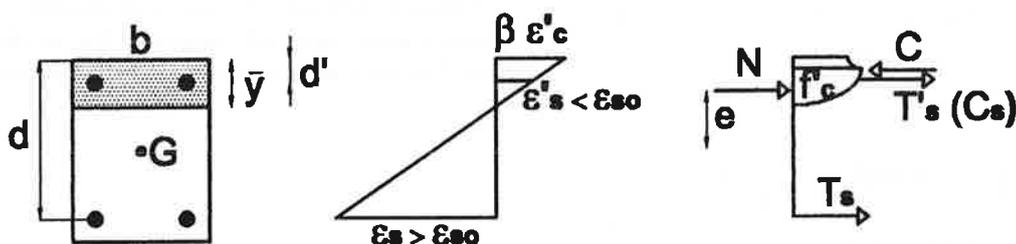


Fig. 3 Stato di rottura con armatura superiore tesa o compressa in fase elastica e armatura inferiore tesa a snervamento.

2.2.3. Armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore tesa allo snervamento

Con riferimento alla Fig. 4, le condizioni di equilibrio forniscono le seguenti espressioni

$$\frac{\bar{y}}{d} = [\psi(1-\alpha) + \nu] \frac{\beta}{\frac{2}{3} + \ln \beta} \quad (11)$$

$$m = \frac{12\beta - 7}{12\beta^2} \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 - \psi(1-\alpha) \frac{\bar{y}}{d} + \psi \left(1 - \alpha \frac{d'}{d}\right) + \nu \left(\frac{H}{2d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) \quad (12)$$

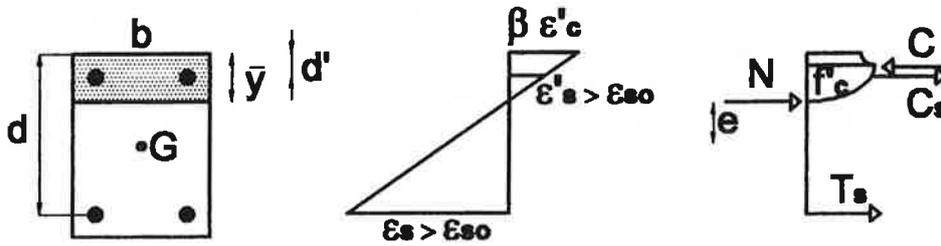


Fig. 4. Stato di rottura con armatura superiore compressa allo snervamento e armatura inferiore tesa a snervamento

2.2.4. Armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore tesa in campo elastico

Con riferimento alla Fig. 5, le condizioni di equilibrio forniscono

$$\left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + (\alpha\psi + 2\rho_s e \beta - \nu) \frac{\beta}{\frac{2}{3} + \ln \beta} \frac{\bar{y}}{d} + \frac{\beta^2}{\frac{2}{3} + \ln \beta} = 0 \quad (13)$$

$$m = \frac{12\beta - 7}{12\beta^2} \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + \alpha\psi \left(\frac{\bar{y}}{d} - \frac{d'}{d}\right) + 2\rho_s e \beta \frac{\left(1 - \frac{\bar{y}}{d}\right)^2}{\frac{\bar{y}}{d}} + \nu \left(\frac{H}{2d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) \quad (14)$$

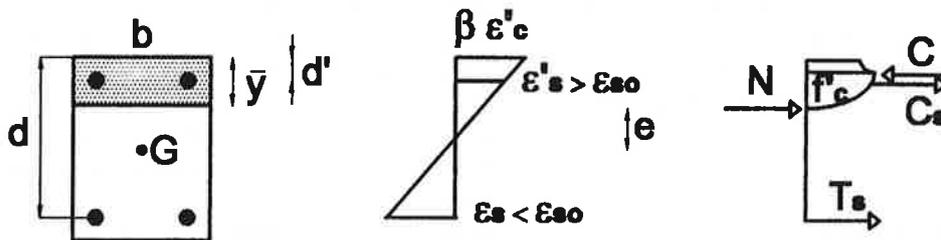


Fig. 5 Stato di rottura con armatura superiore compressa allo snervamento e armatura inferiore tesa in campo elastico.

2.2.5 Armatura superiore compressa allo snervamento e inferiore compressa in campo elastico

Quando la quantità $\left(1 - \frac{\bar{y}}{d}\right)$ nella Eq. (14) è negativa, l'armatura inferiore è compressa. Valgono, per questo caso, approssimativamente le equazioni del caso precedente, se l'asse neutro cade poco al di sotto del bordo inferiore della sezione.

$$\frac{\bar{y}}{d} = [\nu - (1 + \alpha)\psi] \frac{\beta}{\frac{2}{3} + \ln \beta} \quad (15)$$

2.2.6. Armature entrambe compresse allo snervamento

Con riferimento alla Fig. 6, le condizioni di equilibrio conducono approssimativamente alle seguenti espressioni, se l'asse neutro cade poco al di sotto del bordo inferiore della sezione.

$$m = \frac{12\beta - 7}{12\beta^2} \left(\frac{\bar{y}}{d}\right)^2 + \alpha\psi \left(\frac{\bar{y}}{d} - \frac{d'}{d}\right) + \psi \left(\frac{\bar{y}}{d} - 1\right) + \nu \left(\frac{H}{2d} - \frac{\bar{y}}{d}\right) \quad (16)$$

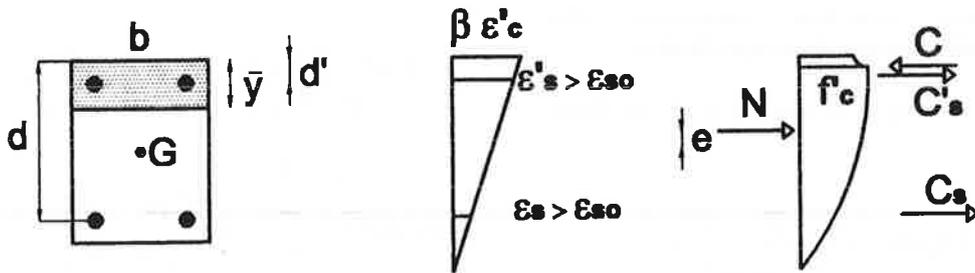


Fig. 6 Stato di rottura con armature entrambe compresse e a snervamento

Per ognuna delle situazioni esaminate occorre determinare il valore di β che produce il massimo valore del momento, il quale rappresenta il momento di rottura della sezione per un assegnato valore di N . La casistica si completa con la situazione di compressione assiale, in assenza di eccentricità della forza normale.

3. CURVE DI ROTTURA

Utilizzando le formule precedenti, fissate le caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione, si determinano i valori del momento massimo della

sezione al variare della azione normale adimensionale ν e si tracciano le curve di rottura $m-\nu$. Per evidenziare le differenze fra le diverse curve di rottura al variare della resistenza del conglomerato e della percentuale di armatura di riferimento, fissati i valori della tensione di snervamento e del rapporto α , è più opportuno descrivere le curve $m f'_c - \nu f'_c$, e cioè delle grandezze M/bd^2 e N/bd che hanno entrambe le dimensioni di uno sforzo..

Nella Fig. 7 sono rappresentate le curve di rottura per una sezione quadrata (150x150 mm) con armatura doppia simmetrica ($\alpha=1$), con tensione di snervamento di 440 MPa, per due conglomerati di resistenza 50 e 130

MPa, per due valori della percentuale di armatura di riferimento pari a 1 e 2% e per un rapporto $d'/d=0.25$.

La curva presenta, ovviamente un raccordo terminale in relazione allo stato della sezione che tende a diventare di pura compressione.

Sul diagramma sono riportate anche le rispettive curve e/d (eccentricità specifica, rapporto eccentricità di N ad altezza utile della sezione) in funzione di $v f_c$.

Le curve di rottura presentano un punto di massimo (punto di fragilità) il quale segna il passaggio della sezione dal campo duttile (alla sinistra del picco) a quello fragile. Il campo duttile è quello in cui l'armatura inferiore è tesa e allo snervamento; mentre in quello fragile l'armatura inferiore è tesa in regime elastico o compressa fino allo snervamento.

Le curve di eccentricità sono importanti per stabilire se, per una assegnata eccentricità, la sezione ricada in campo duttile o fragile.

Per esempio, per $e/d=0.25$ si vede che si ricade in campo fragile in tutti i casi. Per $e/d=0.5$, si è in campo fragile per $f_c=50$ MPa e in campo duttile per $f_c=130$ MPa. Per $e/d=0.75$ si ricade in campo duttile in ogni caso ma in maniera più vantaggiosa per il conglomerato di resistenza superiore (maggiore distanza dal punto di fragilità).

Come si vede, il conseguimento di una certa duttilità è correlato ai valori di eccentricità della forza normale che si impiegano e dipende dall'entità di armatura e dalla resistenza del conglomerato utilizzata.

Quindi, in sede di dimensionamento, stabilita una zona del campo di duttilità in cui si voglia ricadere, si possono scegliere i più opportuni valori di armatura e di resistenza dei materiali che insieme con l'eccentricità di progetto in gioco forniscano un punto sulla curva di rottura della sezione ricadente in quell'intervallo di duttilità.

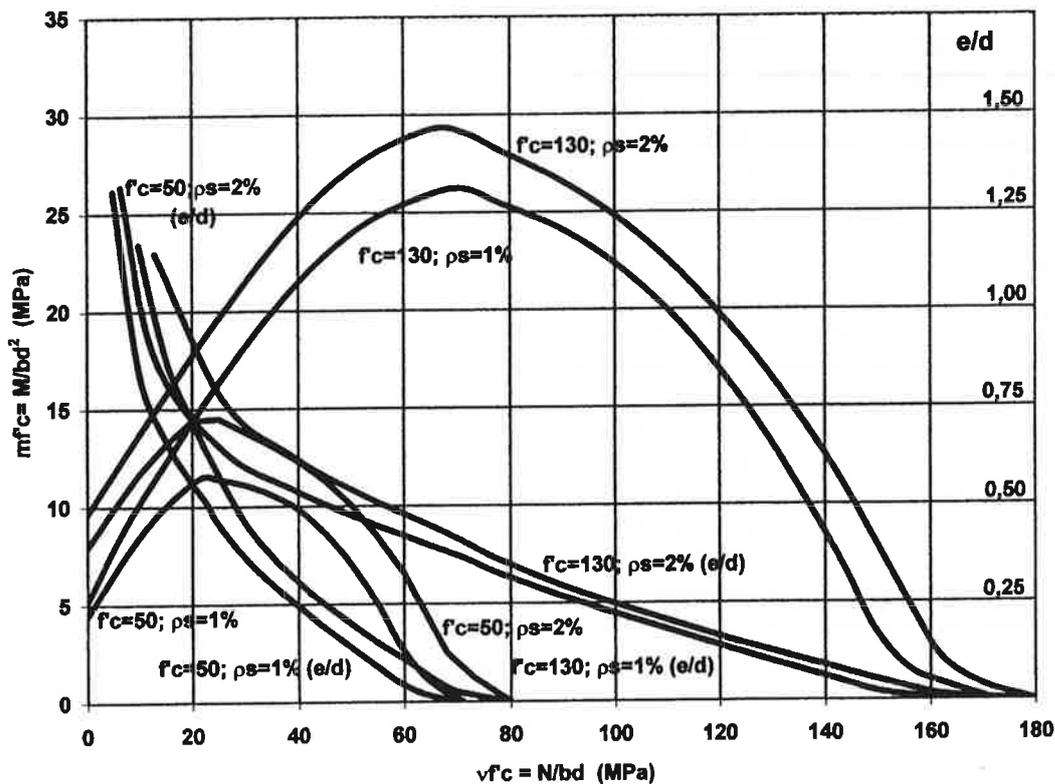


Fig. 7. Curve di rottura e curve di eccentricità per sezione a doppia armatura simmetrica, per due resistenze di conglomerato (50 e 100 MPa), per due percentuali di armatura (1 e 2), per $f_{sy}=440$ MPa e per $d'/d=0.25$.

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato mostrato che una sezione pressoinflessa in conglomerato ad altissima resistenza può risultare, a rottura, a seconda del valore di

eccentricità dell'azione normale presente in essa, in una fra tutte le situazioni possibili per le armature, che vanno da quella in cui esse sono entrambe tese e allo snervamento a quella opposta in cui sono entrambe compresse allo snervamento. La prima situazione estrema è possibile specie quando si è in presenza di un conglomerato ad altissima resistenza. Ciò avviene

quando la percentuale di armatura di riferimento (quella inferiore) è minore di quella critica in flessione semplice, e cioè di quella percentuale cui corrisponde, al momento

della rottura, l'incipiente snervamento in trazione dell'armatura superiore della sezione.

Per una tale sezione esiste un campo di valori dell'azione normale per cui le armature sono allo snervamento in trazione e, per essa sezione, la duttilità è massima. La duttilità si riduce progressivamente al diminuire dell'eccentricità dell'azione normale e si annulla in corrispondenza del punto di massimo della curva di rottura *momento-azione normale* della sezione.

Questo rappresenta il punto di fragilità della sezione e segna il passaggio al campo di assenza di duttilità. Il punto di fragilità dipende dalla tensione di snervamento dell'acciaio, dalla quantità di armature, dalla resistenza del conglomerato e dalla eccentricità. A parità di ogni altro valore dei parametri in gioco, l'impiego di un conglomerato ad alta e altissima resistenza consente di ottenere valori di duttilità superiori rispetto al caso di conglomerati di normale o moderata resistenza. La curva di eccentricità correlata alla curva di rottura permette di dimensionare i parametri della sezione in maniera da conseguire la duttilità voluta.

5. BIBLIOGRAFIA

1. BORTOLOTTI, L., CIREDU, D. "Duttilità flessionale di travi in conglomerato ad altissima resistenza", Atti delle Giornate AICAP 2002, Bologna.
2. BORTOLOTTI, L., "Analisi plastica e relazioni costitutive per il conglomerato negli stati di tensione monoassiali", Atti dell'VIII Congresso AIMETA, Vol. 1, Politecnico di Torino, Facoltà di Ingegneria, 9 Sett.-3 Ott. 1996.
3. BORTOLOTTI, L., "Influence of concrete tensile ductility on compressive strength of confined columns", Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 6, No. 4, November, 1994, pp. 542-563.

CHIESA DEL 2000 "DIVES IN MISERICORDIA" A ROMA. LE TRE VELE IN C.A.P. BIANCO AD ALTA RESISTENZA

Danilo Campagna¹, Aldo Castoldi², Gennaro Guala³, Antonio Michetti⁴, Antonio Migliacci⁵

¹ Studio Tecnico M.S.C. e Associati srl, di Milano. Direttore dei Lavori delle strutture.

² Soc. P.&P. srl, di Scanzorosciate (Bergamo). Responsabile delle prove sperimentali.

³ Responsabile Progettazione Opere Civili, CTG Italcementi Group. Progettista delle strutture.

⁴ Docente di «Tecnica delle Costruzioni», Università «La Sapienza» Roma. Collaudatore Statico in corso d'opera.

⁵ Prof. Ordinario di Progetto di Strutture, Politecnico di Milano, Dip. Ing. Strutturale. Covisore del progetto strutturale e delle prove.

SOMMARIO

Il progetto dell'Arch. Richard Meier prevede, nel complesso della Chiesa, la costruzione di tre vele in calcestruzzo armato HPC ($R_{ck} > 75$ MPa) di cemento bianco, con superfici a vista. La scelta di eseguire tali vele mediante l'assemblaggio e la precompressione in cantiere di "conci" prefabbricati, ha reso complesse sia la fase progettuale che la fase di prefabbricazione dei conci in stabilimento e poi il loro montaggio in cantiere, ma tale procedura costruttiva era in effetti la più vantaggiosa.

Altresì, le procedure di accettazione svolte attraverso articolate prove sperimentali, anche in campo dinamico, si sono dimostrate indispensabili per asseverare le modellazioni e le analisi di progetto, dato anche l'inserimento dell'opera in un sito sismico di 1° categoria.

SUMMARY

Richard Meier's project foresees, in the church's complex, the realization of three white sails in HPC reinforced concrete ($R_{ck} > 75$ MPa), with exposed surface. The choice of executing these sails by assembling and on-site pre-stressing of pre-casted elements, affected both design and pre-casting phases of the elements in factory and, later, their erection on-site, but such a building process was in fact the most favourable.

Furthermore, the testing procedures effected by articulated experimental tests, also in dynamic field, came out as essential in order to check the design modelling and analysis, since also the insertion of the building in 1° category seismic area.

1. ASPETTI PROGETTUALI E COSTRUTTIVI

Poiché l'intonaco bianco è un aspetto essenziale dell'architettura di Meier, i progettisti delle strutture hanno dovuto ricercare una soluzione per le tre vele – gli elementi più significativi della Chiesa – capace di sostituire l'intonaco, che è appunto la tipica finitura delle opere di questo architetto, essendo esso inadatto su superfici a doppia curvatura esposte a tempo indeterminato alle intemperie. Esisteva tuttavia un materiale, legato alla nostra tradizione, che avrebbe

certamente ottenuto l'approvazione di Meier: il calcestruzzo bianco, realizzato con inerti di marmo di Carrara e cemento bianco, di un tipo appositamente realizzato da Italcementi Group; caratteristica particolare di questo cemento è il contenuto di biossido di titanio (TiO_2). Quando irraggiato con luce solare il TiO_2 contenuto nella matrice cementizia è in grado di ossidare le sostanze organiche con cui viene in contatto.

In tal modo, le qualità estetiche, in particolare il colore bianco, vengono preservate nel tempo anche in presenza di ambiente urbano aggressivo.

Il mix-design del calcestruzzo è stato così proporzionato:

- Aggregati ottenuti per frantumazione di marmo di Carrara: 1850 Kg/m³
- TX Millenium, cemento: 380 Kg/m³
- Metacolino pretrattato: 38,7 Kg/m³
- Mapefluid X404, iperfluidificante: 10,45 Kg/m³
- Acqua totale: 145 litri
- Rapporto acqua/cemento: 0,38
- Classe di consistenza: S5.

Scelto il materiale rimaneva una non piccola serie di decisioni da prendere.

La prima: quale sistema costruttivo adottare.

La soluzione prospettata dall'architetto prevedeva per le "pareti sferiche" una struttura portante in acciaio rivestita da lastre sottili in calcestruzzo.

Sono sorti subito forti dubbi sulla validità, dal punto di vista statico, di tale soluzione pur se già adottata per cupole o volte disseminate nel mondo.

Nella sua apparente semplicità l'originalità della configurazione spaziale della Chiesa del 2000, con le sue molteplici asimmetrie, comporta poderose azioni statiche su alcune parti delle strutture, certamente assenti nelle più famose superfici a doppia curvatura apparse sulle riviste di architettura negli anni passati.

A parte la scarsa affidabilità di durata nel tempo di una tale struttura in acciaio rivestita, e a parte la sua limitata congruenza con la natura di un edificio dedito al culto, questa soluzione fu scartata in base alle prime analisi statiche eseguite, che dimostrarono una deformabilità non accettabile, risultando inoltre precari il controllo e la manutenzione nel tempo della struttura interna in acciaio.

La seconda decisione da prendere riguardava la scelta fra getti in opera e prefabbricazione.

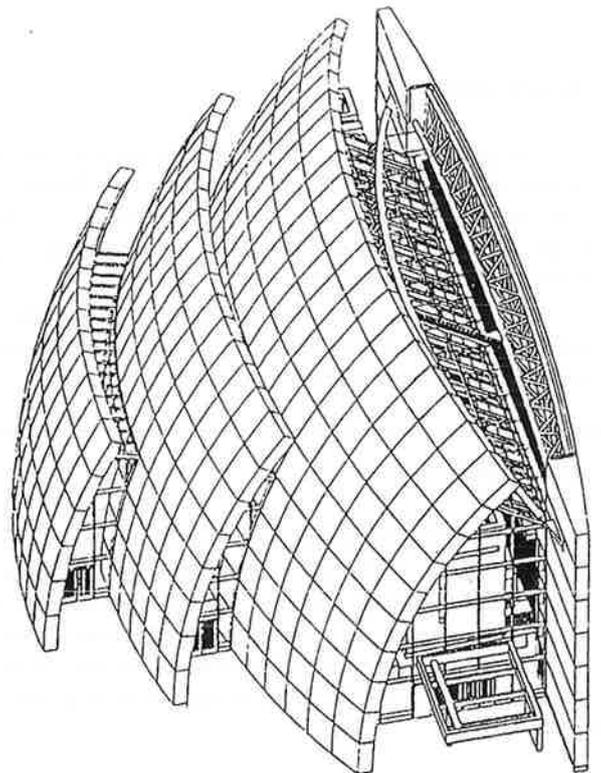
Ognuna delle due soluzioni presentava vantaggi e svantaggi, che furono attentamente analizzati e pesati.

Alla fine, il ricorso ad elementi prefabbricati da assemblare in opera venne giudicato il più idoneo, ed accettato da Meier.

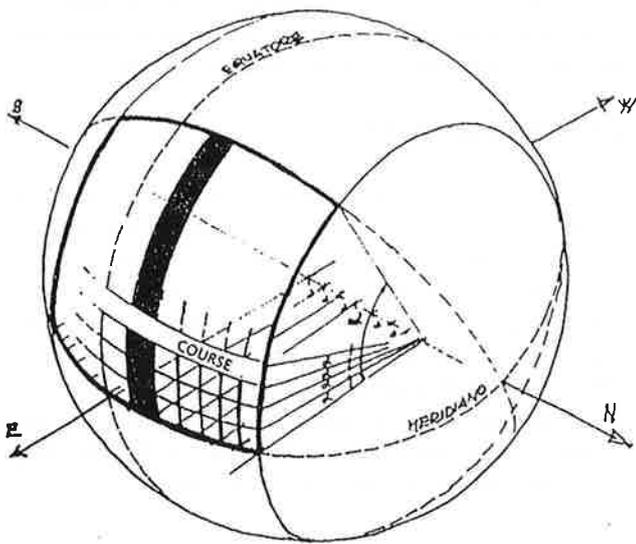
A parte le incertezze esecutive, gli oneri e i tempi connessi a getti in opera entro casseforme, sussistevano almeno due motivi sostanziali che giustificavano la scelta della prefabbricazione. Il primo, dovuto al fatto che si richiedeva un calcestruzzo faccia a vista, ma dall'aspetto più vicino al marmo naturale che ad un calcestruzzo tradizionale, cosicché si è pensato che un elemento prefabbricato mal riuscito avrebbe potuto essere rifiutato o rifatto, mettendo in conto solo qualche lamentela da parte del prefabbricatore. Il secondo, veramente decisivo, era che con la prefabbricazione si sarebbero potute eliminare del tutto, o contenere al massimo, le fessurazioni.

Alcune fessurazioni nella struttura che sopporta la "Piramide" del Louvre possono essere anche tollerate; solo l'occhio di uno strutturista le coglie, perché sa che non possono non esserci e forse sa anche dove andare a cercarle. Ma una fessura passante nelle vele del Meier, non impermeabilizzate ed esposte alle intemperie, avrebbe avuto conseguenze assai serie, potendo mettere l'opera in pregiudizio.

La necessità ed il desiderio di non sminuire la splendida immagine suggerita dal progetto architettonico - le superbe pareti che delimitano la chiesa sul lato sud come bianche vele tese dal vento - hanno spinto così verso una soluzione in cui le visibili delimitazioni fra gli elementi prefabbricati originassero la stessa linearità che è la caratteristica principale della geometria e della forma di tale costruzione curva.



Le vele sono ricavate dalla superficie di una sfera: l'asse dei poli è posto in orizzontale sul pavimento della chiesa, i piani paralleli sono posti in verticale e i piani meridiani ruotanti attorno all'asse dei poli a delimitare con le loro intersezioni i conci prefabbricati sulla superficie stessa. Tale geometria è stata posta alla base del disegno degli elementi prefabbricati e delle grandi aperture ritagliate nella seconda e nella terza vela.



Queste aperture danno un effetto di grande leggerezza alle strutture, ma le grandi superfici curve, anche se l'occhio non è in grado di apprezzare questo fenomeno, si flettono e si torcono sotto carico alla ricerca di nuovi equilibri, generando stati tensionali locali molto elevati, in particolare laddove le strutture sono ancorate alle strutture di fondazione.

Fortunatamente, il calcestruzzo utilizzato non era solo bianco e ricco di componenti capaci di mantenere il colore bianco nel tempo, ma era contemporaneamente un ottimo calcestruzzo strutturale.

In effetti il materiale utilizzato è capace di resistere a circa $70\div 80 \text{ N/mm}^2$ di compressione (non si è andati oltre per non incorrere in moduli elastici troppo elevati), mentre nel calcolo delle strutture si sono assunte resistenze solo pari a 55 N/mm^2 , in modo da evitare gli iter autorizzativi attualmente previsti ove si vogliono adottare resistenze superiori a 55 N/mm^2 .

Inoltre, poiché la maggiore preoccupazione era quelle di garantire la durata nel tempo di tali strutture a vista, sezioni e precompressioni furono progettate in modo da non aversi mai decompressione sul lato delle superfici esposte agli agenti atmosferici.

In tal modo, può risultare bloccato sul nascere il formarsi di fessurazioni in grado, da un lato, di raccogliere lo sporco e deteriorare l'aspetto delle vele e, dall'altro, di diventare vie preferenziali di penetrazione della carbonatazione, con effetti negativi sulle armature degli elementi prefabbricati; non certo sulle armature di post-tensione, posizionate per ragioni geometriche e meccaniche entro il terzo medio delle sezioni, ma sulle armature superficiali che ne costituiscono la gabbia di supporto.

Per quanto riguarda il sistema di assemblaggio degli elementi prefabbricati, i dati fondamentali sono i seguenti.

Nel piano che possiamo definire verticale (le armature sono posizionate sempre nel piano dei paralleli) i conci prefabbricati sono bloccati l'uno contro l'altro mediante una serie interna/esterna di barre d'acciaio ad alta resistenza che, già a partire dall'ancoraggio nelle fondazioni, sono state distribuite in modo da esercitare una compressione più elevata laddove nella condizione finale si sarebbero verificati i più accentuati stati di trazione. Questo stato tensionale è stato poi integrato e corretto dall'azione di cavi di post-tensione verticali, ancorati da una parte alle fondazioni e dall'altra ad opportuni "livelli" in elevazione (due per la prima vela, tre per la seconda e la terza) nel momento in cui questi livelli venivano raggiunti.

E' evidente che ponendo come obiettivo l'assenza di decompressioni lato "esterno", risultava necessario impiegare una precompressione bi-direzionale, cioè lungo i meridiani ed i paralleli della struttura.

La post-tensione orizzontale è stata ottenuta mediante cavi introdotti al completamento di ogni "fila" orizzontale di conci e tesati in fasi successive al procedere della costruzione.

Da queste premesse, risulta abbastanza evidente che la ricerca del miglior sistema per realizzare le vele, mettendo in opera i conci prefabbricati ed operare le precompressioni, fosse, di per se stessa, un rompicapo stimolante.

Come è altrettanto evidente, già dalle prime fasi della progettazione e come si è accertato agli inizi, che l'opera non si sarebbe potuta realizzare - almeno nel rispetto delle decisioni iniziali - utilizzando le tecnologie tradizionali.

Pertanto, nella Chiesa "Dives in Misericordia" si ha un esempio molto significativo del fatto che le procedure costruttive sono spesso decisive e d'importanza paragonabile, o anche di più, di quelle progettuali di calcolo.

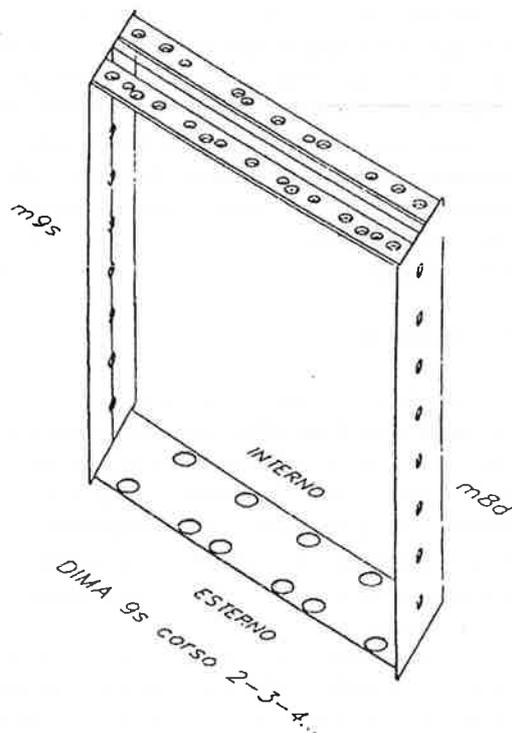
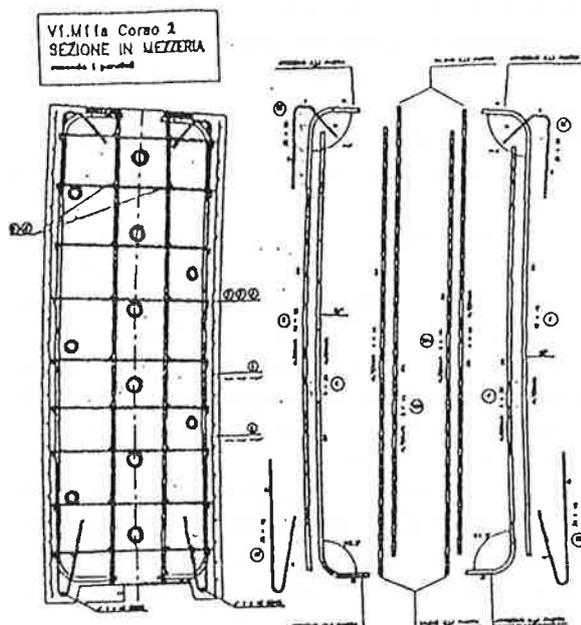
1.1 Le casseforme

Le casseforme vennero progettate e realizzate con tutte le pareti mobili (in effetti una delle pareti a doppia curvatura diventò un riferimento fisso attorno a cui venivano posizionate le altre componenti della cassaforma) per permettere il posizionamento, via via mutevole, del fondo del cassero e lo scambio delle sponde laterali, diverse per collocazione e geometria da colonna a colonna.

Per colonna, intendiamo tutti i conci compresi fra due piani di paralleli adiacenti: colonne equidistanti dall'equatore, pur appartenenti a vele diverse, hanno la stessa configurazione geometrica. Questa constatazione ha permesso di ridurre il numero delle spondine laterali.

1.2 Armature secondarie dei conci

L'armatura secondaria dei conci, maggiorata laddove era necessario contenere le sollecitazioni del calcestruzzo entro i limiti di regolamento, è costituita da barre in acciaio FeB44K per la barre principali, contenute da una staffatura in acciaio inossidabile.



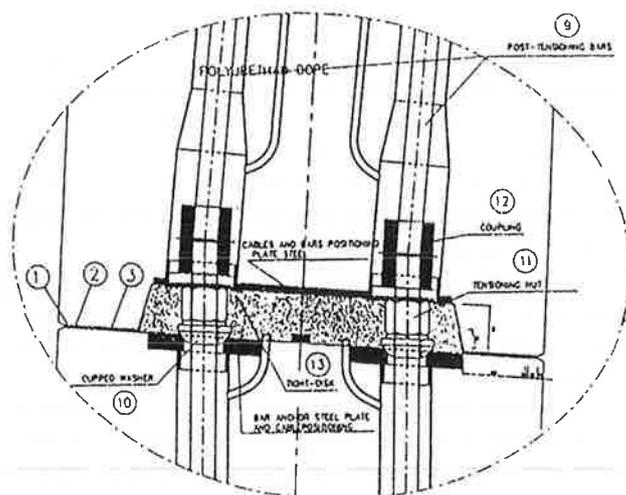
Indispensabile è il ricorso a piastre d'acciaio di bordo, il cui compito principale è quello di costituire

la "dima" per tutta la formetria, ossia la guida al posizionamento delle guaine per il successivo passaggio delle barre d'unione e dei cavi di post-tensione.

1.3 Costruzione dei conci

La costruzione dei conci doveva tener conto della stretta tolleranza da rispettare, e della necessità di presentare superfici a vista prive di bolle d'aria, utilizzando un materiale che, nonostante la sperimentazione fatta in laboratorio per la scelta dei superfluidificanti, presentava un tempo di lavorabilità abbastanza limitato (40+50 minuti circa).

Il disegno di un'armatura tipo e il particolare dei giunti è sufficiente per dimostrare il livello delle difficoltà superate in fase di prefabbricazione.



E' appena il caso di ricordare come per progetti di questo tipo sia indispensabile l'uso del CAD, interfacciato col CAM laddove – nel nostro caso per il taglio e la foratura delle piastre – è necessario ottenere risultati di assoluta precisione e dove non possono essere tollerati errori di sorta.

1.4 La "macchina" per la posa in opera dei conci

C'è stato un tempo, attorno al Natale del 97, quando sembrò che fosse impossibile realizzare le vele nella soluzione progettata; quando, cioè, le imprese costruttrici invitate alla gara d'appalto dovettero pensare a come mettere in opera conci del peso di circa 12 ton ciascuno, per formare le vele, con tolleranze di giustapposizione teorica dell'ordine di pochi mm.

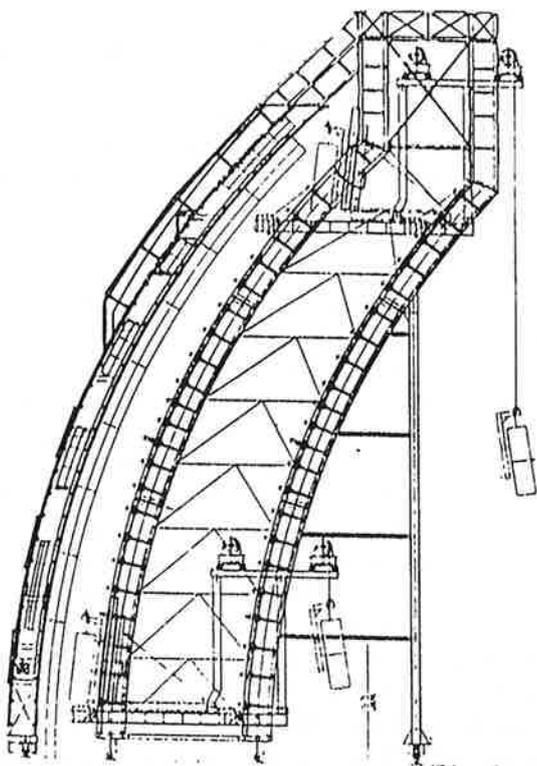
Ci si trovò di fronte a elementi prefabbricati, manovrabili solo agendo sulla loro faccia superiore, con la forza peso agente nel baricentro – fuori da ogni asse di simmetria – da collocare in sito con inclinazioni diversificate e determinate di volta in volta dalla

geometria della superficie sferica.

A complicare le cose v'era poi la presenza dei pezzi già posti in opera, la necessità di tenere perfettamente fermo il concio nella posizione esatta, una volta raggiunta, e di permettere alle maestranze di lavorare in sicurezza attorno ad esso per effettuare le delicate manovre di unione alla struttura già montata.

Nel campo dell'edilizia è noto che si hanno macchine di cantiere invero di grande aiuto: gru e semoventi per sollevare enormi pesi, sistemi per il varo di ponti, talpe meccaniche che scavano gallerie. Macchine che si sono evolute nel tempo, permettendo opere via via più ardite, con dimensioni e pesi anche eccezionali, progredendo di pari passo con esse. Sfortunatamente le macchine esistenti non si adattavano alle vele del Meier: si poteva dire d'essere nella condizione dei costruttori delle cattedrali gotiche ai quali tutto il sapere accumulato lungo i secoli nell'arte del costruire, tramandato attraverso le loro Scuole, poteva certamente essere di aiuto, ma non poteva risolvere i problemi specifici delle loro cattedrali, sempre più leggere e slanciate.

Si può allora capire l'angoscia che può assalire un progettista quando si ha di fronte una sfida che si pensa assai difficile da vincere e che altri, forse più qualificati, avevano giudicato impossibile. Poi le idee si sono chiarite.



Per risolvere il problema della chiesa del Giubileo era necessario inventare una specie di robusto robot, il cui cervello fosse la mano dell'operatore che aziona le leve del pannello di comando. Un robot montato su una macchina in grado di posizionare il concio in prossimità della sua ubicazione finale, capace di imprimere allo stesso quelle movimentazioni, via via più accurate e controllate, necessarie per collocarlo nell'esatta posizione assegnatagli dalla configurazione geometrica della vela; tutto ciò senza poggiare su alcuna parte della struttura già montata, dalla quale il concio era separato da un giunto teorico di quattro millimetri.

In altre parole, una "macchina" che corresse su rotaie curvilinee per la movimentazione circonferenziale, che portasse una piattaforma capace di alzarsi seguendo la curvatura delle vele anche nel piano verticale; piattaforma attrezzata con un paranco per sollevare il concio in quota e depositarlo nella "manina" del robot, capace a sua volta di imprimere allo stesso le tre traslazioni e le tre rotazioni attorno agli assi x, y e z, necessarie per posizionarlo nel suo assetto spaziale.

Spostamenti e rotazioni sono stati garantiti da appositi circuiti idraulici azionanti pistoni e ralle.

Il giungere ad una soluzione concettualmente ineccepibile e nello stesso tempo concretizzabile non è stato così immediato, anche se ora può sembrare l'uovo di Colombo. E' costato notti insonni, giornate passate a fare schizzi e disegni, e successivamente ha richiesto, per la sua realizzazione, il concorso di più tecnici altamente specializzati.

Va quindi dato atto del coraggio dell'impresa di costruzioni che si è assunta l'onere di realizzare un'opera così condizionata - nella sua fattibilità - dalla validità delle tante innovazioni tecnologiche introdotte, dimostrabile solo durante le successive fasi costruttive. Lo stesso credito va riconosciuto alla ditta costruttrice della macchina che in brevissimo tempo - ancora in fase di progetto di larga massima - ha saputo dare una indicazione certa dei costi, cosa che ha permesso all'impresa costruttrice di eliminare almeno la più grossa incertezza, fra le tante che rendevano ardua la stima del costo complessivo dell'opera.

In queste poche pagine, come si può vedere, si è dedicato più spazio ad evidenziare problemi, piuttosto che a mostrare la loro effettiva risoluzione giacché la complessità delle casseforme, degli elementi prefabbricati, del loro assemblaggio avrebbero meritato almeno altrettante parole di quelle, pur ridotte al minimo, dedicate alla macchina di cui si è detto.

La battaglia combattuta ed alla fine vinta per realizzare questo progetto può insegnare come i confini entro cui lavorare con un materiale così tradizionale come il calcestruzzo non sono in realtà ancora ben definiti. Il ruolo di Italcementi Group, che si è offerto

come principale sponsor tecnico ed economico dell'opera, è stato anche essenziale per lo studio e l'approntamento del materiale innovativo, capace di soddisfare le esigenze sia dell'architetto che del Committente.

Nel paragrafo conclusivo si ritornerà su queste considerazioni.

2. INDAGINI SULLE CARATTERISTICHE PRESTAZIONALI

L'esigenza, peraltro richiesta dalla normativa vigente, di valutare le caratteristiche prestazionali di una struttura in corso di costruzione, per compararle a quelle richieste dal progetto, diventa particolarmente importante nel caso di tipologie strutturali inusuali, come nel caso in questione.

Tale valutazione può tornare anche utile in sede di collaudo statico, fornendo al Collaudatore le necessarie informazioni tecniche sul comportamento strutturale dell'opera, soprattutto quando una tradizionale prova di carico statico risulta di difficile ed incerta esecuzione e non molto significativa per la collaudabilità finale.

Nel caso specifico si sono svolte sul campo le seguenti indagini sperimentali:

- a) **misura delle caratteristiche meccaniche dei materiali:** calcestruzzo bianco e betoncino di unione;
- b) **misura della resistenza a taglio dell'unione in opera** tra due conci prefabbricati adiacenti;
- c) **misura del gradiente termico nello spessore della struttura** (78 cm di calcestruzzo pieno) al variare dell'insolamento giornaliero e della temperatura stagionale;
- d) **misura del "respiro termico" della struttura** in termini deformativi conseguente alle azioni di cui in c);
- e) **misura della deformata evolutiva della struttura** al procedere del montaggio dei conci prefabbricati;
- f) **misura dei valori tensionali superficiali** nel calcestruzzo al variare della precompressione orizzontale;
- g) **misura della risposta strutturale in regime statico e soprattutto dinamico.**

Ognuna di queste indagini sul campo è stata poi confrontata con i corrispondenti dati di progetto o i risultati delle corrispondenti analisi numeriche, per l'asseverazione dei dati di progetto e del modello di calcolo assunto in fase di progetto, anche attraverso back-analysis svolte allo scopo.

Ad esempio, in relazione alla resistenza caratteristica cubica a compressione del calcestruzzo, sulla base dell'estesa campagna di prelievi di cubetti che ha

consentito l'applicazione del controllo di tipo B (allegato 2 D.M. LL.PP. 09.01.1996), si è ottenuto:

- per la vela 1:
 $R_m = 79.39 \text{ MPa}$, $R_1 = 76.98 \text{ MPa}$, $s = 1.22 \text{ MPa}$,
 $s/R_m = 0.0154$;
- per la vela 2:
 $R_m = 79.08 \text{ MPa}$, $R_1 = 76.28 \text{ MPa}$, $s = 1.23 \text{ MPa}$,
 $s/R_m = 0.0156$;
- per la vela 3:
 $R_m = 79.54 \text{ MPa}$, $R_1 = 75.66 \text{ MPa}$, $s = 1,57 \text{ MPa}$,
 $s/R_m = 0.0197 \text{ MPa}$

Pertanto la R_{ck} potenziale si è attestata intorno a valori di circa 77 MPa, con una dispersione modestissima dei risultati ottenuti dai provini, attestante l'elevata qualità ed uniformità della produzione del calcestruzzo impiegato.

Il surplus ottenuto nella R_{ck} , rispetto al valore considerato nelle verifiche statiche ($R_{ck} = 55 \text{ MPa}$), è importante sia come margine ulteriore per la sicurezza statica, sia soprattutto per la garanzia di durabilità del calcestruzzo, e conseguentemente dell'opera.

Dato l'alto valore della R_{ck} , non era proprio pensabile di ricavare il modulo elastico attraverso la nota relazione della normativa, come è noto limitata al "range" $25 \text{ MPa} < R_{ck} \leq 55 \text{ MPa}$.

Specifiche prove di laboratorio a compressione col tracciamento del diagramma σ - ϵ hanno permesso di valutare un valore del modulo tangente pari a 40.000 MPa, nel tratto del diagramma corrispondente allo stato tensionale del calcestruzzo in servizio.

Il comportamento a taglio della sezione d'unione è stato studiato su campioni in scala reale presso il laboratorio dell'ISMES di Bergamo, sottoponendo ad azione di scorrimento la sezione in presenza di valori tensionali normali paragonabili a quelli indotti dalla postcompressione eseguita in opera.

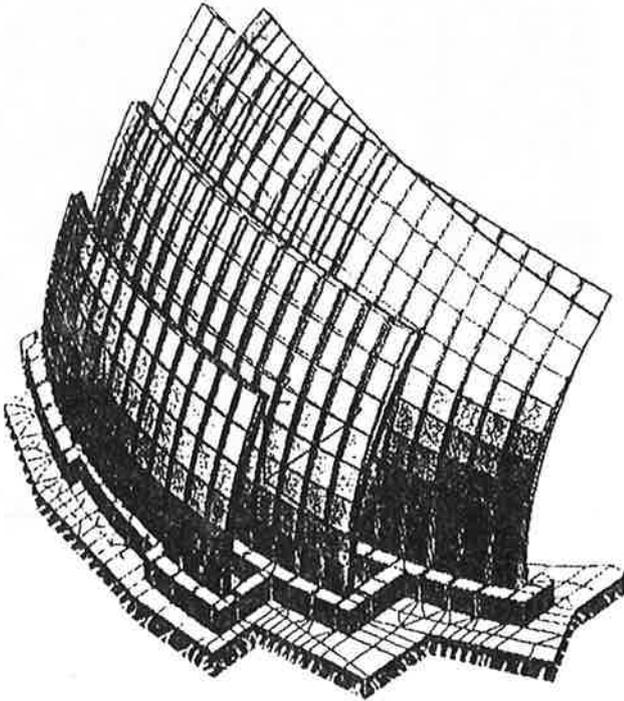
Tale sperimentazione ha evidenziato i valori di resistenza ultimi a taglio dell'unione, anche in presenza di specifici connettori tipo NELSON, laddove il semplice attrito tra i materiali fosse risultato sufficiente per la sicurezza della sezione.

Passando al calcolo, si ritiene infine utile riportare lo schema grafico ottenuto dall'analisi numerica agli E.F. per il modo di vibrare n. 1 della struttura, nella situazione costruttiva finale con le tre vele ormai completate. Nella modellazione si è naturalmente messa in conto la presenza della platea fondazionale su pali, che costituisce l'elemento di collegamento posto alla base delle tre vele.

Si è potuto constatare che la platea fondazionale, con la sua grande massa, si comporta sostanzialmente come un incastro perfetto, rendendo veramente piccole le variazioni delle frequenze proprie di ciascuna vela al progredire della costruzione (prima la sola vela 1, poi

vela 1 + vela 2, ed infine vela 1 + vela 2 + vela 3).

I risultati più significativi della sperimentazione dinamica svolta in cantiere dalla Soc. P&P sono i seguenti.



Vele 1, 2 e 3, modo 1.

3. PROVE STATICHE E DINAMICHE

In considerazione della complessità della struttura, dell'inusuale schema di assemblaggio e delle difficoltà costruttive si è ritenuto fondamentale, anche a supporto delle operazioni di collaudo, affiancare ai normali controlli sui materiali e sulla loro messa in opera un programma assai vasto di prove di carico statiche e soprattutto dinamiche.

L'obiettivo era quello, sia di validare i modelli matematici utilizzati in fase di progettazione, sia di indagare su aspetti più complessi del comportamento delle strutture (si pensi all'interazione con la fondazione, al comportamento delle vele come corpi monolitici, all'interazione dinamica fra vela e vela, ecc.), sia infine di determinare il reale comportamento sotto carico dell'opera "as built".

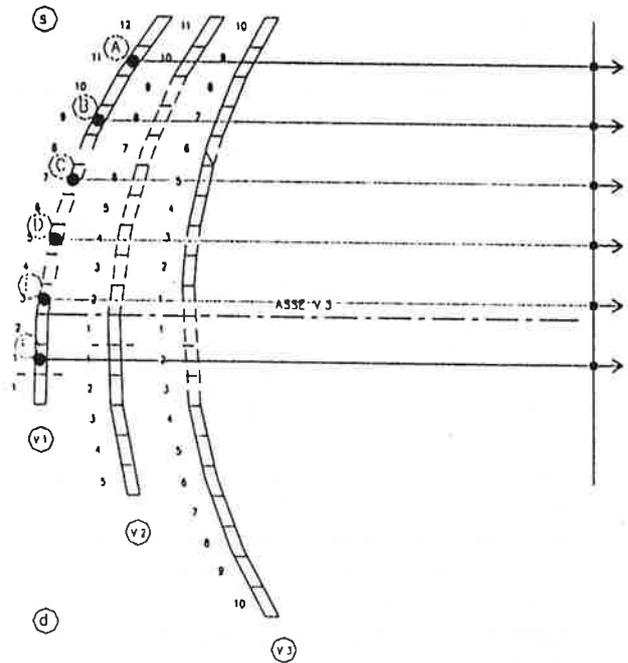
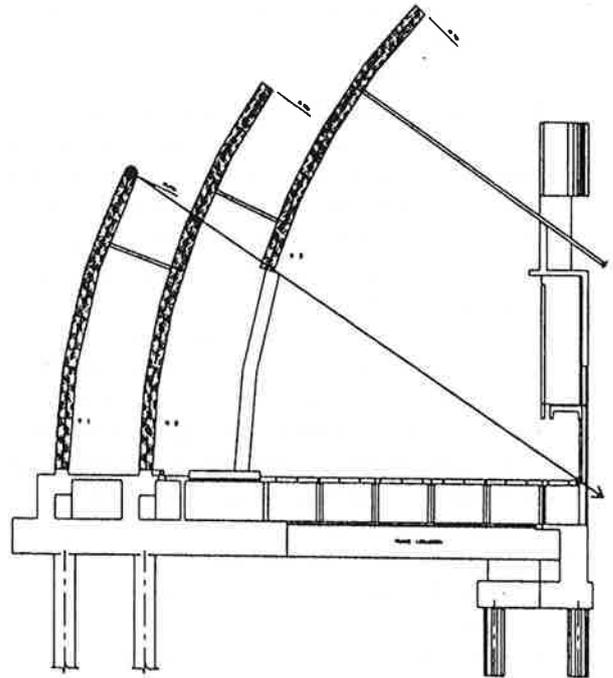
3.1 Il programma delle prove e le modalità di esecuzione

Le indagini sperimentali sono state effettuate in tempi successivi, mano a mano che venivano completate le singole vele, ed hanno dunque seguito la costruzione dell'opera durante tutta la fase realizzativa; il

programma delle indagini sperimentali è consistito in:

a) Prove di carico statico sulla sola vela 1.

L'esecuzione delle prove di carico statico mirava a riprodurre le sollecitazioni massime della vela, dovute all'azione combinata del vento e del sisma (quest'ultimo riprodotto come forza statica orizzontale equivalente).



Naturalmente le condizioni logistiche del cantiere al momento della prova hanno portato a scegliere una configurazione di carico solo parzialmente riprodotte tale schema; in particolare i carichi distribuiti dovuti all'azione del vento e del sisma sono stati riprodotti con una serie di 6 carichi concentrati, ottenuti mettendo in tensione alcuni cavi collegati, da un lato alla sommità della vela e dall'altro alla base dell'edificio "opere parrocchiali", che funzionava da struttura di reazione (fig. precedente).

La prova è stata condotta facendo crescere il carico fino al raggiungimento del valore massimo previsto (60 kN/cavo), mantenuto per un intervallo di tempo sufficiente affinché si esaurissero le deformazioni differite sempre presenti durante il primo ciclo di carico; a questo punto venivano effettuate le misure e veniva nuovamente incrementato il carico fino al completamento del ciclo.

Le misure effettuate hanno riguardato l'andamento delle deformazioni unitarie verticali all'intradosso e all'estradosso della vela lungo due allineamenti verticali (misure effettuate con estensimetri elettrici) e le componenti orizzontali e verticali degli spostamenti in sommità (misure effettuate mediante tecniche topografiche).

b) Prove dinamiche sulle tre vele.

Le prove dinamiche si proponevano di determinare i parametri: frequenza propria, forma modale e smorzamento dei primi modi di vibrare della struttura e sono state eseguite su tutte e tre le vele in tempi diversi, al completamento di ciascuna vela.

Come è noto, il procedimento sperimentale comunemente adottato per questo tipo di indagini passa attraverso la determinazione preliminare delle funzioni di trasferimento, alle quali i parametri modali sono strettamente legati.

Le prove sono dunque consistite nell'applicare in sommità della vela un vibratore meccanico (vibrochina fig. successiva) in grado di erogare una forza sinusoidale la cui frequenza veniva fatta variare entro un intervallo che comprende le prime frequenze proprie delle vele stesse (da circa 1 Hz fino a 10 Hz) e nel misurare la risposta della struttura in un numero sufficientemente elevato di punti così da ricostruire con buona approssimazione la forma modale.

In tal modo è possibile determinare la funzione di trasferimento come rapporto complesso (caratterizzato quindi da modulo e fase) fra la risposta e la forza, in corrispondenza di ogni frequenza esplorata.

Per essere certi che venissero individuati sia i modi di tipo "simmetrico" che "antisimmetrico", le prove

sono state ripetute applicando la vibrodina in due posizioni: su una estremità ed al centro della vela.



Per la misura della risposta si è fatto uso di una rete di strumenti (fig. di ultima pagina) - all'incirca identica per tutte e tre le vele - costituita da circa 20 terne di sismometri ad alta sensibilità che misuravano le tre componenti (radiale, tangenziale e verticale) del vettore velocità di ciascun punto d'applicazione del sensore.

Alcuni sismometri sono stati fissati anche sulla platea di fondazione per la misura della rotazione alla base, mentre 4 coppie di estensimetri erano stati applicati alla base della vela per la misura degli sforzi.

Per la sola vela 1 sono state eseguite anche prove di oscillazione libera consistenti nell'applicare, con l'attrezzatura già utilizzata per le prove statiche, un carico in sommità che veniva poi annullato in maniera pressoché istantanea.

3.2 I risultati delle prove

Le conclusioni più interessanti alle quali si è giunti attraverso l'esame dei risultati sperimentali e il confronto con i dati numerici sono i seguenti.

- a) La prova statica per la simulazione dell'azione del

vento e del carico sismico ha permesso di confermare un comportamento abbastanza regolare della vela; le deformazioni ottenute, nei vari cicli di carico e scarico, sono risultate in campo elastico con valori di spostamento in sommità congruenti con quelli valutati per via teorica senza significativa riduzione della rigidità strutturale al crescere dei cicli di carico.

Una prima valutazione positiva già si poteva estrarre da tali risultati, significativi, se non altro, nei riguardi del probabile esito positivo della costruzione, da attestare però con le successive prove dinamiche.

- b) L'esame dei risultati delle prove dinamiche è stato più ricco d'informazioni rispetto a quelle ottenute dalla sola prova statica; fra i risultati più significativi si hanno i seguenti.

Frequenze proprie e modi di vibrare delle vele

La tabella 1 riporta le frequenze proprie e le forme modali, ottenuti per ciascuna vela.

Nella stessa tabella è effettuato un confronto con i dati ottenuti dal modello matematico; l'accordo più che soddisfacente conferma la correttezza delle ipotesi poste alla base del modello di calcolo numerico. In particolare si evidenzia una maggiore rigidità della struttura rispetto al modello, a conferma del raggiungimento di un modulo elastico medio superiore alle previsioni teoriche ed, ancora più importante, a dimostrazione oggettiva della perfezione esecutiva, segno di un ottimo monolitismo, perfezione che si prospettava a monte come la grandezza più incerta, dato che si avevano ben 346 conci, uniti in generale su quattro lati.

Smorzamenti associati ai modi propri

I valori ottenuti per lo smorzamento modale sono risultati molto modesti per tutte e tre le vele essendo compresi fra 0,5 e 1 % (tabella 1), nonostante che l'ampiezza del moto della struttura generato dalla vibrodina abbia raggiunto valori significativi in rapporto a quelli attesi per il sisma (categoria II, accelerazione del terreno pari a 0.07 g).

Valori così ridotti confermano che la vela presenta il comportamento tipico di un corpo omogeneo ed elastico (nonostante appunto sia formata dall'assemblaggio di numerosi conci) senza che si generino meccanismi di dissipazione d'energia nelle unioni fra i conci; anche la dissipazione tramite le fondazioni risulta modesta.

Interazione fra le vele

L'esecuzione delle prove in tempi successivi, al termine cioè della costruzione di ciascuna vela, ha permesso di studiare l'interazione esistente fra le varie vele che insistono su un'unica grande platea di fondazione, costituente un vero e proprio elemento

di accoppiamento strutturale al piede.

Si è preso come parametro significativo di tale accoppiamento la variazione dei valori delle frequenze proprie di una vela determinate sperimentalmente in assenza e successivamente in presenza delle altre vele.

I risultati (tabella 1) mostrano variazioni estremamente modeste (in ogni caso dello stesso ordine di precisione del metodo d'indagine) e risultano in accordo con le previsioni del modello di calcolo a conferma di una corretta modellazione del comportamento della fondazione.

Confronto sperimentalmente teorico.

Benché l'eccitazione sinusoidale data dalla vibrodina non permetta una corretta simulazione dell'azione del sisma di progetto, è però possibile confrontare il moto ottenuto nelle prove con quello generato da tale sisma se si suppone che alla risposta sismica contribuisca in modo preponderante un solo modo.

In questa ipotesi l'ampiezza massima del moto provocato dal sisma in un generico punto i sarà dato da:

$$\max(a_{sima}) = \sqrt{\sum_j (C_j \cdot \Phi_j^i \cdot S_a(\omega_j, \zeta_j))^2} \cong C_k \cdot \Phi_k^i \cdot S_a(\omega_k, \zeta_k)$$

dove si è indicato con: S_a lo spettro sismico e C_k il coefficiente di partecipazione per il modo (k -esimo) più significativo.

Il confronto effettuato con questo criterio è riportato nella tabella 1 e mostra come i valori delle ampiezze raggiunti nel corso dell'indagine sperimentale sono compresi fra il 15 e il 40 % di quelli attesi per il sisma di progetto avente direzione parallela all'asse della vela e addirittura superiori di un fattore 2 per un sisma avente direzione perpendicolare all'asse della vela.

Nell'ambito di queste sollecitazioni il comportamento della struttura è stato regolare e perfettamente lineare, come dimostrato dal fatto che non si sono avute variazioni nei valori delle frequenze proprie e degli smorzamenti nel corso della sperimentazione.

4. RIFLESSIONI CONCLUSIVE

Alcune considerazioni svolte nei paragrafi precedenti anticipano il succo di queste ultime riflessioni, le quali possono sintonizzarsi su più canali riguardanti:

- la qualità dei materiali,
- la durabilità della costruzione,
- l'invenzione progettuale,

– l’invenzione esecutiva,
– le procedure di controllo,
in una parola riassumendo tutto ciò che operativamente intendiamo per progettazione globale, esecuzione e verifica finale.

Due brevi parole per illustrare gli aspetti salienti di tali canali/obbiettivo.

Se è vero che la soluzione progettuale deve ottimizzare il rapporto benefici/costi a fronte di numerosi obiettivi, quasi sempre fra loro conflittuali, al fine di facilitare l’individuazione di tale soluzione ottimale è quanto mai opportuno ricorrere a materiali, tipologie costruttive e tecniche esecutive che possano raggiungere, per così dire in modo automatico, alcuni di tali obiettivi, e tali poi da garantirli attraverso idonei controlli, in modo da ridurre la rosa degli obiettivi con cui confrontarsi.

L’adozione quindi di un materiale con modestissimi coefficienti di variazione (nel nostro caso solo l’1,5% circa!) ben sanno i progettisti “probabilistici” che è il requisito fondamentale per centrare la sicurezza strutturale sul livello desiderato di rischio, in presenza s’intende di azioni altrettanto ben individuate, e in relazione ad un prefissato fattore di sicurezza letto sui medi (il che vuol dire, come è noto, per un determinato costo costruttivo e classe d’uso prescelta). Se poi tale materiale (il nostro calcestruzzo HPC in cemento bianco) è tale da garantire la durata, intrinsecamente si arriva ad una resistenza garantita nel tempo giustificando appieno la validità della misura “una volta” della sicurezza fatta al momento del progetto: i due obiettivi, resistenza e durata, possono dirsi così assolti.

Ma v’è di più. Un materiale di qualità, quale il calcestruzzo della Chiesa, ha anche il pregio di avere valori meno incerti degli altri parametri fisico-meccanici che possono entrare nel calcolo (vedi ad esempio la viscosità). Ed infine, per i severi obblighi e controlli occorrenti per la produzione di un tale materiale e dei suoi elementi strutturali, accade che risultano implicitamente soddisfatti i requisiti propri di un Sistema Qualità, che pare essere l’unico deterrente efficace contro i disastri imputabili alle cosiddette Grandi Negligenze.

Le tipologie costruttive diventano ormai spesso complesse per il rispetto di un pensiero architettonico sempre più immaginifico. All’interno di tali costruzioni, non appaiono quasi più individuabili schemi strutturali che si prestino a facili intuizioni del loro comportamento, cosicché si è costretti a cercare vie anche sofisticate per capire tale comportamento, accoppiando le risorse dei moderni mezzi di calcolo automatico alle procedure della back-analysis per darsi ragione delle scelte progettuali. Ma, proprio per

l’inusualità di tali strutture, è fondamentale individuare già in sede di progetto la strada esecutiva per riuscire a dare corpo alla struttura utilizzando tecniche anche particolari, le quali spesso condizionano le procedure di calcolo: progettazione ed esecuzione s’intrecciano in un complesso inscindibile. Nella Chiesa di Roma, a fianco della scelta della prefabbricazione per conci, con l’obbiettivo finale di ottenere però in opera il perfetto monolitismo delle vele mediante opportuni tracciati di precompressione, ed altresì con l’assenza di decompressione sui lati esterni vulnerabili, con grande sagacia e indubbio merito del progettista è stata messa a punto una macchina straordinaria che potesse materializzare in opera il pensiero progettuale.

Ormai, in queste costruzioni complesse l’invenzione esecutiva è altrettanto importante di quella progettuale e, come si è detto, da questa inscindibile. Le “macchine” che consentono di realizzare tali costruzioni sono spesso veri e propri gioielli d’arte, e dispiace notare che esse fanno quasi sempre una fine ingloriosa al termine del cantiere (ferro vecchio da rottamare), mentre invece sarebbero degne d’essere conservate come vere e proprie invenzioni (si pensi, oltre alla macchina di Roma, alle gru mobili usate a Milano per montare le enormi travi dello Stadio Meazza o al sistema esecutivo ed ai controlli messi a punto per gli archi in calcare della Chiesa di Padre Pio a S. Giovanni Rotondo o alle tecniche particolari di montaggio e controllo impiegate per le volte in legno lamellare della Fiera di Rimini): invenzioni, tutte, che appunto dispiace non abbiano trovato un adeguato culto della conservazione.

Non ultimo, l’importanza dei controlli, indispensabili per asseverare il pensiero progettuale e la validità esecutiva, ossia in sintesi la costruzione. Se si intende che il controllo finale sia da porsi sullo stesso piano dei collaudi di routine, previsti dalla Legge sulle costruzioni, non si è allora compreso affatto lo spirito e le finalità di tale controllo. Esso può invero essere impiegato per formulare il parere di collaudabilità, arricchito da tutte le altre doverose attività di Norma, ma, come sopra si è detto, specie se svolto su più fronti paralleli, soprattutto con l’impiego della sperimentazione dinamica, è l’unico strumento in grado di dare una vera asseverazione della costruzione realizzata.

La Chiesa di Roma sembra proprio riassumere questi moderni orientamenti dell’arte del costruire, quale caso emblematico e, v’è da dire, anche molto privilegiato per la lettura culturale che di tale episodio ne ha fatto l’Italcementi Group.

Realizzazione delle opere:

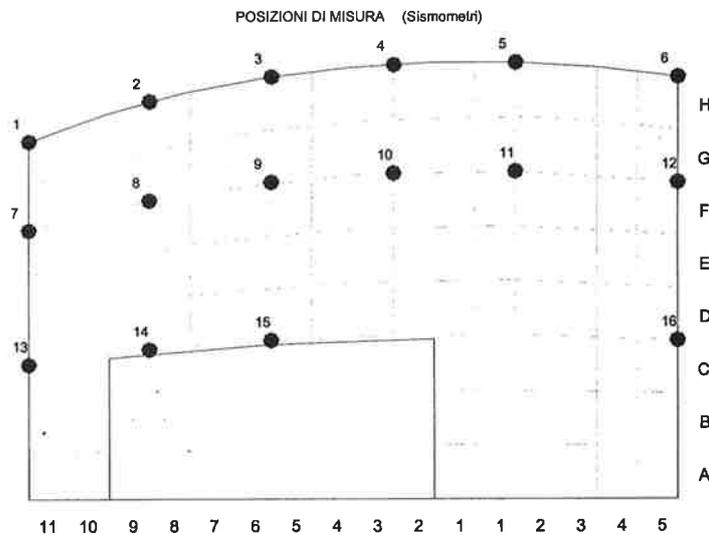
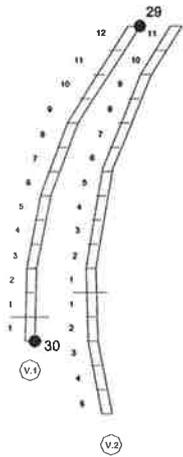
– costruzione generale: Impresa Lamaro Appalti S.p.A

di Roma, Direttore Tecnico Ing. Ermanno Clementoni;

- "macchina" per la posa dei conci: Società O.C.M.L. di Bergamo, Direttore Tecnico Ing. Claudio Clerici

Vela	Modo	Forma modale	Frequenza (Hz) (misurata)	Frequenza (HZ) (calcolata)	Smorzamento (%)	Frequenza (HZ) (Vela1 +Vela2)
1	1	deformata flessionale	2,42	2,08	0,8	2,45
	2	deformata torsionale con linea nodale verticale	3,33	3,13	0,5	3,35
	3	deformata flessionale con due nodi lungo l'arco	6,80	6,63	0,7	6,75
	4	deformata flessionale con un nodo lungo la mensola	6,31		1,2	
2	1	deformata flessionale	1,61	1,48	1,0	
	2	deformata torsionale con linea nodale verticale	1,75	1,73	0,9	
	3	deformata flessionale con due nodi lungo l'arco	4,37	4,32	0,4	
	4	deformata flessionale con un nodo lungo la mensola	6,31		0,6	

Tabella 1 : Valori dei parametri modali per la vela 1 e la vela 2



L'INSERIMENTO DI SMORZATORI VISCOSI IN STRUTTURE IN C.A. DI TIPO SHEAR-TYPE: EFFICIENZA DEL SISTEMA MPD

Claudio Ceccoli¹, Tomaso Trombetti¹, Stefano Silvestri¹

¹ Dipartimento DISTART, Università di Bologna.

SOMMARIO

In questa memoria vengono illustrati i vantaggi offerti dall'inserimento, in strutture di tipo shear-type, di smorzatori aggiuntivi disposti secondo un particolare schema, qui definito MPD (mass proportional damping). Il sistema smorzante MPD, all'interno della classe dei sistemi di Rayleigh e sotto la condizione di ugual costo, fornisce le prestazioni migliori sia in termini di minimizzazione della mean square response della struttura ad un input stocastico di tipo white noise che in termini di massimizzazione di una opportuna media pesata degli smorzamenti modali. Una verifica dell'applicabilità dei sistemi MPD a strutture reali è qui condotta attraverso analisi dinamiche di tipo numerico di un telaio in c.a. a 4 piani progettato secondo la normativa italiana.

ABSTRACT

In this paper the advantages offered by the placement of manufactured added viscous dampers in shear-type structures according to the here defined MPD (mass proportional damping) scheme are investigated. Within the class of Rayleigh damped systems and under the equal cost condition, the MPD system provides the overall best performances in terms of minimum top-story mean square response to a white noise stochastic input and in terms of maximum weighted average of modal damping ratios. Verification of the applicability of MPD systems to real structures is also positively carried out through numerical dynamic analyses of a 4-story shear-type frame in reinforced concrete designed according to the Italian seismic code.

1. INTRODUZIONE

Gli smorzatori viscosi sono dispositivi idraulici che vengono inseriti nelle strutture per mitigare gli effetti dell'azione sismica attraverso la dissipazione dell'energia cinetica trasmessa dal terreno alla struttura [1]. L'applicazione di tali dispositivi è già stata effettuata con successo su diversi edifici soprattutto negli Stati Uniti e in Giappone [2]. Tuttavia, relativamente all'introduzione di elementi dissipativi nelle strutture, non esiste ancora in letteratura una risposta esaustiva al problema dell'ottimizzazione, in termini di efficienza, del sistema di smorzatori. Infatti, nei pur numerosi lavori presenti in letteratura [3] [4] [5][6][7][8][9], il problema è in genere limitato solo alla ricerca della dimensione ottimale degli smorzatori posizionati fra un piano e l'altro. Questa disposizione corrisponde a quella finora tradizionalmente adottata negli edifici a telaio. Gli autori affrontano, in questa memoria, il problema in modo nuovo e più completo,

studiando al tempo stesso sia il posizionamento che il dimensionamento ottimale degli smorzatori.

La presente memoria vuole approfondire inoltre lo studio della disposizione ottimale degli smorzatori negli edifici a telaio in cemento armato soggetti a sisma.

2. INSERIMENTO DI SMORZATORI VISCOSI NELLE STRUTTURE DI TIPO SHEAR-TYPE SMORZATE ALLA RAYLEIGH

Il problema dell'ottimizzazione del sistema di smorzatori aggiuntivi per strutture di tipo shear-type è già stato affrontato dagli autori a partire dai principi fisici che regolano il comportamento dei sistemi di smorzamento alla Rayleigh [10][11][12]. Di seguito vengono brevemente richiamati i concetti ed i risultati fondamentali di queste ricerche.

2.1 Formulazione analitica

Per strutture a più gradi di libertà smorzate alla Rayleigh [13], la matrice di smorzamento $[C]$ si specializza in:

$$[C]_R = \alpha [M] + \beta [K] \quad (1)$$

dove $[M]$ e $[K]$ sono rispettivamente la matrice delle masse e la matrice delle rigidità, e α e β sono due costanti, aventi rispettivamente dimensioni sec^{-1} e sec . Eq. (1) consente di definire le due seguenti matrici di smorzamento:

- matrice di smorzamento proporzionale alle masse (mass proportional damping, MPD), o matrice MPD:

$$[C]_{MPD} = \alpha [M] \quad (2)$$

- matrice di smorzamento proporzionale alle rigidità (stiffness proportional damping, SPD) o matrice SPD:

$$[C]_{SPD} = \beta [K] \quad (3)$$

che corrispondono rispettivamente ai casi limite MPD e SPD dello smorzamento di Rayleigh.

Senza perdere di generalità, si consideri la struttura di tipo shear-type a 3 gradi di libertà rappresentata in Fig. 1a. Le Figure 1b, 1c, 1d forniscono la rappresentazione fisica della struttura in considerazione smorzata con i sistemi di smorzamento dati rispettivamente dalle Equazioni (1), (2) e (3).

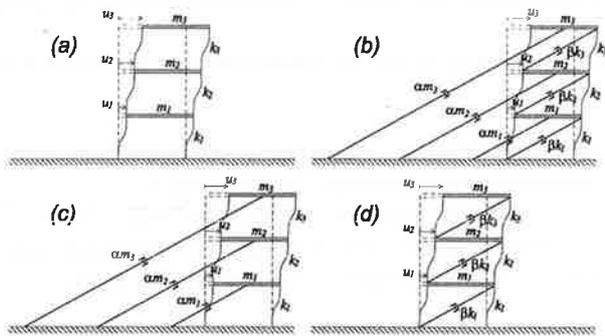


Figura 1. Struttura a 3 g.d.l.: non smorzata (a), smorzata con sistema di Rayleigh (b), con sistema MPD (c) e con sistema SPD (d).

Per chiarezza d'esposizione, il sistema di smorzatori aggiuntivi che permette di ottenere una matrice MPD viene qui definito "sistema MPD", e, analogamente, il sistema che permette di ottenere una matrice SPD "sistema SPD". Inoltre le strutture caratterizzate da un sistema MPD verranno indicate nel seguito come "strutture MPD" e le strutture caratterizzate da un sistema SPD come "strutture SPD".

Dalle rappresentazioni fisiche di Fig. 1 è possibile osservare come gli smorzatori del sistema MPD (αm_j ,

αm_2 , αm_3 , essendo m_j la massa del piano j -esimo) colleghino ogni piano al terreno, mentre gli smorzatori del sistema SPD (βk_1 , βk_2 , βk_3 , essendo k_j la rigidità alla traslazione laterale degli elementi verticali che collegano il piano j -esimo con il piano sottostante) colleghino ogni piano con quello adiacente. Si noti anche che i due sistemi MPD e SPD sono fisicamente indipendenti.

Come conseguenza immediata di questa osservazione, i sistemi MPD e SPD possono essere definiti anche in termini di posizionamento e di dimensionamento degli smorzatori secondo quanto segue:

- *sistema MPD*: gli smorzatori sono posizionati in modo da collegare ciascun piano ad un punto fisso (terreno oppure elemento verticale di controventamento infinitamente rigido, come schematicamente riportato in Fig. 2a e 2b per una struttura a 3 g.d.l.) e sono dimensionati in modo tale che ogni coefficiente di smorzamento c_j sia proporzionale alla corrispondente massa di piano m_j ;
- *sistema SPD*: gli smorzatori sono posizionati in modo da collegare due piani adiacenti (Fig. 2c) e sono dimensionati in modo tale che ogni coefficiente di smorzamento c_j sia proporzionale alla rigidità laterale k_j degli elementi verticali che collegano i medesimi due piani.

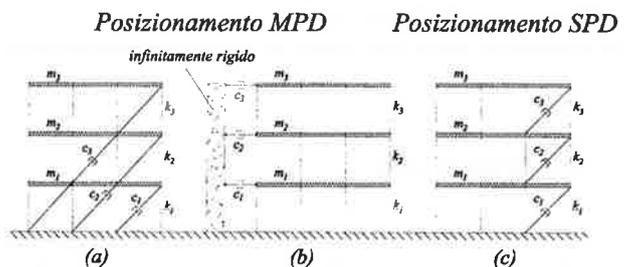


Figura 2. Posizionamento degli smorzatori: di tipo MPD (a,b) e di tipo SPD (c).

Al fine di individuare il sistema più efficiente, in termini di dissipazione dell'energia, fra tutti i possibili sistemi di Rayleigh implementabili in strutture di tipo shear-type, è opportuno introdurre il concetto di vincolo di egual costo totale degli smorzatori. Questo vincolo richiede che il costo totale di un sistema di smorzamento, c_{tot} , calcolato come la somma dei coefficienti di smorzamento, c_j , di tutti gli M smorzatori introdotti nella struttura, sia pari ad un valore fissato, \bar{c} , per tutti i sistemi confrontati. In formule, si ha:

$$c_{tot} = \sum_{j=1}^M c_j = \bar{c} \quad (4)$$

Per un generico sistema di Rayleigh a N gdl, la condizione di equal total costo diviene:

$$\alpha \sum_{j=1}^N m_j + \beta \sum_{j=1}^N k_j = \bar{c} \quad (5)$$

Nell'ambito di tutti i possibili sistemi di Rayleigh, l'imposizione della condizione di equal total costo individua una classe di sistemi caratterizzata dai seguenti valori di α e β :

$$\alpha = \bar{\alpha} \cdot (1 - \gamma) \quad (6)$$

$$\beta = \bar{\beta} \cdot \gamma \quad (7)$$

dove $\bar{\alpha} = \bar{c} / \sum_{j=1}^N m_j$, $\bar{\beta} = \bar{c} / \sum_{j=1}^N k_j$ e γ è un parametro

adimensionale con valori compresi fra 0 ed 1 che identifica ciascun specifico sistema di Rayleigh all'interno della classe sopra definita. $\gamma = 0$ identifica il sistema MPD, mentre $\gamma = 1$ identifica il sistema SPD.

2.2 Indice di risposta stocastica

L'efficienza di diversi sistemi smorzanti viene qui valutata attraverso un indice di risposta strutturale ad un input di tipo stocastico. In particolare, si è assunto come indice di prestazione della struttura smorzata la mean square response [14][15] (che viene a coincidere con la varianza per input stocastici con valor medio nullo), σ_j^2 , dello spostamento del piano j -esimo della struttura soggetta alla base ad una accelerazione di tipo white noise, avente le seguenti caratteristiche: band limited fra 0 e $\bar{\omega} = 60 \text{ rad/sec}$, stazionario, Gaussiano a valor medio nullo, caratterizzato da una densità di potenza spettrale costante di ampiezza $A^2 = 0.144 \text{ m}^2/\text{sec}^3$. Questi valori sono stati scelti in modo tale che la deviazione standard dell'accelerazione alla base della struttura fornita da questo processo stocastico sia pari a 0.3g. La mean square response σ_j^2 si calcola come segue:

$$\sigma_j^2 = A^2 \int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega \quad (8)$$

dove $H_j(\omega)$ è la componente j -esima (j corrisponde alla coordinata del piano j -esimo) del vettore delle funzioni di trasferimento del sistema, $\{H(\omega)\}$, definito come segue:

$$\{H(\omega)\} = -(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K])^{-1} [M] \{1\} \quad (9)$$

dove ω rappresenta la pulsazione naturale, $i = \sqrt{-1}$ e $\{1\}$ è un vettore di tutti 1. Senza perdere di generalità,

essendo i risultati estendibili anche agli altri piani, si è considerata la mean square response, σ_N^2 , dello spostamento del piano N -esimo, essendo N la coordinata del piano in sommità.

Una prima serie di analisi numeriche è stata effettuata con riferimento a cinque strutture di tipo shear-type, caratterizzate tutte da rigidità laterale costante lungo l'altezza dell'edificio ($k_j = k = 4 \cdot 10^7 \text{ N/m}$), da masse di piano tutte uguali ($m_j = m = 0.8 \cdot 10^5 \text{ kg}$), da un \bar{c} calcolato in modo tale che il rapporto di smorzamento del 1° modo di vibrare della struttura SPD sia pari a 0.05 ($\xi_1^{SPD} = 0.05$) e da un numero totale di piani, N , variabile da 2 a 6.

Le analisi, condotte sotto la condizione di equal costo totale degli smorzatori, hanno mostrato che, fra tutti i sistemi di smorzamento alla Rayleigh, il sistema MPD ($\gamma = 0$) rappresenta la soluzione ottimale dal punto di vista della minimizzazione di σ_N^2 , mentre il sistema SPD ($\gamma = 1$) rappresenta la soluzione peggiore. Questo risultato fondamentale è evidente dall'analisi di Fig. 3, che presenta σ_N^2 in funzione del parametro γ , per strutture appunto caratterizzate da un numero totale di piani, N , compreso fra 2 e 6.

Le curve $\sigma_N^2(\gamma)$ di Fig. 3 sono caratterizzate da un andamento molto regolare e da una tangente pressoché orizzontale in corrispondenza di $\gamma = 0$, cosicché sistemi caratterizzati da valori piccoli ma non nulli di γ conducono ancora a valori molto bassi di σ_N^2 . Questa è una chiara indicazione della "robustezza" dell'efficienza dissipativa dei sistemi MPD.

Inoltre, Fig. 3 mostra anche come la differenza fra l'efficacia dissipativa del sistema MPD e quella del sistema SPD diventi sempre più grande al crescere del numero totale N dei piani della struttura.

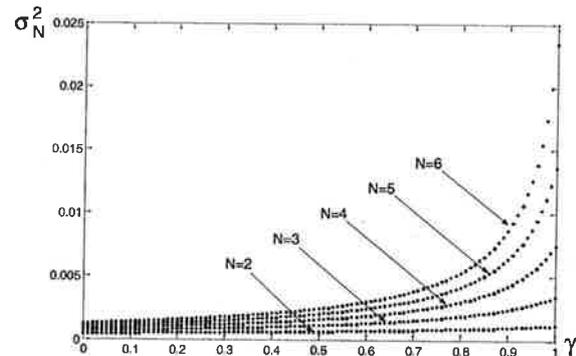


Figura 3. σ_N^2 in funzione del parametro γ .

In questa sezione è stato così mostrato come i sistemi MPD e SPD, identificati nel paragrafo 2.1 come

due casi limite, dal punto di vista fisico, dello smorzamento di Rayleigh, corrispondano a casi limite anche per quanto riguarda le proprietà smorzanti del sistema.

E' opportuno notare come, per la particolare classe di strutture prese in considerazione ed in virtù del vincolo di ugual costo, gli smorzatori del sistema MPD e quelli del sistema SPD siano tutti uguali ($c_j = \bar{c}/N$). Pertanto, questi due sistemi si differenziano unicamente per la diversa disposizione degli stessi elementi viscosi. I risultati di Fig. 3 indicano quindi come il posizionamento degli smorzatori sia un fattore fondamentale per la loro efficacia dissipativa. In buona sostanza, la disposizione tradizionale degli smorzatori fra piani adiacenti (caratteristica del sistema SPD) è quella che, all'interno della classe dei sistemi di Rayleigh, porta alla minore efficienza dissipativa. Al contrario, il posizionamento degli smorzatori in modo tale da collegare ciascun piano al terreno, tipico del sistema MPD qui proposto dagli scriventi, porta alla massima efficienza del sistema di smorzamento.

2.3 Media pesata dei rapporti di smorzamento modali

I risultati ottenuti con l'indice stocastico σ_N^2 vengono confermati anche da altre ricerche, condotte dagli scriventi, basate sugli smorzamenti modali delle strutture MPD e SPD. E' possibile infatti valutare l'efficacia dissipativa di una struttura di Rayleigh ad N g.d.l. attraverso l'introduzione di un ulteriore indice prestazionale, definito come la media pesata, ξ_{av}^R (dove il pedice av sta per *average*), dei rapporti di smorzamento modali. Come pesi si adottano i *modal contribution factors*, \bar{V}_{bn} , relativi al taglio alla base, così come definiti da Chopra [16]:

$$\bar{V}_{bn} = \frac{M_n^*}{\sum_{n=1}^N M_n^*} \quad (10)$$

dove M_n^* rappresenta la *base shear effective modal mass* [16][10] relativa all' n -esimo modo di vibrare della struttura. Imponendo la condizione di ugual costo fornita dalle Equazioni (6) e (7), le medie pesate degli smorzamenti modali per sistemi MPD, ξ_{av}^{MPD} , e per sistemi SPD, ξ_{av}^{SPD} , si calcolano come segue:

$$\xi_{av}^{MPD} = \sum_{n=1}^N \bar{V}_{bn} \frac{\bar{\alpha}}{2\omega_n} \quad (11)$$

$$\xi_{av}^{SPD} = \sum_{n=1}^N \bar{V}_{bn} \frac{\bar{\beta}\omega_n}{2} \quad (12)$$

Per le strutture shear-type considerate, i due grafici di Fig. 4 presentano rispettivamente ξ_{av}^{MPD} , ξ_{av}^{SPD} ed il rapporto $\xi_{av}^{MPD} / \xi_{av}^{SPD}$ in funzione del numero totale di piani della struttura. I risultati di Fig. 4a mostrano come, per tutte le cinque strutture considerate, ξ_{av}^{MPD} sia sempre maggiore di ξ_{av}^{SPD} . Inoltre, al crescere del numero totale N dei g.d.l., ξ_{av}^{MPD} cresce in modo significativo, mentre ξ_{av}^{SPD} rimane pressoché costante, vicino al valore 0.05 che è caratteristico del 1° smorzamento modale della struttura SPD. Il rapporto $\xi_{av}^{MPD} / \xi_{av}^{SPD}$ cresce più che linearmente col crescere del numero totale di g.d.l. Per la struttura a 2 g.d.l. $\xi_{av}^{MPD} / \xi_{av}^{SPD} \cong 2$, mentre per la struttura a 6 g.d.l. $\xi_{av}^{MPD} / \xi_{av}^{SPD} \cong 12$. Pertanto, per i tipici edifici residenziali italiani (alti circa 6 piani) si può dire che c'è circa un ordine di grandezza fra ξ_{av}^{MPD} e ξ_{av}^{SPD} , e quindi fra l'efficacia smorzante del sistema MPD e quella del sistema SPD.

Per le strutture shear-type considerate in questa sezione, si può dimostrare [10] che lo smorzamento modale del 1° modo di vibrare, ξ_1^{MPD} , della struttura MPD è sempre nettamente maggiore del 1° smorzamento modale della struttura SPD, ξ_1^{SPD} . Questo, unito al fatto che il 1° modo di vibrare è quello caratterizzato dal peso (1° *modal contribution factor* \bar{V}_{b1}) più elevato e quindi dall'importanza maggiore nella determinazione della risposta globale della struttura, fornisce una giustificazione fisica dei risultati di Fig. 4.

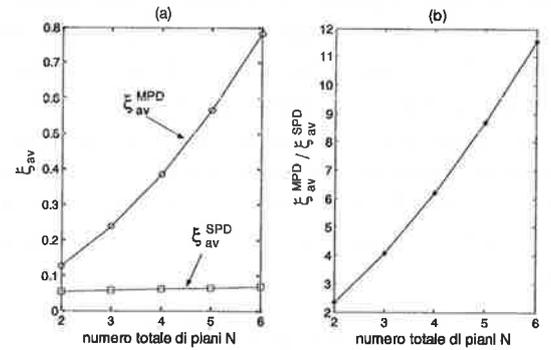


Figura 4. ξ_{av}^{MPD} , ξ_{av}^{SPD} (a) ed il rapporto $\xi_{av}^{MPD} / \xi_{av}^{SPD}$ (b) in funzione del numero totale di piani della struttura.

3. ESEMPIO DI APPLICAZIONE AD UN TELAIO IN C.A. A 4 PIANI

3.1 La struttura di riferimento

Per verificare i risultati precedentemente illustrati attraverso un esempio verosimile, si studia ora, mediante simulazioni numeriche, il comportamento dinamico di un edificio residenziale in c.a. progettato in zona sismica di II categoria, S=9, secondo il D.M. 16/1/1996.

La struttura di riferimento presenta una pianta rettangolare di $19m \times 11.3m$ e, nel suo punto più alto, raggiunge un'altezza totale di $10.42m$. La copertura, a doppia falda, presenta una inclinazione pari a circa il 15%. La struttura è costituita da tre telai, due laterali ed uno centrale, disposti lungo la direzione longitudinale ($19m$) della pianta e collegati da cordoli in c.a. opportunamente dimensionati per resistere all'azione sismica. I solai, aventi luce pari a $5.65m$, sono orditi secondo la direzione trasversale. L'edificio, privo di piani seminterrati ed interrati, presenta locali adibiti ad uffici al 1° piano, mentre il 2° piano è destinato a civile abitazione. L'altezza fra i piani è di $3.5m$. Il 3° piano, non abitabile, è considerato sottotetto ed ha altezza variabile da zero a $1.42m$ al centro. La copertura costituisce il 4° piano.

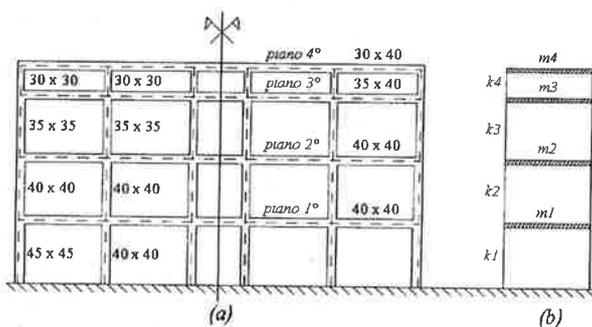


Figura 5. (a) Casseratura del telaio di spina. (b) Schematizzazione di tipo shear-type del telaio di spina.

Le analisi vengono qui condotte con riferimento al telaio di spina enucleato dal contesto. La casseratura di questo telaio è rappresentata in Fig. 5a. Al fine dello studio del comportamento dinamico del telaio, è lecito [16] adottare la schematizzazione bidimensionale di tipo shear-type riportata in Fig. 5b. Le rigidezze, k_j , di piano sono state valutate con un modello bidimensionale agli elementi finiti che tiene conto della rigidezza finita delle travate. I valori delle rigidezze ottenute sono qui di seguito riportati:

$$\begin{aligned} k_1 &= 1.000 \cdot 10^8 \text{ N/m} \\ k_2 &= 0.601 \cdot 10^8 \text{ N/m} \\ k_3 &= 0.435 \cdot 10^8 \text{ N/m} \\ k_4 &= 1.278 \cdot 10^8 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (13)$$

Le masse di piano sono state valutate secondo i criteri del D.M. 16/1/1996 e valgono:

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.03 \cdot 10^5 \text{ kg} \\ m_2 &= 0.93 \cdot 10^5 \text{ kg} \\ m_3 &= 0.78 \cdot 10^5 \text{ kg} \\ m_4 &= 0.60 \cdot 10^5 \text{ kg} \end{aligned} \quad (14)$$

Il sistema è supposto smorzato con sistemi di Rayleigh e si è assunto $\bar{c} = 3.117 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{sec/m}$, in modo da avere anche in questo caso $\xi_1^{SPD} = 0.05$. Di seguito si riportano i risultati di indagini volte alla identificazione del sistema di smorzamento di Rayleigh ottimale, ovvero quello in grado di fornire le migliori capacità dissipative, sotto la condizione di equal costo.

3.2 Indice di risposta stocastica

Analisi numeriche sono state condotte al fine di identificare, per il telaio considerato, il sistema smorzante cui compete il valore minimo dell'indice stocastico definito in Eq. (8). In particolare, sono qui considerati quattro indici, ognuno dei quali corrispondente alla risposta di un piano. Per ogni j -esimo piano, sotto la condizione di equal costo totale degli smorzatori, è stata ottenuta la curva della mean square response σ_j^2 (dello spostamento di piano) in funzione del parametro γ (identificativo di ogni specifico sistema di Rayleigh). Le curve relative alle risposte dei quattro piani sono graficate in Fig. 6.

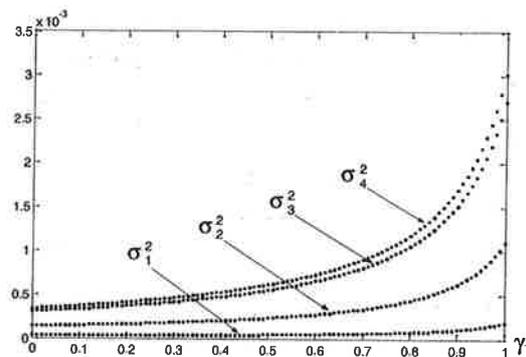


Figura 6. Valori dell'indice σ_j^2 , per ogni piano j , in funzione di γ .

E' subito evidente come, per ogni piano, anche in questo caso, il sistema MPD ($\gamma = 0$) minimizzi la mean square response σ_j^2 , mentre il sistema SPD ($\gamma = 1$) la massimizzi.

Fig. 6 permette inoltre di fare le seguenti osservazioni:

- tutte le curve mostrano un andamento molto regolare e sono caratterizzate da una tangente pressoché orizzontale in corrispondenza di $\gamma = 0$, confermando così la grande "robustezza" dell'efficienza dissipativa del sistema MPD;
- relativamente ai due piani più alti, le curve $\sigma_3^2(\gamma)$ e $\sigma_4^2(\gamma)$ differiscono di poco. Questo è spiegato dall'elevato valore della rigidezza k_4 dei pilastri fra il 3° piano e la copertura, in virtù della limitata altezza del sottotetto. Praticamente, la struttura si comporta come se avesse solo 3 piani, costituendo il 3° e il 4° piano un blocco unitario molto rigido. Inoltre, queste due curve mostrano una cuspide con tangente pressoché verticale in corrispondenza di $\gamma = 1$. Questo fatto indica chiaramente che valori elevati di $\sigma_3^2(\gamma)$ e $\sigma_4^2(\gamma)$ sono strettamente connessi con i sistemi SPD "puri" (γ esattamente uguale ad 1) e che, se si cerca un'alta efficienza dissipativa, i sistemi SPD sono assolutamente da evitare;
- la differenza fra $(\sigma_j^2)_{MPD}$ e $(\sigma_j^2)_{SPD}$ - con cui si indicano rispettivamente i valori di σ_j^2 valutati per $\gamma = 0$ e per $\gamma = 1$ - cresce al crescere del numero j di piano. Pertanto, gli effetti benefici di un sistema MPD saranno tanto più marcati, quanto più si considera la risposta dei piani alti nella valutazione della efficienza dissipativa di una struttura;
- come ci si poteva ragionevolmente aspettare, per ogni dato valore di γ , σ_j^2 cresce al crescere del numero del piano considerato. Tuttavia, i sistemi MPD conducono a valori di σ_j^2 che sono molto ridotti e vicini tra loro per tutti i quattro piani. I sistemi SPD conducono a valori di σ_j^2 che sono molto differenziati, tanto che $(\sigma_4^2)_{SPD} \cong 16 \cdot (\sigma_1^2)_{SPD}$ e $(\sigma_4^2)_{SPD} \cong 2.75 \cdot (\sigma_2^2)_{SPD}$.

Una valutazione quantitativa delle riduzioni di σ_j^2 offerte dal sistema MPD, rispetto ai valori dello stesso indice σ_j^2 caratteristici del sistema SPD sotto la condizione di egual costo, può essere ottenuta attraverso il rapporto:

$$\frac{(\sigma_j^2)_{MPD}}{(\sigma_j^2)_{SPD}} \quad (15)$$

che è plottato in Fig. 7 in funzione del numero di piano considerato. Si può osservare che:

- per il 1° piano, il sistema MPD riduce di circa l'84% il valore di σ_1^2 ottenuto col sistema SPD;
- per il 2° piano, il sistema MPD riduce di circa l'87% il valore di σ_2^2 ottenuto col sistema SPD;
- per il 3° ed il 4° piano, il sistema MPD riduce di circa l'89% i valori di σ_3^2 e σ_4^2 ottenuti col sistema SPD.

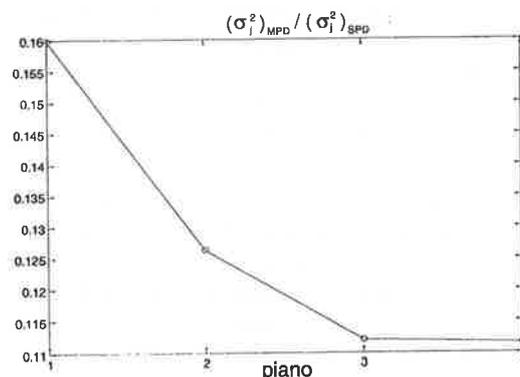


Figura 7. Rapporto $(\sigma_j^2)_{MPD} / (\sigma_j^2)_{SPD}$ per ogni piano j .

3.3 La risposta del telaio sotto sisma

Al fine di verificare, per il telaio in esame, le indicazioni sopra riportate (ottenute mediante indici stocastici generali) anche attraverso analisi dinamiche dello stesso telaio soggetto però ad inputs dinamici specifici, è stata condotta una serie di simulazioni numeriche, che utilizzano come inputs le registrazioni di 40 terremoti (10 dei quali di tipo near-field o epicentrali e 30 far-field).

E' stato così studiato il comportamento dinamico sotto sisma del telaio in c.a. dotato dei seguenti tre sistemi di smorzamento di Rayleigh caratterizzati dallo stesso costo totale \bar{c} : i due casi limite MPD ($\gamma = 0$) e SPD ($\gamma = 1$) ed il sistema di Rayleigh intermedio caratterizzato da $\gamma = 0.5$. Per chiarezza d'esposizione, si parlerà in seguito rispettivamente di strutture MPD ($\gamma = 0$), SPD ($\gamma = 1$) e R05 ($\gamma = 0.5$).

Assumendo come riferimento il massimo spostamento sviluppato dalla struttura SPD, per ogni terremoto, sono stati calcolati, per ciascuno dei quattro piani, i due seguenti rapporti $(\rho_j)_{MPD}$ e $(\rho_j)_{R05}$ (rispettivamente indicativi della riduzione dei massimi spostamenti offerti dalle strutture MPD e R05 rispetto al massimo spostamento sviluppato dalla struttura SPD al piano j -esimo):

$$(\rho_j)_{MPD} = \frac{(u_{\max-j})_{MPD}}{(u_{\max-j})_{SPD}} \quad (16)$$

$$(\rho_j)_{R05} = \frac{(u_{\max-j})_{R05}}{(u_{\max-j})_{SPD}} \quad (17)$$

dove $(u_{\max-j})_{MPD}$, $(u_{\max-j})_{SPD}$, $(u_{\max-j})_{R05}$ rappresentano rispettivamente il massimo spostamento del piano j -esimo sviluppato dalle strutture MPD, SPD e R05.

Per ogni piano, le medie e le deviazioni standard dei due rapporti $(\rho_j)_{MPD}$ e $(\rho_j)_{R05}$, calcolate per una data popolazione di terremoti, vengono indicate nel seguito rispettivamente come $\mu_{\rho_{MPD}}$, $\sigma_{\rho_{MPD}}$, $\mu_{\rho_{R05}}$ e $\sigma_{\rho_{R05}}$. I grafici presentati in Fig. 8a, 8b e 8c rappresentano $\mu_{\rho_{MPD}}$, $\mu_{\rho_{MPD}} \pm \sigma_{\rho_{MPD}}$, $\mu_{\rho_{R05}}$ e $\mu_{\rho_{R05}} \pm \sigma_{\rho_{R05}}$ rispettivamente per la popolazione dei soli 30 sismi far-field, per la popolazione dei soli 10 sismi near-field e per l'intera popolazione di tutti i 40 sismi considerati. Si noti subito che non si rivelano grandi differenze nei grafici considerando i sismi near-field e quelli far-field separatamente.

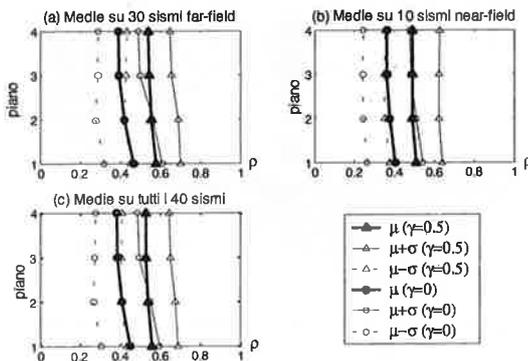


Figura 8. $\mu_{\rho_{MPD}}$, $\mu_{\rho_{MPD}} \pm \sigma_{\rho_{MPD}}$, $\mu_{\rho_{R05}}$ e $\mu_{\rho_{R05}} \pm \sigma_{\rho_{R05}}$ per la popolazione dei 30 sismi far-field (a), per la popolazione dei 10 sismi near-field (b) e per l'intera popolazione di tutti i 40 sismi considerati (c).

Questi grafici indicano chiaramente come entrambi i sistemi MPD e R05 siano in grado di ridurre notevolmente gli spostamenti massimi rispetto a quelli sviluppati dalla struttura smorzata con sistema SPD, essendo i valori di $\mu_{\rho_{MPD}}$ e $\mu_{\rho_{R05}}$ comunque sempre molto inferiori all'unità. In particolare, il sistema MPD fornisce una riduzione media dello spostamento massimo pari al 55% al 1° piano, pari al 59% al 2° piano, e pari al 62% al 3° e al 4° piano. Analogamente, il sistema R05 fornisce una riduzione media pari al 44% al 1° piano, pari al 46% al 2° piano, e pari al 47% al 3° e al 4° piano. Le riduzioni degli spostamenti sono più

elevate ai piani alti, mostrando $\mu_{\rho_{MPD}}$ e $\mu_{\rho_{R05}}$ un andamento crescente dall'alto verso il basso della struttura. La "relativa" (rispetto al valore limite 1) vicinanza delle due curve rappresentanti $\mu_{\rho_{MPD}}$ e $\mu_{\rho_{R05}}$ è indicativa del fatto che è sufficiente fornire la struttura di alcuni smorzatori, anche di dimensioni ridotte, collegati al terreno (secondo il sistema MPD) per abbassare notevolmente gli spostamenti massimi della struttura. Questo è un risultato fondamentale con un immediato riscontro pratico e costruttivo: in un telaio in c.a. di tipo shear-type è sufficiente disporre anche solo alcuni smorzatori collegati al terreno, piuttosto che fra piano e piano (come finora tradizionalmente adottato), per migliorare il comportamento dinamico del sistema.

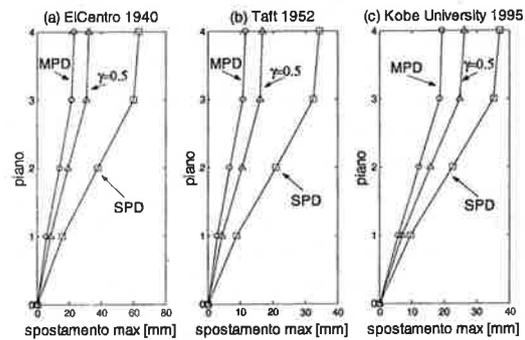


Figura 9. Massimi spostamenti del telaio sviluppati ad ogni piano per i sismi: (a) El Centro 1940, (b) Taft 1952, (c) Kobe University 1995.

Come esempio illustrativo, Fig. 9 mostra gli spostamenti massimi di piano sviluppati dal telaio smorzato con i sistemi MPD, SPD e R05, qualora soggetto alla base alle accelerazioni relative alle tre seguenti registrazioni sismiche:

- Imperial Valley, 1940, registrazione di El Centro, componente NS (270°), PGA=0.215g;
- Kern County, 1952, registrazione di Taft Lincoln School, componente EW (21°), PGA=0.156g;
- Kobe, 1995, registrazione di Kobe University, componente NS (90°), PGA=0.310g.

Come previsto, gli spostamenti massimi più grandi sono quelli sviluppati dal sistema SPD, mentre gli spostamenti massimi più piccoli sono quelli sviluppati dal sistema MPD. Per tutti e tre i sistemi di smorzamento considerati, gli spostamenti massimi crescono in modo progressivo e regolare andando dalla base alla sommità della struttura. Si noti tuttavia che, per l'elevata rigidità laterale dei pilastri fra sottotetto e copertura, gli spostamenti del 3° e del 4° piano sono molto vicini. Le differenze assolute, che si riscontrano fra gli spostamenti massimi del sistema SPD e quelli del sistema MPD, crescono al crescere del numero di piano, raggiungendo il loro valore massimo in sommità.

Nella loro immediata comprensibilità, questi grafici consentono di quantificare in maniera diretta gli spostamenti massimi offerti dal sistema MPD e dal sistema SPD.

4. APPLICABILITA' DEL SISTEMA MPD

Nel capitolo 2 si è mostrata la grande efficacia smorzante del sistema MPD con riferimento ad una classe di strutture shear-type caratterizzate da valori costanti di $k_j = k$ ed $m_j = m$ e soggette alla base ad un input generale di tipo stocastico. Nel capitolo 3 si è verificata la grande efficacia del sistema MPD considerando una specifica struttura (un telaio in c.a. progettato secondo la normativa italiana) soggetto, in una prima fase di analisi, ad un input generale di tipo stocastico (paragrafo 3.2) e, in una seconda fase di analisi, ad una serie di 40 input sismici specifici (paragrafo 3.3). L'efficienza del sistema MPD è stata pertanto verificata attraverso simulazioni numeriche con validità sia generale che particolare. Rimane comunque aperto il problema della effettiva applicabilità del sistema MPD alle strutture. Ad oggi, per l'implementazione del sistema MPD in edifici reali, si possono ipotizzare le seguenti due soluzioni tecnologiche:

- posizionamento degli smorzatori su lunghe aste diagonali non instabilizzabili che collegano ogni piano al terreno, come mostrato in Fig. 2a;
- posizionamento degli smorzatori fra la struttura ed un elemento verticale molto rigido interno od esterno alla struttura, come mostrato in Fig. 2b.

Le lunghe aste diagonali, necessarie per la realizzazione del sistema MPD secondo lo schema di Fig. 2a, si possono realizzare o attraverso i cosiddetti "unbonded braces" [17] (della Nippon Steel Corporation), già utilizzati, anche se non esattamente secondo uno schema MPD, per l'Osaka International Conference Centre [18] e per il retrofit del Wallace F. Bennett Federal Building di Salt Lake City [19] (Fig. 10) o attraverso i cavi pretesi d'acciaio smorzanti come ipotizzati nel progetto di ricerca europeo SPIDER [20] (il cui schema di funzionamento è mostrato in Fig. 11).

Per la realizzazione di sistemi MPD secondo lo schema di Fig. 2b, l'elemento verticale rigido può essere semplicemente fornito dal tradizionale nucleo di controventamento del vano scale/ascensore tipico delle costruzioni in c.a.. Un sistema MPD di questo tipo è stato approfondito dagli autori utilizzando come case-study il modello agli elementi finiti del nuovo corpo D dell'Ospedale Maggiore di Bologna [10][11][12]. La struttura, alta circa 64m, è costituita da una serie di telai in acciaio (con modestissima resistenza alle azioni

orizzontali) controventata alle estremità da due nuclei in c.a., come mostrato in Fig. 12. Il sistema MPD può essere implementato posizionando gli smorzatori, in parallelo ad elementi elastici, in corrispondenza della connessione fra i telai in acciaio ed i nuclei in c.a., come schematizzato in Fig. 13. Questo schema, che a seconda delle esigenze tecnologiche può prevedere elementi dissipativi di tipo diffuso oppure concentrato, si suppone realizzato in entrambe le direzioni NS ed EW.



Figura 10. Wallace F. Bennett Federal Building (retrofit).

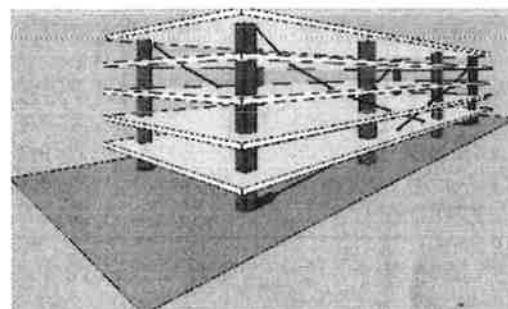


Figura 11. Schema di funzionamento dei cavi smorzanti del progetto SPIDER (research project).

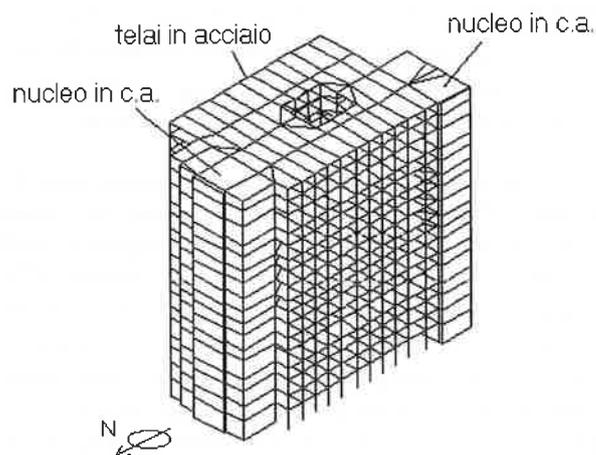


Figura 12. Modello tridimensionale del nuovo corpo D dell'Ospedale Maggiore di Bologna.

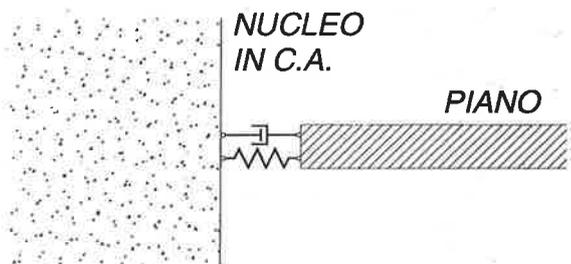


Figura 13. Disposizione degli smorzatori fra ciascun piano ed il nucleo in c.a.

Pur rappresentando un sistema MPD approssimato, essendo i punti del nucleo di controventamento non perfettamente fissi, il modello così smorzato (struttura MPD) presenta notevoli vantaggi.

Ai fini di effettuare una valutazione comparativa delle prestazioni offerte dalle diverse soluzioni strutturali è esaminato, attraverso un calcolo di tipo elastico lineare (senza considerare il coefficiente di struttura), il comportamento della struttura tradizionale con telai rigidamente connessi ai nuclei di controventamento e non smorzata (caratterizzata da un periodo proprio in direzione NS pari a $T_1 = 1.4s$), quello della struttura MPD (con elementi flessibili tali da incrementare il periodo fondamentale fino a $T_1 = 2s$ e con smorzatori tali da fornire $\xi_1 = 0.3$) e quello della struttura SPD (modello dotato degli stessi elementi flessibili della struttura MPD e di smorzatori posti fra piani adiacenti, secondo il sistema SPD, in modo da soddisfare la condizione di ugual costo) in direzione NS, adottando come input dinamici le registrazioni di diversi sismi tutte scalate ad un valore di $PGA=0.3g$.

Le simulazioni numeriche hanno mostrato come la struttura MPD sia in grado di ridurre, allo stesso tempo, sia le accelerazioni e gli spostamenti assoluti alla sommità dei telai in acciaio che le azioni (taglio e momento) alla base dei due nuclei in c.a. a valori accettabili per l'intensità dell'input considerato [10][11][12], come mostrato in Fig. 14. Al contrario, la struttura tradizionale limita gli spostamenti assoluti dei telai in acciaio a scapito di elevate azioni alla base dei nuclei in c.a., mentre la struttura SPD è in grado di limitare le azioni alla base ma non gli spostamenti [10][11][12]. La soluzione tradizionale sarebbe applicabile tenendo conto del coefficiente di struttura (2.5 potrebbe essere un valore sufficiente), mentre la struttura SPD presenta invece sotto azione sismica deformazioni della porzione in acciaio molto elevate ed inaccettabili tanto da risultare inapplicabile. Ai fini del dimensionamento del giunto, si è trovato che l'entità dello spostamento relativo fra i telai in acciaio ed i nuclei in c.a. è paragonabile per le due strutture MPD ed SPD, e vale in media $0.15m$ circa.

Questi risultati confermano nuovamente l'efficacia dei sistemi MPD, anche approssimati come

rappresentato in Fig. 13, e mostrano inoltre come, anche per una struttura di notevoli dimensioni soggetta a sismi di intensità elevata, sia sufficiente inserire smorzatori di medie dimensioni (forza di spinta $F \cong 300kN$ e corsa $\Delta \cong \pm 0.2m$), per ridurre azioni e deformazioni a valori accettabili. L'elevato costo di uno schema smorzante di tipo MPD potrebbe pertanto essere giustificato dai grandi vantaggi che esso comporta.

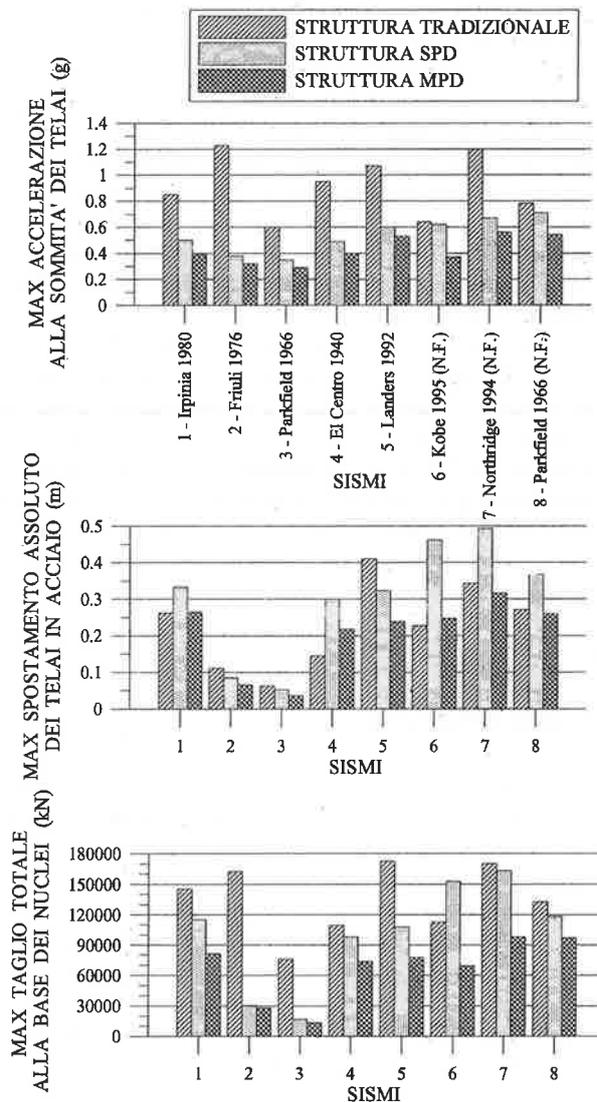


Figura 14. Massima accelerazione alla sommità dei telai in acciaio, massimo spostamento assoluto dei telai e massimo taglio totale alla base dei due nuclei in c.a. sotto diversi sismi tutti scalati a $PGA=0.3g$.

5. CONCLUSIONI

In questa memoria gli autori hanno studiato le proprietà generali dei sistemi di smorzamento alla Rayleigh, per una data classe di strutture shear-type, al

fine di individuare il sistema di smorzatori più efficace dal punto di vista della dissipazione dell'energia sotto la condizione di egual costo totale del sistema smorzante. Il sistema MPD (mass proportional damping), caratterizzato da una matrice di smorzamento del tipo $[C]_{MPD} = \alpha [M]$, è stato identificato dagli autori come il sistema di smorzamento di Rayleigh che minimizza la mean square response della struttura ad un input stocastico di tipo white noise. Al contrario, al sistema SPD (stiffness proportional damping) corrisponde una massimizzazione della mean square response. Questi risultati sono stati verificati anche con riferimento ad uno specifico telaio in c.a. a 4 piani relativo ad una struttura progettata secondo la normativa italiana. La risposta del telaio analizzato soggetto sia ad input alla base di tipo stocastico che alle time-histories di accelerazioni di 40 sismi applicati alla base hanno confermato la grande efficienza del sistema MPD rispetto a quello SPD.

Dal punto di vista costruttivo i sistemi MPD possono essere realizzati o con smorzatori collegati direttamente al terreno (tramite tecnologie innovative come gli "unbonded braces" o i cavi pretesi smorzanti del progetto SPIDER) o ponendoli tra la struttura e gli elementi rigidi di controventamento. La fattibilità di quest'ultima soluzione tecnologica è qui verificata con riferimento al case-study dell'Ospedale Maggiore di Bologna.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Hart, G.C., Wong, K. – 2000, *Structural Dynamics for Structural Engineers*, John Wiley & Sons, New York.
- [2] <http://nisee.berkeley.edu/prosys/applications.html>
- [3] Contantinou, M.C., Tadjbakhsh, I.G. – 1983, 'Optimum design of a first story damping system', *Computers & Structures*, Vol. 17, No. 2, pp 305-310.
- [4] Zhang, R.H., Soong, T.T. - 1992, 'Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications', *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 118, No. 5, 1375-1392.
- [5] Hahn, G.D., Sathivageeswaran, K.R. – 1992, 'Effects of added-damper distribution on the seismic response of buildings', *Computers & Structures*, Vol. 43, No. 5, pp 941-950.
- [6] De Silva, C.W – 1981, 'An algorithm for the optimal design of passive vibration controllers for flexible systems', *Journal of Sound & Vibration*, Vol. 75, No. 4, pp 495-502.
- [7] Takewaki, I. – 1997, 'Optimal damper placement for minimum transfer functions', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp 1113-1124.
- [8] Takewaki, I. - 2000, 'Optimal damper placement for critical excitation', *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 15, pp 317-325.
- [9] Takewaki, I. – 1998, 'Optimal damper positioning in beams for minimum dynamic compliance', *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 156, pp 363-373.
- [10] Trombetti, T., Silvestri, S., Ceccoli, C. – 2002, 'Added viscous dampers in shear-type structures: the effectiveness of mass proportional damping', *N. T. n° 58. DISTART. Università di Bologna*.
- [11] Trombetti T., Ceccoli C., Silvestri S. – 2001, 'Mass proportional damping as a seismic design solution for an 18-storey concrete-core & steel-frame structure', *Atti del Convegno, Speciality Conference on "The Conceptual Approach to Structural Design"*, Singapore.
- [12] Trombetti T., Ceccoli C., Silvestri S. – 2001, 'Lo smorzamento proporzionale alle masse come soluzione strutturale per un edificio di 18 piani dotato di controventamenti in c. c. a. e struttura pendolare in acciaio' *Atti del 10° Convegno Nazionale ANIDIS, Potenza-Matera*.
- [13] Clough, R.W., Penzien, J. – 1993, *Dynamics of Structures*, 2nd edition, McGraw-Hill International Editions, Civil Engineering Series, New York.
- [14] Crandall, S.H., Mark, W.D. – 1963, *Random Vibrations in Mechanical Systems*, Academic Press, New York and London.
- [15] Skalmierski, B., Tylikowski, A. – 1982, *Stochastic processes in dynamics*, Martinus Nijhoff Publishers, London or PWN / Polish scientific publishers, Warszawa.
- [16] Chopra, A.K. – 1995, *Dynamics of Structures, Theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- [17] Clark, P.W., Aiken, I.D., Ko, E., Kasai, K., Kimura, I. – 1999, 'Design Procedures for Building Incorporating Hysteretic Damping Devices', *Proceedings, 68th Annual Convention, Structural Engineers Association of California, Santa Barbara, California*.
- [18] <http://www.arup.com/dyna/applications/seismic/seismic.htm>
- [19] Brown, P., Aiken, I.D., Jafarzadeh, F.J. - 2001, 'Seismic Retrofit of the W. F. Bennett Federal Building', *Modern Steel Construction*, http://www.aisc.org/msc/0108_03_seismicretrofit.pdf
- [20] Chiarugi, A., Terenzi, G., Sorace, S. – 2001, 'Metodo di progetto di dispositivi silconici per l'isolamento alla base: applicazione a due casi sperimentali'. *Atti del 10° Convegno Nazionale ANIDIS, Potenza-Matera*.

IL VIADOTTO DELLA METROPOLITANA BARI – S. PAOLO

Giuseppe Cesario¹, Pietro Monaco²

¹ Direttore di esercizio delle Ferrovie del Nord Barese.

² Professore Straordinario di Tecnica delle Costruzioni. Politecnico di Bari.

Sommario

Si descrivono le scelte progettuali e le tecniche costruttive adottate per la costruzione del viadotto della metropolitana Bari - S. Paolo della Ferrotramviaria. La particolare forma dell'impalcato, un cassone tricellulare in cemento armato precompresso internamente connesso, è stato realizzato con due conci assemblati in opera con una unione longitudinale. Poiché l'opera è inserita in un contesto urbano densamente edificato, particolare attenzione è stata dedicata alla forma ed alla scelta dei materiali, per ottenere un prodotto esteticamente corretto. Sono state preferite le tecniche costruttive che hanno reso minimo il disagio alla popolazione del quartiere durante la costruzione dell'opera.

Summary

In this paper I will describe the planning choices and the techniques used for the construction of the viaduct of the subway of Bari - S. Paolo. The bridge deck has a particular shape: it's a multi-cellular box in prestressed concrete realized with two ashlars fixed together in a longitudinal way. Big importance has been given to the shape of the bridge deck and the choice of the construction materials: I was very careful with the aesthetic aspect of this construction because it has been built in an urban area already full of buildings; I gave particular attention also to the building techniques in order to minimize the troubles for the population living in the area.

1. Premessa

La linea metropolitana per il quartiere S. Paolo, attualmente in fase di costruzione, permetterà, partendo da Piazza Moro, cuore della città di Bari, di raggiungere l'ospedale regionale S. Paolo ed il quartiere omonimo in 11 minuti.

La linea metropolitana Bari centrale – Quartiere S. Paolo è lunga complessivamente circa 9300 m. Il primo tratto da Bari Centrale alla stazione Lamasinata, di circa 4150 m, utilizza la linea Bari Nord della Ferrotramviaria, tronco attualmente in corso di potenziamento con il raddoppio del binario. Il tratto di nuova costruzione di 5133 m, a doppio binario, a trazione elettrica e con blocco automatico per il distanziamento dei treni, congiunge le stazioni Lamasinata ed Ospedale S. Paolo. Sono previste, oltre quella citata già esistente, altre quattro stazioni, tra cui quella di arrivo. Si prevede altresì il prolungamento della linea, con altre due stazioni, per raggiungere il centro del quartiere.

Il tracciato della linea è stato individuato in modo da salvaguardare la viabilità esistente e rendere minimo l'impatto fisico con il territorio urbanizzato.

Il nuovo tracciato è suddiviso in tre tratti caratterizzati da tipologie costruttive differenziate, legate alla orografia del terreno, agli insediamenti urbani esistenti ed ai vincoli naturali o artificiali da superare.

Il primo di circa 1100 m in piano o in leggera ascesa è in rilevato; il secondo di circa 2000 m è in viadotto; il terzo, infine, di circa 2030 m è in galleria artificiale (Fig.n.1).

L'andamento planimetrico è caratterizzato da tratti curvilinei con raggi di curvatura compresi tra 285 e 500 m. L'andamento altimetrico prevede livellette con pendenza massima del 2% e raggi dei raccordi verticali di almeno 3000 m. L'armamento ferroviario è posato su piattaforme prefabbricate in cemento armato; i binari, del tipo 50 UNI, sono vincolati alle piastre con attacchi elastici Vossloh 300. In questa nota si riferirà sulla progettazione e sulle tecniche di costruzione del lungo viadotto. Si illustreranno essenzialmente il percorso progettuale fatto sia nelle scelte statiche e funzionali che in quelle estetiche, le tecniche costruttive adottate, i risultati ottenuti in termini di impatto ambientale dell'opera d'arte.

2. Descrizione dell'opera

E' ben noto che sin dall'antichità tutte le costruzioni di un certo livello sono state realizzate seguendo canoni costruttivi, spesso velati dalla naturale riservatezza dei costruttori. I tre requisiti fondamentali che Vitruvio introdusse per giudicare un'opera, *Utilitas*, *Firmitas* e *Venustas*, costituiscono ancora oggi il metro di giudizio per definire la bontà di una costruzione. Particolari condizioni costruttive,

quali ad esempio il rispetto della simmetria, il ritmo legato alla ripetitività degli elementi strutturali, i contrasti tra le forme geometriche semplici, esaltano la nostra fantasia quando osserviamo una costruzione; esse costituiscono le basi caratterizzanti l'estetica dell'opera d'arte e sono state le basi della progettazione di questa importante infrastruttura ferroviaria.

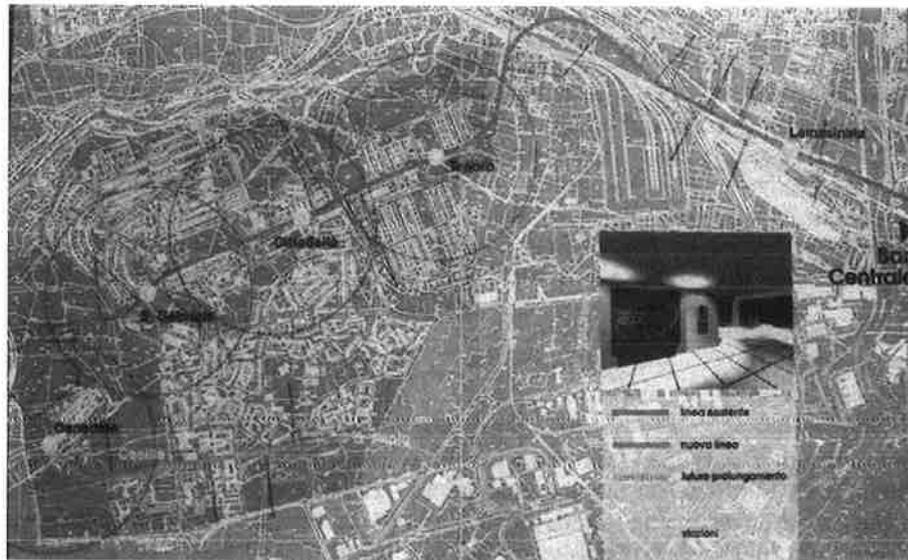


Fig. 1 - Tracciato metropolitana

Il viadotto è costituito da 81 campate semplicemente appoggiate. Le pile sono semplici triliti sulle cui travi sono fissati gli appoggi in acciaio-teflon per il sostegno dell'impalcato. Le fondazioni sono sia di tipo diretto che indiretto. La lunghezza delle campate tipo, escluse quelle per il superamento della linea ferroviaria Bari-Bologna, è di 24 m; la larghezza dell'impalcato è di 8.62 m; la sua altezza massima è di 211 cm (Figg.nn.2, 3). In tre campate, nella parte centrale del viadotto, è inserita la stazione sopraelevata "Tesoro". La dimensione trasversale dell'impalcato in questo tratto varia, per l'inserimento dei due marciapiedi laterali della stazione, da 8.62 m a 14.20 m. La struttura dell'impalcato in questo caso è costituita da quattro conci prefabbricati (Fig.n.4). Il rilevante numero di campate ha ovviamente spinto la progettazione e, di conseguenza, la costruzione verso un sistema di produzione industrializzato, sfruttando al massimo la prefabbricazione. L'impalcato, il pulvino delle pile, i parapetti laterali ed i marciapiedi sono tutti elementi prefabbricati.

3. Progetto e costruzione del viadotto

L'obiettivo fondamentale che ha guidato tutta la progettazione dell'opera è stato la ricerca di un

equilibrio tra le esigenze estetiche di un viadotto cittadino e quelle costruttive e funzionali di una struttura ferroviaria. La tipologia dell'impalcato è stata scelta per avere una forma che risultasse adeguata dal punto di vista statico, per la portanza delle rilevanti azioni trasmesse dal transito dei convogli ferroviari, e che nel contempo fosse scevra da orpelli, quali "carter" o elementi simili. Spesso infatti si osservano strutture portanti rivestite di pannelli adeguatamente sagomati per conseguire una forma che gli elementi strutturali non possono avere sia per ragioni statiche che costruttive, soprattutto se sono prodotti prefabbricati su scala industriale. Dopo aver esaminato un ampio ventaglio di soluzioni costruttive possibili, è stata adottata una tipologia costituita da due conci in cemento armato precompresso, prefabbricati fuori opera ed assemblati in opera con una unione longitudinale. La forma scelta per la sezione trasversale dell'impalcato, un cassone tricellulare internamente connesso, conferisce al sistema strutturale una rigidità flessotorsionale sufficiente per temperare alle esigenze del traffico ferroviario pur conservando una leggerezza ed una trasparenza che raramente si riscontrano negli impalcati di queste opere. L'impalcato è costituito, come già accennato,

da una struttura mista in cemento armato precompresso composta da due conci prefabbricati precompressi e da una soletta superiore gettata in opera. La forma scelta permette di avere la massima altezza della sezione proprio nella zona dove sono inseriti gli assi dei due binari. Ad interasse di 3.3 m, in asse alla mezzzeria della sezione sono previste due robuste anime, di 50

cm di spessore, alle quali è demandato principalmente l'assorbimento delle sollecitazioni taglianti. La sezione trasversale adottata ha una notevole rigidezza torsionale che rende minime le variazioni di rotazione della sezione con conseguenti riduzioni delle deformazioni tra le rotaie di ciascuna linea.



Fig. 2- Pile del viadotto



Fig. 3 - Vista aerea del viadotto

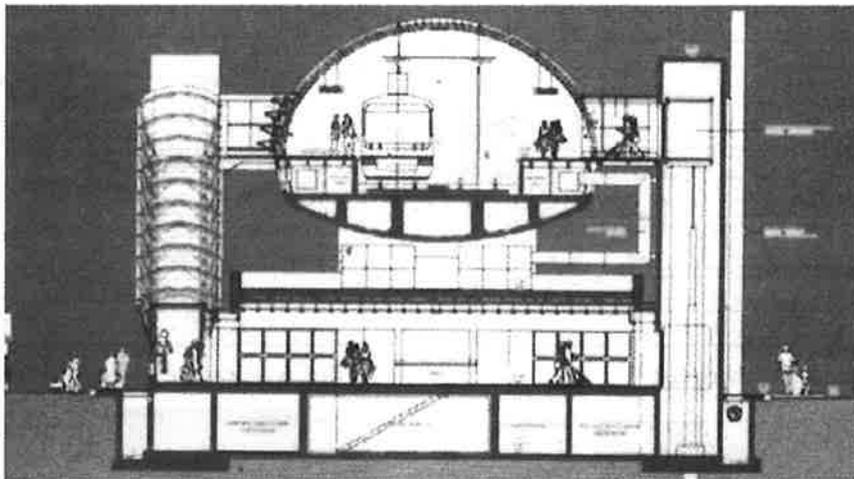


Fig. 4 - Sezione stazione Tesoro

Mentre la sezione trasversale dell'impalcato, una volta assemblati i due conci, è simmetrica rispetto all'asse che giace nel piano longitudinale del viadotto, il singolo concio è privo di assi di simmetria. Esso è costituito da una nervatura di 50 cm di spessore, dalla soletta inferiore del cassone, non simmetrica rispetto all'asse della nervatura, e dai traversi che successivamente saranno completati in opera. La soletta inferiore è di spessore variabile: 16 cm all'estremità esterna e 25 cm nella sezione di unione con il concio

adiacente. La variabilità dello spessore è stata dettata dall'esigenza di rendere minima l'eccentricità trasversale del baricentro dell'intera sezione trasversale del concio rispetto all'asse della nervatura. Poiché in quest'ultima è concentrata la maggior parte dei trefoli di precompressione e, di conseguenza, la forza di precompressione, una sua accentuata eccentricità rispetto al baricentro della sezione avrebbe generato un momento trasversale indesiderabile per le conseguenze che le deformazioni avrebbero prodotto nella sezione di

unione longitudinale dei due conci. Nell'elemento prefabbricato, come già accennato, sono compresi anche i traversi. La loro realizzazione durante la fase di prefabbricazione del concio, se da un lato incrementa il peso proprio dell'elemento rendendo meno agevoli le operazioni di movimentazione del concio stesso, dall'altro conferisce all'elemento la rigidezza flessionale trasversale necessaria durante le operazioni di posa in opera; i traversi costituiscono infatti efficaci vincoli trasversali per la soletta inferiore. A causa della mancanza di simmetria della soletta inferiore rispetto agli assi della nervatura, durante tutte le fasi di costruzione dell'impalcato che precedono l'unione in opera dei due conci, la sollecitazione predominante è di presso-flessione deviata (Figg.nn.5,6). Il notevole peso di ciascun concio (circa 1200 KN) e soprattutto il suo ingombro trasversale (432 cm) e la sua ripetitività hanno indirizzato la scelta costruttiva verso la realizzazione di un impianto di prefabbricazione dei conci a piè d'opera. E' stato costruito nell'area del cantiere del viadotto, in posizione baricentrica, un banco di tesatura in calcestruzzo armato con mensole in acciaio per il bloccaggio dei trefoli; su di esso è stato fissato un cassero metallico per la costruzione contemporanea dei due conci di ciascuna campata. Quest'ultima soluzione operativa è stata scelta per evitare probabili ed imprevedibili differenze di colorazione o di deformazione dei due conci affiancati che potrebbero verificarsi nel caso di costruzione in tempi differenziati dei due elementi. Il verificarsi di tali condizioni infatti

avrebbe avuto conseguenze negative sull'estetica dell'opera (Figg. nn.7, 8). Il mix-design del conglomerato è stato attentamente curato sia nella scelta dei componenti classici che nelle aggiunte minerali, nell'iperfluidificante e nell'accelerante di presa. L'obbiettivo da raggiungere era di costruire e porre in opera due conci ogni cinque giorni. In questo programma erano riservate solo 18-22 ore all'intervallo di tempo tra il getto del calcestruzzo e la precompressione dei due conci. La miscela scelta è composta dal 47% di pietrisco, con dimensione massima di 25 mm, dal 48% di sabbia naturale, con diametro max. di 5 mm e dal 5% di sabbia di frantoio con diametro max. di 4 mm. E' stato utilizzato un legante del tipo CEM I 52.5 R con dosaggio di 400 kg/m³ e rapporto acqua-cemento pari a 0.28. Con l'impiego nella miscela dell'iperfluidificante Mapefluid X 408 nella misura di 6.6 kg/m³ di impasto si è ottenuta al getto la consistenza di classe S5. Poiché la resistenza media ad 1 giorno di stagionatura è molto influenzata dalla temperatura dell'ambiente di maturazione, sono state eseguite prove preliminari su campioni di calcestruzzo per valutare la resistenza media allo schiacciamento al variare della temperatura dell'ambiente di stagionatura. I risultati medi ottenuti sono consegnati nella tabella n.1. La sensibile dipendenza della resistenza cubica ad un giorno di stagionatura dalla temperatura dell'ambiente di maturazione ha ovviamente inciso in modo rilevante sul programma di costruzione del viadotto.

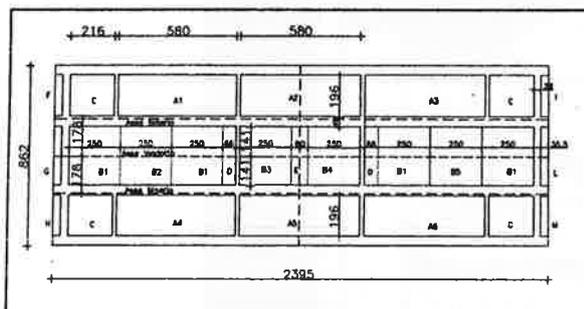


Fig. 5 - Sezione concio prefabbricato

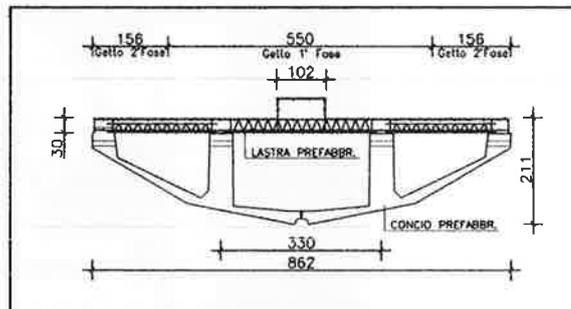


Fig. 6 - Sezione trasversale impalcato

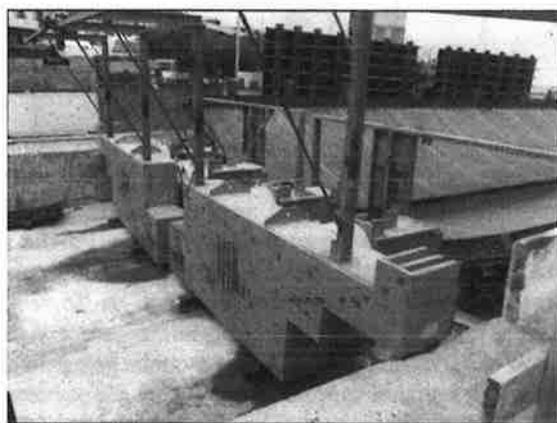


Fig. 7 - Banco di tesatura

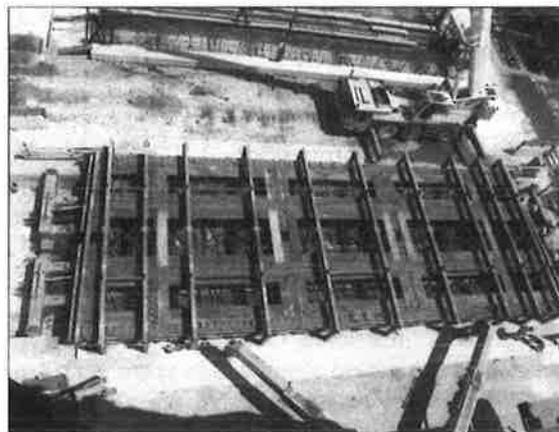


Fig. 8 - Cassero metallico

I mesi più caldi, da aprile ad ottobre, sono stati riservati alla costruzione e messa in opera dei conci, mentre quelli restanti sono stati riservati alla costruzione delle solette di completamento dell'impalcato. La precompressione totale iniziale sul banco è di 40000 KN ed è ottenuta con 98 trefoli da 0.6" su ciascun concio. I trefoli sono tutti rettilinei. Non è stata annullata, per ragioni di durabilità, l'aderenza al calcestruzzo di una parte dei trefoli nell'intorno delle testate del concio al fine di ridurre in

queste zone sia l'eccentricità della risultante di precompressione che la sua intensità. L'annullamento delle azioni mutue tra i due materiali avviene usualmente per compensare, nelle sezioni prossime agli appoggi, gli effetti della riduzione della sollecitazione flessionale dovuta ai carichi agenti all'atto della trasmissione della precompressione al concio, rispetto ai valori massimi che essi hanno nella mezzeria dell'elemento.

Tabella n. 1

T [°C]	+ 5	+20	+35
Rm [KN/mm ²]	6	40	56

In tali condizioni, dopo il rilascio dei trefoli, la sezione più sollecitata è quella di appoggio. Per contenere nei limiti ammissibili la tensione massima di compressione al bordo inferiore della sezione di appoggio, la resistenza necessaria del calcestruzzo, ad un giorno di stagionatura, deve essere superiore a 400 kg/cm². Per la movimentazione del singolo concio è stato utilizzato un unico apparecchio di sollevamento con portata massima di 5000 KN e carrelloni a più assi dotati di particolari appoggi metallici per la movimentazione del concio all'interno del cantiere (Figg. nn.9,10,11). La particolare forma del singolo concio non assicura, nella fase di montaggio, adeguati margini di sicurezza alla sua stabilità. Il suo baricentro infatti non giace nel piano individuato dagli appoggi e dall'asse della nervatura; dista circa 40 cm dal piano verticale contenente gli appoggi. Poiché la dimensione trasversale di questi ultimi è di 80 cm, il coefficiente di sicurezza al ribaltamento del singolo concio, una volta posto in opera, è prossimo all'unità. Per avere la necessaria sicurezza in questa fase di costruzione è stato progettato un sostegno provvisorio che ha il grande vantaggio di essere svincolato dagli appoggi a terra; è una struttura metallica facilmente smontabile che trova sostegno e contrasto sul pulvino della pila. Poiché è indipendente dagli appoggi a terra, esso è utilizzabile per tutte le pile del viadotto senza ricorrere

a costose variazioni per adeguarlo alla loro altezza variabile da pochi metri ad oltre 12 m. Inoltre su questa struttura di sostegno, in prossimità dell'appoggio provvisorio, durante la fase di varo del concio si inserisce un martinetto oleodinamico al fine di eseguire piccoli spostamenti del concio per il centraggio sugli appoggi definitivi. Questi piccoli movimenti infatti sarebbero stati molto difficoltosi se eseguiti solo con l'apparecchio di sollevamento. La portata del sostegno provvisorio è di 100 KN per ogni concio (Fig.n.12). Successivamente alla messa in opera anche del secondo concio della campata sono stati realizzati in opera vincoli trasversali, costituiti da trefoli ancorati alle due nervature e tesi in modo da stabilizzare i due conci. I trefoli sono stati dimensionati anche per la fase di getto della soletta superiore. Il peso di quest'ultima infatti incrementa il momento ribaltante relativo al singolo concio. Prima della messa in opera delle "predalle" per il sostegno nella fase di getto della soletta, è stata eseguita l'unione del corrente inferiore dei traversi al fine di realizzare la continuità dei correnti compressi che, insieme ai tiranti superiori, costituiscono gli elementi resistenti che autoequilibrano i momenti ribaltanti relativi ai due conci. Infine l'impalcato è completato con la messa in opera dei marciapiedi e dei parapetti prefabbricati.



Fig. 9 – Carrellone trasporto conci

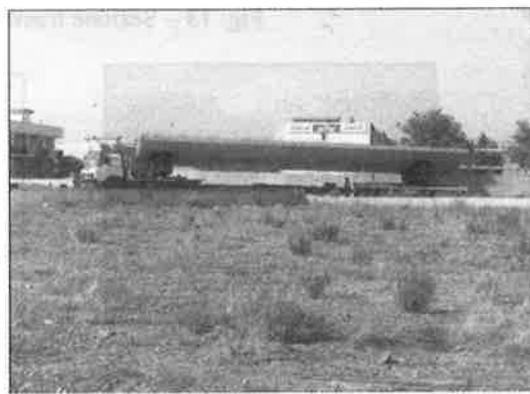


Fig. 10 – Trasporto conci

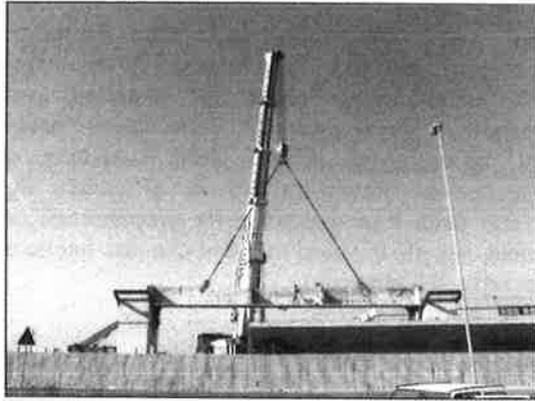


Fig. 11 – Montaggio del concio



Fig. 12 – Sostegno provvisorio

Per questi ultimi è stata adottata una sagoma curvilinea che integra e completa quella del viadotto (Fig.n.13). Le pile sono costituite da due fusti ed un traverso di collegamento. L'estradosso del traverso è omotetico con la forma dell'intradosso dell'impalcato. Tra le due superfici è stato lasciato uno spazio di 30 cm di spessore per accentuare la leggerezza e la snellezza dell'opera. Il pulvino della pila è una struttura mista in cemento armato. E' stata prevista infatti la prefabbricazione di parte di esso, ossia di un contenitore con pareti di 20 cm di spessore appoggiato sui due fusti della pila. Questo elemento funge da

cassero portante per il getto di completamento del traverso e dei baggioli di appoggio delle travi (Fig.n.14). E' stato dimensionato in modo da eseguire il getto di completamento senza puntelli provvisori. La scelta fatta sulla tipologia costruttiva del pulvino ha ridotto in modo rilevante i tempi di costruzione delle pile. Per le opere costituite da molte campate realizzate praticamente in zona pianeggiante e di modesta altezza rispetto al suolo, come quella in esame, la forma delle pile ha una influenza determinante sulla trasparenza dell'opera.

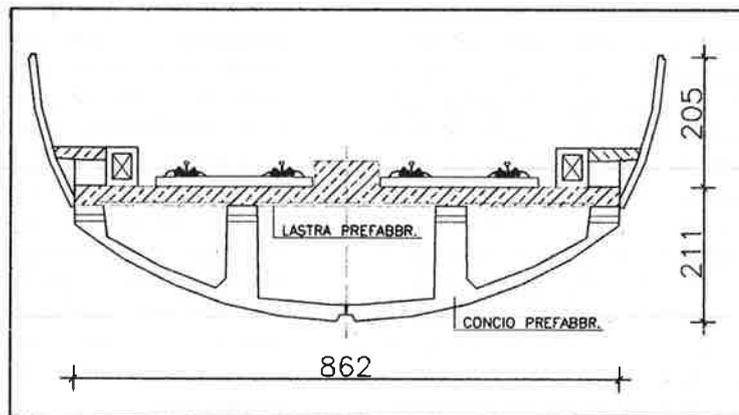


Fig. 13 – Sezione trasversale con parapetto prefabbricato



Fig. 14 – Prospetto pile

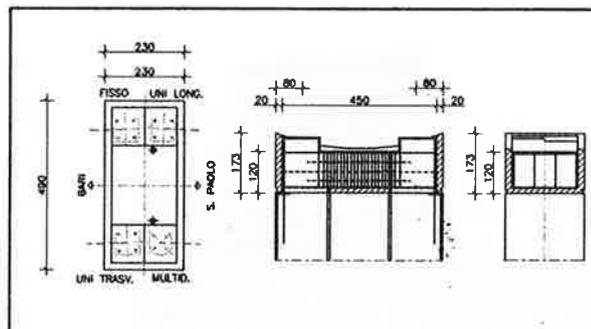


Fig. 15 – Pianta e sezioni pulvino

E' stato pertanto particolarmente curato l'ordine dei rapporti tra le aperture e le zone piene delle pile. Inoltre per evidenziare la differenza tra il pulvino ed i fusti e snellire la pila è stata realizzata una soluzione di continuità tra di essi mediante un incavo di 10 cm di profondità e 20 cm di altezza (Fig.n.15). Lo smaltimento delle acque piovane dall'impalcato avviene con due tubi discendenti posti, sia per ragioni estetiche che funzionali, all'interno dei fusti delle pile (Fig.n.16).

Le fondazioni sono state realizzate con due distinte tipologie per adeguarsi alle caratteristiche del terreno di fondazione, variabili lungo lo sviluppo del viadotto. Nel primo tratto sono state adottate fondazioni dirette con travi rovesce di uguali dimensioni per tutte le pile; le travi poggiano su

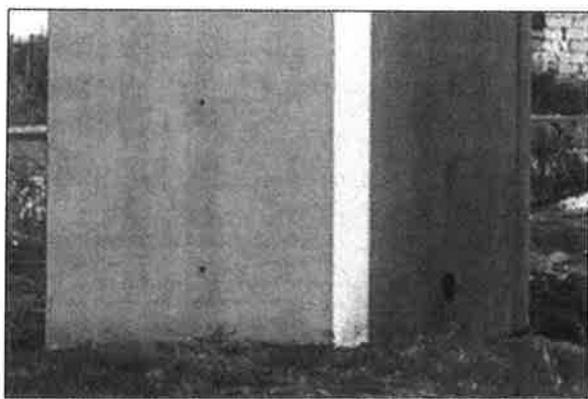


Fig. 16 – Smaltimento delle acque piovane

4. Conclusioni

Sono state descritte le scelte progettuali e costruttive fatte nella fase di progettazione e di realizzazione del viadotto della metropolitana Bari - S. Paolo.

La collaborazione continua tra Ingegneri ed Architetti durante l'elaborazione del progetto, come è effettivamente avvenuto per l'opera in esame, è auspicabile e certamente utile per ottenere un risultato corretto staticamente ed esteticamente apprezzabile.

sottofondazioni costituite da piastre in calcestruzzo debolmente armate, di dimensioni e spessore variabili per gruppi di pile. Le fondazioni indirette sono state realizzate con micropali dotati di anima tubolare in acciaio. Il terreno di fondazione in queste zone è costituito da calcareniti molto fratturate con inclusioni di argilla rossastra e cavità carsiche (Fig.n.17).

Sono previsti sia micropali verticali che inclinati, quest'ultimi sia nella direzione longitudinale che trasversale. Si ottiene così un reticolo resistente spaziale in grado di trasferire al terreno portante alla base dei micropali, oltre le azioni verticali, anche le rilevanti azioni orizzontali dovute alla frenatura ed avviamento dei convogli (direzione longitudinale) oppure al vento ed al serpeggiamento (direzione trasversale).

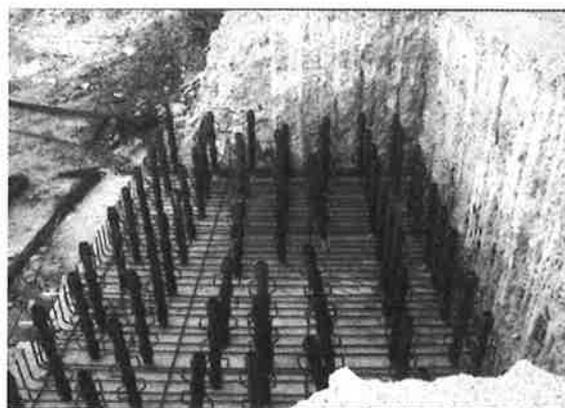


Fig. 17 – Micropali fondazioni pile

Infine non bisogna dimenticare la funzione che ha svolto il costruttore, Todini - Costruzioni Generali s.p.a., che ha materializzato le idee ed il lavoro dei progettisti con processi produttivi e programmi di intervento che hanno reso possibile la realizzazione dell'opera.

La continua osmosi tra le figure che hanno operato per la realizzazione di questa significativa opera ed il loro assiduo impegno, molto probabilmente, hanno fatto sì che i tre requisiti, che secondo Vitruvio un'opera deve possedere, Utilitas, Firmitas e Venustas, siano stati pienamente raggiunti.

Bibliografia

- [1] Istruzione I/SC/PS-OM/2298 del 2 giugno 1995: Sovraccarichi per il calcolo dei ponti ferroviari. Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione e il collaudo. Aggiornate al 1997.
- [2] D.M. Min. LL.PP. 9 gennaio 1996: Norme Tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche.

- [3] D.M. Min. LL.PP. 3 dicembre 1987 : Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo delle costruzioni prefabbricate.
- [4] Leonhardt Fritz .1964: "Prestressed concrete". Wilhelm Ernst and Sohn –Berlin.
- [5] Petrangeli Mario Paolo. 1996:" Progettazione e costruzione dei ponti". Ediz. Masson , IV edizione. Milano.

UN APPROCCIO «CRACK CONTROL» PER LA VERIFICA IN FASE DI ESERCIZIO DI ELEMENTI IN CEMENTO ARMATO

Vincenzo Colotti¹, Giuseppe Spadea¹

¹ Dipartimento di Strutture, Università degli Studi della Calabria, 87030 Rende (Cosenza), Italy.

SOMMARIO

Viene presentato un modello analitico in grado di affrontare in termini razionali il problema del controllo della fessurazione negli elementi strutturali in cemento armato. Il modello è basato sulla cosiddetta "Softened Truss Theory" e consente di valutare l'ampiezza delle fessure di elementi in regime di sollecitazione semplice o composta (flessione, taglio e/o torsione). Il presente lavoro si propone di fornire un contributo per un approccio razionale alla problematica del controllo della fessurazione in fase di esercizio.

SUMMARY

A rational model for design with crack control of reinforced concrete structures is presented. The model, based on the *Softened Truss Theory*, allows crack pattern and crack width in reinforced concrete elements under combined axial, flexure, shear and torsion forces to be determined. This paper aims to contribute for a rational approach to the problem of crack control in serviceability limit state.

1. INTRODUZIONE

Tra i requisiti fondamentali che una costruzione deve possedere è necessario certamente considerare gli aspetti di sicurezza, durabilità e funzionalità. La valutazione del grado di idoneità o affidabilità della costruzione con riferimento al soddisfacimento di detti requisiti può essere ottenuto attraverso la verifica dell'avvenuta ottemperanza di opportune prescrizioni esecutive ed il rispetto di standard di qualità progettuali ed esecutive.

In certi casi, però, la verifica di alcuni requisiti risulta di difficile o incerta valutazione. Rientrano tra essi quelli, ad esempio, legati alla funzionalità od al comfort degli occupanti od all'aspetto estetico della struttura, casi nei quali non è possibile definire uno stretto "format" di requisiti oggettivi o di progetto.

In altri casi, se il calcolo diviene estremamente complesso o se le teorie non sono ben sviluppate o sviluppabili per l'incertezza dei parametri o delle assunzioni, si ricorre a semplici regole empiriche o a criteri di prestazione per mezzo dei quali viene controllato il soddisfacimento dei requisiti richiesti.

Con riferimento all'applicazione del metodo degli Stati Limite, ciò significa che debbono essere

soddisfatte sia le verifiche allo Stato Limite Ultimo che quelle agli Stati Limite di Esercizio (o di Servizio).

In quest'ultimo caso, un aspetto fondamentale nella progettazione delle strutture in c.a., intimamente connesso sia con i requisiti di durabilità che con quelli funzionali, è l'analisi della fessurazione. E' evidente, infatti, come il verificarsi della fessurazione influenzi la "performance" strutturale complessiva, riguardando la rigidità, la capacità di assorbimento di energia, la duttilità, e la protezione dalla corrosione dell'armatura. Diventa di rilevante interesse, pertanto, il problema del suo controllo nella progettazione delle strutture.

Per un efficiente controllo della fessurazione, è necessario disporre di strumenti analitici in grado di prevedere con sufficiente accuratezza le ampiezze delle fessure sotto uno specifico carico di esercizio. Per la complessità del problema vari autori hanno proposto dei metodi approssimati per calcolare le ampiezze delle fessure in aste inflesse in c.a. (Leonhardt, 1977; Oh e Kang, 1987; Desayi e Rao, 1987; Braam e Walraven, 1991; Wiche, 1991; Frosch, 1999). La validità di tali metodi di calcolo non è comunque generale, poiché essi sono per lo più legati a particolari e semplici situazioni di geometria o di sollecitazione.

Di solito, le procedure correnti per la verifica a stato limite di fessurazione considerano una schematizzazione di tipo monodimensionale, essendo il modello usualmente impiegato per la valutazione dell'ampiezza media di apertura delle fessure w_m quello proposto dal CEB (1985):

$$w_m = s_{rm} \varepsilon_{sm} \quad (1)$$

con ε_{sm} = dilatazione media dell'acciaio e s_{rm} = distanza media tra due fessure consecutive.

Tale formula è immediatamente applicabile nel caso di elementi strutturali in cui la direzione della deformazione principale di trazione coincide con la direzione delle armature metalliche, come ad esempio i tiranti e le travi semplicemente inflesse. Nel caso invece di elementi strutturali soggetti a sollecitazioni composte (travi sollecitate in regime di flessione, sforzo normale, con taglio e/o torsione) o nelle strutture bidimensionali soggette a sollecitazioni membranali, la relazione (1) risulta ancora applicabile, a condizione di considerare la ε_{sm} come la deformazione principale media di trazione (assunta ortogonale alla direzione delle fessure).

L'approccio suddetto, molto semplice dal punto di vista della pratica progettuale, richiede che vengano valutate in maniera attendibile le due quantità ε_{sm} e s_{rm} . In particolare, per quanto concerne la ε_{sm} , nei casi di trazione semplice o della flessione semplice, sono state proposte delle relazioni di natura semiempirica (Leonhardt, 1977) in grado di far corrispondere al meglio i risultati teorici dedotti da tali formule con quelli ricavati da prove sperimentali.

Nel caso di stati tensionali biassiali non esiste, tuttavia, un'analogia formulazione in grado di valutare in maniera altrettanto semplice ed attendibile la quantità ε_{sm} e, quindi, l'ampiezza dell'apertura delle fessure.

In questi casi è possibile, secondo l'approccio qui proposto, sviluppare una diversa metodologia, basata sulla cosiddetta "Softened Truss Theory" (Hsu, 1993), che consente di analizzare il comportamento di un pannello soggetto ad una generica combinazione di sollecitazioni. Imponendo le condizioni di equilibrio, di compatibilità ed assumendo opportuni legami costitutivi dei materiali, viene calcolata, per un assegnato campo tensionale, la deformazione principale media di trazione che riveste un ruolo fondamentale nella valutazione delle ampiezze delle fessure.

2. POSIZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri un pannello in c.a. soggetto ad un campo uniforme di sollecitazione. Esso può essere schematizzato come un insieme di elementi monoassiali disposti secondo la direzione delle armature e delle direzioni principali di deformazione in grado di descrivere, rispettivamente, la risposta media dell'acciaio e del calcestruzzo in dette direzioni (Fig.1). Gli elementi strutturali che possono essere rappresentati con tale modellazione sono numerosi (anime sottili di travi, pareti a taglio, elementi di gusci a piccola curvatura).

Il calcestruzzo in regime biassiale, può essere descritto mediante un approccio di tipo monodimensionale con legami equivalenti σ - ε uniassiali, relativi a ciascuna direzione principale di deformazione.

Il comportamento del pannello è descritto dalle equazioni di equilibrio, di compatibilità e dai legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio nel rispetto delle seguenti ipotesi:

- le tensioni e deformazioni sono riferite ad aree sufficientemente estese di calcestruzzo e sono assunte come grandezze medie;
- il calcestruzzo e l'acciaio sono perfettamente aderenti sul contorno del pannello;
- il calcestruzzo reagisce ai carichi con tensioni principali di trazione e di compressione, secondo un angolo d'inclinazione α che può variare durante la storia di carico;
- l'acciaio reagisce solo con sforzo assiale nella direzione delle barre, mentre non partecipa all'assorbimento di sforzi di taglio;
- le fessure sono sempre ortogonali alla direzione principale di trazione nel calcestruzzo;
- le direzioni principali di deformazione coincidono con quelle principali di tensione nel calcestruzzo.

Il pannello esaminato, di spessore costante, è costituito da una matrice di calcestruzzo e da due ordini di armature distribuite in modo uniforme e tra loro ortogonali, soggetto sui bordi alle tensioni normali σ_r e σ_t e tensione tangenziale τ_{rt} (Fig.1a). Le condizioni di equilibrio dell'intero elemento sono:

$$\sigma_t = \sigma_r \sin^2 \alpha - \sigma_d \cos^2 \alpha + \rho_1 f_1 \quad (2a)$$

$$\sigma_r = \sigma_r \cos^2 \alpha - \sigma_d \sin^2 \alpha + \rho_1 f_1 \quad (2b)$$

$$\tau_{rt} = (\sigma_r + \sigma_d) \sin \alpha \cos \alpha \quad (2c)$$

dove ρ_l, ρ_t sono le percentuali geometriche di armatura nelle direzioni l e t ; f_b, f_t le tensioni medie nell'acciaio nelle direzioni l e t ; σ_d, σ_r le tensioni principali medie nel calcestruzzo, essendo α l'angolo d'inclinazione tra il sistema di riferimento $l-t$ e gli assi principali $d-r$ (Fig. 1b).

Lo stato di deformazione del pannello può essere caratterizzato dalle componenti di deformazione normale ε_l ed ε_t e dallo scorrimento relativo γ_{lt} e possono essere espresse attraverso le deformazioni principali ε_d ed ε_r mediante le equazioni di compatibilità:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_r \sin^2 \alpha - \varepsilon_d \cos^2 \alpha \quad (3a)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_r \cos^2 \alpha - \varepsilon_d \sin^2 \alpha \quad (3b)$$

$$\gamma_{lt} = 2(\varepsilon_r + \varepsilon_d) \sin \alpha \cos \alpha \quad (3c)$$

essendo:

$$\tan 2\alpha = \gamma_{lt} / (\varepsilon_l - \varepsilon_t) \quad (4)$$

Nelle equazioni (2) e (3) le tensioni e deformazioni principali (sia di trazione che di compressione) sono da intendersi come quantità positive (valori assoluti).

Per le relazioni costitutive del calcestruzzo (Fig. 2a e 2b) si fa riferimento alle equazioni proposte da Hsu (1993) che consentono di tener conto in maniera sufficientemente accurata dei principali fenomeni legati al comportamento del calcestruzzo in regime biassiale (degradazione di resistenza e di rigidità, effetto di "tension stiffening"). In particolare, per il calcestruzzo compresso, la tensione principale di compressione σ_d è funzione delle deformazioni principali di trazione ε_r e di compressione ε_d attraverso le relazioni:

$$\sigma_d = \zeta f_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \leq 1 \quad (5a)$$

$$\sigma_d = \zeta f_c \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} > 1 \quad (5b)$$

dove f_c ed ε_0 rappresentano la resistenza cilindrica a compressione e la corrispondente deformazione (si assume $\varepsilon_0 = 0.002$), mentre il coefficiente ζ tiene conto del fenomeno di degradazione causato dalla fessurazione diagonale (biaxial softening). Per tale coefficiente è possibile adottare la seguente relazione:

$$\zeta = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 600 \varepsilon_r}} \quad (6)$$

Per quanto concerne il comportamento del calcestruzzo teso, la tensione principale di trazione σ_r è funzione della deformazione principale di trazione ε_r attraverso le relazioni (Hsu, 1993):

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{per} \quad \varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr} \quad (7a)$$

$$\sigma_r = f_{cr} \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{cr}} \right)^{0.4} \quad \text{per} \quad \varepsilon_r > \varepsilon_{cr} \quad (7b)$$

dove $E_c = 3900 f_c^{0.5}$ (MPa) = modulo elastico iniziale; $\varepsilon_{cr} = f_{cr} / E_c$ = deformazione corrispondente all'inizio della fase di fessurazione; $f_{cr} = 0.31 f_c^{0.5}$ (MPa) = tensione in corrispondenza della deformazione ε_{cr} , che può essere assunta pari a 0.00008 mm/mm.

E' da notare che l'equazione (7b), caratterizzante la fase post-fessurazione, include il cosiddetto effetto di "tension stiffening".

Riguardo al comportamento dell'acciaio si è fatto riferimento al tipico legame bilineare elasto-plastico perfetto (Fig. 2c). Tuttavia nel caso oggetto del presente studio, essendo l'analisi rivolta all'esame della fessurazione in fase di esercizio in cui sarebbe improponibile prevedere delle deformazioni tali da provocare plasticizzazioni nelle barre di acciaio, ci si può limitare a considerare esclusivamente il ramo elastico iniziale:

$$f_l = E_s \varepsilon_l \quad \text{per} \quad \varepsilon_l \leq \varepsilon_{ly} \quad (8a)$$

$$f_t = E_s \varepsilon_t \quad \text{per} \quad \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty} \quad (8b)$$

dove E_s = modulo elastico dell'acciaio; $\varepsilon_{ly}, \varepsilon_{ty}$ = deformazioni al limite elastico delle armature poste nelle direzioni l e t .

3. METODO DI SOLUZIONE

Il comportamento del pannello è descritto dalle equazioni di equilibrio (2), di compatibilità (3) e dai legami costitutivi (5,7,8). Ad un generico stadio di carico, se risultano note le deformazioni, il calcolo delle tensioni che provocano tali deformazioni risulta immediato attraverso la soluzione diretta delle suddette equazioni. Nel caso, invece, in cui siano note tutte le componenti di carico applicate al pannello, il calcolo delle corrispondenti deformazioni non è perseguibile in maniera esplicita e la soluzione deve essere cercata mediante l'impiego di una procedura iterativa.

Il procedimento generale richiede pertanto il calcolo dello stato deformativo di un elemento membrana a partire da valori noti delle componenti di tensione.

Nel seguito viene invece presentato un procedimento di tipo misto in cui si suppongono note alcune componenti di tensione ed alcune componenti di deformazione e si determinano le restanti variabili in maniera diretta. Tale procedimento si rivela utile per un trattamento adimensionale delle equazioni che reggono il problema, consentendo così una semplificazione e generalizzazione dei risultati ottenibili, oltre che una loro efficiente rappresentazione in forma grafica mediante opportuni abachi. Maggiori dettagli di questa procedura ed estesi risultati in forma grafica sono riportati in Colotti (2001). Nel presente lavoro si riportano ulteriori confronti con valori sperimentali riferibili a differenti condizioni di geometria e carico riportati in letteratura.

Si parte da uno stato tensionale piano caratterizzato da una tensione normale in direzione trasversale nota, in particolare nulla: $\sigma_t = 0$. Uno stato tensionale siffatto si riscontra nella maggior parte degli elementi di strutture in cui il problema della fessurazione è particolarmente sentito (anime di travi, elementi in parete sottile, ecc.). Assegnate le condizioni iniziali in termini di geometria e caratteristiche dei materiali, assegnate inoltre la deformazione principale di trazione ε_r e l'angolo di inclinazione delle fessure α , si ricavano i valori incogniti delle restanti deformazioni e tensioni. In tal modo diventa possibile porre in relazione le componenti di tensione σ_l e τ_{ll} con la deformazione principale di trazione ε_r che, come si vedrà nel seguito, rappresenta la variabile base per affrontare il problema del controllo della fessurazione negli elementi in c.a..

Dal punto di vista analitico il procedimento adottato è di seguito descritto. Dall'eq. (2b), ricordando l'eq. (3b) e l'eq. (8b), si può scrivere

$$\sigma_l = \sin^2 \alpha (-\sigma_d - \rho_l E_s \varepsilon_d) + \cos^2 \alpha (\sigma_r + \rho_l E_s \varepsilon_r) = 0 \quad (9)$$

Nell'eq. (9) sostituendo le relazioni di legame per il calcestruzzo teso e compresso, riordinando i termini nei riguardi della variabile ε_d e risolvendo la relativa equazione rispetto alla suddetta deformazione, può essere facilmente ricavato lo stato tensionale nel sistema di riferimento $l-t$. Limitando l'analisi al solo ramo ascendente del legame costitutivo del calcestruzzo compresso (al pari del ramo elastico iniziale relativo all'acciaio) e sfruttando le equazioni di equilibrio, si ottengono le seguenti relazioni in termini di tensioni:

$$\sigma_r^* = \frac{\sigma_l}{f_c} = \cos^2 \alpha \left[\frac{1}{\zeta} \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_o} \right)^2 - (2+k) \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_o} \right] + \sin^2 \alpha \left[\beta r_{(\varepsilon_r)} + k \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_o} \right] \quad (10a)$$

$$\tau_{ll}^* = \frac{\tau_{ll}}{f_c} = \sin \alpha \cos \alpha \left[2 \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_o} - \frac{1}{\zeta} \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_o} \right)^2 + \beta r_{(\varepsilon_r)} \right] \quad (10b)$$

dove si è posto:

$$r_{(\varepsilon_r)} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{cr}} \quad \text{per} \quad \varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr} \quad (11a)$$

$$r_{(\varepsilon_r)} = \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_r} \right)^{0.4} \quad \text{per} \quad \varepsilon_r > \varepsilon_{cr} \quad (11b)$$

$$\beta = \frac{f_{cr}}{f_c}; \quad u = \frac{\rho_l}{\rho_l}; \quad k = \frac{\rho_l E_s \varepsilon_o}{f_c} \quad (12)$$

4. APPLICAZIONE DEL MODELLO AL CASO DELLE TRAVI

Il procedimento di calcolo messo a punto nei paragrafi precedenti può essere applicato ad elementi in c.a. soggetti ad un generico stato tensionale piano.

Va osservato preliminarmente che l'introduzione dell'elemento membrana può essere riferita ad una grande varietà di strutture che possono essere rappresentabili con tale elemento (ad esempio, gusci di piccola curvatura, pareti a taglio, travi a cassone, travi con anima più o meno sottile).

Nel caso di aste monodimensionali come le travi, restano da definire le caratteristiche geometriche e meccaniche che consentono ancora di assimilare un tale elemento ad un elemento membrana. In particolare dall'anima delle travi occorre estrapolare la zona tesa (tirante ideale), la quale può essere assimilata ad una lastra soggetta a tensioni normali di trazione, con o senza tensioni tangenziali.

Per la caratterizzazione geometrica di tale elemento, si è fatto riferimento alla formulazione proposta da Oh e Kang (1991), basata su un approccio di tipo energetico, secondo la seguente formulazione:

$$h_m = \frac{(h - x_c)^3}{3(d - x_c)^2} \quad (13)$$

dove h , d e x_c rappresentano rispettivamente l'altezza totale, l'altezza utile e la profondità dell'asse neutro della sezione. Maggiori dettagli della consistenza e delle motivazioni meccaniche di tale modellazione sono riportati in Colotti (2001).

Definita la geometria dell'elemento membrana equivalente e fissata la deformazione principale di trazione, per la risoluzione completa del problema della fessurazione non resta che calcolare la distanza media delle fessure. E' da notare che tale parametro è influenzato da una serie molto ampia di fattori che ne rendono estremamente incerta una sua valutazione in termini deterministici, per cui in pratica risultano più affidabili formule semiempiriche basate sull'analisi statistica di risultati sperimentali. Nel presente lavoro si è fatto riferimento alle seguenti relazioni per la valutazione della distanza media tra le fessure:

- per elementi soggetti prevalentemente a flessione o trazione (Eurocodice 2, 1991):

$$s_{rm} = 50 + 0.25k_1k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \quad (14)$$

dove ϕ è il diametro delle barre, espresso in mm; k_1 è un coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre ($k_1=1.6$ per barre lisce, $k_1=0.8$ per barre ad aderenza migliorata); k_2 è un coefficiente che tiene conto della forma del diagramma delle deformazioni ($k_2=0.5$ per flessione, $k_2=1.0$ per trazione pura); ρ_r è la percentuale geometrica di armatura rispetto all'area tesa efficace.

- per elementi soggetti a sollecitazione composta di flessione, taglio e/o torsione (Leonhardt, 1978; Iori e Dei Poli, 1985):

$$s_{rm} = s_l \quad \text{per} \quad \frac{s_l}{s_t} < 0.55 \quad (15a)$$

$$s_{rm} = \frac{s_l + s_t}{2\sqrt{2}} \quad \text{per} \quad 0.55 \leq \frac{s_l}{s_t} < 1.80 \quad (15b)$$

$$s_{rm} = s_t \quad \text{per} \quad \frac{s_l}{s_t} > 1.80 \quad (15c)$$

in cui s_l e s_t sono rispettivamente gli interassi tra le barre metalliche in direzione l e in direzione t . Se le armature risultano concentrate (come, ad esempio, nel caso dell'armatura longitudinale tesa di aste prevalentemente inflesse), s_l o s_t sono sostituite dalla distanza fornita dall'eq. (14).

5. VALIDAZIONE DEL MODELLO

Per valutare l'affidabilità del modello proposto alla previsione dello stato di fessurazione in elementi in c.a. è stata effettuata un'indagine numerica con riferimento ad alcune travi per le quali sono disponibili i risultati

sperimentali. In Tabella I sono riportate le principali caratteristiche geometriche e meccaniche delle travi analizzate.

Per quanto riguarda le travi sollecitate in regime di flessione una prima serie riguarda travi in c.a. testate sperimentalmente da Mele (1967), mentre una seconda serie riguarda prove eseguite da Oh e Kang (1987). Nelle Figg. 3 e 4 sono posti a confronto i risultati analitici e quelli sperimentali in termini di legame momento adimensionalizzato-ampiezza delle fessure e deformazione acciaio-ampiezza delle fessure (valori medi e valori caratteristici), rispettivamente. Nelle figure sono, inoltre, riportate per questi casi le curve ottenute utilizzando la formulazione adottata nell'Eurocodice 2. L'analisi delle curve ivi riportate consente di affermare che il modello proposto fornisce risultati in discreto accordo con quelli sperimentali ed in generale tende a sovrastimare le ampiezze delle fessure e, pertanto, risulta essere piuttosto conservativo. Si evidenzia, infine, una buona concordanza dei risultati forniti dal modello con quelli derivanti dalla formulazione di normativa per il caso della flessione.

Una terza serie di confronti è stata effettuata con riferimento ad alcune travi testate sperimentalmente da Rasmussen e Baker (1995), sollecitate a torsione. L'applicazione del modello al caso della torsione richiede la determinazione dello spessore t_d della sezione anulare resistente ai fini della valutazione del flusso delle tensioni tangenziali prodotte dalla sollecitazione torcente. A tale scopo è stata utilizzata la seguente relazione (Hsu, 1997):

$$t_d = 2c' \quad (16)$$

dove c' rappresenta la distanza tra il bordo esterno della sezione trasversale e il bordo interno delle barre costituenti le staffe. In pratica la condizione espressa dalla (16) equivale ad assumere la linea media della gabbia metallica, formata dalle staffe e dalle barre longitudinali, coincidente con la linea media del flusso circolatorio di tensioni tangenziali generato dalla sollecitazione torcente.

Noto il valore del momento torcente esterno M_t e fissato lo spessore del flusso di taglio t_d , le tensioni tangenziali τ_{it} si ricavano dalla ben nota relazione di Bredt:

$$\tau_{it} = \frac{M_t}{2A_o t_d} \quad (17)$$

dove A_o rappresenta l'area racchiusa dalla linea media del flusso di taglio.

Nella Fig. 5 sono riportati i risultati analitici e quelli sperimentali per le travi B30.3 e B50.3, in termini di legame momento torcente-ampiezza delle fessure. Come si può osservare, anche per il caso di fessurazione diagonale da torsione, la correlazione tra le curve sperimentali e quelle analitiche risulta abbastanza soddisfacente.

6. CONCLUSIONI

E' stato proposto e sviluppato un modello analitico per il controllo della fessurazione negli elementi in c.a. sottoposti ad uno stato tensionale piano. La schematizzazione di un elemento strutturale come elemento membrana ha dimostrato come sia possibile utilizzare una rappresentazione di questo tipo per lo studio di una vasta categoria di elementi strutturali che maggiormente risentono del problema della fessurazione.

Il confronto con alcuni risultati sperimentali presenti in letteratura ha permesso di evidenziare le capacità del metodo nel descrivere la realtà fisica in modo abbastanza soddisfacente. Un punto di forza dell'approccio proposto è da ricercare nella sua adattabilità all'analisi di elementi membrana caratterizzati da uno stato tensionale del tutto generico. Con tale tipo di approccio, è possibile lo studio di membrature soggette a flessione, a taglio, a torsione ed anche in regime misto.

I risultati analitici ottenuti dall'applicazione del modello sono stati confrontati con alcuni dati sperimentali disponibili in letteratura.

Il confronto si è dimostrato soddisfacente e fornisce, in generale, valutazioni conservative rispetto ai valori sperimentali.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BRAAM C. R., WALVAREN J. C. (1991). "Control of Crack Width in Deep Reinforced Concrete Beams". IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart, IABSE-report, V.62, pp.111-116.
- [2] CEB-FIP (1978). "Model Code for Concrete Structures". CEB-FIP Intern. Recommendation, Comité Euro-International du Béton.
- [3] CEB (1985). "Cracking and Deformation". Bulletin d'Information N.158, Comité Euro-International du Béton.
- [4] COLOTTI V. (2001). "Controllo della fessurazione negli elementi in c.a. in regime di sollecitazione composta". L'Industria Italiana del Cemento, Vol. LXXI, N.10, pp.740-749.
- [5] DESAYI P., RAO K. B. (1987). "Probabilistic Analysis of the Cracking of RC Beams". Materials and Structures, V.20, No.120, pp.408-417.
- [6] EUROCODE 2 (1991). "Design of Concrete Structures, Part 1, General Rules and Rules for Buildings". CEN, European Committee for Standardization, Bruxelles.
- [7] FROSCHE R. J. (1999). "Another Look at Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete". ACI Struct. J., V.96, No.3, pp.437-442.
- [8] HSU T. T. C. (1993). "Unified Theory of Reinforced Concrete". CRC Press. Inc., Boca Raton, Florida, USA.
- [9] HSU T. T. C. (1997). "ACI Shear and Torsion Provisions for Prestressed Hollow Girders". ACI Struct. J., V.94, No.6, pp.787-799.
- [10] IORI L., DEI POLI S. (1985). "Sulla torsione di elementi strutturali in cemento armato". L'Industria Italiana del Cemento, N.2, pp.121-129.
- [11] LEONHARDT F. (1977). "Crack control in concrete structures". IABSE Surveys, S-4/77, Zurich.
- [12] LEONHARDT F. (1978). "C.a e c.a.p. - Calcolo di progetto e tecniche costruttive. Verifiche della funzionalità delle costruzioni in c.a. e c.a.p.". Edizioni Tecniche ET, Milano.
- [13] MELE G. (1967). "Indagine sperimentale sulla influenza del parametro M/Th sulla rottura per taglio di travi in c.a.". Fondazione Politecnica per il Mezzogiorno d'Italia, Napoli, N.21.
- [14] OH B. H., KANG Y. J. (1987). "New Formulas for Maximum Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Flexural Members". ACI Struct. J., V.84, March-April, pp.103-112.
- [15] RASMUSSEN L. J., BAKER G. (1995). "Torsion in Reinforced Normal and High-Strength Concrete Beams - Part 1: Experimental Test Series". ACI Struct. J., V.92, No.1, pp.56-62.

Tabella I – Principali caratteristiche geometriche e meccaniche delle travi analizzate

Rif. Bibl.	Trave	f_c (MPa)	$b \times h$ (mm)	A_s	Tipo di sollecitazione
Mele (1967)	TMB	37.7*	100 x 300	2 ϕ 20	Flessione
	TMC	49.6*	100 x 300	2 ϕ 20	Flessione
Oh e Kang (1987)	B3	20.0	180 x 320	6 ϕ 10	Flessione
	B5	20.0	180 x 320	3 ϕ 16	Flessione
Rasmussen e Baker (1995)	B30.3	36.3	160 x 275	6 ϕ 18	Torsione
	B50.3	61.7	160 x 275	6 ϕ 18	Torsione

(*) Valore calcolato: $f_c=0.83R_c$

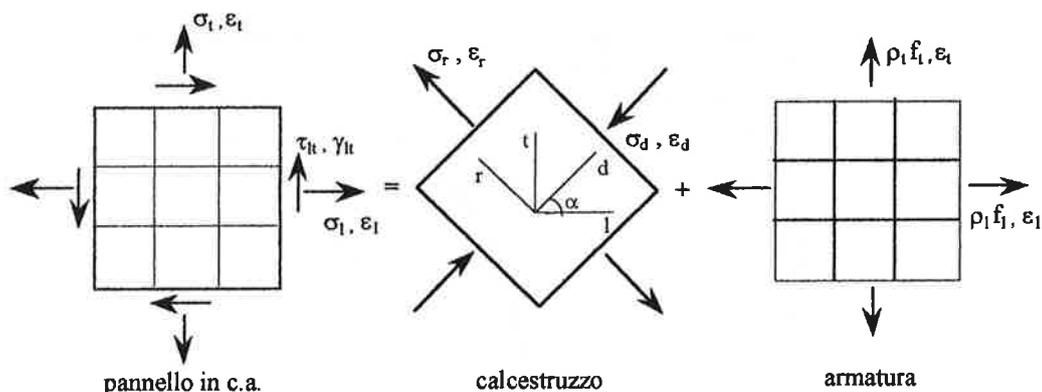


Fig. 1 - Schematizzazione di un pannello in c.a.

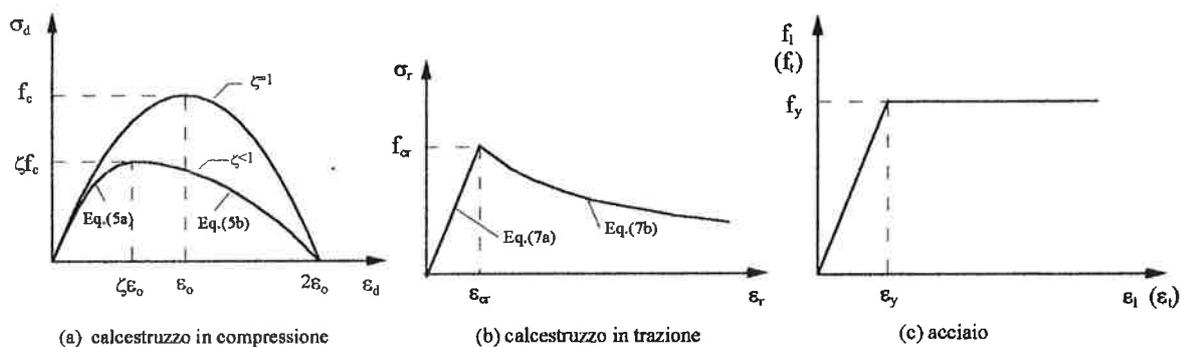


Fig.2 - Legami costitutivi dei materiali

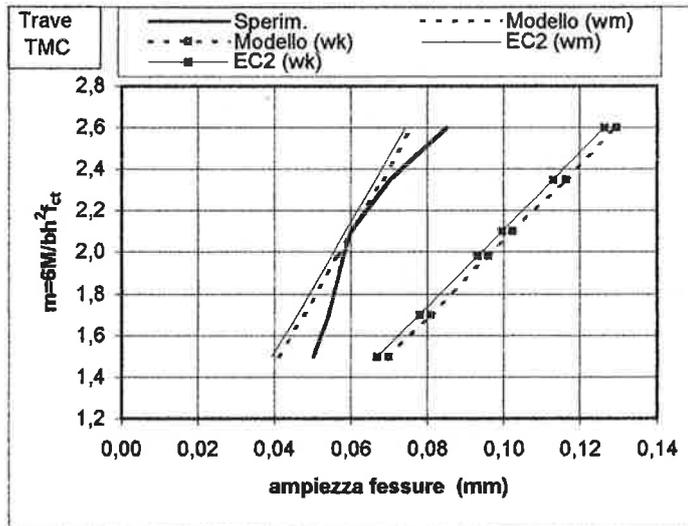
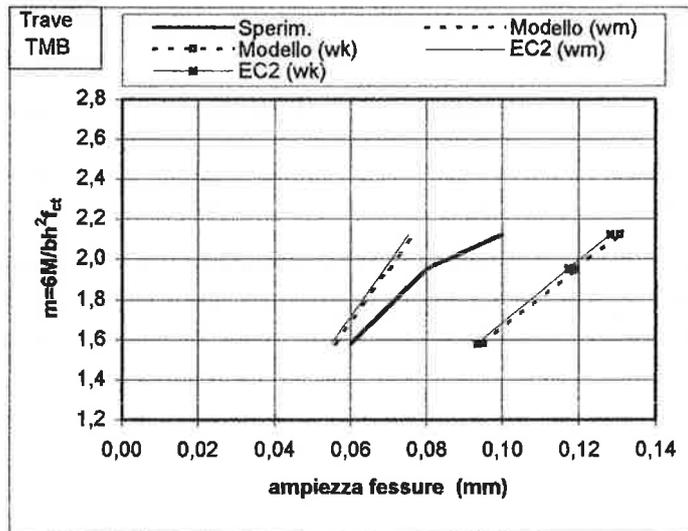


Fig. 3 - Confronto fra i risultati numerici e quelli sperimentali per le travi testate da Mele (1967)

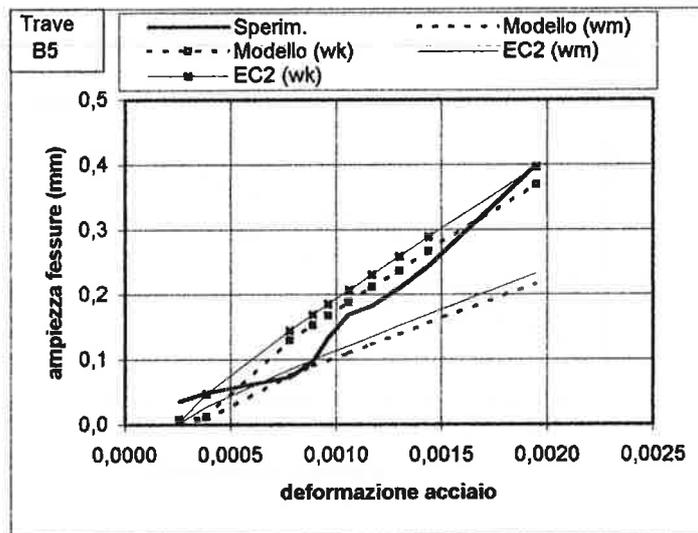
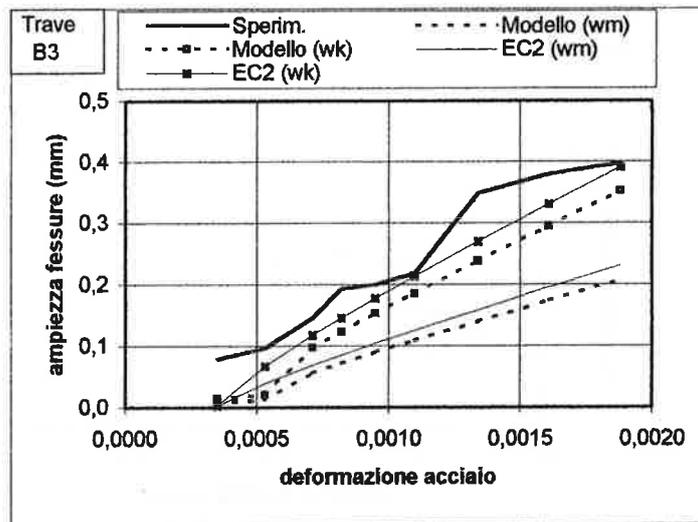


Fig. 4 - Confronto fra i risultati numerici e quelli sperimentali per le travi testate da Oh e Kang (1987)

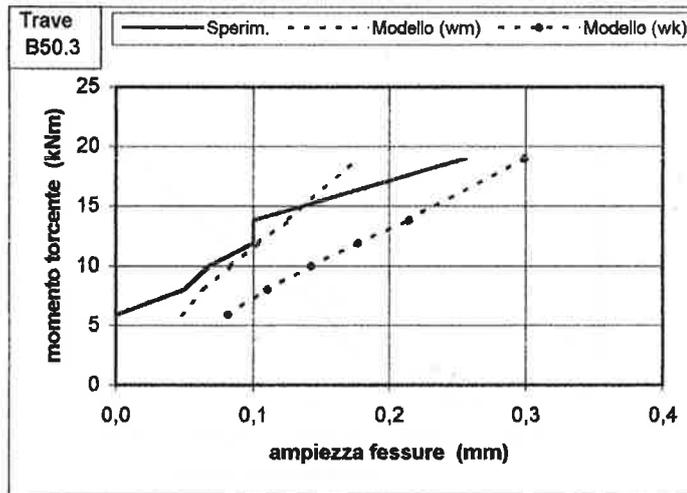
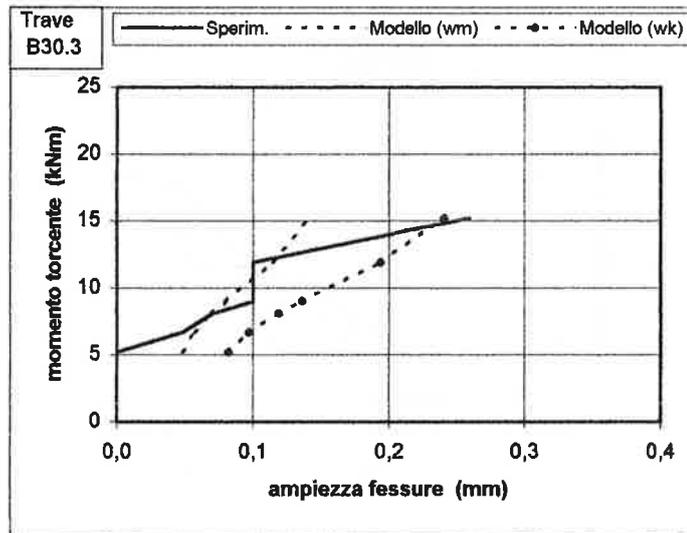


Fig. 5 - Confronto fra i risultati numerici e quelli sperimentali per le travi testate da Rasmussen e Baker (1995)

SULLA FLESSIONE ELASTICA DELLE TRAVI IN C.A. IN PRESENZA DI FESSURAZIONE

Mario Como¹

¹ Professore di Tecnica delle Costruzioni, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Roma, Tor Vergata.

SOMMARIO

Si presenta una nuova modellazione della flessione elastica delle travi in c.a. in presenza di fessurazione. Vengono sviluppati in modo unitario sia lo studio della fessurazione, con la valutazione dell'ampiezza delle fessure e della loro distanza, che la ricerca dell'equazione differenziale della flessione delle travi. Si svolgono varie applicazioni.

SUMMARY

Aim of the paper is to give a new model of the elastic flexure of the reinforced concrete cracked beams. Both cracking and bending, with the evaluation of the crack width and spacing, are analysed in an unitary approach. The paper ends with the formulation of the differential equation of the elastic bending of cracked beams. Various applications are developed.

1. INTRODUZIONE

E' noto come la fessurazione in campo elastico degli elementi strutturali in c.a. sia caratterizzata dall'improvviso formarsi, al crescere dei carichi, di una schiera di fessure poste a distanza più o meno costante tra loro. E' nella zona compresa tra due fessure contigue che si sviluppa il "tension stiffening", cioè la graduale ripartecipazione del cls ad assorbire trazione man mano che ci si allontana dalle sezioni fessurate.

Numerosi sono gli studi teorici e sperimentali indirizzati su tale problematica, di grande importanza per l'analisi del comportamento delle strutture in c.a. in condizioni di esercizio: studi caratterizzati, peraltro, per il gran numero di parametri coinvolti, da una grande varietà di ipotesi e risultati differenziati [2,6,7,9,10].

Al fine di fornire un contributo a tale ricerca scopo del presente lavoro è quello di fornire una analisi unificata della flessione degli elementi inflessi in c.a. Tale analisi è in grado di trattare contemporaneamente sia il problema della fessurazione, con l'individuazione della distanza tra le fessure e la loro ampiezza, che quello della formulazione dell'equazione differenziale della flessione delle travi in c.a. La modellazione effettuata, che sviluppa anche come modello di confronto, l'analisi del tirante in c.a., ha carattere di sintesi e considera solo gli aspetti essenziali del problema. Questi riguardano tra l'altro l'utilizzo, oltre che degli usuali legami elastici del cls e dell'acciaio, anche di un idoneo legame tra la tensione tangenziale di aderenza e lo slittamento tra acciaio e cls.

I risultati ottenuti vengono confrontati con le numerose indicazioni fornite dalla normativa europea nazionale [3,5,8,9] ed inoltre dall'ACI [1,9] nei riguardi della distanza ed ampiezza delle lesioni e dell'entità delle deformazioni sotto i carichi di esercizio.

2. SLITTAMENTI ELASTICI TRA ACCIAIO E CALCESTRUZZO

Nella Fig.1a è riportato il diagramma $\sigma - \epsilon$ assunto per l'acciaio: di tale diagramma verrà utilizzato solo il primo tratto lineare, caratterizzato dal modulo elastico E_s .

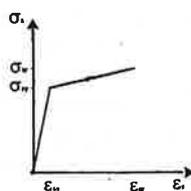


Fig.1a

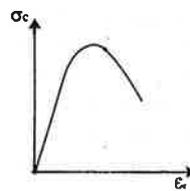


Fig.1b

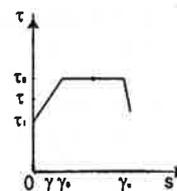


Fig.1c

Nella Fig.1b è riportato il diagramma $\sigma - \epsilon$ assunto per il cls; per questo le compressioni verranno sempre considerate limitate al campo elastico lineare. E' ammessa invece la possibilità della rottura a trazione: la resistenza a trazione del cls è indicata con σ_{cr} . Per caratterizzare poi l'evoluzione delle condizioni di aderenza tra acciaio e cls si assume il legame $\bar{\tau} - \gamma$ riportato nella Fig.1c. Esso, come risulta dalle numerose indagini sperimentali [2,11,12], può essere considerato costituito da una prima fase di *perfetta aderenza* tra acciaio e cls fin quando la tensione tangenziale risulta sufficientemente contenuta, cioè inferiore ad un definito valore $\bar{\tau}_1$. Successivamente, per $\bar{\tau} > \bar{\tau}_1$ con buona approssimazione può assumersi che si producano scorrimenti proporzionali alla differenza $(\bar{\tau} - \bar{\tau}_1)$. Tale fase, linearmente elastica per incrementi di sollecitazione, termina quando la tensione tangenziale tra barre e cls raggiunge un valore limite $\bar{\tau}_0$; a questo punto ulteriori slittamenti si producono a tensione costante $\bar{\tau}_0$.

Nell'analisi che segue le tensioni tangenziali tra acciaio e cls saranno quindi limitate dall'essere $\bar{\tau} < \bar{\tau}_o$. Per cls di media resistenza, la tensione tangenziale limite $\bar{\tau}_1$ è dell'ordine della resistenza a trazione σ_{crt} mentre quella $\bar{\tau}_o$ è una frazione della resistenza a compressione. Per $\bar{\tau} > \bar{\tau}_1$ si ha quindi la relazione di elasticità

$$\bar{\tau} - \bar{\tau}_1 = \bar{G} \gamma \quad (1)$$

dove \bar{G} rappresenta il modulo di elasticità allo scorrimento elastico, relativo quindi al tratto lineare con $\bar{\tau} > \bar{\tau}_1$ del diagramma della Fig.1c. Nella (1) γ è lo scorrimento che si sviluppa tra barre e cls e risulta

$$\gamma = \frac{s}{\Delta} \quad (2)$$

se s indica lo slittamento e Δ è la distanza tra l'asse della barra e le fibre di cls a contatto con l'acciaio (Fig.4). Può porsi

$$\Delta = \frac{d_s}{2} \quad (1')$$

se d_s è il diametro della barra compreso lo spessore dei risalti. E' quindi

$$\gamma = \frac{2s}{d_s} \quad (3)$$

Nella Fig.2 è riportato il diagramma $\tau - s$ ottenuto interpolando vari risultati presentati in [11] nello studio dell'aderenza tra acciaio e cls di media resistenza. Dalla Fig.2 risulta allora che lo slittamento γ_o , espresso in forma adimensionale in quanto rapportato al diametro della barra, in corrispondenza del quale è appena raggiunto lo stato plastico di slittamento, risulta $\gamma_o = (s/d)_o = 1.5\%$. Ad esempio, lo slittamento elastico presente all'inizio degli scorrimenti plastici per una barra $\phi 20$ risulta essere $(s)_o = 20\text{mm} \times 1.5/100 = 0,03\text{cm}$.

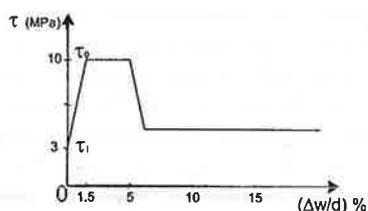


Fig.2

Per cls di media resistenza (mediamente con Rck300) risulta all'incirca $\bar{\tau}_1 \approx 30 \text{ kg/cm}^2$ e $\bar{\tau}_o \approx 100 \text{ kg/cm}^2$ [11]. Quindi è $\bar{G} = 70 \times 100 / (2 \times 1,5) = 2333 \text{ kg/cm}^2$. Si consideri ora un tratto di trave soggetto ad una forza di trazione ovvero a un momento flettente costante (Fig.3). Al crescere dei carichi, ad un dato istante in un certo numero di sezioni si produce la fessurazione. Nel caso del tirante in c.a la forza di trazione N_f che produce la fessurazione vale

$$N_f = \sigma_{crt} (A_c + nA_s) \quad (4)$$

Nel caso dell'elemento inflesso il momento flettente M_f di fessurazione è quello in corrispondenza del quale nelle sezioni integre di cls ed acciaio si attinge nelle fibre inferiori di cls la resistenza a trazione del cls.: il momento flettente è quindi

$$M_f = \sigma_{crt} \frac{J_{id}}{x_i} \quad (4')$$

dove J_{id} è il momento di inerzia della sezione integra di cls e con l'acciaio omogeneizzato in cls e x_i la distanza dal bordo teso dal baricentro della sezione integra.

Si ammette che la fessurazione si sia innescata almeno in due diverse sezioni dell'elemento, distanti L tra di loro (Fig.3).



Fig.3

Come è noto, un profondo cambiamento si produce alla fessurazione nella distribuzione delle sollecitazioni e delle deformazioni nel cls e nell'acciaio di tale tratto di trave. Subito dopo il comparire delle lesioni, nelle sezioni fessurate le fibre di cls non sono soggette a tensione. In queste sezioni tutto lo sforzo di trazione richiesto è trasmesso dalle sole barre di acciaio. Queste si deformeranno, a differenza delle adiacenti fibre di cls che sono ivi scariche. Nell'interno dell'elemento tenderanno quindi a svilupparsi differenti dilatazioni e quindi scorrimenti tra barre e cls. Sulla superficie laterale delle barre tese il cls eserciterà quindi delle azioni tangenziali τ che riducono le sollecitazioni di trazione nelle barre man mano che ci si allontana dalla sezione fessurata. Sollecitazioni $\bar{\tau}$, eguali ma opposte in verso, saranno quelle di reazione esplicate dalle barre sul cls.: queste costringono gradualmente il cls ad assorbire di nuovo sforzi di trazione. La tensione di trazione nelle sezioni di cls deve quindi crescere man mano che ci si allontana dalla sezione fessurata e in un'altra sezione, posta ad una definita distanza λ dalla prima, può venire di nuovo raggiunta la resistenza a trazione σ_{crt} del cls. In tale sezione quindi, all'istante stesso della prima fessurazione, si riprodurrà di nuovo la fessurazione.

Per la valutazione dell'ampiezza delle fessure così come della distanza λ tra di esse, occorre in primo luogo individuare lo stato di sollecitazione presente tra due fessure contigue. A tal fine occorre considerare anzitutto l'equilibrio di un piccolo tratto di barra di lunghezza dz nell'intorno della sezione fessurata nella sua configurazione leggermente slittata rispetto alle adiacenti fibre di cls. L'equazione di equilibrio alla traslazione lungo z di tale elemento di barra, con sezione di area ω_s e diametro d_s , conduce immediatamente alla condizione

$$\tau = - \frac{d_s}{4} \frac{d\sigma_s}{dz} \quad (5)$$

dove la τ è la tensione tangenziale che agisce sulla superficie esterna delle barre: risulta quindi

$$\tau = -\bar{\tau} \quad (6)$$

Tale tensione tangenziale τ è funzione dello scorrimento γ che ivi si produce tra acciaio e cls. Questo si esprime come (Fig.4)

$$\gamma = \frac{w_s - w_{ct}}{\Delta} \quad (2')$$

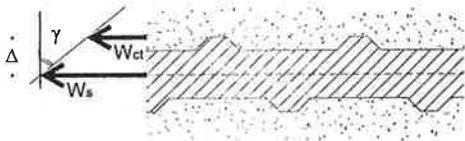


Fig. 4

se w_s e w_{ct} indicano rispettivamente all'ascissa z lo spostamento assiale nella generica sezione della barra e quello delle fibre adiacenti di cls; Δ , come prima definito, è la distanza tra l'asse della barra e le fibre adiacenti di cls e quindi pari al semidiametro esterno della barra, ivi compreso lo spessore del risalto, se la barra è ad aderenza migliorata. Derivando la (2') si ha quindi ancora

$$\frac{d\gamma}{dz}(z) = \frac{\varepsilon_s(z) - \varepsilon_{ct}(z)}{\Delta} \quad (2'')$$

dove ε_s ed ε_{ct} rappresentano all'ascissa z la dilatazione dell'acciaio e quella delle fibre adiacenti di cls. Il legame costitutivo tra τ e γ è quello prima discusso. Va peraltro osservato che la tensione tangenziale si annulla sull'asse di simmetria dell'elemento fessurato di lunghezza L . Lo stato di perfetta aderenza si localizzerà nell'intorno infinitesimo della sezione di mezzeria. Tranne che in questo intorno, in tutto l'elemento inflesso in c.a. sarà presente lo stato di scorrimento elastico, rappresentato per $\bar{\tau}_1 < \bar{\tau} < \bar{\tau}_0$. dal tratto lineare, del diagramma di Fig. 1c.

In tutto il tratto L di barra, tranne che nell'intorno della mezzeria, vale la relazione di elasticità (1) e quindi con la (3)

$$\bar{\tau} - \bar{\tau}_1 = - \frac{\bar{G}}{\Delta} (w_s - w_{ct}) \quad (1')$$

Derivando la (1') si ha allora

$$\frac{d\bar{\tau}}{dz} = \frac{\bar{G}}{\Delta} (\varepsilon_s - \varepsilon_{ct}) \quad (1'')$$

L'uso della (5) e la sostituzione nella (1'') delle relazioni di elasticità

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \sigma_{ct} = E_{ct} \varepsilon_{ct} \quad (7)$$

tenendo conto della (6) fornisce in definitiva

$$\frac{d_s}{4} \frac{d^2 \sigma_s}{dz^2} = \frac{\bar{G}}{\Delta} \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_{ct}}{E_{ct}} \right) \quad (8)$$

Occorre ora determinare la relazione che mette in correlazione la tensione di trazione σ_{ct} , che si esercita nelle fibre di cls adiacenti alle barre, con la tensione σ_s nell'acciaio. La ricerca di tale correlazione è immediata per il caso del tirante ma è più complessa per il caso dell'elemento inflesso. E' utile pertanto premettere lo studio del tirante in c.a.

3. LO STATO DI SOLLECITAZIONE TRA LE FESSURE

3.1 Il caso dell'elemento teso

In questo caso lo stato di sollecitazione presente nelle sezioni fessurate è caratterizzato dalla presenza della sola trazione nelle aree metalliche: questa vale

$$\sigma_s = \frac{N}{A_s} \quad (N \geq N_s) \quad (9)$$

Nelle altre sezioni il cls partecipa anch'esso all'assorbimento della forza di trazione N applicata. Si ha quindi

$$N = \sigma_s(z)A_s + \sigma_{ct}(z)A_c \quad (10)$$

Da tale condizione di equilibrio si ricava la relazione tra la tensione $\sigma_{ct}(z)$ nel cls teso e quella $\sigma_s(z)$ nell'acciaio: si ha infatti

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A_c} - \sigma_s(z) \frac{A_s}{A_c} \quad (11)$$

Con la sostituzione della (11) nella (8) si ha allora l'equazione differenziale determinatrice della tensione nell'acciaio, variabile tra le fessure

$$\frac{d^2 \sigma_s}{dz^2} + \rho^2 \sigma_s = \frac{4}{d_s} \frac{\bar{G}}{E_{ct} \Delta} \frac{N_f}{A_c} \quad (8')$$

dove

$$\rho = 2 \sqrt{\frac{\bar{G}}{\Delta d_s E_s} \left(1 + \frac{n A_s}{A_c} \right)} \quad (12)$$

La funzione incognita $\sigma_s(z)$ deve inoltre soddisfare alle condizioni ai limiti

$$\sigma_s(0) = \frac{N}{A_s} \quad \tau(L/2) = - \frac{d_s}{4} \left. \frac{d\sigma_s}{dz} \right|_{z=L/2} = \tau_1 \quad (13)$$

La prima delle (13) determina il raccordo della $\sigma_s(z)$ con la sollecitazione presente nell'acciaio nella sezione fessurata; la seconda è motivata dal fatto che lo stato di perfetta aderenza interessa solo un tratto infinitesimo dell'elemento intorno la sezione di mezzeria. Dall'integrazione della (8') tenendo in conto le (13) si determina il campo di sollecitazioni presente tra lesioni contigue

$$\sigma_s(z) = -\frac{4\tau_1 \sinh \rho z}{d_s \rho \cosh \beta} + (1 - \xi_N)\sigma_s(0) \cosh \rho z (1 - \operatorname{tgh} \beta \operatorname{tgh} \rho z) + \xi_N \sigma_s(0)$$

$$\sigma_{ct}(z) = \frac{A_s}{A_c} \frac{4\tau_1 \sinh \rho z}{d_s \rho \cosh \beta} + \frac{\sigma_s(0)}{n} \xi_N [1 - \cosh \rho z (1 - \operatorname{tgh} \beta \operatorname{tgh} \rho z)]$$

$$\tau(z) = \tau_1 \frac{\cosh \rho z}{\cosh \beta} - \frac{d_s \rho}{4} \sigma_s(0) (1 - \xi_N) (\sinh \rho z - \operatorname{tgh} \beta \cosh \rho z)$$

con

$$\beta = \frac{\rho}{L/2} \quad (15)$$

e dove il fattore

$$\xi_N = \frac{nA_s}{nA_s + A_c} \quad (16)$$

esprime il rapporto tra la rigidezza della sezione resistente fessurata e quella della sezione non fessurata.

3.2 Il caso dell'elemento inflesso

Nella sezione fessurata, indicata con $z = 0$, lo stato di sollecitazione è rappresentato da una distribuzione lineare di sollecitazioni lungo la sezione reagente, costituita dal cls compresso superiore, dall'eventuale acciaio compresso, e dall'acciaio teso. A partire dalla sezione fessurata lo stato di sollecitazione presente nelle sezioni, indicato con Σ ed equivalente alla coppia flettente M , varia con z ed avrà andamento del tipo sinteticamente descritto nella Fig.5.

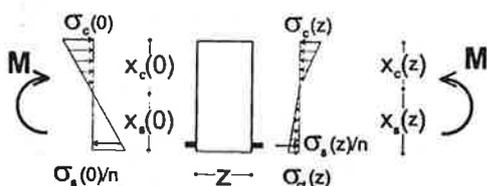


Fig.5

La zona compressa e la zona tesa della sezione interesseranno le profondità $x_c(z)$ e $x_s(z)$. La sollecitazione presente nell'acciaio teso vale $\sigma_s(z)$ e la trazione presente al bordo inferiore di cls della sezione è indicata con $\sigma_{ct}(z)$. Lo stato di sollecitazione Σ , è quindi individuato dalle seguenti quattro funzioni

$$\sigma_s/n(z), \sigma_{ct}(z), \sigma_c(z), x_s(z) \quad (17)$$

variabili lungo l'ascissa z . Le due equazioni di equilibrio

$$\int_A \sigma_c dA = 0, \quad \int_A \sigma_c x dA = M \quad (18)$$

unitamente alla (8), non sono quindi sufficienti alla determinazione dello stato di sollecitazione presente tra le fessure. La distribuzione Σ può d'altra parte considerarsi costituita dalla somma di due diverse e particolari distribuzioni: una *primaria* Σ^p ed un'altra *secondaria* Σ^s e quindi ottenuto come (Fig.6)

$$\Sigma = \Sigma^p + \Sigma^s \quad (19)$$

Quella *primaria* Σ^p , conseguente all'azione di incurvamento dell'elemento prodotto dall'allungamento delle barre di acciaio, *riflette* lo stato di sollecitazione presente nella sezione fessurata $z = 0$ e sarà quindi

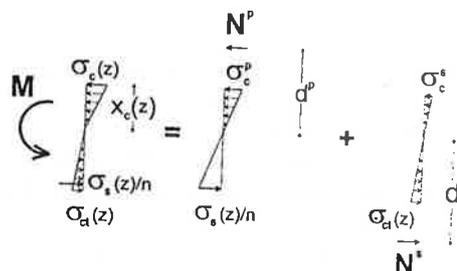


Fig.6

costituita da sforzi di compressione nel cls e di trazione nelle sole aree metalliche. Tale distribuzione Σ^p avrà quindi andamento lineare come rappresentato nella Fig.6; il relativo asse neutro, che separa la zona superiore compressa di cls da quella inferiore in cui è invece reagente solo l'area di acciaio, è posto alla stessa distanza $x_c(z)$ dell'asse neutro relativo allo stato di sollecitazione complessivo. Riesce quindi al bordo superiore della sezione

$$\sigma_c^p(x_c) = -\sigma_s/n \frac{h - x_s}{x_s} \quad (20)$$

In generale, lo stato di sollecitazione primario è quindi costituito da una distribuzione lineare di sollecitazioni

$$\sigma_c^p(x) = \frac{\sigma_s}{n} \frac{x}{x_s} \quad (21)$$

dove l'ascissa x è positiva se relativa a punti posti sotto l'asse neutro. La (21) è definita nel dominio A^p costituito dal calcestruzzo e dalle aree equivalenti di acciaio compresso, poste al di sopra dell'asse neutro e dall'acciaio teso omogeneizzato in cls.

La componente *secondaria* Σ^s sarà invece rappresentata da una distribuzione di sollecitazioni che si attiverà in tutta la sezione di *solo* cls e sarà caratterizzata dalla presenza di trazione nella zona inferiore della sezione, attivata dagli scorrimenti che avvengono tra le barre tese e le fibre adiacenti di cls. Nella sezione di solo cls le tensioni Σ^s si annulleranno quindi in corrispondenza dell'asse neutro che è sempre quello relativo allo stato di sollecitazione complessivo Σ . Si avrà pertanto al bordo superiore compresso

$$\sigma_g(x_c) = -\sigma_{ct} \frac{h - x_s}{x_s} \quad (22)$$

Lo stato di sollecitazione secondario é quindi costituito da una distribuzione lineare di sollecitazioni descritta dalla relazione, analoga alla (20)

$$\sigma_g(x) = \sigma_{ct} \frac{x}{x_s} \quad (22')$$

ma definita nel dominio A^s costituito dall'area di solo cls della sezione. Con tale decomposizione dello stato di sforzo risulterà allora complessivamente al bordo superiore compresso

$$\sigma_c = -\left(\frac{\sigma_s(z)}{n} + \sigma_{ct}\right) \frac{h - x_s}{x_s} \quad (23)$$

La (23) costituisce la quarta equazione necessaria per la soluzione del problema utilizzando la (8) e le (17).

Nella sezione $z = 0$ la sollecitazione secondaria si annulla mentre quella primaria si riporta su quella di flessione semplice

$$\sigma_c(0) = \frac{M}{J} x(0) \quad (24)$$

dove con J si é indicato il momento di inerzia della sezione reagente e con $x(0)$ la distanza della generica fibra dall'asse neutro della sezione fessurata.

In definitiva quindi lo stato di sollecitazione primario e quello secondario viene quindi rappresentato attraverso le distribuzioni di sforzi

$$\sigma_c^p = \frac{\sigma_s}{n} \frac{x^p}{x_s}, \quad x^p \in A^p; \quad \sigma_c^s = \sigma_{ct} \frac{x^s}{x_s}, \quad x^s \in A^s \quad (25)$$

tale che

$$\sigma_c = \sigma_c^p(x^p) + \sigma_c^s(x^s) \quad (10')$$

Si ha allora dalla prima delle (17)

$$N^p + N^s = 0 \quad (26)$$

dove

$$N^p = \frac{\sigma_s}{n x_c} S_n^p; \quad N^s = \frac{\sigma_{ct}}{x_c} S_n^s \quad (27)$$

con

$$S_n^p = \int_{A^p} x \, dA; \quad S_n^s = \int_{A^s} x \, dA \quad (28)$$

Di regola risulta $S_n^p < 0$ e con la prima delle (19) é anche $N^p < 0$. Di conseguenza dalla (27) risulta $N^s > 0$. Lo stato di sollecitazione primario é quindi costituito da una pressoflessione applicata sul dominio A^p mentre quello secondario da una tensoflessione sul dominio A^s . Lo stato di tensoflessione su A^s per $z \rightarrow 0$ converge a zero mentre quello primario di pressoflessione si porta sullo stato di sollecitazione di flessione (24) presente nella sezione fessurata. La condizione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse neutro, costituita dalla seconda equazione delle (27), se si pone

$$d^p = \frac{J_n^p}{S_n^p}; \quad d^s = \frac{J_n^s}{S_n^s} \quad (29)$$

con

$$J_n^p = \int_{A^p} x^2 \, dA; \quad J_n^s = \int_{A^s} x^2 \, dA \quad (30)$$

fornisce inoltre

$$N^p d^p + N^s d^s = M \quad (31)$$

o anche, con le posizioni

$$M^p = N^p d^p; \quad M^s = N^s d^s \quad (32)$$

$$M^p + M^s = M \quad (31')$$

I momenti M^p e M^s rappresentano le quote della coppia flettente agente sull'elemento assorbite dagli stati di sollecitazione primario e secondario. Le forze assiali eccentriche N^p ed N^s , eguali ed opposte, distanti rispettivamente di d^p e d^s dall'asse neutro, equilibrano con i bracci d^p e d^s la coppia flettente agente. Dalle (23) si riconosce che $d^p < 0$, cioè N^p é situato sopra l'asse neutro, e $d^s > 0$.

La profondità dell'asse neutro sarà in generale variabile con z ed il problema della determinazione delle quattro funzioni (16) diventa particolarmente complesso. Si ritiene pertanto opportuno procedere alla ricerca di una soluzione approssimata ma facilmente ottenibile per via analitica.

La soluzione effettiva del problema può essere infatti agevolmente ottenuta approssimando gli stati di sollecitazione primario e secondario, rispettivamente di pressoflessione e di tensoflessione, con stati di sollecitazione puramente flessionali. Lo stato di sollecitazione primario é di semplice flessione nella sezione fessurata e di quasi flessione nell'intorno delle fessure. La distanza tra queste é di norma piccola rispetto alle dimensioni della sezione. Le distanze d^p e d^s tra i centri di pressione e di trazione e i relativi assi neutri possono essere considerate approssimativamente illimitate e quindi tali che

$$d^p \rightarrow \infty, \quad d^s \rightarrow \infty \quad (33)$$

Gli sforzi assiali saranno al contrario tali che

$$N^p \rightarrow 0, \quad N^s \rightarrow 0 \quad (33')$$

in modo che, per l'equilibrio, valga sempre la (31). In conseguenza delle (33) (33') risulterà all'incirca

$$S_n^p \approx 0, \quad S_n^s \approx 0 \quad (34)$$

Nelle sezioni dell'elemento comprese tra le lesioni gli stati di sollecitazione primario e secondario saranno quindi approssimativamente rappresentati da distribuzioni lineari di sollecitazioni che si annullano in corrispondenza dei relativi assi neutri baricentrici dei relativi domini A^p e A^s . La distribuzione delle sollecitazioni relative allo stato primario tra le fessure riprodurrà quindi la distribuzione delle tensioni presente nella sezione fessurata e sarà quindi in particolare

$$\frac{\sigma_s(z)}{n} \approx \frac{M^p(z) \bar{x}_s}{J} \quad (35)$$

Pertanto, considerando nota la funzione $\sigma_s(z)$, la quota primaria del momento flettente agente M è fornita come

$$M^p(z) \approx \frac{\sigma_s(z) \bar{J}}{n \bar{x}_s} \quad (36)$$

dove \bar{x}_s e \bar{J} rappresentano rispettivamente la distanza delle armature inferiori dall'asse neutro baricentrico e il relativo momento di inerzia della sezione reagente, che è ancora quella relativa alla sezione fessurata $z = 0$. Il momento flettente corrispondente allo stato secondario di conseguenza risulta

$$M^s(z) = M - \frac{\sigma_s(z) \bar{J}}{n \bar{x}_s} \quad (37)$$

La tensione di trazione $\sigma_{ct}(z)$ nella fibra estrema di cls corrispondente allo stato di sollecitazione secondario, in conseguenza della seconda delle (34), può d'altra essere calcolata come

$$\sigma_{ct} \approx \frac{M^s x_{ct}}{J} \quad (38)$$

dove x_{ct} e J rispettivamente rappresentano la distanza del bordo inferiore dal baricentro della sezione di solo cls ed il relativo momento di inerzia. Utilizzando la (28) si ha allora, in stretta analogia con la (11)

$$\sigma_{ct} = \frac{x_{ct} (M - \frac{\sigma_s \bar{J}}{n \bar{x}_s})}{J} \quad (39)$$

La (39) costituisce la nuova relazione che lega la tensione di trazione nella fibra inferiore di cls con la sollecitazione nell'acciaio teso: in questa figurano, a parte la $\sigma_s(z)$, quantità che non variano con z . La sostituzione della (39) nella (8) fornisce la semplice equazione differenziale lineare a coefficienti costanti

$$\frac{d^2 \sigma_s}{dz^2} - \nu^2 \sigma_s = - \frac{4 \bar{G}}{\Delta d_s E_s} \frac{n x_{ct} M_f}{J} \quad (40)$$

dove, tenendo presente la (3)

$$\nu = \frac{2\sqrt{2}}{d_s} \left[\frac{\bar{G}}{E_s} (1 + \chi) \right]^{1/2} \quad (41)$$

L'integrale generale della (40) risulta

$$\sigma_s(z) = A \sinh \nu z + B \cosh \nu z + \xi_M \sigma_s(0) \quad (42)$$

dove

$$\xi_M = \frac{\chi}{1 + \chi} \quad (43)$$

se

$$\chi = \frac{\bar{J} x_{ct}}{J \bar{x}_s} \quad (44)$$

Le costanti A e B vanno calcolate imponendo le condizioni al contorno, analoghe alle (13)

$$\tau(L/2) = \tau_1; \quad \sigma_s(0) = \frac{nM}{J} \bar{x}_s \quad (45)$$

I campi di tensione sono allora ancora descritti dalle stesse (14) relative al caso del tirante salvo a sostituire in esse al posto della ξ_N l'analogha quantità (43) e al parametro ρ definito dalla (12) il parametro ν fornito dalla (41). La $\sigma_{ct}(z)$ cresce quindi monotonicamente verso il centro dell'elemento a partire dalle sezioni di estremità fessurate.

4. DISTANZA TRA LE LESIONI

Per individuare la distribuzione delle lesioni che si forma nell'elemento inflesso all'atto del raggiungersi del momento di fessurazione M_f , si deve preliminarmente valutare se anche nelle sezioni di cls poste arbitrariamente alla distanza $\bar{\lambda}$ dalle sezioni fessurate poste alla distanza L tra loro, si possa raggiungere o meno la resistenza a trazione del cls. A partire dalla sezione terminale fessurata di sinistra, definita dall'ascissa $z = 0$, indichiamo con $\bar{\lambda}$ la distanza della sezione dove è di nuovo raggiunta la σ_{ct} , e dove quindi risulta

$$\sigma_{ct}(\bar{\lambda}) = \sigma_{ct} \quad (46)$$

La fessurazione interna nell'elemento potrà avvenire se riesce $\bar{\lambda} \leq L/2$. Operando con la (39) la condizione (40) diventa esplicitamente, se $(L/2 \geq \bar{\lambda})$

$$(1 - \Psi_1) \cosh \nu L/2 + \Psi_1 \cosh \nu (L/2 - \bar{\lambda}) = \Psi_2 \sinh \nu \bar{\lambda} \quad (47)$$

dove

$$\Psi_1 = \frac{J_{id} x_{ct}}{J x_i} \frac{2\chi + 1}{1 + \chi}; \quad \Psi_2 = \sqrt{\frac{2E_s}{G}} \frac{\tau_1}{n \sigma_{ct}} \frac{\chi}{\sqrt{1 + \chi}} \quad (48)$$

Dalla (46) possiamo anzitutto determinare quella lunghezza $L = 2\bar{\lambda}$ del tratto di elemento inflesso per cui nella sua sezione centrale si raggiunge la resistenza a trazione σ_{ct} del cls. In tal caso risulta (Fig.7)

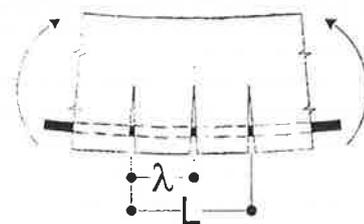


Fig.7

$$\bar{\lambda} = \lambda = L/2 \quad (49)$$

Dalla (47) consegue immediatamente che deve aversi

$$(1 - \Psi_1)\cosh v\lambda + \Psi_1 = \Psi_2 \sinh v\lambda \quad (50)$$

Dalla (50) ricaviamo λ . Tra tutte le possibili schiere più o meno regolari di lesioni che possono formarsi nell'elemento inflesso all'atto del raggiungimento del momento di fessurazione M_f , la schiera di lesioni con distanza costante e pari a λ è quella *standard*.

La valutazione della distanza *standard* λ è utile come riferimento perché anche le generiche distribuzioni di lesioni hanno distanza media tra le lesioni che sono dell'ordine di λ . Si procede pertanto ad ottenere informazioni sulla distanza *standard* λ . A tal fine con le (51) va osservato che la Ψ_1 è una quantità funzione solo della geometria della sezione dell'elemento inflesso, mentre la Ψ_2 è anche dipendente dalle caratteristiche di resistenza del cls e di deformabilità dell'acciaio.

Indichiamo con $\theta^* = (v\lambda)^*$ il valore soluzione della (53). La distanza *caratteristica* λ tra le lesioni, corrispondente quindi alla distribuzione *standard*, si può esprimere come

$$\lambda = \frac{1}{2} \theta^* d_s \left[\frac{E_s}{2G(1 + \chi)} \right]^{1/2} \quad (51)$$

Il diametro d_s non interviene né in Ψ_1 e né in Ψ_2 , e quindi nemmeno in θ^* . Ne risulta anzitutto che l'aumento di diametro d_s delle barre tese deve comportare sempre un aumento di λ .

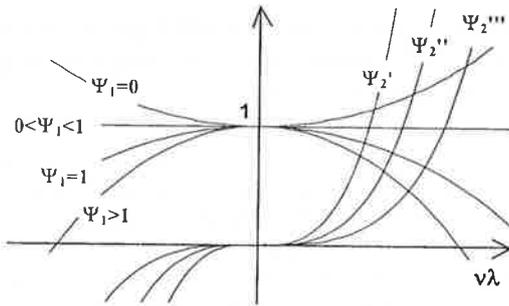


Fig. 8

La Fig. 8 illustra la ricerca della soluzione della (51) come intersezione tra le due funzioni di $v\lambda$ rispettivamente costituite dal primo e dal secondo membro della (51). Il primo membro della (53) è quasi costante al variare di $v\lambda$ mentre il secondo membro risente molto del variare di $v\lambda$ per la presenza di $\sinh v\lambda$. Nella Fig. 8 si leggono qualitativamente anzitutto le curve rappresentative Ψ_2 e dove si è posto $\Psi_2' > \Psi_2'' > \Psi_2'''$. Nella stessa figura si leggono le curve che descrivono il variare del primo membro con $v\lambda$. Le quattro curve rappresentative della funzione a primo membro corrispondono al caso che risulti $\Psi_1 = 0, 0 < \Psi_1 < 1, \Psi_1 = 1$ e $\Psi_1 > 1$.

Le soluzioni θ^* della (53) diventano quindi senz'altro più piccole quando, variando i parametri che caratterizzano le proprietà geometriche e meccaniche dell'elemento, aumenta la Ψ_2 e aumenta o resta

costante la Ψ_1 . I valori θ^* si riducono quindi se aumenta la tensione limite di perfetta aderenza τ_I oppure se diminuisce la resistenza a trazione σ_{crt} ed ancora se diminuisce il modulo di slittamento \bar{G} acciaio/cls. Poiché le suddette quantità τ_I, σ_{crt} non figurano nella radice presente nella (54), la distanza λ *diminuisce* senz'altro sia se *aumenta* la τ_I sia se *diminuisce* la σ_{crt} . In tutti questi casi, l'effetto del "tension stiffening" si esalta. La variazione del coefficiente di omogeneizzazione n produce invece effetti contrastanti e pertanto non sono a priori note le conseguenze di un'aumento o una diminuzione di n sulla distanza λ .

Inoltre se la percentuale μ di acciaio teso *aumenta*, si riducono sia la distanza \bar{x}_s , che la distanza x_i dal bordo inferiore al baricentro della sezione tutta reagente. Non risente invece della variazione di μ la distanza x_{ct} del bordo inferiore della sezione dal baricentro della sezione di solo cls. Nel contempo, al crescere di μ aumentano il momento di inerzia J della sezione con il cls non reagente a trazione e il momento di inerzia J_{id} della sezione tutta reagente, mentre non varia il momento di inerzia J della sezione di solo cls. Pertanto, osservando la (50), la quantità χ cresce al crescere di μ e quindi, tenendo presente la (51), la Ψ_2 cresce senz'altro con μ . La Ψ_1 invece risente meno della variazione di μ e non è detto a priori che essa aumenti o diminuisca sempre al crescere di μ : essa, in definitiva, risulta molto meno sensibile della variazione di μ rispetto alla Ψ_2 . Pertanto di regola al crescere di μ decresceranno i valori soluzione θ^* . D'altra parte, stante la (50), se cresce μ , la quantità χ cresce e quindi diminuisce il fattore $1/\sqrt{1 + \chi}$. In definitiva al crescere di μ la distanza λ *diminuisce*. Se invece è la percentuale μ' di armatura compressa che aumenta, la situazione si presenta più indeterminata in quanto non è detto che la quantità χ aumenti o diminuisca.

In definitiva le lesioni diventano senz'altro più fitte se aumenta la τ_I o la percentuale μ oppure se si riducono il diametro d_s , la σ_{crt} . L'effetto di variazioni del modulo \bar{G} è invece poco rilevante su λ in quanto tali variazioni hanno effetti contrastanti su θ^* e sulla radice presente nella

Per il caso del tirante la situazione si presenta del tutto analoga ma più semplice. la distanza λ in questo caso, considerando le (14) si determina più semplicemente con l'equazione

$$\sinh \rho \lambda = \frac{2\sqrt{2} \sigma_{crt}}{\mu 4\tau_1} \sqrt{\frac{\bar{G}}{E_s} (1 + n\mu)} \quad (52)$$

Al crescere di μ la distanza λ *diminuisce*. Si ritrova quindi una situazione analoga al caso dell'elemento inflesso. Lo stesso accade al variare degli altri parametri geometrici e meccanici.

Esempi numerici

In quanto segue si effettuano delle valutazioni della distanza λ tra le lesioni sia per il caso del tirante che

della trave inflessa. Il calcolo è effettuato con riferimento ad un cls di media resistenza con R_{ck} 300. Si considera sia la resistenza a trazione semplice del cls, che si assume pari a $\sigma_{ct} = 26,1$ kg/cmq, che per l'elemento inflesso, la resistenza a trazione per flessione, $\sigma_{ct,f} = 31,3$ Kg/cmq.

Si assume inoltre, sulla base delle precedenti valutazioni, $\tau_l = 30$ kg/cmq e $\bar{G} = 2333$ kg/cmq.

- Il tirante

Sezione tirante: 30 cm X 30 cm; Armatura: 4 ϕ 16; $A_c = 900$ cmq; $A_s = 8,04$ cmq;

$N_f = 20412$ kg $\sigma_s(0) = 2539$ kg/cmq

$\rho = 0,0634$ cm⁻¹; $\sinh \rho\lambda = 2,4679$; $\rho\lambda = 1,6352$

$\lambda = 25,8$ cm

Sezione 30 cm X 30 cm; Armatura: 4 ϕ 20

$A_c = 900$ cmq $A_s = 12,57$ cmq

$N_f = 21771$ kg $\sigma_s(0) = 1732$ kg/cmq;

$\rho = 0,0523$ cm⁻¹; $\sinh \rho\lambda = 1,6266$; $\rho\lambda = 1,263$

$\lambda = 24,15$ cm

Secondo l'Eurocodice 2 risulta allora, con un copriferro di ($\phi_{cm}/2 + 2$ cm):

$\lambda = 21,7$ cm per la sezione con 4 ϕ 16 mentre risulta

$\lambda = 19,3$ cm per la sezione con 4 ϕ 20.

- l'elemento inflesso

Sezione 30 cm X 40 cm con 4 ϕ 16 inf. ($\mu = 0,0067$)

Sezione completa: $A_{id} = 1320,63$ cm²; $x_i = 18,17$ cm;

$J_{id} = 203.860,35$ cm⁴

Sezione di solo cls: $x_{ct} = 20$ cm; $J = 160.000$ cm⁴

Sezione parzializzata: $\bar{x}_c = 14,36$ cm; $\bar{x}_s = 25,64$ cm;

$\bar{J} = 108.919,95$ cm⁴;

parametri: $\xi = 0,3468$, $\chi = 0,531$, $\nu = 0,0736$ cm⁻¹;

$\Psi_1 = 1,8889$; $\Psi_2 = 1,1524$ e dall'equazione (50) risulta

$\theta^* = 0,652$; $\lambda = 8,86$ cm.

Sezione 30 cm X 40 cm con 3 ϕ 20 inf. ($\mu = 0,0079$)

Sezione completa: $A_{id} = 1341,37$ cm²; $x_i = 17,89$

cm; $J_{id} = 210.599,47$ cm⁴

Sezione di solo cls: $x_{ct} = 20$ cm; $J = 160.000$ cm⁴

Sezione parzializzata: $\bar{x}_c = 15,27$ cm; $\bar{x}_s = 24,73$ cm;

$\bar{J} = 122.064,58$ cm⁴;

parametri: $\xi = 0,3816$; $\chi = 0,6170$; $\nu = 0,0605$ cm⁻¹;

$\Psi_1 = 2,0330$, $\Psi_2 = 1,3029$; $\theta^* = 0,590$; $\lambda = 9,75$ cm.

Secondo l'Eurocodice 2 risulta, con un copriferro di

($\phi_{cm}/2 + 2$): $\lambda = 9,18$ cm per la sezione armata con 4 ϕ

16 e $\lambda = 9,8$ cm per la sezione armata con 3 ϕ 20.

5. AMPIEZZA DELLE FESSURE

Si procede ora alla valutazione dell'ampiezza $\Delta\chi$ delle fessure. Questa è data come

$$\Delta\chi = -2 [w_s(0) - w_{ct}(0)] \quad (53)$$

dove si è posto il segno - in quanto gli spostamenti w_s e w_{ct} sono < 0 in relazione alla scelta degli assi di

Fig.4 mentre per definizione $\Delta\chi$ è > 0. Si calcola esplicitamente la (57) facendo riferimento alla distanza λ tra le lesioni. Si ha d'altra parte

$$w_s(z) = \int_0^z \varepsilon_s(\xi) d\xi + C \quad w_{ct}(z) = \int_0^z \varepsilon_{ct}(\xi) d\xi + D \quad (54)$$

dove le dilatazioni ε_s ed ε_{ct} dell'acciaio e del cls si valutano dalla integrazione delle funzioni $\sigma_s(z)$ e $\sigma_{ct}(z)$ e dove ora è

$$\theta_o = \nu \lambda / 2 \quad (55)$$

Le costanti C e D che figurano nelle (58) vanno determinate imponendo le condizioni

$$w_s(\lambda/2) = w_{ct}(\lambda/2) = 0 \quad (56)$$

Ad integrazioni effettuate si ha allora in particolare

$$w_s(0) = \frac{1}{\nu E_s} \left\{ T_1 \left(1 - \frac{1}{\cosh \theta_o} \right) - \sigma_s(0) \left[(1 - \xi) \operatorname{tgh} \theta_o + \xi \theta_o \right] \right\} \quad (57)$$

e quindi

$$\Delta\chi = \frac{\lambda}{\theta_o} \left[\varepsilon_s(0) \operatorname{tgh} \theta_o - \frac{T_1}{E_s} \left(1 + \frac{\bar{J} x_{ct}}{J \bar{x}_s} \right) \left(1 - \frac{1}{\cosh \theta_o} \right) \right] \quad (58)$$

valida a partire da $M = M_f$.

6. L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE DELLA FLESSIONE IN PRESENZA DI FESSURAZIONE

Le barre tese corrono con continuità lungo il bordo inferiore della trave. La loro deformazione è quella che determina l'inflessione dell'elemento. Le fibre di cls, più o meno tese, si interrompono infatti in corrispondenza delle lesioni e la loro deformazione che comporta il loro slittamento rispetto alle barre, non produce ulteriore allungamento delle barre stesse. Alla sollecitazione $\sigma_s(z)$ nell'acciaio alla distanza z dalla sezione fessurata corrisponde la dilatazione $\varepsilon_s(z)$. Solo a tale deformazione delle barre, continue nella trave, corrisponde la curvatura dell'elemento alla ascissa z . Con riferimento alla Fig.9 la variazione $d\phi$ di rotazione della sezione dell'elemento all'ascissa z risulta quindi

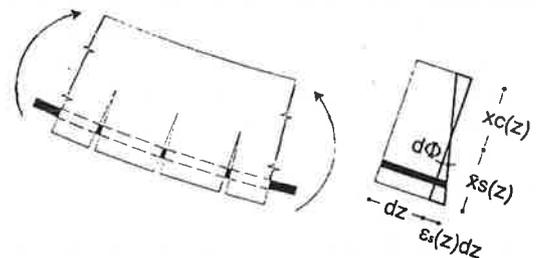


Fig.9

$$d\phi = - \frac{\varepsilon_s(z) dz}{\bar{x}_s} \quad (59)$$

e la curvatura locale dell'elemento é ottenuta come

$$\frac{d\phi}{dz}(z) = - \frac{\varepsilon_s(z)}{\bar{x}_s} \quad (60)$$

La curvatura locale varia con z così come $\varepsilon_s(z)$ essendo \bar{x}_s costante. La curvatura locale della trave fessurata è pertanto *fluttuante* intorno alle lesioni.

Procediamo ora alla valutazione della curvatura *media* della trave nella zona compresa tra due lesioni contigue, *mediando* i valori delle curvature locali (60) alle varie sezioni. La *curvatura media del concio fessurato* sulla lunghezza λ tra due lesioni adiacenti vale allora

$$\frac{d\phi_m}{dz} = - \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda/2} \frac{\varepsilon_s(z)}{\bar{x}_s} dz \quad (61)$$

Essendo d'altra parte

$$\int_0^{\lambda/2} \varepsilon_s(z) dz = - w_s(0) \quad (62)$$

con la (61), ricaviamo

$$\frac{d\phi_m}{dz} = \frac{2}{\lambda} \frac{w_s(0)}{\bar{x}_s} \quad (63)$$

Utilizzando infine la (57) e la (54) risulta quindi

$$\frac{d\phi_m}{dz} = - \frac{M}{E_{ct}J} \left[(1-\xi) \frac{tgh\theta_o}{\theta_o} + \xi \right] + \frac{T_1}{E_s \bar{x}_s \theta_o} \left(1 - \frac{1}{cosh\theta_o} \right) \quad (64)$$

La curvatura media dell'elemento tra le fessure è d'altra parte collegata alla funzione abbassamento medio $v(z)$ attraverso la relazione

$$\frac{d\phi_m}{dz} = \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (65)$$

e l'equazione cercata della linea elastica della trave inflessa fessurata in c.a. prende quindi la forma

$$E_{ct}J \frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{MJ}{J} \left[(1-\xi) \frac{tgh\theta_o}{\theta_o} + \xi \right] + \frac{T_1 J}{n \bar{x}_s \theta_o} \left(1 - \frac{1}{cosh\theta_o} \right) \quad (66)$$

Poniamo

$$\Phi = \frac{J J}{(1-\xi) \frac{tgh\theta_o}{\theta_o} + \xi} \quad \mathcal{M}_0 = \frac{\Phi T_1 J}{n \bar{x}_s \theta_o} \left(1 - \frac{1}{cosh\theta_o} \right) \quad (67)$$

L'equazione della linea elastica allora diventa

$$E_{ct}J \Phi \frac{d^2 v}{dz^2} = - M(z) + \mathcal{M}_0 \quad (68)$$

In conclusione può allora dirsi che l'elemento fessurato di trave in c.a., della lunghezza pari ad almeno la distanza λ tra le fessure, mediamente si incurva come se avesse una rigidezza flessionale costante pari a $E_{ct}J\Phi$ - dove $E_{ct}J$ è la rigidezza flessionale della sezione di solo cls moltiplicata per un idoneo coefficiente riduttivo Φ e fosse sollecitata, oltre che dalla coppia flettente $M(z)$ dipendente dai carichi e dalle reazioni dei vincoli, anche dalla coppia \mathcal{M}_0 di verso opposto a quello di $M(z)$ e costante lungo la trave, fornita dalla seconda delle (67). Ad esempio, per una sezione 30 cm X 40 cm armata con 4 ϕ 16: risulta $\Phi = 0,696$, $\mathcal{M}_0 = 467,45$ kgm

6.1 L'inflessione di una trave in c.a. appoggiata agli estremi e soggetta ad un carico uniforme

Si consideri la trave in c.a. appoggiata agli estremi e di luce L di Fig. 10. La trave è sottoposta al carico uniformemente distribuito q . Con gli assi indicati in figura le estremità della trave sono localizzate alle ascisse $z = 0$ e $z = L$. Il momento flettente è quindi rappresentato dalla funzione

$$M(z) = \frac{q}{2} z(L-z) \quad (69)$$

La trave è per ipotesi dotata di sezioni ed armature costanti lungo la sua lunghezza ed M_f è il relativo momento di fessurazione, valutato con la (4'). La trave si suddivide in tre diversi tratti. In quello centrale la trave è infatti fessurata mentre nei due tratti laterali di lunghezza d , per essere $M(z) \leq M_f$, le sezioni sono integre. (Fig.10). La lunghezza d dei due tratti laterali non fessurati è definita allora dalla condizione

$$M_f = \frac{q}{2} d(L-d) \quad (70)$$

Poichè deve essere $0 \leq d \leq L/2$, risulta

$$d = \frac{1}{2} L \left(1 - \sqrt{1 - 8M_f/qL^2} \right) \quad (71)$$

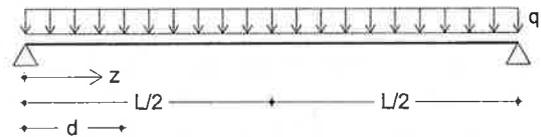


Fig.10

Nei tratti laterali non fessurati l'equazione della flessione della trave è quella tradizionale. Se allora $v_1(z)$ è la funzione abbassamento dell'asse della trave in tali tratti, essa dovrà soddisfare all'equazione

$$EJ_{id} v_1'' = - M(z) \quad \text{per } 0 \leq z \leq d \quad (72)$$

dove J_{id} indica il momento di inerzia della sezione non fessurata, complessivo del contributo dell'acciaio.

Nella zona centrale fessurata, se $v_2(z)$ indica la funzione abbassamento della trave, in conformità alla (71), si ha invece l'equazione

$$E_{ct}J\Phi v_2'' = -M(z) + \mathcal{M}_0 \quad \text{per } d \leq z \leq L - a \quad (73)$$

dove Φ e \mathcal{M}_0 sono le quantità espresse dalle (67). Il tratto fessurato della trave, si inflette pertanto come se avesse rigidità costante pari a $E_{ct}J\Phi$ e venisse sottoposto, oltre che alla distribuzione di momento flettente $M(z)$, dipendente dai carichi e fornito dalla (69), anche ad un momento costante \mathcal{M}_0 di segno opposto ad $M(z)$. Quest'ultima azione flettente viene quindi realizzata dall'applicazione alle estremità dell'elemento fessurato di due coppie \mathcal{M}_0 , negative e quindi tendenti produrre fibre tese superiori.

E' immediato riconoscere che le funzioni $v_1(z)$ e $v_2(z)$ sono rappresentate come

$$v_1(z) = Bz - \frac{qz^3}{12E_{ct}J_{id}} \left(L - \frac{z}{2} \right) \quad (74)$$

$$v_2(z) = H + \frac{\mathcal{M}_0}{2E_{ct}J\Phi} z(z-L) + \frac{q}{12E_{ct}J\Phi} z \left[\frac{L^3}{2} - z^2 \left(L - \frac{z}{2} \right) \right] \quad (75)$$

dove le costanti Λ ed H vengono ricavate imponendo le condizioni di raccordo

$$v_1(d) = v_2(d) \quad v_1'(d) = v_2'(d) \quad (76)$$

A calcoli effettuati risulta allora

$$f = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{E_{ct}J\Phi} - \frac{\mathcal{M}_0}{2E_{ct}J\Phi} \left(\frac{L^2}{4} - d^2 \right) - \frac{qd^3}{12E_{ct}J\Phi} \left(\frac{1}{J\Phi} - \frac{1}{J_{id}} \right) [2L - (3/2)d] \quad (77)$$

Ad esempio la trave abbia luce $L = 6.00$ m e sezione 30cm X 40 cm armata con 4 ϕ 16 inferiori. Il carico q è pari a 1500 kg/m. La resistenza a trazione del cls sia $\sigma_{ct} = 20$ kg/cm² e ed il modulo di elasticità istantaneo del cls risulti $E_{ct} = 300.000$ kg/cm². Si ha allora, per la sezione complessiva integra, $A_{ci} = 1320,60$ cm², $x_1 = 18,17$ cm e $J_{id} = 203,850,23$ cm⁴. Per la sezione fessurata $\bar{x}_s = 25,64$ cm, $\bar{J} = 108.895,30$ cm⁴. Per la sezione di solo cls: $J = 160.000$ cm⁴. Il momento di fessurazione vale $M_f = 2243,81$ kgm e la distanza d risulta $d = 46,29$ cm. Il momento \mathcal{M}_0 ed il fattore Φ come prima calcolato, valgono: $\mathcal{M}_0 = 467,45$ kgm; $\Phi = 0,696$. La freccia f al centro della trave risulta quindi $f = 0,695$ cm.

Le ACI 318-71, sulla base di una lunga esperienza

statistica, hanno elaborato una formula empirica che individua il momento di inerzia medio J_{me} da assumere per il calcolo elastico delle inflessioni delle travi in c.a. sotto i carichi di esercizio q . Il momento di inerzia medio effettivo J_{me} da assumere è il seguente

$$J_{me} = (M_f/M_a)^3 J_{id} + \bar{J} [1 - (M_f/M_a)^3] \quad (78)$$

dove J_{id} e \bar{J} sono i momenti di inerzia della sezione integra e fessurata della trave, M_a il massimo momento flettente nella trave nella condizione di carico per cui è richiesto il calcolo dell'inflessione e M_f il momento di fessurazione. I valori del momento di inerzia J_{me} forniti dalla (81) risultano efficaci nella valutazione pratica delle inflessioni delle travi sotto i carichi di esercizio.

Applicando la (81) al calcolo della freccia della trave appoggiata nell'esempio precedente, poichè si ha: sezione 30cm X 40 cm armata con 4 ϕ 16 inferiori.

$J_{id} = 203.850,23$ cm⁴, $\bar{J} = 108.895,30$ cm⁴, $M_f = 2243,81$ kgm, $M_a = 1500 \times 6.0^2 / 8 = 7650$ kgm, $M_f / M_a = 0.293$ risulta: $J_{me} = (0.293)^3 \times 203.850,23 + [1 - (0.293)^3] \times 108.895,30 = 111.283,77$ cm⁴ e pertanto $f = 0,70$ cm, in buon accordo con la valutazione della freccia effettuata con la (77).

BIBLIOGRAFIA

- [1] ACI, Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", (ACI 318-71), American Concrete Institute, Detroit, 1971
- [2] R.Park, T.Paulay, *Reinforced Concrete Structures*, J.Wiley, New York, 1975
- [3] CEB "Manual of Cracking and Deformation," Bull. n.158 E; 1985
- [4] R.Favre, A.W. Beeby, H. Falkner, M.Koprna, P. Schiessl, "Cracking and deformation", Comité Euro-International de Béton, (CEB), Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland, 1985
- [5] Eurocodice 1 e 2, Part 1 and 1.1, ENV 1991 e 1992
- [6] E. Cosenza, C. Greco, *Il calcolo delle deformazioni nelle strutture in cemento armato*, CUEN Edit., Napoli, 1991
- [7] A.Ghali, R.Favre *Concrete Structures, Stresses and Deformations*, FN Spon, London, 2nd Ed. 1994
- [8] DD.MM. Norme tecniche per il calcolo,..." G.U. n.29, 5, 1996
- [9] ACI, Committee 435, "Deflection of Reinforced Concrete Flexural Members", ACI Journal Vol.63, n°6, 1996
- [10] P.G.Malerba, *Analisi limite e non lineare di strutture in calcestruzzo armato*, Collana di Ingegneria Strutturale n°10, CISM, Udine, 1998
- [11] A.J.Bigaj, "Bond behaviour of deformed bars in NSC and HSC" part I and II - Stevin Report, Delft University of Technology, 1999
- [12] P.G.,Gambarova, ed altri, "Aderenza armatura-calcestruzzo e fessurazione longitudinale per barre di piccolo diametro", Studi e Ricerche, Vol.14, Scuola di specializz. in c.a., Politecnico di Milano, 1997

COMPORTAMENTO DI TRAVI IN CALCESTRUZZO ARMATO PRESOLLECITATE CON CAVI ESTERNI

BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE BEAMS PRESTRESSED BY EXTERNAL TENDONS

Andrea Dall'Asta¹, Luigino Dezi², Graziano Leoni³, Alessandro Zona⁴

¹ Professore Straordinario, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Camerino, Ascoli Piceno.

² Professore Ordinario, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Ancona, Ancona.

³ Ricercatore, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Ancona, Ancona.

⁴ Dottorando di Ricerca, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Ancona, Ancona.

SOMMARIO

Gli autori presentano un modello per l'analisi non lineare di travi continue in cemento armato e presollecitate con cavi esterni scorrevoli aventi percorso qualsiasi. La soluzione numerica è ottenuta con il metodo degli elementi finiti. Vengono effettuate applicazioni a travi appoggiate e continue per illustrare le potenzialità del modello proposto. Infine, sono forniti alcuni risultati di un'analisi parametrica eseguita con l'obiettivo di ottenere una formulazione semplificata per la valutazione dell'incremento della trazione del cavo allo stato limite ultimo della trave.

SUMMARY

A model for the non-linear analysis of continuous reinforced concrete beams prestressed by external slipping cables having generic path is presented. The numerical solution is obtained by the finite element method. Some applications to simply supported and continuous beams are performed to show the capabilities of the proposed method. Finally, with the aim to obtain simplified rules to evaluate the cable traction at the ultimate state of the beam, some results of a parametric analysis performed on a set of 24 beams are provided.

1. INTRODUZIONE

La presollecitazione di strutture a mezzo di cavi esterni, proposta inizialmente da Dischinger, è stata rivalutata nell'ultimo ventennio per le potenzialità che offre sia nel ripristino di ponti esistenti sia nella costruzione di nuovi impalcati. In particolare, in quest'ultimo caso, oltre a ridurre gli spessori delle anime delle travi, che nel caso della presollecitazione con cavi interni hanno dimensioni minime fissate dall'ingombro delle guaine, questa tecnica offre apprezzabili vantaggi per la manutenibilità della struttura, essendo possibile sia l'ispezione visiva dei cavi di presollecitazione, sia la loro sostituzione nei casi di ammaloramento.

Il tracciato dei cavi può essere sia rettilineo, sia sagomato da selle di deviazione intermedie, nelle quali l'attrito è solitamente molto basso. In seguito all'applicazione di azioni esterne, il cavo subisce allungamenti che sono legati alla deformazione

dell'intera struttura: la classica analisi sezionale adottata per le strutture in cemento armato precompresso non può impiegarsi nella determinazione della trazione dei cavi e la capacità portante ultima della struttura può essere valutata solo mediante analisi non lineari globali. Nel presente lavoro, gli autori propongono una formulazione dell'approccio agli spostamenti del metodo degli elementi finiti basata su un modello analitico precedentemente sviluppato [1, 2]. Il modello numerico messo a punto permette di considerare il comportamento non lineare dei materiali componenti della trave (calcestruzzo, armature e cavo di presollecitazione). La soluzione del problema agli elementi finiti è ricercata in controllo di spostamenti in modo da cogliere il livello di carico ultimo della struttura ed avere informazioni sulle modalità di collasso.

Il modello di calcolo è applicato all'analisi fino a rottura di travi appoggiate e continue, in modo da descrivere sinteticamente alcune caratteristiche del

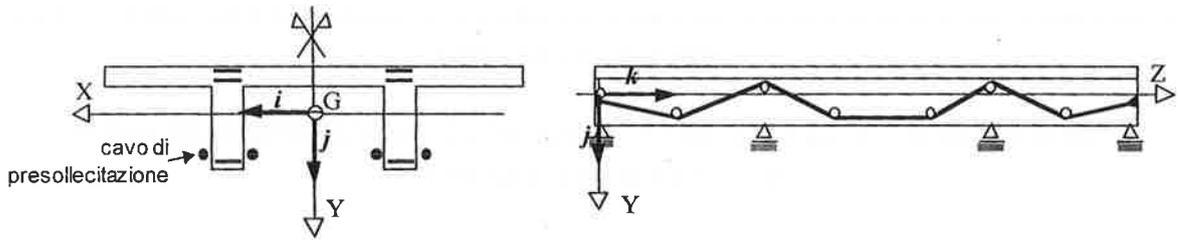


Fig. 1 Geometria trave presollecitata con cavi esterni

comportamento di tali strutture e di evidenziare le possibilità della procedura messa a punto. Particolare interesse è rivolto allo studio dell'incremento di trazione nel cavo, quando la struttura evolve verso l'esaurimento della propria capacità portante. Allo scopo di avere prime indicazioni che permettano di ottenere formule semplici per la valutazione della trazione del cavo al collasso della trave, sono riportati i risultati di un'analisi parametrica eseguita su 24 travi appoggiate.

2. MODELLO ANALITICO

Si considera una trave in conglomerato cementizio armato, con sezione trasversale simmetrica, avente l'asse longitudinale baricentrico coincidente con l'asse Z di un sistema di riferimento ortogonale $\{0; X, Y, Z\}$. Il piano YZ del sistema di riferimento è assunto coincidente con il piano di simmetria geometrica e materiale della sezione (Fig.1); L è la lunghezza totale della trave. Si suppone che la trave sia presollecitata da nc cavi disposti secondo profili generici ma tali da rispettare la simmetria rispetto al piano YZ. Si assume, inoltre, che il tracciato dell' i -esimo cavo sia definito dai $Di+1$ punti in cui sono posizionati i due ancoraggi di estremità ed i deviatori intermedi. La lunghezza totale del cavo nello stato indeformato è data dalla relazione

$$L_i = \sum_{d=1}^{Di} \sqrt{(z_d - z_{d-1})^2 + (y_d - y_{d-1})^2} \quad (1)$$

dove y_d e z_d ($d = 0, \dots, Di$) sono le coordinate del d -esimo deviatore.

La sezione trasversale della trave è rigida nel proprio piano e si conserva piana e ortogonale alla linea d'asse dopo la deformazione, per cui, nel caso di carichi simmetrici, lo spostamento s del generico punto della trave può essere espresso nella forma seguente (teoria lineare):

$$s(y, z) = v(z)j + [w(z) - yv'(z)]k \quad (2)$$

dove w è lo spostamento assiale del baricentro della sezione e v è lo spostamento verticale (l'apice indica la

derivata rispetto alla variabile z). L'unica componente di deformazione non nulla risulta essere

$$\varepsilon_z(y, z) = w'(z) - yv''(z) \quad (3)$$

In presenza di armature, la (3) esprime anche la deformazione della generica barra di acciaio A_s (perfetta aderenza) la cui posizione è individuata dall'ordinata $y = y_s$.

Ipotizzando che i cavi possano scorrere senza attrito sui deviatori, la loro deformazione può essere determinata dal rapporto tra allungamento globale e lunghezza iniziale, cosicché risulta dipendente dal campo di spostamento dell'intera trave. Nell'ambito della teoria lineare l'espressione della deformazione del cavo assume la forma seguente [3]:

$$\varepsilon_{p_i} = \frac{1}{L_i} \sum_{d=1}^{Di} \{ \alpha_d [\Delta_d(w) - \Delta_d(yv')] + \beta_d \Delta_d(v) \} \quad (4)$$

dove il simbolo Δ_d indica la generica quantità $\Delta_d(\bullet) = \bullet(z_d) - \bullet(z_{d-1})$ mentre α_d e β_d sono i coseni direttori del d -esimo tratto rettilineo di cavo

$$\alpha_d = \frac{z_d - z_{d-1}}{\sqrt{(z_d - z_{d-1})^2 + (y_d - y_{d-1})^2}} \quad (5a)$$

$$\beta_d = \frac{y_d - y_{d-1}}{\sqrt{(z_d - z_{d-1})^2 + (y_d - y_{d-1})^2}} \quad (5b)$$

Considerando i generici legami costitutivi non lineari $\sigma_c(\varepsilon_z)$, $\sigma_a(\varepsilon_z)$ e $\sigma_p(\varepsilon_p + \bar{\varepsilon})$, rispettivamente per calcestruzzo, armature interne e cavi di presollecitazione, e tenendo conto delle espressioni (2), (3) e (4), il Principio dei Lavori Virtuali pone la condizione di equilibrio globale del problema in esame

$$\int_0^L \mathbf{r}(\mathcal{D}\mathbf{u}) \cdot \mathcal{D}\hat{\mathbf{u}} dz + \sum_{i=1}^{nc} T_i (\varepsilon_{p_i} + \bar{\varepsilon}) L_i \hat{\varepsilon}_{p_i} = \int_0^L \mathbf{g} \cdot \mathcal{H} \hat{\mathbf{u}} dz \quad \forall \hat{\mathbf{u}} \quad (6)$$

dove $\mathbf{u}^T = [w, v]$ è il vettore degli spostamenti, $\hat{\mathbf{u}}^T = [\hat{w}, \hat{v}]$ è il vettore delle variazioni del campo degli spostamenti ammissibili e \mathcal{D} e \mathcal{H} sono gli operatori differenziali formali

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} \partial & 0 \\ 0 & -\partial^2 \end{bmatrix} \quad \mathcal{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -\partial \end{bmatrix} \quad (7a, b)$$

nei quali ∂ indica la derivata totale rispetto all'ascissa z . I carichi esterni sono descritti dal vettore $\mathbf{g}^T = [g_z, g_y, m]$ dove g_z è il carico assiale distribuito, g_y il carico verticale distribuito ed m il momento distribuito.

Si osservi che il primo termine dell'equazione (6) consiste di due parti. La prima è il classico termine che esprime il lavoro virtuale delle risultanti delle tensioni nella trave, raccolte nel vettore degli sforzi generalizzati $\mathbf{r}^T = [N, M]$ in cui

$$N = \int_A \sigma_c(\varepsilon_z) da + \sum_{s=1}^{ar} A_s \sigma_a(\varepsilon_z) \quad (8a)$$

$$M = \int_A \sigma_c(\varepsilon_z) y da + \sum_{s=1}^{ar} A_s y_s \sigma_a(\varepsilon_z) \quad (8b)$$

La seconda parte è riferita ai cavi di presollecitazione ed è ottenuta moltiplicando la trazione di ciascun cavo (costante per tutta la lunghezza) data dalla

$$T_i = A_{p_i} \sigma_p(\varepsilon_{p_i} + \bar{\varepsilon}) \quad (9)$$

per la relativa deformazione virtuale. La deformazione $\bar{\varepsilon}$ rappresenta la distorsione del cavo, riferita alla configurazione indeformata della trave, attraverso cui si impone la presollecitazione alla trave. Integrando per parti la (6), è possibile ottenere le equazioni di equilibrio del concio di trave (formulazione forte) con le relative condizioni al contorno (statiche e cinematiche). Questa operazione richiede una maggior regolarità delle funzioni incognite per cui le equazioni di equilibrio locale vanno scritte per ciascun concio di trave compreso tra due deviatori consecutivi. Ovviamente in corrispondenza di ogni deviatore si avranno condizioni di compatibilità e di equilibrio. In particolare, queste ultime saranno funzioni degli spostamenti di tutti i deviatori della trave riflettendo l'accoppiamento tra deformazione locale del cavo e deformazione dell'intera struttura. Si evince quindi come la formulazione globale, non risultando più complicata rispetto a quella della trave in c.a. non presollecitata, sia la più naturale per il problema in esame.

3. MODELLO AGLI ELEMENTI FINITI

La soluzione numerica della (6) può essere ottenuta con qualsiasi metodo numerico disponibile per problemi variazionali. In questo lavoro si impiega il ben noto metodo degli elementi finiti. L'asse della trave (dominio del problema) è discretizzato in elementi finiti e la soluzione è ottenuta approssimando il campo di spostamento incognito, in ciascuno degli elementi, mediante opportuni polinomi (funzioni di forma). L'espressione approssimata del campo degli spostamenti può porsi nella forma:

$$\tilde{\mathbf{u}}(z) = \mathbf{N}(z) \mathbf{d} \quad (10)$$

dove $\mathbf{N}(z)$ è la matrice delle funzioni di forma e \mathbf{d} è il vettore dei parametri di spostamento nodale.

Per quanto riguarda l' i -esimo cavo di presollecitazione, si assume che la posizione z_d dei D_i+1 punti in cui sono disposti gli ancoraggi ed i deviatori coincidano con alcuni degli N punti nodali degli elementi finiti; la relazione (4) potrà quindi scriversi nella forma approssimata

$$\tilde{\varepsilon}_{p_i} = \frac{1}{L_i} \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{d} \quad (11)$$

in cui \mathbf{h}_i è un vettore geometrico definito da tanti sotto-vettori quanti sono i nodi della discretizzazione; in particolare

$$\mathbf{h}_i^T = [y_1^T \quad \dots \quad y_n^T \quad \dots \quad y_N^T] \quad (12)$$

dove

$$y_n^T = \begin{cases} 0 & z_n \neq z_d \\ [-\alpha_1, -\beta_1, \alpha_1 y_0] & z_n = z_0 \\ [\alpha_d - \alpha_{d+1}, \beta_d - \beta_{d+1}, -(\alpha_d - \alpha_{d+1}) y_d] & z_n = z_d \\ [\alpha_D, \beta_D, -\alpha_D y_D] & z_n = z_{D_i} \end{cases} \quad (13)$$

Utilizzando i legami costitutivi è possibile legare il vettore degli sforzi generalizzati e la trazione del cavo con il vettore degli spostamenti nodali, per mezzo delle relazioni non lineari:

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{c}(\mathcal{D} \mathbf{N} \mathbf{d}) \quad (14)$$

$$T_i = A_{p_i} \sigma_p \left(\frac{1}{L_i} \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{d} \right) \quad (15)$$

Definendo le matrici $\mathbf{B} = \mathcal{D}\mathbf{N}$ e $\mathbf{C} = \mathcal{H}\mathbf{N}$, l'equazione (6) può essere approssimata come

$$\int_0^L \mathbf{c}(\mathbf{B}\mathbf{d}) \cdot \mathbf{B}\hat{\mathbf{d}}dz + \left[\sum_{i=1}^{nc} A_{p_i} \sigma_p \left(\frac{1}{L_i} \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{d} \right) \mathbf{h}_i \right] \cdot \hat{\mathbf{d}} = \forall \hat{\mathbf{d}} \quad (16)$$

$$= \int_0^L \mathbf{g} \cdot \mathbf{C}\hat{\mathbf{d}}dz$$

che fornisce il sistema non lineare risolvibile

$$\mathbf{f}(\mathbf{d}) + \mathbf{f}_t(\mathbf{d}) = \mathbf{q} \quad (17)$$

dove:

$$\mathbf{f}(\mathbf{d}) = \int_0^L \mathbf{B}^T \mathbf{c}(\mathbf{B}\mathbf{d}) dz \quad (18a)$$

$$\mathbf{f}_t = \sum_{i=1}^{nc} A_{p_i} \sigma_p \left(\frac{1}{L_i} \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{d} \right) \mathbf{h}_i \quad (18b)$$

$$\mathbf{q} = \int_0^L \mathbf{C}^T \mathbf{g} dz \quad (18c)$$

L'equazione (17) è il sistema risolvibile non lineare nel classico approccio agli spostamenti del metodo degli elementi finiti e si noti che, rispetto al caso della trave non presollecitata, esso risulta modificato esclusivamente per la presenza del termine aggiuntivo $\mathbf{f}_t(\mathbf{d})$.

La soluzione numerica di (17) può essere ottenuta per mezzo di vari schemi *predictor-corrector* [4, 5]. In questo lavoro è utilizzato il metodo incrementale a controllo di spostamento, con il quale risulta possibile indagare anche percorsi di equilibrio discendenti (*softening*) che possono ottenersi una volta superato il carico ultimo della trave. La procedura iterativa utilizzata per correggere la soluzione predetta imponendo lo spostamento verticale in un nodo della struttura è il ben noto metodo di Newton-Raphson. In tal modo la soluzione viene ottenuta risolvendo una sequenza di problemi lineari:

$$\mathbf{d}_{i+1} = [\nabla \mathbf{f}(\mathbf{d}_i) + \nabla \mathbf{f}_t(\mathbf{d}_i)]^{-1} [\mathbf{q} - \mathbf{f}(\mathbf{d}_i) - \mathbf{f}_t(\mathbf{d}_i)] \quad (19)$$

dove $\nabla \mathbf{f}$ è la classica matrice di rigidità tangente della trave senza cavi e

$$\nabla \mathbf{f}_t = \sum_{i=1}^{nc} \frac{d\sigma_p}{d\varepsilon_p} \frac{A_{p_i}}{L_i} \mathbf{h}_i \otimes \mathbf{h}_i \quad (20)$$

è il contributo alla matrice di rigidità tangente della struttura data dai cavi scorrevoli.

L'elemento finito utilizzato dagli autori è un elemento a 7 gradi di libertà (7DOF) con funzioni di forma polinomiali di terzo grado per l'abbassamento (il minimo richiesto per garantire la continuità dell'abbassamento e della rotazione) e funzioni di forma polinomiali di secondo grado per lo spostamento assiale (un grado in più rispetto quanto richiesto per garantire la continuità). Con queste funzioni di forma i contributi alla deformazione (3) della generica fibra trasversale, derivanti dalla deformazione assiale del baricentro (campo assiale) e dalla curvatura (campo flessionale), sono dati da polinomi dello stesso grado (lineari).

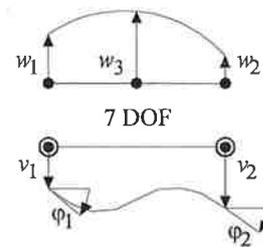
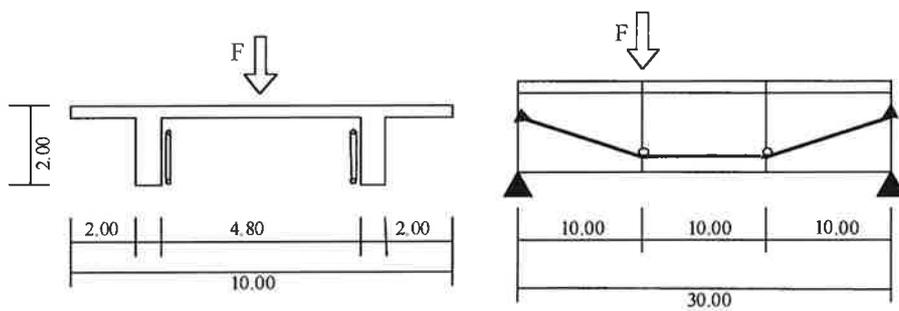


Fig. 2 Elemento finito a 7 gradi di libertà

L'integrazione numerica, necessaria per il calcolo della matrice di rigidità tangente, del vettore dei carichi (18c) e del vettore delle forze interne (18a,b), è eseguita sulla sezione trasversale con il metodo dei trapezi, suddividendo la sezione in strisce parallele all'asse neutro, mentre l'integrazione longitudinale è effettuata utilizzando il metodo di Gauss-Lobatto [6] con 5 punti.

4. BENCHMARK AFPC

In questo capitolo sono analizzati i risultati di alcune analisi non lineari eseguite con il modello di calcolo precedentemente descritto. I problemi esaminati sono tratti da quelli proposti dalla AFPC (Association Française pour la Construction) nel 1993 [7] per un confronto tra modelli numerici che simulano il comportamento di travi in c.a. precomprese. In particolare i casi considerati sono quello di una trave semplicemente appoggiata e quello di una trave continua su quattro appoggi, entrambe monolitiche con armatura ordinaria e con presollecitazione completamente esterna. Con tali esempi si vogliono mettere in evidenza le possibilità di analisi del metodo di calcolo proposto e confrontare, seppur con riferimento alla sola curva carico - freccia, i risultati ottenuti con quelli prodotti con altri metodi numerici.



Calcestruzzo
 $f_c = 20\text{MPa}$
 $f_{ct} = 0$ (2.40MPa) $\epsilon_{tu} = 0.012\%$
 Armature
 $E_s = 200\text{GPa}$
 $f_y = 400\text{MPa}$
 $\epsilon_u = 1\%$
 Cavo presollecitazione
 $E_s = 190\text{GPa}$
 $f_y = 1575\text{MPa}$ $f_t = 1670\text{MPa}$
 $\epsilon_u = 1.93\%$

Fig. 3 Trave semplicemente appoggiata benchmark AFPC

4.1 Trave semplicemente appoggiata

Il primo caso considerato è quello della trave semplicemente appoggiata (figura 3). La sezione trasversale è una sezione a π con soletta di spessore 20cm e anime di spessore 60cm ciascuna. I cavi di presollecitazione scorrevoli sono ancorati alle estremità alla quota del baricentro geometrico della sezione; i due deviatori, alla quota di 20cm dal bordo inferiore, dividono la campata in tre tratti di uguale lunghezza. L'armatura ordinaria è collocata esclusivamente nelle due anime a 10cm dal bordo inferiore, per un'area totale di $10'000\text{mm}^2$. Le caratteristiche meccaniche dei materiali sono riportate in figura.

Il comportamento del calcestruzzo a compressione è descritto dal legame costitutivo del CEB Model Code 90 [8]. Per quanto riguarda il comportamento a trazione sono state eseguite due analisi distinte: in un caso si è ipotizzata resistenza nulla e nel secondo caso comportamento lineare fino a f_{ct} (con deformazione $\epsilon_{tu} = f_{ct} / E_{ct}$) e poi resistenza nulla. I legami costitutivi utilizzati per gli acciai sono quelli suggeriti nel *benchmark*. Per l'acciaio ordinario il legame costitutivo è di tipo elasto-plastico mentre è assunto elasto-plastico inelastico per l'acciaio dei cavi di presollecitazione.

I carichi previsti sono il peso proprio (104kN/m) e una forza concentrata verticale, applicata ad un terzo della campata, che cresce da zero fino al raggiungimento della rottura della trave. Il tiro iniziale dei cavi, applicato in presenza del solo peso proprio, vale 12MN ed è tale da impedire tensioni di trazione in tutte le sezioni.

Nella figura 4 sono riportati le curve carico - freccia massima nei due casi considerati di comportamento del calcestruzzo in trazione ($f_{ct} = 0$ e $f_{ct} = 2.40\text{MPa}$). Le curve tratteggiate mostrano quale sarebbe il comportamento della struttura qualora l'acciaio delle barre e del cavo fosse infinitamente duttile. Sempre nella figura 4, limitatamente al caso di calcestruzzo non reagente a trazione ($f_{ct} = 0$), sono riportati i diagrammi del momento flettente, della curvatura e dell'andamento del tiro del cavo.

Momento e curvatura sono riferiti a tre livelli di carico differenti: solo peso proprio e presollecitazione (curva a), aggiunta di $F = 1\text{MN}$ (curva b) e $F = 2.35\text{MN}$ (rottura convenzionale, curva c).

Il diagramma della tensione sul cavo di presollecitazione mostra un incremento significativo che nel caso di duttilità illimitata (curva tratteggiata) arriva a snervamento in corrispondenza del carico massimo.

Nella figura 5 la curva carico freccia massima ottenuta dagli autori (nel caso di resistenza nulla del calcestruzzo a trazione) è confrontata con quelle ottenute per via numerica da altri autori (la curva a tratto pieno si interrompe in corrispondenza della rottura convenzionale per raggiunta deformazione ultima delle armature, la curva tratteggiata rappresenta l'evoluzione della struttura nell'ipotesi di deformabilità illimitata degli acciai).

4.2 Trave continua a tre campate

Il secondo caso considerato è quello della trave continua (figura 6). Si tratta di una trave su quattro appoggi con campate di 20m, 30m e 20m rispettivamente. La sezione è scatolare con spessore delle solette e delle anime di 20cm. I cavi di presollecitazione sono ancorati alle estremità alla quota del baricentro geometrico della sezione trasversale; i deviatori nelle campate laterali e in quella centrale sono a 25cm dal bordo inferiore del cassone mentre i deviatori in corrispondenza degli appoggi intermedi sono a 25cm dal bordo superiore del cassone. L'armatura ordinaria è disposta sulla soletta superiore (3000mm^2 a 10cm dal bordo) e sulla soletta inferiore (4000mm^2 a 10cm dal bordo).

La sezione totale dei cavi è di 4500mm^2 e la forza risultante iniziale, applicata in presenza del solo peso proprio ($g = 48.50\text{kN/m}$), vale 6MN . Una forza verticale concentrata è applicata in prossimità di un terzo della campata centrale e il suo valore cresce da zero fino a rottura. I materiali sono gli stessi del caso precedente.

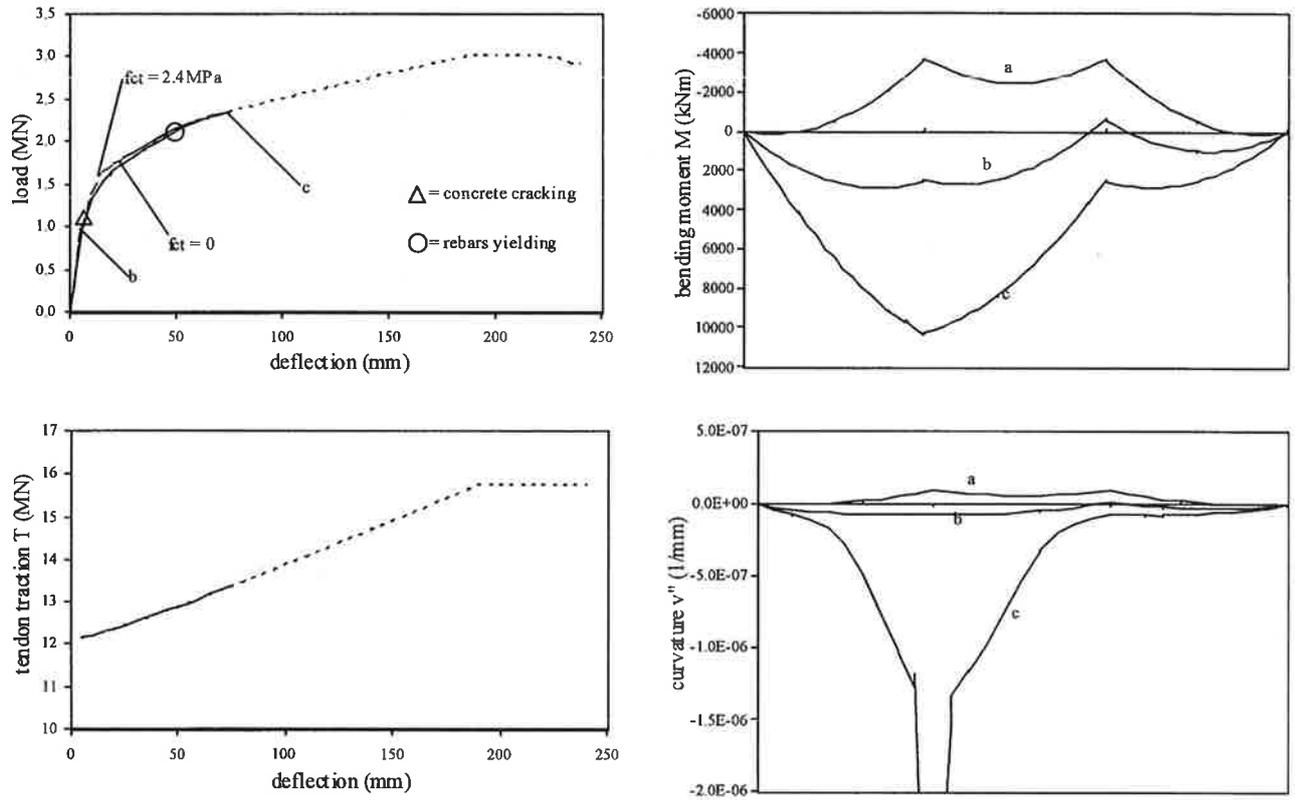


Fig. 4 Alcuni risultati trave semplicemente appoggiata benchmark AFPC

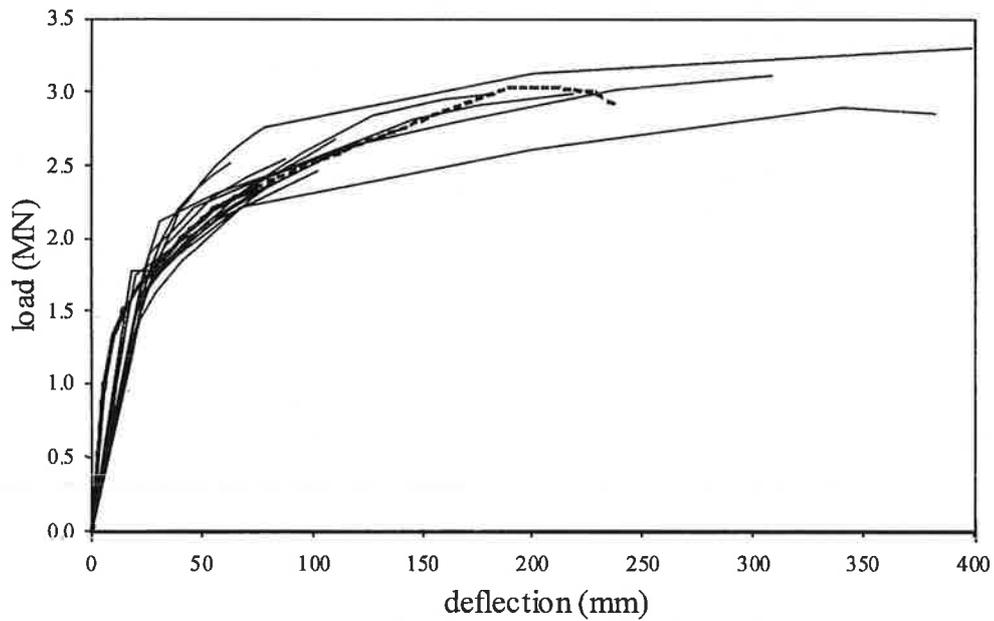


Fig. 5. Trave semplicemente appoggiata benchmark AFPC: confronto tra i risultati dei diversi autori con il modello presentato

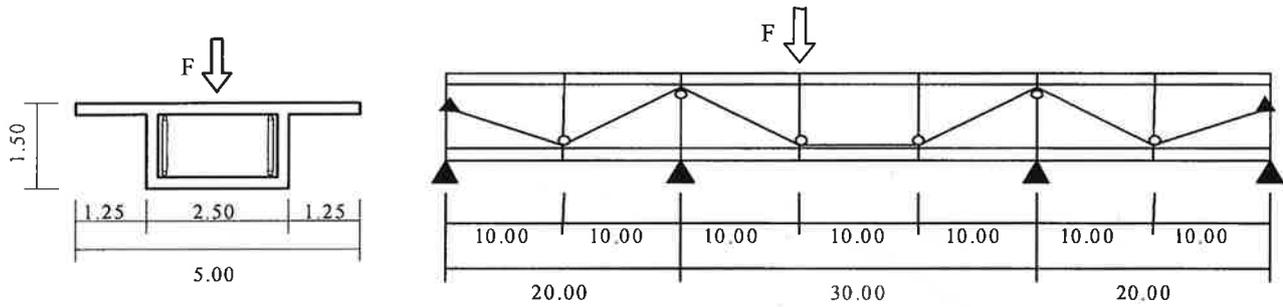


Fig. 6 Trave continua benchmark AFPC

Nella figura 7 sono riportati le curve carico - freccia massima nei due casi di comportamento del calcestruzzo in trazione ($f_{ct} = 0$ e $f_{ct} = 2.40\text{MPa}$). Nuovamente le curva tratteggiate rappresentano il comportamento della struttura qualora gli acciai di armature e cavo fossero illimitatamente duttili.

Come nell'esempio precedente, nella stessa figura 7, limitatamente al caso di calcestruzzo non reagente a trazione, sono riportati i diagrammi del momento flettente, della curvatura e dell'andamento del tiro dei cavi.

Momento e curvatura sono riferiti a tre livelli di carico differenti: solo peso proprio e presollecitazione (curva a

tratteggiata), aggiunta di $F = 0.30\text{MN}$ (curva b) e $F = 1.82\text{MN}$ (rottura convenzionale, curva c).

Nel grafico dell'evoluzione della tensione sui cavi si nota un incremento minore rispetto al caso della trave appoggiata, tanto che anche nel caso di infinita duttilità non si arriva a snervare il tirante. Tale fatto è una conseguenza dello schema statico a trave continua, infatti le deformazioni della campata centrale, maggiormente caricata, tendono ad allungare il cavo viceversa le deformazioni delle campate laterali tendono ad accorciare il cavo, riducendone quindi la deformazione.

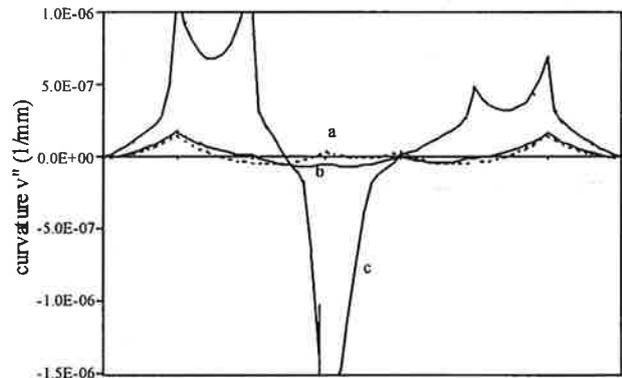
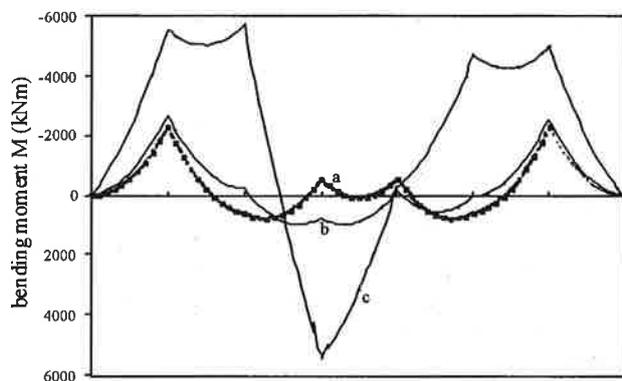
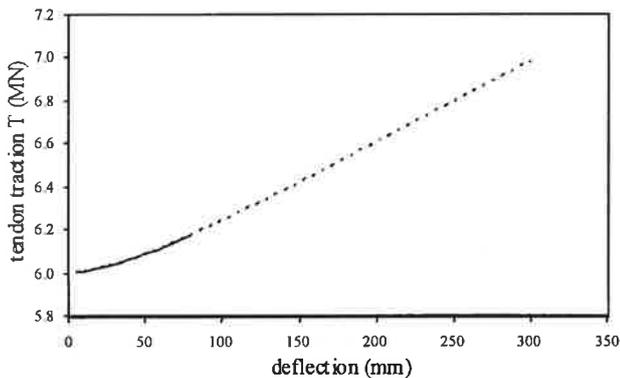
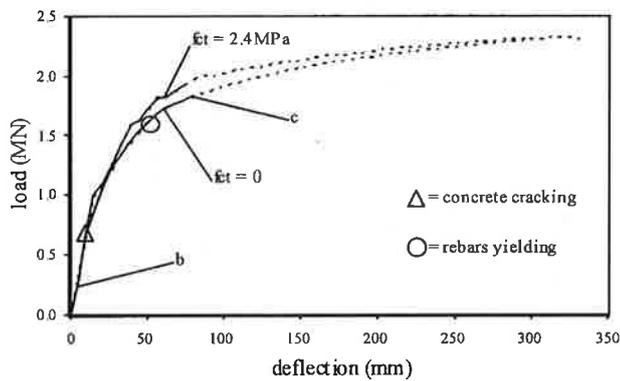


Fig. 7 Alcuni risultati trave continua benchmark AFPC

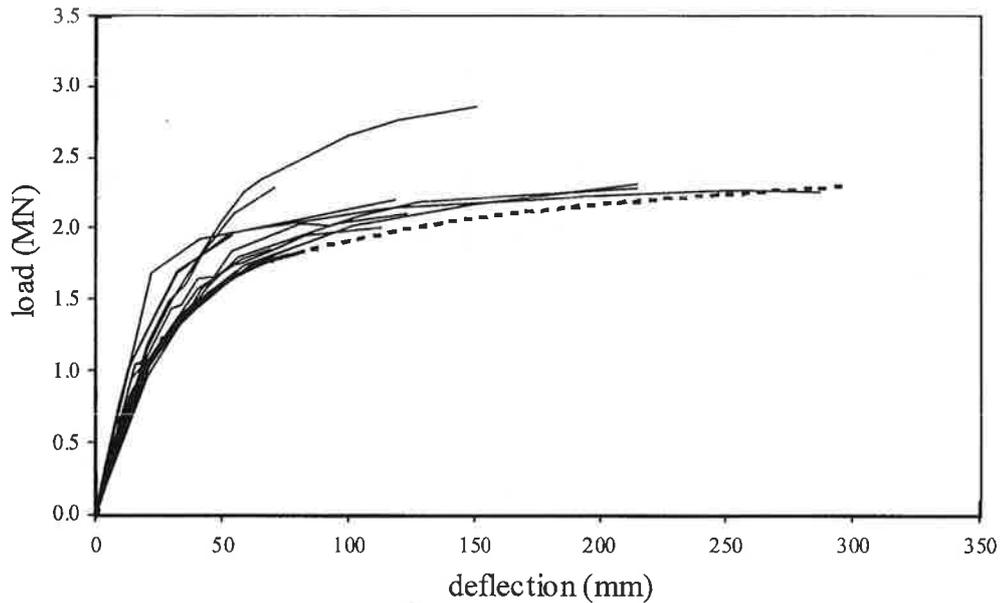


Fig. 8 Trave continua benchmark AFPC:
confronto tra i risultati dei diversi autori con il modello presentato

Nella figura 8 la curva carico freccia massima ottenuta dagli autori (nel caso $f_{ct} = 0$) è confrontata con quelle ottenute per via numerica da altri autori (nuovamente la curva a tratto pieno si interrompe in corrispondenza della rottura convenzionale per raggiunta deformazione ultima delle armature, la curva tratteggiata rappresenta l'evoluzione della struttura nell'ipotesi di deformabilità illimitata degli acciai).

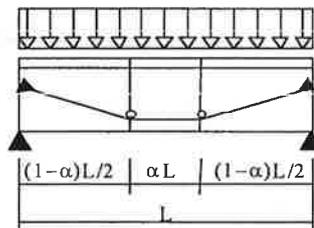
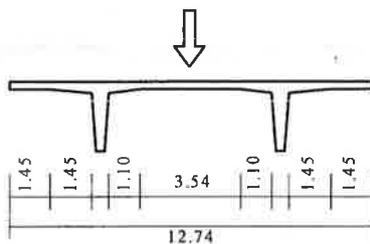
5. ANALISI PARAMETRICA DI TRAVI SEMPLICEMENTE APPOGGIATE

In questo capitolo sono descritti sinteticamente i risultati di una analisi parametrica effettuata dagli autori sullo schema statico di trave semplicemente appoggiata. L'obiettivo di questo studio è fornire delle prime indicazioni per una formulazione semplificata del calcolo dell'incremento di trazione nel cavo.

L'analisi parametrica ha interessato 24 travi semplicemente appoggiate di luce $L = 50m$ e con

sezione trasversale a π (figura 9). La soletta ha spessore di 25cm che diventa 40cm in corrispondenza delle anime, quest'ultime di spessore variabile da 60cm in sommità fino a 30cm alla base. L'altezza delle anime è assunta come parametro variabile; i valori considerati sono tali che $L/h = 15, 20, 25$ e 30 , dove h è l'altezza della sezione trasversale. I cavi sono ancorati alle estremità in corrispondenza del baricentro geometrico della sezione mentre l'eccentricità dei deviatori è di 132cm. Si considerano due forme del tracciato: $\alpha = 0.24$ (tracciato trapezoidale) e $\alpha = 0$ (tracciato triangolare con unico deviatore in mezzzeria).

Il tiro iniziale dei cavi è tale che, sotto il solo peso proprio, la sezione di mezzzeria è tutta compressa con tensione nulla sulla fibra superiore. L'armatura trasversale è distribuita uniformemente sull'altezza della sezione e il rapporto geometrico d'armatura è pari all'1%. Per ciascuna trave sono state considerate tre diverse resistenze del calcestruzzo (R_{ck} 40MPa, 50MPa



Calcestruzzo
 R_{ck} 40MPa, 50MPa, 60MPa $f_{ct} = 0$
 Armature
 $f_y = 430MPa$ $E_s = 200GPa$
 $f_t = 473MPa$ $\epsilon_h = 2\%$ $\epsilon_u = 12\%$
 Cavo presollecitazione
 $f_y = 1600MPa$ $E_s = 200GPa$
 $f_t = 1800MPa$ $\epsilon_u = 1\%$

Fig. 9 Trave tipo analisi parametrica

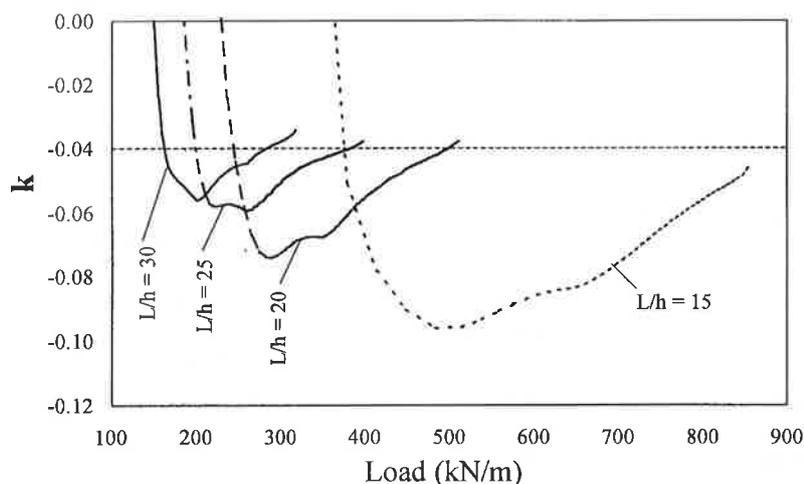


Fig. 10 Andamento del parametro k al crescere del carico (R_{ck} 50MPa, $\alpha = 0$)

e 60MPa). I legami costitutivi utilizzati sono quello proposto dal CEB-FIP MC90 [8] per il calcestruzzo, legame elastico ($|\epsilon| \leq \epsilon_y$) - perfettamente plastico ($\epsilon_y < |\epsilon| \leq \epsilon_h$) - incrudente ($\epsilon_h < |\epsilon| \leq \epsilon_u$) per le armature [9] e elastico - plastico incrudente per il cavo. Il carico applicato è un carico uniforme, crescente da zero fino a rottura.

L'analisi parametrica è stata motivata dall'interesse verso lo studio dell'incremento di tiro nel cavo di presollecitazione scorrevole, quando la struttura soggetta a carichi crescenti evolve verso il collasso. In particolare interessa determinare una formula semplice che permetta di valutare la variazione di sforzo senza ricorrere ad una analisi non lineare dell'intera struttura. Si parte dalla considerazione che l'incremento di tensione può essere valutato una volta noti gli spostamenti dei deviatori a seguito della deformazione, essendo in tal caso calcolabile l'allungamento del cavo. Per il d -esimo deviatore l'abbassamento è dato dalla doppia integrazione della curvatura ($\chi(z) = -v''(z)$):

$$v_d(z_d, \lambda) = - \int_0^{z_d} \int_0^{\xi_d} \chi(\zeta, \lambda) d\zeta d\xi \quad (21)$$

dove λ rappresenta il livello di carico. Se si scrive la curvatura come prodotto della curvatura ultima nella sezione critica per una funzione di forma

$$\chi(\zeta, \lambda) = \chi_u \eta(\zeta, \lambda) \quad (22)$$

allora si può scrivere l'abbassamento del d -esimo deviatore:

$$v_d(z_d, \lambda) = k(\lambda) L^2 \chi_u \quad (23)$$

dove

$$k(\lambda) L^2 = - \int_0^{z_d} \int_0^{\xi_d} \eta(\zeta, \lambda) d\zeta d\xi \quad (24)$$

può essere valutata sulla base dei dati dell'analisi parametrica. Ad esempio per il caso di un solo deviatore ($\alpha = 0$) e con il calcestruzzo R_{ck} 50MPa si ottengono le curve riportate in figura 10. Si osserva come k vari durante l'evoluzione dell'analisi non lineare ma si può anche notare che a rottura il valore è praticamente lo stesso ($k = -0.04$) per i quattro rapporti L/h considerati. Il medesimo valore di k è stato ottenuto anche sulle altre venti travi provate nell'analisi parametrica descritta.

Se tal valore fosse confermato da una più ampia analisi parametrica, accompagnata da prove sperimentali che confermino i risultati teorici, si potrebbe effettivamente avere a disposizione un metodo semplice per il calcolo dell'allungamento del cavo a rottura, e quindi dell'incremento di tensione.

6. CONCLUSIONI

In questa memoria, è stata proposta una formulazione agli elementi finiti per l'analisi non lineare di travi in cemento armato presollecitate con cavi scorrevoli esterni. Il metodo è applicabile a generiche travi continue con qualunque percorso dei cavi di presollecitazione. La soluzione del problema agli elementi finiti è ricercata in *controllo di spostamenti* cosicché la procedura numerica riesce a cogliere

facilmente il livello di carico ultimo della struttura e a dare informazioni sul meccanismo di collasso globale della stessa.

Alcune applicazioni eseguite su benchmarks proposti dalla AFPC hanno permesso di evidenziare le potenzialità del modello. I risultati mostrano l'importanza dell'analisi globale ai fini della valutazione della trazione dei cavi di presollecitazione nella configurazione di rottura della struttura.

I primi risultati di un'analisi parametrica, eseguita su una serie di 24 travi semplicemente appoggiate aventi differenti rapporti altezza-lunghezza, diverse resistenze a compressione del calcestruzzo e presollecitate con cavi aventi diverso percorso, hanno permesso di svolgere alcune considerazioni sulla possibilità di dedurre da una campagna di sperimentazione numerica opportuni coefficienti che permettano di correlare l'allungamento del cavo allo stato limite ultimo della struttura con la curvatura ultima della sezione in cemento armato. Questo risultato appare di una certa importanza nella messa a punto di una metodologia semplificata per l'analisi allo stato limite ultimo delle travi presollecitate con cavi scorrevoli.

Con riferimento a quest'ultimo punto, la ricerca sin qui solo intrapresa deve essere estesa alla tipologia di trave continua. I risultati numerici andranno quindi validati da opportune sperimentazioni di laboratorio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] DALL'ASTA A. and DEZI L. – 1993, Nonlinear analysis of beams prestressed by unbonded cables, *J. Engineering Mechanics*, 119(4) 720-732.
- [2] DALL'ASTA A. – 1996, On the coupling between three-dimensional bodies and slipping cables, *Int. J. Solids Structures*, 33(24) 3587-3600.
- [3] DALL'ASTA A. and DEZI L. – 1998, Nonlinear behavior of externally prestressed composite beams: analytical model, *J. Struct. Engrg. ASCE*, 124(5), 588-597.
- [4] DALL'ASTA A. and ZONA A. – 2000, Non-linear analysis of composite beams by a displacement approach, *Proceedings of The Fifth International Conference on Computational Structures Technology*, Leuven, Belgium, vol. "Computational techniques for materials, composites and composite structures", 337-348.
- [5] DALL'ASTA A. and ZONA A. – 2002, Non-linear analysis of composite beams by a displacement approach, Accepted for publication on *Computers and Structures*.
- [6] CRISFIELD M.A. – 1991, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol.1: Essentials, J.Wiley & Sons inc.
- [7] AFPC Association Française pour la Construction – 1993, *Non-linear Calculation Tests of Prestressed Beams*, Proceedings of the Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, 9-12 June, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France.
- [8] CEB-FIP – 1988, *CEB-FIP Model Code 1990*, CEB Bulletin d'Information n. 190, CEB-FIP Comité Euro-International du Béton – Fédération International de la Précontrainte, Paris, France.
- [9] FIB – 1998, *Ductility of Reinforced Concrete Structures*, CEB Bulletin d'Information n. 242, FIB Fédération International du Béton, Paris, France, 112-113.

INTERAZIONE TRA FLESSIONE E TAGLIO SULLA DEFORMAZIONE DI TRAVI IN C.A.

Pier Giorgio Debernardi¹, Matteo Guiglia², Maurizio Taliano³

¹ Professore Associato, Politecnico di Torino.

² Dottorando, Politecnico di Torino.

³ Ricercatore, Politecnico di Torino.

SOMMARIO

Nel lavoro è illustrata una metodologia sperimentale e l'interpretazione teorica dei dati per la valutazione del comportamento dei travi in c.a. soggette a flessione e taglio e, in particolare, alla loro mutua interazione. L'indagine si riferisce a sei travi a I, di altezza 600 mm, con due diverse percentuali di armatura, su cui sono stati individuati dei campi di misura caratterizzati da diversi rapporti momento-taglio. Sono stati analizzati la risposta del concio, espressa in termini di momento - curvatura media e di taglio - scorrimento medio, e il comportamento locale nell'anima della trave, ossia l'andamento delle fessure, la loro apertura e lo scorrimento mutuo al crescere delle sollecitazioni.

SUMMARY

The paper presents the experimental methodology and theoretical interpretation of data for the evaluation of the behaviour of r.c. beams subjected to bending and shear and, in particular, to their mutual interaction. The experimentation refers to six double T-shaped, 600 mm high and 100 mm wide beams with two different amounts of reinforcement. Some measuring zones with different moment to shear ratio are considered along the beams. The response of a piece of beam, which is expressed in terms of the moment - mean curvature and shear - mean shear stain relationships, and the local behaviour of the beam web, i.e the crack pattern, their opening and slip, are analysed.

1. INTRODUZIONE

I tradizionali metodi di calcolo delle travi in c.a. sono relativamente semplici e tendono a considerare separatamente le sollecitazioni flettenti e quelle taglianti, e, in generale, forniscono buoni risultati pratici. In realtà il comportamento sperimentale è assai complesso: al crescere dei carichi infatti il quadro fessurativo si modifica con la formazione di nuove fessure che presentano inclinazioni variabili lungo la trave in funzione dell'interazione tra flessione e taglio. Cio' comporta dei meccanismi di trasferimento degli sforzi che evolve col crescere delle sollecitazioni e dipendono dall'apertura e dallo scorrimento dei lembi delle fessure. A tali spostamenti mutui sono associati stati di tensione che contribuiscono in misura sostanziale all'equilibrio, sono i ben noti effetti: dowel, interlock e shear friction. In genere le modellazioni disponibili in bibliografia si preoccupano principalmente di valutare la resistenza allo stato limite ultimo senza fornire indicazioni sulla deformazione e tanto meno sul comportamento in esercizio.

I modelli di calcolo a disposizioni possono essere raggruppati in due famiglie: modelli basati sul comportamento a traliccio (truss model) e modelli che considerano il comportamento medio del solido fessurato (smeared).

Nel primo caso il modello si basa su uno schema semplice, quale il traliccio di Morsch, che viene perfezionato con la presa in conto degli effetti complementari prima citati e del comportamento a mensola delle bielle compresse di calcestruzzo. Si ottiene così una direzione principale di compressione nell'anima della trave che non coincide con quello delle fessure predominanti [1]. Tali modelli sono tradizionalmente basati sulla teoria della plasticità [2] per l'individuazione dell'inclinazione delle bielle del traliccio.

Nel modello "smeared" l'inclinazione delle bielle compresse è determinata considerando la deformazione dell'armatura trasversale (staffe) e longitudinale e la deformazione media del calcestruzzo fessurato. Sulla base delle leggi costitutive tensione - deformazione sia per il calcestruzzo fessurato che per le armature, imponendo

le condizioni di equilibrio e di congruenza è possibile calcolare la risposta di un elemento soggetto a taglio e flessione. Questo procedimento proposto da Collins e Mitchell [3,4] denominato Compression Field Theory (CFT) è stato successivamente perfezionato da Collins e Vecchio [5] col metodo "Modified Compression Field Theory" (MCFT) per tener conto della capacità del calcestruzzo fessurato di trasmettere sforzi di trazione. Esso evidenzia inoltre come la direzione principale delle tensioni, per ipotesi coincidente con quella delle deformazioni e con l'inclinazione delle fessure, decresca all'aumentare dello sforzo di taglio. Questo risultato si contrappone con le ipotesi formulate in altri modelli che prevedono invece un'inclinazione costante delle bielle compresse di calcestruzzo, come ad esempio nel modello di Pang e Hsu [6] indicato come "Fixed-Angle Softened Truss Model".

La maggior diffusione dei modelli "smeared", soprattutto negli ultimi anni, è in buona parte dovuta alla propensione che essi presentano per la soluzione numerica, ad esempio col metodo agli elementi finiti. Bisogna infatti aggiungere che il modello è stato creato principalmente a questo scopo e che può essere applicato anche a travi, ma le condizioni al contorno imposte sperimentalmente non corrispondono esattamente a quello che si verifica nell'anima di una trave.

Sebbene la sperimentazione su travi ad anima sottile sia numerosa, ed estesa sia quella su elementi in c.a. soggetti a sollecitazioni composte [7,8], la controversia tra i due metodi di calcolo è ancora aperta. Una chiarificazione può avvenire solo da indagini sperimentali approfondite che esaminino non solo gli aspetti globali e macroscopici del comportamento strutturale, quali l'inclinazione delle fessure e la resistenza strutturale, ma anche tutti gli aspetti locali, quali le deformazioni, le aperture e gli scorrimenti mutui delle fessure al crescere delle sollecitazioni.

E' in questa ottica che si situa la presente ricerca, nella quale è stata messa a punto una metodologia sperimentale atta a determinare sia gli aspetti deformativi globali, in particolare l'influenza del taglio sul diagramma momento curvatura e il diagramma taglio - scorrimento medio, che le deformazioni e gli spostamenti mutui locali mediante una fitta rete di triangolazioni con basi meccaniche nell'anima delle travi.

Le costanti della sperimentazione erano la geometria della sezione trasversale e la quantità dell'armatura d'anima, mentre sono state assunte come variabili l'area dell'armatura longitudinale e il rapporto momento - taglio. Le indagini sono fatte al di fuori delle zone di discontinuità in cui la trave ha un comportamento che rispetta le ipotesi di De Saint Venant.

2. LA SPERIMENTAZIONE

2.1 I saggi

L'indagine sperimentale è stata effettuata su sei travi di calcestruzzo armato aventi tutte la stessa sezione trasversale (fig. 1) di altezza 600 mm e anima di larghezza 100 mm.

L'armatura longitudinale inferiore, costante sull'intera luce, è formata da cinque barre di diametro 16 mm per le travi TR1, TR3, TR5 e da nove barre di diametro 16 mm per le travi TR2, TR4, TR6. L'armatura d'anima è uguale in tutti i casi ed è costituita da staffe di diametro 8 mm ogni 200 mm.

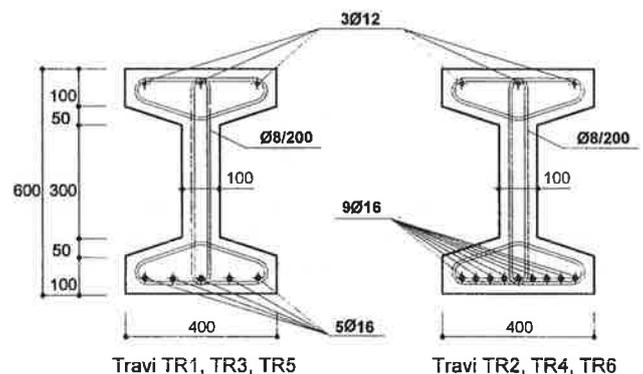


Figura 1 - Sezione trasversale delle travi

Gli schemi di prova riportati in figura 2 si riferiscono a travi semplicemente appoggiate, soggette a due carichi concentrati simmetricamente disposti (travi TR1 e TR2) oppure a un carico concentrato applicato in mezzzeria (travi TR3 e TR4) o dissimmetrico (travi TR5 e TR6).

Nei campi rappresentati dalle lettere da A ad I sono disposti gli strumenti di misura per la valutazione degli effetti globali e locali della deformazione. Nel seguito si indica con a la distanza del centro di tali campi di misura dall'appoggio più vicino.

L'acciaio impiegato presentava le seguenti caratteristiche meccaniche medie:

- barre $\varnothing 16$ mm:
 $f_y = 540 \text{ N/mm}^2$; $f_t = 646 \text{ N/mm}^2$;
- barre $\varnothing 8$ mm:
 $f_y = 570 \text{ N/mm}^2$; $f_t = 660 \text{ N/mm}^2$.

La tabella 1 riassume i dati di prova. In particolare, essa riporta per i vari campi di misura il rapporto a/h che equivale, a meno del peso proprio della trave, al rapporto M/Th dove M è il momento agente, T il taglio ed h l'altezza della trave. Per la zona C in cui il momento è costante, e quindi il taglio è nullo, il rapporto M/Th tende all'infinito. Nella tabella 1 è inoltre riportata la resistenza cubica del calcestruzzo di ogni saggio.

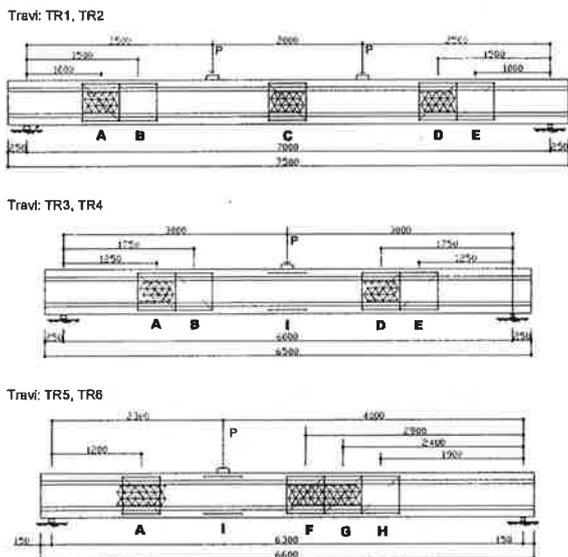


Figura 2 - Schemi di prova e zone di misura delle deformazioni

2.2 La strumentazione

Per la misura di spostamenti, curvatura e scorrimento medio sono stati impiegati estensimetri potenziometrici. Le letture sono state fatte nel corso della prova ad intervalli di 10 secondi ed acquisite automaticamente su elaboratore elettronico.

Per le misure delle deformazioni locali è stata invece predisposta una rete di punti superficiali basata su triangolazioni. Le misure sono state effettuate mediante comparatore meccanico avente unità in formato 0.001 mm. Sono stati inoltre eseguiti rilievi mediante macrofotografie elaborate successivamente a computer. Per la

misura degli scorrimenti dei lembi delle fessure all'intradosso delle travi si è infine impiegata una tecnica laser.

I carichi sono stati applicati mediante attrezzatura MTS in controllo di spostamento e la misura è stata fatta mediante una cella di carico.

La misura delle variazioni di lunghezza delle basi meccaniche è avvenuta a predeterminati livelli di carico. Per consentire tale misura, che richiede un periodo di tempo relativamente ampio, si impone mediante la macchina di prova che la freccia rimanga costante nel tempo. A questa operazione corrisponde una diminuzione del carico applicato, come si osserva dai diagrammi di curvatura e scorrimento illustrati successivamente.

2.3 Disposizione degli strumenti per la misura della curvatura e dello scorrimento medio

Per ogni zona di misura A-H è stato realizzato un reticolo quadrato di lato 500 mm mediante estensimetri potenziometrici atti a rilevare le variazioni di lunghezza dei lati e della diagonale tesa. Nella figura 3 sono riportate le basi di misura comprese tra i vertici A, B, C, D nella loro configurazione iniziale indeformata.

La misura delle variazioni di lunghezza delle cinque basi, dovute alle azioni applicate, consente di definire tramite semplici relazioni geometriche la posizione finale dei quattro vertici.

Se l'elemento è semplicemente inflesso (taglio nullo) si hanno variazioni di lunghezza del corrente compresso, del corrente teso e della diagonale che portano, rispettivamente, il segmento DA in D'A', il segmento BC in B'C', il segmento DB in D'B'. Inoltre, in accordo alla teoria delle travi inflesse si può ammettere

Trave	L [m]	A _s	R _{cm} [N/mm ²]	Schema di prova	Campo di misura	Rapporto a/h
TR1	7.00	5Ø16	27.5	a	A, E B, D C	1.67 2.50 ∞
TR2	7.00	9Ø16	27.5	a	A, E B, D C	1.67 2.50 ∞
TR3	6.00	5Ø16	25.0	b	A, E B, D	2.08 2.92
TR4	6.00	9Ø16	15.0	b	A, E B, D	2.08 2.92
TR5	6.30	5Ø16	38.8	c	A H G F	2.00 3.17 4.00 4.83
TR6	6.30	9Ø16	41.9	c	A H G F	2.00 3.17 4.00 4.83

Tabella 1 - Caratteristiche geometriche delle travi e della relativa strumentazione di misura.

che i segmenti DC e AB abbiano deformazione trascurabile. Fissato un sistema di riferimento (figura 3) con origine in C, asse y coincidente con la direzione CD e asse x ortogonale ad y, si possono rappresentare gli spostamenti dei punti A,B,C,D, in A',B',C',D' come mostrato in figura 4.

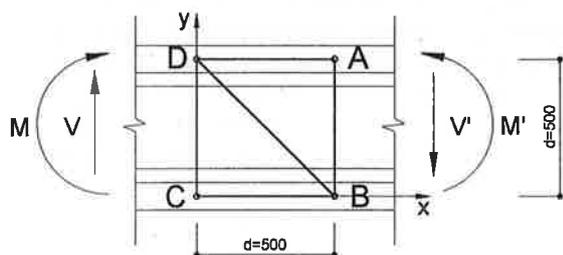


Figura 3 - Schema del reticolo di misura allo stato iniziale non deformato

La curvatura media riferita al concio risulta allora data dalla relazione

$$(1/r_m)_M = \frac{\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}}{d} \quad (1)$$

ove ϵ_{sm} è la deformazione media del corrente teso ed ϵ_{cm} è la deformazione media del corrente compresso. Nel caso in esame, $\epsilon_{sm} = (B'C' - BC)/d$; $\epsilon_{cm} = (A'D' - AD)/d$, per cui per sola flessione la curvatura media risulta:

$$(1/r_m)_M = \left(\frac{B'C' - BC}{d} - \frac{A'D' - AD}{d} \right) \frac{1}{d} \quad (2)$$

Con riferimento agli assi x, y i punti A' e B' subiscono per effetto della curvatura $(1/r_m)_M$ uno spostamento verticale che calcolato teoricamente è pari a $d^2 (1/r_m)_M$. Mentre per la sola curvatura media D' coincide con D, nel sistema di riferimento Cxy i punti A' e B' avranno ordinate rispettivamente pari a

$$y_{A'} = y_A + \frac{d^2}{2 r_m} \quad y_{B'} = \frac{d^2}{2 r_m}$$

Se l'elemento è soggetto a flessione e taglio, con la formazione di fessure più o meno inclinate, si ha una variazione di lunghezza di tutte e cinque le basi di misura. I punti A, B, C, D si porteranno rispettivamente nelle posizioni A'', B'', C'', D''.

La curvatura media dovuta a flessione e taglio sarà ancora definita dalla (1) e risulterà

$$(1/r_m)_{M+V} = \left(\frac{B''C'' - BC}{d} - \frac{A''D'' - AD}{d} \right) \frac{1}{d} \quad (3)$$

In questo caso la curvatura è influenzata dal taglio.

Se si depura la deformazione totale, rappresentata in figura 4 dai punti A'', B'', C'', D'', da quella corrispondente alla curvatura (punti A', B', C', D') si può ricavare lo scorrimento γ dovuto al taglio, il quale ovviamente è influenzato dalla flessione. Si assume come scorrimento medio γ_m l'angolo formato tra la linea d'asse delle de-

formazione totale H''K'' e la linea d'asse H'K' della deformazione dovuta alla curvatura $(1/r_m)_{M+V}$. Il valore di γ_m è dato altresì dalla media degli scorrimenti γ_b (tra le rette C'B' e C''B'') e γ_t (tra le rette A'D' e A''D'').

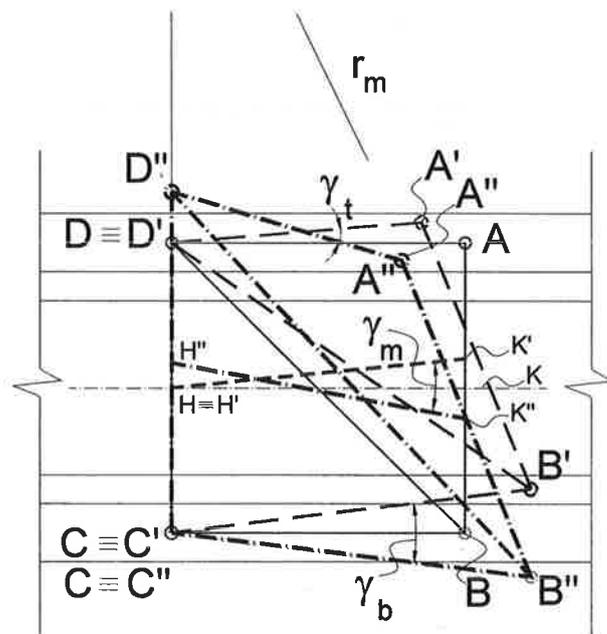


Figura 4 - Configurazione deformata del reticolo di misura soggetto a flessione e taglio

In prima approssimazione, data la piccolezza degli angoli γ_m si potrà scrivere

$$\gamma_m = \frac{\gamma_b + \gamma_t}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{y_{B'} - y_{B''}}{d} + \frac{(y_{A'} - y_{A''}) - (y_{D'} - y_{D''})}{d} \right]$$

ossia

$$\gamma_m = \frac{d}{2 (r_m)_M} + \frac{y_{D''} - y_{A''} - y_{B''}}{2 d} \quad (4)$$

La (3) e la (4) definiscono pertanto la curvatura media e lo scorrimento medio del concio soggetto a flessione e taglio e tengono conto della loro mutua influenza.

La deformazione assiale media della linea d'asse del carico può essere ottenuta dalla relazione

$$\epsilon_{z,m} = \frac{\epsilon_{sm} + \epsilon_{cm}}{2} \quad (5)$$

e in generale risulta diversa da zero pur in presenza di sforzo normale nullo.

2.4 Disposizione degli strumenti di misura per il rilievo della deformazione locale

Nell'anima delle travi, in corrispondenza delle varie zone, è stato realizzato un reticolo di misura mediante estensimetri meccanici. Un esempio di reticolo, relativo alle zone F e G della trave TR5, è riportato in figura 5. Esso è costituito dall'associazione di elementi triangolari di cui si rilevano, per intervalli di carico prestabiliti, le variazioni di lunghezza dei lati che nel caso in esame era di 100 mm.

Il sistema di riferimento assunto ha origine coincidente con un vertice del reticolo, l'asse x passa per un altro punto del reticolo e l'asse y è ortogonale all'asse x.

Con la misura delle lunghezze iniziali dei lati è possibile individuare le coordinate di tutti i vertici nella condizione di provino scarico. Altrettanto si può fare per ogni livello di carico individuando così gli spostamenti mutui riferiti agli assi coordinati scelti. Poiché il sistema di misura fornisce dei dati in più rispetto a quelli strettamente necessari per definire le coordinate dei punti, è possibile fare un controllo delle misure e valutare l'errore nella chiusura della rete di misure. L'elaborazione ha dato buoni risultati con errori non superiori a 0.01 mm.

Dall'elaborazione dei dati così ottenuti che consistono nelle coordinate dei vertici dei triangoli è possibile ricavare i movimenti mutui in termini di apertura e scorrimento delle fessure, di deformazioni medie secondo direzioni prestabilite per le varie fasi di carico.

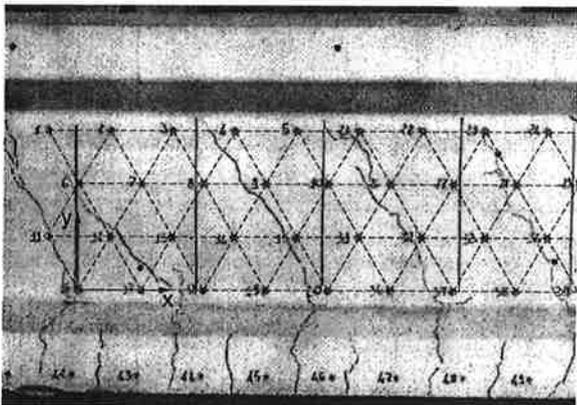


Figura 5 - Trave TR5: foto delle basi di misura e rappresentazione schematica del reticolo di misura (zone F e G).

3. VALUTAZIONE DELLA DEFORMAZIONE GLOBALE DEL CONCIO

Con riferimento ad una porzione della struttura soggetta a momento e taglio nel paragrafo 2.3 si definisce la deformazione media mediante le misure sperimentali della curvatura media $(1/r_m)_{M+V}$ e dello scorrimento me-

dio γ_m basate su un reticolo di misura avente i riferimenti coincidenti con i vertici di un quadrato di lato 500 mm e una diagonale. Il calcolo della curvatura media è fatto in accordo con la (1) in base alle deformazioni medie ϵ_{cm} del corrente compresso ed ϵ_{sm} del corrente teso.

In campo fessurato è opportuno procedere ad un affinamento della valutazione di ϵ_{sm} rispetto a quanto indicato precedentemente. Infatti la presenza di fessure crea una discontinuità della deformazione del corrente teso con una forte concentrazione per l'apertura della fessura rispetto alla deformazione del calcestruzzo teso compreso tra due fessure.

Pur in presenza di sollecitazioni costanti lungo l'asse si può pertanto avere una deformazione media $\epsilon_{sm} = \Delta L/L$ diversa al variare di L o della posizione della base di misura rispetto alle fessure.

Nel seguito per calcolare ϵ_{sm} si assumerà il valore di ΔL determinato sperimentalmente ma sarà riferito ad una lunghezza L_c avente i riferimenti situati a metà tra due fessure. Alcuni esempi sono rappresentati in figura 6.

Questa operazione, che deve basarsi sulla conoscenza del quadro fessurativo di ogni zona di misura, è necessaria per ottenere un valore medio più attendibile della deformazione media del corrente teso.

Per quanto riguarda il corrente compresso, essendo la deformazione priva di effetti localizzati, si assumerà il valore medio ϵ_{cm} riferito alla effettiva lunghezza della base di misura.

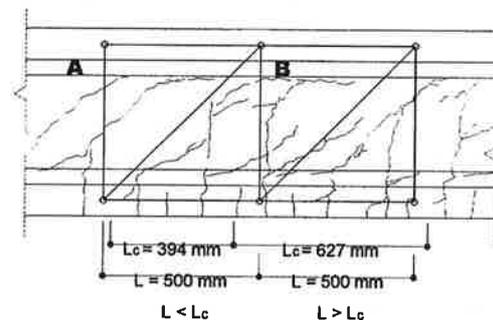


Figura 6 - Esempi di valutazione di L_c (TR3, zone A e B, $P = 204$ kN)

Nel seguito esamineremo i risultati più significativi dell'indagine sperimentale ponendo in risalto l'interazione flessione-taglio sul comportamento globale che può essere dedotto dal traliccio di Ritter-Mörsch. Si consideri una sezione normale all'asse del solido (figura 7) sulla quale agiscono le sollecitazioni di flessione M e taglio V in presenza di staffe verticali. Indicati con θ la direzione dello sforzo di compressione nelle bielle d'anima, la cui componente verticale è pari a V, con R_c la risultante nel corrente compresso e con R_s quella nel corrente teso, dalla equazione di equilibrio a rotazione rispetto al punto C si ricava:

$$R_s = \frac{M}{z} + \frac{V}{2} \cot\theta \quad R_c = \frac{M}{z} - \frac{V}{2} \cot\theta$$

Rispetto alla sola sollecitazione flettente la risultante di compressione nel corrente superiore è ridotta della quantità $V/2 \cot\theta$ mentre quella di trazione nel corrente inferiore è incrementata della stessa quantità. Ciò comporta delle deformazioni nei correnti che a parità di momento variano in funzione del taglio.

Altri aspetti relativi all'influenza del taglio sono tuttavia presenti, quali la variazione dell'inclinazione θ delle bielle compresse d'anima e gli effetti dowel ed interlock.

Nei paragrafi successivi si illustrano alcuni dei risultati sperimentali ottenuti in cui si osservano delle discontinuità ad intervalli regolari di carico. Esse sono dovute a interruzioni programmate della prova in controllo di spostamento per consentire la misura delle basi meccaniche.

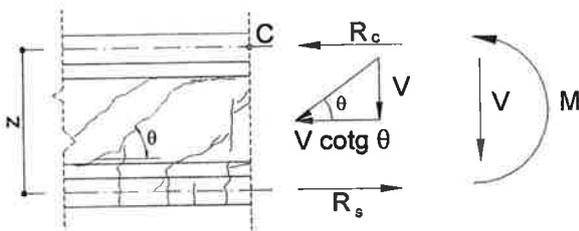


Figura 7 - Sollecitazioni interne alla trave.

3.1 Deformazione media dei correnti tesi e compressi

L'influenza del taglio sulla deformazione dei correnti appare chiaramente nei diagrammi che seguono ove la deformazione media è rappresentata in funzione del momento agente nelle zone di misura. A titolo di esempio consideriamo le travi TR2 e TR5.

Nella trave TR2, a parità di momento, nelle zone A ed E ($a/h = 1.67$) si ha un taglio più elevato che non nelle zone B e D ($a/h = 2.5$), mentre nella zona C ($a/h = \infty$) il taglio è nullo. Le corrispondenti deformazioni dei correnti tesi e compresso sono diagrammate nelle figure 8 e 9 in funzione del momento.

Nella trave TR5, a parità di momento, il taglio varia in ordine decrescente nelle zone A ($a/h = 2$), H ($a/h = 3.17$), G ($a/h = 4$) e F ($a/h = 4.83$). Sono inoltre state considerate le deformazioni medie nella zona di discontinuità I ove è applicato il carico (figure 10 e 11).

In tutti i casi si osserva che il comportamento sperimentale è in accordo con le considerazioni teoriche precedenti e cioè, a parità di momento, le deformazioni crescono nel corrente teso e diminuiscono nel corrente compresso al crescere del taglio. I diagrammi sperimentali sono posti a confronto con la formulazione teorica del Model Code.

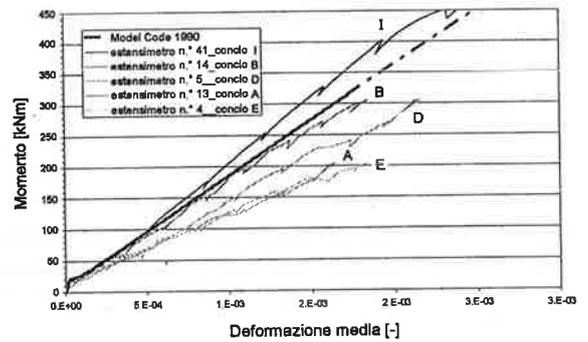


Figura 8 - Trave TR2: diagramma momento - deformazione media del corrente teso.

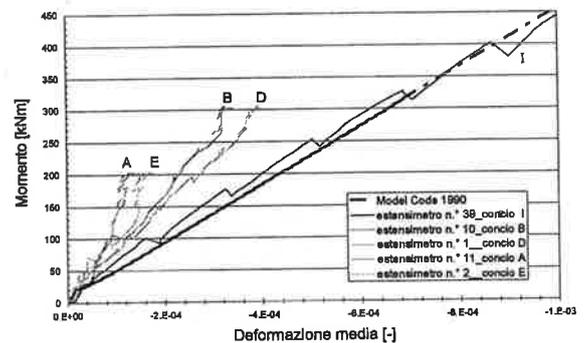


Figura 9 - Trave TR2: diagramma momento - deformazione media del corrente compresso.

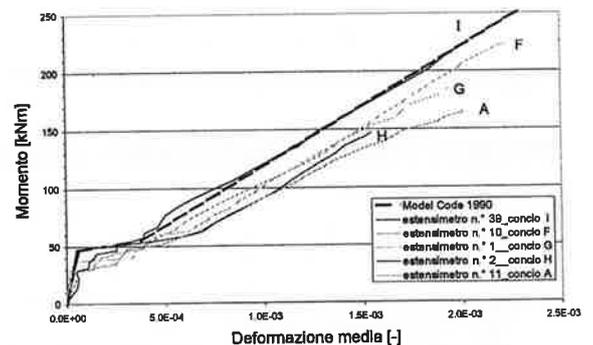


Figura 10 - Trave TR5: diagramma momento - deformazione media del corrente teso.

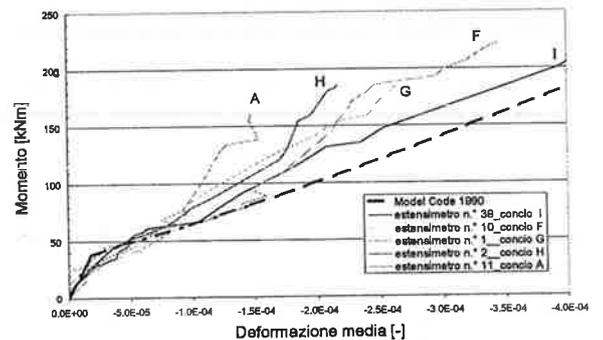


Figura 11 - Trave TR5: diagramma momento - deformazione media del corrente compresso.

3.2 Curvatura media

L'influenza che il taglio ha sulla deformazione dei correnti si riflette anche sulla curvatura media. Con riferimento alle travi TR2 e TR5 si riportano nelle figure 12 e 13 i diagrammi momento - curvatura media relativi alle varie zone delle travi. Anche in questo caso si può osservare che l'influenza del taglio sul diagramma è tanto più accentuato quanto minore è il rapporto a/h .

I risultati sperimentali ottenuti mettono in evidenza la necessità di tenere conto dell'effetto del taglio sulla curvatura, e ciò anche nelle fasi di esercizio.

Nelle figure 12 e 13 è riportato altresì l'andamento teorico della curvatura media calcolato secondo la modellazione del Model Code 1990 indipendentemente dal taglio agente.

3.3 Scorrimento medio

Lo scorrimento medio γ_m è valutato sulla base delle deformazioni del traliccio di misura e , concordemente alla teoria classica, viene espresso in funzione del taglio. Tuttavia è influenzato dagli effetti prodotti dalla flessione che giocano un ruolo importante. Si tenga infatti conto che nella maggior parte dei casi le fessure sono provocate dalla flessione e la presenza del taglio modifica l'evoluzione del quadro fessurativo per sollecitazioni crescenti.

Nelle figure 14 e 15 sono riportati i diagrammi $T-\gamma_m$ relativi alle travi TR2 e TR5.

Dai diagrammi si può osservare che a parità di taglio lo scorrimento è maggiore in presenza di momenti flettenti più elevati (cioè γ_m cresce all'aumentare del rapporto a/h).

La figura 16 mette in rilievo, per le travi TR1 e TR2 realizzate con calcestruzzi di uguale resistenza, l'influenza della quantità di armatura tesa ($5\phi 16$ per la TR1 e $9\phi 16$ per la TR2) sulla deformazione di taglio nelle zone B e D. A parità di taglio e di momento lo scorrimento è maggiore per percentuali di armatura longitudinale decrescenti, cioè quando il corrente teso è più deformabile.

Questi risultati confermano l'influenza dell'interazione taglio-flessione sullo scorrimento medio.

4. ESAME DEL COMPORTAMENTO LOCALE

L'esame degli effetti locali può essere fatto tramite l'analisi della deformazione e degli spostamenti mutui che si verificano nell'anima della trave. Alcuni ricercatori [1] hanno fatto ipotesi sull'entità di scorrimento e apertura delle fessure lungo il loro sviluppo da considerare nei modelli di calcolo. In realtà il quadro fessurativo, ma soprattutto la sua evoluzione al crescere delle sollecitazioni sono assai complessi: essi dipendono dall'interazione flessione - taglio (alcune fessure che si

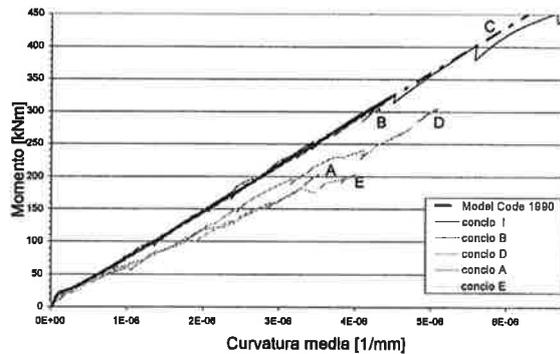


Figura 12 - Trave TR2: diagramma momento - curvatura media.

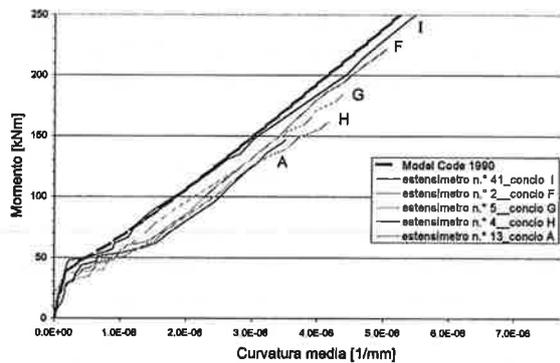


Figura 13 - Trave TR5: diagramma momento - curvatura media.

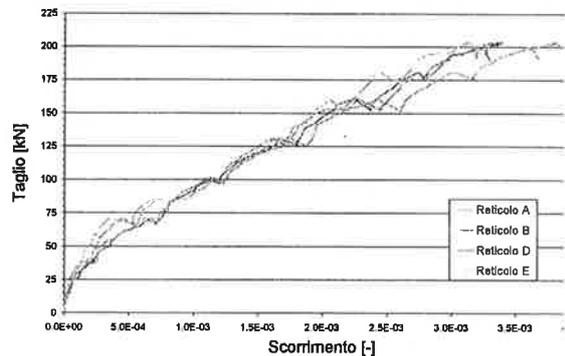


Figura 14 - Trave TR2: diagramma $T-\gamma_m$.

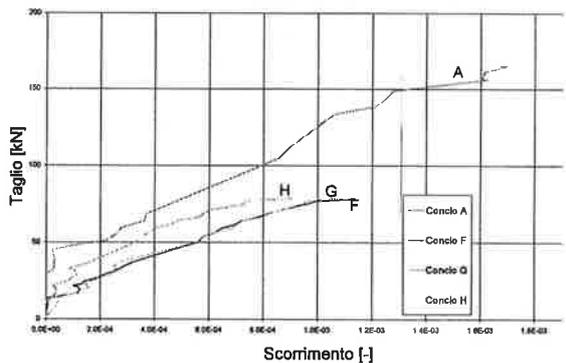


Figura 15 - Trave TR5: diagramma $T-\gamma_m$.

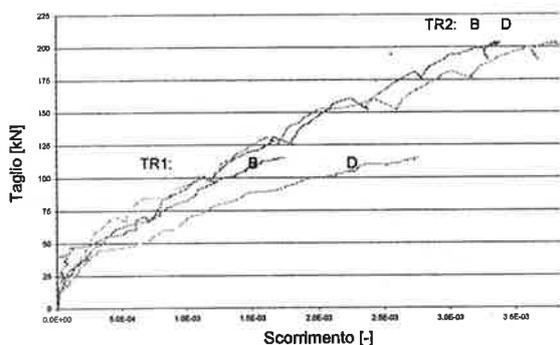


Figura 16 - Travi TR1 e TR2: diagramma T- γ_m .

formano in una prima fase si richiudono successivamente), nuove fessure più inclinate si formano al crescere delle sollecitazioni diventando poi quelle predominanti.

4.1 Spostamenti dei vertici del reticolo

Nel seguito si esaminano gli spostamenti che si verificano in alcuni casi particolari. Il caso più semplice riguarda le zone soggette a sola flessione, quindi con taglio nullo. Nella figura 17 sono riportati gli spostamenti dei vertici del reticolo di misura realizzato nella zona C della TR1 al crescere del momento flettente. Gli spostamenti, riferiti al sistema di assi con origine nel punto 16, asse x diretto secondo la retta congiungente i punti 16 e 17, sono ingranditi circa 70 volte rispetto alle dimensioni del reticolo di base. La posizione delle fessure permette facilmente di comprendere la causa di tali spostamenti: essi sono dovuti prevalentemente all'apertura delle fessure mentre la deformazione elastica di punti non separati da fessure è trascurabile.

Nella figura 18 sono riportati gli spostamenti, analoghi ai precedenti, riferiti alla zona D della stessa trave ove il taglio è presente assieme al momento e il rapporto a/h è uguale a 2.5.

E' interessante porre a confronto gli spostamenti dei punti del reticolo a parità di momento, senza taglio (zona C) e in presenza di taglio (zona D). I risultati riportati in figura 19 mostrano la notevole incidenza che ha la presenza del taglio sulla deformazione locale.

4.2 Apertura e scorrimento delle fessure

Conoscendo le coordinate iniziali e finali (per un certo valore del carico) dei vertici del reticolo di misura rispetto ad un sistema di riferimento prefissato è possibile determinare l'apertura e lo scorrimento mutuo lungo una fessura considerando i moti rigidi dei corpi separati dalle fessure. L'approssimazione che si ottiene è migliore se si considerano punti di misura prossimi alla fessura.

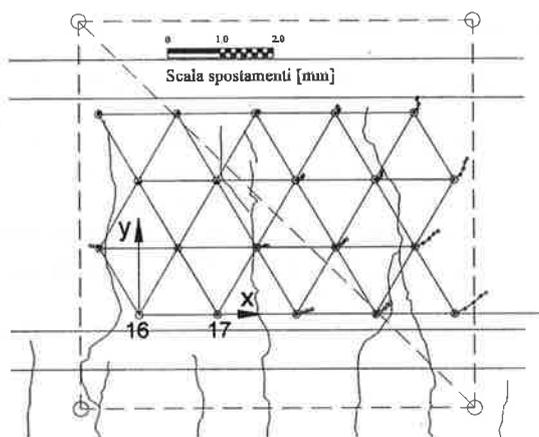


Figura 17 - Trave TR1: spostamenti dei punti del reticolo (zona C).

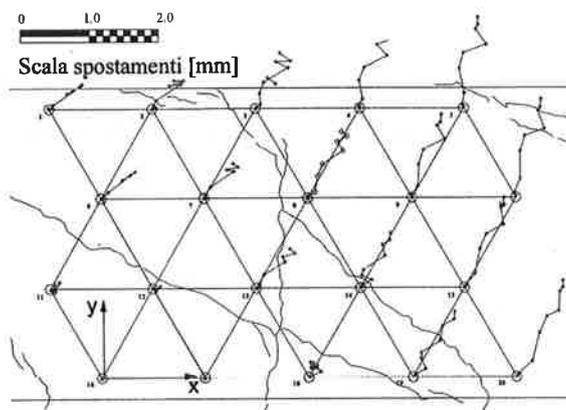


Figura 18 - Trave TR1: spostamenti dei punti del reticolo (zona D).

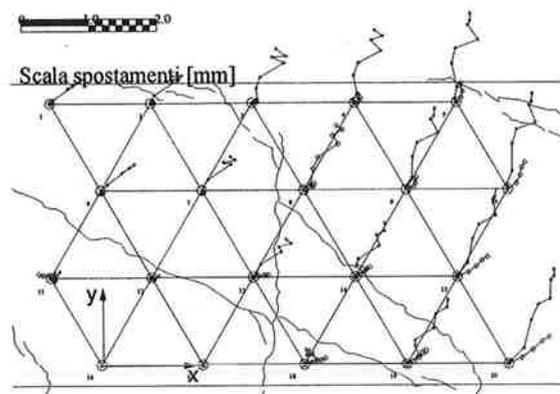


Figura 19 - Trave TR1: spostamenti dei punti nelle zone C e D per valori uguali di momento.

Come già accennato il comportamento dell'anima della trave è complesso per la formazione di fessure aventi direzione variabile al crescere delle sollecitazioni e che si sovrappongono ad altre preesistenti.

A titolo di esempio la figura 20 rappresenta il quadro

fessurativo della zona F della trave TR6 in cui inizialmente si è formata la fessura verticale CD e successivamente, al crescere del carico, la fessura inclinata AB.

Nei diagrammi delle figure 21 e 22 sono riportate per diversi valori del carico di prova, l'andamento dell'apertura delle fessure e degli scorrimenti lungo le fessure AB e CD indicate in figura 20.

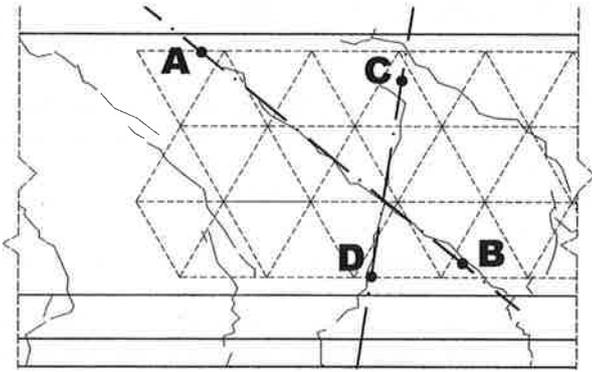


Figura 20 - Trave TR6: allineamenti AB e CD (zona F).

4.3 Deformazioni medie nell'anima delle travi

Nell'ambito di un solido fessurato, quale l'anima delle travi in c.a., le equazioni di congruenza non sono puntualmente verificate e le deformazioni ϵ e gli scorrimenti γ perdono di significato in corrispondenza delle fessure. E' tuttavia possibile parlare ancora di deformazione se intesa come valore medio lungo una direzione assegnata, riferita ad una variazione di lunghezza di una base sufficientemente estesa comprendente eventualmente più fessure. Con riferimento alle coordinate dei punti del reticolo di misura è possibile definire delle basi di misura diversamente orientate nell'intorno di una zona centrale di un campo dell'anima della trave. In figura 23 è riportato in un diagramma polare l'andamento delle deformazioni medie ϵ lungo direzioni diverse nella zona centrale del campo D della trave TR1 al variare del carico applicato. I risultati forniscono una indicazione dell'evoluzione delle direzioni principali della deformazione media al crescere delle sollecitazioni.

5. CONCLUSIONI

L'indagine svolta ha portato alla messa a punto di una metodologia sperimentale per il calcolo dello scorrimento medio γ_m e della curvatura media $1/r_m$, nonché delle deformazioni locali, in particolare quelle relative all'andamento, all'apertura e allo scorrimento delle fessure in funzione delle sollecitazioni calcolate di taglio e flessione.

L'interazione fra l'effetto di taglio e quello della flessione è stata messa in evidenza mediante alcuni diagrammi tracciati in funzione di M/T in cui appare:

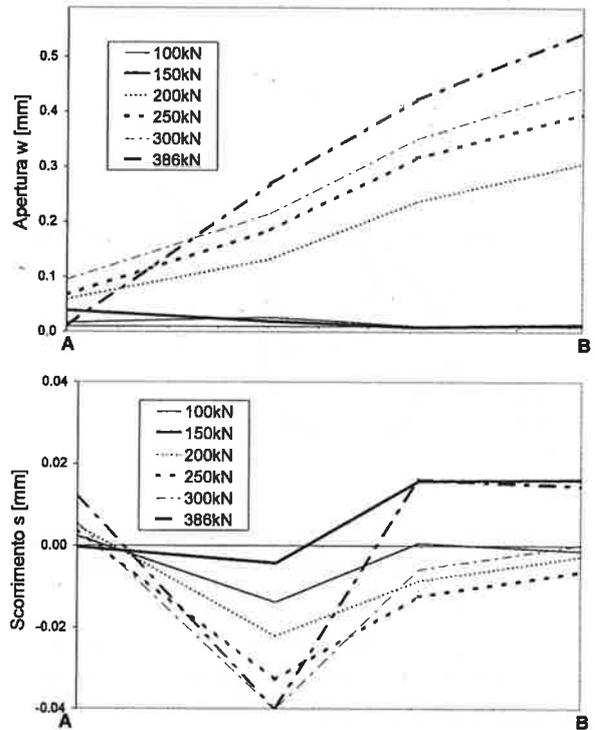


Figura 21 - Trave TR6: apertura e scorrimento lungo le fessure AB (zona F).

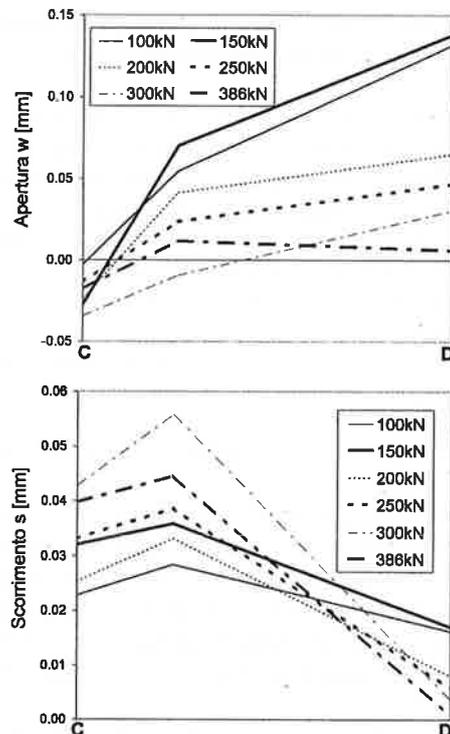


Figura 22 - Trave TR6: apertura e scorrimento lungo le fessure CD (zona F).

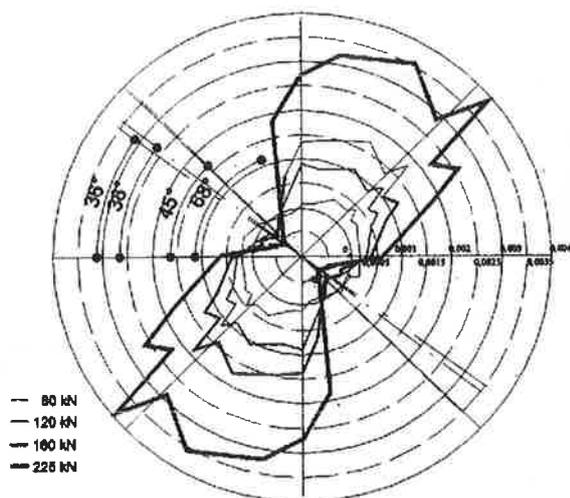


Figura 23 - Trave TR1: diagramma polare delle deformazioni relativo al centro della zona D.

- l'incremento delle deformazione del corrente teso e la riduzione della deformazione del corrente compresso rispetto a quello di flessione pura, al crescere della sollecitazione di taglio;
- l'influenza del taglio sul diagramma momento-curvatura media in cui si osserva un incremento della deformabilità al crescere del taglio. Questo aspetto che non è tenuto in conto in nessuna norma di calcolo [9, 10] ha una importanza non trascurabile in alcuni casi;
- l'influenza del momento sul diagramma taglio-scorrimento medio. Tale relazione non è presente nelle normative e, in genere, è quasi del tutto assente nella letteratura a causa delle difficoltà di valutazione sperimentale, della elevata complessità di modellazione e della molteplicità di fattori coinvolti.

L'analisi dei fattori che intervengono sul comportamento deve essere fatta partendo dalle deformazioni locali. Nella figura 19 sono posti a confronto gli spostamenti relativi dei punti di una zona d'anima soggetti, in un caso, a sola flessione e, nell'altro, a flessione e taglio: a parità di momento, si può notare la notevole influenza del taglio sugli spostamenti.

Dall'analisi effettuata è stato possibile ricavare altresì l'andamento dell'apertura e dello scorrimento delle fessure. Si è potuto osservare che alcune fessure, formati in una prima fase, tendono successivamente a richiudersi per la formazione di nuove fessure più inclinate che diventano predominanti fino al raggiungimento della rottura.

La modellazione del comportamento, che stiamo cercando di mettere a punto, richiede molte altre indagini sperimentali in cui diversi altri parametri devono essere fatti variare.

6 BIBLIOGRAFIA

- [1] DI PRISCO M., GAMBAROVA P., - 1995, Comprehensive model for study of shear in thin webbed RC and PC beams, ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 121, n° 12, 1995, 1822-1831.
- [2] NIELSEN M. P. - 1984, Limit analysis and concrete plasticity, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [3] COLLINS M.P. - 1978, Towards a rational theory for RC members in shear, Journal of structural division, ASCE, 104 (4), 649-666.
- [4] COLLINS M.P., MITCHELL, D. - 1980, Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams, J. Prestressed Concrete Institute, 25 (5), 32-100.
- [5] VECCHIO, F.J., COLLINS M.P. - 1986, The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, J. Am. Concrete Institute, 83 (2), 219-231.
- [6] PANG, X.-B.D, HSU, T.T.C. -1996, *Fixed-angle softened-truss model for reinforced concrete*. Struct. J. Am. Concrete Inst., 93(2).
- [7] MARRO, P., -1987, *Bending and shear tests up to failure of beams made with high-strength concrete*. Proc., Symp. On Utilisation of High Strength Concrete, J. Holand and S. Helland, eds., Tapir Publishing Co., Trondheim, Norway.
- [8] REGAN, P.E., REZAI-JORABI, H. - 1988, The shear resistance of reinforced concrete beams, Studi e Ricerche, Vol. 9, Milan Univ. Of Technol., Milan, Italy, 305-321.
- [9] EUROCODE No. 2. - 1991, Design of concrete structures, part 1: General rules and rules for building. . Thomas Telford, London.
- [10] C.E.B. - Fédération International de la Précontrainte (FIP), - 1993, Model Code 1990, Thomas Telford, London.
- [11] C.E.B., - 1999, Biaxial behavior of cracked reinforced concrete, Fib bulletin 1: Structural Concrete – Textbook on behavior, design and performance, vol. 1, 213-224
- [12] ASCE-ACI COMMITTEE 445 ON SHEAR AND TORSION - 1998, Recent approaches to shear design of structural concrete, Journal of structural division, ASCE, 124 (12), 1375-1417.
- [13] DEBERNARDI P.G., TALIANO M. - 1998, Valutazione della rigidezza a taglio di travi in calcestruzzo armato mediante misure sperimentali, Atti del 12° Congresso del Collegio dei Tecnici della Industrializzazione Edilizia, Padova, 5-7 novembre 1998, 47-56.