

## **ASPETTI TEORICI, PROGETTUALI E NORMATIVI**

**Presidente di sessione:     prof.ing. Bruno PALAZZO**

**Relatore generale:         prof.ing. Edoardo COSENZA**

# RESISTENZA E DUTTILITÀ DI TRAVI INFLESSE DI CALCESTRUZZO AD ALTA RESISTENZA ED AUTOCOMPATTANTE

**Franco Angotti<sup>1</sup>, Luciano Galano<sup>1</sup>, Andrea Vignoli<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università di Firenze

## SOMMARIO

La memoria illustra i risultati di prove di carico statiche di laboratorio su cinque travi inflesse realizzate con calcestruzzi ad alta resistenza (HSC) ed autocompattanti (SCC). Le travi sono state provate con lo schema di carico a flessione su quattro punti, in regime monotono. La resistenza cilindrica a compressione dei calcestruzzi oggetto delle prove è variabile tra 40 e 115 N/mm<sup>2</sup>. L'attenzione è focalizzata sulla resistenza flessionale e sulla duttilità delle travi, confrontando i risultati per i diversi tipi di calcestruzzo utilizzati. Nella sostanza, le prove hanno mostrato che le travi di calcestruzzo SCC forniscono risultati molto simili alle travi di calcestruzzo tradizionale vibrato, sia in termini di proprietà meccaniche, sia in termini di quadro fessurativo.

## SUMMARY

Data on experimental tests on five reinforced concrete beams made of high strength concrete (HSC) and self-consolidating concrete (SCC) are presented in this paper. The beams have been subjected to flexural tests with testing load applied according to the four points scheme, using a monotonic loading. The cylindrical compressive strength of concrete varies from 40 to 115 N/mm<sup>2</sup>. Results in terms of flexural strength and ductility level are presented and discussed, according to the different types of concrete. Overall, the experimental tests show that the strength and the ductility of SCC beams and HSC beams are comparable. Furthermore, small differences have been detected in terms of cracking patterns and types of damage.

## 1. INTRODUZIONE

Nell'ambito dell'evoluzione della tecnologia del calcestruzzo, già da molti anni si producono materiali di caratteristiche meccaniche e prestazioni superiori a quelle del calcestruzzo tradizionale. I calcestruzzi ad alta resistenza, indicati con la sigla HSC (high strength concrete) ed i calcestruzzi autocompattanti, indicati con la sigla SCC (self-consolidating concrete), sono due esempi di calcestruzzo di caratteristiche diverse da quelle del calcestruzzo ordinario. Gli HSC sono calcestruzzi con resistenza cubica a compressione indicativamente superiore a 75 N/mm<sup>2</sup>; i calcestruzzi autocompattanti sono calcestruzzi che consentono il getto senza le operazioni di vibrazione meccanica, con vantaggi sia economici, sia operativi [1, 2]. Nell'ambito dello studio delle proprietà meccaniche di questi materiali la sperimentazione di laboratorio assume un ruolo di notevole rilievo [3, 4 e 5].

La presente memoria illustra i primi risultati di una serie di prove sperimentali di laboratorio su travi di calcestruzzo HSC ed SCC soggette a flessione su quattro punti fino a collasso, con applicazione del carico sia di tipo monotono, sia di tipo ciclico. Il programma sperimentale comprende, in totale, quindici travi, di lunghezza e sezione costanti, che sono state realizzate, in gruppi di tre, con cinque diverse miscele di calcestruzzo, di cui due miscele ad alta resistenza e tre miscele

autocompattanti. La prima trave di ciascun gruppo è stata sottoposta a prova di carico a flessione monotona, le due travi successive sono state provate in regime ciclico, utilizzando lo stesso assetto sperimentale, con applicazione del carico variabile tra zero ed un valore massimo positivo, controllato dalla deformazione flessionale, senza inversione di segno. Nel seguito si illustrano i principali risultati ottenuti con le prove monotone.

Scopo principale dell'investigazione è verificare se, per questo tipo di sollecitazione e per questi calcestruzzi, la resistenza e la duttilità delle travi di calcestruzzo autocompattante sono simili a quelle delle travi di calcestruzzo tradizionale vibrato.

## 2. PROGRAMMA SPERIMENTALE

### 2.1 Travi

Le travi oggetto della sperimentazione hanno una lunghezza di 2400 mm e una sezione rettangolare costante di area  $b \times h = 150 \times 200$  mm<sup>2</sup>. Esse sono armate, inferiormente, con 4 barre di acciaio da c.a. ad aderenza migliorata, 2  $\phi$  10 e 2  $\phi$  12 mm di diametro e superiormente con 3 barre  $\phi$  10 mm; la percentuale di armatura tesa risulta quindi  $\rho_s = A_s / (b \times h) = 0.0128$ , con  $A_s$  l'area dell'armatura metallica tesa. La Figura 1 illustra, in dettaglio, le armature metalliche delle travi.

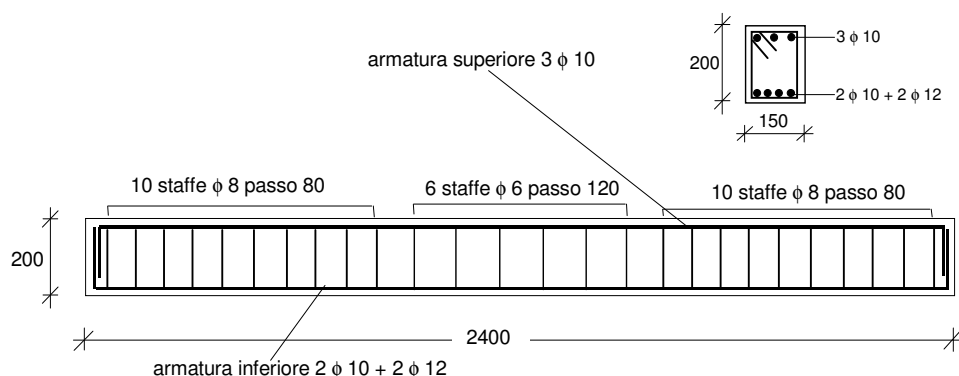


Figura 1 – Dimensioni e armature metalliche delle travi oggetto della sperimentazione (misure in mm)

Per ottenere un meccanismo di rottura a flessione nella parte centrale delle travi, l'armatura trasversale nelle zone laterali è stata realizzata con staffe rettangolari di diametro 8 mm disposte a passo 80 mm, mentre nella zona centrale sono state disposte staffe di 6 mm di diametro con passo 120 mm. Le staffe sono ancorate all'interno del calcestruzzo con piegature a 135° di opportuna lunghezza.

## 2.2 Materiali e realizzazione delle travi

Le travi, in totale 15, sono state realizzate con 5 diverse miscele di calcestruzzo: le miscele ad alta resistenza HSCB e HSCC rappresentano calcestruzzi vibrati di resistenza cilindrica nominale a compressione a 28 giorni di maturazione di 80 e 100 N/mm<sup>2</sup>, le miscele SCCE, SCCF ed SCCG sono calcestruzzi autocompattanti di resistenza cilindrica pari a 80, 95 e 40 N/mm<sup>2</sup>, rispettivamente. La dimensione massima degli aggregati utilizzati in questi calcestruzzi è 10 mm ad eccezione della miscela SCCG, nella quale si sono impiegati aggregati fino a 15 mm di diametro. La Tabella 1 contiene i dettagli della composizione delle differenti miscele. Per le miscele HSCC, SCCE ed SCCF sono stati utilizzati i fumi di silice e per le tutte le miscele autocompattanti è stato previsto un agente viscoso per ottenere la necessaria fluidità allo stato fresco.

Con ciascuna miscela di calcestruzzo sono state realizzate tre travi, indicate con le sigle T1, T2 e T3 (ad esempio HSCB-T1, HSCB-T2 e HSCB-T3 sono le travi di calcestruzzo HSCB). Le cinque travi della serie T1, oggetto della presente memoria, sono state soggette a prova monotona, le altre travi a prova di carico di tipo ciclico. Per la realizzazione si sono utilizzate casseforme metalliche e maturazione in ambiente a temperatura e umidità controllate per due giorni; in seguito, rimosse le casseforme, le travi sono state soggette alle condizioni ambientali presenti nel laboratorio, fino all'età delle prove. Il copriferro netto, misurato all'esterno del bordo della staffa, è risultato di circa 20 mm per le travi SCCG e 16 mm per le altre travi.

Le proprietà meccaniche del calcestruzzo all'età delle prove, determinate come valori medi su tre provini, sono riportate nella Tabella 2.  $f_{c,cyl}$  è la resistenza cilindrica a compressione (provini di 200 mm di altezza e 100 mm di diametro),  $f_{c,cubic}$  la resistenza cubica (provini di lato 100 mm),  $f_r$  la resistenza a trazione per flessione ed  $E_{cs}$  il modulo secante a compressione [6]. La resistenza cilindrica del calcestruzzo

SCCG non è stata determinata. Nel seguito, per tale resistenza si è assunto, convenzionalmente, il valore  $f_{c,cyl} = 0.83 f_{c,cubic} = 40.16 \text{ N/mm}^2$ .

Le proprietà meccaniche dell'acciaio sono state determinate con prove di trazione monoassiale su un minimo di tre provini per ciascun diametro utilizzato, ottenendo i valori medi riportati nella Tabella 3. Il significato dei simboli è il seguente:  $f_{sy}$  è la tensione media di snervamento,  $f_{su}$  è la tensione media di rottura e  $A_5$  è l'allungamento percentuale medio a rottura.

Tabella 1 – Composizione e proprietà dei calcestruzzi allo stato fresco

Miscela	HSCB	HSCC	SCCE	SCCF	SCCG
Tipo di cemento	I 52.5 R	I 52.5 R	I 52.5 R	I 52.5 R	II/A-LL 42.5 R
Acqua, kg/m <sup>3</sup>	139	130	138	155	200
Cemento, kg/m <sup>3</sup>	537	594	517	609	340
Silica-fume, kg/m <sup>3</sup>		21	43	43	140 (filler)
Sabbia I, kg/m <sup>3</sup>	300	292	302	278	620 (0-3 mm)
Sabbia II, kg/m <sup>3</sup>	527	511	517	481	440 (0-12 mm)
Aggregati, kg/m <sup>3</sup> (d = 0 - 5 mm)	207	208	215	203	
Aggregati, kg/m <sup>3</sup> (d <sub>max</sub> = 10 mm)	734	709	722	673	710 (8-15 mm)
Superplasticiz. kg/m <sup>3</sup>	7.0	11.7	11.3	13.3	3.5
Viscofluid, kg/m <sup>3</sup>			0.43	0.32	1.0
Slump, mm	260	280	750*	800*	650*
Aria, %	1.2	1.0	0.3	0.3	-
A/C	0.26	0.22	0.27	0.25	0.59
A/(C+SF)	0.26	0.21	0.25	0.24	0.42
Densità, kg/m <sup>3</sup> (stato fresco)	2448	2466	2412	2420	-

\* Prova di slump flow

Tabella 2 – Proprietà dei calcestruzzi all'età delle prove

Calcestruzzo	$f_{c,cyl}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_{c,cubic}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_r$ N/mm <sup>2</sup>	$E_{cs}$ N/mm <sup>2</sup>
HSCB	86.95	101.34	11.27	39971
HSCC	113.32	130.50	10.78	49810
SCCE	88.83	110.72	10.90	40351
SCCF	100.11	121.64	9.76	42654
SCCG	-	48.38	8.58	29998

Tabella 3 – Proprietà delle armature metalliche

Tutte le travi eccetto SCCG			
Diametro	$f_{sy}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_{su}$ N/mm <sup>2</sup>	A <sub>5</sub> %
φ 6	604.1	638.4	10.9
φ 8	549.3	614.1	25.9
φ 10	519.7	619.8	25.7
φ 12	541.3	641.7	22.2
Travi SCCG			
Diametro	$f_{sy}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_{su}$ N/mm <sup>2</sup>	A <sub>5</sub> %
φ 6	642.5	657.5	10.2
φ 8	603.9	627.3	18.8
φ 10	501.5	579.4	29.3
φ 12	555.1	652.70	23.1

### 2.3 Apparato sperimentale

La Figura 2 illustra l'apparato sperimentale utilizzato per le prove di carico. Il carico P è applicato da un attuatore idraulico MTS avente una capacità massima di 350 kN. Attraverso una trave metallica il carico è riportato sulla trave in due punti simmetrici rispetto alla mezzeria e posti a distanza di 700 mm, lunghezza della zona centrale della trave soggetta a momento flettente costante. La luce di taglio ha una lunghezza di 750 mm. Una serie di piastre di acciaio di ripartizione con interposti rulli cilindrici realizzano gli appoggi laterali e quelli intermedi.

Tre trasduttori di spostamento verticali, F1, F2 ed F3, sono stati impiegati per la misura della freccia in mezzeria e dei cedimenti degli appoggi.



Figura 3 – Una trave prima della prova di carico

Un estensimetro di tipo ad “omega” è posto all’estradosso della trave, in mezzeria, per la misura della deformazione del calcestruzzo nella zona compressa (D1). La strumentazione di misura è completata, infine, da una catena di 5 tastatori (Ts1, Ts2, Ts3, Ts4 e Ts5) per monitorare la fessurazione della trave all’intradosso e per valutare la curvatura media nella zona centrale a momento flettente costante. Le prove sono state condotte controllando la velocità di avanzamento della corsa dell’attuatore; nelle prove monotone tale velocità è stata di circa 3 mm/min. La Figura 3 illustra una trave prima della prova di carico. Sono visibili la parte inferiore dell’attuatore, il trasduttore F1, l’estensimetro ad “omega” all’estradosso e la catena di misura all’intradosso della trave.

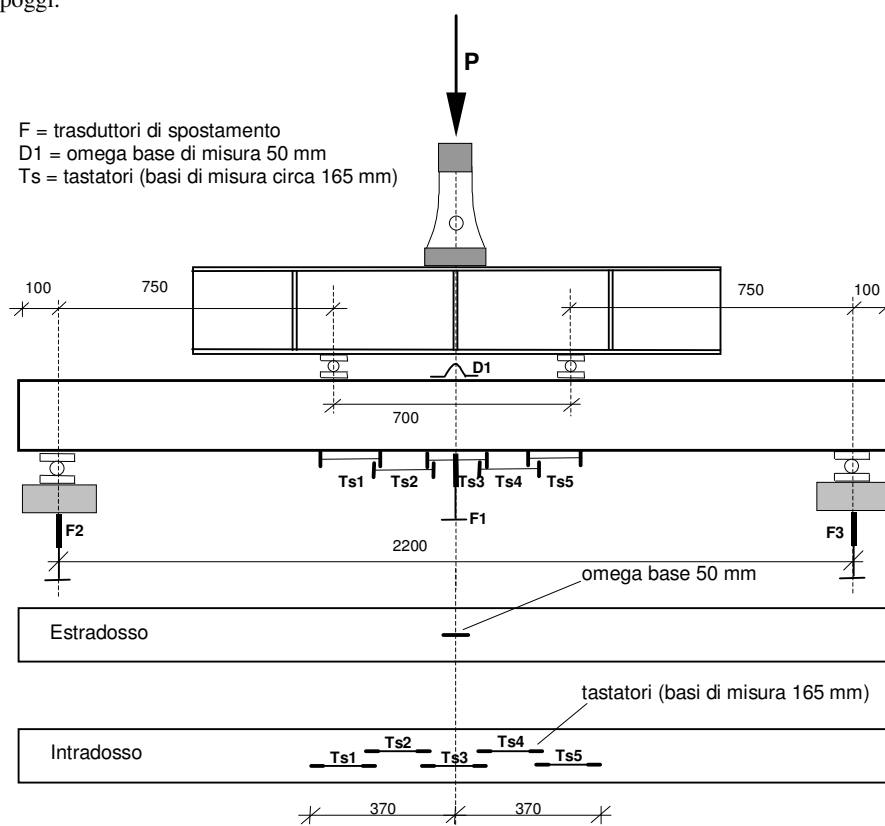


Figura 2 – Apparato sperimentale e strumentazione di misura (misure in mm)

### 3. RISULTATI DELLE PROVE MONOTONE

#### 3.1 Relazione carico – freccia

Le prove monotone sono state condotte fino al raggiungimento di una freccia  $d$  in mezzeria di circa 80 mm, essendo  $d$  l'abbassamento misurato dal trasduttore F1 depurato del cedimento degli appoggi della trave. Per tale valore dello spostamento, seppur fissato in modo convenzionale, le travi hanno manifestato un significativo stato di danneggiamento con l'espulsione del copriferro all'estradosso.

Utilizzando la relazione carico – freccia è possibile definire una serie di grandezze caratteristiche del comportamento delle travi inflesse (Fig. 4): il carico di prima fessurazione  $P_{cr}$ , corrispondente alla comparsa delle prime fessure all'intradosso della trave, il carico di snervamento  $P_y$ , il carico massimo  $P_{max}$  ed il carico ultimo  $P_u$ . Nel presente studio la freccia  $d_y$  allo snervamento ed il corrispondente carico  $P_y$  sono stati determinati applicando la cosiddetta regola dei  $\frac{3}{4}$  (Fig. 4), mentre lo spostamento ultimo  $d_u$  è convenzionale e corrisponde al massimo valore applicato prima di arrestare la prova.

Tutte queste grandezze e le curve carico – freccia ottenute nelle prove monotone sono riportate nelle Tabelle 4 e 5 e nelle Figure 5 e 6. In tutte le cinque prove l'andamento tipico della curva carico – freccia presenta un primo tratto lineare fino al carico di prima fessurazione, seguito da un secondo tratto, ancora pressoché lineare, fino al punto di snervamento dell'armatura metallica tesa. Il successivo tratto di incrudimento ha termine con l'espulsione del copriferro nella zona compressa, che corrisponde ad una perdita di carico improvvisa. Ad esempio, per la trave SCCG-T1 (Fig. 5) il copriferro è stato espulso in due fasi successive, ravvicinate tra loro. Per le quattro miscele di calcestruzzo ad alta resistenza, sia vibrato, sia autocompattante, i carichi  $P_y$  e  $P_{max}$  sono molto simili; differenze, seppur limitate, si evidenziano per il carico di prima fessurazione. Dette travi mantengono, allo stato ultimo, una capacità residua di carico pari ad almeno  $0.85 P_{max}$ , con duttilità  $d_u/d_y$  di circa 6. L'andamento delle curve  $P - d$  adimensionalizzate (Fig. 6) differisce per le quattro travi soltanto nella parte finale in cui inizia il danneggiamento. La trave di calcestruzzo autocompattante di resistenza ordinaria (SCCG-T1) ha prodotto valori inferiori del carico di prima fessurazione e del carico massimo; anche la duttilità e la capacità residua di carico, allo stato ultimo, sono risultate inferiori ai valori ottenuti per le travi di calcestruzzo ad alta resistenza.

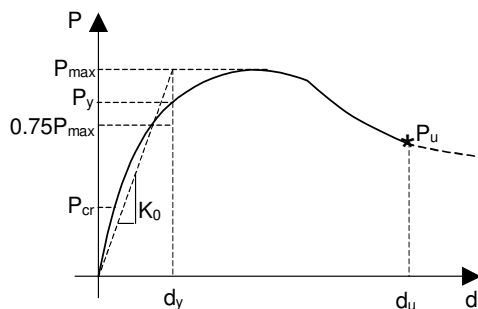


Figura 4 – Prove monotone: definizione del punto di snervamento

Dalla Tabella 4 si osserva che il momento flettente sperimentale allo snervamento  $M_y$  è molto vicino al momento resistente ultimo teorico  $M_{ru}$ , determinato applicando l'Eurocodice 2 [7] con le resistenze effettive dei materiali ed utilizzando, per il calcestruzzo, la legge parabola-rettangolo e, per l'acciaio, il legame elastico perfettamente plastico con soglia di snervamento  $f_{sy}$ .

Tabella 4 – Risultati delle prove monotone

TRAVE	$P_{cr}$ kN	$P_y$ kN	$P_{max}$ kN	$M_y$ kNm	$M_{ru}$ kNm
HSCB-T1	24.04	93.26	107.06	34.97	33.44
HSCC-T1	20.00	92.86	103.34	34.82	34.09
SCCE-T1	18.80	93.92	103.22	35.22	33.48
SCCF-T1	23.02	95.50	101.92	35.81	33.75
SCCG-T1	12.52	84.94	95.64	31.85	31.01

Tabella 5 – Risultati delle prove monotone

TRAVE	$K_0$ kN/mm	$d_y$ mm	$d_u/d_y$	$P_u/P_{max}$
HSCB-T1	7.82	13.7	5.9	0.89
HSCC-T1	7.64	13.5	5.9	0.91
SCCE-T1	7.58	13.6	5.9	0.85
SCCF-T1	7.97	12.8	6.6	0.92
SCCG-T1	6.33	15.1	4.5	0.73

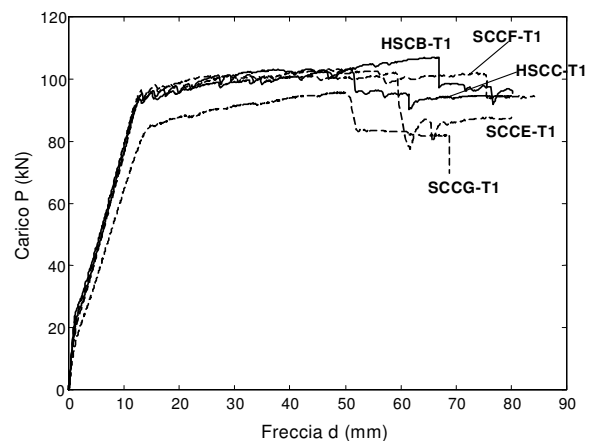


Figura 5 – Prove monotone: carico  $P$  in funzione della freccia  $d$

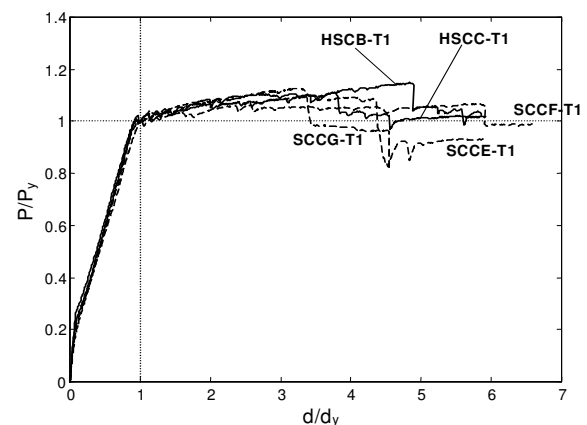


Figura 6 – Prove monotone: carico  $P$  in funzione della freccia  $d$  adimensionalizzata rispetto a  $P_y$  e a  $d_y$

### 3.2 Relazione momento – curvatura

La misura della deformazione del calcestruzzo compresso all'estradosso  $\varepsilon_c$  è stata ottenuta fino all'inizio della fase di espulsione del copriferro, in corrispondenza della quale lo strumento D1 cessa di funzionare. La deformazione all'intradosso nella zona centrale della trave a momento costante  $\varepsilon_t$  è stata ottenuta come il valore "medio" delle deformazioni misurate dai 5 strumenti della catena di misura. Trattasi quindi di un valore equivalente, che comprende sia le zone di calcestruzzo non fessurato, sia il contributo delle fessure stesse. Con tali misure è possibile ottenere la curvatura "media"  $\chi$  della trave nella zona centrale con la seguente relazione:

$$\chi = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_t}{h} \quad (1)$$

in cui  $h$  è l'altezza totale della trave.

Tipici andamenti delle deformazioni in funzione del tempo sono mostrati nella Figura 7 per le travi HSCB-T1 e SCCE-T1. Prima dello snervamento gli andamenti sono praticamente coincidenti; nella seconda parte delle prove, fino allo spalling del calcestruzzo, le differenze sono comunque molto contenute. Questo risultato evidenzia che il comportamento deformativo della trave di calcestruzzo autocompattante è sostanzialmente coincidente con quello della trave di calcestruzzo vibrato. Ciò è anche confermato dalla Figura 8 in cui la relazione momento – curvatura è confrontata per le 5 prove monotone. Prima del fenomeno di espulsione del copriferro, avvenuto per valori della curvatura compresi tra  $1.6$  e  $2.0 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ , il momento flettente, per le travi ad alta resistenza, è pressoché indipendente dalla miscela di calcestruzzo, e risulta, come già visto, sensibilmente inferiore per la trave SCCG-T1, di calcestruzzo di resistenza ordinaria.

### 3.3 Quadri di danneggiamento e fessurativi

La Figura 9 mostra l'immagine della zona centrale delle travi alla fine delle prove. La parte di calcestruzzo soggetta ad espulsione è relativamente estesa per le travi SCCG-T1 e SCCE-T1, risulta più limitata per le travi HSCB-T1 e SCCF-T1 ed assume dimensioni intermedie per la trave HSCB-T1. Il fenomeno dello spalling appare quindi legato alla resistenza del calcestruzzo. Non si evidenziano, invece, differenze di rilievo tra calcestruzzi vibrati ed autocompattanti.

Anche l'esame dei quadri fessurativi conferma quanto osservato per il danneggiamento in zona compressa. I due quadri fessurativi che differiscono più marcatamente sono quello della trave SCCG-T1 con la resistenza del calcestruzzo più bassa e quello della trave HSCB-T1 con la resistenza più alta.

Nel primo caso si sono ottenute, fin dalle prime fasi della prova, numerose fessure diffuse in tutta la zona a momento costante, con spaziatura media di circa 110 mm, fessure che, nello stato ultimo, hanno raggiunto l'ampiezza di qualche mm. Nel secondo caso, prima dello snervamento sono comparse soltanto due fessure e, anche dopo tale istante, il quadro fessurativo è rimasto concentrato in una zona di lunghezza di circa 40 cm a destra della sezione di mezzzeria. Anche l'ampiezza delle fessure più evidenti è rimasta limitata.

Quadri fessurativi intermedi si sono osservati per le altre tre travi, confermando, nella sostanza, una maggiore fragilità e concentrazione del danno per i calcestruzzi ad alta resistenza.

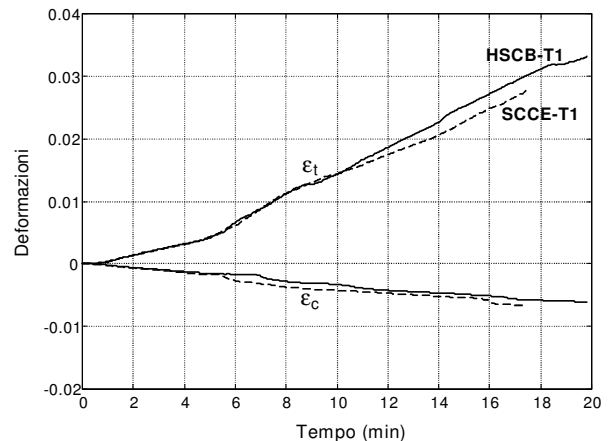


Figura 7 – Prove monotone: deformazioni all'estradosso ( $\varepsilon_c$ ) e all'intradosso ( $\varepsilon_t$ ) nelle travi HSCB-T1 e SCCE-T1

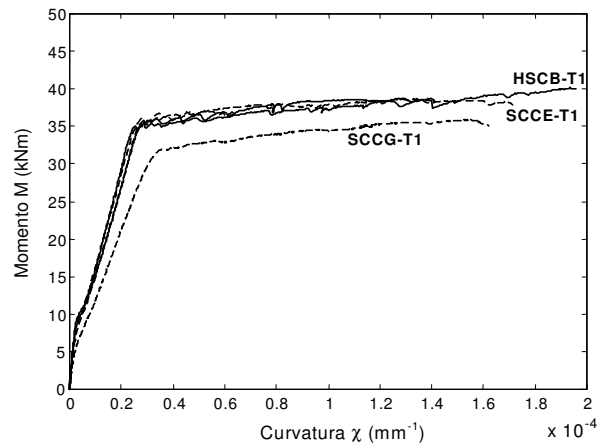


Figura 8 – Prove monotone: momento  $M$  in funzione della curvatura  $\chi$

## 4. CONCLUSIONI

I primi risultati della campagna sperimentale su quindici travi di calcestruzzo ad alta resistenza ed autocompattante, relativi a cinque prove di tipo monotono, hanno chiaramente evidenziato che, sia la resistenza ultima sia la duttilità di travi inflesse di calcestruzzo SCC sono sostanzialmente coincidenti con le stesse proprietà meccaniche delle travi di calcestruzzo vibrato, a parità di resistenza del calcestruzzo. Questa conclusione è basata sui valori del carico di snervamento, del carico massimo, delle deformazioni ai due lembi estremi della sezione della trave inflessa e, quindi, della curvatura media. Differenze più marcate sono state osservate in termini di quadri fessurativi e di danneggiamento; si è tuttavia chiaramente rilevato che esse sono imputabili alla diversa resistenza a compressione del calcestruzzo e non alla proprietà di autocompattabilità.

Il risultato deve essere anche ragionevolmente interpretato considerando che le travi oggetto della sperimentazione sono "debolmente armate" ed hanno quindi un comportamento flessionale prevalentemente influenzato dalla capacità dell'acciaio. La ricerca sarà completata con l'esame dei risultati delle prove cicliche sulle stesse travi.



HSCB-T1



HSCC-T1



SCCE-T1



SCCF-T1



SCCG-T1

Figura 9 – Zona centrale delle travi dopo la prova monotona (per chiarezza sono state evidenziate le principali fessure)

#### RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato svolto con il contributo finanziario del Ministero per l'Università e la Ricerca (Mi.U.R.) (PRIN/2003). Gli autori ringraziano la MAPEI S.p.A. di Milano, la RDB Centro S.p.A. di Stabbia (FI) e la Larco Astori S.p.A. di Carvico (BG) per la progettazione del mix-design dei calcestruzzi e la realizzazione delle travi.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] ACI COMMITTEE 237 (2003) - Emerging Technology Series on Self-Consolidating Concrete, *American Concrete Institute*, Farmington Hills, MI, USA.
- [2] EFNARC (2002) - Specification and Guidelines for Self-Compacting Concrete, *European Federation of National Trade Associations*, Surrey, UK.
- [3] ANGOTTI, F., GALANO, L., GIORDANO, S., VIGNOLI, A. (2005) - Assessment of structural performance of SCC and HSC little-size slender columns via experimental tests, *Proceedings of 1<sup>st</sup> International Symposium on Design, Performance and Use of Self-Consolidating Concrete, SCC'2005*, - China, Changsha, Hunan, China, 26-28 May, 2005, Ed. Zhiwu Yu, Caijun Shi, Kamal Henri Khayat and Youjun Xie, RILEM Publication s.a.r.l. PRO 42, ISBN 2-912143-61-6, Supplement paper, 1-10.
- [4] ANGOTTI, F., GALANO, L., MAIO, M., VIGNOLI, A. (2006) - Fatigue Behaviour of Self-Compacting Concrete under Uniaxial Compression Cyclic Loading, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International FIB Congress (Fédération Internationale du Béton)*, Naples, Italy, 5-8 June, 2006, Electronic publication on CD-Rom, paper ID 13-23, Editorial coordination doppiavoce.
- [5] ANGOTTI, F., GALANO, L., MAIO, M., VIGNOLI, A. (2006) - Structural Behaviour of HSC and SCC Slender Columns: Experimental Tests and Comparison with Simplified Design Methods, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International FIB Congress (Fédération Internationale du Béton)*, Naples, Italy, 5-8 June, 2006, Electronic publication on CD-Rom, paper ID 13-45, Editorial coordination doppiavoce.
- [6] UNI 6556 (1976) - Prove sui calcestruzzi. Determinazione del modulo elastico secante a compressione.
- [7] UNI-EN 1992-1-1 (2005) - Progettazione delle strutture di calcestruzzo armato - Parte 1-1: Regole generali e regole per edifici, November 2005.

# IL COMPORTAMENTO A LUNGO TERMINE DEI MATERIALI COMPOSITI FIBRORINFORZATI: UN MODELLO MICROMECCANICO

Luigi Ascione, Valentino Paolo Berardi, Anna D'Aponte

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

## SOMMARIO

La memoria presenta un modello costitutivo in grado di prevedere, nell'ambito della viscoelasticità lineare, il comportamento viscoso dei laminati compositi fibrorinforzati a partire da quello delle singole fasi costituenti. Il modello è basato su un approccio di tipo micromeccanico e su una schematizzazione del comportamento differito delle singole fasi mediante modelli reologici a quattro parametri. Viene ipotizzata la perfetta adesione tra matrice e fibre. Nella memoria è anche fornita una validazione del modello proposto, comparando i risultati teorici da esso desumibili con quelli sperimentali presenti in letteratura e relativi a prove di *creep* sia su FRP che sulle singole fasi costituenti.

## SUMMARY

In this paper the authors present a mechanical model, able to predict the viscous behaviour of FRP laminates in the field of linear viscoelasticity, starting from that of matrices and fibers. It is based on a micromechanical approach supposing the perfect adhesion between matrix and fiber. The phases long term behaviour is described by four parameters rheological laws. A validation of the model is also developed matching the predicted behaviours with the experimental ones available in literature.

## 1. INTRODUZIONE

L'impiego dei materiali compositi fibrorinforzati (FRP, *Fiber Reinforced Polymer*) nel campo dell'Ingegneria Civile è andato progressivamente crescendo nell'ultimo decennio. Soprattutto, tali materiali risultano particolarmente attrattivi nei problemi di consolidamento strutturale.

In tale ambito, mentre il comportamento a rottura degli FRP risulta ampiamente indagato da numerosi ricercatori di tutto il mondo, non altrettanto può dirsi per quello a lungo termine.

Gli studi sperimentali disponibili in letteratura si riferiscono essenzialmente a materiali compositi utilizzati nei settori meccanico, aeronautico e navale. Pochissime sono, invece, le sperimentazioni condotte sui materiali compositi confezionati specificamente per l'Ingegneria Civile [1, 2]. Soprattutto con riferimento al fenomeno del *creep* secondario, la cui evoluzione coincide generalmente con la vita utile della struttura rinforzata.

Si motiva pertanto l'interesse ad indagare sul comportamento reologico dei compositi utilizzati in campo civile.

I polimeri, e di conseguenza anche gli FRP, possono presentare effetti viscosi non trascurabili che, potenzialmente, possono nel tempo pregiudicarne le caratteristiche meccaniche.

Il problema è strettamente connesso alle proprietà viscoso delle matrici polimeriche, nelle quali la natura stessa del legame molecolare è causa di una naturale tendenza ad un continuo scorrimento anche sotto l'azione di un carico costante.

L'importanza di valutare le variazioni dello stato tensionale a carico degli elementi costituenti la membratura rinforzata (ad esempio nucleo di c.a. e rinforzo di FRP), caratterizzati da differenti proprietà reologiche, è giustificata dalla circostanza che potrebbero insorgere nel tempo fenomeni di migrazione delle tensioni dall'elemento con proprietà viscoso più marcate all'altro [3-5].

Sull'argomento le attuali linee guida disponibili in campo internazionale sulla progettazione di interventi di rinforzo con FRP, tra cui anche le recenti Istruzioni CNR-DT 200/2004 [6], consentono di tener conto dei fenomeni viscosi in maniera forfettaria attraverso l'introduzione di opportuni fattori riduttivi delle tensioni di progetto.

In tale contesto, si inserisce l'argomento della presente memoria in cui gli autori propongono un modello meccanico predittivo del comportamento viscoso di lamine di FRP a fibre lunghe a partire da quello delle due fasi costituenti

## 2. MODELLO MICROMECCANICO

Il modello meccanico consente di schematizzare il comportamento viscoso di lamine unidirezionali di FRP a fibre lunghe, sollecitate nella direzione delle fibre da una tensione normale,  $\sigma_0$ , costante (Fig. 1).

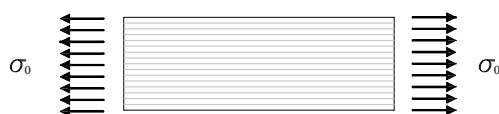


Figura 1 - Lamina unidirezionale di FRP



Le ipotesi di base del modello sono:

- perfetta aderenza tra i componenti, fibre e matrice;
- comportamento viscoelastico lineare dei componenti.

La seconda ipotesi è ampiamente giustificata dal valore esiguo della tensione di lavoro degli FRP nei consolidamenti strutturali, mai eccedente il 40% della tensione di rottura.

L'equilibrio e la congruenza impongono che ad ogni istante debbano essere soddisfatte le seguenti relazioni:

$$\sigma_0 = \sigma_m(t) \cdot V_m + \sigma_f(t) \cdot V_f, \quad (1)$$

$$\varepsilon_f(t) = \varepsilon_m(t), \quad (2)$$

nelle quali, rispettivamente,  $V_m$  e  $V_f$  sono le percentuali volumetriche di matrice e fibre;  $\sigma_m(t)$  e  $\varepsilon_m(t)$  sono i valori attuali della tensione e della deformazione normale nella matrice;  $\sigma_f(t)$  e  $\varepsilon_f(t)$  sono i valori attuali delle stesse quantità riferiti alle fibre.

L'ipotesi di comportamento viscoelastico lineare di matrice e fibre consente di scrivere:

$$\varepsilon_m(t) = \sigma_m(t_0) \cdot J_m(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{d\sigma_m(\tau)}{d\tau} \cdot J_m(t, \tau) d\tau, \quad (3)$$

$$\varepsilon_f(t) = \sigma_f(t_0) \cdot J_f(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{d\sigma_f(\tau)}{d\tau} \cdot J_f(t, \tau) d\tau, \quad (4)$$

dove  $J_m(t, \tau)$  e  $J_f(t, \tau)$  rappresentano, come è ben noto, le funzioni di viscosità dei due suddetti componenti e  $t_0$  è l'istante iniziale di applicazione della tensione  $\sigma_0$ .

L'espressione di tali funzioni sarà precisata nel prosieguo.

Per il tramite delle Equazioni 1, 3 e 4, l'Equazione 2 può essere riformulata come segue:

$$\frac{\sigma_0}{V_f} \cdot J_f(t, t_0) - \sigma_m(t) \cdot J^*(t, t) + \int_{t_0}^t \sigma_m(\tau) \cdot \frac{\partial J^*(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0, \quad (5)$$

avendo posto:

$$J^*(t, \tau) = \frac{V_m}{V_f} \cdot J_f(t, \tau) + J_m(t, \tau). \quad (6)$$

La 5 è un'equazione integro-differenziale (equazione di Volterra) nella funzione incognita  $\sigma_m(t)$ .

L'espressione di prosieguo attribuita alle suddette funzioni di viscosità consentirà di perseguire la risoluzione della 5 in forma chiusa con conseguenti vantaggi di tipo numerico.

## 2.1. Modello viscoso a quattro parametri

Si suppone che il comportamento viscoso di fibre e matrice sia assimilabile a quello di un modello reologico a quattro parametri del tipo di quello indicato in Figura 2.

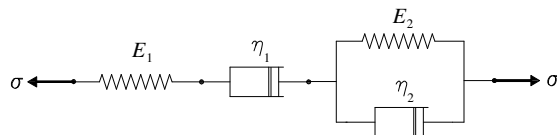


Figura 2 - Modello reologico a quattro parametri

Come è ben noto, tale modello è in grado di approssimare adeguatamente entrambi i fenomeni di creep primario e secondario (Fig. 3).

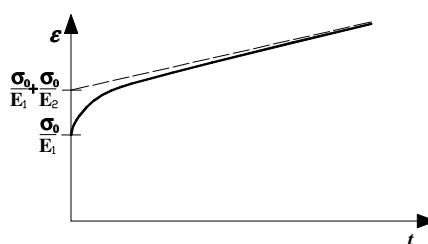


Figura 3 - Risposta del modello a quattro parametri per una prova di creep

Più precisamente, con i simboli indicati in Figura 2, la risposta deformativa da esso esibita sotto carico costante (prova di creep) è la seguente:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot \left[ \left( \frac{1}{E_1} + \frac{t-t_0}{\eta_1} \right) + \frac{1}{E_1} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(t-t_0)E_2}{\eta_2}} \right) \right]. \quad (7)$$

L'Equazione 7 può essere riscritta nella forma:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot \left[ c_1 + c_2 \cdot (t-t_0) + c_3 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(t-t_0)c_4}{c_3}} \right) \right]; \quad (8)$$

avendo posto:

$$c_1 = \frac{1}{E_1}, \quad c_2 = \frac{1}{\eta_1}, \quad c_3 = \frac{1}{E_2}, \quad c_4 = \frac{1}{\eta_2}. \quad (9)$$

Dalla 8 discende banalmente che l'espressione analitica della funzione di viscosità che compete al modello di Figura 2 è la seguente:

$$J(t, t_0) = [c_1 + c_2 \cdot (t-t_0)] + c_3 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(t-t_0)c_4}{c_3}} \right). \quad (10)$$

## 2.2. Soluzione dell'equazione di Volterra

Attribuendo alle funzioni di viscosità,  $J_m(t, \tau)$  e  $J_f(t, \tau)$ , l'espressione 10, l'Equazione 7 si può riscrivere nella forma:

$$\sigma_m(t) = h(t) + \int_{t_0}^t \sigma_m(\tau) \cdot k(t, \tau) d\tau, \quad (11)$$

in cui:

$$h(t) = \frac{1}{J^*(t, t_0)} \cdot \frac{\sigma_0}{V_f} \cdot J_f(t, t_0), \quad (12)$$

$$k(t, \tau) = \frac{\frac{\partial J_m(t, \tau)}{\partial \tau} + \frac{V_m}{V_f} \cdot \frac{\partial J_f(t, \tau)}{\partial \tau}}{J^*(t, \tau)}, \quad (13)$$

$$J_f(t, t_0) = [c_{1,f} + c_{2,f} \cdot (t - t_0)] + c_{3,f} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(t_0 - t) \cdot c_{4,f}}{c_{3,f}}} \right), \quad (14)$$

$$J_m(t, t_0) = [c_{1,m} + c_{2,m} \cdot (t - t_0)] + c_{3,m} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(t_0 - t) \cdot c_{4,m}}{c_{3,m}}} \right). \quad (15)$$

I coefficienti,  $c_{i,f}$  e  $c_{i,m}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), che specializzano nelle precedenti relazioni i coefficienti presenti nella 10, caratterizzano completamente il comportamento differito di fibre e matrice.

L'Equazione 11 può essere risolta con la tecnica ben nota della trasformata di Laplace:

$$L[\sigma_m(t)] = L[h(t)] + L\left[\int_{t_0}^t \sigma_m(\tau) \cdot k(t, \tau) d\tau\right]. \quad (16)$$

Assumendo  $t_0 = 0$  ed essendo evidentemente  $\sigma_m(t) = 0$  per  $t < t_0$  e  $k(t, \tau) = 0$  per  $t < \tau$ , il teorema della convoluzione consente di scrivere:

$$\begin{aligned} L\left[\int_0^t \sigma_m(\tau) \cdot k(t, \tau) d\tau\right] &= \\ &= L[\sigma_m(t)]L[k(t, \tau)] = \sigma_m(s) \cdot K(s), \end{aligned} \quad (17)$$

essendo  $\sigma_m(s)$  la trasformata di Laplace della funzione  $\sigma_m(t)$  e  $K(s)$  quella della funzione  $k(t, \tau)$ .

L'ulteriore introduzione della trasformata di Laplace della funzione  $h(t)$ ,  $H(s)$ , consente di ricavare dalla 16 la soluzione, nel campo complesso, dell'equazione integro-differenziale 5:

$$\sigma_m(s) = H(s) + K(s) \cdot \sigma_m(s). \quad (18)$$

L'antitrasformata di  $\sigma_m(s)$  fornisce, infine, la soluzione di quest'ultima equazione nel dominio del tempo:

$$\sigma_m(t) = L^{-1}[\sigma_m(s)]. \quad (19)$$

## 3. VALIDAZIONE DEL MODELLO

Il modello meccanico proposto è stato validato comparando il comportamento viscoso da esso deducibile con quello, disponibile in letteratura, di matrice, fibre e compositi fibrorinforzati.

In particolare, si è fatto riferimento alle sperimentazioni eseguite da R.D. Maksimov e E. Plume [7] e relative a prove di *creep* sia su lamine unidirezionali di AFRP (*Aramid Fiber Reinforced Polymer* – composito fibrorinforzato a base di fibre aramidiche) che sulle singole fasi costituenti. Le competenti proprietà meccaniche sono riportate nella Tabella 1, in cui i simboli  $f_{mu}$  e  $f_{fu}$  denotano, rispettivamente, le tensioni ultime di matrice e fibre.

Tabella 1 – Proprietà meccaniche della lamina di AFRP

$V_f$ [%]	$V_m$ [%]	$f_{mu}$ [MPa]	$f_{fu}$ [MPa]
50	50	68	3300

Mediante regressione dei dati sperimentali con le deformazioni da *creep* esibite dal modello a quattro parametri sono stati determinati, attraverso il metodo dei minimi quadrati, i coefficienti  $c_{i,f}$  e  $c_{i,m}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), caratteristici del comportamento differito di fibre e matrice.

Più precisamente, per quanto riguarda la matrice si sono utilizzati i dati sperimentali (Fig. 4) relativi ad una prova di *creep* sulla resina epossidica del tipo EDT-10 di Tabella 1, sotto la tensione  $\sigma_0 = 20.40$  MPa.

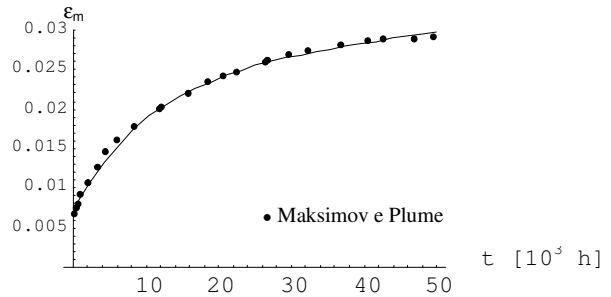


Figura 4 – Deformazioni differite nella resina epossidica ( $\sigma_0 = 20.40$  MPa)

Come risultato della regressione si sono ottenuti i seguenti valori di  $c_{i,m}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ):

$$\begin{aligned} c_{1,m} &= 346.997 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}, & c_{2,m} &= 6.210 \cdot 10^{-9} \text{ MPa}^{-1} \text{ h}^{-1}, \\ c_{3,m} &= 802.563 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}, & c_{4,m} &= 88.441 \cdot 10^{-9} \text{ MPa}^{-1} \text{ h}^{-1}. \end{aligned}$$

Per quanto riguarda invece le fibre, si sono utilizzati i dati sperimentali (Fig. 5) relativi ad una prova di *creep* sulle fibre aramidiche di Tabella 1 sotto la tensione  $\sigma_0 = 1650.00$  MPa.

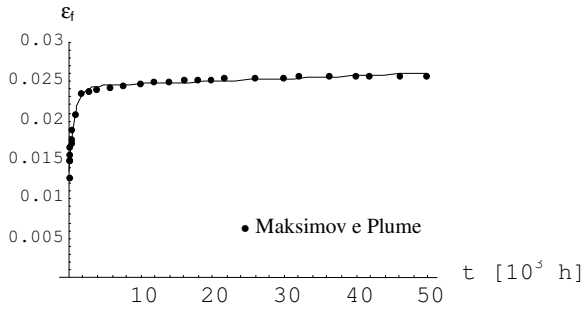


Figura 5 – Deformazioni differite nelle fibre aramidiche ( $\sigma_0 = 1650.00$  MPa)

Come risultato della regressione si sono ottenuti, in quest'altro caso, i seguenti valori di  $c_{i,f}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ):

$$c_{1f} = 8.132 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}, c_{2f} = 2.097 \cdot 10^{-11} \text{ MPa}^{-1} \text{ h}^{-1}, \\ c_{3f} = 6.623 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}, c_{4f} = 8.599 \cdot 10^{-9} \text{ MPa}^{-1} \text{ h}^{-1}.$$

Una volta determinati i valori dei coefficienti  $c_{i,f}$  e  $c_{i,m}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), le Equazioni 14 e 15 hanno consentito di predire il comportamento differito del composito laminato (Tabella 1) nel corso di una prova di *creep* sotto la tensione  $\sigma_0 = 700.00$  MPa. Nelle Figure 6, 7 e 8 sono riportati gli andamenti nel tempo della deformazione longitudinale,  $\epsilon$ , nonché, per completezza, quelli della tensione normale nella matrice,  $\sigma_m$ , e nelle fibre,  $\sigma_f$ .

In Figura 6, sono anche riportati i punti sperimentali ricavati da Maksimov e Plume, in ottimo accordo con la curva teorica (coefficiente di determinazione:  $R^2 = 0.76$ ).

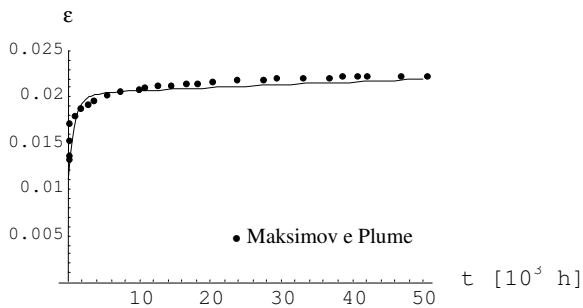


Figura 6 – Deformazioni differite nella lamina di AFRP ( $\sigma_0 = 700.00$  MPa)

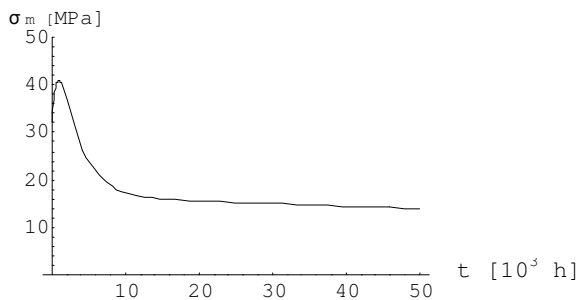


Figura 7 – Tensioni differite nella matrice

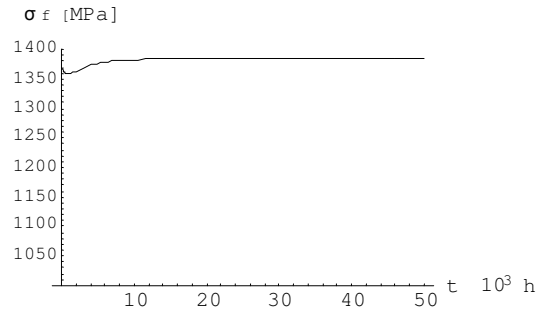


Figura 8 – Tensioni differite nelle fibre

L'analisi teorica è stata protratta fino a 50 anni, che rappresenta un tempo di osservazione di maggiore interesse per l'Ingegneria Civile.

I risultati, in termini di deformazioni (Figura 9), di tensioni nella matrice (Figura 10) e nelle fibre (Figura 11), sono di seguito presentati.

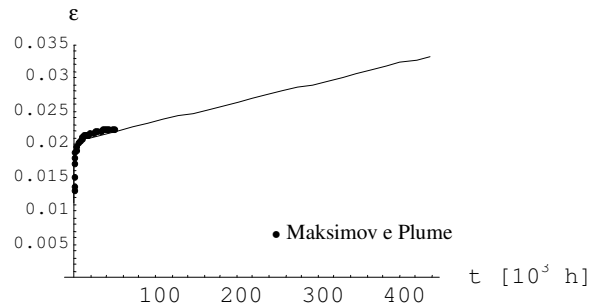


Figura 9 – Deformazioni differite nella lamina di AFRP

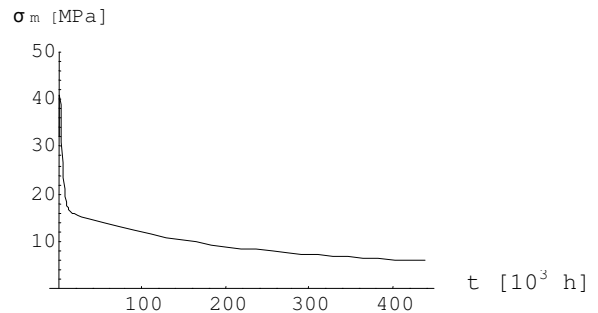


Figura 10 – Tensioni differite nella matrice

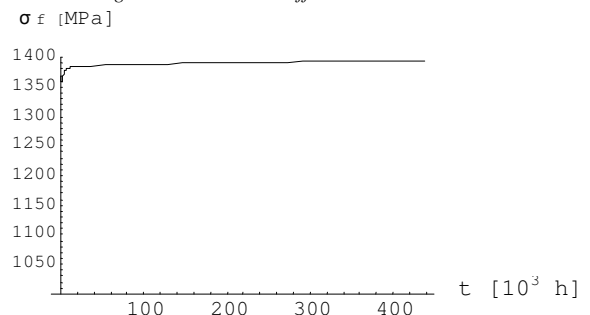


Figura 11 – Tensioni differite nelle fibre

Essi evidenziano una marcata variazione percentuale della deformazione assiale del composito tra l'istante iniziale e quello finale:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon(t=0)} \cdot 100 = \frac{\varepsilon(t=438000 \text{ h}) - \varepsilon(t=0)}{\varepsilon(t=0)} \cdot 100 = 152.27\%$$

Si riscontra anche una cospicua migrazione delle tensioni dalla matrice alle fibre (Figg. 10 e 11).

#### 4. ULTERIORI SIMULAZIONI NUMERICHE

Nell'ambito della presente memoria, il modello meccanico proposto viene anche utilizzato per analizzare il comportamento a lungo termine di lamine di composito unidirezionale a base di fibre di carbonio e resina epossidica, sottoposte a prove di *creep*.

I parametri viscoelastici della matrice (Tabella 2) sono stati desunti dalle sperimentazioni di J. Li e G.J. Weng [8], mentre per le fibre si è assunto un legame costitutivo elastico lineare (Tabella 3).

Tabella 2 – Proprietà reologiche della matrice

$E_{1,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{2,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\eta_{1,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\eta_{2,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
3270	1800	8000000	300000

Tabella 3 – Proprietà reologiche delle fibre

$E_{1,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{2,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\eta_{1,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\eta_{2,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
235000	1.0E+49	1.0E+50	1.0E+49

L'indagine numerica, riferita ad un intervallo di tempo pari a 50 anni, viene condotta su lamine con percentuali volumetriche variabili tra il 50 e l'80%. La tensione di prova varia tra il 5 e il 30% di quella di rottura delle fibre,  $f_{fu} = 3500$  MPa (Tabella 4).

Tabella 4 – Casi esaminati

Tipo di lamina	$V_f$ [%]	$V_m$ [%]	$\sigma_0$ [MPa]
I	0.8	0.2	175
			350
			700
			1050
II	0.7	0.3	175
			350
			700
			1050
III	0.6	0.4	175
			350
			700
			1050
IV	0.5	0.5	175
			350
			700
			1050

Per ognuno dei casi esaminati sono valutate le deformazioni differite nel composito (Tabella 5) e le tensioni nelle due fasi costituenti (Tabella 6 e 7).

Tabella 5 – Deformazioni differite nelle lamine di CFRP

Tipo di lamina	$\sigma_0$ [MPa]	$\varepsilon(0)$	$\varepsilon(50 \text{ anni})$	$\Delta \varepsilon$	$\Delta \varepsilon / \varepsilon(0)$ [%]
I	175	$9.276 \cdot 10^{-4}$	$9.309 \cdot 10^{-4}$	$3.227 \cdot 10^{-6}$	0.348
	350	$1.855 \cdot 10^{-3}$	$1.862 \cdot 10^{-3}$	$6.450 \cdot 10^{-6}$	0.348
	700	$3.711 \cdot 10^{-3}$	$3.723 \cdot 10^{-3}$	$1.290 \cdot 10^{-5}$	0.348
	1050	$5.566 \cdot 10^{-3}$	$5.585 \cdot 10^{-3}$	$1.937 \cdot 10^{-5}$	0.348
II	175	$1.058 \cdot 10^{-3}$	$1.064 \cdot 10^{-3}$	$6.310 \cdot 10^{-6}$	0.597
	350	$2.115 \cdot 10^{-3}$	$2.128 \cdot 10^{-3}$	$1.261 \cdot 10^{-5}$	0.596
	700	$4.230 \cdot 10^{-3}$	$4.255 \cdot 10^{-3}$	$2.523 \cdot 10^{-5}$	0.596
	1050	$6.345 \cdot 10^{-3}$	$6.383 \cdot 10^{-3}$	$3.784 \cdot 10^{-5}$	0.596
III	175	$1.230 \cdot 10^{-3}$	$1.241 \cdot 10^{-3}$	$1.140 \cdot 10^{-5}$	0.927
	350	$2.459 \cdot 10^{-3}$	$2.482 \cdot 10^{-3}$	$2.282 \cdot 10^{-5}$	0.928
	700	$4.919 \cdot 10^{-3}$	$4.965 \cdot 10^{-3}$	$4.563 \cdot 10^{-5}$	0.928
	1050	$7.378 \cdot 10^{-3}$	$7.447 \cdot 10^{-3}$	$6.845 \cdot 10^{-5}$	0.928
IV	175	$1.469 \cdot 10^{-3}$	$1.489 \cdot 10^{-3}$	$2.044 \cdot 10^{-5}$	1.391
	350	$2.938 \cdot 10^{-3}$	$2.979 \cdot 10^{-3}$	$4.088 \cdot 10^{-5}$	1.391
	700	$5.876 \cdot 10^{-3}$	$5.957 \cdot 10^{-3}$	$8.176 \cdot 10^{-5}$	1.391
	1050	$8.814 \cdot 10^{-3}$	$8.936 \cdot 10^{-3}$	$1.226 \cdot 10^{-4}$	1.391

Tabella 6 – Tensioni differite nella matrice

Tipo di lamina	$\sigma_0$ [MPa]	$\sigma_m(0)$ [MPa]	$\sigma_m(50 \text{ anni})$ [MPa]	$\Delta \sigma_m$ [MPa]	$\Delta \sigma_m / \sigma_m(0)$ [%]
I	175	3.033	$7.500 \cdot 10^{-28}$	-3.033	-100
	350	6.066	$1.500 \cdot 10^{-27}$	-6.066	-100
	700	12.133	$3.000 \cdot 10^{-27}$	-12.133	-100
	1050	18.200	$4.500 \cdot 10^{-27}$	-18.200	-100
II	175	3.458	$9.034 \cdot 10^{-28}$	-3.458	-100
	350	6.916	$1.807 \cdot 10^{-27}$	-6.916	-100
	700	13.832	$3.613 \cdot 10^{-27}$	-13.832	-100
	1050	20.748	$5.420 \cdot 10^{-27}$	-20.748	-100
III	175	4.021	$1.130 \cdot 10^{-27}$	-4.021	-100
	350	8.042	$2.260 \cdot 10^{-27}$	-8.042	-100
	700	16.084	$4.521 \cdot 10^{-27}$	-16.084	-100
	1050	24.127	$6.781 \cdot 10^{-27}$	-24.127	-100
IV	175	4.803	$1.495 \cdot 10^{-27}$	-4.803	-100
	350	9.606	$2.990 \cdot 10^{-27}$	-9.606	-100
	700	19.213	$5.981 \cdot 10^{-27}$	-19.213	-100
	1050	28.820	$8.971 \cdot 10^{-27}$	-28.820	-100

Tabella 7 – Tensioni differite nelle fibre

Tipo di lamina	$\sigma_0$ [MPa]	$\sigma_f(0)$ [MPa]	$\sigma_f(50 \text{ anni})$ [MPa]	$\Delta \sigma_f$ [MPa]	$\Delta \sigma_f / \sigma_f(0)$ [%]
I	175	217.992	218.750	0.758	0.348
	350	435.983	437.500	1.517	0.348
	700	871.967	875.000	3.033	0.348
	1050	1307.95	1312.500	4.55	0.348
II	175	248.518	250.000	1.482	0.596
	350	497.036	500.000	2.964	0.596
	700	994.072	1000.000	5.928	0.596
	1050	1491.11	1500.000	8.89	0.596
III	175	288.986	291.667	2.681	0.928
	350	577.972	583.333	5.361	0.928
	700	1155.94	1166.670	10.73	0.928
	1050	1733.92	1750.000	16.08	0.927
IV	175	345.197	350.000	4.803	1.391
	350	690.393	700.000	9.607	1.392
	700	1380.79	1400.000	19.21	1.391
	1050	2071.18	2100.000	28.82	1.391

Si rileva che il fenomeno viscoso è più cospicuo in presenza di elevati stati tensionali e di contenute percentuali volumetriche di fibre. Le variazioni percentuali delle deformazioni a carico della lamina non eccedono tuttavia mai l'1.4%.

A titolo esemplificativo, per la lamina di tipo IV, soggetta ad una tensione di *creep* pari a  $\sigma_0 = 1050$  MPa, si riportano di seguito i diagrammi delle deformazioni differite (Fig. 12) e, per completezza, delle tensioni mobilitate nella matrice (Fig. 13) e nelle fibre (Fig. 14).

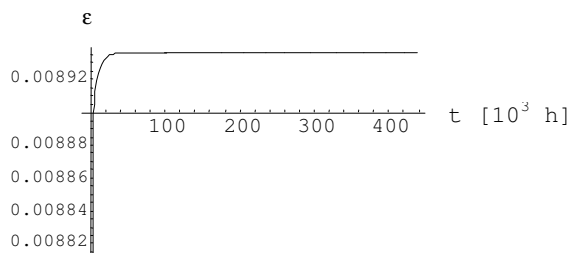


Figura 12 – Deformazioni differite nella lamina di CFRP ( $V_f=0.5$ ,  $V_m=0.5$ )

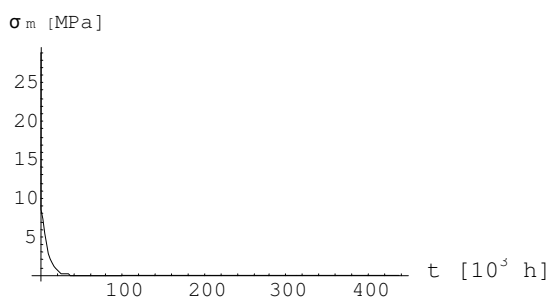


Figura 13 – Tensioni differite nella matrice ( $V_f=0.5$ ,  $V_m=0.5$ )

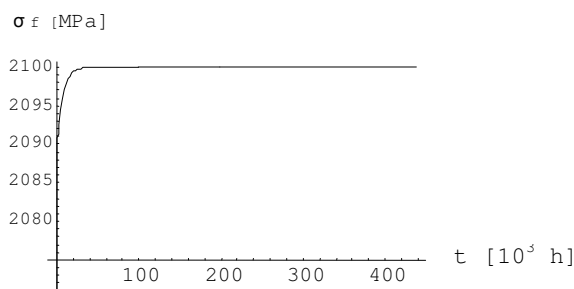


Figura 14 – Tensioni differite nelle fibre ( $V_f=0.5$ ,  $V_m=0.5$ )

## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un modello meccanico in grado di predire, nell'ambito della viscoelasticità lineare, il comportamento viscoso di lamine di FRP a partire da quello delle singole fasi costituenti, matrice e fibre.

Esso è applicabile a lamine di FRP a fibre lunghe unidirezionali, sollecitate nella direzione delle fibre. Tale configurazione è di precipuo interesse nel placcaggio strutturale.

I comportamenti prevedibili con l'applicazione del modello proposto sono risultati in ottimo accordo con quelli

sperimentali descritti in letteratura [9-12].

Ulteriori simulazioni numeriche hanno consentito di ritrovare comportamenti differiti degli FRP congruenti con le attese sperimentali.

Il modello si caratterizza, pertanto, come uno strumento efficiente per l'analisi del comportamento a lungo termine dei materiali compositi fibrorinforzati in situazioni di rilevante interesse tecnico.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] M. SAVOIA, D. FERRETTI, C. MAZZOTTI - (2002), Creep behavior of RC tensile elements retrofitted by FRP plates, *ICCI '02 Conference Proceedings, San Francisco*, San Francisco.
- [2] M. SAVOIA, B. FERRACUTI, C. MAZZOTTI - (2003), Creep deformation of FRP-plated R/C tensile elements using solidification theory, *Comp. Modelling of Concrete Structures – EURO-C*, Austria.
- [3] L. ASCIONE, V.P. BERARDI - (2003), Gli effetti reologici nel placcaggio strutturale di elementi in c.a. con laminati fibrorinforzati, *XVI Congresso AIMETA*, CD-ROM Proceeding.
- [4] V.P. BERARDI, E. DI NARDO, A. GIORDANO - (2003), On the *creep* behavior of reinforced concrete beams strengthened with FRP: a numerical investigation, *II Composite in Construction International Conference CCC2003*, Rende (CS), Italy.
- [5] L. ASCIONE, L. FEO, A. GIORDANO - (2003), Time-dependent behaviour of RC beams strengthened in flexure with FRP, *Colloquium Lagrangianum*, Montpellier (France).
- [6] Documento Tecnico CNR-DT 200/2004, Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati, Roma 13 luglio 2004.
- [7] R.D. MAKSIMOV, E. PLUME - (2001), Long-Term creep of hybrid aramid/glass-fiber-reinforced plastics, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 37, No.4.
- [8] J. LI, G.J. WENG - (1996), Effect of a viscoelastic interphase on the *creep* and stress/strain behaviour of fiber-reinforced polymer matrix composites, *Composites Part B*.
- [9] C.C.M. Ma, N.H. Tai, S.H. Lin, J.F. Wu, J.M. Lin, (1997), Creep behaviour of carbon-fiber-reinforced polyetherketone (PEEK)  $[\pm 45]_{4S}$  laminated composites (I), *Composites Part B*.
- [10] J. PETERMANN, K. SCHULTE - (2002), The effects of creep and fatigue stress ratio on the long-term behaviour of angle-ply CFRP, *Composite Structure* 57.
- [11] F. ASCIONE, V.P. BERARDI, L. FEO, A. GIORDANO - (2005), Indagine sperimentale sul comportamento viscoso di laminati pultrusi in fibra di carbonio, *XVII Congresso AIMETA*, CD-ROM Proceeding.
- [12] F. ASCIONE, V.P. BERARDI, L. FEO, A. GIORDANO - (2006), On the *creep* behaviour of CFRP pultruded laminates: an experimental study, *the Second fib Congress*, Naples.

## RINGRAZIAMENTI

La ricerca è stata parzialmente svolta grazie al supporto economico del finanziamento relativo al progetto del CNR, dal titolo "Metodologia di indagine e diagnostica, analisi di fattibilità e nuove tecniche di intervento per il recupero strutturale ed impiantistico di edifici civili".

# PROGETTO OTTIMALE DI STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO SOGGETTE A DEGRADO

**Lorenzo Azzarello<sup>1</sup>, Fabio Biondini<sup>2</sup>, Alessandra Marchiondelli<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Ingegnere in Milano

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

## SOMMARIO

La memoria è dedicata alla ricerca della soluzione progettuale di minimo costo nell'arco della vita di servizio attesa di strutture in calcestruzzo armato esposte ad ambienti aggressivi. La formulazione proposta si basa su un nuovo approccio al progetto ottimale di sistemi strutturali soggetti a degrado. Il danneggiamento della struttura viene modellato mediante un'opportuna legge di degrado delle proprietà dei materiali, calcestruzzo e acciaio, e l'analisi strutturale viene svolta a differenti istanti temporali al fine di seguire l'evoluzione delle prestazioni del sistema nel corso della sua vita di servizio. I vincoli di progetto sono espressi mediante limiti sullo stato di sforzo e sullo stato di spostamento, entrambi variabili nel tempo. La funzione obiettivo viene definita tenendo conto sia del costo iniziale della struttura, sia dei costi degli interventi di manutenzione, opportunamente attualizzati e assunti proporzionali all'effettivo livello di degrado. L'ottimizzazione nel tempo di un telaio in calcestruzzo armato soggetto a condizioni di carico multiple dimostra l'efficacia della formulazione proposta. I risultati ottenuti mostrano in particolare come sia le dimensioni delle sezioni, sia i quantitativi e la distribuzione delle armature che caratterizzano la soluzione ottimale dipendano fortemente dallo scenario di degrado.

## SUMMARY

The minimum lifetime cost design of reinforced concrete structures exposed to aggressive environments is presented. The proposed formulation is based on a novel conceptual approach to optimal design of deteriorating structural systems. The structural damage is modeled by introducing a proper degradation law for both materials, concrete and steel, and the structural analysis is carried out at different time instants in order to assess the time evolution of the system performance. The design constraints are related to the time-variant stress and displacement state. The objective function is formulated by accounting for both the initial cost of the structure, given by the sum of the costs of the component materials, and the costs of possible maintenance interventions, that are properly discounted over time and assumed to be proportional to the actual level of structural damage. The effectiveness of the proposed formulation is shown through the lifetime structural optimization of a reinforced concrete frame under multiple loading conditions. The obtained results show that the optimal dimensions of the cross-sections, as well as the optimal amount and distribution of reinforcement, strongly depend on the prescribed damage scenario.

## 1. INTRODUZIONE

Nell'approccio classico all'ottimizzazione strutturale non si tiene conto dell'evoluzione temporale delle prestazioni indotte dal progressivo degrado delle proprietà del sistema, ma si concentra l'attenzione solo sulla configurazione iniziale, in cui la struttura risulta ancora integra. Questo modo di procedere non è però coerente con la reale natura del problema progettuale, che dovrebbe invece orientarsi verso strutture che risultino in grado di soddisfare le prestazioni richieste non solo all'atto della loro realizzazione, ma anche durante l'intera vita di servizio attesa, prendendo in considerazione il degrado indotto dalle inevitabili fonti di danneggiamento. Inoltre, nella selezione della soluzione ottimale si dovrebbe considerare anche il costo del degrado, ovvero degli eventuali interventi di manutenzione, la cui entità risulta a sua volta strettamente legata alle scelte operate in sede di progetto.

Per superare le incoerenze della impostazione classica è stata di recente proposta una nuova formulazione del problema progettuale orientata all'ottimizzazione di strutture con prestazioni variabili nel tempo, sia con approccio matematico [1], sia con approccio evolutivo [4]. La formulazione proposta, inizialmente sviluppata per strutture composte da aste di materiale omogeneo, viene presentata nel seguito per il caso di strutture in calcestruzzo armato esposte ad ambienti aggressivi [2]. Si focalizza in particolare l'attenzione sui meccanismi di danno associati all'azione diffusiva di agenti esterni aggressivi, come solfati e cloruri, che possono causare degrado del calcestruzzo e corrosione delle armature [6]. Il danno indotto da questi agenti viene modellato mediante un'opportuna legge di degrado delle proprietà dei materiali, calcestruzzo e acciaio, e l'analisi strutturale viene svolta a differenti istanti temporali per seguire l'evoluzione delle prestazioni del sistema nel corso della sua intera vita di

servizio. I vincoli di progetto sono espressi mediante limiti sullo stato di sforzo e sullo stato di spostamento, entrambi variabili nel tempo. La funzione obiettivo viene definita tenendo conto sia del costo iniziale della struttura, sia dei costi degli interventi di manutenzione, opportunamente attualizzati e assunti proporzionali all'effettivo livello di degrado.

L'ottimizzazione nel tempo di un telaio in calcestruzzo armato soggetto a condizioni di carico multiple prova infine l'efficacia della formulazione proposta. I risultati ottenuti mostrano in particolare come sia le dimensioni delle sezioni, sia i quantitativi e la distribuzione delle armature che caratterizzano la soluzione ottimale dipendano fortemente dallo scenario di degrado. La variabilità delle prestazioni nel tempo e l'attuazione di un piano di manutenzione possono quindi intervenire in modo determinante nel definire la soluzione di minimo costo, che in generale non coincide più con quella di minimo volume, come risulterebbe trascurando il degrado.

## 2. MODELLAZIONE DEL DANNEGGIAMENTO

Il danneggiamento strutturale viene considerato come un degrado delle proprietà meccaniche che rende la struttura meno idonea a sostenere i carichi applicati. Con riferimento al caso di strutture intelaiate in calcestruzzo armato, si assume che il degrado interessi l'area  $A=A(t)$ , il modulo elastico  $E=E(t)$  e la resistenza  $\bar{\sigma}=\bar{\sigma}(t)$  di calcestruzzo e acciaio:

$$A_c(t)=[1-\delta_{c,A}(t)]A_{c,0} \quad A_s(t)=[1-\delta_{s,A}(t)]A_{s,0} \quad (1)$$

$$E_c(t)=[1-\delta_{c,E}(t)]E_{c,0} \quad E_s(t)=[1-\delta_{s,E}(t)]E_{s,0} \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}_c(t)=[1-\delta_{\bar{\sigma},c}(t)]\bar{\sigma}_{c,0} \quad \bar{\sigma}_s(t)=[1-\delta_{\bar{\sigma},s}(t)]\bar{\sigma}_{s,0} \quad (3)$$

dove  $\delta_A, \delta_E, \delta_{\bar{\sigma}}$ , sono indici di danno adimensionali che forniscono una misura diretta del livello di degrado nell'intervallo  $[0; 1]$ . Opportune leggi di correlazione possono essere introdotte fra l'area e le altre caratteristiche sezionali, come ad esempio il momento di inerzia.

L'evoluzione temporale degli indici di danno  $\delta=\delta(t)$  dipende dalla fisica del processo di degrado, che in genere risulta influenzata dallo stato tensionale  $\sigma=\sigma(t)$  (Figura 1.a). Pertanto, una valutazione affidabile del decadimento delle prestazioni strutturali nel tempo richiede la formulazione di modelli di danno che siano in grado di descrivere l'effettiva evoluzione del degrado e la sua interazione con il comportamento strutturale [3]. Nonostante la complessità delle leggi che governano i fenomeni di degrado, per operare una efficace classificazione gerarchica delle possibili alternative

progettuali risulta in genere sufficiente il ricorso a modelli di danneggiamento semplificati [4].

Pertanto, ancora per semplicità e senza restrizione di generalità, si assume che tutte le proprietà dei materiali subiscano lo stesso processo di degrado, ovvero  $\delta_A=\delta_E=\delta_{\bar{\sigma}}\equiv\delta$ . Inoltre, l'indice di danno  $\delta=\delta(t)$  viene correlato al comportamento meccanico mediante il seguente legame tra velocità di degrado e sforzo  $\sigma=\sigma(t)$  (Figura 1.b):

$$\frac{d\delta(t)}{dt}=\frac{1}{T_\delta}\left[\frac{\sigma(t)}{\bar{\sigma}_0}\right]^\alpha \quad \bar{\sigma}_0=\begin{cases} \bar{\sigma}_0^+ & \text{se } \sigma \geq 0 \\ \bar{\sigma}_0^- & \text{se } \sigma < 0 \end{cases} \quad (4)$$

dove  $\bar{\sigma}_0^-$  e  $\bar{\sigma}_0^+$  sono rispettivamente la minima e la massima tensione ammissibile al tempo iniziale  $t=t_0$ ,  $\alpha \geq 0$  è un opportuno coefficiente e  $T_\delta$  rappresenta il periodo di tempo necessario a raggiungere lo stato di completo degrado per uno sforzo costante  $\sigma(t)=\bar{\sigma}_0$  (Figura 1.c). Come condizione iniziale di innesco si assume infine  $\delta(t_{cr})=0$  con  $t_{cr}=\max\{t \mid \sigma(t) \leq \sigma_{cr}\}$ , essendo  $\sigma_{cr} \leq \bar{\sigma}_0$  una soglia critica di sforzo.

L'indice  $\delta$  descrive compiutamente l'evoluzione del degrado in ogni punto della struttura. La sua natura locale lo rende però di difficile impiego ai fini progettuali. Una più sintetica misura globale di degrado può essere ottenuta a differenti livelli di scala operando una media pesata dell'indice  $\delta$  su una predefinita porzione di struttura [5]. Per un sistema composto da  $p$  elementi è così possibile definire un indice di danno globale  $\hat{\delta}=\hat{\delta}(t)$  come segue:

$$\hat{\delta}(t)=\sum_{i=1}^p \hat{\delta}_i(t)=\sum_{i=1}^p \int_{V_i} w_i \delta_i(t) dV \quad \sum_{i=1}^p \int_{V_i} w_i dV=1 \quad (5)$$

in cui  $w_i$  sono opportuni pesi e le integrazioni sono svolte sul volume composto  $V_i=V_{c,i}+V_{s,i}$  di ogni elemento  $i$ , con  $V_c$  e  $V_s$  volumi rispettivamente di calcestruzzo e acciaio. Possibili scelte per i pesi sono ad esempio  $w_i=1$  o  $w_i=V_i$ .

## 3. CRITERI DI OTTIMALITÀ

### 3.1. Costo Strutturale

Sono molti gli indicatori delle prestazioni strutturali che possono essere scelti come obiettivi da minimizzare o massimizzare per una progettazione ottimale. Nell'approccio proposto in questo lavoro si assume come funzione obiettivo il costo totale  $C$  della struttura durante la sua vita di servizio  $T_S$ .

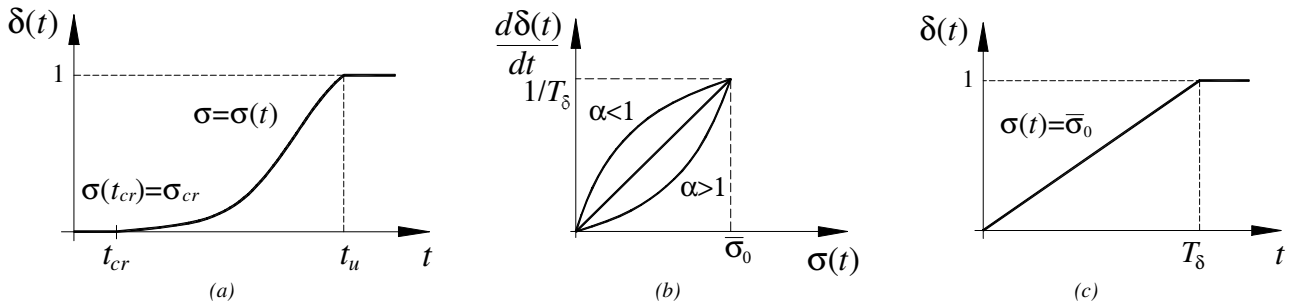


Figura 1. Modellazione del degrado strutturale: (a) evoluzione temporale dell'indice di danno  $\delta=\delta(t)$ ; (b) legame tra velocità di degrado e livello tensionale  $\sigma=\sigma(t)$ ; (c) significato del parametro di degrado  $T_\delta$ .

Tale costo viene valutato come somma del costo iniziale  $C_0$  e del costo di manutenzione  $C_m$ :

$$C = C_0 + C_m \quad (6)$$

Per il costo iniziale  $C_0$  si assume:

$$C_0 = c_c V_{c,0} + c_s V_{s,0} = c_c (V_{c,0} + c V_{s,0}) = c_c V_{c,0}^* \quad (7)$$

dove  $V_{0,c}$  e  $V_{0,s}$  sono i volumi totali dei materiali, calcestruzzo e acciaio,  $c_c$  e  $c_s$  sono i corrispondenti costi unitari,  $c = c_s/c_c$  è il rapporto dei costi e  $V_{c,0}^*$  è il volume totale equivalente di calcestruzzo. Il costo di manutenzione  $C_m$  si ottiene invece come somma dei costi dei singoli interventi:

$$C_m = \sum_{k=1}^r \frac{C_m^k}{(1+\nu)^{(t_k-t_0)}} \quad (8)$$

in cui il costo  $C_m^k$  di ciascun intervento  $k=1, \dots, r$  viene riferito al tempo iniziale  $t_0$  mediante un opportuno tasso di sconto  $\nu$  [7].

### 3.2. Scenario di Manutenzione

La definizione di costo introdotta viene ora specializzata con riferimento ad un assegnato scenario di manutenzione. Si assume di operare un intervento di manutenzione tale da ripristinare integralmente le caratteristiche iniziali del sistema dopo ogni periodo di progetto  $T_D$ , ovvero ad ogni istante  $t_k = (t_0 + kT_D)$ . Il numero di interventi effettuati durante la vita di servizio  $T_S$  è quindi  $r = [\text{int}(T_S/T_D) - 1]$ . Inoltre, è ragionevole assumere un degrado senza memoria, in modo tale che l'evoluzione temporale delle prestazioni della struttura riparata non dipenda dalla precedente storia di manutenzione. In tale ipotesi tutti gli interventi  $k$  hanno il medesimo costo  $C_m^k = C_m^1$  e il costo totale di manutenzione risulta:

$$C_m = C_m^1 \sum_{k=1}^r \frac{1}{(1+\nu)^{kT_D}} = C_m^1 q \quad (9)$$

con il fattore  $q = q(T_S, T_D, \nu) \leq r$  che dipende solo dai parametri preassegnati  $T_S$ ,  $T_D$  e  $\nu$ .

Dal momento che ciascun intervento è finalizzato a ripristinare le prestazioni strutturali iniziali, il costo  $C_m^1$  del singolo intervento può considerarsi correlato al costo iniziale  $C_0$  in proporzione al livello di danneggiamento cumulato nel periodo di progetto  $T_D$ . Essendo il degrado un fenomeno non reversibile nel tempo, una misura complessiva di tale danneggiamento può ottenersi dall'indice di danno globale  $\hat{\delta} = \hat{\delta}(t)$  valutato alla fine del periodo di progetto  $T_D$ , ovvero:

$$\tilde{\delta} = \hat{\delta}(t_k) = \hat{\delta}(t_k + T_D), \quad k=1, \dots, r \quad (10)$$

Ciò premesso, se si esprime il costo del singolo intervento con la seguente relazione lineare:

$$C_m^1 = C_0 \tilde{\delta} \quad (11)$$

il costo totale  $C$  risulta quindi:

$$C = C_0 (1 + \tilde{\delta} q) \quad (12)$$

In questa formulazione è possibile tenere conto agevolmente anche di altri costi aggiuntivi. Si noti tuttavia che la quantità  $C$

ha lo scopo di costituire un criterio coerente di confronto tra differenti alternative progettuali e non deve necessariamente essere interpretata come costo economico in senso stretto.

### 3.3. Ruolo del Costo di Manutenzione

Al fine di evidenziare il ruolo svolto da un predefinito programma di manutenzione nella progettazione ottimale di una struttura soggetta a degrado, si studiano nel seguito costi e prestazioni dell'asta tesa a sezione circolare mostrata in Figura 2. Con riferimento al modello di costo introdotto ed indicando con  $d_0$  il diametro della sezione non danneggiata, il costo totale dell'asta durante la sua vita di servizio  $T_S$  risulta:

$$C = C_0 (1 + \tilde{\delta} q) = c A_0 L (1 + \tilde{\delta} q) = c \frac{\pi d_0^2 L}{4} (1 + \tilde{\delta} q) \quad (13)$$

con  $\tilde{\delta} = \tilde{\delta}(d_0)$ . Il diametro  $d_0$  deve essere scelto in modo tale che la tensione agente  $\sigma = \sigma(t)$  non superi lo sforzo ammissibile  $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(t)$  durante il periodo di progetto  $T_D$ , ovvero:

$$\sigma(t) \leq \bar{\sigma}(t) \quad \forall t \in [t_0; t_0 + T_D] \quad (14)$$

dove:

$$\sigma(t) = \frac{F}{A(t)} = \frac{F}{A_0 [1 - \delta(t)]} = \frac{4F}{\pi d_0^2 [1 - \delta(t)]} \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}(t) = \bar{\sigma}_0 [1 - \delta(t)] \quad (16)$$

e con  $\delta(t) = \delta(d_0, t)$ . Nel caso in cui non si consideri il danneggiamento ( $\delta = \tilde{\delta} = 0$ ), la soluzione di minimo costo  $d_0^*$  corrisponde alla soluzione di minimo volume, ovvero al minimo valore del diametro  $d_0$  che soddisfa la precedente limitazione tensionale:

$$d_0^* = d_{0,\min} = \sqrt{\frac{4F}{\pi \bar{\sigma}_0}} \quad (17)$$

con:

$$C^* = C(d_0^*) = C_0(d_0^*) = c \frac{FL}{\bar{\sigma}_0} \quad (18)$$

Se invece si tiene conto del danneggiamento, la soluzione di minimo costo  $d_0^*$  non risulta più associata in generale al diametro minimo  $d_{0,\min}$ . Infatti, la necessità di conseguire un equilibrio fra la limitazione del costo di manutenzione e lo sviluppo del danneggiamento totale può portare a valori ottimali  $d_0^*$  più elevati.

Questi aspetti sono chiariti in Figura 2, dove si mostrano costi e prestazioni dell'asta al variare del diametro  $d_0$  per diversi valori del parametro di degrado  $\theta = T_S/T_D$  con riferimento al caso seguente:  $F=70$  kN,  $T_S=100$  anni,  $T_D=10$  anni,  $\bar{\sigma}_0=100$  MPa,  $\sigma_{cr}=0$ ,  $\alpha=1$  e  $\nu=0$  ( $q=r$ ). I diagrammi di Figura 2 si riferiscono in particolare alle seguenti quantità:

$$\chi_0^* = C_0/C^* \quad \chi_m^* = C_m/C^* \quad (19)$$

$$\chi^* = \chi_0^* + \chi_m^* \quad (20)$$

$$\rho = \sigma(T_D) / \bar{\sigma}(T_D) \quad (21)$$

dove  $C^*$  indica il costo totale in assenza di degrado ( $\theta=0$ ).



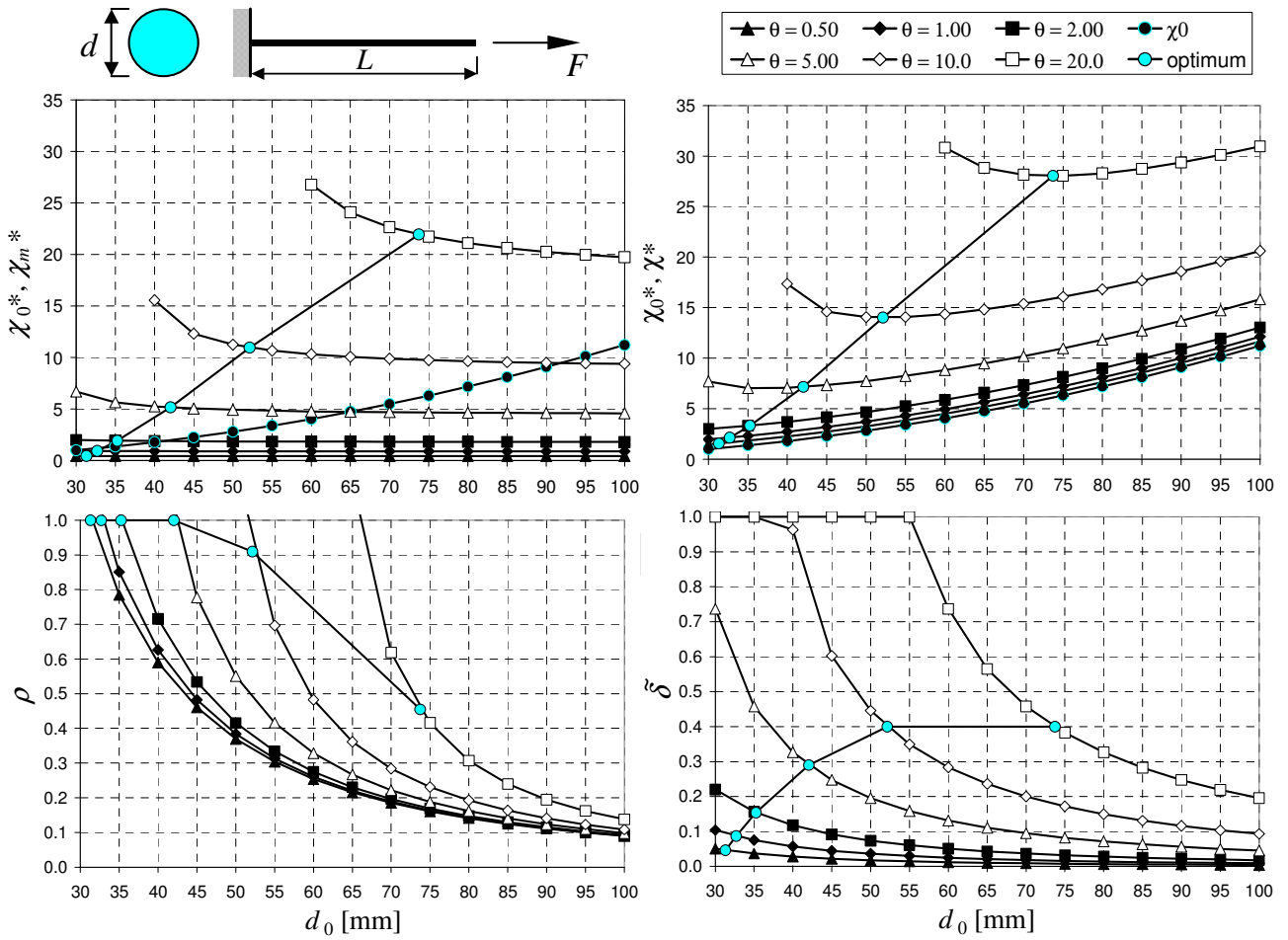


Figura 2. Costi e prestazioni di un'asta tesa al variare del diametro della sezione e per diversi livelli di degrado.

Si osserva quanto segue:

- Il minimo diametro ammissibile in assenza di degrado è  $d_{0,\min}=29.9$  mm. Il suo valore aumenta con  $\theta$ .
- Al crescere di  $d_0$  il costo iniziale  $\chi_0^*$  aumenta e il costo di manutenzione  $\chi_m^*$  diminuisce. Per un assegnato valore di  $d_0$ , il costo di manutenzione  $\chi_m^*$  aumenta con  $\theta$ .
- Il costo totale  $\chi^*$  presenta un minimo per  $d_0 \geq d_{0,\min}$  e il diametro ottimale  $d_0^*$  aumenta con  $\theta$ .
- Il rapporto tensionale  $\rho$  diminuisce con  $d_0$  e aumenta con  $\theta$ . Alla fine del periodo di progetto  $T_D$  il materiale della soluzione ottimale  $d_0^*$  può non essere pienamente sfruttato ( $\rho^* \leq 1$ ).
- L'indice di danno cumulato  $\tilde{\delta}$  diminuisce con  $d_0$  e aumenta con  $\theta$ . Per la soluzione ottimale questa quantità tende a saturare per valori elevati di  $\theta$ .

Risultati analoghi si ottengono al variare di  $T_D$ . Pertanto, per strutture omogenee soggette a degrado la soluzione ottimale può dipendere fortemente dall'evoluzione delle prestazioni nel corso della vita di servizio. E tale dipendenza non riguarda solo il proporzionamento delle singole membrature, come nel caso appena esaminato, ma anche la definizione della morfologia ottimale del sistema strutturale, come ad esempio mostrato in [1] e [4]. Gli sviluppi presentati nel seguito mostrano che questi risultati si estendono anche al caso di strutture non omogenee.

#### 4. OTTIMIZZAZIONE NEL TEMPO DI STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO

##### 4.1. Formulazione del Problema

Lo scopo di una ottimizzazione mono-obiettivo nel tempo è determinare un vettore di variabili di progetto  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$  che minimizzi il valore di una funzione obiettivo  $f(\mathbf{x})$  nel rispetto di limiti diretti inferiori  $\mathbf{x}^-$  e superiori  $\mathbf{x}^+$  e di limiti indiretti  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{0}$  sulle prestazioni nel tempo:

$$\min_{\mathbf{x} \in D} f(\mathbf{x}) \quad (22)$$

$$D = \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x}^- \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^+, \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{0} \} \quad (23)$$

Con riferimento ai concetti introdotti, la funzione obiettivo  $f(\mathbf{x})$  da minimizzare può essere correlata al costo strutturale totale  $C$  della struttura composta come segue:

$$f(\mathbf{x}) \equiv C(\mathbf{x})/c_c = V_{c,0}^*(\mathbf{x})[1 + \tilde{\delta}(\mathbf{x})q] \quad (24)$$

I vincoli prestazionali  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{0}$  devono tenere conto della risposta della struttura ad ogni istante  $t \in [t_0; t_0 + T_D]$ . Focalizzando l'attenzione sulla verifica delle prestazioni per gli stati limite di esercizio (SLE), tali vincoli possono essere

espressi per ogni condizione di carico  $\ell$  con riferimento sia agli sforzi nelle fibre più sollecitate di calcestruzzo  $\sigma_{c,i,\ell} = \sigma_{c,i,\ell}(t)$  e nelle barre di acciaio  $\sigma_{s,i,\ell} = \sigma_{s,i,\ell}(t)$  di ogni elemento  $i$ , sia agli spostamenti  $u_{j,\ell} = u_{j,\ell}(t)$  di ogni nodo  $j$ , come segue:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{c,i,\ell}^-(\mathbf{x},t) \leq \sigma_{c,i,\ell}^-(\mathbf{x},t) \leq \bar{\sigma}_{c,i,\ell}^+(\mathbf{x},t) \\ \bar{\sigma}_{s,i,\ell}^-(\mathbf{x},t) \leq \sigma_{s,i,\ell}^-(\mathbf{x},t) \leq \bar{\sigma}_{s,i,\ell}^+(\mathbf{x},t) \end{cases} \quad (25)$$

$$\bar{u}_{j,\ell}^- \leq u_{j,\ell}(\mathbf{x},t) \leq \bar{u}_{j,\ell}^+ \quad (26)$$

dove  $\bar{\sigma}_{i,\ell}^- = \bar{\sigma}_{i,\ell}^-(t)$  e  $\bar{\sigma}_{i,\ell}^+ = \bar{\sigma}_{i,\ell}^+(t)$  indicano rispettivamente la minima e la massima tensione ammissibile dei materiali e  $\bar{u}_{j,\ell}^-$  e  $\bar{u}_{j,\ell}^+$  sono preassegnati valori limite di spostamento.

Anche se non considerati nell'applicazione che segue, è possibile tenere conto agevolmente anche altri vincoli di progetto, ad esempio associati alla verifica delle prestazioni per gli stati limite ultimi (SLU) e/o finalizzati alla limitazione dello stato di degrado locale e globale.

#### 4.2. Ottimizzazione nel Tempo di un Telaio in C.A.

La formulazione proposta viene applicata all'ottimizzazione nel tempo del telaio in calcestruzzo armato mostrato in Figura 3.a. Pilastri e trave hanno sezione di forma rettangolare.

Con riferimento alle Figure 3.a e 3.b, il problema di ottimizzazione è definito da  $n=9$  variabili di progetto:

$$\mathbf{x} = [b \ h_1 \ h_2 \ | \ A_1 \ A_2 \ A_2' \ A_3 \ A_3' \ | \ d]^T \quad (27)$$

con i seguenti limiti diretti:

$$b \geq 300 \text{ mm} \quad 1 \leq h/b \leq 2, \quad i=1,2 \quad (28)$$

$$A_i \geq 2\phi 12 \quad A_i' \geq 2\phi 12, \quad i=1,2,3 \quad (29)$$

$$0.10 \leq d/L \leq 0.50 \quad (30)$$

Si considerano le 3 condizioni di carico mostrate in Figura 3.c. Facendo riferimento agli stati limite di esercizio, i valori di sollecitazioni e spostamenti sono valutati nel tempo assumendo un modello di analisi elastico lineare. Gli sforzi nei materiali si ricavano poi a livello sezionele in regime elastico fessurato trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo ( $\bar{\sigma}_c^+ = 0$ ) con i moduli  $E_c=30 \text{ GPa}$  e  $E_s=15E_c$ . L'indice di danno cumulato  $\tilde{\delta}$  viene valutato con media aritmetica ( $w_i=1$ ).

Si assumono gli stessi vincoli di progetto per tutte le condizioni di carico. Gli sforzi nei materiali vengono verificati con riferimento ai seguenti limiti ammissibili iniziali per calcestruzzo e acciaio:

$$-\bar{\sigma}_{c,0}^- = 15 \text{ MPa} \quad (31)$$

$$\bar{\sigma}_{s,0}^+ = -\bar{\sigma}_{s,0}^- = 180 \text{ MPa} \quad (32)$$

Si considerano inoltre per l'intera vita di servizio i seguenti limiti sugli spostamenti  $u_x$  e  $u_y$  indicati in Figura 3.a:

$$u_x \leq 20 \text{ mm} \quad u_y \leq 10 \text{ mm} \quad (33)$$

Le prestazioni strutturali nel tempo sono definite dai seguenti parametri: vita di servizio  $T_S=100$  anni; periodo di progetto  $T_D=10$  anni; rapporto di costo  $c=20$ ; tasso di sconto  $v=3\%$ ; velocità di degrado  $\theta=T_S/T_D=10$ , con  $\sigma_{cr}=0$  e  $\alpha=1$ . Al fine di studiare l'influenza della distribuzione del degrado, si considerano inoltre i 6 scenari di danno elencati in Tabella 1.

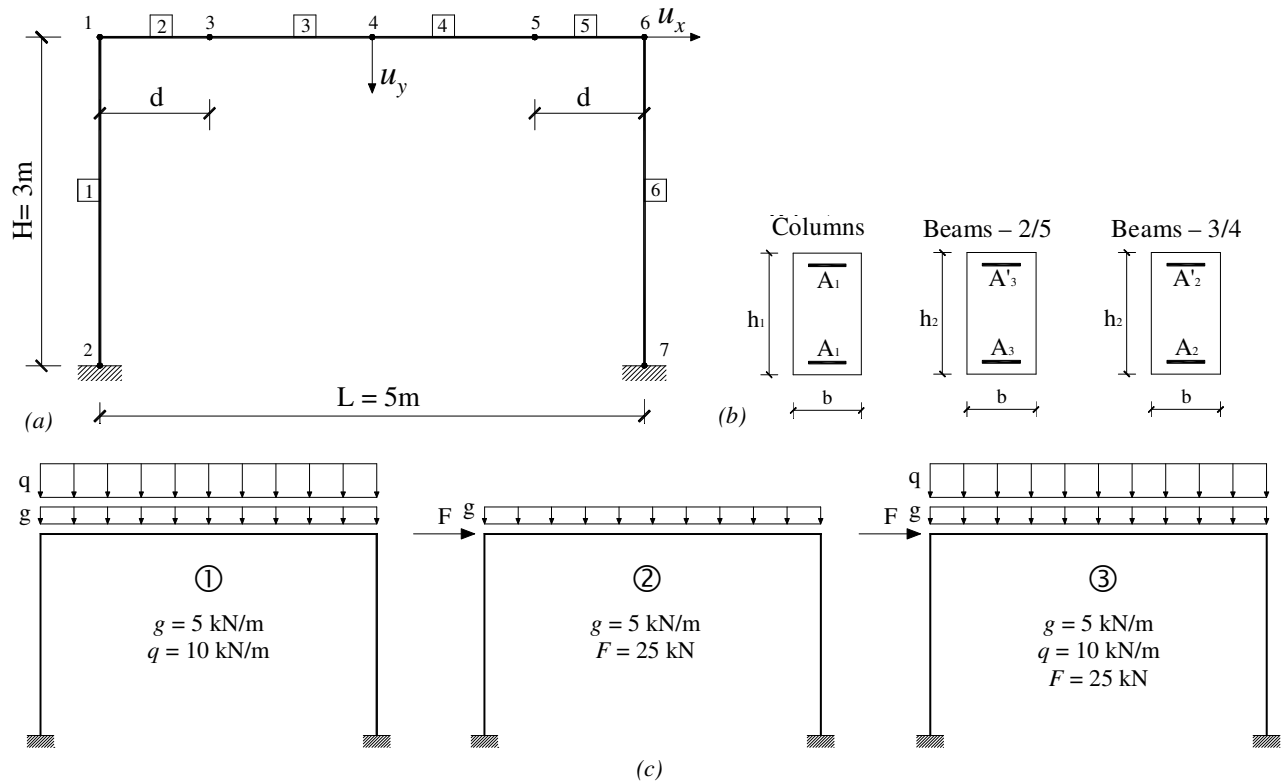


Figura 3. Telaio in calcestruzzo armato: (a) dimensioni e schema strutturale; (b) sezioni di pilastri e trave; (c) condizioni di carico.

Scenario di danno	A	B	C	D	E	F
Pilastro di sinistra	-	Degrado	-	Degrado	Degrado	-
Trave	-	Degrado	Degrado	-	Degrado	Degrado
Pilastro di destra	-	Degrado	-	Degrado	-	Degrado

Tabella 1. Scenari di danno ( $\theta = T_S/T_D = 10$ ,  $T_S = 100$  anni).

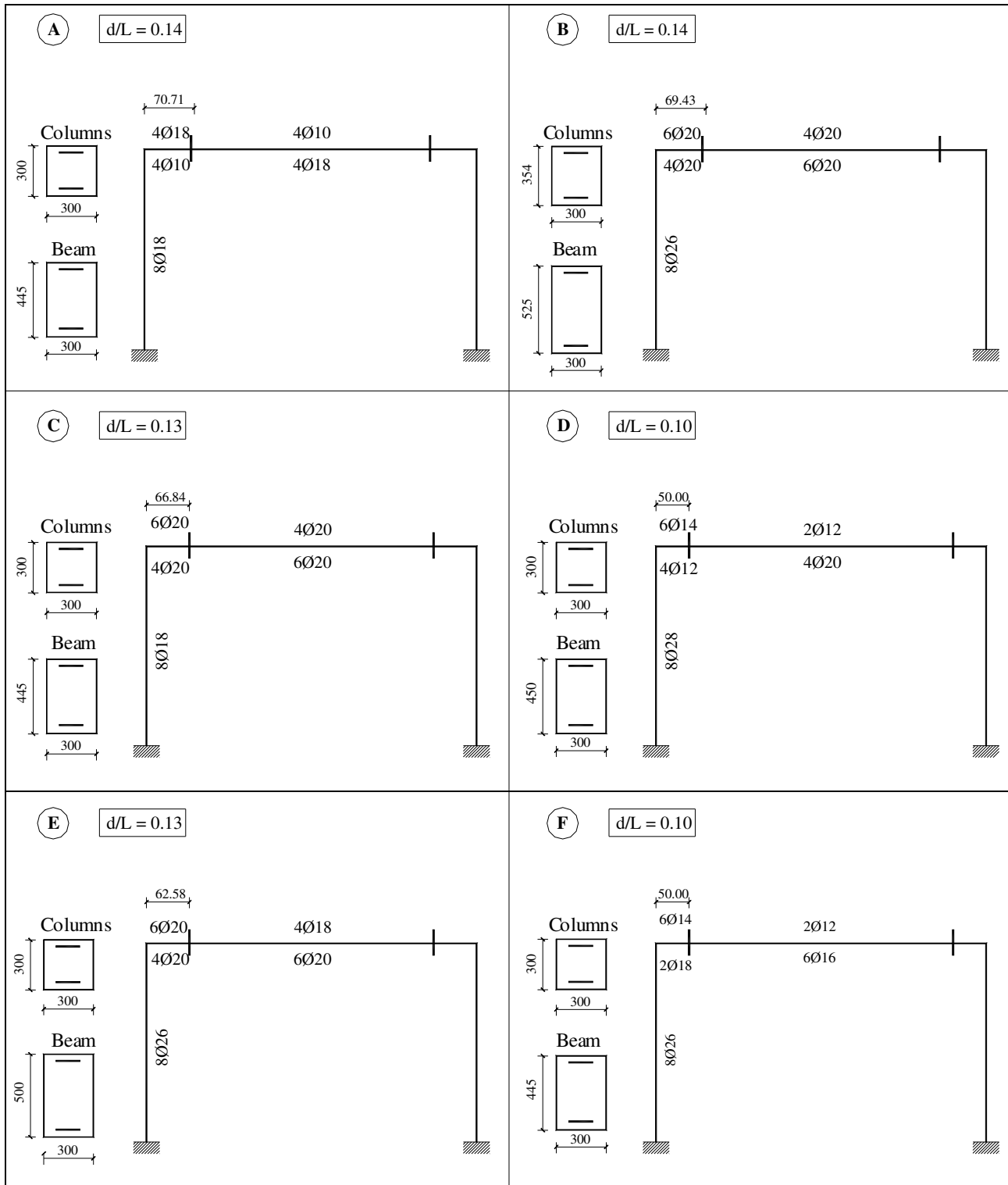


Figura 4. Soluzioni ottimali associate agli scenari di danno in Tabella 1 ( $\theta = T_S/T_D = 10$ ,  $T_S = 100$  anni,  $T_D = 10$  anni,  $c = 20$ ,  $v = 3\%$ ).

Il problema di ottimizzazione è non lineare e viene risolto mediante un algoritmo basato sul metodo del gradiente [8]. Il confronto delle soluzioni ottimali mostrate in Figura 4 prova che le dimensioni delle sezioni, come anche i quantitativi e la distribuzione delle armature, dipendono fortemente dallo scenario di degrado. Si nota in particolare come il sovradimensionamento richiesto dal danneggiamento non interessi solo gli elementi direttamente esposti al degrado. Infatti, a causa dell'iperstaticità del sistema, il danno innesca un processo di redistribuzione nel tempo nel quale le sollecitazioni tendono progressivamente a migrare verso gli elementi meno degradati, che risultano quindi più impegnati rispetto alla situazione integra.

## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un nuovo approccio al progetto ottimale di strutture in calcestruzzo armato esposte ad ambienti aggressivi. Tale approccio consente di superare le incoerenze implicite nella formulazione classica del problema progettuale, che non tiene conto della variazione nel tempo delle prestazioni strutturali indotta dal progressivo degrado delle proprietà del sistema. Con l'ausilio di adeguate leggi di danneggiamento, opportunamente differenziate per calcestruzzo ed acciaio, nella formulazione proposta i vincoli progettuali associati alle prestazioni strutturali sono infatti considerati variabili nel tempo durante l'intera vita di servizio. Inoltre, la funzione obiettivo da minimizzare risulta associata al costo totale della struttura, somma del costo iniziale dei materiali, calcestruzzo e acciaio, e del costo degli eventuali interventi di manutenzione, quest'ultimo opportunamente attualizzato e assunto proporzionale all'effettivo livello di danno.

I risultati ottenuti in ambito applicativo hanno mostrato che per le strutture in calcestruzzo armato, le dimensioni delle sezioni, come anche i quantitativi e la distribuzione delle armature, dipendono fortemente dallo scenario di danno, con sovradimensionamenti che non interessano in generale solo gli elementi direttamente esposti al degrado. Il danno tende infatti a favorire l'innesco di processi di redistribuzione nel tempo nei quali le sollecitazioni migrano progressivamente verso gli elementi meno degradati, che risultano quindi più impegnati rispetto alla situazione integra. Ciò conferma come la variabilità delle prestazioni strutturali nel tempo e l'attuazione di un assegnato piano di manutenzione possano intervenire in modo determinante nel definire il progetto ottimale di minimo costo, che in generale non coincide più con quello di minimo volume, come risulterebbe trascurando il degrado.

## RINGRAZIAMENTI

La presente ricerca è stata finanziata con fondi MIUR-PRIN2004 e MIUR-PRIN2005, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] AZZARELLO L., BIONDINI F., MARCHIONDELLI A. (2006) – Optimal Design of Deteriorating Structural Systems. *3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Bridge Maintenance, Safety, and Management (IABMAS06)*, Porto, July 16-19.
- [2] AZZARELLO L., BIONDINI F., MARCHIONDELLI A. (2006) – Lifetime Optimization of Reinforced Concrete Structures in Aggressive Environments. *5<sup>th</sup> Int. Workshop on Life-Cycle Cost Analysis and Design of Civil Infrastructure Systems (LCC5)*, Seoul, Korea, October 16-18.
- [3] BIONDINI F., BONTEMPI F., FRANGOPOL D.M., MALERBA P.G. (2004) – Cellular Automata Approach to Durability Analysis of Concrete Structures in Aggressive Environments. *ASCE Journal of Structural Engineering*, **130**(11), 1724-1737.
- [4] BIONDINI F., MARCHIONDELLI A. (2007) – Evolutionary Design of Structural Systems with Time-variant Performance. Accettata per la pubblicazione in *Structure and Infrastructure Engineering*.
- [5] BIONDINI F. (2004) – A Three-dimensional Finite Beam Element for Multiscale Damage Measure and Seismic Analysis of Concrete Structures. *13<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, Paper No. 2963.
- [6] CEB (1992) – *Durable Concrete Structures – Design Guide*, Thomas Telford..
- [7] KONG J.S., FRANGOPOL D.M. (2003) – Evaluation of Expected Life-Cycle Maintenance Cost of Deteriorating Structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, **129**(5), 682-691.
- [8] VANDERPLAATS G.N. (2001) – *DOT Design Optimization Tool*, Vanderplaats Research&Development, Colorado Springs, CO, USA.

# PROPRIETA' TERMICHE E COMPORTAMENTO RESIDUALE DI CALCESTRUZZI AUTOCOMPATTANTI DANNEGGIATI DALL'ALTA TEMPERATURA

Patrick Bamonte<sup>1</sup>, Stefano Cangiano<sup>2</sup>, Pietro Gambarova<sup>1</sup>  
Francesco Galbiati<sup>3</sup>, Marco Motta<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

<sup>2</sup> CTG-Italcementi, Bergamo

<sup>3</sup> Ingegnere Civile specializzato in Strutture

## SOMMARIO

L'utilizzo del calcestruzzo autocompattante (SCC) è in rapida crescita con applicazioni a strutture sia di media che di grande importanza (quali gallerie, ponti, edifici alti, serbatoi e coperture a guscio), allorchè il costo della manodopera sia elevato e sia richiesta un'elevata qualità superficiale, in quanto la necessità di usare casseforme più rigide e a perfetta tenuta, quindi più costose, è controbilanciata dall'assenza delle operazioni di vibratura, che invece sono richieste per la compattazione del calcestruzzo ordinario. A causa delle condizioni ambientali sfavorevoli spesso ricorrenti nelle strutture anzidette, è necessario acquisire informazioni adeguate sul comportamento degli SCC all'alta temperatura. In questo lavoro, 4 SCC sono stati studiati ( $f_c = 50-125$  MPa), per fare luce sulla loro resistenza a compressione e a trazione, e sull'energia di frattura dopo l'esposizione all'alta temperatura. I risultati mostrano come – nonostante la microstruttura più addensata – l'SCC abbia un comportamento molto soddisfacente e solo di poco più sensibile alla temperatura di quello del calcestruzzo “vibrato”.

## SUMMARY

Self-Compacting Concrete (SCC) is increasingly used in a variety of more or less demanding structures (tunnels, bridges, high-rise buildings, tanks and shells), whenever the labor cost is high and the surfaces are required to be of high quality, since placing stiffer, stronger and water-proof (i.e. costlier) shutters – as required by the higher pressure exerted by SCC during casting – is often cheaper (and safer) than using vibrators, as required by ordinary concrete. Because of the severe environmental conditions often met by many of the above-mentioned structures, more information is necessary on SCC's performance with reference to high temperature. In this paper, 4 SCCs (with  $f_c = 50-125$  MPa) are investigated in order to shed light on their tensile and compressive strength, and fracture energy, after being exposed to high temperature. The results show that – in spite of their denser microstructure - SCCs behave pretty well and are only marginally more sensitive to high temperature than “vibrated” concretes.

## 1. INTRODUZIONE E NATURA DEL PROBLEMA

Tra i più grandi successi nella ricerca sul calcestruzzo va sicuramente annoverata l'introduzione del calcestruzzo autocompattante – SCC, in quanto non è richiesta energia aggiuntiva per compattare il materiale durante il getto, per garantire un omogeneo avvolgimento delle barre d'armatura e per riempire i casseri sino agli angoli più remoti. La sua straordinaria lavorabilità rende l'SCC adatto per qualsiasi elemento strutturale che richieda un'elevata durabilità (omogeneità, impermeabilità, resistenza all'aggressione di agenti chimici...), tipica di strutture esposte a condizioni ambientali molto sfavorevoli (come – per esempio – le strutture a contatto con il suolo o l'acqua, oppure poste in ambiente industriale, come serbatoi, rivestimenti di gallerie,

vasche per il contenimento di liquidi inquinanti, ponti, pavimentazioni industriali e stradali).

Se molte proprietà relative alla durabilità degli SCC sono state studiate negli ultimi 10 anni (si vedano le referenze in Persson, 2004 [10]), la resistenza al fuoco è stata oggetto di scarsa attenzione e limitatamente al fenomeno dello spacco superficiale esplosivo (*spalling*, Jansson and Boström, 2005 [8]). L'articolo di Persson (2004) [10] rappresenta tuttora il riferimento più autorevole in tema di resistenza al fuoco, e le conclusioni ivi contenute vengono pertanto riassunte brevemente di seguito.

Persson ha preso in esame il comportamento a caldo e residuale di 12 SCC e 4 VC (calcestruzzi vibrati), con resistenze a compressione variabili da 40 a 88 MPa. Quattro SCC e un VC contenevano cemento Portland ( $c = 411-518$

kg/m<sup>3</sup>; w/c = 0.40; f<sub>c</sub> = 75-88 MPa), mentre otto SCC e tre VC contenevano cemento al calcare (c = 268-447 kg/m<sup>3</sup>; w/c = 0.40-0.70; f<sub>c</sub> = 40-80 MPa). Due SCC contenevano anche polvere di vetro, mentre gli altri dieci contenevano un riempitivo (*filler*) calcareo. Il cemento è stato in tutti i casi 42.5 R.

Le temperature di riferimento sono state 20, 200, 400, 600 e 800°C, con velocità di riscaldamento e di raffreddamento rispettivamente di 4 e 1°C/min, e con permanenza dei provini alla temperatura di riferimento per ½ h, prima della prova a compressione (prove “a caldo”) o del raffreddamento (prove residuali). Le prove residuali sono state effettuate una settimana dopo il raffreddamento.

In Fig. 1 sono diagrammate in forma adimensionale le caratteristiche residuali medie, in funzione della temperatura, per i 10 calcestruzzi autocompattanti calcarei esaminati da Persson. A scopo di confronto, si riportano anche i decadimenti suggeriti da EC-2 per calcestruzzi ad aggregato calcareo e siliceo. Le conclusioni di Persson sono che gli SCC tendono ad avere un comportamento simile ai calcestruzzi vibrati ordinari (NSC) e ad alte prestazioni (HPC), diffusamente studiati anche recentemente (Chan et al., 1996; Felicetti e Gambarova, 1998; Hoff et al., 2000; Phan e Carino, 2002 [2,3,7,11]).

Per fare ulteriore chiarezza sul comportamento degli SCC all’alta temperatura, è stato recentemente varato un progetto di ricerca al Politecnico di Milano. Quattro SCC (No.1, 2, 3 e 4, Tabella 1) sono tuttora in fase di sperimentazione, con riguardo alle seguenti caratteristiche: resistenza a compressione “a caldo” e residuale, modulo elastico “a caldo” e residuale, resistenza a trazione residuale (misurata con prove di flessione a 4 punti e con prove di spacco – qui non citate), ed energia di frattura residuale (misurata con prove di flessione a 4 punti), diffusività termica e densità. La resistenza media a compressione a 28 giorni era prevista in 45, 75, 100 e 120 MPa, mentre la resistenza effettiva all’atto delle prove è risultata di 51, 82, 90 e 125 MPa, si veda anche Bamonte et al., 2006 [1].

Nel seguito, per semplicità, ci si riferirà ai 4 calcestruzzi con le abbreviazioni NSC (Normal-Strength Concrete), HPC

(High-Performance Concrete), HSC (High-Strength Concrete) e VHSC (Very High-Strength Concrete).

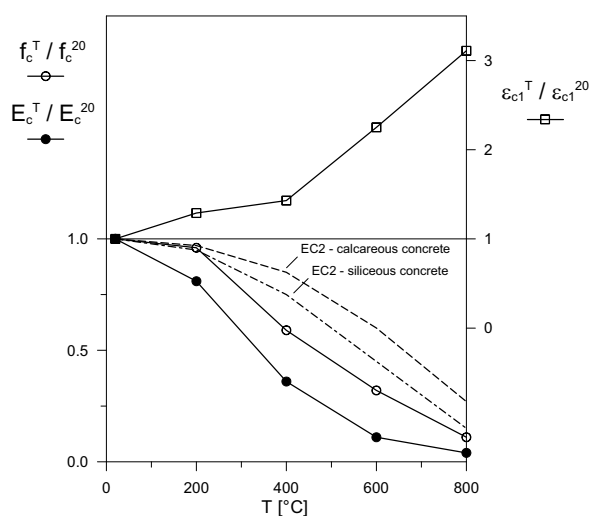


Figura 1 - Caratteristiche residuali medie dei 10 calcestruzzi al calcare esaminati da Persson (2004) [10] e decadimento della resistenza “a caldo” proposto nell’EC-2;  $\epsilon_{c1}^T$  è la deformazione al picco. Come in molti calcestruzzi, la resistenza residuale è inferiore a quella “a caldo”, a causa dell’ulteriore danneggiamento che si verifica in fase di raffreddamento.

## 2. COMPOSIZIONE E MODALITÀ DI PROVA

La composizione dei 4 calcestruzzi è riportata in Tabella 1. Il legante è costituito da cemento al calcare nel Calcestruzzo No. 1 e da cemento Portland nei Calcestruzzi No. 2, 3 e 4. Il Calcestruzzo No. 4 è un “microcalcestruzzo”, molto vicino al limite inferiore di resistenza dei cosiddetti calcestruzzi “very high-strength” (VHSC) o “ultra high-performance” (UHPC). Questo microcalcestruzzo contiene aggregati quarzosi a grana

Tabella 1 – Composizione dei 4 SCC studiati in questo progetto di ricerca (n = ghiaia tonda di fiume; q = aggregato quarzoso). Età del calcestruzzo all’inizio delle prove: 180, 90, 50 e 150 giorni; (\*) incluso 3% di TiO<sub>2</sub> (cemento catalitico).

Calcestruzzo: numero e tipo	1 - NSC	2 - HPC	3 - HSC	4 - VHSC
Tipo di cemento	II/A-LL 42.5	I 52.5	I 52.5	I 52.5
Contenuto di cemento (c) [kg/m <sup>3</sup> ]	350	480	520	635 (*)
Riempitivo calcareo [kg/m <sup>3</sup> ]	130	100	100	-
Superfluid. acrilico/cemento	1.2%	2.0%	2.0%	0.58%
Acqua [kg/m <sup>3</sup> ] (w/c)	175 (0.50)	168 (0.35)	172 (0.33)	197 (0.31)
Aggregato/d <sub>a</sub> [mm]/massa [kg/m <sup>3</sup> ]	n/16/1700	n/16/1600	n/16/1600	q/4.5/1480
Fibre PP [kg/m <sup>3</sup> ] (% in massa)	-	-	-	6.3 (0.27%)
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	2359	2358	2402	2322
f <sub>c</sub> [MPa]	51	82	90	125

molto fine ( $d_a = 4.5$  mm) e fibre polipropileniche ibride (lunghe e corte,  $v_f = 0.5\% + 0.1\% = 0.6\%$  in volume).

Le prove di compressione (per misurare i diagrammi  $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ ,  $E_c$  e  $f_c$ ) sono state eseguite su cilindri ( $\varnothing = 100$  mm per i Calcestruzzi No. 1, 2, 3, e  $\varnothing = 36$  mm per il Calcestruzzo No.4;  $\varnothing/h \geq 1/2$  per tutti i provini). Oltre alla temperatura ambiente ( $T = 20^\circ\text{C}$ ) sono state prese in esame altre 3 o 5 temperature "di riferimento" ( $T = 200, 400$  e  $600^\circ\text{C}$  per i Calcestruzzi No. 1, 2 e 3;  $T = 150, 300, 450, 600$  e  $750^\circ\text{C}$  per il Calcestruzzo No. 4). Il numero più elevato di temperature prese in esame nel caso del Calcestruzzo No. 4 è stato giustificato dalle proprietà decisamente migliori di questo materiale, che hanno reso necessaria un'indagine più accurata. Riguardo agli altri calcestruzzi, la temperatura di  $600^\circ\text{C}$  è stata considerata adeguata, in quanto oltre tale temperatura sia la resistenza a compressione sia il modulo elastico mostrano un rapido decadimento e oltre i  $700^\circ\text{C}$  si attiva il fenomeno della calcinazione.

Le prove sui Calcestruzzi No. 1, 2 e 3 sono state condotte in controllo di spostamento, mentre quelle sul Calcestruzzo No. 4 in controllo di carico. Sia il riscaldamento sia il raffreddamento sono stati effettuati in un forno elettrico ( $T_{\text{max}} = 1000^\circ\text{C}$ ; dimensioni della camera  $300 \times 500 \times 600$  mm) e sono avvenuti molto lentamente ( $\Delta T/\Delta t = \pm 1^\circ\text{C}/\text{min}$ ) per evitare l'insorgere di dannose autotensioni dovute ai gradienti termici.

Le prove in flessione (su 4 punti) hanno consentito la misurazione di  $f_{ct,fl}$  (resistenza a trazione indiretta per flessione) e  $G_f$  (energia di frattura) in condizioni residuali. In tutti i casi, sono stati utilizzati provini prismatici intagliati in mezzzeria (dimensioni:  $a \times b \times L = 150 \times 150 \times 600$  mm nei Calcestruzzi No. 1, 2 e 3; dimensioni:  $80 \times 80 \times 320$  mm nel Calcestruzzo No. 4).

La diffusività termica è stata valutata a partire dalle temperature misurate vicino alla superficie e sull'asse di 4 provini cilindrici strumentati con due termocoppie ciascuno (Khoury, 1984 [9]).

### 3. RESISTENZA A TRAZIONE ED ENERGIA DI FRATTURA

Come è ben noto, la resistenza a trazione del calcestruzzo può essere misurata mediante (a) prove dirette (con tutte le problematiche riguardanti l'afferraggio del provino alle estremità e le eccentricità accidentali di carico), (b) prove di

spacco (con il ruolo quantomeno dubbio giocato dall'attrito tra il provino e i piatti della pressa), e (c) prove di flessione (con gli effetti della redistribuzione degli sforzi nella sezione di mezzzeria, Fig. 3a), si veda al riguardo Felicetti e Gambarova (1999) [4]. Nel caso in esame si è adottata la terza tecnica, per evitare i problemi legati all'attrito o all'afferraggio dei provini. Tutte le prove sono state condotte in controllo di apertura di fessura (CMOD, Fig. 3b) su provini intagliati nella sezione di mezzzeria (profondità dell'intaglio/altezza della sezione = 0.30). I risultati sono mostrati in Fig. 2, dove nel caso del VHSC è stata introdotta una opportuna riduzione per tenere conto delle dimensioni minori dei provini. Si noti come la pressochè totale coincidenza della resistenza a trazione indiretta per flessione a  $20^\circ\text{C}$  con la resistenza diretta prevista da MC 90 lasci intendere una bassa tenacità per i 4 materiali in questione, risultando nulli – o comunque molto limitati – gli effetti positivi della redistribuzione tensionale propria della prova a flessione.

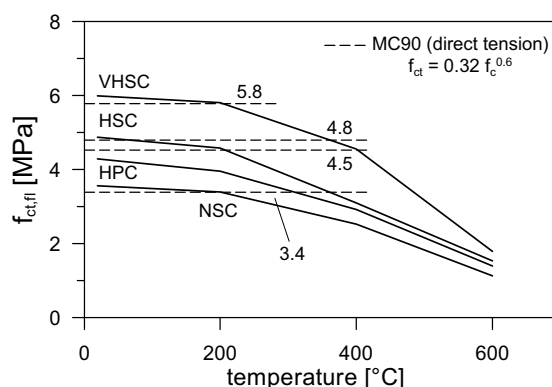


Figura 2 - Diagrammi della resistenza a trazione indiretta residuale  $f_{ct,fl}$  (flessione su 4 punti).

Riguardo all'energia di frattura, essa dipende dallo stato corrente della microstruttura, che durante l'esposizione all'alta temperatura viene danneggiata dalle transizioni di fase, dalle reazioni chimiche e dalle mutazioni cristalline. Pertanto, l'energia di frattura è essenzialmente correlata alla massima temperatura raggiunta dal materiale, e non risente in modo sensibile delle modalità di prova (sia a caldo che in condizioni residuali, si vedano Hamoush et al., 1998, e Zhang e Bicanic, 2002 [6,12]).

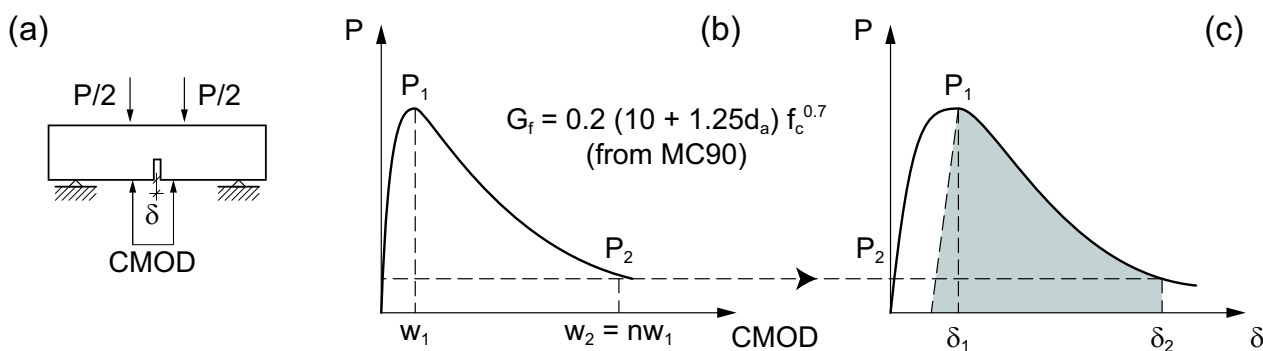


Figura 3 - Energia di frattura residuale: (a) modalità di prova; (b) tipico diagramma carico-apertura di fessura; e (c) calcolo dell'energia di frattura (area ombreggiata). In questo progetto,  $n$  è stato assunto pari a 10.

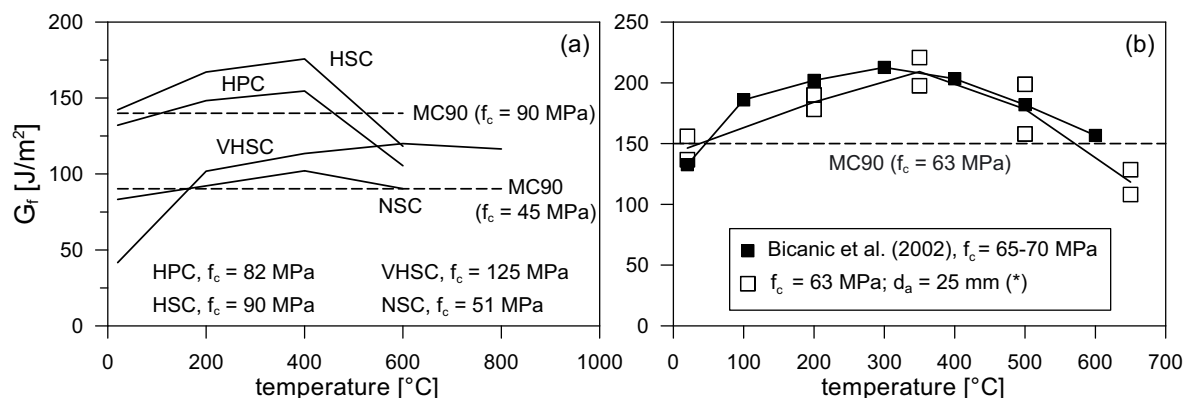


Figura 4 - Energia di frattura residuale: (a) questo progetto; e (b) altri risultati riguardanti calcestruzzi vibrati (\* altri risultati degli autori, con aggregato misto naturale).

La definizione dell'energia di frattura è mostrata in Fig. 3, mentre i risultati sperimentali sono mostrati in Fig. 4a (altri risultati di letteratura sono mostrati in Fig. 4b). Nella Fig. 4 le linee continue rappresentano i valori dell'energia di frattura per materiale vergine, secondo l'equazione fornita nell'MC-90 (riportata nell'inserito di Fig. 3b).

#### 4. RESISTENZA A COMPRESIONE, MODULO ELASTICO E COEFFICIENTE DI POISSON

Le prove di compressione residuali confermano anche per i calcestruzzi autocompattanti un netto decadimento per la resistenza massima (Fig. 5a), con migliore comportamento per il microcalcestruzzo (grazie all'effetto delle fibre polimeriche). Fra gli altri calcestruzzi, oltre i 300-400°C l'HPC e l'HSC si confermano più sensibili all'alta temperatura dell'NSC, ma così non è entro i 200-250°C.

Complessivamente i Calcestruzzi No.1, 2 e 3 si dimostrano meno sensibili all'alta temperatura di quelli provati da Persson (Fig. 1).

Più accentuato è il decadimento del modulo elastico secante (Fig. 5b), che a 600°C vede addirittura la coincidenza delle perdite percentuali per i 3 calcestruzzi NSC, HPC e HSC, mentre a temperature inferiori i calcestruzzi HPC e HSC hanno un migliore comportamento.

Più regolare e meno sensibile all'alta temperatura è il comportamento del VHSC.

Complessivamente le curve carico-spostamento e tensione-deformazione in compressione hanno denotato dispersioni molto modeste, anche nel ramo discendente, tant'è che per ogni materiale e per ogni temperatura di riferimento sono state eseguite non più di 3 prove in condizioni nominalmente identiche. Nelle Figure 6a,b,c sono mostrate le curve tensione-deformazione più significative per i Calcestruzzi No. 1, 2 e 3. Si noti l'estrema linearità dei rami ascendenti, il progressivo aumento della duttilità dei materiali all'aumentare della temperatura e la sostanziale coincidenza di HPC e HSC, la cui vera differenza sta nel diverso contenuto di umidità iniziale, dovuto alla diversa maturazione all'atto delle prove.

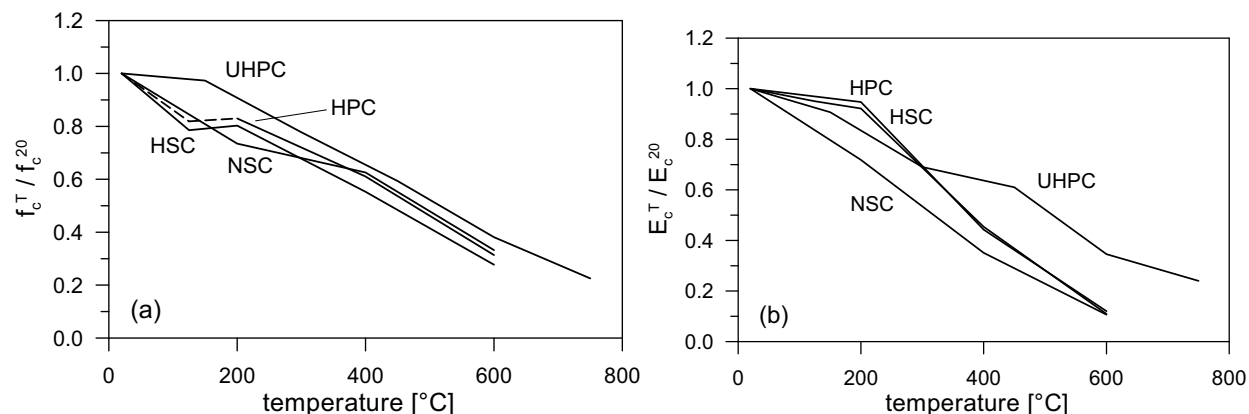


Figura 5 - Decadimento della resistenza a compressione cilindrica (a) e del modulo elastico (b). I moduli elastici sono stati misurati con riferimento agli accorciamenti piatto-piatto (cls No. 1,2,3), usando un opportuno fattore di correzione. Il comportamento molto lineare dei rami ascendenti delle curve tensione-deformazione permette di ritenere coincidenti i moduli all'origine, i moduli secanti (cls No. 1,2,3) ed i moduli stabilizzati (cls No.4).



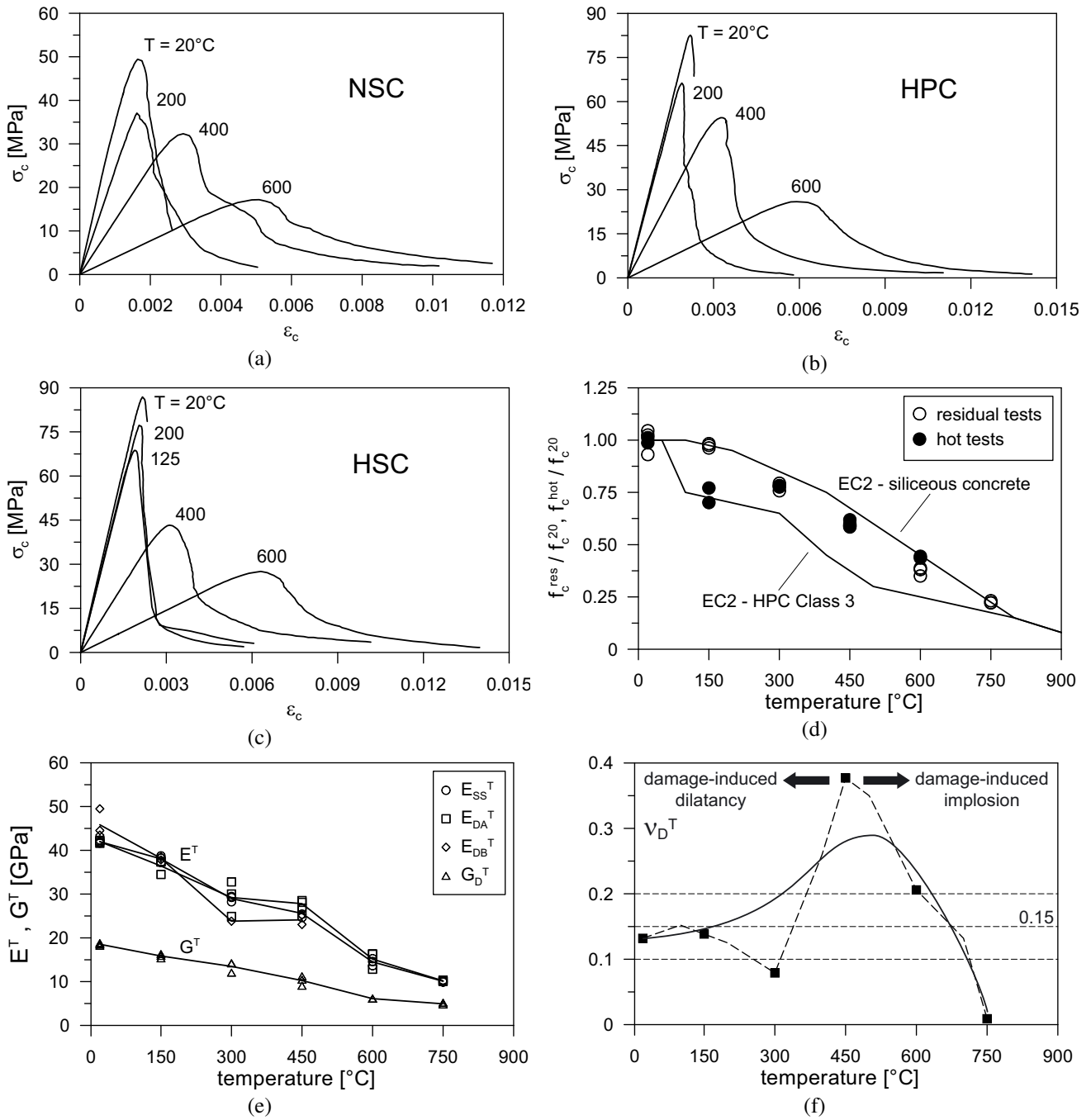


Figura 6 - (a,b,c) Tipiche curve tensione-deformazione dei Calcestruzzi No. 1, 2 e 3; e (d,e,f) decadimento del Calcestruzzo No. 4: (d) resistenza cilindrica a caldo e residuale, e curve proposte in EC 2 per calcestruzzi ordinari ad aggregato siliceo e per calcestruzzi ad alte prestazioni di Classe 3 ( $f_c \geq 90$  MPa); (e) moduli elastici residuali, statici e dinamici; e (f) coefficiente di Poisson residuale.

Le Figure 6d,e,f si riferiscono al microcalcestruzzo (Calcestruzzo No. 4), unico dei 4 materiali di cui al momento siano state eseguite le prove a caldo. Come si può osservare in Fig. 6d, i comportamenti a caldo e residuale tendono a coincidere al di sopra dei  $300^\circ\text{C}$ , mentre per temperature

inferiori lo stato di pressione del vapore nei pori penalizza la resistenza a caldo del microcalcestruzzo. I moduli elastici statici e dinamici sono diagrammati in Fig. 6e, mentre il coefficiente di Poisson è diagrammato in Fig. 6f. Si noti che il modulo elastico è dato sia nella forma statica "stabilizzata"

( $E_{SS}^T$ , dopo 3 cicli di carico-scarico, modalità RILEM) che nella forma dinamica, con misura delle frequenze fondamentali delle deformazioni assiali ( $E_{DA}^T$ ) e flessionali ( $E_{DB}^T$ ), mentre il modulo elastico a taglio è dato solo nella seconda forma ( $G_D^T$ ), con misura della frequenza fondamentale delle deformazioni torsionali. Il coefficiente di Poisson – ottenuto da  $E_{DA}^T$  e  $G_D^T$  – mostra un andamento singolare (Fig. 6f), ma non privo di spiegazioni (dilatanza crescente alle temperature medio-basse, per progressivo aumento del danneggiamento termico, e implosione crescente alle temperature medio-alte per la formazione progressiva di vuoti interni), con i valori massimi prossimi a 0.3. A conoscenza degli autori, questi sono gli unici risultati di letteratura sul coefficiente di Poisson in materiali cementizi danneggiati dall'alta temperatura.

## 5. DIFFUSIVITA' TERMICA

L'analisi termomeccanica di una data struttura viene generalmente effettuata disaccoppiando il regime termico da quello meccanico. Nel caso assialsimmetrico di un cilindro infinitamente lungo senza sorgenti o pozzi di calore, il cui regime termico sia regolato dalla sola conduzione, l'equazione della trasmissione del calore può essere risolta in forma chiusa e porta ad un legame parabolico tra la temperatura e la coordinata radiale lungo ogni diametro.

Più specificamente, la relazione tra  $\Delta T$  (= differenza tra la temperatura superficiale e quella lungo l'asse del cilindro),  $D$  (= diffusività termica),  $v_h$  (= velocità media di riscaldamento) e  $R$  (= raggio del provino o meglio distanza tra le due termocoppie) è rappresentata dall'Eq. 1. La diffusività termica è a sua volta legata alle tre proprietà fisiche del materiale,  $\rho$  = densità,  $c$  = calore specifico e  $\lambda$  = conducibilità termica (per definizione  $D = \lambda \rho^{-1} c^{-1}$ ). L'Eq. 1 vale a condizione che la conducibilità termica non sia variabile con le coordinate spaziali. Invertendo l'Eq. 1, si può calcolare la diffusività termica, una volta noti gli altri parametri (si veda l'Eq. 2):

$$\Delta T = \frac{v_h R^2}{4D} ; D = \frac{v_h R^2}{4\Delta T} \quad (1,2)$$

Ovviamente la diffusività  $D$  è "apparente", poichè tiene indirettamente conto di fenomeni quali le transizioni di fase (acqua  $\Rightarrow$  vapore, 100-200°C), il trasporto di materiale (migrazione di umidità, da 100 a 300°C), le reazioni chimiche (dissociazione dell'idrossido di calcio, 400-450°C; dissociazione del carbonato di calcio = calcinazione, oltre i 700°C) e i cambiamenti di regime cristallino (quarzo  $\alpha \Rightarrow$  quarzo  $\beta$  con aumento di volume del materiale, 550-600°C). L'Equazione 2 consente una valutazione precisa della diffusività termica (Khoury et al., 1984; Felicetti et al., 2002 [9,5]). I diagrammi di diffusività dei calcestruzzi indagati sono mostrati nelle Figg. 7a,b.

Si può osservare in Fig. 7a (Calcestruzzi No.1,2,3) la diffusività termica crescente con la resistenza del calcestruzzo, e la bassa diffusività termica del Calcestruzzo No.4 (Fig. 7b), che ha spiccate doti isolanti.

## 6. COMMENTI E CONCLUSIONI

Nonostante questo progetto di ricerca sia tuttora in corso, si possono fare alcuni commenti e trarre alcune conclusioni dai risultati finora ottenuti. Globalmente, i quattro SCC indagati evidenziano un comportamento soddisfacente con riferimento alla trazione indiretta per flessione dopo un ciclo ad alta temperatura, in quanto la resistenza a trazione residuale a 400°C è circa il 70% di quella a temperatura ambiente, mentre a 600°C è poco meno del 30%, valori simili a quelli dei calcestruzzi vibrati-VC. Tuttavia, a temperatura ambiente la resistenza a trazione indiretta per flessione è molto vicina alla resistenza a trazione diretta calcolata secondo le formule dell'MC-90 per i VC, mentre usualmente la resistenza a trazione indiretta dovrebbe avere valori maggiori anche del 30-40%, a seconda della dimensione del provino. In altre

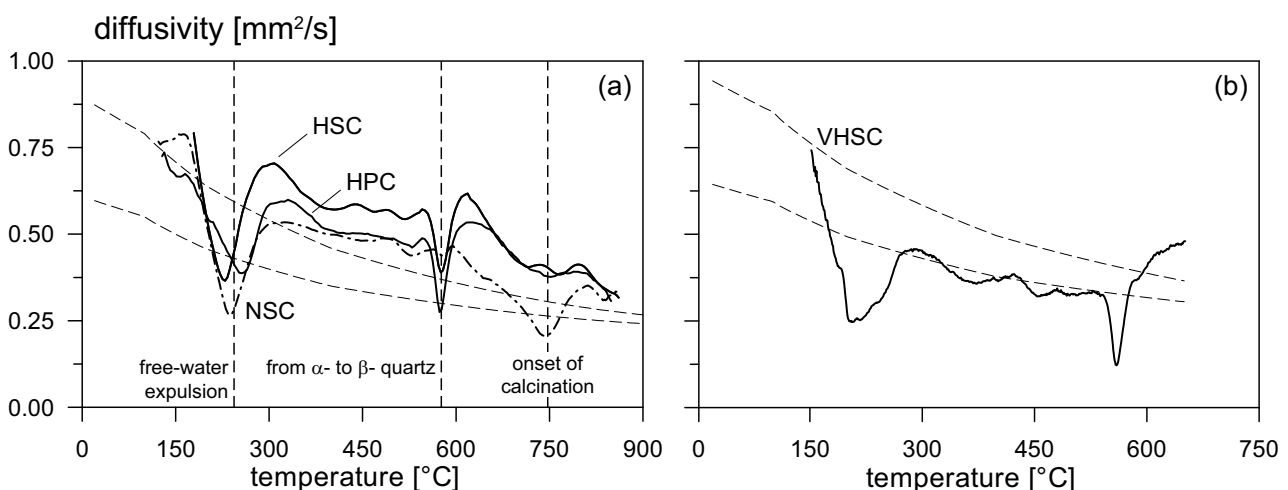


Figura 7 - Diagrammi della diffusività termica per i Calcestruzzi No. 1, 2, 3 (a); e No. 4 (b). Le curve tratteggiate si riferiscono ai valori di conducibilità termica e calore specifico proposti in EC-2, e alla densità misurata sperimentalmente. Provini cilindrici con  $\varnothing = 100$  mm (a), e 80 mm (b).

parole, a temperatura ambiente sembrerebbe che gli SCC abbiano una resistenza a trazione diretta inferiore ai VC, o comunque una bassa tenacità (comportamento “fragile”).

Come nel caso dei VC, l'energia di frattura a 400°C (e fino a 600°C nel VHSC indagato in questo studio) è più elevata che a temperatura ambiente, ma i pochi dati disponibili in letteratura mostrano come l'incremento di energia di frattura sia circa 1/3 del valore iniziale nei VC, mentre negli SCC tale incremento sembrerebbe minore (1/4-1/5), eccetto che per il VHSC. Effettivamente, la dimensione ridotta dell'aggregato del VHSC e la sua grande omogeneità microstrutturale tendono a limitarne l'energia di frattura a temperatura ambiente. Tuttavia, il danneggiamento termico rende la microstruttura del VHSC meno omogenea e ciò spiega l'incremento dell'energia di frattura (fino a tre volte a 600°C). Globalmente, la formulazione proposta dall'MC 90 per l'energia di frattura del materiale vergine sembra essere valida anche per gli SCC, a condizione che il processo di frattura sia controllato dalla dimensione massima dell'aggregato; in altre parole, il conglomerato cementizio deve avere le caratteristiche di un calcestruzzo ordinario e non di un microcalcestruzzo o di una malta.

Riguardo al VHSC indagato, le resistenze a caldo e residuale sono molto vicine al di sopra dei 300°C, e si collocano in prossimità delle curve suggerite nell'EC 2 per calcestruzzi vibrati ad aggregato siliceo. Inoltre, i moduli elastico e tangenziale in condizioni residuali sembrano decrescere linearmente con la temperatura, mentre il coefficiente di Poisson prima aumenta (da 0.13-0.15 a 20°C sino a 0.30-0.35 a 450-500°C ⇒ dilatazione indotta dal danneggiamento) e poi diminuisce (⇒ implosione indotta dal danneggiamento).

Ritornando agli SCC soggetti a compressione, il loro comportamento denota grande linearità nel ramo discendente fino a frazioni molto elevate della resistenza ed altrettanto grande pendenza del ramo discendente, a tutte le temperature. Quindi materiali piuttosto fragili al di sotto dei 200°C, con sensibilità all'alta temperatura un poco più elevata di quella dei calcestruzzi vibrati. Tuttavia, la maggiore fragilità non ha mai portato a rotture esplosive, poiché le prove sono state condotte in controllo di spostamento e sopra i 400°C il materiale diventa più duttile. Solo in alcuni casi sotto i 200°C il ramo discendente della fase post-picco è stato così ripido da impedire il raggiungimento della deformazione massima dell'1.5-2.0% (il processo di carico è stato controllato misurando lo spostamento tra i piatti della pressa).

Infine, negli SCC la diffusività termica tende ad aumentare con la resistenza del materiale, come si riscontra generalmente nei VC. Inoltre, negli NSC, HPC e HSC presi in esame la diffusività termica è risultata molto prossima a quella suggerita dall'EC 2 per i calcestruzzi vibrati, mentre il VHSC ha mostrato una diffusività minore, che garantisce al materiale particolari caratteristiche isolanti.

## RINGRAZIAMENTI

Questa ricerca è stata finanziata dal CIS-E (Centro Internazionale per le Strutture in Europa, Milano) su mandato di CTG-Italcementi (Bergamo).

## BIBLIOGRAFIA

- [1] BAMONTE P., CANGIANO S., GAMBAROVA P.G. (2006) - Thermal and Mechanical Characterization of a High-Performance Micro-Concrete. *2<sup>nd</sup> Int. fib Congress, V.2, ed. by the University of Naples, Naples (Italy), June 2006, 238-249.*
- [2] CHAN S. Y. N., PENG G., CHAN J. K. W. (1996) - Comparison between High-Strength Concrete and Normal-Strength Concrete Subjected to High Temperature. *Materials and Structures-Matériaux et Constructions, V.29, No.12, 616-619.*
- [3] FELICETTI R., GAMBAROVA P.G. (1998) - Effects of High Temperature on the Residual Compressive Strength of High-Strength Siliceous Concretes. *ACI-Materials Journal, V.95, No.4, 395-406.*
- [4] FELICETTI R., GAMBAROVA P.G. (1999) - On the Residual Tensile Properties of High-Performance Siliceous Concrete Exposed to High Temperature. *Int. Workshop on "Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures", ed. by G. Pijaudier-Cabot, Z. Bittnar and B. Gérard, Prague (Czech Republic), March 1998, 167-186.*
- [5] FELICETTI R., GAMBAROVA P.G., SILVA M., VIMERCATI M. (2002) - Thermal Diffusivity and Residual Strength of High-Performance Light-Weight Concrete Exposed to High Temperature. *6<sup>th</sup> Int. Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, V.2, ed. by G. König, F. Dehn and T. Faust, Leipzig (Germany), June 2002, 935-948.*
- [6] HAMOUSH S.A., ABDEL-FATTAH H., MCGINLEY M.W. (1998) - Residual Fracture Toughness of Concrete Exposed to Elevated Temperature. *ACI-Structural Journal, V.95, No.6, 689-694.*
- [7] HOFF G.C., BILODEAU A., MALHOTRA V.M. (2000) - Elevated Temperature Effects on HSC Residual Strength. *ACI-Concrete Int., No.4, 41-47.*
- [8] JANSSON R., BOSTRÖM L. (2005) - Experimental Investigation on Concrete Spalling in Fire. *Int. Workshop "Fire Design of Concrete Structures: What now? What next?" - fib Task Group 4.3, ed. by P.G. Gambarova, R. Felicetti, A. Meda and P. Riva, publ. by Starrylink (Brescia, Italy), Milan (Italy), December 2004, 109-113.*
- [9] KHOURY G.A., SULLIVAN J.E., GRAINGER B.N. (1984) - Radial Temperature Distributions within Solid Concrete Cylinders under Transient Thermal States. *Magazine of Concrete Research, V.36, No.128, 146-154.*
- [10] PERSSON B. (2004) - Fire Resistance of Self-Compacting Concrete – SCC. *Materials and Structures-Matériaux et Constructions, V.37, No.11, 575-584.*
- [11] PHAN L.T., CARINO N.J. (2002) - Effects of Test Conditions and Mixture Proportions on Behavior of High-Strength Concrete Exposed to High Temperatures. *ACI-Materials Journal, V. 99, No.1, 54-66.*
- [12] ZHANG B., BICANIC N. (2002) - Residual Fracture Toughness of Normal- and High-Strength Gravel Concrete after Heating to 600°C. *ACI-Materials Journal, V.99, No.3, 217-226.*

# INFLUENZA DEL LEGAME DI ADERENZA SUL COMPORTAMENTO ELASTO-PLASTICO DI NODI TRAVE-PILASTRO IN CEMENTO ARMATO

**Maria Luisa Beconcini, Pietro Croce, Paolo Formichi, Igor Spadoni**

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Pisa

## SOMMARIO

Nel corso di un'ampia campagna di indagini sperimentali spinte fino a rottura, condotta con azioni flettenti monotone crescenti e cicliche su nodi trave-pilastro in cemento armato al vero, sono stati determinati i diagrammi momento-rotazione delle travi all'attacco con il pilastro. I dati raccolti durante il primo ciclo di ciascuna prova sono stati successivamente analizzati in dettaglio, al fine di ricavare un modello analitico in grado di descrivere il comportamento sperimentale, tenendo conto in modo opportuno dello scorrimento tra acciaio e calcestruzzo. Lo studio ha messo in evidenza che il modello di aderenza CEB non consente di rappresentare correttamente il fenomeno nel caso in esame, cosicché si è calibrato un modello originale del legame tensione di aderenza-scorrimento, tramite il quale è stato possibile riprodurre più fedelmente l'effettivo comportamento delle sezioni di interfaccia trave-pilastro in fase fessurata. Un'analisi parametrica ha, infine, consentito di apprezzare la dipendenza dei risultati dall'area efficace di calcestruzzo considerata.

## SUMMARY

During a wide experimental investigation campaign on full scale reinforced concrete beam to column joints, they were determined the bending moment-rotation diagrams of the beams, at the connection with the column. Experimental data were analyzed in detail in order to set-up a suitable analytical model, able to describe the observed behaviour, also taking into account the actual bond-slip effect. The study showed that, in the examined cases, the CEB model for bond-slip correlation does not allow to represent correctly the experimental diagrams, so that an improved model has been calibrated, leading to a more satisfying fitting of experimental results. A parametrical analysis allowed finally to evaluate the influence of the concrete effective area to be considered in these calculations.

## 1 INTRODUZIONE

Lo studio si propone di definire un modello teorico atto ad interpretare compiutamente i risultati sperimentali ottenuti su nodi trave-pilastro di telai in cemento armato soggetti a carichi flettenti ciclici [1].

Nella prima fase della ricerca, ci si è limitati allo studio del primo ciclo di carico, che conduce alla plasticizzazione delle travi, al fine di individuare una metodologia di analisi, che tenendo conto dello scorrimento tra acciaio e calcestruzzo, consenta di determinare per via teorica il diagramma momento-rotazione delle travi, all'attacco con il pilastro.

L'analisi teorica delle travi in fase II e III, che si basa sull'ipotesi di perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo, anche trascurando il contributo del calcestruzzo teso, conduce a diagrammi momento-rotazione che sovrastimano considerevolmente la rigidità degli elementi, rispetto a quella sperimentale. La riduzione di rigidità registrata sperimentalmente può essere giustificata dalla presenza della fessurazione localizzata e dal manifestarsi dello scorrimento relativo tra acciaio e calcestruzzo.

Il legame di aderenza, che correla la tensione d'aderenza  $\tau$  con lo scorrimento  $s$ , è stato oggetto di un gran numero di studi [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [14], [15], che hanno portato al

modello comunemente impiegato, sostanzialmente coincidente con il modello CEB [10], [11], al quale si è inizialmente fatto riferimento nella fase iniziale della presente ricerca. Utilizzando tale modello, si è definito un algoritmo iterativo per localizzare le fessure nella trave e definire il conseguente regime tensionale nel calcestruzzo e nell'acciaio, all'interno del tratto compreso tra due fessure consecutive [2].

In [2] si è evidenziato che i risultati ottenuti con l'impiego del modello  $\tau$ - $s$  proposto dal CEB non sono coerenti con quelli sperimentali; una spiegazione di questo fenomeno è stata individuata nelle diverse condizioni di ancoraggio delle barre nella prova standard CEB e nella trave reale, dove queste si estendono per un tratto sufficiente a garantirne il perfetto ancoraggio.

Attraverso l'applicazione dell'algoritmo iterativo sopra citato, il legame di aderenza è stato opportunamente modificato, in modo da cogliere, con buona approssimazione, il comportamento sperimentale di un gruppo di campioni, in cui le travi avevano uguale armatura, rispondente alle specifiche dell'EC8 [13].

Nel presente lavoro si discute circa l'estensione del citato algoritmo agli altri campioni provati.

## 2 LA RICERCA SPERIMENTALE

Lo studio illustrato nel presente lavoro, si basa sui dati ricavati durante una campagna sperimentale svolta nel 2003-2004 presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università di Pisa. Il programma complessivo della ricerca ed i risultati della sperimentazione sono descritti in [1].

Si è trattato di prove su campioni in scala reale di nodi trave-pilastro in cemento armato a quattro vie, che sono stati sottoposti, in un primo tempo, a carichi flettenti applicati alternativamente alle due estremità delle travi fino allo snervamento delle armature, ed in seguito a carichi ciclici applicati contemporaneamente alle due estremità, per spostamenti imposti di entità crescente fino al collasso.

Dei risultati ottenuti per i 22 campioni testati, sono stati qui analizzati quelli relativi alla prima parte delle prove eseguite sugli 11 campioni confezionati con calcestruzzo di classe C50/60 (serie B).

La fig. 1 illustra le caratteristiche generali dei campioni considerati, mentre nella fig. 2 sono indicati, per ciascun campione, i dettagli delle armature delle travi.

Le modalità di applicazione del carico sono indicate nella fig. 3 per ciascuna delle quattro fasi in cui è stata suddivisa la prova: nelle fasi 1 e 2, si è agito solo sul tratto di trave S, applicando momenti di segno opposto come rappresentati in figura, fino alla plasticizzazione delle armature tese; nelle fasi 3 e 4 si è proceduto in modo analogo sulla sola trave X.

Durante le prove, oltre ai carichi e agli spostamenti delle estremità delle travi e dei pilastri, sono state rilevate le rotazioni relative delle sezioni di interfaccia trave-pilastro, tramite trasduttori di spostamento applicati nelle immediate vicinanze della sezione di attacco trave-pilastro, come illustrato nella fig. 4.

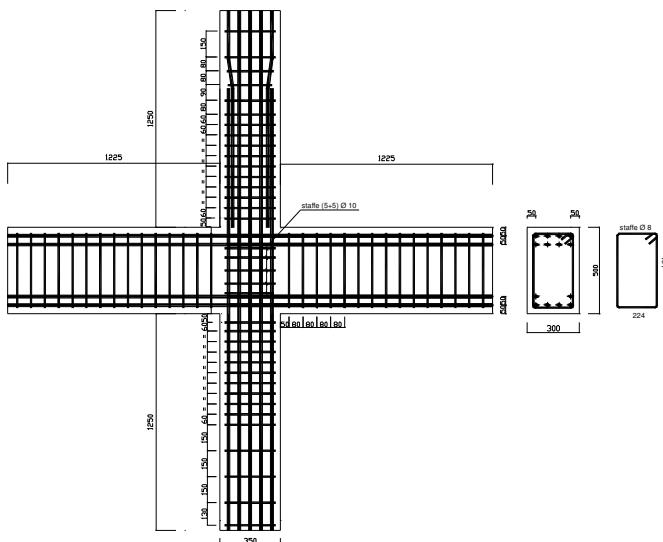


Figura 1 - Caratteristiche generali dei campioni

B <sub>S,1</sub> - B <sub>S,2</sub> B <sub>2,1</sub> - B <sub>2,2</sub> - B <sub>2,3</sub> B <sub>3,1</sub> - B <sub>3,2</sub> - B <sub>3,3</sub>	B <sub>1,1</sub>	B <sub>1,2</sub>	B <sub>1,3</sub>
φ16	φ18	φ20	φ22

Figura 2 - Dettagli delle armature delle travi

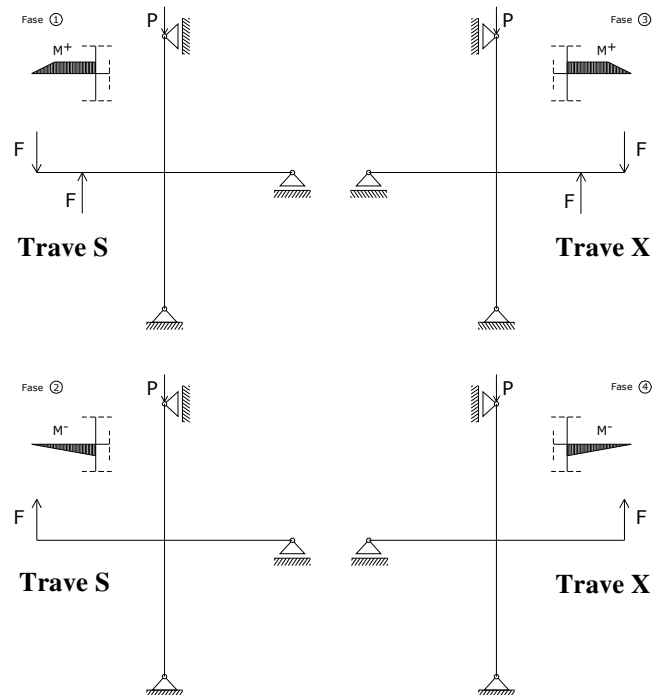


Figura 3 - Successione delle fasi della prova

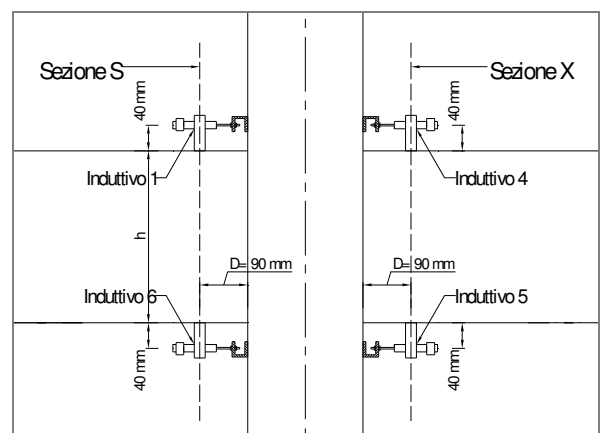


Figura 4 - Disposizione dei trasduttori di rotazione

### 3 RISULTATI SPERIMENTALI

I segnali registrati dai trasduttori di spostamento sono stati elaborati in modo da ottenere le rotazioni relative  $\theta$  tra trave e pilastro e quindi i diagrammi momento-rotazione per ciascuno dei campioni provati.

Le figure 5, 6, 7 e 8 illustrano i diagrammi momento-rotazione al primo ciclo di carico (fasi 1-4) per i campioni B<sub>2,1</sub>, B<sub>1,1</sub>, B<sub>1,2</sub>, B<sub>1,3</sub>, rispettivamente. L'area totale dell'armatura nei diversi campioni è pressoché costante, pur variando il diametro delle singole barre (vedi figura 2).

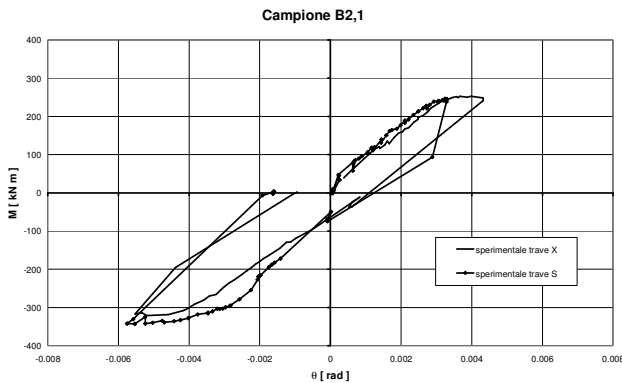


Figura 5 - Diagramma momento-rotazione sperimentale per il campione B<sub>2,1</sub>

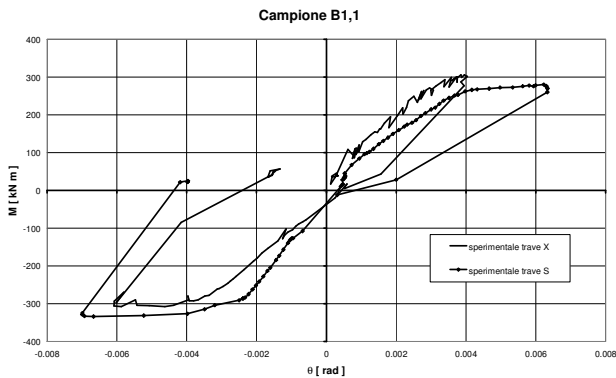


Figura 6 - Diagramma momento-rotazione sperimentale per il campione B<sub>1,1</sub>

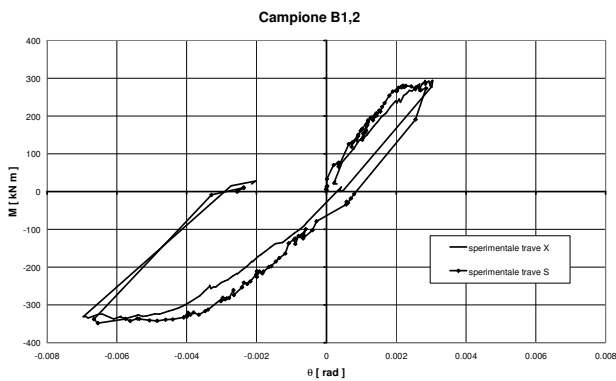


Figura 7 - Diagramma momento-rotazione sperimentale per il campione B<sub>1,2</sub>

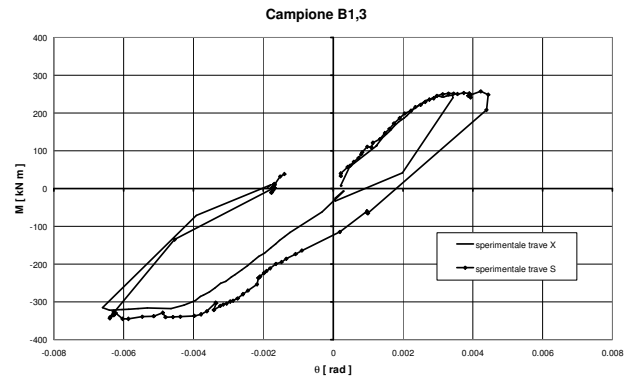


Figura 8 - Diagramma momento-rotazione sperimentale per il campione B<sub>1,3</sub>.

### 4 IL MODELLO ANALITICO

In [2] si è mostrato come i diagrammi teorici momento-curvatura, dedotti con le ipotesi classiche del calcolo a rottura delle sezioni in cemento armato, trascurando il contributo del calcestruzzo teso tra le fessure e considerando, in luogo dei valori di progetto  $f_{td}$ , i valori medi delle resistenze dei materiali dedotti sperimentalmente, sono in grado di cogliere con buona approssimazione il momento di plasticizzazione della trave, ma ne sovrastimano considerevolmente (circa quattro volte) la rigidezza. Ne segue che la modellazione non può prescindere dalla considerazione dei fenomeni legati alla fessurazione locale ed allo scorrimento acciaio-calcestruzzo.

#### 4.1 L'aderenza acciaio-calcestruzzo

Il modello classico per l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo si basa sulle equazioni di equilibrio e congruenza di un cono di tirante in cemento armato, come illustrato nella figura 9 [6], [14].

Detta  $F$  la forza di trazione nella barra in corrispondenza della lesione e  $F_s$  e  $F_c$  le quote relative all'acciaio ed al calcestruzzo, l'equazione globale di equilibrio nella generica sezione è

$$F = F_s + F_c, \quad (1)$$

che, differenziata nell'ipotesi  $A_c = \text{cost}$ , porta a

$$dF = dF_s + dF_c = d\sigma_s \cdot \frac{\pi\phi^2}{4} + A_c \cdot d\sigma_c = 0 \quad (2)$$

$$d\sigma_c = -\rho \cdot d\sigma_s \quad (3)$$

in cui  $\rho$  è il rapporto geometrico di armatura, riferito all'area di calcestruzzo  $A_c$ .

L'equilibrio di un tratto di barra  $dx$  è espresso da

$$d\sigma_s \cdot \frac{\pi\phi^2}{4} = \pi \cdot \phi \cdot \tau(s) \cdot dx \quad (4)$$

dove  $\tau(s)$  è la tensione di aderenza.

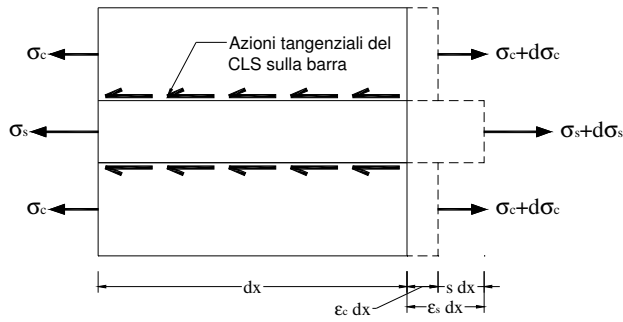


Figura 9. Equilibrio del cono di tirante in cemento armato

L'equazione di congruenza, infine, porta a

$$(\varepsilon_s - \varepsilon_c) \cdot dx = ds \quad (5)$$

da cui

$$\frac{d}{dx} s(x) = \varepsilon_s - \varepsilon_c \quad (6)$$

Le tre equazioni (2), (4) e (6), opportunamente manipolate, portano all'equazione differenziale risoltrice, che diviene:

$$\frac{d^2}{dx^2} s = \frac{4\tau(s)}{\phi} \left( \frac{d}{d\sigma_s} \varepsilon_s + \rho \frac{d}{d\sigma_c} \varepsilon_c \right) \quad (7)$$

Questa equazione differenziale non lineare si presta ad una soluzione di tipo numerico, per la quale è necessario introdurre i legami costitutivi  $\sigma$ - $\varepsilon$  per l'acciaio e per il calcestruzzo teso e il legame  $\tau$ - $s$  di aderenza.

#### 4.2 Legami costitutivi

Sulla base della sperimentazione, per l'acciaio d'armatura si sono assunte le seguenti caratteristiche meccaniche:

- per le barre  $\phi 16$ ,  $\phi 18$  e  $\phi 20$ :  $f_y=545$  N/mm<sup>2</sup>;  $f_t=630$  N/mm<sup>2</sup>;  $A_{gt}=6.0\%$ ;
- per le barre  $\square 22$ :  $f_y=474$  N/mm<sup>2</sup>;  $f_t=660$  N/mm<sup>2</sup>;  $A_{gt}=6.0\%$ .

Il legame costitutivo per l'acciaio è stato modellato secondo la formulazione di Ramberg-Osgood [16]

$$\varepsilon_s(\sigma_s) = \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{a}{E_s} \cdot \frac{\sigma_s^n}{f_y^{n-1}} \quad (8)$$

nella quale i parametri numerici  $a = 0.3$  e  $n=80$ , sono stati determinati in modo da approssimare al meglio la curva sperimentale.

Per il calcestruzzo dei vari campioni si sono assunte le caratteristiche meccaniche indicate in tabella 1, dedotte, secondo le formulazioni proposte dall'Eurocodice 2 [12], dalla resistenza media a compressione  $f_{cm}$ .

Per tutti i campioni la deformazione ultima a trazione è stata assunta uguale a  $\varepsilon_{cu}=0.115\%$ .

Tabella 1. Caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

	B <sub>2,1</sub>	B <sub>1,1</sub>	B <sub>1,2</sub>	B <sub>1,3</sub>
$f_{cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	64	64	81	67
$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	4.2	4.2	4.7	4.3
$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	36900	36900	40000	37500

L'espressione utilizzata per modellare il legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  del calcestruzzo in trazione è ancora di tipo Ramberg-Osgood,

$$\varepsilon_c(\sigma_c) = \frac{\sigma_c}{E_c} + \frac{a}{E_c} \cdot \frac{\sigma_c^n}{f_{ctm}^{n-1}}, \quad (9)$$

con valori dei parametri numerici  $a=0.01$  e  $n=40$ .

#### 4.3 Ipotesi semplificative

Come illustrato indicativamente in figura 10, si è ipotizzato che l'area di calcestruzzo teso collaborante con la barra metallica sia nulla in corrispondenza della lesione e raggiunga il valore massimo a distanza dalla lesione pari a metà dell'intraferro, variando con legge esponenziale.

Assumere  $A_c$  e conseguentemente  $\rho$  variabile consente di ottenere una migliore rappresentazione della diffusione delle tensioni all'interno del cls. in prossimità della lesione; la formula (2) può tuttavia tenersi ancora valida, considerando  $\rho$  costante a tratti nel dominio di integrazione.

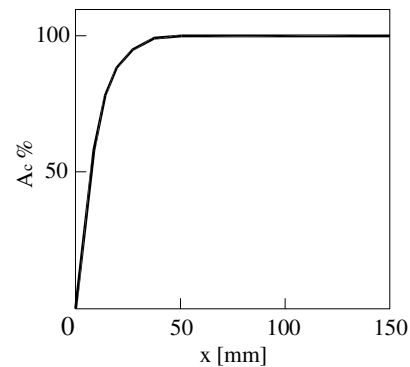


Figura 10 - Legge di variazione dell'area di calcestruzzo teso collaborante.

La porzione di calcestruzzo collaborante con una barra è stata assunta di sezione quadrata, ipotizzando che il comportamento del tirante in c.a. così ottenuto possa essere assimilato a quello di un tirante isolato. Le dimensioni massime della sezione di ciascun tirante, e la relativa percentuale geometrica d'armatura  $\rho$ , sono state determinate in un primo momento in modo convenzionale, in accordo con quanto previsto dall'EC2; successivamente, come meglio illustrato nel seguito, sono state oggetto di uno specifico studio parametrico.

#### 4.4 Algoritmo numerico di soluzione

La soluzione dell'equazione differenziale (7) è stata implementata alle differenze finite, considerando come condizioni al contorno i valori dello scorrimento  $s_0$  e della sua derivata

$s_0'$  in corrispondenza della prima lesione, che si localizza all'attacco con il pilastro.

Dal punto di vista meccanico assegnare la derivata prima  $s_0'$  equivale ad assegnare, attraverso la (6), la differenza tra le deformazioni dei due materiali. Ciò implica che in corrispondenza della lesione, dove  $\epsilon_{c0}=0$ , la  $s_0'$  rimane completamente definita una volta assegnata la deformazione nell'acciaio  $\epsilon_{s0}$ .

Lo scorrimento  $s_0$  in corrispondenza della lesione, che è il parametro di interesse ai fini dell'interpretazione analitica dei risultati sperimentali, può essere determinato in funzione di  $\epsilon_{s0}$  utilizzando una procedura iterativa di tipo *trial and error*. Il controllo della soluzione consiste nel verificare che, nella sezione in cui lo scorrimento  $s$  si annulla, si abbia  $\epsilon_c = \epsilon_s$ . Se ciò non si verifica occorre, ovviamente, modificare il valore di  $s_0$  iterando fino a che la condizione di cui sopra non risulti soddisfatta. Si determina così l'ascissa  $L_a$  della sezione in cui lo scorrimento è nullo e le deformazioni nell'acciaio e nel calcestruzzo sono uguali.

Se questo procedimento viene ripetuto ordinatamente, per valori crescenti di  $\epsilon_{s0}$ , si ottiene la rappresentazione completa del legame tra  $s_0$  e  $\epsilon_{s0}$ .

In un processo di carico, all'aumentare della sollecitazione esterna, la lunghezza di ancoraggio  $L_a$  aumenta e con essa la tensione di trazione nel calcestruzzo, finché quest'ultima non attinge il valore di rottura, cui corrisponde la formazione della seconda lesione, posta a distanza  $L_f$  dalla prima.

Nell'istante immediatamente successivo alla formazione della seconda fessura, nella sezione lesionata si manifesta uno scorrimento  $s_{L_f}$ , che determina una modifica dello stato tensionale e deformativo nel tratto  $L_f$ , compreso tra le due lesioni. Questo stato di tensione può essere descritto compiutamente una volta determinata l'ascissa  $x^*$  del punto in cui le tensioni tangenziali di aderenza cambiano di segno e in cui, data l'antimetria del problema, si verificano le condizioni  $s=s'=0$ .

L'ascissa  $x^*$  può essere calcolata assumendo per essa un valore di tentativo e applicando iterativamente, a partire dalla sezione  $x^*$ , l'algoritmo descritto a ciascuno dei due tratti in cui risulta diviso il concio di tirante, fino ad ottenere i valori effettivi delle deformazioni nell'acciaio alle due estremità del concio. Qualora, come nel caso in esame, le deformazioni nell'acciaio in corrispondenza di due lesioni consecutive possano essere considerate uguali, la sezione  $x^*$  coincide con la sezione di mezzeria del concio.

Le eventuali ulteriori lesioni, prodotte nel tratto  $L_f$  dagli incrementi di sollecitazione esterna, possono essere individuate semplicemente reiterando il procedimento.

A conclusione del processo è possibile ricavare, per ciascun livello di sollecitazione esterna, il valore dello scorrimento in corrispondenza delle lesioni, ed in particolare all'attacco trave-pilastro, e l'andamento delle deformazioni nel calcestruzzo teso, che sono i parametri necessari per il calcolo delle rotazioni relative trave-pilastro, da confrontare con quelle sperimentali.

## 5 RISULTATI OTTENUTI CON MODELLI TEORICI DI ADERENZA

### 5.1 Modello CEB

Come dettagliatamente illustrato in [2], l'algoritmo illustrato al punto precedente è stato impiegato per lo studio dei campioni con armatura  $\phi 16$ , considerando, in un primo mo-

mento, il modello di aderenza CEB richiamato in precedenza, adottando un rapporto di armatura  $\rho=0.02$ .

La prima lesione nella trave si manifesta a circa 250 mm da quella a filo pilastro, per un valore della deformazione nell'acciaio pari a  $\epsilon_s=0.4095\epsilon_{sy}$ . La seconda lesione si localizza a circa 125 mm dal filo pilastro, allorché la deformazione  $\epsilon_{s0}$  vale circa  $0.8 \epsilon_{sy}$ . Ulteriori incrementi della deformazione  $\epsilon_{s0}$  non sono seguiti dalla formazione di nuove lesioni.

L'evoluzione dello scorrimento  $s_0$  in corrispondenza del filo pilastro è rappresentato in funzione di  $\epsilon_{s0}$  nel diagramma di figura 11. In detto diagramma sono evidenti le discontinuità corrispondenti alla formazione delle lesioni, delle quali la prima si manifesta per  $s=0.131$  mm e  $\epsilon_{s0}=1.10\%$  e la seconda per  $s=0.269$  mm e  $\epsilon_{s0}=2.04\%$ . Dall'esame del diagramma si evince anche che il massimo scorrimento, che si verifica per  $\epsilon_{s0}=4.0\%$ , è  $s=0.45$  mm.

Come si vede, l'entità degli scorrimenti trovati è molto contenuta e tale da interessare soltanto il primo ramo, valido nel campo  $0 \div 1$  mm, del diagramma  $\tau$ - $s$  proposto dal CEB.

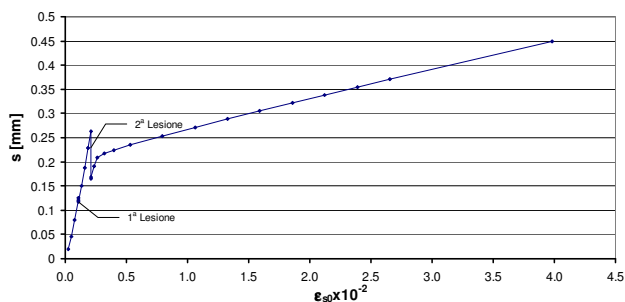


Figura 11 - Diagramma  $s$ - $\epsilon_{s0}$

Ciò significa che, contrariamente a quanto sarebbe ragionevole attendersi, nel caso in studio non si raggiunge lo stato limite di aderenza. L'apparente inadeguatezza del modello  $\tau$ - $s$  CEB è confermata dal confronto del diagramma  $M$ - $\theta$  così ottenuto con quello sperimentale, come illustrato al paragrafo seguente.

### 5.2 Costruzione del diagramma $M$ - $\theta$ con il modello di aderenza CEB e confronto con il diagramma sperimentale

Come illustrato al punto 2, la base di misura dei trasduttori induttivi di spostamento, posti sulle travi in prossimità del filo pilastro, è di 90 mm, per cui nel calcolo dello spostamento teorico è necessario tener conto dei contributi offerti da:

- apertura della lesione a filo pilastro;
- apertura di eventuali altre lesioni all'interno della base di misura;
- deformazione del calcestruzzo teso.

L'apertura della lesione a filo pilastro, in prima ipotesi, è stata assunta pari a  $2s_0$ , considerando, quindi, che lo scorrimento della barra sia uguale sia lato trave, sia lato nodo. Stante la condizione di confinamento del calcestruzzo di nodo e la presenza di sforzo normale nel pilastro, questa ipotesi limite, nel caso in esame, sottostima la rigidità lato nodo.

Indicati con  $h$  e  $y_n$  le distanze della barra e dell'asse neutro dal lembo compresso e con  $\Delta_c$  l'integrale delle  $\epsilon_c$  sulla base di misura (90 mm), all'interno della quale, come visto in prece-



denza, non sono presenti altre lesioni, le quote di rotazione  $\theta_{slip}$ , dovuta allo scorrimento, e  $\theta_{cls}$ , dovuta alla deformazione del calcestruzzo teso, sono date da:

$$\theta_{slip} = \frac{2s_0}{h - y_n} \quad \text{e} \quad \theta_{cls} = \frac{\Delta_c}{h - y_n} \quad (10)$$

Risulta quindi:

$$\theta = \theta_{slip} + \theta_{cls} \quad (11)$$

Si può osservare che il contributo  $\theta_{cls}$  è in genere trascurabile in rapporto a  $\theta_{slip}$ .

Nella figura 12, il diagramma M- $\theta$  così ottenuto, indicato come CEB 1, è posto a confronto con quelli sperimentali e con quello teorico, ottenuto nell'ipotesi di perfetta aderenza.

La curva CEB 1 presenta una discontinuità evidente, con riduzione della rotazione, in corrispondenza dell'apertura della seconda lesione. Causa di questo fenomeno è che detta lesio-

ne, posta a distanza di 125 mm dal filo pilastro, è esterna alla base di misura, il punto di misura è posto al lembo teso, sul calcestruzzo, laddove per effetto dell'aprirsi della nuova fessura si ha una contrazione. Qualora la base di misura fosse così estesa da comprendere la seconda lesione, si troverebbe ugualmente una discontinuità, che, questa volta, sarebbe associata ad un aumento della rotazione misurata, come evidenziato dalla curva indicata come CEB 2 nella stessa figura 12.

Si deve osservare che tali significative discontinuità non sono evidenti nei dati sperimentali.

Il diagramma, inoltre, pur essendo più aderente ai risultati sperimentali rispetto a quello teorico ottenuto nell'ipotesi di perfetta aderenza, sovrastima ancora la rigidezza, in particolar modo per valori elevati del momento M.

Tutto questo induce a ritenere che il legame di aderenza  $\tau$ - $s$  sin qui utilizzato non sia pienamente adeguato per modellare il reale comportamento dei campioni e necessiti di qualche affinamento.

### Campione B2,1

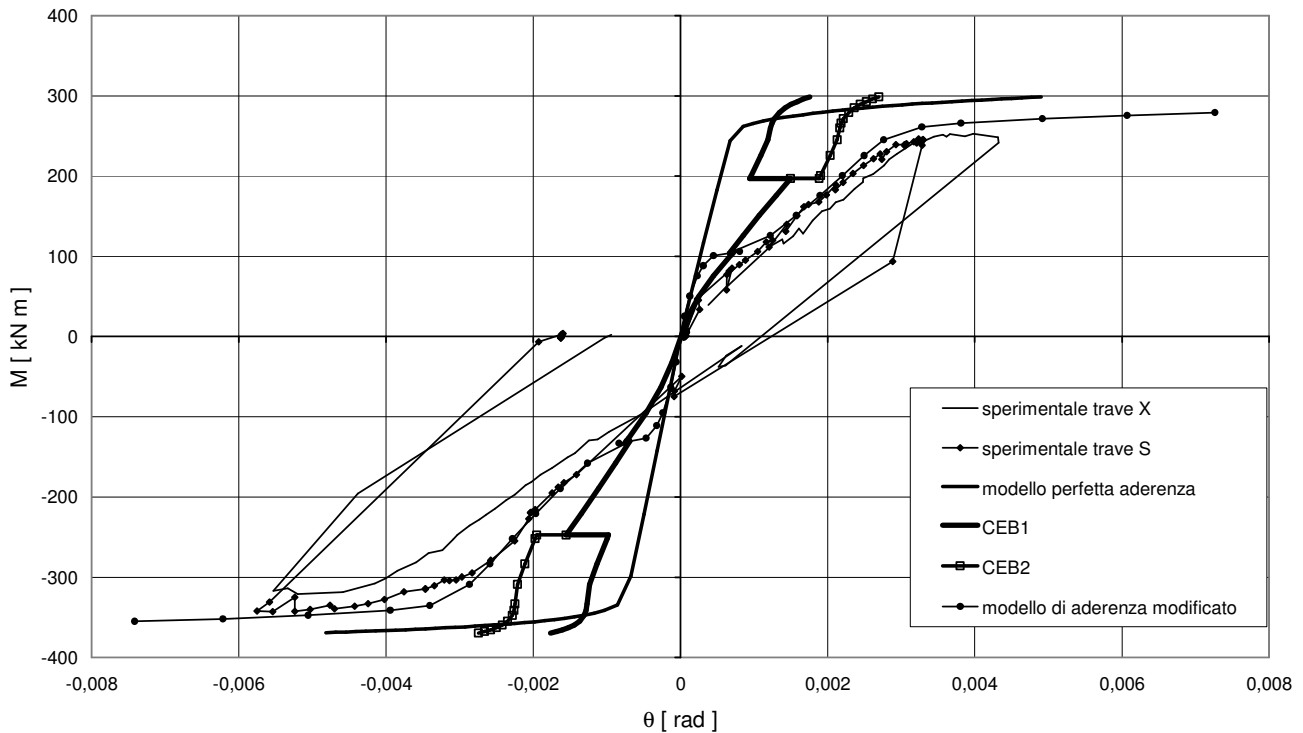


Figura 12 - Diagrammi M- $\theta$  teorici e sperimentali per il campione B<sub>2,1</sub> ( $\rho=0.02$ )

### 5.3 Modello di aderenza modificato

Il criterio seguito per l'affinamento del modello di aderenza origina dalla considerazione già espressa riguardo alla considerevole entità degli scorrimenti che, nel modello CEB, sarebbero necessari per mobilitare lo stato limite di aderenza.

Si è così deciso di contrarre parametricamente le ascisse del diagramma  $\tau$ - $s$ , fino ad ottenere una rappresentazione accettabile delle curve sperimentali. Nel far questo si è anche ridotto il valore massimo della tensione di aderenza  $\tau$ , portandolo a 7.5 N/mm<sup>2</sup>, e si è eliminato il plateau plastico.

La curva di aderenza modificata, illustrata in figura 13, è caratterizzata da un primo tratto esponenziale, nell'intervallo  $s=0\div 0.05$  mm, con massimo di  $\tau$  per  $s=0.025$  mm; un secondo tratto rettilineo decrescente fino al valore  $\tau=0.5$  N/mm<sup>2</sup>, nell'intervallo  $s=0.05\div 0.1$  mm, e da un ultimo tratto linearmente decrescente da 0.5 N/mm<sup>2</sup> fino a zero nell'intervallo  $s=0.1\div 0.3$  mm.

Utilizzando questo legame costitutivo modificato di aderenza si trova, coerentemente con le osservazioni sperimentali, che, oltre alla lesione a filo pilastro, se ne apre soltanto

un'altra, situata a circa 484 mm dalla prima, per valori di  $\epsilon_{s0}$  pari a circa  $0.431 \epsilon_{sy}$ .

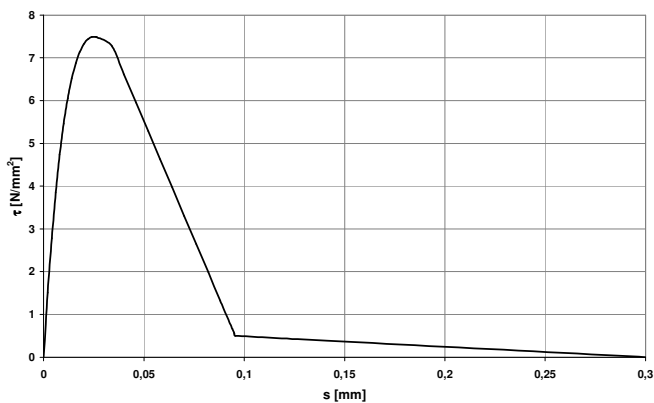


Figura 13 - Legame di aderenza modificato

Il diagramma momento-rotazione ottenuto con il legame di aderenza modificato è anch'esso rappresentato nel diagramma di figura 12. L'esame dei risultati dimostra che il modello è in grado di cogliere con soddisfacente approssimazione il comportamento effettivo dei campioni.

Come accennato, con questo modello, oltre a quella a filo pilastro, si prevede l'apertura di una sola lesione per bassi livelli di scorrimento; pertanto, la vistosa discontinuità che si osserva nei diagrammi CEB 1 e CEB 2 di fig. 12 all'aprirsi della seconda lesione, in questo caso non è presente. D'altronde, la limitata discontinuità, corrispondente alla formazione della prima lesione (vedi fig. 11), è dello stesso ordine di grandezza dell'errore di misura e quindi non apprezzabile sperimentalmente.

## 6 ESTENSIONE DELLO STUDIO

In una fase successiva della ricerca, l'impiego dell'algoritmo descritto al punto 4, unitamente al legame di aderenza modificato (figura 13), è stato esteso anche ai campioni  $B_{1,1}$ ,  $B_{1,2}$  e  $B_{1,3}$ , caratterizzati da travi armate con barre  $\phi$  18,  $\phi$  20 e  $\phi$  22, illustrati nella figura 2.

Stante la particolare distribuzione delle armature, una prima analisi è stata effettuata considerando che l'area di calcestruzzo collaborante con ciascuna barra sia sostanzialmente costante ed indipendente dalla dimensione della barra stessa. In questa ipotesi la percentuale geometrica di armatura  $\rho$ , assunta pari al 2% per i campioni armati con barre  $\phi$ 16, risulta pari a circa il 2.5% per le barre  $\phi$ 18, il 3.0% per le barre  $\phi$ 20 e il 3.5% per le barre  $\phi$ 22.

I diagrammi momento-rotazione così determinati per i campioni  $B_{1,1}$ ,  $B_{1,2}$  e  $B_{1,3}$  sono posti a confronto con quelli sperimentali nelle figure 14, 15 e 16 rispettivamente.

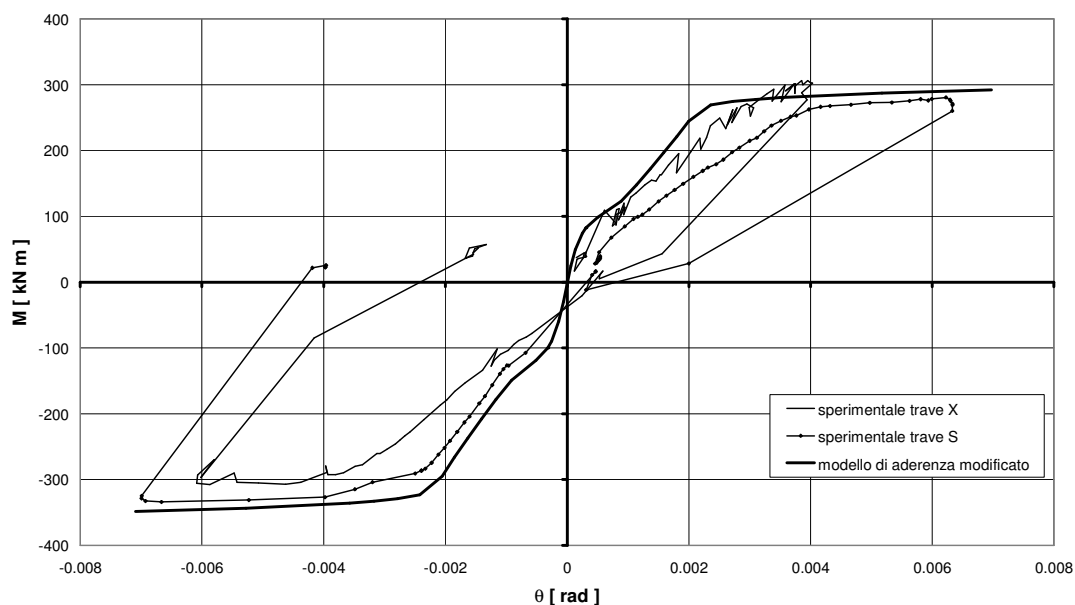


Figura 14- Diagrammi  $M-\theta$  teorici e sperimentali per il campione  $B_{1,1}$  (per  $\rho=0.025$ )

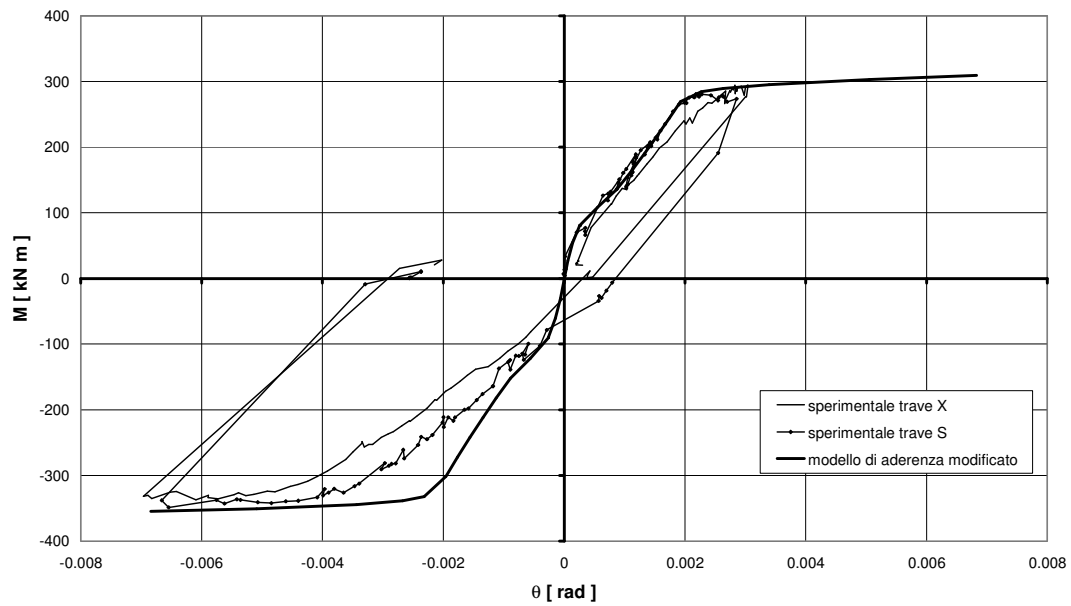


Figura 15- Diagrammi M- $\theta$  teorici e sperimentali per il campione B<sub>1,2</sub> (per  $\rho=0.03$ )

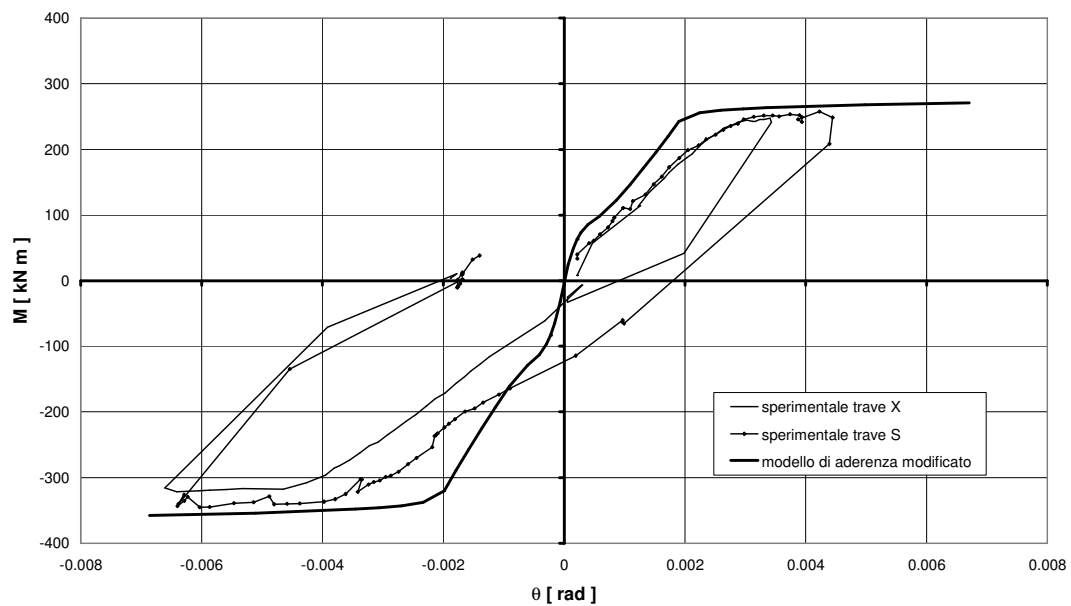


Figura 16- Diagrammi M- $\theta$  teorici e sperimentali per il campione B<sub>1,3</sub> (per  $\rho=0.035$ )

Le curve M- $\theta$  teoriche ottenute offrono approssimazioni delle curve sperimentali meno soddisfacenti rispetto a quelle ricavate per i campioni armati con barre  $\phi 16$ .

Questa circostanza è dovuta principalmente all'incertezza nella definizione della percentuale di armatura  $\rho$ . A seguito di

questa osservazione, ed in attesa di disporre di nuovi dati sperimentali più specificamente rivolti allo studio del legame di aderenza per le travi reali, si è deciso di effettuare un'indagine parametrica sui campioni disponibili, facendo variare la percentuale  $\rho$ .

### 6.1 Indagine parametrica

L'indagine parametrica è stata concentrata sui campioni armati con barre di diametro minimo ( $\phi 16$ ) e massimo ( $\phi 22$ ) tra quelli disponibili, allo scopo di meglio evidenziare gli effetti più significativi.

Nei diagrammi di figura 17, 18 e 19, relativi ai campioni con armatura  $\phi 16$ , sono illustrati, in funzione dell'ascissa  $x$ , misurata a partire dalla prima lesione a filo pilastro, gli andamenti dello scorrimento (scala logaritmica), delle deformazioni nel calcestruzzo e nell'acciaio e delle tensioni tangenziali d'aderenza, al variare del rapporto d'armatura.

Le curve rappresentate sono tracciate nella condizione di incipiente formazione della seconda lesione, e sono quindi relative a diversi livelli di deformazione e di tensione nell'acciaio in corrispondenza della lesione.

Nella tabella 2 sono riportate le posizioni delle lesioni rispetto al filo pilastro e i corrispondenti livelli di deformazione  $\epsilon_{s0}$  nell'acciaio, in funzione di  $\rho$ .

Nelle figure 20, 21 e 22 sono riportati gli analoghi diagrammi relativi al campione B<sub>1,3</sub>, armato con barre  $\phi 22$ , per il quale in tabella 3 sono riportate le posizioni delle lesioni rispetto al filo pilastro e i corrispondenti livelli di deformazione  $\epsilon_{s0}$  nell'acciaio, in funzione di  $\rho$ .

Tabella 2. Posizione delle lesioni e livello di deformazione (barre  $\phi 16$ )

$\rho$	$L_{l1}$ [mm]	$\epsilon_{s0}(L_{l1})/\epsilon_{sy}$	$L_{l2}$ [mm]	$\epsilon_{s0}(L_{l2})/\epsilon_{sy}$
0.020	484	0.431	-----	-----
0.025	266	0.352	-----	-----
0.030	236	0.292	118	0.301
0.035	222	0.258	111	0.287
0.040	210	0.227	105	0.275

Tabella 3. Posizione delle lesioni e livello di deformazione (barre  $\phi 22$ )

$\rho$	$L_{l1}$ [mm]	$\epsilon_{s0}(L_{l1})/\epsilon_{sy}$	$L_{l2}$ [mm]	$\epsilon_{s0}(L_{l2})/\epsilon_{sy}$
0.020	>500	-----	-----	-----
0.025	398	0.352	-----	-----
0.030	315	0.296	-----	-----
0.035	283	0.258	141	0.290
0.040	263	0.229	131	0.273

Nei diagrammi di figura 23 e 24 sono invece rappresentati i legami tra lo scorrimento  $s_0$  in corrispondenza della lesione e la deformazione  $\epsilon_{s0}$  nell'acciaio per i due tipi di campioni e per diversi rapporti di armatura.

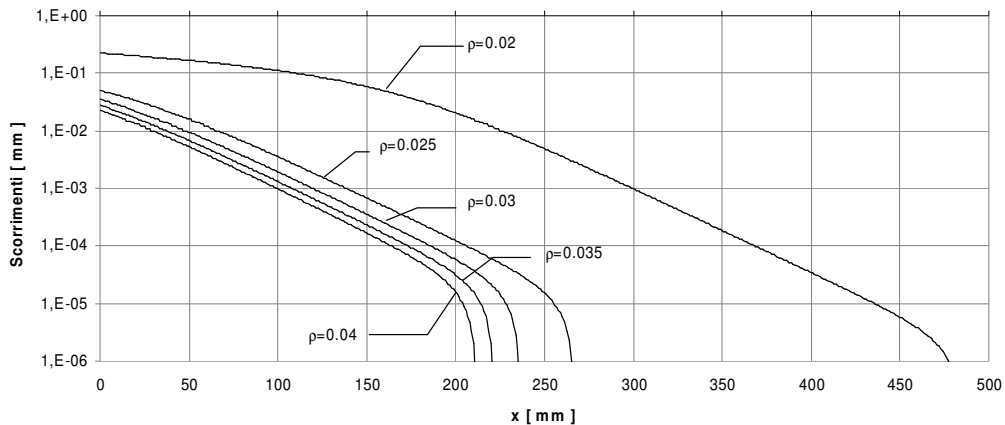


Figura 17 - Andamento degli scorrimenti per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi 16$ )

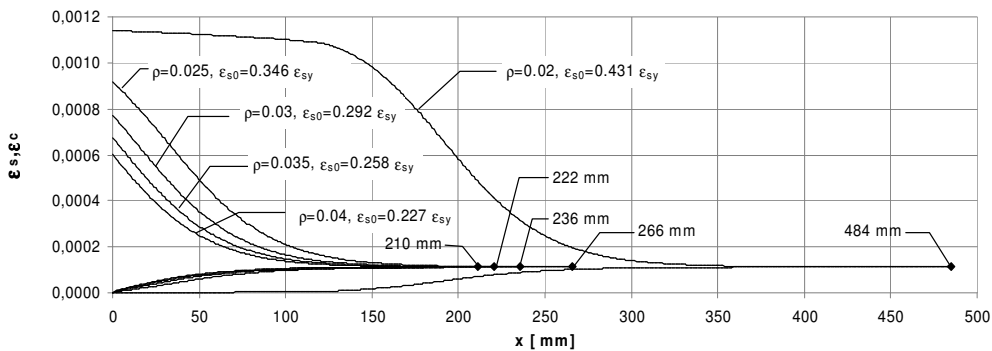


Figura 18 - Andamento delle deformazioni  $\epsilon_c$  e  $\epsilon_s$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi 16$ )

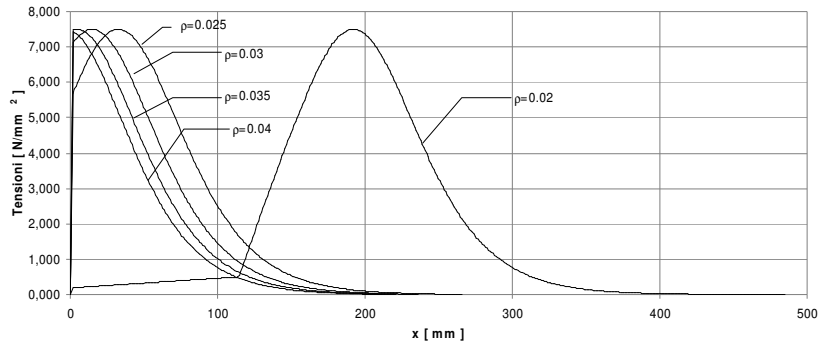


Figura 19 – Tensioni tangenziali di aderenza  $\tau$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi$  16)

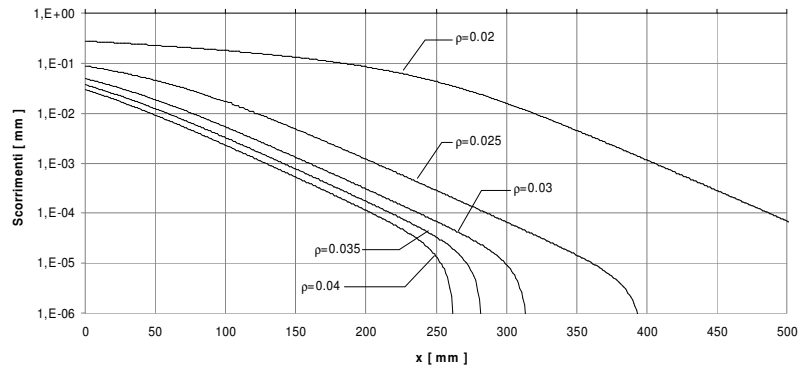


Figura 20 - Andamento degli scorrimenti per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi$  22)

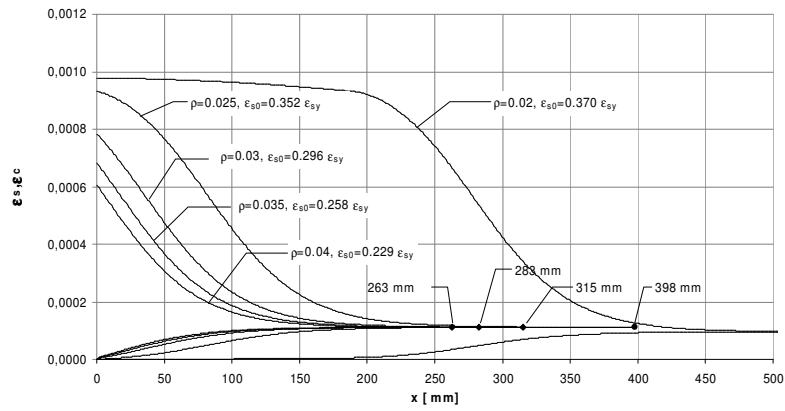


Figura 21 - Andamento delle deformazioni  $\epsilon_c$  e  $\epsilon_s$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi$  22)

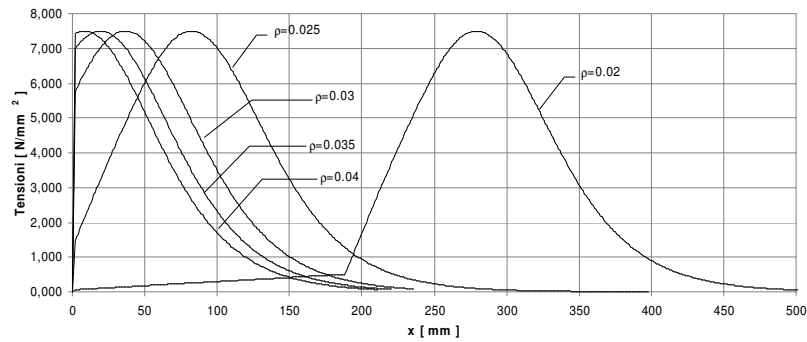


Figura 22 – Tensioni tangenziali di aderenza  $\tau$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi$  22)

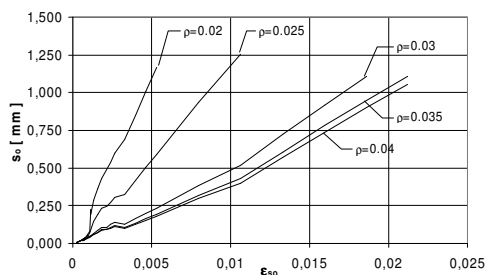


Figura 23 – Legame  $s_0 - \epsilon_{s0}$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi 16$ )

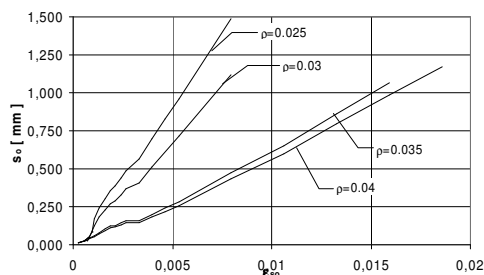


Figura 24 – Legame  $s_0 - \epsilon_{s0}$  per vari rapporti d'armatura (barre  $\phi 22$ )

L'esame delle figure e delle tabelle mostra che per una trave di assegnata armatura:

- la distanza tra le lesioni diminuisce al crescere del valore di  $\rho$  assunto a base del calcolo;
- le lesioni si manifestano per livelli via via decrescenti di deformazione (e quindi di tensione) nelle barre;
- l'apertura di una terza lesione è associata ai soli valori più elevati di  $\rho$  ( $\rho \geq 0.030$  per  $\phi 16$  e  $\rho \geq 0.035$  per  $\phi 22$ );
- per un assegnato livello di deformazione  $\epsilon_{s0}$  lo scorrimento aumenta al diminuire del rapporto di armatura;
- in conseguenza degli aumentati scorrimenti per  $\rho$  via via decrescenti, le tensioni di aderenza attingono il loro valore massimo, coerentemente con il modello qui proposto, in sezioni sempre più distanti dalla lesione;
- esiste un valore limite inferiore per  $\rho$ , al di sotto del quale nella zona immediatamente adiacente alla lesione la tensione di aderenza è prossima allo zero e conseguentemente la soluzione è fortemente influenzata dal valore assunto per  $\rho$ .

Un'ulteriore importante considerazione riguarda la possibilità che la terza lesione, qualora si manifesti, possa venirsi a trovare all'interno del tratto di trave assunto come base di misura per il calcolo della rotazione  $\theta$ . In questo caso

sia la rigidezza misurata sperimentalmente sia quella calcolata analiticamente subirebbero una sensibile riduzione.

I diagrammi momento – rotazione ottenuti con il modello proposto al variare di  $\rho$  sono confrontati con i corrispondenti diagrammi sperimentali nelle figure 25 e 26 per i due campioni  $B_{2,1}$  ( $\phi 16$ ) e  $B_{1,3}$  ( $\phi 22$ ), rispettivamente. Nelle stesse figure tra i diagrammi teorici sono inclusi anche quelli riferiti all'eventuale presenza della terza lesione all'interno della base di misura, per il caso  $\rho=0.04$ .

L'esame di queste ultime figure dimostra che con elevati rapporti di armatura il comportamento tende a quello che si avrebbe nell'ipotesi di perfetta aderenza, fatta eccezione per il caso in cui la terza lesione sia all'interno della base di misura.

Sulla base dei risultati numerici sembra possibile calibrare un valore ottimale di  $\rho$  in grado di riprodurre il comportamento sperimentale dei campioni; tuttavia è opinione degli autori che questo non possa prescindere da ulteriori e più mirate indagini sperimentali, finalizzate alla definizione di metodi di calcolo dell'area di calcestruzzo efficace più sofisticati di quelli attualmente disponibili, abitualmente impiegati per il calcolo dell'ampiezza delle lesioni.

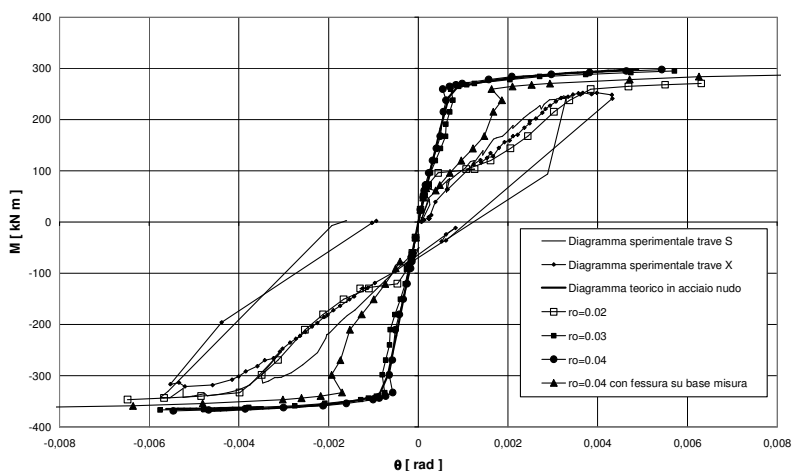


Figura 25 – Confronto tra i diagrammi  $M-\theta$  sperimentali e teorici ( $\rho$  variabile) per il campione  $B_{2,1}$

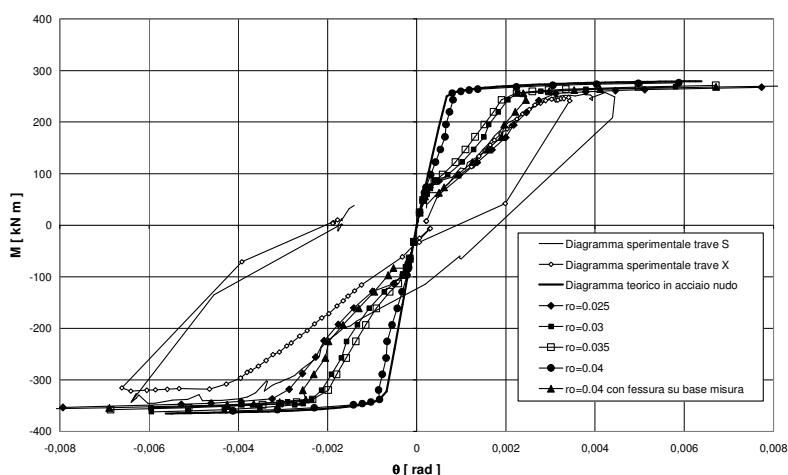


Figura 26 – Confronto tra i diagrammi  $M-\theta$  sperimentali e teorici ( $\rho$  variabile) per il campione  $B_{1,3}$

## 7 CONCLUSIONI

Si è illustrato un procedimento numerico che consente di valutare, una volta assegnato il legame di aderenza, i diagrammi momento-rotazione di nodi trave-pilastro in c.a. seguendo l'evoluzione dello stato fessurativo della trave al crescere della sollecitazione esterna, ed individuando nel contempo sia le deformazioni nei materiali sia gli scorrimenti relativi acciaio-calcestruzzo.

Uno studio critico del modello di aderenza proposto dal CEB ha portato alla formulazione di un modello opportunamente modificato, caratterizzato da una drastica riduzione degli scorrimenti in corrispondenza dei quali si mobilitano il massimo valore della tensione tangenziale e la tensione tangenziale limite.

Il procedimento è stato quindi impiegato per modellare il comportamento di campioni al vero di nodi trave-pilastro, provati nel corso di un'ampia campagna sperimentale, ottenendo risultati soddisfacenti.

Un ampio studio parametrico ha anche evidenziato l'importanza della corretta valutazione dell'area efficace di calcestruzzo da introdurre nel calcolo.

Sulla base dei risultati ottenuti in questa prima fase, la ricerca si propone nel futuro di approfondire il tema dell'aderenza con sperimentazioni mirate ad ottenere legami  $\tau_s$  più realistici per le travi, di determinare metodologie per la valutazione dell'area efficace e di estendere successivamente il procedimento all'analisi del comportamento di nodi trave-pilastro soggetti a sollecitazioni cicliche.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Bartelletti R., Beconcini M.L., Favilli A., Formichi P., Froli M., Nicotera R., 2004. Ricerca sperimentale su nodi di telai in cemento armato sotto azioni cicliche. 11° Congr. Naz. "L'Ingegneria Sismica in Italia", Genova.
- [2] Beconcini M.L., Croce P., Formichi P., Spadoni I., 2007. Comportamento ciclico di nodi di telai in cemento armato: analisi dei risultati di una campagna sperimentale su campioni al vero. 12° Congr. Naz. "L'Ingegneria Sismica in Italia", Pisa.
- [3] Alisiwat J. M., Saatcioglu M., 1992. Reinforcement Anchorage Slip Under Monotonic Loading. Journal of Structural Engineering, ASCE. Vol.118, N. 9.
- [4] Borosnyói A., Balázs G. L., 2005. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. Structural Concrete. Vol.6, N. 2.
- [5] Filippou F. C., 1986. A simple Model for Reinforcing Bar Anchorages Under Cyclic Excitations. Journal of Structural Engineering, ASCE. Vol.112, N. 7.
- [6] Park R., Paulay T., 2001, Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons.
- [7] Morita S., Kaku T., 1984. Slippage of reinforcement in Beam Column Joint of Reinforced Concrete Frame. Proceedings 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. 6.
- [8] Sezen H., Moehle J. P., 1984. Bond-Slip Behaviour of Reinforced Concrete Members. Proceedings 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. 6
- [9] Tassios T. P., Yannopoulos P.J., 1981. Analytical Studies on Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading Based on Bond Stress-Slip Relationships. ACI Structural Journal, May-June 1981.
- [10] CEB - Bulletin d'information N.213/214., 1993 "CEB-FIP Model Code 1990".
- [11] CEB-FIP-Bulletin 10, 2000. "Bond of Reinforcement in concrete".
- [12] UNI EN 1992-1-1: Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1:regole generali per gli edifici. Novembre 2005.
- [13] prEN 1998-1: "Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings". December 2003
- [14] Eligehausen R., Bigaj-van Vliet A., 1999, Bond behaviour and models. Structural Concrete, the Textbook on Behaviour, Design and Performance (fib Bulletins 1, 2, 3)
- [15] Ciampi V., Eligehausen R., Popov E.P., 1982, Analytical model for concrete anchorages of reinforced bars under generalized excitations. Report. No. UCB/EERC83/23, University of California.
- [16] Ramberg W., Osgood W. R., 1943, Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note No. 902, National Advisory Committee For Aeronautics, Washington DC





# STUDIO DEL COMPORTAMENTO MECCANICO DEI SOLAI ALVEOLARI IN PRESENZA DI GRANDI APERTURE

**Patrizia Bernardi<sup>1</sup>, Roberto Cerioni<sup>1</sup>, Ivo Iori<sup>1</sup>, Elena Michelini<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, dell'Ambiente, del Territorio e Architettura, Università degli Studi di Parma

## SOMMARIO

Nel presente lavoro si analizza il comportamento meccanico di solai alveolari in presenza di grandi aperture attraverso un procedimento teorico-numerico non lineare agli elementi finiti basato sul legame costitutivo PARC. Tale procedimento, utilizzato per modellare intere porzioni di impalcato, è stato verificato attraverso il confronto con i risultati di ben documentate prove sperimentali. Con riferimento ad alcune tipologie di pannello alveolare disponibili in commercio, sono state inoltre svolte analisi parametriche su porzioni di solaio con grandi aperture, facendo variare sia gli spessori degli elementi, che le dimensioni dei fori, al fine di indagare le modalità ed i carichi di collasso, nonché il comportamento e la distribuzione dello stato tensionale sotto i carichi di esercizio.

## SUMMARY

In this work, the structural behaviour of precast prestressed hollow core floors with large openings is studied, by performing nonlinear finite element analyses. In order to verify the procedure, a European experimental program carried out on a hollow core floor provided with an opening at one end has been first modelled. The proposed numerical approach has then been applied to analyse the mechanical behaviour of several floors, characterized by different thickness and by different dimensions of opening, providing some useful general observations concerning ultimate and serviceability state conditions.

## 1. INTRODUZIONE

Nella pratica costruttiva corrente gli impalcati per solai realizzati con pannelli alveolari possono presentare sia piccole aperture (di dimensioni inferiori alla semi-larghezza del pannello) per contenere canalizzazioni verticali per impianti o per la presenza di pilastri, che grandi aperture (di dimensioni pari a uno o due volte la larghezza del pannello) in genere derivanti dall'esigenza di realizzare vani scale e ascensore, cavèdi "tecnici", ecc. Con riferimento a quest'ultima situazione, le aperture possono indurre nei pannelli limitrofi elevate sollecitazioni torcenti e taglianti, i cui effetti non sono valutabili direttamente con i metodi semplificati disponibili nella letteratura tecnico-scientifica. In questi casi, il progettista strutturale spesso non ha a disposizione metodi di progettazione in grado di fornire risultati certi.

Anche dal punto di vista della sperimentazione, nella letteratura tecnico-scientifica si trovano pochi programmi riguardanti prove realizzate su più pannelli alveolari assemblati, date le difficoltà tecniche ed economiche che si incontrano nell'allestire questo genere di prove. Un esaustivo programma sperimentale è stato recentemente condotto presso l'istituto di ricerca finlandese VTT, nell'ambito di un programma di ricerca europeo denominato "HOLCOTORS", con l'obiettivo di chiarire l'interazione tra taglio e torsione nei solai alveolari. Tale programma ha riguardato sia l'analisi del

singolo pannello [1], che di più pannelli assemblati, in assenza [2] e in presenza [3] di grandi aperture.

Già da alcuni anni gli Autori della presente nota stanno affrontando lo studio del comportamento strutturale dei pannelli alveolari attraverso un approccio teorico-numerico basato su una modellazione ad elementi finiti in campo non lineare. Dapprima sono stati analizzati singoli pannelli, indagando il loro comportamento meccanico fino al collasso per flessione o per taglio [4-6] e confrontando i risultati numerici con quelli di ben documentate prove sperimentali. Successivamente, in [7], con riferimento alle prove sperimentali riportate in [2], è stato affrontato lo studio del comportamento strutturale di interi solai alveolari, fornendo indicazioni progettuali per quelli vincolati lungo i bordi longitudinali. Nella presente nota viene quindi preso in considerazione l'ultimo gruppo di prove sperimentali precedentemente menzionate [3], condotte su quattro pannelli assemblati all'interno dei quali è stata prevista un'apertura di grandi dimensioni. Le prove di laboratorio sono state simulate utilizzando il procedimento ad elementi finiti già introdotto ed opportunamente verificato nei lavori precedenti [4-6]. In particolare, in [7], sono state messe a punto le modalità di modellazione dei giunti longitudinali che uniscono i singoli pannelli tra loro, permettendo un comportamento d'insieme attraverso il trasferimento di azioni in prevalenza taglianti.

Dopo aver opportunamente verificato la rispondenza tra la risposta sperimentale [3] e quella numerica fornita dal modello proposto, si è impiegata la medesima modellazione per fornire alcune osservazioni di carattere generale in merito al comportamento dei pannelli in presenza di grandi aperture. A tale scopo, sono stati presi in esame due pannelli di produzione della ditta di prefabbricati RDB (Pontenure, PC) caratterizzati da due spessori differenti (22 e 40 cm) e da un medesimo rapporto tra luce e spessore. Si sono quindi modellati impalcati costituiti dall'assemblaggio di un uguale numero di pannelli all'interno dei quali sono state ipotizzate due possibili aperture: di medie dimensioni (1.20 x 1.20 m circa, essendo 1.20 m la larghezza di una singola lastra alveolare) e di grandi dimensioni (pari 1.20 m x metà lunghezza dei pannelli). In particolare, è stata studiata l'influenza esercitata da queste aperture in termini di capacità resistente globale del solaio e di stato fessurativo e tensionale.

Tali indagini parametriche hanno permesso di chiarire meglio il comportamento dei pannelli in presenza di aperture fornendo anche alcune indicazioni utili per la progettazione.

## 2. PROVE SPERIMENTALI SU SOLAI ALVEOLARI IN PRESENZA DI GRANDI APERTURE [3]

### 2.1 Breve descrizione delle prove sperimentali

Presso l'istituto di ricerca finlandese VTT è stato condotto un programma sperimentale, dettagliatamente descritto in [3], che ha affrontato lo studio del comportamento meccanico di solai alveolari in presenza di grandi aperture. La porzione di solaio oggetto delle prove era costituita dall'assemblaggio di quattro pannelli alveolari affiancati, aventi spessore di 20 cm, larghezza pari a 1.2 m e lunghezza 7 m, ad eccezione di uno, lungo 6 m, che ha consentito di ottenere nell'impalcato un'apertura di 1.2 x 1.0 m (Fig. 1).



Figura 1 – Allestimento della prova sperimentale [3].

I pannelli presentavano un'armatura di precompressione costituita da 7 trefoli all'intradosso, aventi diametro nominale di 12.5 mm (Fig. 2) e caratterizzati da una tensione  $f_{p0.2k}$  pari a 1640 MPa e da una tensione di rottura  $f_{ptk}$  di 1860 MPa. La tensione iniziale di tiro era di 900 MPa, mentre il calcestruzzo impiegato aveva una resistenza cubica a compressione di 60 MPa.

Il dispositivo di prova prevedeva che tutti i pannelli fossero appoggiati su travi trasversali di supporto, realizzate in calcestruzzo gettato in opera ( $R_{ck}=30$  MPa) e rinforzate con barre di armatura lenta, ad eccezione del pannello alla cui estremità era prevista l'apertura, che è stato appoggiato su di un'apposita trave di ripartizione trasversale in acciaio.

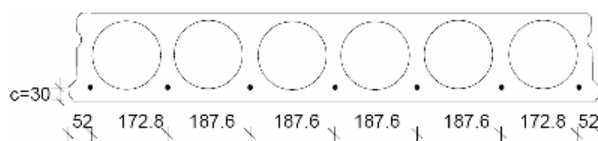


Figura 2 – Caratteristiche geometriche della sezione trasversale del pannello alveolare impiegato [3].

L'assemblaggio tra i pannelli è stato quindi realizzato mediante giunti longitudinali gettati in opera, rinforzati mediante una barra longitudinale di armatura. Il giorno successivo al getto, i giunti sono stati prefessurati mediante cunei, al fine di rendere il loro comportamento il più omogeneo possibile nel corso delle prove di carico.

La porzione di solaio è stata quindi sottoposta a 12 prove di carico, quest'ultimo distribuito su quattro punti, diverse tra loro per la posizione del carico stesso (Fig. 3). Nelle prime 10 prove (Fig. 3a) il carico, progressivamente incrementato, è stato limitato ai valori di servizio, mentre nelle ultime 2 (Fig. 3b) è stato aumentato sino al collasso della struttura.

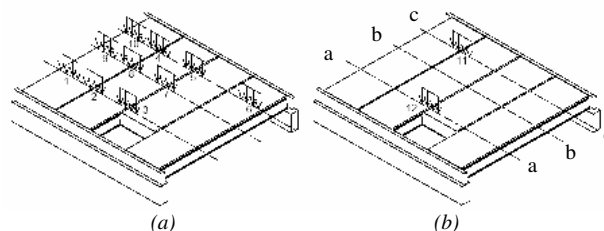


Figura 3 – Condizioni di carico previste per indagare il comportamento (a) di servizio, (b) di collasso.

In ciascuna delle 10 prove condotte nell'ambito delle condizioni di servizio, il carico è stato incrementato monotonicamente fino a circa 100 kN, valore tale da mantenere il pannello pressoché integro, con risposta meccanica quasi lineare. Dopo aver misurato le grandezze di interesse, il carico è stato rimosso, la strumentazione di misura azzerata e il macchinario di carico è stato spostato nella zona dove era prevista la successiva condizione di carico. Una volta terminate le prove di servizio, sono state poi condotte le due prove a collasso.

Ciascuna prova è stata identificata con la sigla FT200:X, in cui con 200 si indica lo spessore, in millimetri, del pannello, e con X il numero della prova medesima.

Per quanto riguarda la strumentazione di misura, sono stati impiegati trasduttori di spostamento orizzontali e verticali (per un totale di circa 120), la cui disposizione è dettagliatamente riportata in [3]. In particolare, gli spostamenti verticali sono stati misurati lungo tutta l'estensione trasversale dell'impalcato in corrispondenza di distanze diverse dalle testate.

### 2.2 Modellazione numerica

La simulazione numerica delle prove sopra descritte è stata condotta attraverso un procedimento analogo a quello presentato in [7], relativo allo studio del comportamento meccanico di un solaio alveolare formato da 4 pannelli affiancati e privo di aperture. Tale metodo si basa su una discretizzazione ad elementi finiti tridimensionali tipo "shell"

con implementazione del legame costitutivo non lineare per il conglomerato armato PARC [8], in grado di tenere in considerazione l'influenza dei diversi contributi resistenti che si attivano in seguito all'apertura delle fessure.

I giunti longitudinali che uniscono i singoli pannelli sono stati modellati attraverso elementi finiti "shell" verticali in grado di trasmettere gli sforzi di taglio. Particolare attenzione è stata inoltre posta alla modellazione della trave di ripartizione su cui si appoggia il pannello più corto in corrispondenza dell'apertura. Nello specifico, gli elementi della soletta inferiore, delle due nervature laterali e dei giunti, relativi al pannello in corrispondenza della prevista trave di ripartizione, sono stati considerati costituiti da acciaio; inoltre, si è provveduto alla creazione di elementi aggiuntivi, una sorta di "tamponatura" degli alveoli, per simulare il getto integrativo effettivamente realizzato in quella zona.

La suddivisione in elementi finiti adottata per il solaio in esame è riportata in Figura 4. Come si può osservare, si è ritenuto opportuno infittire la mesh in corrispondenza delle zone in cui sono stati applicati i carichi e posizionati gli strumenti di misura, oltre che, naturalmente, in prossimità dell'apertura.

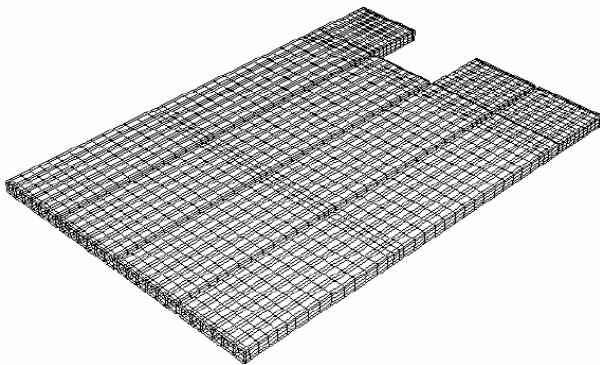


Figura 4 – Discretizzazione ad elementi finiti adottata per le analisi numeriche.

### 2.3 Confronto tra risultanze numeriche e sperimentali

Sono state inizialmente condotte le simulazioni numeriche relative alle dieci condizioni di esercizio e successivamente quelle relative alle due condizioni di rottura.

Data la modesta entità dei carichi in gioco, nel corso delle prime dieci prove la risposta dei pannelli si è mantenuta sostanzialmente in campo elastico lineare; per tale ragione, è stato possibile condurre analisi lineari tra loro indipendenti, anche in virtù della minima influenza esercitata dai diversi cicli di carico e scarico sul successivo comportamento strutturale dei pannelli.

Per necessità di sintesi, nel seguito sono riportati i risultati ottenuti per tre delle dieci prove considerate, denominate FT200:1-3 (Fig. 5), più interessanti in quanto caratterizzate da una maggiore vicinanza del carico applicato all'apertura (Fig. 3). Ogni grafico, su cui è stata indicata tanto la posizione del carico applicato quanto quella dell'apertura, riporta in ordinata l'abbassamento verticale misurato dai trasduttori posizionati in prossimità della linea di applicazione dei carichi dei tre casi considerati e in ascissa la distanza del punto di misura dal bordo del solaio. Come si può notare, la corrispondenza tra le curve sperimentali e quelle ottenute

numericamente risulta più che soddisfacente per tutti e tre i casi considerati; il modello proposto e la discretizzazione adottata appaiono pertanto in grado di cogliere con efficacia il comportamento trasversale dei pannelli assemblati, anche in presenza di aperture.

La simulazione delle due prove a rottura, condotte in campo non lineare utilizzando il modello PARC, ha permesso di verificare ulteriormente la modellazione adottata, confrontando non solo gli abbassamenti, ma anche il quadro fessurativo corrispondente alla crisi dei pannelli.

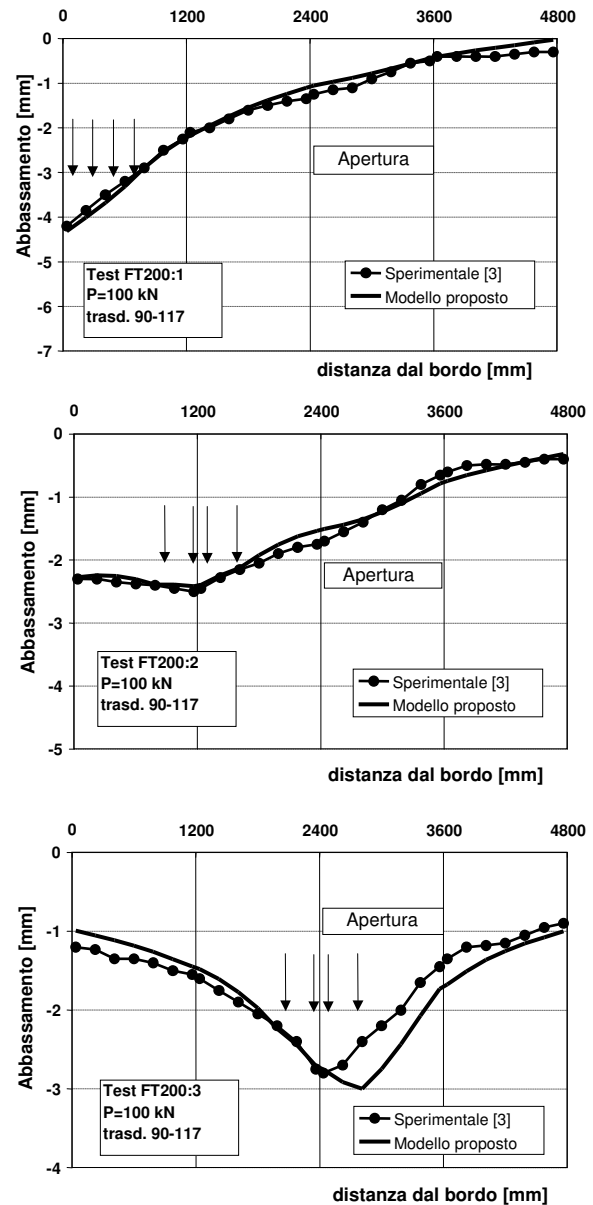


Figura 5 – Confronti numerico-sperimentali in termini di spostamento verticale (trasduttori posti lungo l'allineamento a-a, indicato in Fig. 3b) – distanza dal bordo per le prove FT200:1-3 in corrispondenza del massimo carico raggiunto nella prova (100 kN).

Le Figure 6 e 7 (rispettivamente relative alle prove FT200:11 ed FT200:12) riportano i grafici in cui, analogamente alle prove di servizio, viene mostrato il confronto tra le curve numeriche e le relative sperimentali in termini di spostamento verticale (registrato da trasduttori posti su allineamenti diversi) - distanza del punto di misura dal bordo del solaio, per valori crescenti del carico. Anche in questo caso, il modello proposto si è rivelato in grado di rappresentare con buona approssimazione la realtà sperimentale, dato il sostanziale accordo tra risultanze numeriche e sperimentali sia per la prova FT200:11 (Fig. 6) che per la prova FT200:12 (Fig. 7), maggiormente significativa in quanto contraddistinta dall'applicazione di un carico di intensità elevata situato in prossimità dell'apertura.

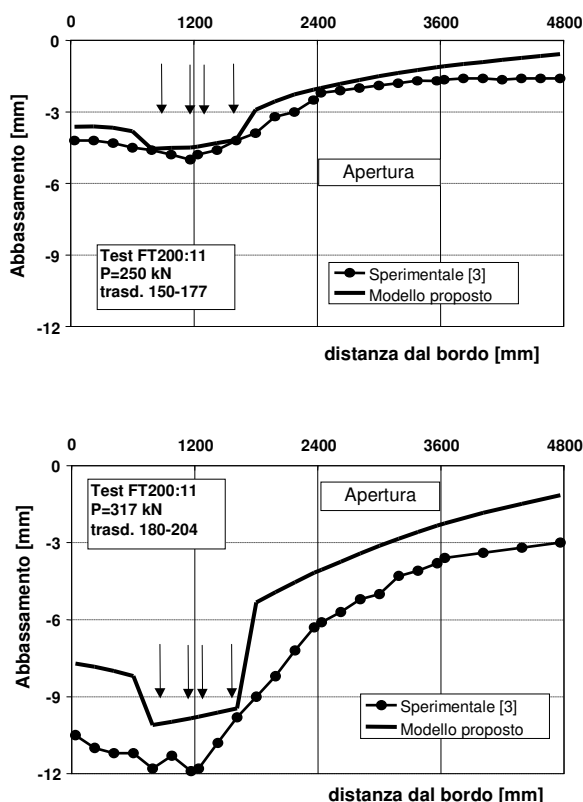


Figura 6 – Confronti numerico-sperimentali in termini di spostamento verticale – distanza dal bordo per la prova FT200:11, in corrispondenza di un valore di carico applicato pari ad: a) 250 kN (trasduttori posti lungo l'allineamento c-c, Fig. 3b); b) 317 kN (trasduttori posti lungo l'allineamento b-b, Fig. 3b).

Nelle Figure seguenti vengono inoltre mostrati i principali confronti tra il quadro fessurativo ottenuto tramite la simulazione agli elementi finiti e quello sperimentale rilevato nella soletta superiore (indicato con tratto continuo nelle Figg. 8 e 9, rispettivamente relative alle prove FT200:11 e 12) ed inferiore (indicato nelle medesime figure con linea tratteggiata).

In particolare, i risultati relativi al test FT200:11, riportati in Figura 8, evidenziano una soddisfacente corrispondenza tra le direzioni principali di fessurazione registrate nel corso della prova e quelle ottenute numericamente, mettendo in luce la capacità del modello di cogliere anche la rottura localizzata nella zona dei giunti.

Per quanto concerne poi la prova FT200:12, il quadro fessurativo numerico (Figg. 10, 11) si mostra particolarmente fedele alla realtà anche nelle zone più critiche, in prossimità della trave di ripartizione.

I "contours" numerici evidenziano infatti una significativa concentrazione delle lesioni nelle immediate vicinanze del collegamento tra la trave di acciaio e il resto della struttura (Fig. 10a); sono inoltre ben visibili sia le fessure formatesi nella soletta inferiore del solaio (Fig. 10b), che quelle sulle spalle libere dei due pannelli adiacenti all'apertura (Fig. 11). Queste ultime, in particolare, sono state interessate dalla formazione di una classica fessura diagonale diretta dall'area di applicazione del carico all'appoggio. L'inclinazione di queste fessure ha seguito quella ipotizzata per le isostatiche di compressione, essendo all'incirca pari a 30° ed ha approssimato con fedeltà l'andamento riscontrato sperimentalmente (Fig. 9).

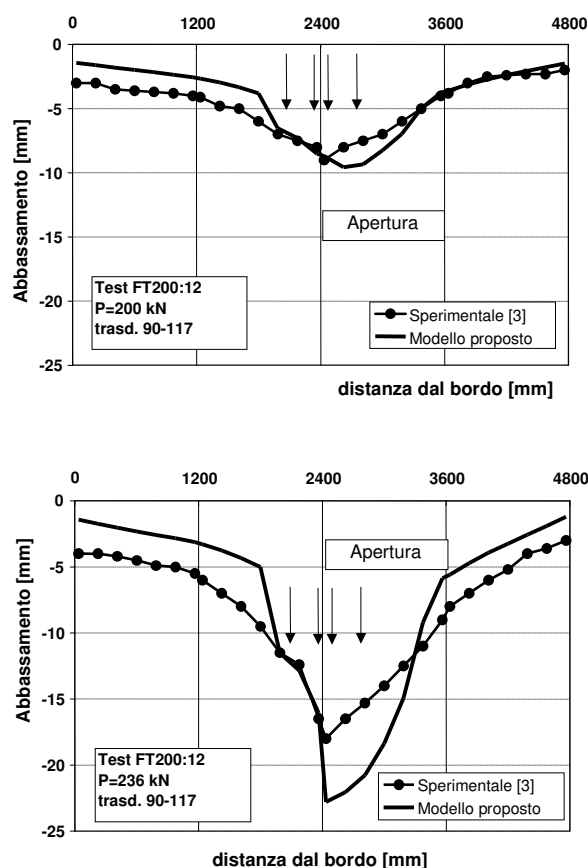


Figura 7 – Confronti numerico-sperimentali in termini di spostamento verticale (trasduttori posti lungo l'allineamento a-a, Fig. 3b) – distanza dal bordo per la prova FT200:12, in corrispondenza di un valore di carico applicato pari ad: a) 200 kN; b) 236 kN.

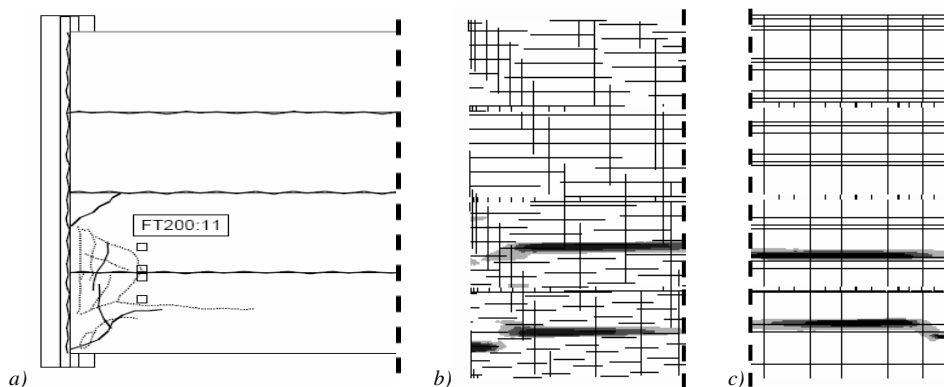


Figura 8 – Prova FT200:11: a) quadro fessurativo sperimentale (linea continua: fessure soletta superiore; linea punteggiata: fessure soletta inferiore); quadro fessurativo numerico b) nella soletta superiore e c) inferiore.

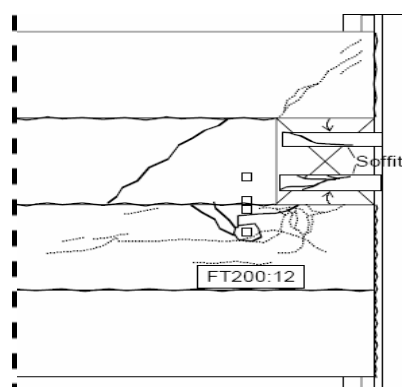


Figura 9 – Prova FT200:12: quadro fessurativo sperimentale (linea continua: fessure soletta superiore; linea punteggiata: fessure soletta inferiore).

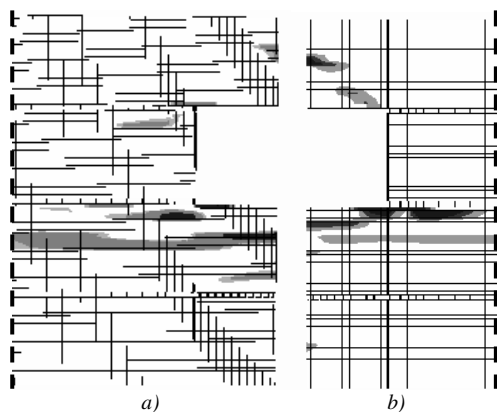


Figura 10 – Prova FT200:12: quadro fessurativo numerico a) nella soletta superiore e b) inferiore.

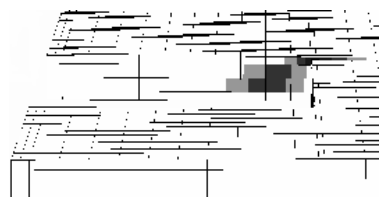


Figura 11 – Quadro fessurativo numerico a rottura sul fianco dell'apertura.

### 3. APPLICAZIONE DEL MODELLO NUMERICO ALL'ANALISI DI IMPALCATI CON GRANDI APERTURE

I buoni risultati ottenuti sia in ambito lineare che non lineare hanno quindi permesso di utilizzare il modello numerico per indagare in modo approfondito e dettagliato l'influenza esercitata dalle aperture – e dalle loro dimensioni – sul comportamento complessivo dell'impalcato.

A questo scopo, viene qui presentata un'analisi parametrica condotta considerando due diversi tipi di pannelli, appartenenti alla medesima serie (prodotta dalla ditta di prefabbricazione RDB), ma caratterizzati da altezze differenti (22 e 40 cm).

#### 3.1 Analisi di un impalcato con aperture costituito da pannelli H22

Le analisi condotte hanno inizialmente riguardato la simulazione di un impalcato costituito dall'assemblaggio di 5 pannelli alveolari, ciascuno di altezza pari a 22 cm e larghezza di 1.20 m (denominati nel seguito H22), aventi la sezione trasversale indicata in Figura 12.

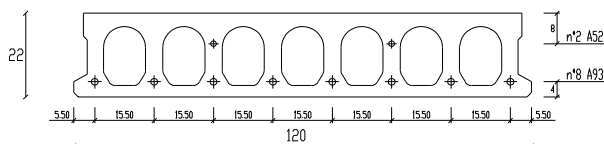


Figura 12 – Sezione trasversale dei pannelli costituenti l'impalcato analizzato (H=22 cm).

Tabella 1 – Resistenze caratteristiche dei materiali

Materiali	Resistenze caratteristiche (N/mm <sup>2</sup> )
Calcestruzzo pannelli	$R_{ck} \geq 55$
Calcestruzzo giunti	$R_{ck} \geq 30$
Armatura pannelli	$f_{ptk} \geq 1870$

Tabella 2 – Caratteristiche dei trefoli di precompressione

Strato	Sezione armatura (cm <sup>2</sup> )	Precompressione (N/mm <sup>2</sup> )
1	7.44	1100
2	1.04	1100

La lunghezza di ogni pannello – considerando un rapporto frequentemente utilizzato nella comune prassi progettuale – è stata ipotizzata pari a 35 volte il suo spessore, ovvero, in

questo caso, pari a 7.7 m; la luce netta dell'impalcato, semplicemente appoggiato, è stata quindi assunta pari a 7.4 m. Le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati e dei trefoli di precompressione sono riportate con maggior dettaglio nelle Tabelle 1-2. Si sottolinea che nelle modellazioni riportate nel seguito sono stati utilizzati i valori di progetto delle resistenze dei materiali.

Le analisi numeriche sono state condotte partendo da una schematizzazione dei pannelli del tutto analoga a quella precedentemente descritta, mantenendo tuttavia un passo di discretizzazione più ampio ed uniforme per limitare gli oneri di calcolo.

La porzione di solaio indagata è stata dapprima assoggettata a carichi uniformemente distribuiti corrispondenti alle diverse situazioni di progetto, ovvero esercizio e stato limite ultimo; successivamente, tali carichi sono stati incrementati fino al raggiungimento della rottura numerica dell'impalcato, assunta quando i materiali pervengono alla deformazione ultima.

Per meglio comprendere l'influenza esercitata dall'apertura – e dalle sue dimensioni – sul comportamento meccanico globale della porzione di solaio esaminata sono state considerate quattro diverse situazioni: una prima, di riferimento, corrispondente al caso di un singolo pannello (avente medesima geometria e discretizzazione dei pannelli assemblati), una seconda, in cui si è modellato l'impalcato in assenza di fori, ed infine una terza ed una quarta in cui è stata rispettivamente simulata la presenza di un'apertura di medie dimensioni (1.2 x 1.2 m) e una di grandi dimensioni (pari a 1.2 x 3.85 m, ovvero metà lunghezza del pannello).

La Figura 13 sintetizza i diversi comportamenti osservati per le quattro situazioni sopraindicate, confrontando le rispettive risposte numeriche, riportate in termini di momento agente-abbassamento in mezzzeria, con i valori di progetto (ottenuti in base alla vigente normativa) del momento di servizio, del momento agente allo SLU e del momento resistente della sezione.

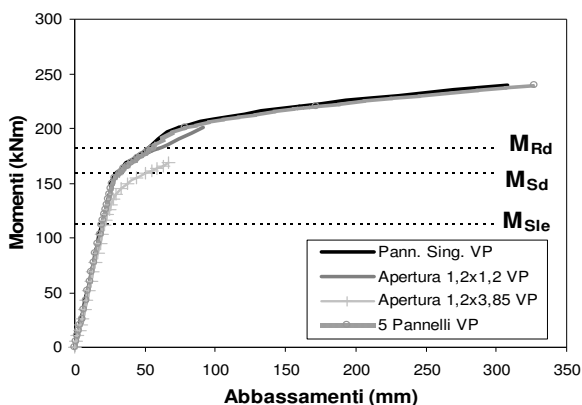


Figura 13 – Momento-abbassamento nel punto di mezzzeria per le quattro situazioni teoriche indagate ( $H=22$  cm) assumendo valori di progetto (VP) delle resistenze dei materiali.

Le curve riportate in Figura 13 evidenziano, come ci si poteva attendere, una sostanziale coincidenza tra la risposta numerica relativa al singolo pannello e quella del solaio composto da 5 pannelli affiancati in assenza di fori. L'impalcato in cui è stata praticata l'apertura media ( $1.2 \times 1.2$

m) mostra inizialmente un comportamento simile a quello del solaio integro; tuttavia, dopo il superamento del momento resistente sezionale, si assiste ad una rottura prematura dovuta alla crisi del calcestruzzo localizzato in prossimità della zona più debole dell'apertura. Nell'ipotesi di apertura più grande ( $1.2 \times 3.85$  m), questo tipo di crisi diviene ancora più evidente e, conseguentemente, l'andamento della curva si presenta ancora più "limitato" rispetto alle altre situazioni precedenti, rimanendo al di sotto della soglia del momento resistente relativo al singolo pannello.

Si può pertanto concludere che il comportamento dell'impalcato nel suo insieme rimane pressoché il medesimo indipendentemente dalla dimensione dell'apertura in esso praticata; tuttavia, ad una maggiore dimensione del foro corrisponde una crisi strutturale sempre più anticipata (e legata proprio al cedimento prematuro nelle zone limitrofe al foro stesso).

Per meglio indagare il comportamento della zona "critica" dell'impalcato, ovvero quella in prossimità dell'apertura, può essere interessante l'esame di Figura 14, nella quale è stato riportato, per entrambi i casi esaminati (foro di  $1.2 \times 1.2$  m e  $1.2 \times 3.85$  m), l'andamento delle tensioni tangenziali generate dall'effetto di ancoraggio e trasmissione degli sforzi prodotto dalla trave di ripartizione in acciaio. Per ottenere risultati significativi e facilmente interpretabili, l'analisi è stata limitata ai carichi corrispondenti all'esercizio (campo lineare).

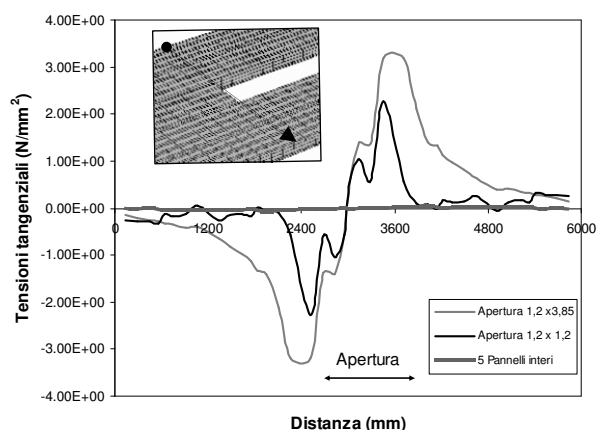


Figura 14 – Andamento delle tensioni tangenziali nella soletta superiore dell'impalcato H22.

Come si può osservare, l'andamento delle tensioni è caratterizzato dalla presenza di un picco proprio in corrispondenza delle due zone di ancoraggio (zone in cui, peraltro, avviene la rottura), mostrando poi una progressiva attenuazione (fino quasi ad annullarsi) spostandosi verso i bordi della struttura. Sebbene la risposta dei due impalcati considerati sia qualitativamente simile, i valori di tensione che si registrano nel solaio con apertura maggiore sono nettamente superiori (circa il 50% in più) rispetto a quelli relativi al solaio con apertura minore. In quest'ultimo caso, inoltre, l'andamento delle tensioni mostra uno smorzamento molto più repentino, attestandosi su valori pressoché nulli già nelle zone immediatamente adiacenti al foro.

Nella medesima Figura è stata inoltre riportata, a titolo di verifica, la curva relativa ai 5 pannelli "integri" affiancati, caratterizzata da un andamento pressoché nullo, non

manifestandosi cause tali da indurre l'insorgere di tensioni tangenziali di rilievo.

### 3.2 Analisi di un impalcato con aperture costituito da pannelli H40

Le medesime analisi sono state successivamente ripetute considerando anche un'altra tipologia di pannelli alveolari, caratterizzata da uno spessore maggiore, pari a 40 cm, denominati nel seguito H40 (Fig. 15). Anche in questo caso, la lunghezza dei pannelli, assunta pari a 14 m, è stata calcolata mantenendo un rapporto luce/spessore pari a 35.

Le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati sono le medesime già riportate in Tabella 1, mentre le caratteristiche dell'armatura di precompressione sono descritte con maggior dettaglio in Tabella 3. Anche in questo caso le modellazioni sono state effettuate con riferimento ai valori di progetto delle resistenze dei materiali.

Tabella 3 – Caratteristiche dei trefoli di precompressione

Strato	Sezione armatura (cm <sup>2</sup> )	Precompressione (N/mm <sup>2</sup> )
1	10.23	1100
2	2.79	1100
3	2.79	1100

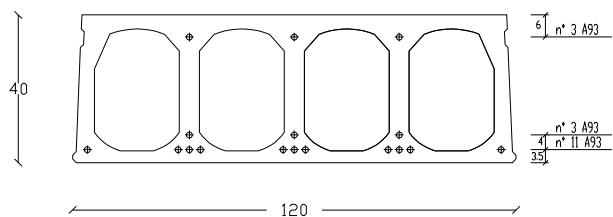


Figura 15 – Sezione trasversale dei pannelli costituenti l'impalcato analizzato (H=40 cm).

In modo del tutto analogo a quanto già descritto per i pannelli H22, sono stati ancora una volta analizzati 4 casi differenti, corrispondenti al singolo pannello, al solaio formato da 5 pannelli solidarizzati con giunti e al solaio formato da 5 pannelli in presenza di un'apertura di medie dimensioni (1.2 x 1.2 m) ed una di grandi dimensioni (pari a 1.2 x 7 m, corrispondente a metà lunghezza del pannello).

I criteri seguiti per la realizzazione della mesh e per l'applicazione dei carichi sono sostanzialmente analoghi a quelli del caso precedente.

In Figura 16 sono stati quindi sintetizzati i diversi comportamenti osservati per le quattro situazioni sopraindicate, confrontando la risposta numerica, rappresentata in termini di momento agente-abbassamento in mezzeria, con i valori di progetto (ottenuti in base alla vigente normativa) del momento di servizio, del momento agente allo SLU e del momento resistente della sezione.

Anche in questo caso, le curve di Figura 16 evidenziano una sostanziale coincidenza tra la risposta numerica relativa al singolo pannello e quella del solaio composto da 5 pannelli affiancati in assenza di fori, riproponendo, al contempo, l'interruzione prematura delle analisi per quanto riguarda i solai con le aperture. Aumentando lo spessore del pannello, tuttavia, l'impalcato con apertura di 1.2 x 1.2 m – isolando la rottura locale – mostra un comportamento ancora più simile a quello dell'impalcato senza apertura; ciò è giustificabile

considerando che, rispetto alle dimensioni totali della struttura, questo tipo di foro ha meno incidenza rispetto al caso corrispondente dell'H22. Anche per quanto concerne il solaio con apertura più grande è evidente come la rottura in corrispondenza della zona "critica" si ripercuota in modo significativo sul comportamento dell'intero sistema.

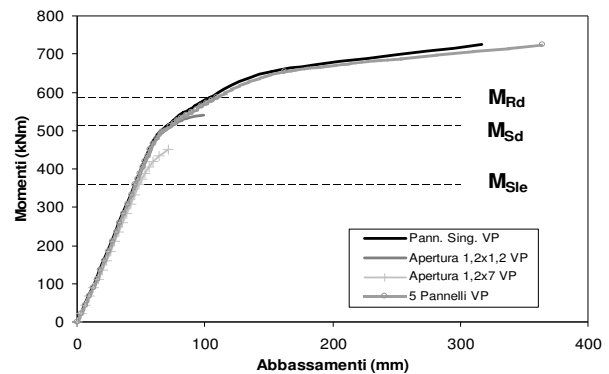


Figura 16 – Momento-abbassamento nel punto di mezzeria per le quattro situazioni teoriche indagate (H=40 cm) assumendo valori di progetto (VP) delle resistenze dei materiali.

### 3.3 Confronti tra le risposte numeriche dei pannelli indagati

Come ulteriore spunto di riflessione, in Figura 17 vengono riportate "in parallelo" le curve relative ai due tipi di pannelli studiati (H22 e H40) in presenza e in assenza di apertura (in questo caso l'apertura considerata è la più grande possibile in entrambe le situazioni).

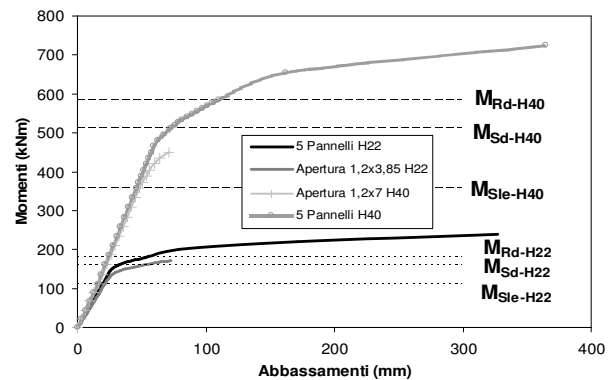


Figura 17 – Confronti tra le risposte numeriche degli impalcati H22 e H40 con e senza apertura.

La perdita di resistenza dell'impalcato con grande apertura, in termini di capacità portante, è quantificabile, sia in un caso che nell'altro, in circa il 30% del valore ultimo corrispondente all'impalcato privo di fori. Si ritiene inoltre opportuno osservare come la risposta dell'impalcato con apertura 1.2 x 7 m (costituito da pannelli H40) possa essere considerata più critica rispetto a quella dell'impalcato "corrispondente" costituito da pannelli H22, dal momento che il collasso è stato raggiunto in corrispondenza di un valore più basso del momento sollecitante di progetto  $M_{Sd}$  ed il comportamento globale risulta meno duttile.

In Figura 18 vengono poste a confronto, per le due tipologie di pannelli studiati, le curve relative all'andamento

delle tensioni tangenziali nello sviluppo trasversale dell'impalcato nella zona limitrofa alla trave di ripartizione, a partire dal punto di ancoraggio della trave stessa fino al bordo laterale della struttura. Si limita il confronto al caso di grande apertura. Ancora una volta, per ottenere dei risultati significativi e facilmente interpretabili, l'analisi è stata limitata ai carichi corrispondenti all'esercizio (campo lineare).

È interessante notare come, nel caso dell'H40, si abbia un picco di valori più alto rispetto all'H22, ad ulteriore testimonianza di come la dimensione dell'apertura influisca sullo stato tensionale. È altrettanto degno di nota il graduale annullamento di entrambi i grafici spostandosi verso i bordi del solaio.

Per completezza si è anche riportato il corrispondente andamento nel caso di struttura integra ed è evidente come questi valori siano prossimi allo zero per tutto lo sviluppo trasversale dell'impalcato.

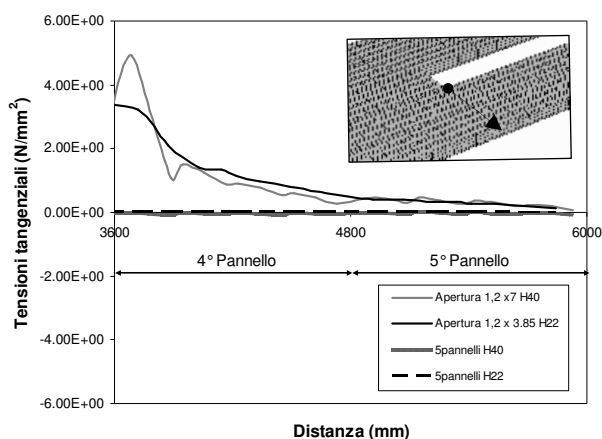


Figura 18 – Andamento delle tensioni tangenziali nello sviluppo trasversale dell'impalcato per i due casi considerati (H22 e H40).

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un metodo teorico-numerico per l'analisi del comportamento strutturale di impalcato da solaio realizzati con pannelli alveolari precompressi caratterizzati dalla presenza di aperture di diverse grandezze. La modellazione proposta, con particolare riguardo alla schematizzazione dei giunti longitudinali e della trave di ripartizione posta in corrispondenza dell'apertura, è stata opportunamente verificata attraverso il confronto con un dettagliato programma sperimentale presente nella letteratura tecnica.

Successivamente, tale procedimento è stato esteso ed applicato all'analisi di impalcato di uso corrente, costituiti da 5 pannelli affiancati (di diverse altezze, 22 e 40 cm), in presenza di aperture "medie" (1,2 x 1,2 m) e "grandi" (1,2 m x metà lunghezza dei pannelli) con un rapporto tra luce e spessore dei pannelli pari a 35.

Le analisi condotte hanno evidenziato una sostanziale affinità di comportamento tra impalcato di altezza diversa in presenza di fori. Come è lecito attendersi, l'apertura più estesa determina la maggiore riduzione di capacità portante rispetto al singolo pannello integro (pari a circa il 30%), mentre l'influenza esercitata dall'apertura più piccola risulta sensibilmente inferiore, consentendo, per entrambi i casi esaminati, il superamento del momento sollecitante di

progetto. Aumentando l'altezza, tuttavia, il comportamento dell'impalcato si è rivelato meno duttile e, per i pannelli H40 con grande apertura, si è osservata una rottura prematura che non ha consentito il raggiungimento del momento sollecitante di progetto.

Rispetto all'impalcato privo di fori, in cui la crisi avviene per flessione longitudinale in seguito allo snervamento dell'armatura di precompressione, nel caso di impalcato con aperture si manifesta una crisi locale – in prossimità della apertura stessa – lato calcestruzzo, imputabile all'incremento di tensioni tangenziali in questa zona "critica".

I risultati così ottenuti potranno in seguito essere estesi conducendo analisi parametriche che considerano tutte le variabili in gioco nel problema, ovvero differenti tipologie di sezioni trasversali, differenti quantitativi di armatura di precompressione, diversi rapporti tra luce e spessore e diverse tipologie di aperture.

## RINGRAZIAMENTI

Il lavoro qui presentato si colloca all'interno di una più ampia ricerca sul comportamento dei solai alveolari in C.A.P. finanziata dall'Associazione tra Produttori di Solai Alveolari Precompressi (ASSAP), che gli Autori ringraziano per aver consentito la pubblicazione dei risultati finora raggiunti. Un particolare ringraziamento alla Società RDB per aver fornito i dati tecnici relativi ai casi progettuali indagati.

Gli Autori ringraziano inoltre l'Ing. Simone Villani per il suo contributo nell'esecuzione delle elaborazioni numeriche qui presentate.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Pajari, M., (2004) "Shear-torsion interaction tests on single hollow core slabs", Espoo 2004, VTT Tiedotteita, Research Notes 2275.
- [2] Pajari, M., (2004) "Shear-torsion tests on 400 mm hollow core floor", Espoo 2004, VTT Tiedotteita, Research Notes 2274.
- [3] Pajari, M., (2004) "Shear-torsion tests on 200 mm hollow core floor", Espoo 2004, VTT Tiedotteita, Research Notes 2276.
- [4] Belletti, B., Bernardi, P., Cerioni, R., Iori, I. (2002), "Analisi non lineare di pannelli alveolari precompressi", Atti del XXXI Convegno Nazionale AIAS, Parma, 18-21 Settembre.
- [5] Belletti, B., Bernardi, P., Cerioni, R., Iori, I. (2003), "Non-linear analysis of prestressed hollow core slabs", Proceedings of ISEC-02 (International Structural Engineering and Construction Conference) Roma, 23-26 Settembre, vol. 2, pp. 1083-1089.
- [6] Belletti, B., Bernardi, P., Cerioni, R., Iori, I. (2004), "Indagine teorico - sperimentale sulla capacità a taglio di elementi alveolari precompressi", XV congresso CTE, Bari, 4-6 novembre 2004.
- [7] Bernardi, P., Cerioni, R., Iori, I. (2006) "Indagine numerica sul comportamento trasversale dei solai alveolari", XVI Convegno CTE, Parma, novembre 2006.
- [8] Belletti B., Cerioni R., Iori I. A Physical Approach for Reinforced Concrete (PARC) membrane elements. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127 (12): 1412-1426.



# ANALISI SPERIMENTALE DI CONNESSIONE FRA ELEMENTI PREFABBRICATI DI IMPALCATO

**Fabio Biondini, Giandomenico Toniolo, Carla L. Zenti**

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

## SOMMARIO

La memoria si colloca nell'ambito di una ricerca finalizzata allo studio del comportamento dei nodi e delle unioni delle strutture prefabbricate con l'obiettivo di dare pratica applicazione ai criteri di duttilità e di gerarchia delle resistenze che le nuove norme sismiche introducono sistematicamente. La ricerca fa riferimento alla larga gamma delle unioni prevalentemente a secco realizzate con dispositivi meccanici nella maggior parte delle costruzioni prefabbricate e prevede una ampia campagna sperimentale volta a caratterizzarne le prestazioni sismiche. La memoria descrive il programma sperimentale attualmente in corso ed i primi risultati ottenuti con specifico riferimento al caso delle unioni trave-tegolo.

## SUMMARY

The paper is developed in the context of a research program aimed to investigate the behavior of joints and connections of precast structures. The objective of this research is to give practical application of the capacity design criteria systematically introduced by the seismic code. The research refers to the wide range of dry-connections usually realized with mechanical devices in precast systems and consists of a large experimental campaign aimed to characterize the seismic performance of the connections themselves. The paper describes the experimental program currently under development and presents the first results obtained for the case of roof element to beam connections.

## 1. INTRODUZIONE

Le costruzioni prefabbricate hanno una larghissima diffusione e rappresentano, per alcune tipologie di edifici, un cospicuo patrimonio edilizio. Nel settore degli edifici industriali (prevalentemente monopiano), la soluzione con struttura prefabbricata costituisce più dell'80 % del totale e ora anche per gli edifici pluripiano con destinazione prevalentemente commerciale la soluzione prefabbricata si va sempre più imponendo.

Per avere un'idea della diffusione delle costruzioni prefabbricate basti pensare che nel solo anno 2002 sono stati realizzati circa 20 milioni di mq di orizzontamenti prefabbricati. Nel complesso l'industria italiana della prefabbricazione vede attive circa 500 aziende con un totale di circa 20000 addetti. Questi dati indicano la rilevanza sociale ed economica della ricerca: sociale in quanto riguarda il primario aspetto della protezione civile (salvaguardia delle vite umane) in occasione di terremoti; economica in quanto si riferisce ad un importante settore dell'industria nazionale.

Da questa industria emerge il forte interesse per la completa ed organica soluzione dei problemi della progettazione sismica riferita appunto alle strutture prefabbricate. Già molti aspetti di questa progettazione sono

stati indagati con ricerche su scala nazionale ed europea, [1], [4], [15], supportate dall'associazione nazionale di categoria o da singole aziende del settore. Così l'analisi dell'insieme strutturale, la valutazione delle sue risorse di duttilità e della conseguente capacità dissipativa sotto azione sismica, il corretto calcolo dei principali elementi (travi, pilastri, ...) sono stati messi a punto con indagini sperimentali e teoriche [3], [5] che portate in sede CEN hanno contribuito alla corretta redazione del nuovo Eurocodice 8 [9]. Manca ora l'aspetto chiave costituito dal comportamento dei collegamenti fra gli elementi prefabbricati.

I risultati dello studio di questo comportamento porterà ad una immediata ricaduta industriale orientando la pratica progettazione degli uffici tecnici delle aziende. L'industria stessa della prefabbricazione mostra il suo pieno interesse offrendo, attraverso la sua associazione di categoria Assobeton, una base finanziaria per contratti di ricerca con enti universitari, garantendo anche il supporto delle sue competenze professionali e la fornitura dei campioni per la sperimentazione. Ma il principale supporto viene dal Progetto triennale 2005/2008 – DPC/RELUIS, Valutazione e riduzione della vulnerabilità di edifici esistenti, nel quale la ricerca è stata inserita come parte del Task 9 Prefabbricazione – Linea 2 calcestruzzo armato.

Il consorzio degli enti coinvolti nella ricerca è così composto:

- Politecnico di Milano;
- Università di Bergamo;
- Università di Bologna;
- Università di Firenze;
- Università di Molise;
- Università di Napoli;
- Università di Pisa;
- Sezione Strutture di Assobeton;

Il lavoro è coordinato dal prof. Giandomenico Toniolo.

La ricerca si pone l'obiettivo di dare una risposta alla necessità ampiamente sentita di una soluzione scientificamente completa circa i problemi della progettazione dei nodi e delle unioni delle strutture prefabbricate, dando pratica applicazione ai criteri di duttilità e di gerarchia delle resistenze (capacity design) [2] che le nuove norme sismiche introducono sistematicamente.

Si tratta dell'aspetto fondamentale che governa e condiziona il comportamento sismico delle costruzioni prefabbricate. Posto che i singoli elementi, come pilastri, travi e solai, vengano correttamente progettati in base agli aggiornati criteri dell'Ingegneria sismica, l'esito della progettazione stessa in termini di affidabilità della sicurezza resta giustificato solo se vengono compiutamente risolti tutti i complementari aspetti del comportamento strutturale d'insieme che dipendono dal corretto funzionamento delle connessioni e dal loro efficace posizionamento.

Oltre a garantire la resistenza delle connessioni stesse prevenendo ogni loro possibile rottura fragile precoce, si dovranno considerare le componenti secondarie di sforzo indotte negli elementi portanti, come le travi, dalle diverse eccentricità tra elementi e vincoli, attraverso anche il funzionamento a diaframma di solai e copertura [10].

Si dovranno dunque approfondire questi importanti aspetti che riguardano i punti chiave per i quali passano le azioni che consentono il pieno esplicarsi delle risorse di duttilità della struttura.

La ricerca si riferisce alla larga gamma delle unioni prevalentemente a secco realizzate con dispositivi meccanici nella maggior parte delle costruzioni prefabbricate. Non vengono comprese le unioni con getti integrativi in opera né i dispositivi di isolamento e smorzamento sismico.

La presente memoria richiama le varie tipologie di connessione oggetto della ricerca e, con specifico riferimento al caso delle unioni trave-tegolo, descrive il programma sperimentale attualmente in corso ed i primi risultati ottenuti.

## 2. TIPOLOGIA DELLE UNIONI

La ricerca si propone di esaminare le più diffuse tipologie di connessione con riferimento ai principali ordini di unioni presenti in una struttura prefabbricata, valutando in primo luogo i livelli di resistenza e duttilità nel loro tipico funzionamento ed i parametri di rigidità necessari per la loro rappresentazione nell'ambito dei modelli globali di analisi strutturale.

Per queste valutazioni si fa uso principalmente dell'approccio sperimentale con prove cicliche su prototipi rappresentativi dei particolari locali delle strutture. Vengono preliminarmente stabiliti dei protocolli di prova, con

definizione degli assetti, delle storie di carico e dei parametri valutativi delle risposte, in modo da ottenere risultati quanto più generali possibile e coerenti con i metodi dell'analisi strutturale.

Il primo ordine si riferisce alle *unioni reciproche tra elementi di solaio (o copertura)* e, nel comportamento sismico del complesso strutturale, riguarda la fondamentale azione diaframma del solaio stesso grazie alla quale le forze inerziali vengono ripartite sui diversi elementi verticali resistenti, assicurando nel contempo una risposta globale uniforme e coerente.

In questo ambito si considerano solai e coperture con elementi affiancati, uniti con connessioni puntuali fatte di profilati metallici e saldature, senza getti di completamento in opera, dove vari tipi di elementi sono impiegati come i classici pannelli nervati.

Il secondo ordine si riferisce alle *unioni tra elementi di solaio e travi portanti*, unioni che forniscono i vincoli perimetrali del diaframma di piano nel suo comportamento sotto azione sismica. Verranno sperimentati i classici tipi di unioni meccaniche fatte di dispositivi metallici variamente ancorati nelle parti.

Questa tipologia riguarda tutti i tipi di solaio e copertura, sia quelli con elementi affiancati solidarizzati da una soletta gettata in opera o reciprocamente collegati con connessioni puntuali, sia quelli di copertura distanziati dall'interposizione di elementi "cechi" o "trasparenti".

Il terzo ordine si riferisce alle *unioni tra trave e pilastro*, unioni realizzate da coppie di barre passanti o altri dispositivi che devono garantire il funzionamento a cerniera nella direzione della trave ed il funzionamento ad incastro nella direzione ortogonale.

Se nel complesso il comportamento di una tale connessione appare scontato, restano da esaminare nel dettaglio i particolari dell'appoggio necessari per consentire sia un'articolazione senza danni della cerniera al livello del terremoto frequente sia una adeguata resistenza sotto l'azione combinata delle due componenti ortogonali del sisma al livello del terremoto raro.

Un quarto ordine si riferisce alle *unioni tra segmenti di pilastro* o tra pilastro e fondazione realizzate con connessioni per aderenza delle armature all'interno di manicotti riempiti in opera con malta.

Queste unioni rappresentano una utile alternativa quando le grandi dimensioni dei pilastri creano problemi di trasporto alle altre tradizionali soluzioni (monolitiche a tutta altezza su plinti a pozzetto). La sperimentazione deve mettere in luce le proprietà derivanti dall'aderenza potenziata nell'ancoraggio delle barre.

Un quinto ordine di unioni si riferisce agli *attacchi dei pannelli di tamponamento alla struttura*, attacchi che devono garantire la stabilità dei pannelli stessi, ma soprattutto consentire i grandi scorrimenti di piano attesi sotto azione sismica. La limitazione  $\Delta \leq 1\%$  assegnata a tale scorrimento dalle competenti norme è subordinato infatti al coerente progetto delle connessioni in questione.

Per questo ordine di unioni si vogliono esaminare i tipi di connettori attualmente in commercio, verificandone il comportamento per via sperimentale con riserva di eventuali interventi modificativi per il necessario adeguamento ai requisiti del corretto comportamento sismico.

Non vengono invece considerate le *unioni tra pilastro e fondazione* nella tradizionale soluzione dei plinti a pozzetto che trovano un perfetto comportamento monolitico, ormai pienamente comprovato dalla lunga esperienza applicativa e sperimentale.

### 3. SPERIMENTAZIONE

Nel programma sperimentale descritto nel seguito si considerano le unioni del secondo ordine e, nello specifico, si analizzano le unioni tegolo-trave.

Obiettivo della sperimentazione è quello di ottenere risultati che permettano la caratterizzazione delle risorse di duttilità degli elementi di connessione per rendere poi possibile la loro corretta rappresentazione all'interno dei modelli di analisi.

#### 3.1 Programma di prova

La verifica sperimentale delle risorse di duttilità di un elemento strutturale sotto azioni alterne, come possono essere quelle di un sisma, richiede l'opportuna definizione della storia di carico.

La prima fase del programma sperimentale prevede una prova preliminare di tipo *push-over* (fig.1) al fine di determinare i parametri caratteristici di snervamento  $d_y$  e  $F_y$  e quelli di rottura  $d_u$  e  $F_u$ . Tale prova permette di ricavare i parametri necessari alla corretta calibrazione delle prove cicliche.

Al fine di rappresentare significativamente le risorse intrinseche di un elemento sotto azione sismica, si impongono assegganti cicli di spostamento registrando le risposte in termini di curve forza-spostamento e deducendo da queste alcuni parametri che quantificano la prestazione del prototipo sperimentato.

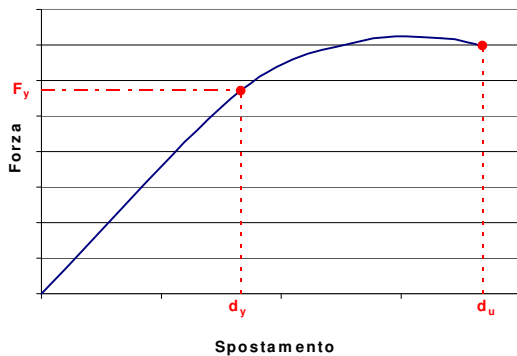


Fig.1 – Prova preliminare tipo *push-over*

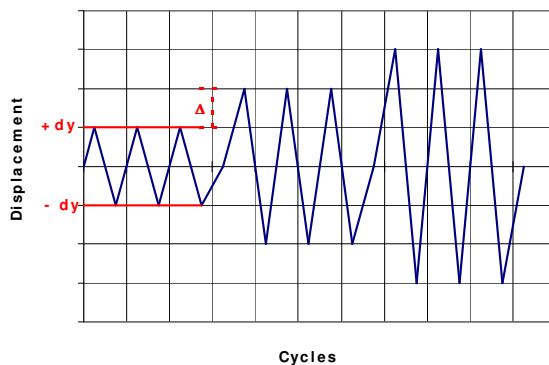


Fig.2 – Prova ciclica: storia di spostamento

Diversi criteri possono essere assunti per la scelta dei cicli di carico. Durante un sisma, l'esperienza ha mostrato un numero limitato di scosse violente. Convenzionalmente ci si può riferire ad un numero di cicli pari a 3, rilevando a tale limite la caduta relativa di resistenza con:

$$\varphi = \frac{H_1 - H_3}{H_1} \quad (1)$$

essendo  $H_1$  la forza massima rilevata al primo ciclo di carico ed  $H_3$  quella rilevata al terzo ciclo (fig.2).

Eseguito la prova in controllo di spostamento i primi 3 cicli vengono effettuati sul valore di snervamento ricavato dalla prova *push-over*. Ai successivi cicli, sempre a serie di 3, viene applicato un incremento di carico pari a:

$$\Delta = \frac{1}{4} d_y \quad (2)$$

sino a portare a rottura il campione.

Le prove cicliche forniscono direttamente le curve forza-spostamento del tipo di quelle riportate in fig.3.a. Da queste si ottengono le informazioni relative al degrado di resistenza ed alla capacità dissipativa. La fig.3.b mostra il diagramma dell'energia dissipata  $U$ , calcolata per i semicicli successivi di fig.3.a. Nella fig.3.b si mostra anche come un più significativo valore della capacità dissipativa di un elemento può essere ottenuto rapportando i valori sperimentali  $U$  a quelli teorici  $U_0$  associati ad un ciclo elastico perfettamente plastico. Come si deduce dalla fig.3.c, l'energia di un semiciclo di questo modello è data da:

$$U_0 = 2(d - d_y)H \quad (3)$$

#### 3.2 Impianto di prova

Da una prova sperimentale è possibile valutare correttamente gli aspetti legati al comportamento dei connettori coinvolti. Più difficile è invece simulare le condizioni al contorno che si incontrano nella reale situazione di esercizio. E' evidente quindi la necessità di progettare l'impianto sperimentale in modo che la situazione di prova ricalchi il più possibile le condizioni al contorno originali, al fine di permettere la formazione indisturbata dei meccanismi di rottura, senza interferenze con i contrasti o i supporti necessari allo svolgimento della prova.

Le prove vengono eseguite presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano, nel complesso del Laboratorio Prove Materiali. Lo spazio per le prove su elementi strutturali al vero è dotato di un pavimento di spessore 1,5 m sul quale è previsto un sistema di ancoraggio costituito da una maglia di triangoli equilateri (Fig.4). Su tale maglia è stato studiato l'impianto della prova longitudinale e di quella trasversale delle connessioni tegolo-trave.

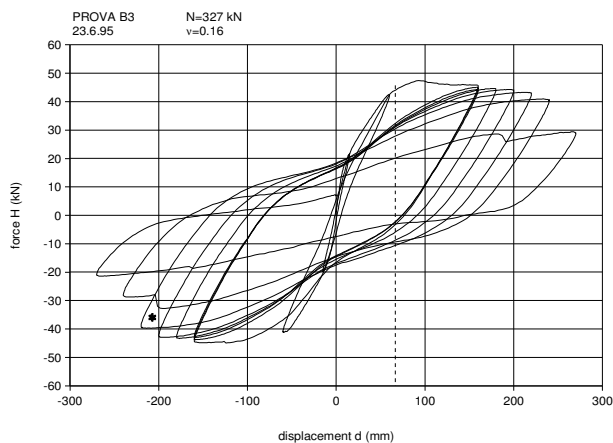
Nello schema di fig.5, in cui è mostrato l'impianto della prova ciclica longitudinale, si possono distinguere due travi ancorate al pavimento a cui è collegato un segmento di tegolo di lunghezza 160 cm.

Le connessioni previste sono 4 per ogni segmento di tegolo e verranno installate e successivamente sollecitate singolarmente. Per evitare traslazioni trasversali o verticali degli appoggi liberi del tegolo, vengono predisposti binari e guide atti ad impedire tali movimenti. Per eseguire la prova viene utilizzato un martinetto idraulico a doppio effetto, capace di applicare sino a 660 kN in compressione e 460 kN in trazione, avendo stimato che per portare a rottura per taglio

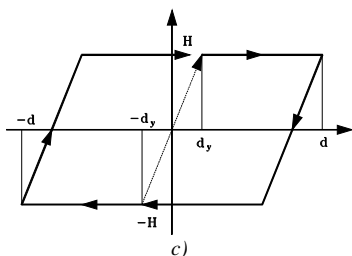
una singola connessione sono necessari 25 kN. Il carico viene applicato all'altezza della connessione. In fig.6 è mostrato un particolare della connessione tegolo-trave. La gamba del tegolo è collegata alla trave mediante angolari metallici fissati con tasselli  $\Phi 16/25$  mm. Dato che la sperimentazione è volta all'indagine della duttilità della connessione si è armato il

tegolo sovradimensionando le armature rispetto alla resistenza dei connettori (fig.7).

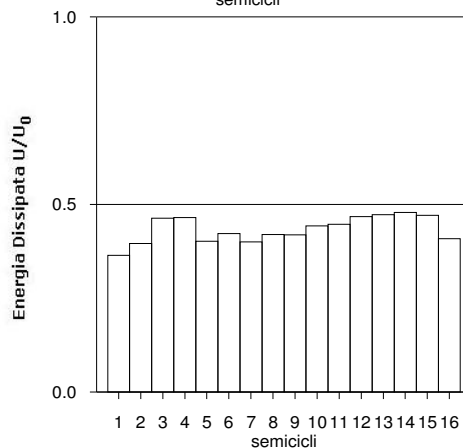
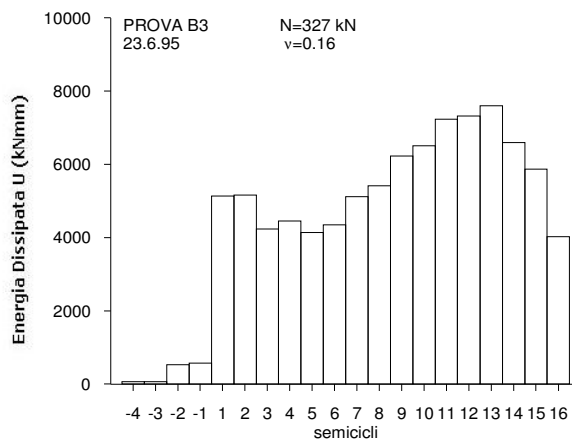
In fig.8 è rappresentato l'impianto della prova ciclica trasversale. In questo caso vengono sollecitate due connessioni alla volta ed il martinetto viene fatto agire perpendicolarmente alla gamba del tegolo all'altezza dell'ala superiore.



a)



c)



b)

Fig.3 – Prova ciclica: a) cicli forza-spostamento; b) energia dissipata nei semicicli; c) modello di ciclo elastico-plastico;



Fig.4 – Piastra di ancoraggio dell'impianto di prova.

#### 4. PROVE PRELIMINARI

Come evidenziato in precedenza (vedi par.3.1) si rende necessaria l'esecuzione di prove preliminari per la corretta definizione della storia di carico.

Le prove preliminari vengono svolte utilizzando una semplificazione geometrica degli elementi. La fig.9 mostra l'assetto che simula una connessione *tegolo-trave* ruotata di  $90^\circ$ . I due elementi laterali più sottili rappresentano le gambe del tegolo, mentre il blocco centrale simula la trave. La configurazione simmetrica si è resa necessaria per agevolare la sperimentazione.

Tutto il sistema è posizionato su di una trave in acciaio 2UPH300 ancorata al pavimento. Gli elementi laterali sono collegati alla trave di base mediante barre filettate  $\Phi 38$  mm bullonate alle estremità. L'impianto di prova è stato studiato per poter anche eseguire una prova ciclica e per questo motivo sono stati posizionati due martinetti contrapposti a singolo effetto sotto e sopra l'elemento centrale.

Sono stati installati due tipi di trasduttori potenziometrici caratterizzati da corse diverse. Le traslazioni del blocco centrale sono monitorate da tre *penny*, con una corsa da 150 mm, il primo dei quali costituisce anche il controllo della

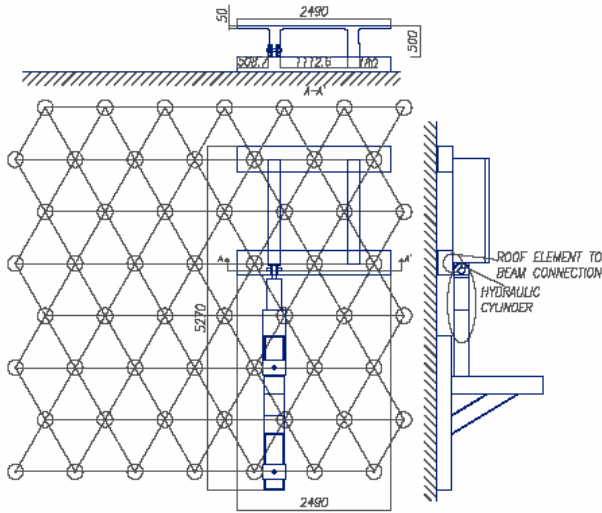


Fig.5 - Impianto per la prova ciclica longitudinale

prova, eseguita appunto in controllo di spostamento. Per monitorare le traslazioni, le rotazioni e gli spostamenti fuori piano degli angolari metallici, sono stati utilizzati dei *gefran*, con una corsa pari a 10 mm (fig.11).

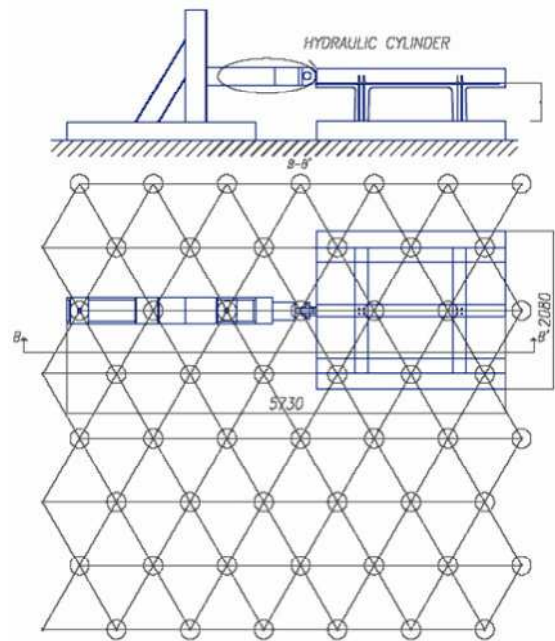


Fig.8 - Impianto per la prova ciclica trasversale

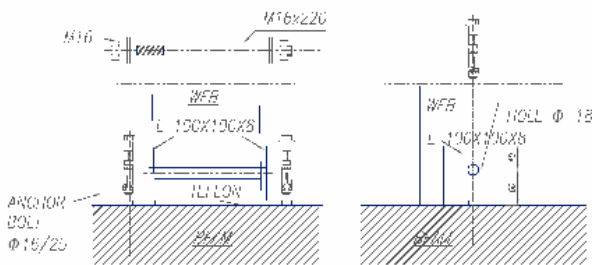


Fig.6 - Particolare della connessione

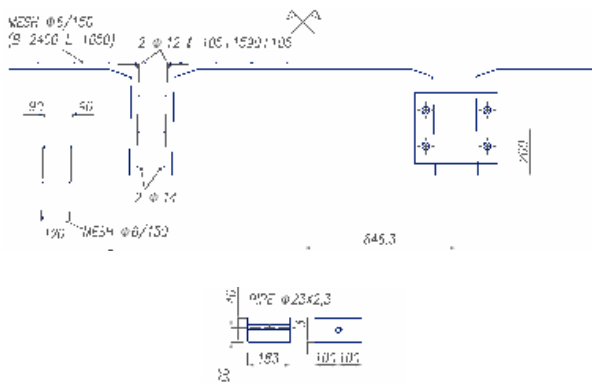


Fig.7 - Dettagli di armatura del tegolo

#### 4.1 Risultati della prima prova

I risultati ottenuti dalla prima prova preliminare non sono stati quelli attesi, ma tale prova ha fornito comunque una serie di informazioni utili per rivedere le dimensioni di alcuni elementi.

In fig.12 sono rappresentati i risultati in termini di curve forza-spostamento relative ai trasduttori posizionati sull'elemento centrale. Dal loro esame si evidenzia, oltre alla fase iniziale con funzionamento ad attrito, un comportamento elastico fragile.

Non si è potuto apprezzare la duttilità delle connessioni a causa della rottura precoce del copriferro come mostrato in fig. 13. In ogni caso anche gli elementi laterali strumentati hanno mostrato traslazioni sia nel piano sia fuori piano (fig.14) e per quelli non strumentati è stato comunque possibile rilevare visivamente tali spostamenti (fig.15).

La presenza di un'abbondante armatura, capace di sostenere il carico ultimo della prova, non ha impedito la formazione di una macroscopica fessura con distacco del bordo terminale dell'elemento trave. Le armature infatti sono entrate pienamente in funzione solo dopo la fessurazione. Solo la pretensione delle armature avrebbe potuto evitare tale fessurazione. Gli angolari metallici hanno subito delle contenute distorsioni (fig.13) mostrando di essere largamente sovradimensionati rispetto al resto, mentre i bulloni passanti hanno subito vistose piegature plastiche (fig.14)

I tasselli sollecitati a taglio si sono inclinati ed hanno provocato un allargamento del foro di alloggiamento.

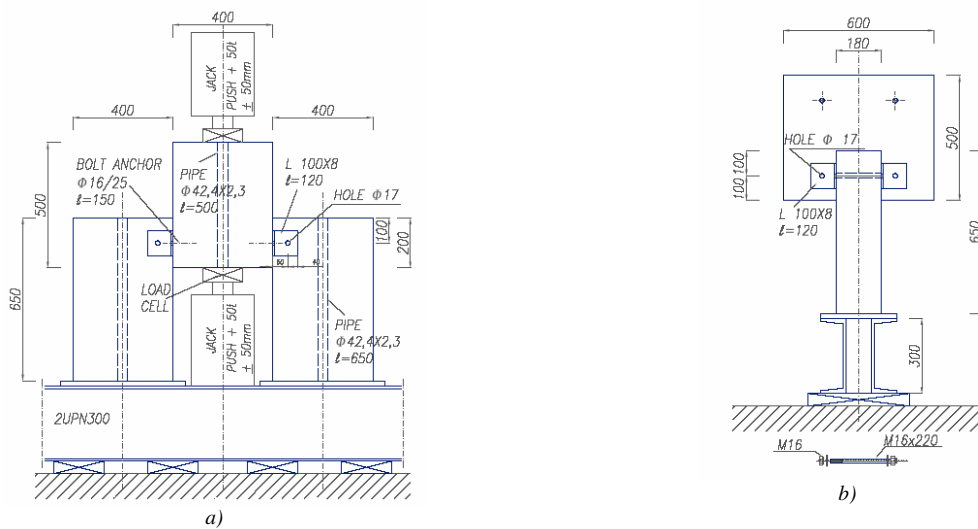


Fig.9 – Impianto per la prova preliminare: a) vista frontale; b) vista laterale

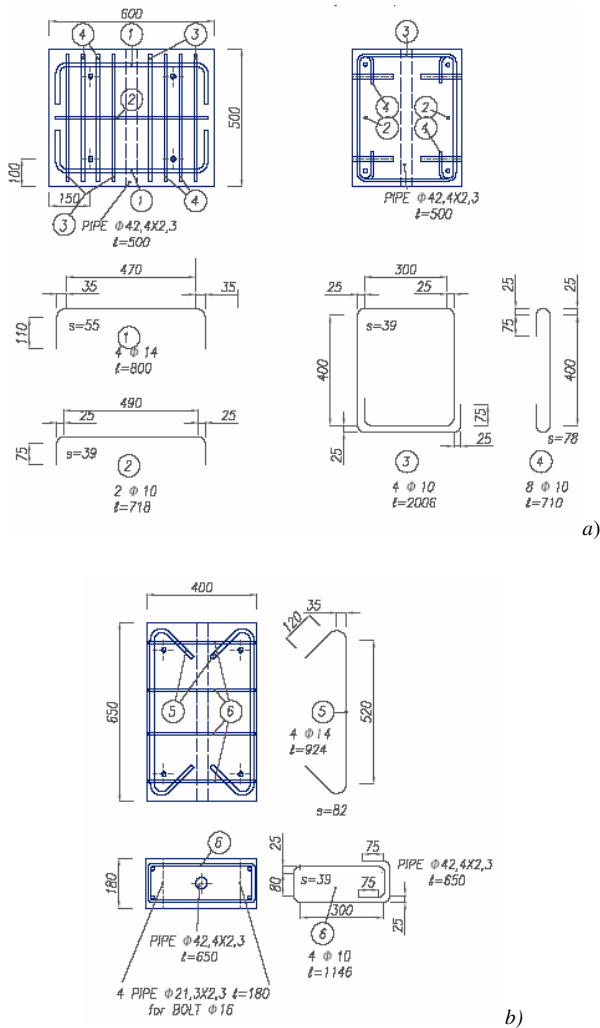


Fig.10 – Dettagli di armatura del prototipo della prova preliminare: a) elemento centrale; b) elementi laterali



Fig. 11 – Strumentazione per la prova preliminare

#### 4.2 Osservazioni

Nel corso della prova non si sono potute determinare le caratteristiche di duttilità dei dispositivi metallici. E l'esito così come sopra descritto ha posto l'attenzione sui particolari costruttivi delle adiacenti parti in calcestruzzo armato, che possono rappresentare il punto debole della connessione.

Si fa notare come il cedimento della connessione può essere determinato da:

- rottura per taglio o flessione del bullone passante;
- rottura per taglio dei tasselli;
- rottura per distorsione degli angolari;
- rottura per trazione dei bordi in calcestruzzo degli elementi in c.a. collegati.

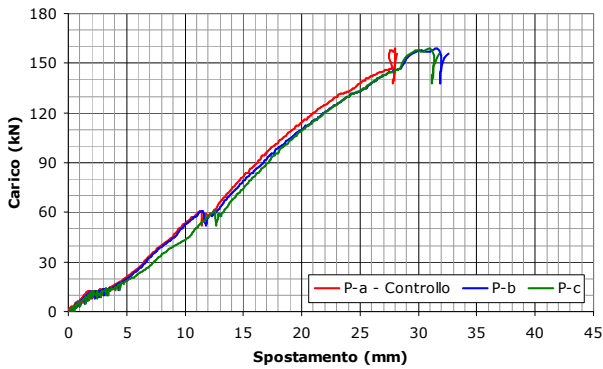


Fig.12 – Prima prova:diagramma forza-spostamento



Fig. 13 – Prima prova: crisi lato calcestruzzo



Fig.14 – Prima prova: vista dell'angolare

Ai fini di un buon comportamento sismico della connessione è opportuno indirizzare la rottura verso il meccanismo più duttile e questo può essere individuato nella distorsione degli angolari metallici.

Al fine di veicolare il meccanismo di collasso si è dunque deciso di apportare delle modifiche all'elemento metallico a L. Quello utilizzato durante la prima prova prelimare era un profilato commerciale L 100x8 (fig.15) di esuberante resistenza e rigidezza. Per la ripetizione della prova si è deciso di modificare tale elemento (fig.16) portando lo spessore da 8 a 5mm, lo spigolo vivo è stato sostituito da un raggio di curvatura di 25mm e la lunghezza delle asole è stata ridotta da 80 a 50mm. Con queste modifiche l'angolare metallico avrebbe dovuto deformarsi plasticamente prima della rottura del calcestruzzo.

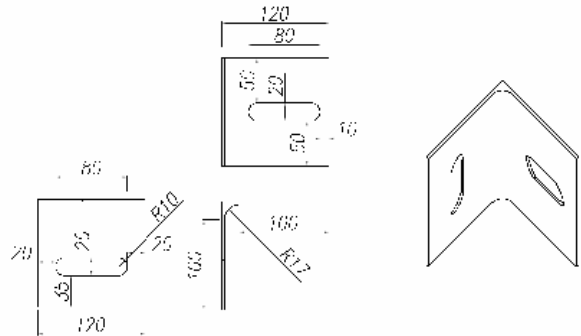


Fig.15 – Prima prova: elemento a L

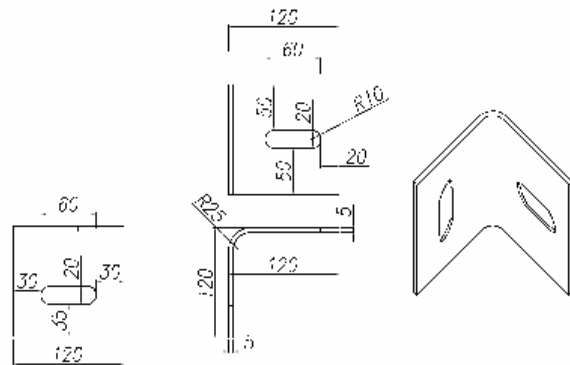


Fig.16 – Seconda prova: prototipo dell'elemento a L

#### 4.3 Risultati della seconda prova

La seconda prova ripete sostanzialmente la precedente, con l'impiego dei nuovi angolari metallici come sopra descritti (fig.16).

Dal grafico di fig.17 si nota come il livello di resistenza sia risultato alquanto inferiore, coerentemente con le dimensioni ridotte dei connettori. La prova ha evidenziato maggiori spostamenti e si è interrotta per il raggiungimento di fine corsa dei martinetti, senza alcun distacco o fessurazione del calcestruzzo. La fig.18 mostra lo stato degli angolari al termine della prova.

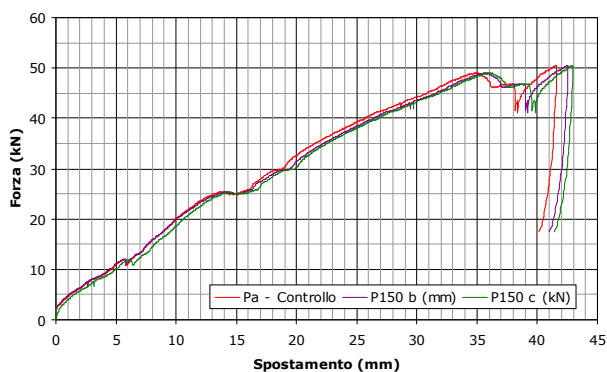


Fig.17 – Seconda prova:diagramma forza-spostamento



Fig.18 – Seconda prova: particolare della connessione

## 5. CONCLUSIONI

Il comportamento sismico dei collegamenti nelle strutture prefabbricate è un tema chiave che governa e condiziona il comportamento sismico delle costruzioni prefabbricate. Questa ricerca si propone di dare una risposta ai problemi della progettazione dei nodi e delle unioni, dando pratica applicazione ai criteri di duttilità e gerarchia delle resistenze (capacity design) che le nuove norme sismiche introducono sistematicamente. A questo fine, la memoria ha presentato la campagna sperimentale attualmente in corso di svolgimento per la caratterizzazione delle prestazioni sismiche delle connessioni delle strutture prefabbricate, illustrandone i primi risultati con specifico riferimento al caso delle unioni travetegolo. Tali risultati hanno dato alcune prime indicazioni sulla possibilità di dimensionare le unioni in modo da veicolare la crisi verso i meccanismi più duttili, con riserva in ogni caso di applicare la gerarchia delle resistenze dosando la sovrarresistenza delle connessioni in base alle loro più o meno grandi risorse di duttilità.

Si ricorda comunque che quelle qui presentate sono solo prove preliminari condotte per calibrare opportunamente le modalità di carico delle previste prove su conchi di elementi al vero. I relativi risultati di questa indagine sperimentale verranno presentati in successivi rapporti.

## RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia il prof. Roberto Felicetti per il contributo nelle attività di coordinamento ed esecuzione delle prove.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] F. BIONDINI, L. FERRARA, P. NEGRO, G. TONIOLO, Results of pseudodynamic test on a prototype of precast r.c. frame, Proc. ICACS Int. Conference, Xuzou – 2004.
- [2] F. BIONDINI, G. TONIOLO, G. TSIONIS, Progettazione sismica di strutture pluripiano prefabbricate con travi incernierate – Parti 1 e 2, Atti 15° Congresso CTE, 2004.
- [3] F. BIONDINI, G. TONIOLO, Validation of seismic design criteria for r.c. frames based on Monte Carlo simulation & pseudodynamic tests, Proc. 13<sup>th</sup> WCEE, Vancouver 2004.
- [4] F. BIONDINI, G. TONIOLO, Seismic behaviour of concrete frames: experimental and analytical verification of EC8 design rules, fib Symposium, Athens 2003.
- [5] F. BIONDINI, G. TONIOLO, Comparative analysis of seismic response of precast and cast-in-situ frames, Studies & Researches vol. 22, School for r.c. structures, 2000.
- [6] D.P. CLOUGH, Considerations in the design and construction of precast concrete diaphragms or earthquake loads, PCI Journal, Mar./Apr. 1982.
- [7] G. DAVIS, K.S. ELLIOT, W. OMAR, Horizontal diaphragm action in precast concrete floors, The Structural Engineer, 1990.
- [8] R.E. ENGLEKIRK, Seismic design of reinforced and precast concrete buildings, Wiley, 2003.
- [9] EN1998-1:2004 - Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings.
- [10] L. FERRARA, G. TONIOLO, G. TSIONIS, Sulla azione diaframma dei sistemi di copertura in edifici industriali prefabbricati in calcestruzzo armato, Atti 15° Congresso CTE, 2004.
- [11] fib Bulletin n. 27, Seismic design of precast concrete building structures – state of art report, Jan. 2004.
- [12] R.B. FLEISHMAN, R. SAUSE, S. PESSIKI, A.B. RHODES, Seismic behaviour of precast parking structure diaphragms, PCI Journal, Jan./Feb. 1998.
- [13] S.E. MOUSTAFA, Effectiveness of shear-friction reinforcement in shear diaphragm capacity of hollow-core slabs, PCI Journal, Jan./Feb. 1981.
- [14] J.A. PINCHEIRA, M.G. OLIVA, F.I. KUSUMO-RAHARDIO, Tests on double-tee flange connectors subjected to monotonic and cyclic loading, PCI Journal, May/June 1998.
- [15] A. SAISI, G. TONIOLO, Precast r.c. columns under cyclic loading: an experimental programme oriented to EC8, Studies & Researches vol. 19, School for r.c. str., 1998.
- [16] S.L. WOOD, J.F. STANTON, N.M. HAWKINS, New seismic design provisions for diaphragms in precast concrete parking structures, PCI Journal, Jan./Feb. 2000.



# ANALISI TEORICA E SPERIMENTALE DELLA RESISTENZA A FATICA DI LASTRE IN C.A. PER PAVIMENTI SOPRAELEVATI

Marco Breccolotti<sup>1</sup>, Annibale Luigi Materazzi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Perugia

## SOMMARIO

I pavimenti sopraelevati, rappresentano un modo veloce, economico e flessibile per coprire grandi superfici per uffici, attività commerciali e magazzini. Ciononostante il tentativo di ridurre i costi ed il peso rende questi elementi sempre più sensibili al fenomeno della fatica provocata dai carichi mobili che viaggiano su di essi. Normative specifiche, come le "Recommended test procedures for access floors" edito dall'Associazione Americana di produttori di pavimenti sopraelevati C.I.S.C.A. (Ceiling & Interior System Construction Association) nel 2004, indicano quali sono i requisiti minimi di resistenza ai carichi mobili che debbono essere posseduti da tali prodotti e le modalità con cui verificarli. Nel presente lavoro tali indicazioni, insieme a modelli di calcolo agli elementi finiti ed a prove sperimentali, sono state utilizzate per migliorare la resistenza a fatica di pannelli in c.a. prefabbricati.

## SUMMARY

The access floors represent a fast, economic and flexible way to cover great surfaces for offices, commercial activity and warehouses. Nevertheless the attempt to reduce their costs and weight makes these elements more and more sensitive to the phenomenon of the fatigue induced by the live loads. Some standards, such as the "Recommended test procedures for access floors" issued by C.I.S.C.A. (Ceiling & Interior System Construction Association) in 2004, point out what are the minimum acceptable resistance to moving loads of these products and specify the way to verify this resistance. In the present paper such indications, together with theoretical models and experimental tests, have been used for improving the fatigue resistance of precast reinforced concrete panels.

## 1. INTRODUZIONE

I pavimenti sopraelevati, chiamati anche pavimenti galleggianti, rappresentano una soluzione veloce, economica e flessibile per coprire superfici di elevata estensione destinate ad uffici, magazzini e negozi. Essi possono essere realizzati mediante impiego di diversi materiali (legno, acciaio, alluminio, materie plastiche) ma, sia dal punto di vista della resistenza al fuoco, che del comfort offerto ai propri fruitori, quelli realizzati in calcestruzzo armato risultano, solitamente, di prestazioni superiori. Essi vengono generalmente prodotti presso impianti di prefabbricazione e sono sottoposti a severi controlli di qualità. Ciononostante il tentativo di ridurre il peso proprio per diminuire le spese di trasporto, per semplificare le operazioni di posa in opera e per ridurre la massa sismica degli edifici, rende questi elementi più sensibili ai carichi statici e dinamici. La valutazione della resistenza ai carichi statici può essere effettuata mediante metodi numerici o analitici ma le migliori stime vengono generalmente ottenute mediante prove sperimentali. In Europa, le caratteristiche ed i requisiti prestazionali dei pavimenti sopraelevati sono specificati da apposite norme di cui, ad esempio, la UNI EN 12825 [1] è la versione italiana della corrispondente norma di prodotto europea. In tale norma non viene richiesta alcuna valutazione della resistenza degli elementi a carichi mobili ripetuti, cui invece gli elementi stessi saranno sicuramente sottoposti durante la loro vita di servizio. Indicazioni in tal senso vengono invece fornite dalla norma di prodotto *Recommended test procedures for access floors* [2] pubblicata

dalla Ceilings & Interior Systems Construction Association (USA) nel 2004. Anche in questo caso la valutazione della resistenza del pannello ai carichi dinamici può essere stimata mediante metodi numerici o sperimentali. Nel secondo caso, però, l'esecuzione di prove sperimentali può comportare costi notevoli, soprattutto durante la fase di progettazione in cui, per individuare la configurazione geometrica più idonea per il pannello, potrebbe essere necessario realizzare e sottoporre a prova numerosi prototipi del componente in progettazione.

Può essere allora conveniente la realizzazione di modelli numerici affidabili con cui ottimizzare le prestazioni dell'elemento per poi verificarle sperimentalmente al vero utilizzando un numero contenuto di prototipi.

Nel presente lavoro sono presentate le sperimentazioni, fisiche e numeriche, effettuate per modificare la attuale geometria di un pannello (nel seguito denominato tipo 1) prodotto dalla ditta Edil Beton di Corciano (PG) in modo da renderlo conforme alle indicazioni della norma di prodotto statunitense, completando così le indagini già intraprese in precedenza dagli Autori [3].

## 2. RICHIAMI SULLA RESISTENZA A FATICA DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO STRUTTURALE

Come è noto il danneggiamento per fatica è un fenomeno di danneggiamento progressivo ed irreversibile dei materiali dovuto alla applicazione di carichi variabili nel tempo. In considerazione del numero di cicli di carico che producono la rottura è consuetudine distinguere tra fatica a basso numero

cicli – al massimo qualche decina di cicli – nella quale i materiali vanno incontro ad importanti fenomeni di plasticizzazione, come è il caso delle costruzioni in zona sismica, e fatica ad alto numero di cicli – tipicamente molti milioni di cicli – nella quale il livello delle sollecitazioni è quello di servizio ed i materiali restano in campo elastico.

Il caso degli elementi studiati nella presente ricerca è intermedio tra i due, in quanto il numero di cicli a rottura è dell'ordine di alcune migliaia. Si viene così ad individuare una modalità di rottura per fatica di tipo intermedio fra le due sopra ricordate poco documentata in bibliografia.

La resistenza a fatica di elementi di calcestruzzo armato e non armato è stata oggetto di studi approfonditi negli ultimi decenni. Dopo i primi studi pionieristici [4, 5] sono state pubblicate importanti sistemazioni della materia, fondamentalmente valide ancor oggi [6, 7, 8] e numerosi studi di approfondimento, tra cui [9, 10].

Più recentemente l'attenzione è stata concentrata sullo studio del comportamento a fatica dei calcestruzzi fibrorinforzati [11, 12]. Mentre l'impiego di fibre di acciaio migliora la resistenza a flessione e/o trazione di elementi in calcestruzzo strutturale, opinioni contraddittorie esistono sull'effetto delle fibre per quanto concerne la resistenza a fatica. Infatti, si possono evidenziare due opposti effetti in conseguenza dell'introduzione di fibre nel calcestruzzo dal punto di vista della resistenza a fatica. Da un lato la presenza delle fibre limita l'ampiezza delle micro-fessurazioni e ritarda la loro crescita, dall'altro aumenta la densità dei pori e delle micro-fessurazioni, provocando un calo della resistenza del calcestruzzo.

Per quanto riguarda il calcestruzzo le evidenze sperimentali di rotture per fatica sono poco numerose, anche perché la loro individuazione è spesso problematica, in quanto il calcestruzzo non manifesta, nel caso di rottura per fatica, segni specifici, che consentano di attribuire con certezza alla fatica la causa della rottura, come è, invece, il caso dell'acciaio. Inoltre l'esistenza di un limite di fatica per elementi in calcestruzzo non armato è ancora oggi oggetto di dibattito scientifico. Le indagini sperimentali più recenti non hanno ancora permesso di accertarne l'esistenza, almeno sotto 20 milioni di cicli di tensione, anche se considerazioni teoriche, basate sui metodi della Meccanica della Frattura, inducono a ritenere che tale limite debba esistere per valori dell'ampiezza dei cicli di tensione pari al 30-40% della resistenza statica del materiale.

Pertanto, nonostante queste difficoltà, negli ultimi anni in diversi casi è stato possibile attribuire alla fatica del calcestruzzo la responsabilità del danneggiamento di alcune strutture [13].

Per quanto riguarda le armature di acciaio ad aderenza migliorata, le linee S-N che descrivono la relazione tra l'ampiezza dei cicli di tensione ed il numero di cicli che provoca la rottura per fatica sono composte da un ramo decrescente e da un asintoto orizzontale ad un valore costante dell'ampiezza del ciclo di tensione  $\Delta\sigma$  che rappresenta il valore della tensione che può essere sostenuta dal materiale per una durata illimitata (limite di fatica). Nel caso in cui la sollecitazione ciclica agisca in presenza di un ambiente aggressivo (regime di corrosione-fatica), la resistenza a fatica del materiale diminuisce ed il limite di fatica scompare.

Dal punto di vista della sicurezza strutturale appare pertanto prudente l'uso di curve S-N senza limiti di fatica, come suggerito, per esempio, dal Model Code 1990 [14] pubblicato congiuntamente da CEB e FIP e dalle norme DIN 1045-1 [15].



Figura 1 - Set-up sperimentale

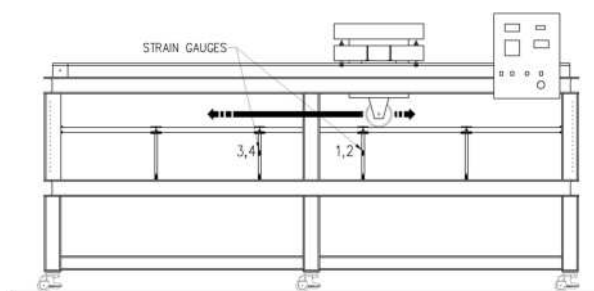


Figura 2 - Set-up sperimentale - vista laterale.

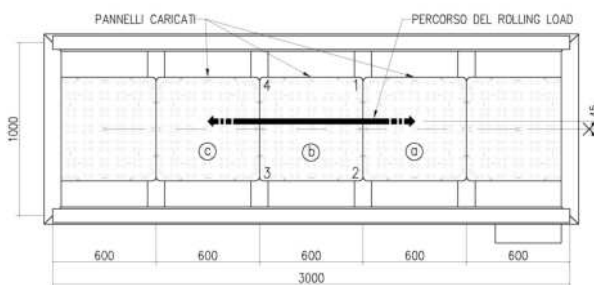


Figura 3 - Set-up sperimentale - vista in pianta.

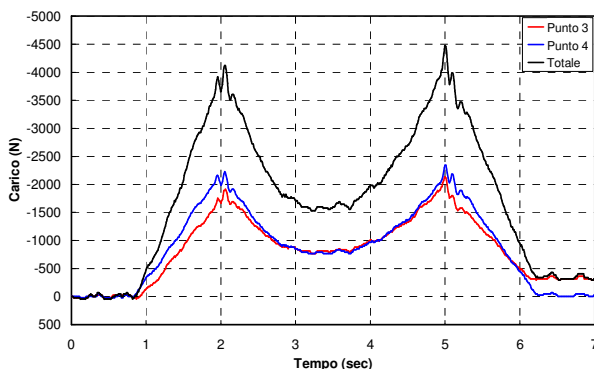


Figura 4 - Valutazione degli sforzi normali nei piedini 3 e 4.

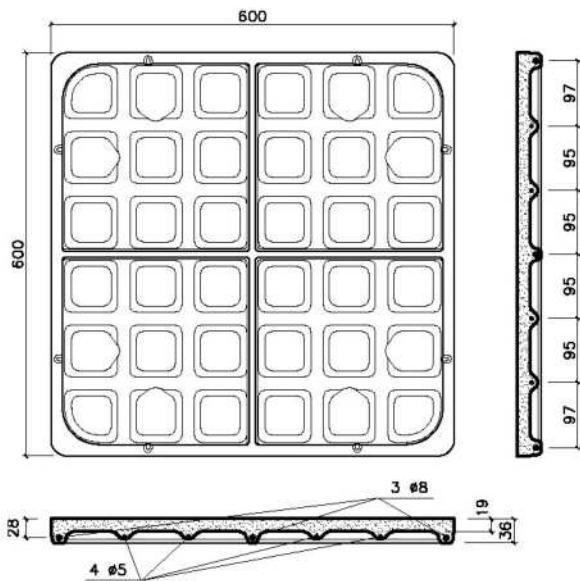


Figura 5 - Caratteristiche geometriche del pannello tipo 1.

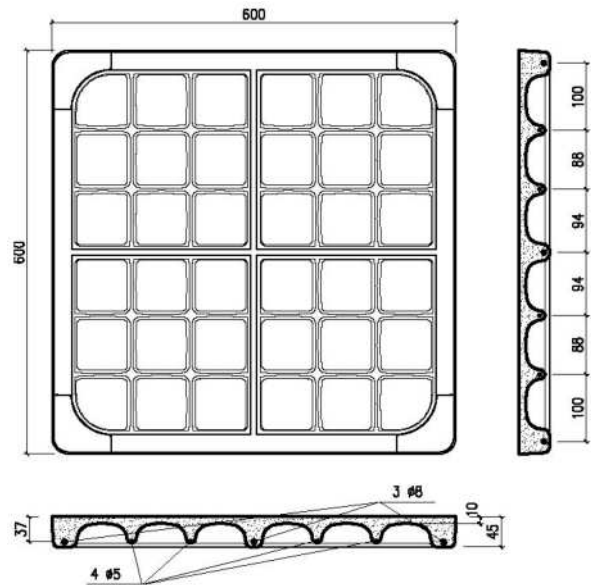


Figura 6 - Caratteristiche geometriche del pannello tipo 2.

### 3. MIGLIORAMENTO DELLA RESISTENZA A FATICA DEI PANNELLI

Le operazioni per la valutazione ed il miglioramento della resistenza a fatica dei pannelli della attuale produzione sono state effettuate in quattro passi successivi:

- 1) prove sperimentali per la valutazione della resistenza a fatica dei pannelli di attuale produzione (tipo 1);
- 2) realizzazione e calibrazione di simulazioni numeriche per riprodurre le prove sperimentali indicate al punto precedente;
- 3) progetto ed ottimizzazione della geometria dei nuovi pannelli (tipo 2) mediante elaborazioni numeriche simili a quelle di cui al punto 2;
- 4) verifica sperimentale della vita a fatica dei pannelli tipo 2.

#### 3.1 Il set-up sperimentale

La macchina usata per le prove sperimentali, appositamente progettata e costruita, è mostrata in Figura 1.

Essa è composta di un telaio in acciaio di adeguata rigidità avente lunghezza 3.0 m e larghezza 1.0 m che può ospitare fino a cinque pannelli di dimensioni 600 x 600 mm con i relativi piedini di appoggio (vedi Figura 2). Il carico verticale da trasmettere ai pannelli in prova viene realizzato mediante piatti di acciaio alloggiati in un apposito contenitore che è solidale con una ruota gommata. Il sistema può muoversi in direzione verticale scorrendo lungo quattro guide cilindriche a basso attrito ed è solidale con un carrello mobile in direzione orizzontale.

La ruota, realizzata secondo le indicazioni del CISCA, ha diametro pari a 305 mm (6") e larghezza 51 mm (2"). Il suo nucleo è in acciaio, mentre la parte esterna è realizzata in materiale plastico ad elevata rigidità.

La traslazione in direzione longitudinale è imposta al carrello da due guide lineari disposte lateralmente. Tali guide sono azionate da un motore elettrico comandato da un pannello di controllo, composto da un inverter programmabile, un trasduttore di spostamento (LVDT) che controlla l'abbassamento del cesto e che permette di interrompere la prova in condizioni di collasso imminente, un regolatore di velocità ed un display collegato ad un sistema dedicato alla pesatura del carico mobile prima dell'inizio della prova.

Al fine di verificare che il peso del carico mobile sia trasmesso per intero ai pannelli in prova e per valutare l'incremento dinamico dello stesso durante il movimento del

cestello, sono stati applicati 4 estensimetri ai piedini in acciaio su cui poggia il pannello centrale (Figura 2).

A titolo esemplificativo sono riportati in Figura 4 i risultati delle letture agli estensimetri in corrispondenza del passaggio di un carico mobile di 4 kN. La linea rossa indica il carico totale ottenuto usando i dati relativi agli estensimetri collegati al piedino 3 mentre quelli in blu sono relativi al piedino 4.

La somma dei due risultati, rappresentata con una linea nera, mostra risultati in buon accordo con il valore del carico statico e solo una piccola amplificazione dinamica (inferiore al 12.5%) in conseguenza del passaggio della ruota da un pannello all'altro.

### 4. RESISTENZA A FATICA DEI PANNELLI TIPO 1

Le caratteristiche geometriche e le armature dei pannelli della produzione attuale sono rappresentati nella Figura 5. Essi sono realizzati mediante getto di calcestruzzo all'interno di stampi in plastica nei quali viene posizionata prima del getto la rete di armatura. A maturazione avvenuta i pannelli sono levigati superiormente, inferiormente e lateralmente per rispettare le tolleranze dimensionali richieste.

Le dimensioni dei pannelli sono 600 x 600 mm con una spessore massimo di 36 mm. Il loro peso è pari a circa 23 kg. Le barre di armatura sono posizionate nella parte inferiore del pannello, ad un interasse di circa 95 mm in entrambe le direzioni. Le due barre esterne e quella centrale hanno diametro di 8 mm, mentre le 4 barre intermedie sono di 5 mm di diametro.

Il calcestruzzo usato per i pannelli ha una resistenza caratteristica a compressione (cilindrica) a 28 giorni di 50 MPa. Il mix design del calcestruzzo utilizzato per il confezionamento dei pannelli è mostrato in Tabella 1. Si può notare come sia assente l'aggregato di media e grossa dimensione e come sia necessario l'impiego di un superfluidificante.

Seguendo la procedura di prova descritta nello standard CISCA, le prove di fatica sono state effettuate applicando un carico mobile su tre pannelli fino al collasso. Tre diversi valori del carico, 2,6 kN, 3,2 kN e 4,0 kN, sono stati considerati per valutare la relazione tra l'intensità del carico ed il numero di passaggi necessari per portare a rottura il pannello per fatica. Le norme CISCA prescrivono che il pannello debba sopportare 10.000 passaggi del carico di servizio, assunto, nel caso in esame, pari a 3,65 kN.

Il percorso della ruota che applica il carico passa attraverso il punto più debole del pannello, localizzato vicino alla nervatura centrale, ad una distanza da quest'ultima di circa 45 mm, come indicato nella Figura 3.

#### 4.1 Risultati delle prove sperimentali

I risultati delle prove sperimentali sono riassunti nella Tabella 2. Come atteso i risultati mostrano una considerevole dispersione, probabilmente a causa delle molte variabili aleatorie coinvolte nel processo (proprietà globali e locali del calcestruzzo, aderenza tra calcestruzzo e acciaio, posizione delle armature, ecc.), ma forniscono comunque buone indicazioni per la valutazione del decadimento della vita a fatica dei pannelli all'aumentare dell'entità del carico mobile.

Tipici esempi di rotture per fatica dei pannelli di tipo 1 sono mostrate nella Figura 7 e nella Figura 8.

Poiché le specifiche CISCA sul numero dei passaggi non sono soddisfatte, è risultato necessario rendere il pannello più resistente ai carichi mobili.

#### 4.2 Simulazione numerica delle prove sperimentali

Preliminarmente alla realizzazione del nuovo stampo si è valutata numericamente la resistenza a fatica dei pannelli in c.a. per predisporre e calibrare un modello numerico con cui stimare gli effetti di eventuali modifiche alle caratteristiche meccaniche e geometriche del pannello. La realizzazione di nuovi stampi rappresenta, infatti, una fase di notevole costo nella realizzazione di un prototipo ed il poter evitare la realizzazione di stampi non pienamente soddisfacenti può assicurare notevoli economie alla fase progettuale. Inoltre, l'uso di modelli numerici è obbligato dalla difficoltà di quantificare lo stato di tensione nell'elemento durante le prove sperimentali. Infatti, a causa delle piccole dimensioni degli elementi in prova ed alle grandi dimensioni degli indicatori di tensione (estensimetri elettrici) per calcestruzzo, la misurazione diretta della tensione risulterebbe non sufficientemente accurata.

##### 4.2.1 Modellazione FEM

Le prove sperimentali sono state riprodotte mediante analisi numerica condotta tramite il codice di calcolo SAP 2000 [16]. Il modello agli elementi finiti è composto di 576 elementi piastra e 336 elementi trave, connessi tramite 625 nodi. La presenza delle barre d'armatura è stata trascurata, mentre il calcestruzzo è stato considerato non fessurato, ipotesi accettabile, tenuto conto del livello delle sollecitazioni applicate.



Figura 7 – Tipica rottura per fatica (vista dall'alto).

Il carico esterno è stato modellato nel dominio del tempo definendo storie temporali triangolari applicate a tutti i nodi tra i nodi n. 11 e n. 611 (Figura 12). Tale allineamento è posizionato a 45 mm di distanza dall'asse di simmetria del pannello, così come avviene nelle prove sperimentali in cui la ruota attraversa i pannelli proprio a 45 mm dal centro del pannello (vedi Figura 3). Il pannello è stato ipotizzato semplicemente appoggiato su 4 punti, in corrispondenza dei vertici. Poiché le prove sperimentali hanno mostrato che le cause del collasso del pannello sono da ricercare nella resistenza a fatica del calcestruzzo compresso posto all'estradosso in corrispondenza della zona intermedia del bordo del pannello, dal modello numerico sono state estratte due storie temporali delle sollecitazioni flettenti degli elementi di trave n. 10 e n. 322, in corrispondenza del lato dell'asta che termina nei nodi n. 11 e n. 611 (Figura 13).

##### 4.2.2 Risultati delle simulazioni numeriche

Le due storie temporali ricavate al paragrafo precedente sono state poi assemblate per ricostruire la storia della corrispondente sollecitazione flettente in una stessa sezione a compimento di un intero ciclo (andata e ritorno) del percorso del carico mobile. Un esempio di storia temporale della sollecitazione flettente per il pannello di tipo 1 è mostrato in Figura 9.

Tabella 1: Mix design del calcestruzzo dei pannelli tipo 1.

Materiale	Quantità
Cemento CEM I 525 R	450 kg/m <sup>3</sup>
Acqua (A/C = 0.4)	180 kg/m <sup>3</sup>
Sabbia fine (0 – 4 mm)	706 kg/m <sup>3</sup>
Sabbia (0 – 6 mm)	1061 kg/m <sup>3</sup>
Supefluidificante	5,4 kg/m <sup>3</sup>

Tabella 2: Risultati delle prove su pannelli tipo 1.

Carico	Numero di passaggi		
	1 <sup>a</sup> prova	2 <sup>a</sup> prova	3 <sup>a</sup> prova
2,6 kN	57768	67864	143767
3,2 kN	11094	27907	5725
4,0 kN	284	198	92



Figura 8 – Tipica rottura per fatica (vista dal basso).

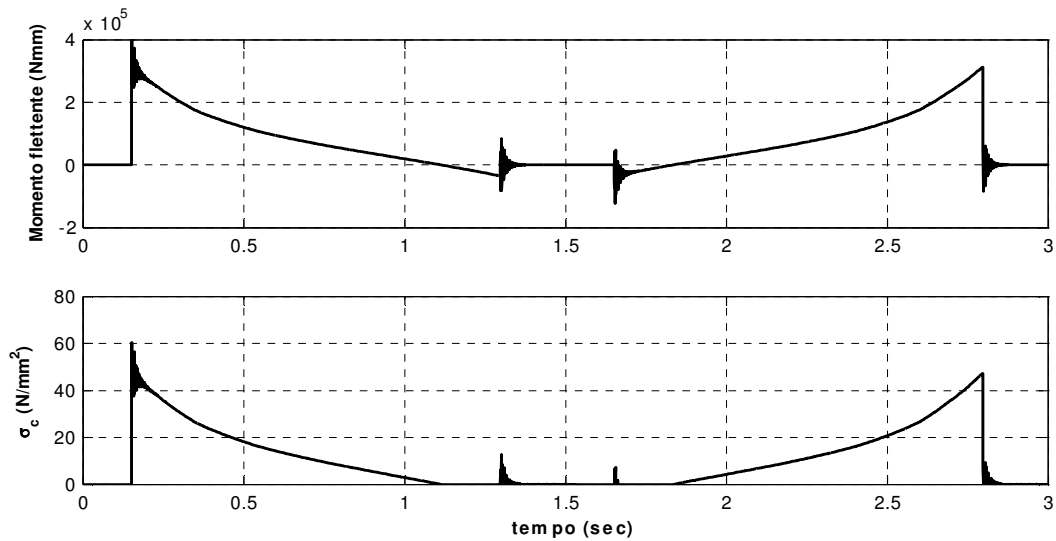


Figura 9 – Pannello tipo 1: storie temporali del momento flettente e tensione di compressione nel calcestruzzo (carico mobile di 4 kN).

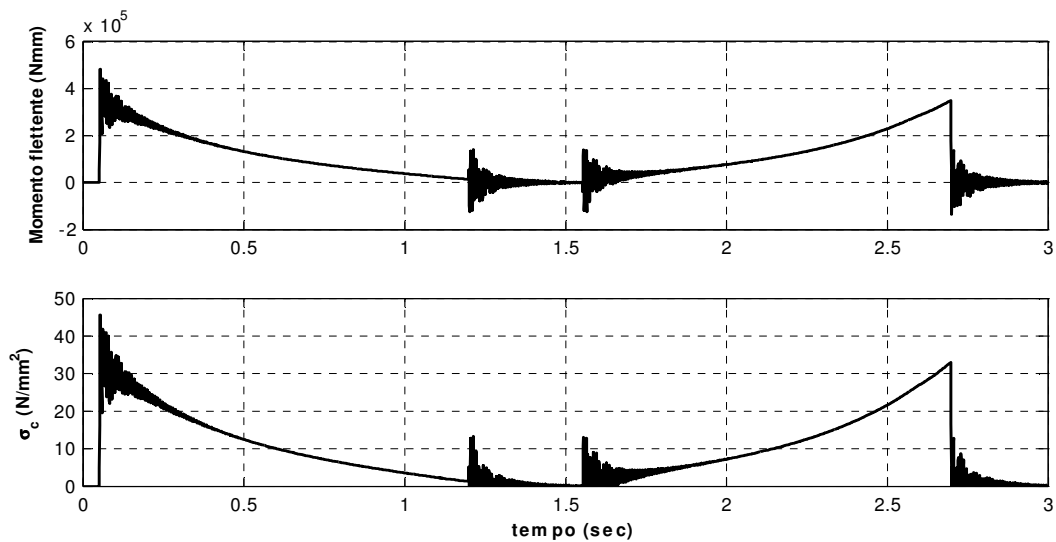


Figura 10 – Pannello tipo 2: storie temporali del momento flettente e tensione di compressione nel calcestruzzo (carico mobile di 4 kN).

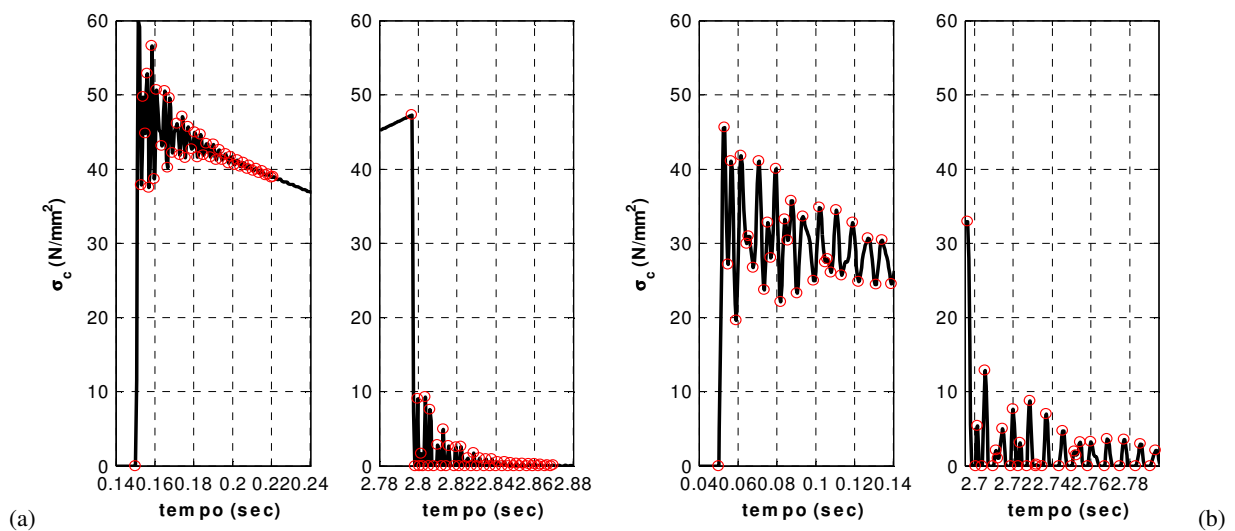


Figura 11 – Punti di inversione della tensione di compressione nel calcestruzzo più significativi: a) pannello tipo 1; b) pannello tipo 2.

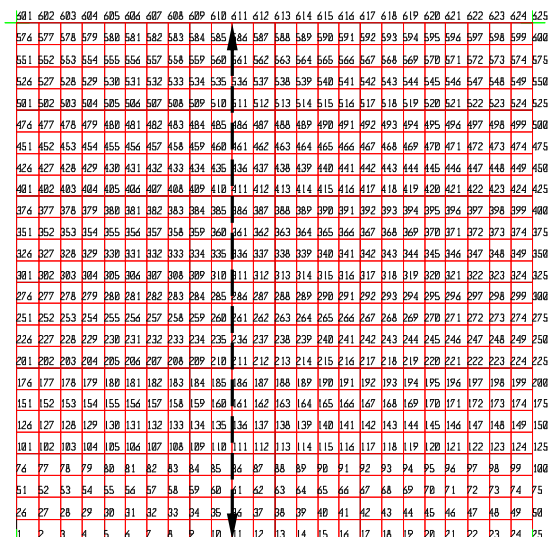


Figura 12 – Numerazione nodi modello FEM pannello tipo 1.

Nella stessa figura è inoltre rappresentata la storia della tensione di compressione del calcestruzzo all'estradosso calcolata utilizzando le comuni ipotesi per la verifica delle sezioni in c.a. in condizioni di servizio (calcestruzzo teso non reagente, moduli elastici effettivi, ecc.). Gli intervalli di tempo più importanti sono stati rappresentati in maggior dettaglio nella Figura 11. Essi rappresentano gli istanti temporali in cui il carico mobile si trova a passare sopra le sezioni indagate. Nella stessa figura sono anche evidenziati con cerchi in rosso i punti di inversione delle tensioni utilizzati nella tecnica della *rainflow counting* per il calcolo dei cicli di tensione di ampiezza variabile. Si può notare come l'effetto dinamico incrementi la sollecitazione flettente e le tensioni in corrispondenza dell'ingresso del carico mobile nel pannello mentre tale effetto è praticamente assente nel momento in cui il carico mobile esce dal pannello.

#### 4.2.3 Valutazione analitica della resistenza a fatica

La stima analitica della resistenza a fatica dei pannelli in c.a. è stata effettuata utilizzando le indicazioni fornite dal Model Code '90. Deve tuttavia essere sottolineato che le procedure di verifica a fatica contenute in tale normativa sono state determinate per elementi in c.a. di dimensioni ben maggiori di quelle dei pannelli per pavimentazioni sopraelevate, per cui non è da escludere la presenza di effetti di scala che possano danneggiare la qualità delle valutazioni.

Occorre inoltre ricordare che il regime di fatica che si manifesta negli elementi sottoposti a prova è intermedio tra quello ad alto numero di cicli, considerato dal Model Code, e quello a basso numero di cicli.

Il collasso per fatica di strutture in c.a. può avvenire con diverse modalità e per diverse cause. Nel caso specifico le prove sperimentali indicano chiaramente che le barre d'armatura non hanno raggiunto lo stato di collasso per fatica, essendo rimaste praticamente intatte fino alla fine delle prove sperimentali.

Le cause del collasso devono quindi essere ricercate nel deterioramento delle proprietà meccaniche del calcestruzzo.

Il Model Code '90 fornisce a questo proposito tre diverse leggi S-N: per calcestruzzo in compressione pura, per calcestruzzo prevalentemente compresso e per calcestruzzo in trazione pura o prevalentemente teso. Il criterio di danneggiamento cumulativo di Palmgren-Miner è stato poi utilizzato per calcolare il danno dovuto alla fatica.

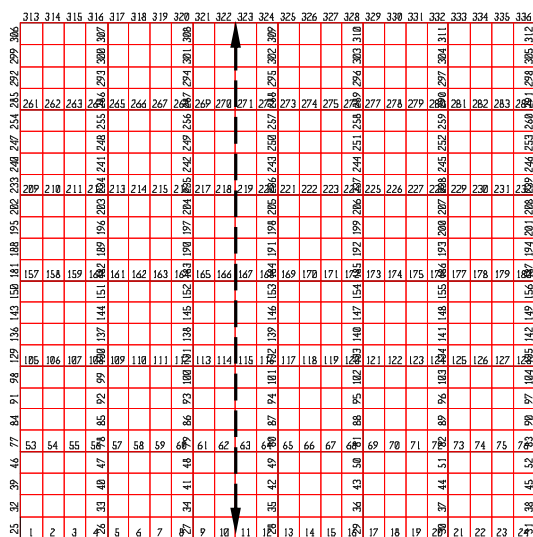


Figura 13 – Numerazione aste modello FEM pannello tipo 1.

Nel nostro caso si è utilizzata la legge S-N per calcestruzzo in compressione pura. Essa consta delle tre seguenti equazioni:

$$\log N_1 = (12 + 16S_{c,\min} + 8S_{c,\min}^2)(1 - S_{c,\max}) \quad (1)$$

$$\log N_2 = 0,2 \cdot \log N_1 (\log N_1 - 1) \quad (2)$$

$$\log N_3 = \log N_2 \cdot (0,3 - 0,375 \cdot S_{c,\min}) / \Delta S_c \quad (3)$$

dove  $N$  è il numero dei cicli;

$$S_{c,\max} = |\sigma_{c,\max}| / f_{ck,fat} \quad (4)$$

$$S_{c,\min} = |\sigma_{c,\min}| / f_{ck,fat} \quad (5)$$

$$\Delta S_c = |S_{c,\max}| - |S_{c,\min}| \quad (6)$$

$$f_{ck,fat} = \beta_{cc}(t) \cdot \beta_{c,sus}(t, t_0) \cdot f_{ck} \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{25f_{ck0}}\right) \quad (7)$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[ s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t/t_1}}\right) \right] \quad (8)$$

$\sigma_{c,\max}$  e  $\sigma_{c,\min}$  sono le massime e minime tensioni nel calcestruzzo,  $\beta_{c,sus}$  è uguale a 0.85,  $f_{ck}$  e  $f_{ck0}$  sono uguali rispettivamente a 50 e 10 N/mm<sup>2</sup>,  $t$  e  $t_1$  sono uguali a 28 e 1 giorno, rispettivamente.

Nell'Equazione 1 se  $\log N_1 \leq 6$  allora  $N = N_1$ ; se  $\log N_1 > 6$  e  $\Delta S_c \geq (0,3 - 0,375 \cdot S_{c,\min})$ , allora  $N = N_2$ ; se  $\log N_1 > 6$  e  $\Delta S_c < (0,3 - 0,375 \cdot S_{c,\min})$ , allora  $N = N_3$ . Mediante tali relazioni è stato calcolato il danno cumulativo nella porzione di calcestruzzo compresso della sezione analizzata conseguente ad un solo passaggio (andata e ritorno) del carico mobile, al quale corrispondono, naturalmente numerosi cicli di tensione:

$$D_1 = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad (9)$$

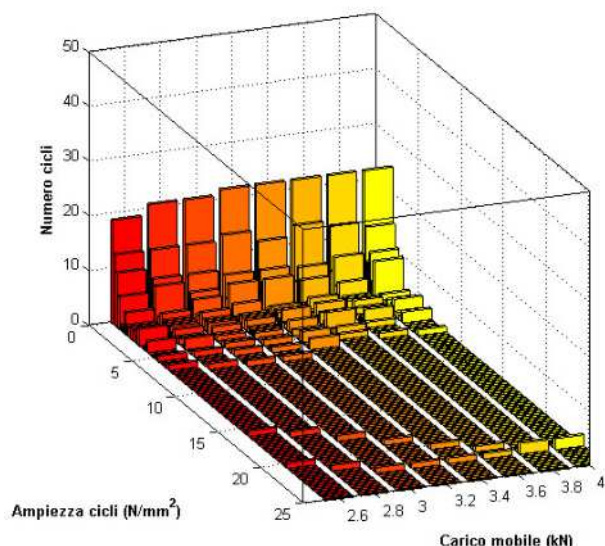


Figura 14 – Distribuzione dei cicli di tensione per il pannello tipo 1.

in cui  $n_i$  è il numero di cicli di tensione di ampiezza  $\Delta\sigma_i$  causati dal passaggio del carico mobile e  $N_i$  è il numero di cicli che il materiale può sostenere se sollecitato da cicli di tensione della stessa ampiezza. Il numero totale di passaggi del carico mobile che provoca il collasso del pannello è allora dato semplicemente da:

$$N = \frac{1}{D_1} \quad (10)$$

Il confronto tra i risultati delle simulazioni numeriche (elencati nella Tabella 3) e le prove sperimentali effettuate con i pannelli di tipo 1 ha mostrato come le simulazioni numeriche ben riescano a riprodurre il susseguirsi degli stati tensionali nel pannello in c.a. al passaggio del carico mobile, specialmente per i livelli più bassi del carico esterno. Di contro, per valori più alti del carico mobile, il collasso del pannello durante le prove sperimentali è avvenuto ben prima dei valori teorici attesi.

Tabella 3: Previsione teorica della resistenza a fatica dei pannelli.

Carico	Numero di passaggi	
	Pannello tipo 1	Pannello tipo 2
2,6 kN	70480	27233000
2,8k N	31000	6329000
3,0 kN	11215	816070
3,2 kN	10820	362020
3,4 kN	9865	131030
3,6 kN	7930	47426
3,8 kN	5725	21020
4,0 kN	5725	11398

Tabella 4: Risultati delle prove sui nuovi pannelli.

Carico	Numero di passaggi		
	1ª prova	2ª prova	3ª prova
3,65 kN	>14000	>18500	>16600

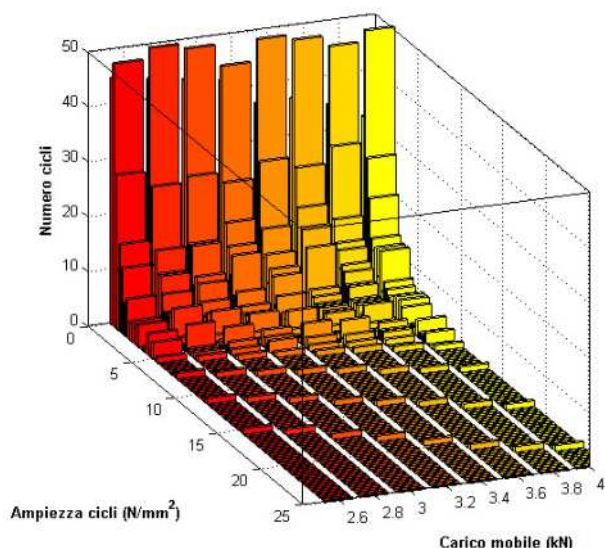


Figura 15 – Distribuzione dei cicli di tensione per il pannello tipo 2.

## 5. RESISTENZA A FATICA DEI PANNELLI TIPO 2

Tra le soluzioni investigate per migliorare la resistenza a fatica dei pannelli vi è stata anche quella inerente il miglioramento delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo [3]. Tale possibilità si è poi dimostrata non fattibile poiché le già elevate caratteristiche meccaniche del calcestruzzo utilizzato ( $f_{ck}$  50 MPa) si sono dimostrate non migliorabili senza modificare sostanzialmente il ciclo di produzione dell'esistente impianto di betonaggio. Si è quindi deciso di modificare le caratteristiche geometriche del pannello, andando a realizzare nervature principali di maggiori dimensioni. La necessità di non aumentare il peso complessivo del pannello e quella di non diminuire le caratteristiche di resistenza ai carichi statici in servizio ed allo stato limite ultimo, nonché gli aspetti connessi alla produzione degli elementi (spessore minimo delle nervature e della soletta per poter ospitare gli inerti di maggiore dimensione, facilitazione delle operazioni di scasseratura, ecc.) sono state le condizioni al contorno da rispettare nel processo progettuale. Se possibile era inoltre richiesto di non variare o di variare solo in minima parte la configurazione e le caratteristiche delle maglia di armatura. Tra le varie forme geometriche individuate quella che ha offerto il miglior compromesso tra resistenza (nei suoi diversi aspetti) e fattibilità è caratterizzata da nervature esterne di 45 mm di altezza e 45 mm di larghezza media, nervature interne molto più sottili e tasche interne più scavate e con superficie non più piana ma sferica per incoraggiare lo scarico delle sollecitazioni nelle limitrofe nervature mediante effetto arco (Figura 6). Il peso complessivo dell'elemento è risultato leggermente maggiore di quello di partenza (24 kg) ma ulteriori economie di peso sono risultate infattibili poiché esse avrebbero prodotto un inaccettabile abbattimento di resistenza. Con tale configurazione è inoltre possibile continuare ad utilizzare la stessa maglia di armatura precedente, cambiando solo alcuni interassi tra le barre interne.

### 5.1 Previsioni teoriche della resistenza a fatica

Con la metodologia già descritta al punto 4.2 si è stimata la resistenza a fatica dei pannelli calcolando il numero di passaggi del carico mobile tali da avere un indice di danno cumulato  $D = N \cdot D_1$  pari a 1. In Figura 10 sono mostrate le storie temporali della sollecitazione flettente e della tensione di compressione nel calcestruzzo così come già fatto per la simulazione effettuata sul pannello tipo 1. Dal confronto tra le due storie temporali del momento flettente, considerando che

sono state ottenute in corrispondenza dell'applicazione di un uguale valore del carico esterno, si può notare come una maggior rigidità complessiva del pannello di tipo 2 combinata anche con un maggior rapporto tra rigidità della nervatura esterna e rigidità delle nervature interne, comporti un maggior incremento dinamico della sollecitazione e quindi un maggior valore del momento flettente nella sezione della nervatura esterna. A tale maggior rigidità conseguono, inoltre, valori delle frequenze proprie di vibrazione del pannello più elevate con conseguente maggior numero di oscillazioni della sollecitazione flettente e della tensione di compressione, come evidenziabile dal confronto tra la Figura 14 e la Figura 15. Maggiore è anche l'ampiezza dei cicli di tensione secondari, conseguenti all'ingresso ed all'uscita del carico dal pannello (Figura 11).

I risultati delle simulazioni numeriche, in termini di numero di passaggi del carico mobile che conducono al collasso per schiacciamento del calcestruzzo, sono illustrati nella Tabella 3. Come è tipico nel caso dei collassi a fatica, si può notare che all'aumentare della sollecitazione esterna consegue un abbattimento della resistenza a fatica di tipo esponenziale.

## 5.2 Prove sperimentali

Una volta realizzati alcuni prototipi del pannello tipo 2, le previsioni teoriche illustrate al punto precedente sono state verificate mediante alcune prove sperimentali. Per il carico esterno si è scelto il valore del carico di servizio, pari a 3,65 kN. Poiché interessava verificare che i pannelli fossero in grado di resistere con un adeguato margine di sicurezza a 10.000 passaggi del carico mobile, le prove sono state interrotte volutamente, senza che il pannello avesse subito danni. Il numero di passaggi in corrispondenza del quale le prove sono state interrotte è indicato nella Tabella 4. I risultati ottenuti sono in buon accordo con le previsioni sperimentali che prevedevano una resistenza a fatica dei pannelli superiore ai 21.000 passaggi per carichi inferiori ai 3,8 kN.

## 6. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono presentate le indagini teoriche e sperimentali svolte per il miglioramento del comportamento a fatica di pannelli in calcestruzzo armato per pavimenti sopraelevati.

Le sperimentazioni su prototipo sono state eseguite utilizzando una macchina automatica, appositamente progettata e costruita, in grado di conferire all'elemento sottoposto a prova un carico mobile di intensità prefissata.

Le simulazioni numeriche sono state invece eseguite applicando la tecnica degli elementi finiti ed utilizzando il criterio di danneggiamento cumulativo di Palmgren-Miner per la valutazione del danneggiamento per fatica.

I risultati conseguiti hanno mostrato che il modello numerico utilizzato è in grado di fornire stime affidabili della resistenza a fatica dei componenti in c.a. analizzati, consentendo quindi di progettare indagini sperimentali mirate ed efficaci.

Nel particolare caso esaminato è stato possibile eseguire l'ottimizzazione delle forme geometriche del pannello, conseguendo un notevole aumento della resistenza a fatica dell'elemento, pur mantenendo praticamente costante il suo peso ed invariata l'armatura metallica.

## RINGRAZIAMENTI

Gli Autori desiderano esprimere il proprio ringraziamento alla ditta Edil Beton di Corciano (PG) per il sostegno economico fornito alla presente ricerca e per aver messo a disposizione i prototipi da sottoporre a prova.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] UNI (2003) - *UNI EN 12825 Pavimenti sopraelevati*.
- [2] CISCA - Ceilings & Interior Systems Construction Association (2004) - *Recommended test procedures for access floors*, St. Charles, IL, United States
- [3] BRECCOLOTTI, M., MATERAZZI, A.L. (2006) - Crack control and fatigue behaviour improvement of precast reinforced concrete access floors. *Proc. 9<sup>th</sup> International Fatigue Congress*, Atlanta (USA).
- [4] REHM, G. (1960) - Contribution to the problem of the fatigue strength of steel bars for concrete reinforcement, Preliminary Publication, *6<sup>th</sup> Congress of the IABSE*, 35-46, Zurich, IABSE
- [5] NORDBY, G.M. (1958) - Fatigue of concrete - A review of research, *American Concrete Institute Journal*, 55(2), 191-220.
- [6] ACI Committee 215 (1974) - Considerations for design of concrete structures subjected to fatigue loading, *American Concrete Institute Journal*, 71(3) 97-121.
- [7] ACI Publication SP-41 (1974) - *Proc. Abeles Symposium "Fatigue of concrete"*.
- [8] CEB (1988) - Fatigue of concrete structures. State of the art report, *Bulletin d'Information n°188*, Lausanne, CEB.
- [9] HSU, T.C.C. (1981) - Fatigue of plain concrete, *American Concrete Institute Journal*, 78, 292-305.
- [10] RILEM Committee 36-RDL (1984) - Long term random dynamic loading of concrete structures, *RILEM Materials and Structures*, 17(1), 1-28.
- [11] NAAMAN, A.E., HAMMOUD, H. (1998) - Fatigue characteristics of high performance fiber-reinforced concrete, *Cement & Concrete Composites*, Elsevier, 20(5), 353-363.
- [12] LEE, M.K., BARR B.I.G. (2004) - An overview of the fatigue behaviour of plain and fibre reinforced concrete, *Cement & Concrete Composites*, Elsevier, 26(4), 299-305.
- [13] TILLY, G.P. (1988) - Case histories, types of damage and outline of rules, *Bulletin d'Information n°185 "Plain and slightly reinforced concrete structures; Fatigue"*, Lausanne, CEB.
- [14] CEB - FIP (1991) - Model Code 1990, *Bulletin d'Information no. 203, 204, 205*, Lausanne, CEB.
- [15] DIN (2001) - *DIN 1045-1 Plain, reinforced and prestressed concrete structures - Part 1: Design and construction*, Berlin, DIN.
- [16] Computers and Structures, Inc. (2004) - *SAP 2000*, Berkeley (USA).



# COMPORTAMENTO FLESSIONALE DI COLONNE IN CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO

**Giuseppe Campione<sup>1</sup>, Marinella Fossetti<sup>1</sup>, Maurizio Papia<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Palermo

## SOMMARIO

Si analizza la risposta di sezioni in calcestruzzo ordinario e fibroso soggette a compressione eccentrica, in presenza di armature longitudinali e trasversali. Un'opportuna scelta dei legami costitutivi dei materiali e un'adeguata calibrazione del modello di calcolo consentono di cogliere con sufficiente precisione i fenomeni rilevati sperimentalmente attraverso prove su colonne descritte in un precedente lavoro. In particolare, i diagrammi momento-curvatura dedotti consentono di rilevare il benefico effetto delle fibre, soprattutto in termini di duttilità del nucleo confinato e con riguardo al contributo del copriferro fibroso alla stabilità dell'armatura longitudinale.

## SUMMARY

The structural response of cross-sections of NC and SFRC columns subjected to compressive eccentric loading is numerically modelled in order to reproduce experimental results obtained in a previous study by the authors. A suitable choice of constitutive laws for concrete and reinforcing steel bars and a reasonable calibration criterion of the model allow to reproduce with good approximation level the experimental results while the moment-curvature curves, numerically derived, show the beneficial effect of the fibres in terms of confined core ductility and with respect to the stability contribution offered by the fibrous cover to the longitudinal reinforcement.

## 1. INTRODUZIONE

L'interesse per l'impiego del calcestruzzo fibroso nella realizzazione di elementi strutturali si è rivelato crescente nell'ultimo ventennio, sia nell'ambito della comunità scientifica sia con riguardo ai produttori e agli utilizzatori di materiali innovativi, specialmente nel campo della prefabbricazione leggera e pesante.

Significative applicazioni, che in passato avevano riguardato l'impiego di calcestruzzi fibrosi nella ingegneria delle infrastrutture (rivestimenti in galleria) o nell'edilizia industriale (pavimentazioni), oggi riguardano anche la realizzazione di elementi prettamente strutturali.

Diversi studi teorici e sperimentali hanno mostrato l'efficacia del calcestruzzo fibroso per la realizzazione di elementi strutturali monodimensionali (travi [1], pilastri [2]), delle regioni diffusive (nodi [3], mensole tozze [4]) e degli elementi bidimensionali (lastre [5], piastre [6]), dove l'uso di fibre con adeguata geometria e dosaggio consente di contenere o in taluni casi di sostituire l'armatura trasversale (staffe) e quella secondaria (reti, ripartizioni, ecc). Parallelamente alla ricerca teorica e sperimentale diversi paesi tra cui U.S.A., Giappone, Canada, ma anche alcuni paesi della comunità

Europea, come Francia, Germania e Italia, hanno utilizzato i risultati di questa ricerca per mettere a punto documenti, per lo più allo stato attuale di carattere prenormativo [7, 8], che possano regolamentare l'impiego del calcestruzzo fibroso nelle applicazioni strutturali.

Si deve comunque osservare che, mentre per alcuni casi, come per le travi e gli elementi bidimensionali, anche in virtù dell'elevato numero di dati sperimentali di supporto, si hanno chiare ed univoche indicazioni progettuali, per altri, come ad esempio per le zone diffusive o per le colonne, sussiste un significativo livello di incertezza sulle soluzioni più idonee da adottare, per la maggiore complessità dei fenomeni coinvolti e per la difficoltà di definire il ruolo che essi esercitano nella risposta strutturale; la circostanza è essenzialmente dovuta alla disponibilità di un minore numero di ricerche sperimentali su tali elementi, soprattutto a livello Europeo.

Il presente lavoro si inquadra nell'ambito dello studio del comportamento teorico-sperimentale di colonne in calcestruzzo armato ordinario e fibrorinforzato, compresse e pressoinflesse, soggette a carichi monotoni, e intende fornire indicazioni sulle prestazioni connesse all'utilizzo del calcestruzzo fibrorinforzato come materiale per impieghi strutturali. Lo studio è motivato dall'osservazione che l'analisi

dei risultati disponibili in letteratura in argomento, correlati ai materiali considerati, evidenzia che essi, pur dedotti nell'ambito di ricerche analoghe, risultano spesso discordanti perché i parametri che influenzano il comportamento delle colonne sono numerosi e i diversi modelli analitici proposti dipendono dalla loro calibrazione, inevitabilmente influenzata dalle sperimentazioni effettuate.

Tra questi parametri il presente studio prende in considerazione l'influenza delle fibre e dello spessore del copriferro sulla risposta meccanica di colonne pressoinflesse, con particolare riguardo agli effetti sulla capacità portante, sulla duttilità, sulle modalità di espulsione del copriferro e sui meccanismi di rottura. Il modello di calcolo cui si perviene ha come riferimento i risultati di una indagine sperimentale condotta dagli autori [9] che, in funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche dei campioni utilizzati, da un canto ha messo in luce il ruolo decisivo che tali parametri esercitano, dall'altro, per le evidenti differenze di comportamento rilevato al variare dei parametri stessi, lasciava prevedere la necessità di modellare con particolare cura i legami tensione-deformazione di ciascuno dei componenti strutturali in modo da rappresentare con accettabile approssimazione i fenomeni rilevati nella risposta strutturale complessiva.

## 2. INDAGINE SPERIMENTALE DI RIFERIMENTO

L'indagine sperimentale di riferimento [9], per la parte d'interesse, è relativa al comportamento di colonne in calcestruzzo ordinario e fibroso soggette a sforzo di compressione agente con eccentricità costante e assegnata.

Dal punto di vista geometrico i campioni considerati, rappresentati in Figura 1, appartengono a due tipologie (Fig. 1a e Fig. 1b) che differiscono per il diverso spessore del copriferro, rispettivamente pari a  $\delta = 10$  mm e  $\delta = 25$  mm; il nucleo di calcestruzzo è di forma quadrata (come la sezione); la dimensione 165 mm indicata in figura si intende misurata sul perimetro esterno delle staffe.

Le colonne sono state confezionate con parti terminali di sezione variabile, al fine di consentire l'applicazione di carichi eccentrici senza la possibilità di fenomeni di rottura locale; l'eccentricità del carico durante ogni prova è costantemente mantenuta pari a  $h/2$  per entrambe le tipologie, risultando quindi  $e = 92.5$  mm ed  $e = 107.5$  mm nei due casi.

L'armatura, complessivamente disposta come mostrato in Figura 1, consiste in barre longitudinali del diametro  $d_l = 12$  mm, disposte ai vertici del nucleo confinato, e staffe di diametro  $d_{st} = 6$  mm, disposte a passo  $s = 65$  mm nel tratto centrale della colonna, di interesse ai fini della sperimentazione.

Per ciascuna delle due tipologie rappresentate in Figura 1 sono stati realizzati 4 campioni, 2 utilizzando calcestruzzo ordinario e 2 confezionati con calcestruzzo rinforzato da fibre in acciaio uncinato di lunghezza  $l_{fb} = 30$  mm e di diametro  $d_{fb} = 0.55$  mm, dosate in maniera da realizzare un rapporto volumetrico  $V_f = 1\%$  rispetto al volume di conglomerato.

Il calcestruzzo ordinario ha una resistenza cilindrica a compressione (a 28 giorni)  $f_c' = 29$  MPa, che si attinge per un valore di deformazione  $\epsilon_{co} = 0.0019$ ; il ramo post-picco, caratterizzato da un evidente decadimento della capacità portante, può assumersi lineare con pendenza negativa

individuata dal valore di deformazione  $\epsilon_{0.85} = 0.0025$ , per il quale la tensione corrispondente è pari a  $0.85 f_c'$ .

Il calcestruzzo fibroso ha invece resistenza cilindrica  $f_c' = 32$  MPa, cui corrisponde una deformazione specifica  $\epsilon_{co} = 0.0023$ ; l'effetto benefico delle fibre si manifesta soprattutto nel ramo post-picco del legame tensione-deformazione, meno pendente e caratterizzato dal valore  $\epsilon_{0.85} = 0.0045$ .

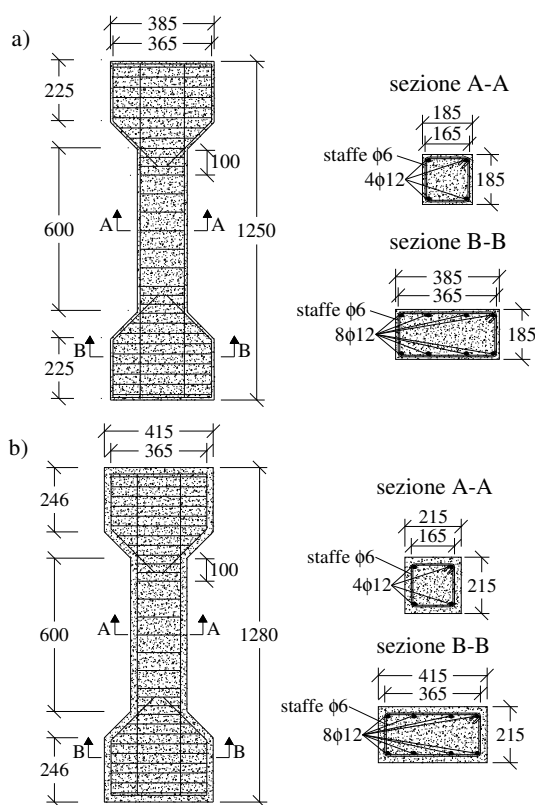


Figura 1 - Geometria dei provini.

L'acciaio costituente l'armatura longitudinale e trasversale ha tensione di snervamento  $\sigma_s = 461$  MPa; la fase incrudente è preceduta da un andamento orizzontale del diagramma tensione-deformazione, fino al valore  $\epsilon_{s1} = 2 \epsilon_s$ ; tensione e deformazione a rottura valgono rispettivamente  $\sigma_{f,max} = 546$  MPa,  $\epsilon_{f,max} = 0.1278$

La macchina utilizzata per le prove di carico sulle colonne è una pressa Zwick/Roell & Toni Technik da 4000 kN a gestione servo-idraulica, operante a controllo di spostamento e gestita da una centralina elettronica interfacciata con l'utente tramite un PC dotato del software di gestione dei risultati.

Il carico verticale corrispondente allo spostamento impresso viene trasmesso alla colonna in prova tramite due piastre rigide in acciaio che alloggiavano un cilindro anch'esso in acciaio di diametro di 50 mm, che ne consente la rotazione mutua; una delle due piastre viene posta a contatto con il piatto della pressa che trasmette il carico, l'altra con la sezione d'estremità alla testa del pilastro. Analogo dispositivo (due piastre con cilindro che ne consente la rotazione) è interposto tra la sezione alla base del provino e il piano di posa sulla pressa che trasmette la reazione al carico, cosicché sia

garantito un comportamento a cerniera di entrambe le estremità vincolate del campione (Fig. 2).

Imponendo una velocità di prova costante e pari a 0.2 mm/min (velocità di avvicinamento dei punti di estremità del segmento assunto a base di lettura) si registra durante la prova la forza reattiva  $P$  e quindi il momento flettente  $M = P e$ ; gli allungamenti e gli accorciamenti misurati dai comparatori sulla faccia tesa e compressa del campione, rapportati alla base di lettura, forniscono le corrispondenti deformazioni specifiche medie, dalle quali è possibile dedurre la curvatura media delle sezioni rapportando la differenza delle deformazioni alla distanza dei comparatori misurata nel piano orizzontale.



Figura 2 - Test set-up per la prova di compressione eccentrica.

I carichi verticali sono registrati direttamente dalla macchina tramite un apposito trasduttore interno collegato alla cella di carico del pistone. Gli spostamenti delle colonne sono rilevati mediante quattro comparatori digitali millesimali posizionati in corrispondenza della mezziera della colonna in prova (Fig. 3). La base di lettura, cui rapportare i dati forniti dalla prova, è assunta pari alla larghezza della sezione trasversale della colonna stessa in modo da risultare sufficientemente piccola per dedurre una legge locale rappresentativa della sezione trasversale, ma al tempo stesso sufficientemente grande da potere cogliere i fenomeni di rottura più rappresentativi dell'elemento colonna.

Le prove sono state condotte disponendo nella pressa i campioni con asse verticale baricentrico parallelo all'asse di carico della macchina e a distanza pari all'eccentricità prefissata.



Figura 3 - Strumentazione dei campioni.

I due comparatori disposti sulle facce opposte parallele al piano di inflessione consentono di valutare l'accorciamento medio della colonna e di controllare eventuali effetti indesiderati di eccentricità nel piano ortogonale.

Le curve momento - curvatura ottenute per gli 8 campioni complessivamente testati sono riportate in Figura 4.

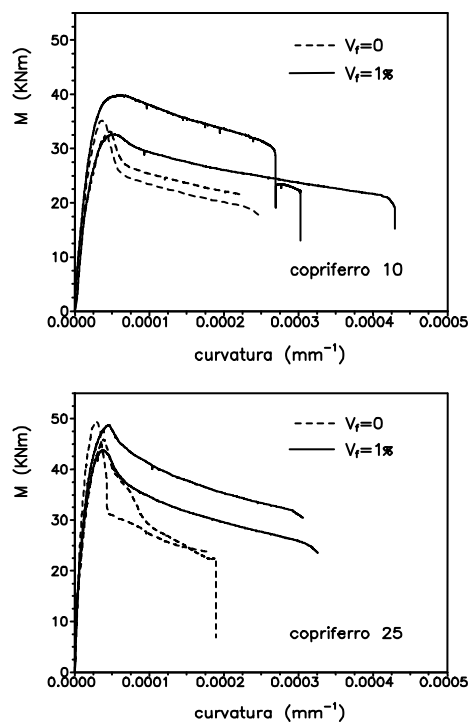


Figura 4 - Curve  $M - \phi$  rilevate sperimentalmente.

Nel commento delle curve, una prima osservazione riguarda il maggiore scarto tra le curve a tratto intero (calcestruzzo fibroso) rispetto a quelle in tratteggio. La circostanza, riscontrabile anche in altre indagini sperimentali, è sostanzialmente dovuta al fatto che l'elevata percentuale di fibre adottata talvolta causa una non uniforme compattazione del getto. Ciò, inevitabilmente, determina zone di minore resistenza a cui effetti sono più evidenti nel caso di tensione non uniforme, quando cioè zone più deboli, anche localizzate, influenzano significativamente la risposta strutturale complessiva.

Per quanto invece concerne l'andamento delle curve, esse presentano tutte un breve tratto iniziale con pendenza costante (comportamento elastico-lineare) pressoché identica sia per le colonne confezionate con calcestruzzo ordinario sia per quelle confezionate con calcestruzzo fibroso; segue un tratto non lineare dovuto alla fessurazione del calcestruzzo.

La Figura 5 mostra chiaramente che sulla faccia tesa della colonna in prova, il passo delle prime fessure è praticamente coincidente con quello delle staffe. Il quadro fessurativo progredisce con incrementi di ampiezza e comparsa di nuove fessure fino al carico di picco, il cui valore non risulta significativamente influenzato dalla presenza delle fibre, come del resto rilevabile dall'analisi dei risultati di numerose altre indagini sperimentali.

Le fibre invece, come prevedibile, esercitano un ruolo decisivo nella fase post-picco della risposta (ramo softening)

sia per l'effetto di cucitura delle fessure, con contenimento della loro ampiezza, sia perchè il copriferro fibroso, mantenendosi efficace per valori di deformazione specifica più elevata, esercita un effetto stabilizzante nei confronti dell'armatura longitudinale compressa, ritardandone lo svergolamento.



Figura 5 - Fessurazione della regione tesa della colonna.

Con riguardo a questo secondo effetto, è da considerare che la perdita di stabilità delle barre di armatura, oltre a determinare una riduzione della capacità portante della sezione, legata a un andamento  $\sigma$ - $\epsilon$  decrescente nelle barre stesse, produce una significativa riduzione della pressione di confinamento sul nucleo di calcestruzzo alla quale, soprattutto, è imputabile la marcata pendenza negativa del primo tratto post-picco delle curve in tratteggio di Figura 4 ( $V_f = 0$ ). L'effetto sopra descritto è comunque strettamente correlato alla specifica armatura longitudinale e trasversale adottata per i campioni, che, come sarà mostrato più avanti, implica per le barre longitudinali un valore di carico critico inferiore alla loro capacità portante nominale, una volta che il copriferro viene espulso.

Il tratto meno ripido del ramo softening evidenzia la maggiore duttilità in curvatura conseguibile utilizzando calcestruzzo fibroso. Si tratta di una conferma delle conclusioni cui si perviene in numerosi lavori disponibili in letteratura, basate su esperienze analoghe o anche prevedibili sulla base di risultati dedotti da semplici prove di compressione centrata.



Figura 6 - Stato di un campione a fine prova ( $\delta=10$  mm e  $V_f=1\%$ ).

In ogni caso, pur con valori di curvatura massima diversi

in relazione a quanto sopra osservato, tutte le curve di Figura 4 procedono con modesta pendenza negativa fino alla rottura dei campioni, che sopraggiunge bruscamente, per rottura delle staffe e pressoché simultanea rottura dell'armatura tesa (per preservare la strumentazione, nella maggior parte dei casi le curve si interrompono prima che il fenomeno si verifichi).

In Figura 6 è evidente la rottura di una staffa a fine prova e la forma deformata di una delle due barre d'armatura compressa che svergola per instabilità. Dalla figura è altresì rilevabile l'azione di cucitura delle fessure esercitata dalle fibre fino allo stato ultimo.

### 3. MODELLO DI CALCOLO

#### 3.1 Ipotesi di base e procedura di calcolo

Il modello di calcolo è basato su una discretizzazione a strisce della generica sezione di colonna che, in ragione dell'ubicazione dei comparatori, può assumersi quale sezione di metà altezza, ma che in realtà potrebbe essere una qualsiasi, considerato che il peso proprio e gli effetti del secondo ordine vengono trascurati.

L' $i$ -esima striscia, parallela all'asse neutro, è caratterizzata dallo spessore  $h_{si}$ , dalla larghezza  $b$  pari a quella della sezione e dalla distanza  $d_i$  dal baricentro  $G$  della sezione.

Le strisce che ricadono per intero nella porzione non confinata, per le quali risulta  $|d_i| - h_{si} / 2 \geq b_c / 2$ , con  $b_c =$  dimensione del nucleo confinato misurata lungo l'asse della staffa, sono costituite da un solo materiale: la tensione calcolata per il calcestruzzo non confinato in corrispondenza del baricentro, assunta costante per l'intera striscia, insiste su un'area pari a  $b \cdot h_{si}$ . Le strisce per le quali  $d_i$  non rispetta la precedente limitazione sono invece costituite da calcestruzzo non confinato per un'area pari a  $(b - b_c) h_{si}$  e da calcestruzzo confinato per la restante porzione, di area pari a  $b_c \cdot h_{si}$ ; anche per queste strisce il contributo all'equilibrio dell'intera sezione è calcolato assumendo tensione costante per i due materiali nelle rispettive aree e pari a quelle calcolate nei baricentri delle aree stesse.

Le armature longitudinali sono assunte concentrate nei baricentri delle rispettive sezioni, la cui distanza da  $G$  è pari a  $|d_{ri}| = b_c - (d_{st} + d_c) / 2$ .

La procedura di calcolo, che consente di tracciare per punti la curva  $M$ - $\phi$ , si basa sull'ipotesi di sezione che si deforma mantenendosi piana fino allo stato ultimo. Per ogni valore assegnato a  $\phi$ , la sezione risulta interamente compressa se al lembo maggiormente sollecitato la deformazione specifica  $\epsilon_c$  vale  $\epsilon_{c,max} = \phi b$ . Assumendo per  $\epsilon_c$  questo valore, si calcolano le deformazioni caratteristiche di ciascuna striscia  $\epsilon_i = \epsilon_c - \phi (b/2 - d_i)$  e dell'armatura  $\epsilon_{ri} = \epsilon_c - \phi (b/2 - d_{ri})$ ; noto il legame costitutivo dei materiali, si determinano quindi le tensioni corrispondenti alle deformazioni calcolate e il contributo di ciascuna delle aree prima indicate, oltre che dell'armatura, all'equilibrio della sezione.

La somma di tali contributi fornisce una coppia di valori  $M$ ,  $P$  il cui rapporto è certamente minore dell'eccentricità assegnata ( $e = b/2$ ); mantenendo costante  $\phi$ , si riduce allora  $\epsilon_c$  di un  $\Delta\epsilon_c$  sufficientemente piccolo e si ripetono le operazioni di calcolo prima descritte per ulteriori successive riduzioni di  $\epsilon_c$  finché non risulti

$$\frac{M_{j-1}}{P_{j-1}} < e \quad \frac{M_j}{P_j} > e \quad (1)$$

essendo i pedici  $j-1$  e  $j$  rispettivamente corrispondenti a sollecitazioni calcolate per  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{c,max} - (j-1) \Delta\epsilon_c$  e  $\epsilon_{c2} = \epsilon_{c,max} - j \Delta\epsilon_c$ . L'effettiva coppia di valori  $M, P$  che corrisponde al valore di  $\phi$  assegnato e realizza l'eccentricità  $e = b/2$  si ottiene interpolando linearmente tra i valori calcolati per  $\epsilon_{c1}$  e  $\epsilon_{c2}$ .

La coppia di valori  $M, \phi$  individua un punto della curva cercata; l'intera curva momento-curvatura si traccia raccordando i punti ottenuti facendo crescere  $\phi$  da zero a un valore massimo assegnato.

Si osservi che, se nell'applicazione si impone un limite per  $\epsilon_{c,max}$  (nel caso specifico si è assunto  $\epsilon_{c,max} = 0.03$ ), può accadere che per valori elevati di  $\phi$ , risultando  $\epsilon_{c,max} < \phi b$ , la sezione sia parzializzata e sia già  $M/P > e$  e per il primo valore assunto per  $\epsilon_c$ . In questo caso la procedura si arresta e l'ultimo punto della curva  $M-\phi$  corrisponde a quello dedotto nel passo precedente.

### 3.2 Legami costitutivi del calcestruzzo non confinato

Il legame assunto per il calcestruzzo non confinato in compressione, sia in assenza che in presenza di fibre di rinforzo, è quello proposto originariamente in [10]. La scelta è motivata sia dal fatto che i parametri che lo definiscono sono quelli direttamente rilevati dalla sperimentazione effettuata, sia dal fatto che esso è stato utilizzato da numerosi altri autori e si presta a riprodurre, con opportune modifiche, anche il legame tensione deformazione in presenza di confinamento.

La forma analitica del legame è espressa dalle relazioni

$$f_c = f'_c \left[ 2 \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}} - \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_{co} \quad (2)$$

$$f_c = f'_c \left( 1 - 0.15 \frac{\epsilon - \epsilon_{co}}{\epsilon_{085} - \epsilon_{co}} \right) \quad \epsilon_{co} \leq \epsilon \leq \epsilon_u$$

dove i valori di  $f'_c$ ,  $\epsilon_{co}$  e  $\epsilon_{085}$  sono quelli definiti al paragrafo 2, con riferimento al calcestruzzo ordinario e a quello fibroso. In base a questi valori, la retta che definisce il ramo post-picco, a pendenza negativa, si interrompe ( $f_c = 0$ ) per  $\epsilon_u = 0.0059$  e  $\epsilon_u = 0.0158$  rispettivamente nei due casi; questi valori sono molto prossimi a quelli per i quali le prove sperimentali rivelano la completa espulsione del copriferro.

Relativamente al comportamento in trazione, il modello analitico è basato sulle espressioni proposte in [11] sulla base di verifiche sperimentali. Per il calcestruzzo ordinario la risposta in trazione è espressa da un ramo lineare crescente (in valore assoluto) fino al valore di resistenza massima; segue un ramo lineare decrescente fino a che la tensione non assume valore nullo, quando la deformazione specifica, in valore assoluto, diventa pari a 2 volte la deformazione specifica di snervamento dell'armatura longitudinale (indicata con  $\epsilon_{s1}$  al paragrafo 2).

Assumendo il modulo di resistenza a trazione pari alla metà di quello in compressione calcolato come in [12], si ha

$$E_{ct} = \frac{5000}{2} \sqrt{f'_c} \quad f_{ct} = 0.7 \sqrt{f'_c} \quad \epsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_{ct}} \quad (3)$$

e pertanto il legame tensione-deformazione del calcestruzzo ordinario in trazione si esprime come segue:

$$f_c = E_{ct} \epsilon \quad -\epsilon_{ct} \leq \epsilon \leq 0 \quad (4)$$

$$f_c = f_{ct} \frac{\epsilon + \epsilon_{s1}}{\epsilon_{ct} - \epsilon_{s1}} \quad -\epsilon_{s1} \leq \epsilon \leq -\epsilon_{ct}$$

Nel caso di calcestruzzo fibroso la prima delle (4) si mantiene valida mentre la seconda assume una pendenza ridotta, dovendosi considerare una resistenza residua  $f_{t,res}$  che si attinge per  $\epsilon = -\epsilon_{s1}$  e che è dovuta alla presenza delle fibre. Le grandezze da cui dipende tale resistenza sono: il rapporto in volume  $V_f$ , un fattore di orientamento delle fibre, il rapporto lunghezza/diametro della fibra, la tensione di aderenza fibra-calcestruzzo. Un'espressione semplificata che include i suddetti parametri è dedotta in [1], per cui, per il caso in studio, può assumersi

$$f_{t,res} = 0.2 \times 0.6 \sqrt{f'_c} \quad (5)$$

Pertanto, per il calcestruzzo fibroso in trazione valgono le seguenti relazioni:

$$f_c = E_{ct} \epsilon \quad -\epsilon_{ct} \leq \epsilon \leq 0$$

$$f_c = -f_{t,res} + (f_{ct} - f_{t,res}) \frac{\epsilon + \epsilon_{s1}}{\epsilon_{ct} - \epsilon_{s1}} \quad -\epsilon_{s1} \leq \epsilon \leq -\epsilon_{ct} \quad (6)$$

$$f_c = -f_{t,res} \quad \epsilon \leq -\epsilon_{s1}$$

Nel modello di calcolo utilizzato il tratto orizzontale corrispondente alla resistenza residua è stato interrotto quando  $\epsilon$  attinge un valore pari a  $-2 \epsilon_{s1}$ , tenuto conto che per questo valore di deformazione, essendo il calcestruzzo ampiamente fessurato, non appare realistico includere alcun ulteriore contributo di resistenza a trazione.

I legami tensione-deformazione espressi analiticamente dalle (2), (4) e (6), specializzati per il calcestruzzo ordinario e per quello fibroso, sono rappresentati in Figura 7.

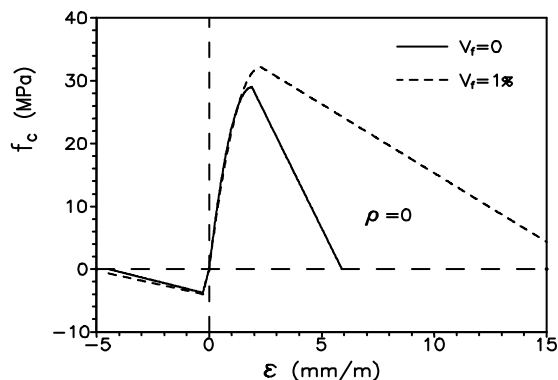


Figura 7 - Modellazione del calcestruzzo non confinato.

### 3.3 Legami costitutivi del calcestruzzo confinato

La scelta del legame costitutivo da adottare per il calcestruzzo confinato è assai meno semplice di quella che riguarda il calcestruzzo non confinato, essenzialmente per i seguenti motivi: i) i legami costitutivi proposti in letteratura sono numerosi ma, essendo fortemente influenzati dalle ipotesi sulla distribuzione della pressione di confinamento nel piano delle staffe e longitudinalmente tra due staffe consecutive, si traducono in espressioni analitiche spesso molto differenti non solo nella forma ma anche nei valori forniti; ii) i legami proposti sono dedotti da prove di compressione centrata, nelle quali il confinamento risulta uniforme e si esplica in maniera ottimale.

Con riguardo alla prima considerazione, evitando di entrare nel dettaglio dei parametri che conducono alle diverse formulazioni, in Figura 8 sono graficamente confrontati i legami dedotti utilizzando le espressioni proposte in [12] e [13], riferiti al calcestruzzo ordinario utilizzato nella sperimentazione a base di questo lavoro.

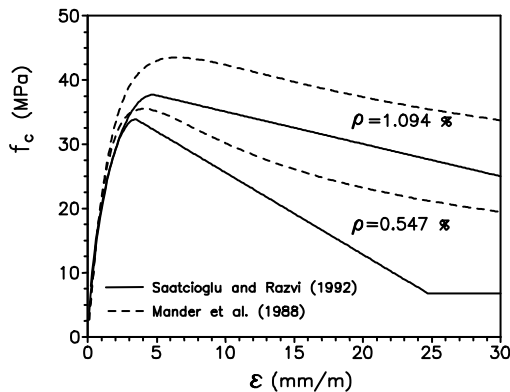


Figura 8 - Legami costitutivi per calcestruzzo confinato.

Per il tracciamento delle curve sono stati considerati due diversi valori del rapporto di confinamento  $\rho$  tra il volume di armatura trasversale e il volume di calcestruzzo confinato di pertinenza. Il valore  $\rho=0.547\%$  corrisponde a quello che si realizza nei campioni sperimentati (Fig. 1), il valore  $\rho=1.094\%$ , doppio del precedente e ottenuto ipotizzando di dimezzare il passo della staffatura, è stato considerato per verificare la discordanza delle curve al crescere di questo parametro. In effetti al crescere di  $\rho$  i rami post-picco delle due diverse curve sono pressoché paralleli; tuttavia essi rimangono distanti per la diversa stima del valore di picco  $f'_{cc}$  nei due casi.

Relativamente alla seconda considerazione, è indubbio che quando la sezione compressa si parzializza, mentre la zona maggiormente distante dall'asse neutro mantiene un adeguato livello di confinamento, quella più prossima ad esso, contigua alla porzione fessurata, andrebbe penalizzata nel suo legame tensione-deformazione, dato che per essa risulta fortemente ridotta la pressione di confinamento. Considerazioni più dettagliate su quanto osservato possono reperirsi in [14], dove comunque si dimostra sperimentalmente che, utilizzando il legame proposto in [13], la penalizzazione da attribuire alle "strisce" di sezione più prossime all'asse neutro può essere trascurata, per il modesto valore di deformazione (e quindi di tensione) che ad esse compete, rispetto alla regioni più esterne.

Il modello qui proposto utilizza quindi il legame già rappresentato con tratto continuo in Figura 8, specializzandolo anche per il calcestruzzo fibroso (Fig. 9).

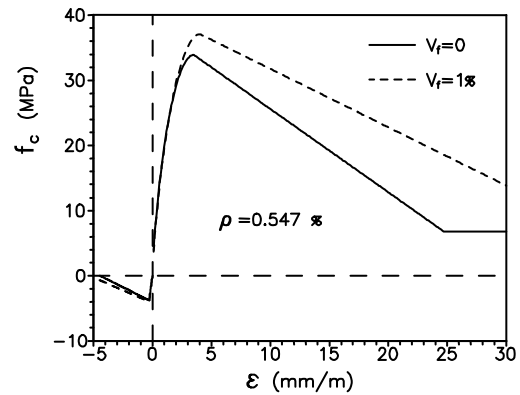


Figura 9 - Modellazione del calcestruzzo confinato.

Dal punto di vista analitico, per la trazione valgono le relazioni riportate nel precedente paragrafo; nel campo delle deformazioni positive (compressione) la curva fino al valore massimo  $f'_{cc}$  è espressa dalla

$$f_c = f'_{cc} \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cco}} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cco}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{1+2k}} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cco} \quad (7)$$

mentre il tratto lineare a pendenza negativa fino a  $\varepsilon_{c,02}$ , oltre il quale la tensione si mantiene costante e pari a  $f_c = 0.2 f'_{cc}$ , ha equazione identica alla seconda delle (2) con  $f'_{cc}$  al posto di  $f'_c$  e  $\varepsilon_{c,085}$  al posto di  $\varepsilon_{085}$ .

I valori delle deformazioni caratteristiche e delle corrispondenti tensioni, nonché il coefficiente  $k$  che figura nella (7), dipendono dal rapporto volumetrico di confinamento e dalla effettiva pressione di confinamento  $f_{le}$  secondo le relazioni

$$\begin{aligned} f'_{cc} &= f'_c + 6.7 f_{le}^{0.83} & k &= 6.7 f_{le}^{0.83} / f'_c \\ \varepsilon_{cco} &= \varepsilon_{co} (1+5k) & \varepsilon_{c,085} &= \varepsilon_{085} + 260 \rho \varepsilon_{cco} \end{aligned} \quad (8)$$

La pressione  $f_{le}$  dipende a sua volta da  $\rho$ , dalla tensione di snervamento dell'armatura trasversale, dal passo delle staffe, dalla distanza tra le barre longitudinali nel piano della sezione e dalla dimensione del nucleo confinato [13].

Ponendo  $f_{le} = 0$  e  $\rho = 0$ , il legame assume la forma espressa dalla (2) per il calcestruzzo non confinato. Il presupposto perché il legame descritto si mantenga valido fino allo stato ultimo è che le barre longitudinali di armatura compressa si mantengano stabili dopo lo snervamento [14]; pertanto, il modello di calcolo utilizzato nel presente lavoro prevede che, non appena questa condizione non è più verificata, il legame si modifichi aggiornando le (8) dopo avere assunto  $f_{le} = 0$ .

### 3.4 Legame costitutivo per l'armatura longitudinale

Il legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  per l'armatura longitudinale in trazione, in base ai dati rilevati sperimentalmente, può essere modellato

considerando un primo tratto lineare con legge  $\sigma_f = E_f \epsilon$ , con  $E_f = 206$  GPa, fino allo snervamento, seguito da un tratto orizzontale a tensione  $\sigma_f = \sigma_s$ , di ampiezza  $\epsilon_s$ , e da un ulteriore tratto lineare a modesta pendenza positiva (incrudimento) con modulo di incrudimento  $E_h = 0.0033 E_f$ .

La possibilità di utilizzare il suddetto legame anche in compressione è invece subordinata alla verifica che, quando il copriferro diventa inefficace, la barra di armatura snervata si mantenga stabile. Questa verifica si effettua utilizzando l'approccio proposto in [15], dove il carico critico della barra compressa e la lunghezza del tratto di barra eventualmente coinvolto nello svergolamento sono dedotti in funzione del rapporto di rigidità  $\gamma = \alpha s^3 / (E_r I_f)$  con  $I_f$  momento di inerzia della sezione della barra,  $E_r$  modulo di elasticità ridotto (barra snervata) e  $\alpha$  rigidità assiale offerta dalla staffa allo svergolamento. Potendosi assumere fissa l'armatura longitudinale tesa, indicando con  $\omega_{st}$  l'area della sezione della staffa, il cui braccio efficace misura  $b_c$ , si ha  $\alpha = E_f \omega_{st} / b_c$ .

Calcolando  $E_r$  come in [15] (risulta  $E_r = 2778$  MPa) e introducendo nelle precedenti espressioni i valori delle grandezze coinvolte, si ottiene  $\gamma = 3557.8$ , valore per il quale l'approccio proposto in [15] fornisce  $\sigma_{cr} = 188$  MPa e una lunghezza di barra coinvolta nello svergolamento pari a  $L = 1.2 s = 78$  mm. Può quindi affermarsi che, non appena l'armatura in compressione supera il limite di snervamento, la brusca riduzione del modulo elastico da  $E_f$  a  $E_r$  la predispone allo svergolamento per un tratto di poco superiore a  $s$ , che coinvolge quindi 2 staffe consecutive (Fig. 6). In queste condizioni il legame  $\sigma$ - $\epsilon$  segue una legge diversa da quella nominale, che può essere dedotta utilizzando il modello proposto in [16].

Secondo questo modello, a partire dalla tensione di snervamento, al crescere di  $\epsilon$  la tensione subisce una riduzione lineare rispetto al valore nominale fino al punto di coordinate  $\epsilon^*$ ,  $\sigma^*$ ; segue un tratto a pendenza negativa costante e pari a  $-0.02 E_f$  fino a che non si ha  $\sigma_f = 0.2 \sigma_s$ . Il punto di coordinate  $\epsilon^*$ ,  $\sigma^*$  dipende unicamente dal parametro  $\lambda_b = 0.1 L \sigma_s^{0.5} / d_f$ , che, per le applicazioni qui condotte vale  $\lambda_b = 13.956$ . Tralasciando di riportare le espressioni analitiche che definiscono l'effettiva legge  $\sigma$ - $\epsilon$  della barra instabilizzata, per le quali si rimanda al lavoro sopra citato, se ne mostra la rappresentazione grafica in Figura 10. Si fa osservare, infine, che, per i casi in studio, risultando  $\sigma^* = 324$  MPa per  $\epsilon^* = 0.0512$ , il secondo tratto della curva  $\sigma$ - $\epsilon$  effettiva della barra instabilizzata non è stato considerato.

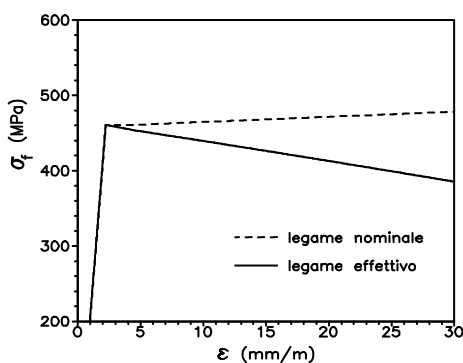


Figura 10 - Modellazione dell'armatura compressa instabilizzata.

Definita la legge  $\sigma$ - $\epsilon$  della barra instabilizzata, occorre ora stabilire per quali valori della deformazione essa viene realmente coinvolta nella risposta della sezione, ovvero per quali condizioni il copriferro diventa inefficace ai fini della stabilità dell'armatura.

Nel caso di calcestruzzo ordinario, come confermato sperimentalmente, il contributo di rigidità laterale offerto dalla porzione non confinata della sezione può ritenersi inefficace quando la deformazione raggiunge il valore  $\epsilon_{0.85}$ ; al riguardo occorre sottolineare che nella originaria formulazione [10] la retta espressa dalla seconda delle (2) si interrompe per questo valore di deformazione, considerato il forte degrado cui è soggetta la matrice cementizia per valori più elevati di  $\epsilon$ .

Tenuto conto che per i casi in studio si ha  $\epsilon_{0.85} = 0.0025$  e  $\epsilon_s = 0.0022$ , la precedente assunzione implica che la curva a tratto intero di Figura 10 viene percorsa dall'armatura compressa dopo un breve tratto orizzontale in cui vale la curva nominale in tratteggio.

Relativamente al caso di calcestruzzo fibroso, considerato che il contributo delle fibre si mantiene efficace fino alla completa espulsione del copriferro, dovrà preventivamente verificarsi se prima che questa circostanza si verifichi la barra compressa si mantiene stabile, percorrendo quindi la curva nominale fino a  $\epsilon = \epsilon_u = 0.0158$  (paragrafo 2). Allo scopo si utilizza la formulazione proposta in [17], in cui la barra è modellata come una trave continua su letto di molle uniformemente diffuse longitudinalmente, la cui rigidità può essere calcolata distribuendo quella già valutata per la singola staffa sul passo  $s$  ( $\beta_{st} = \alpha/s$ ) e sommando ad essa quella offerta dalle fibre. Questa seconda aliquota può essere valutata seguendo la procedura proposta in [18], per la quale si ha

$$\beta_{fb} = \frac{E_{fb}}{\ell_{fb}} \frac{b}{n_b} \left( \frac{V_f}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (9)$$

dove  $E_{fb} = E_f$  è il modulo elastico delle fibre,  $\ell_{fb} = 30$  mm è la lunghezza delle fibre,  $b$  la misura del lato della sezione (quadrata) e  $n_b$  il numero di barre longitudinali potenzialmente soggette ad instabilizzarsi simultaneamente.

Effettuando i calcoli per il più piccolo dei due valori di  $b$  (185 mm), si ottiene  $\beta_{fb} = 14173$  N/mm<sup>2</sup>, mentre per la rigidità distribuita offerta dalle staffe si ricava  $\beta_{st} = 536$  N/mm<sup>2</sup>. Trascurando  $\beta_{st}$  rispetto a  $\beta_{fb}$ , per cui il modello di calcolo proposto in [18] diventa rigoroso, si ottiene  $P_{cr} = (12 E_r I_f \beta_{fb})^{0.5} = 707.12$  KN, da cui  $\sigma_{cr} = 6252$  MPa. Il risultato conferma che, fino a che il copriferro è presente, la curva  $\sigma$ - $\epsilon$  dell'acciaio in compressione è quella nominale.

#### 4. RISULTATI E COMMENTI

La Figura 11 mostra il confronto tra i risultati ottenuti utilizzando il modello proposto e quelli rilevati sperimentalmente, già riportati in Figura 4. Le curve  $M$ - $\phi$  dedotte per via numerica mostrano un buon livello di approssimazione dei dati sperimentali, confermando una adeguata interpretazione dei fenomeni coinvolti nella risposta strutturale.

Con riguardo alle curve ottenute per  $V_f = 1$  %, il modello approssima le curve sperimentali relative ai campioni di calcestruzzo fibroso che hanno mostrato le migliori

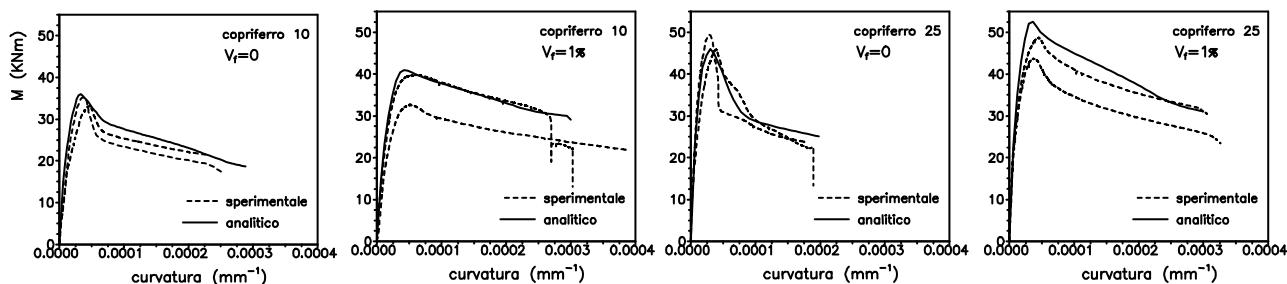


Figura 11 - Confronto tra risultati analitici e sperimentali.

prestazioni, potendosi pertanto ritenere che questi campioni per il livello di compattazione raggiunto nella matrice cementizia, esibiscono le proprietà meccaniche nominali. Relativamente ai campioni realizzati con calcestruzzo fibroso e con  $\delta = 25$  mm, il modello sovrastima la risposta effettiva; considerato che l'eccesso riguarda anche il valore di picco, lo scarto può attribuirsi ad una sovrastima delle proprietà meccaniche del calcestruzzo fibroso non confinato, ovvero a un più brusco degrado degli strati più esterni del copriferro nei provini. Entrambi i fenomeni infatti sono meno rilevanti quando lo spessore del copriferro è più piccolo ( $\delta = 10$  mm) e in questo caso il modello fornisce risultati decisamente migliori.

Relativamente ai livelli di approssimazione conseguibili per via numerica è comunque da osservare che l'interazione tra nucleo di calcestruzzo confinato e non confinato e gli effetti del secondo ordine prodotti dall'eccentricità del carico sono fenomeni che andrebbero inclusi nel modello stesso per migliorarne la precisione. In ultimo si sottolinea il fatto che l'aver testato il modello su campioni che esibiscono comportamenti fortemente influenzati dagli spessori del copriferro e dalla predisposizione dell'armatura longitudinale allo svergolamento, costituisce in sé una buona prova di affidabilità.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CAMPIONE, G., LA MENDOLA, L. and PAPIA M. (2006) - Ultimate shear strength of fibrous reinforced concrete beams with stirrups. *Structural Engineering and Mechanics*, 24 (1): 107-136.
- [2] FOSTER, S.J. (2001) - On behavior of high-strength concrete columns: cover spalling, steel fibers, and ductility. *ACI Structural Journal*, 98 (4): 583-589.
- [3] FILIATRAULT, A., LADICANI, K. and MASSI-COTTE, B. (1994) - Seismic Performance of Code-Designed Fiber Reinforced Concrete Joints. *ACI Structural Journal*; 91 (5): 564-572.
- [4] CAMPIONE, G., LA MENDOLA, L. and PAPIA, M. (2005) - Flexural behaviour of concrete corbels containing steel fibers or wrapped with FRP sheets. *Materials and Structures*; 38 (6): 617-625.
- [5] NOGHABAI, K. 2000. Behaviour of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross section. *ACI Structural Journal*; 97 (2): 277-284.
- [6] SORELLI, G. L., MEDA, A. and PLIZZARI, G. A. (2006) - Steel fiber concrete slabs on round: a structural matter. *ACI Structural Journal*; 103.(4): 551-558.
- [7] RILEM TC 162-TDF (2003) - Design recommendations: Composites. RILEM Publications SARL: 531-541.
- [8] CNR-DT 204 (2006) - Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato. *Consiglio Nazionale Ricerche*, ROMA.
- [9] CAMPIONE, G., FOSSETTI, M., PAPIA, M. e PRIOLO, S. (2006) - Analisi sperimentale del comportamento flessionale di colonne in calcestruzzo fibrorinforzato. *Atti del 16° Congresso CTE 2006*, Parma, 1: 529-538.
- [10] HOGNESTAD, E. (1951) - A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. Bulletin Serie No. 399, *University of Illinois Engineering Experiment Station*: 46 p.
- [11] MANSUR, M.A. and ONG, K.C.G. (1991) - Behavior of fiber reinforced concrete deep beams in shear. *ACI Structural Journal*, 88 (1): 98-105.
- [12] MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J. and PARK, N.R. (1988) - Theoretical stress-strain model for confined concrete. *J. of Struct. Engng., ASCE*, 1804-1826.
- [13] SAATCIOGLU, M. and RAZVI, S. R. (1992) - Strength and ductility of confined concrete. *J. of Struct. Engng., ASCE*, 118 (6): 1590-1607.
- [14] SAATCIOGLU, M., SALAMAT, A. H. and RAZVI, S. R. (1995) - Confined columns under eccentric loading. *J. Struct. Engng., ASCE*, 121 (11): 1547-1555.
- [15] PAPIA, M., RUSSO, G. and ZINGONE, G. (1988) - Instability of longitudinal bars in RC columns. *J. of Struct. Engng., ASCE*, 114 (2): 393-409.
- [16] DACHAL, R. P. and MAEKAWA, K. (2002) - Modeling for postyield buckling of reinforcement. *J. of Struct. Engng., ASCE*, 128 (9): 1139-1147.
- [17] RUSSO, G. and TARENZANI, L. (2001) - Non-linear buckling model of the longitudinal reinforcement in RC columns. *Studies and Researches, Italcementi s.p.a. Editore*, 22: 203-228.
- [18] DACHAL, R. P. (2006) - Post-peak response analysis of SFRC columns including spalling and buckling. *Structural Engineering and Mechanics*, 22(3): 311-330.



# ANALISI CRITICA DEI SISTEMI DI RINFORZO DI TRAVI IN C.A. MEDIANTE L'UTILIZZO DI MATERIALI COMPOSITI IN FRP

Vincenzo Colotti

Dipartimento di Strutture, Università degli Studi della Calabria, Rende (Cosenza)

## SOMMARIO

Scopo del presente lavoro è quello di esaminare i principali aspetti critici dei correnti sistemi di rinforzo di travi in calcestruzzo armato mediante l'utilizzo di materiali compositi in FRP (rinforzo a flessione e rinforzo a taglio) e di fornire delle utili indicazioni per lo sviluppo di migliorate configurazioni di rinforzo in grado di prevenire o ritardare gli indesiderati effetti di rotture premature e fragili prodotte dai meccanismi di delaminazione, al fine di assicurare una maggiore efficienza strutturale degli elementi rinforzati.

## SUMMARY

The objective of this paper is to examine the main critical aspects of the current strengthening systems of reinforced concrete beams with composite materials (flexural and shear strengthening) and to provide some useful suggestions to find new strengthening configurations capable to develop the strength of the composite laminates and to preclude premature and brittle failure modes caused by debonding mechanisms.

## 1. INTRODUZIONE

Negli ultimi anni, in varie parti del mondo, c'è stata un'allarmante crescita del numero di strutture ed infrastrutture civili che richiedono interventi urgenti di adeguamento statico. Le necessità di intervento derivano da varie ragioni, quali: (i) il rapido deterioramento dei materiali da costruzione tradizionali dovuto agli agenti inquinanti presenti nell'ambiente, (ii) il danneggiamento di infrastrutture prodotto da terremoti o altri disastri naturali, (iii) l'incremento di prestazioni strutturali richieste rispetto a quelle per le quali le strutture erano state progettate in passato.

Questa massiccia crisi delle infrastrutture civili, verificatasi nonostante i notevoli progressi compiuti negli ultimi decenni nel campo della meccanica dei materiali e delle strutture, si configura ormai come un'autentica sfida per l'industria delle costruzioni nel XXI° secolo. Alcuni studi [1,2] concordano nell'attribuire all'alterato equilibrio dell'ambiente, oltre che alla mutata qualità dei materiali di costruzione, particolarmente il cemento, le principali cause del prematuro degrado di molte infrastrutture civili.

In generale, poiché è economicamente insostenibile demolire e ricostruire una struttura deteriorata, l'industria delle costruzioni si è trovata ad affrontare un enorme problema: come sviluppare nuovi materiali e nuove tecniche di intervento per la riparazione ed il rinforzo di strutture esistenti danneggiate o degradate. Al riguardo, i materiali

compositi formati da polimeri fibro-rinforzati (FRP) hanno ricevuto grande attenzione sia da parte di ricercatori sia di ingegneri e le applicazioni di tali materiali nel rinforzo strutturale sono state tra le aree di maggiore crescita nel campo dell'ingegneria civile negli ultimi 10 anni. Le motivazioni dello sviluppo impetuoso dell'area del rinforzo strutturale mediante materiali compositi sono numerose e diverse. Tali materiali, nella forma di sottili laminati o tessuti incollati mediante resine epossidiche sulla superficie esterna di elementi strutturali, presentano un'eccezionale combinazione di proprietà che rendono molto efficace ed attraente questa tecnica di rinforzo: relativa semplicità di applicazione, rapidità di esecuzione, minime variazioni nelle dimensioni geometriche e nel sistema strutturale, estrema versatilità nell'adattarsi a differenti forme sezionali, minima interruzione dell'uso della struttura.

Una delle principali applicazioni dei compositi in FRP consiste nell'impiego come armatura addizionale di varie forme per il rinforzo di travi in calcestruzzo armato (c.a.). Anche se la tecnica del placcaggio risulta piuttosto semplice concettualmente, la sua affidabilità dipende largamente dall'integrità dell'aderenza sviluppata tra il composito e il substrato di calcestruzzo e dall'efficienza del trasferimento di tensioni tra essi. L'importanza dell'argomento e l'insufficienza di dati specifici ha fatto sì che in anni recenti siano state eseguite molte indagini sperimentali aventi lo scopo di valutare l'affidabilità di esercizio ed il grado di

sicurezza di tale tecnica di rinforzo in modo da poterne sfruttare pienamente le potenzialità. Tuttavia, l'esame degli studi riportati in letteratura rivela chiaramente come il problema del progetto del rinforzo di elementi strutturali in c.a. sia lontano dall'essere risolto in forma razionale ed affidabile. Infatti, in diversi casi la modalità di rottura di una trave in c.a. rinforzata con laminati o tessuti in composito si presenta di tipo tendenzialmente fragile, a causa del repentino distacco (delaminazione) del composito dal calcestruzzo. Tale comportamento fragile, oltre a ridurre la possibilità di una piena utilizzazione del rinforzo in composito, risulta anche indesiderabile dal punto di vista della sicurezza strutturale.

Nel seguito, sulla base di un esame critico dei risultati pubblicati in letteratura, si mira a rivedere le tecniche disponibili per il rinforzo di travi in c.a., ad evidenziarne gli aspetti più problematici e proporre lo sviluppo di schemi di armatura in FRP o acciaio dove le rotture premature di delaminazione siano evitate o ritardate. Vengono, infine, proposte delle indicazioni per un approccio unificato di progettazione a flessione e taglio, come prerequisito per ottenere un progetto più affidabile e razionale di travi in c.a. rinforzate esternamente con compositi in FRP, per evitare così un eccessivo conservatorismo e spreco di materiale.

## **2. COMPORTAMENTO STATICO DI TRAVI IN C.A. RINFORZATE A FLESSIONE**

Numerosi studi sperimentali hanno mostrato che l'incollaggio di materiale FRP sulla faccia tesa di travi in c.a. debolmente armate migliora sensibilmente il comportamento globale di questi elementi strutturali, sia in condizioni di esercizio sia ultime [3,4]. Tuttavia, tali investigazioni hanno evidenziato che una trave placcata, oltre ai classici meccanismi di rottura per flessione e taglio che caratterizzano le usuali travi non rinforzate, presenta nuove e spesso fragili modalità di rottura dovute a meccanismi come la delaminazione all'interfaccia tra FRP e calcestruzzo.

Una schematica rappresentazione di tipici modi di rottura per delaminazione osservati nei test sperimentali è riportata in Figura 1. Sostanzialmente questi modi di rottura possono essere raggruppati in due categorie principali:

1) quelli associati con le elevate tensioni di interfaccia che si sviluppano vicino alle estremità della lamina/tessuto in FRP (Fig.1a,b), indicati sinteticamente come delaminazione di estremità;

2) quelli indotti da una fessura per flessione o per flessione-taglio lontano dalle estremità del rinforzo (Fig.1c,d), indicati sinteticamente come delaminazione da fessure intermedie.

Dei due possibili modi di delaminazione di estremità, il primo (Fig.1a) involve il distacco dell'armatura di rinforzo con il copriferro di calcestruzzo ed è quello più frequentemente riscontrato nei test sperimentali. Questo meccanismo di rottura ha inizio con la formazione di una fessura nel calcestruzzo in corrispondenza dell'estremità del rinforzo, prodotta dall'elevata concentrazione di tensioni che si sviluppa per effetto della brusca interruzione della lamina di rinforzo. Dopo la formazione di tale fessura, il processo di frattura si propaga al livello dell'armatura longitudinale interna e progredisce orizzontalmente lungo il suddetto livello verso la mezzera della trave, producendo così il distacco

dell'intero strato di copriferro con l'incollata armatura esterna di rinforzo. In alcune situazioni, specie in presenza di lamine molto sottili, la delaminazione anziché coinvolgere l'intero spessore del calcestruzzo di ricoprimento delle barre di armatura, può prodursi all'interfaccia adesivo-calcestruzzo con l'asportazione solamente di un sottile strato di calcestruzzo (Fig.1b).

Il meccanismo per delaminazione da fessure intermedie (Fig.1c,d) non differisce molto in termini di evoluzione del processo di danneggiamento da quello per delaminazione di estremità. Quando nel calcestruzzo si forma una fessura principale, sia essa di tipo flessionale (Fig.1c) o tagliante (Fig.1d), le tensioni di trazione rilasciate dal calcestruzzo fessurato sono trasferite alla lamina in FRP. Come conseguenza, elevati sforzi locali di interfaccia si generano nell'intorno della fessura, che si incrementano al crescere dei carichi esterni. Quando questi sforzi raggiungono dei valori critici, la delaminazione inizia dalla zona della fessura e si propaga verso una delle estremità della lamina di rinforzo. Anche in tal caso si osserva una rapida evoluzione del processo di rottura, con improvviso distacco della lamina dalla trave.

Nel tentativo di prevedere la capacità di carico di una trave rinforzata che presenta queste modalità di rottura per delaminazione, molti studi sono stati compiuti e diversi modelli teorici sono stati proposti. Per valutare le tensioni di interfaccia all'estremità della lamina in FRP, differenti equazioni sono state derivate in varie investigazioni [5,6,7] sulla base di un'analisi elastica della trave rinforzata. Comunque, è stato osservato in alcune investigazioni sperimentali [8] che si verificano sempre delle fessure inclinate nel calcestruzzo all'estremità della lamina in FRP ben prima che sia raggiunta la capacità di carico della trave rinforzata. Ciò implica che la rottura per delaminazione della trave non è associata con la concentrazione di tensioni di tipo elastico all'estremità della lamina in FRP e, pertanto, tali modellazioni si rilevano scarsamente attendibili.

Altri modelli sono stati sviluppati sulla base della capacità a taglio della trave [10,11], la cui natura è però essenzialmente empirica. Un ulteriore approccio per la modellazione dei fenomeni di delaminazione è basato sull'osservazione fisica che il copriferro di calcestruzzo danneggiato (fessurato) può condurre alla formazione di blocchi di calcestruzzo simili a dei 'denti' lungo la faccia inferiore della trave, da cui sono stati proposti dei modelli cosiddetti a "dente" [12]. Un'indagine di modelli esistenti condotta da alcuni ricercatori [13] mostra tuttavia che nessuno dei modelli esistenti può accuratamente predire il carico di rottura quando si verifica la delaminazione di estremità.

Le diverse incertezze e difficoltà che si presentano per la formulazione di un'appropriate e realistica previsione del carico di rottura per delaminazione di travi rinforzate a flessione si ritrovano anche nelle semplici prescrizioni fornite da alcune Istruzioni tecniche per il rinforzo strutturale [14,15]. Per il progetto del rinforzo, difatti, raccomandano un limite massimo di deformazione (o tensione) nella lamina in FRP allo scopo di evitare rotture per delaminazione.

Un'attenta analisi, comunque, sia dei numerosi risultati sperimentali su travi rinforzate a flessione disponibili in letteratura sia dei numerosi studi teorici condotti al fine di investigare e predire i fenomeni di rottura per delaminazione, rivela che il problema da superare non è tanto quello di trovare

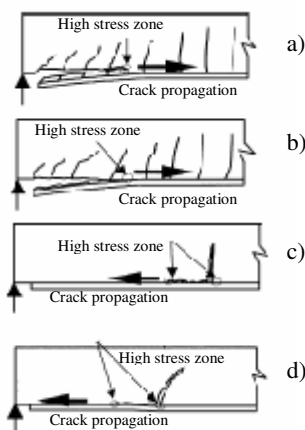


Figura 1 - Modi di rottura per delaminazione di una trave rinforzata a flessione [9]

soluzioni realistiche ed affidabili del carico ultimo per delaminazione - sebbene ciò non sia affatto facile - quanto piuttosto quello di *prevenire* alcuni prematuri meccanismi per delaminazione particolarmente fragili. A tal fine, alcuni studi recenti [16,17] hanno mostrato che introducendo dei rinforzi d'anima a supporto dell'armatura esterna a flessione si ottiene un significativo miglioramento nel comportamento strutturale degli elementi rinforzati, sia in termini di resistenza sia di duttilità.

Nel seguito verrà descritto in dettaglio il ruolo che possono avere i collegamenti trasversali a supporto dell'armatura longitudinale esterna nel prevenire o ritardare il meccanismo di rottura per delaminazione, modificando così la gerarchia delle resistenze interne della trave, con conversione di un tipo di rottura potenzialmente fragile in uno più duttile.

### 3. COMPORTAMENTO STATICO DI TRAVI IN C.A. RINFORZATE A TAGLIO

Laminati e tessuti in FRP incollati esternamente sulle pareti verticali d'anima possono essere usati per incrementare la resistenza a taglio di travi in c.a.. L'armatura esterna trasversale può assumere forme diverse, come indicato in Figura 2.

Varie investigazioni sperimentali hanno mostrato che il comportamento a rottura di travi rinforzate a taglio con lamine/tessuti in FRP o piastre in acciaio differisce sostanzialmente da quello di travi non rinforzate [17,18]. Infatti, nel caso di usuale trave con staffe metalliche interne, la loro forma chiusa assicura sufficiente ancoraggio e la rottura è determinata dalla resistenza a trazione del materiale costituente. Al contrario, quando la trave è rinforzata con armatura esterna in FRP, la modalità di rottura è governata essenzialmente dall'efficienza di ancoraggio dell'armatura stessa, piuttosto che dalla sua resistenza a trazione.

Il problema dell'ancoraggio deriva dalla difficoltà pratica di realizzare l'armatura di rinforzo a taglio in forma chiusa mediante avvolgimento sull'intera sezione della trave, come nel caso di sezione a T, oppure per la giunzione trave/soletta nel caso di sezione rettangolare. Di conseguenza, la configurazione dell'armatura a taglio è usualmente realizzata

mediante incollaggio su due o tre facce (rinforzo ad U), esacerbando così il rischio di rotture per delaminazione.

Le formulazioni proposte in letteratura per la valutazione della capacità resistente a taglio di travi rinforzate esternamente con lamine/tessuti in FRP sono generalmente basate sugli approcci adottati nell'Eurocodice 2 [19] o nell'ACI [20], assumendo che la capacità resistente possa calcolarsi in maniera analoga al caso di travi non rinforzate, sommando i contributi resistenti dell'armatura trasversale esterna agli ordinari contributi resistenti del calcestruzzo compresso e dell'armatura tagliante interna. Il contributo dell'armatura trasversale esterna è valutata sulla base di una deformazione efficace, la quale è generalmente minore rispetto a quella ultima per trazione. Sono state proposte semplici relazioni per la valutazione di tale deformazione efficace (o equivalentemente, per la tensione efficace) [21]. Comunque, le previsioni fornite da queste equazioni non sono sempre consistenti ed inoltre sono spesso basate su assunzioni empiriche, calibrate solo su un numero ristretto di risultati sperimentali.

Il progetto del sistema di rinforzo a taglio segue le stesse procedure usate nel c.a. convenzionale. Esse coinvolgono il calcolo della forza di taglio dovuta ai carichi ultimi e il confronto con la capacità resistente a taglio fornita dal calcestruzzo e dall'armatura tagliante presente. Dove esiste una deficienza, sarà necessaria l'introduzione di un'armatura esterna a taglio in FRP. La quantità di armatura trasversale esterna richiesta può essere valutata usando gli stessi principi adottati nel progetto del c.a. convenzionale.

### 4. CONSIDERAZIONI SULLE MODALITA' DI RINFORZO DELLE TRAVI

Quando una trave in c.a. è rinforzata con un'armatura in FRP esternamente incollata, l'aspetto più importante del suo comportamento è che l'azione composita sia preservata per tutti gli stadi di carico fino alla rottura (requisito di integrità strutturale). Nel rinforzo a flessione, normalmente si considera di aggiungere lamine sulla faccia tesa della trave. Le lamine non possono essere continue fino agli appoggi e il brusco taglio del sistema lamina-adesivo adiacente agli appoggi crea, attraverso lo sviluppo di un'elevata concentrazione di tensioni normali e tangenziali di interfaccia, le condizioni per l'insorgenza dei meccanismi di delaminazione.

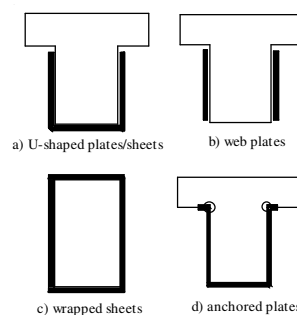


Figura 2 - Configurazioni dell'armatura esterna per il rinforzo a taglio

Sebbene sostanziali incrementi nella capacità di carico possano essere ottenuti con tale schema di rinforzo, la rottura finale si verifica secondo modalità che non sono desiderabili in pratica. Un'analisi critica dei risultati disponibili in letteratura mostra che travi in c.a. rinforzate flessionalmente con lamine incollate in FRP, manifestano due sostanziali debolezze, ovvero, (i) mancanza di duttilità e (ii) mancanza di adeguata sicurezza a taglio.

Premature e indesiderabili rotture sono state riportate in varie travi in c.a. rinforzate con lamine di vario tipo e in questi test la deformazione del calcestruzzo nella zona compressa non ha mai raggiunto lo stadio dello schiacciamento. Spesso è stato riscontrato che travi rinforzate con solo lamine in FRP incollate sulla faccia tesa senza qualsiasi ancoraggio esterno, possono anche portare elevati carichi a rottura, ma collassano rapidamente in un modo fragile, con la capacità di carico che sostanzialmente si abbatte nell'istante di rottura, con l'esplosivo distacco dell'armatura di rinforzo.

Le elevate concentrazioni di tensione alle estremità delle lamine, responsabili dei più frequenti e pericolosi fenomeni di delaminazione, possono essere efficacemente contrastate dalla previsione di adeguate piastre di ancoraggio. Alcuni recenti studi [16,17] confermano, infatti, che travi rinforzate a flessione con lamine in FRP con la presenza di ancoraggi di estremità subiscono rotture meno fragili e portano maggiori carichi di rottura rispetto alle travi rinforzate senza ancoraggi.

Uno studio critico dei risultati di test e dei modi di rottura mostra che uno dei ruoli degli ancoraggi, più in generale dei collegamenti trasversali a taglio, è quello di trasformare una rottura di tipo fragile in una quasi duttile.

Per preservare l'integrità strutturale e la sicurezza strutturale, un'interazione sinergica tra armatura a flessione e armatura d'anima a taglio è pertanto ritenuta essenziale. In pratica, il ruolo dei collegamenti d'anima è duplice: essi non solo agiscono come armatura di confinamento per migliorare l'efficienza dell'armatura flessionale esterna prima di un'eventuale rottura a flessione o taglio, ma agiscono anche come armatura esterna a taglio per migliorare la resistenza tagliante della trave. Un diretto risultato di questa azione sinergica è che i collegamenti d'anima sono molto efficaci nel controllare gli sforzi di trazione di distacco (*splitting*) al livello dell'armatura longitudinale interna e gli sforzi di trazione di *peeling* in vicinanza delle estremità delle lamine a flessione. Allo stesso tempo, i collegamenti d'anima sono ugualmente molto efficaci nel controllare la crescita delle fessure diagonali da taglio e perciò rendono più attivi i meccanismi che governano la resistenza tagliante di una trave. I benefici di questo duplice fondamentale ruolo dei collegamenti d'anima conducono a un migliore comportamento strutturale, non solo in termini di resistenza a rottura ma anche in termini di capacità deformazionale. L'effettiva possibilità di trasformare il modo di rottura da un rapido e catastrofico meccanismo in uno più graduale e duttile a flessione o taglio dipende ovviamente da vari fattori, ma la presenza di entrambe le armature esterne longitudinali e trasversali è da ritenersi indispensabile affinché l'elemento strutturale possa mobilitare più efficacemente i differenti meccanismi resistenti ai carichi.

## 5. SISTEMA COMBINATO DI ARMATURE PER IL RINFORZO DI TRAVI IN C.A.

Le considerazioni svolte nel paragrafo precedente mostrano chiaramente che c'è una stretta, sinergica interazione tra rinforzo a flessione e rinforzo a taglio e che travi in c.a. rinforzate separatamente per flessione e per taglio possono presentare intrinseche debolezze strutturali, soprattutto in termini di duttilità.

In altri termini, la corrente prassi progettuale del rinforzo di travi in c.a. con materiali FRP, che prevede separatamente il calcolo dell'armatura a flessione e solo se esiste una deficienza a taglio l'introduzione di un'armatura trasversale esterna (rinforzo a flessione e/o rinforzo a taglio), è da ritenersi concettualmente erronea.

Rendendo necessaria la presenza dell'armatura esterna a taglio solo quando ne ricorrono le esigenze statiche, implicitamente significa riconoscere ai collegamenti trasversali solamente il ruolo di armatura tagliante, disconoscendo invece il ruolo di agente stabilizzante dei processi di frattura nel calcestruzzo responsabili dei meccanismi di delaminazione dell'armatura longitudinale esterna.

Poiché è stato sufficientemente provato [16] che i collegamenti d'anima sono determinanti nei riguardi di taluni degli aspetti più indesiderati del comportamento strutturale di travi rinforzate con FRP, la loro presenza deve essere considerata indispensabile, in tutte le circostanze, anche quando non sussistono deficienze statiche nei riguardi del taglio.

Ritenere che l'effetto dei collegamenti d'anima come ancoraggio e supporto per l'armatura flessionale sia secondario è un'opinione piuttosto diffusa, ma alquanto sbagliata. La presenza dei collegamenti d'anima, infatti, al di là della portanza da essi fornita, risulta decisiva per 'contenere' il calcestruzzo fessurato, evitando cedimenti improvvisi e consentendo lo sviluppo di diversi contributi resistenti e modalità di rottura di tipo sufficientemente duttile.

D'altra parte, nel caso di travi convenzionali in c.a., è con la presenza di armature trasversali, in aggiunta ovviamente a quelle longitudinali, che si può garantire un buon comportamento d'insieme dell'elemento strutturale, con esclusione di rotture premature e fragili. E' sostanzialmente questa la ragione per cui le norme prescrivono un quantitativo minimo di staffe, anche quando non richiesto da esigenze di calcolo statico.

Analoghe considerazioni dovrebbero valere, a maggior ragione, per elementi rinforzati mediante l'incollaggio di armature esterne in acciaio o FRP. Queste armature dovrebbero essere applicate in modo che siano conformi alla pratica convenzionale per la sistemazione delle armature interne nel calcestruzzo, ponendo particolare cura per assicurare che la rottura sia graduale e non catastrofica. In sostanza il problema della prematura delaminazione dell'armatura longitudinale esternamente incollata potrebbe essere in parte superato prevedendo un quantitativo minimo di armatura esterna a taglio.

Le ragioni che rendono necessaria una combinazione di armatura di rinforzo longitudinale e trasversale sono così sintetizzabili:

- la collaborazione tra elemento strutturale e materiale incollato dipende largamente dall'integrità dell'aderenza

sviluppata tra il composito e il substrato di calcestruzzo; l'uso di un appropriato adesivo e di buone regole di esecuzione sono senz'altro fondamentali ai fini dell'ottenimento di un'adeguata aderenza, ma altrettanto importante è il mantenimento di questa proprietà aderente al progredire della fessurazione indotta dall'applicazione dei carichi (requisito di integrità strutturale);

- se privo di opportune contromisure il substrato di calcestruzzo può diventare instabile, innescando i tipici processi di delaminazione che riducono fortemente le potenzialità del rinforzo; una contromisura particolarmente efficace per prevenire o ritardare rotture di tipo fragile connesse al manifestarsi di fenomeni di delaminazione consiste nel supportare l'armatura di rinforzo a flessione da un'addizionale armatura d'anima;
- la presenza di fasciature trasversali tipo staffatura, concentrate soprattutto alle estremità dell'armatura longitudinale esterna, ma distribuite anche sull'intera lunghezza dell'elemento rinforzato, fornisce un'azione di confinamento al calcestruzzo di ricoprimento (substrato);
- il ruolo delle fasciature trasversali non è tanto (o solo) quello di incrementare la resistenza a taglio dell'elemento strutturale, ma soprattutto di trasformare un processo fessurativo di tipo instabile e incontrollabile in un processo in cui la crescita delle fessure risulta contenuto, favorendo con ciò la formazione-mobilizzazione di più meccanismi attivi resistenti; il risultato globale della presenza del sistema di rinforzo combinato costituito da armatura longitudinale e trasversale è, quindi, non solo in termini di incremento della capacità resistenza ultima, ma anche nella possibilità di trasformazione di una repentina e catastrofica modalità di rottura in una più graduale e duttile;
- le configurazioni di rinforzo d'anima più idonee sono quelle ad U (con o senza ancoraggio alle estremità) e quelle in avvolgimento, mentre dovrebbe essere esclusa la modalità su due lati che si rileva scarsamente efficace [17].

Per esemplificare in maniera diretta ed intuitiva il ruolo fondamentale dell'armatura trasversale (interna ed esterna) sul comportamento strutturale di travi in c.a., si considerino gli schemi di prova a rottura riportati nella Figura 3 (trave non rinforzata, con e senza staffe) e Figura 4 (trave rinforzata, con e senza collegamenti trasversali).

In entrambi i casi è ben evidente, dal sostanziale cambio del quadro fessurativo prodotto dalla presenza delle armature trasversali, una completa metamorfosi nel meccanismo di rottura e conseguente miglior comportamento d'insieme dell'elemento strutturale, soprattutto in termini di capacità di deformazione. L'aspetto importante da enfatizzare è che, per effetto dell'interazione sinergica tra armatura longitudinale ed armatura trasversale, si producono significativi benefici strutturali.

## 6. PROBLEMA DELLA MODELLAZIONE: NECESSITA' DI UN APPROCCIO UNIFICATO

Accettando l'idea che per le travi in c.a. un qualsiasi sistema di rinforzo deve essere costituito dalla combinazione di armatura longitudinale ed armatura trasversale, si dovrebbe

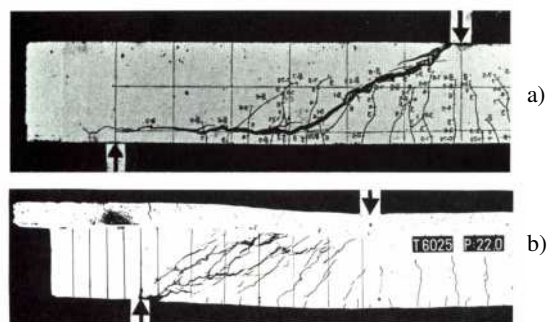


Figura 3 - Comportamento a rottura di travi in c.a.: a) trave senza staffe; b) trave con staffe [22]

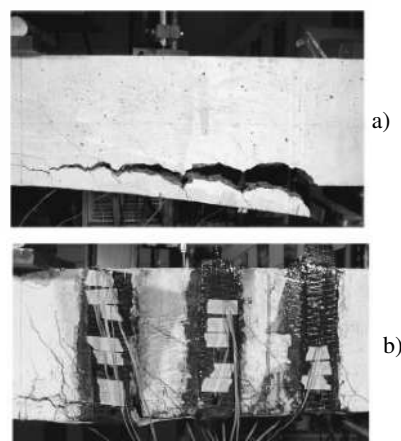


Figura 4 - Comportamento a rottura di travi in c.a. rinforzate con FRP: a) trave senza collegamenti trasversali; b) trave con collegamenti trasversali [23]

parlare più propriamente di **rinforzo a flessione e taglio** invece di **rinforzo a flessione e/o rinforzo a taglio**.

Da un punto di vista analitico sarebbe auspicabile trattare in forma unitaria gli effetti flettenti e taglianti, mettendo così meglio in conto l'interazione tra armatura a flessione ed armatura a taglio.

Mentre risulta senz'altro oneroso, se non impossibile, seguire un approccio progettuale di tipo globale (olistico) in cui vengono trattati insieme tutti gli aspetti del problema strutturale (scelta dei materiali, requisiti di durabilità, requisiti di resistenza), più ragionevolmente potrebbe essere seguito un approccio di tipo unificato, in cui gli effetti dovuti a stati di sollecitazione composta (es., flessione e taglio) possano essere valutati mediante modelli analitici integrali, contrastando così un approccio fortemente riduzionistico, in cui ogni effetto viene considerato separatamente (es., calcolo a flessione distinto da quello a taglio) perdendo spesso l'influenza delle possibili interazioni tra gli stessi. Di fondamentale importanza è inoltre la possibilità di disporre di modelli strutturali che logicamente riflettano i processi di rottura di travi rinforzate in c.a. e che possano predire non solo il carico di rottura, ma anche i modi di rottura. Solo così, con l'effettiva possibilità di valutare la capacità resistente corrispondente ai vari modi di rottura di una trave rinforzata - e perciò di stabilire una realistica gerarchia delle resistenze - si potrà pervenire ad una razionale progettazione del rinforzo o dell'adeguamento

statico di strutture esistenti nel rispetto del criterio del *Capacity Design*.

Un modello analitico basato sull'analogia del traliccio equivalente che sembra possedere molti dei suddetti requisiti è stato proposto in alcuni recenti lavori [24,25]. Tale modello è basato su solidi principi ingegneristici, mediante l'assunzione di schemi meccanici semplici e razionali e permette di tener conto dei principali possibili modi di rottura di travi rinforzate con materiali FRP. Per i necessari dettagli, si rimanda ai sopracitati lavori.

## 7. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro, sulla base di un esame critico dei risultati pubblicati in letteratura, è stata descritta la necessità di rivedere le correnti metodologie di rinforzo per le travi in c.a.. In particolare, è stata esaminata l'importanza della presenza dei collegamenti trasversali d'anima a supporto dell'armatura longitudinale. Infatti, i collegamenti d'anima sono in grado di garantire l'integrità strutturale di una trave rinforzata con armature esternamente incollate e sono capaci di prevenire o ritardare i modi di rottura prematuri e fragili dovuti ai meccanismi di delaminazione. La loro presenza, pertanto, deve essere considerata indispensabile, anche quando non sussistono esigenze di calcolo statico nei riguardi della sollecitazione tagliante.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Mehta P.K. (1999). "Concrete Technology for Sustainable Development". *Concrete International*, 21(11), 47-53.
- [2] Swamy R. N. (2001). "Holistic design: key to sustainability in concrete construction". *Structures and Buildings*, 146(4), 371-379.
- [3] Ritchie P.A., Thomas D.A., Lu L.W. & Connelly G.M. (1991). "External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics". *ACI Struct. J.*, 88(4), 490-500.
- [4] Norris T., Saadatmanesh H. & Ehsani M.R. (1997). "Shear and Flexural Strengthening of R/C Beams with Carbon Fiber Sheets". *J. of Structural Engineering*, ASCE, 123(7), 903-911.
- [5] Roberts T.M. (1989). "Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams". *The Structural Engineer*, 67(12), 229-233.
- [6] Malek A.M., Saadatmanesh H. & Ehsani M.R. (1998). "Prediction of failure load of RC beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end". *ACI Struct. J.*, 91(2), 142-152.
- [7] Shen H.S., Teng J.G. & Yang J. (2001). "Interfacial stresses in beams and slabs bonded with thin plate". *J. Eng. Mech.*, ASCE, 127(4), 399-406.
- [8] Leung K.Y.C. (2006). "FRP debonding from a concrete substrate: Some recent findings against conventional belief". *Cement and Concrete Composites*, 28(2006), 742-748.
- [9] Teng J. G., Smith S. T., Yao J. & Chen J. F. (2003). Intermediate crack-induced debonding in RC beams and slabs". *Constr. and Build. Materials*, Elsevier, 17(2003), 447-462.
- [10] Oehlers D.J. (1992). "Reinforced Concrete Beams with Plates Glued to their Soffits". *J. of Structural Engineering*, ASCE, 118(8), 2023-2037.
- [11] Ahmed O.A.F. (2000). "Strengthening of R.C. beams by means of externally bonded CFRP laminates. Improved Model for Plate-End Shear". *PhD thesis*, Dept. of Civil Engineering, Catholicic Univ. of Leuven, Belgium.
- [12] Zhang S., Raoof M. & Wood L.A. (1995). "Prediction of peeling failure of reinforced concrete beams with externally bonded steel plates". *Proc. Instn Civ. Engrg Struct & Bldgs*, 110, August, 257-268.
- [13] Smith S.T. & Teng J.G. (2002). "FRP-strengthened RC beams. I: review of bedbonding strength models". *Engineering Structures*, 24(4), 385-395.
- [14] CNR-DT 200/2004. *Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati*. Consiglio Nazionale delle Ricerche.
- [15] ACI Committee 440 (2000). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*. American Concrete Institute.
- [16] Bencardino F. , Colotti V. , Spadea G. , Swamy R. N. (2005). " Shear behavior of reinforced concrete beams strengthened in flexure with bonded carbon fibre reinforced polymers laminates". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 32(5), 812-824
- [17] Khalifa A. & Nanni A. (2000). "Improving shear capacity of existing RC T-section beams using CFRP composites". *Cement and Concrete Composites*, 22(3), 165-174.
- [18] Swamy R.N., Mukhopadhyaya P. & Lynsdale C.J. (1999). "Strengthening for Shear of RC Beams by External Plate Bonding". *The Structural Engineer*, 77(12), 19-30.
- [19] Eurocode No.2 (1992). *Design of Concrete Structures*. European Committee for Standardization, Lausanne, Switzerland.
- [20] ACI (1999). *Building Code Requirements for Structural Concrete*, ACI 318-99. American Concrete Institute.
- [21] Triantafillou T.C. & Antonopoulos C.P. (2000). "Design of Concrete Flexural Member Strengthened in Shear with FRP". *J. Comp. for Constr.*, ASCE, 4(4),198-205.
- [22] Nielsen M. P., Braestrup M. W. & Bach F. (1978). "Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams". *IABSE Procs*. P-15/78.
- [23] Pham H.B. & Al-Mahaidi R. (2006). "Prediction Models for Debonding Failure Loads of Carbon Fiber Reinforced Polymer Retrofitted Reinforced Concrete Beams". *J. Comp. for Constr.*, ASCE, 10(1), 48-59.
- [24] Colotti V., Spadea G. & Swamy R.N. (2004). "Analytical model to evaluate failure behaviour of plated reinforced concrete beams strengthened for shear". *ACI Structural J.*, 101(6), 755-764.
- [25] Colotti V., Spadea G., Swamy R.N. (2006). "Unified model to predict flexural and shear behaviour of externally bonded RC beams". *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2006, 31(1C), 1-21.

# UN METODO SEMPLIFICATO PER LA VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ PORTANTE DI TRAVI IN C. A. PRECOMPRESSE CON CAVI ESTERNI

Andrea Dall'Asta<sup>1</sup>, Luigino Dezi<sup>2</sup>, Laura Ragni<sup>2</sup>, Alessandro Zona<sup>1</sup>

1 Dipartimento di Progettazione e Costruzione dell'Ambiente, Università degli Studi di Camerino, Ascoli Piceno

2 Dipartimento di Architettura, Costruzioni e Strutture, Università Politecnica delle Marche, Ancona

## SOMMARIO

Nelle travi precomprese con cavi esterni scorrevoli l'incremento di tensione sul cavo e, quindi, la capacità portante non possono essere determinati dall'analisi locale delle sezioni critiche, bensì è richiesta una analisi non lineare dell'intero sistema strutturale. In passato sono state proposte varie formule semplificate per la determinazione dell'incremento di tensione del cavo. Tuttavia alcuni di questi approcci forniscono incrementi di tensione eccessivamente alti oppure troppo cautelativi. In questo articolo viene presentato un nuovo metodo semplificato che riduce l'analisi di travi precomprese esternamente da un problema globale a un più semplice problema a livello di sezione e che permette una buona approssimazione dei risultati di analisi non lineari agli elementi finiti.

## SUMMARY

The tendon stress at failure, and consequently, the flexural strength of beams prestressed with external slipping tendons cannot be evaluated by a local analysis of the critical sections, and a nonlinear analysis of the whole beam-tendon structural system is required. In the past simplified formulas were proposed to calculate the tendon stress increment at failure. Some approaches however result in excessively high or too conservative increments of stress. In this work a new simplified method of analysis is proposed. This method reduces the analysis of externally prestressed beams from a global structure problem to an easier section problem and leads to a good approximation of the results of nonlinear finite element analysis.

## 1. INTRODUZIONE

La precompressione di travi mediante cavi esterni post tesi presenta vantaggi sia nella realizzazione di nuove costruzioni che nel rinforzo o nel recupero di strutture esistenti. Con tale tecnica è possibile ottenere un incremento della capacità portante della trave, minori deformazioni in esercizio, una riduzione dell'altezza e del peso della trave, oltre a rendere agevoli le operazioni di ispezione, modifica del tiro e sostituzione dei cavi.

La capacità portante a flessione delle travi precomprese esternamente dipende dalla tensione del cavo a rottura. I cavi esterni interagiscono con la trave solo in corrispondenza degli ancoraggi e dei deviatori e solitamente lo scorrimento relativo tra il cavo ed il deviatore non è impedito a causa del ridotto attrito [1-2]. Ne segue che la deformazione locale del cavo dipende dalla deformazione globale di tutto il sistema trave-cavo. Conseguentemente lo sforzo a rottura del cavo, e quindi la capacità portante a flessione della trave, non può essere determinata con una analisi locale delle sezioni critiche, ma richiede un'analisi non lineare di tutto il sistema [3-4].

L'analisi globale è decisamente onerosa e difficilmente applicabile nella pratica progettuale. In passato diverse

ricerche sono state orientate alla definizione di formulazioni semplificate finalizzate ad evitare l'analisi globale e ricondurre il problema della valutazione della capacità portante a livello sezionale. I risultati di alcuni di questi studi sono stati anche adottati in raccomandazioni normative. In generale, le formulazioni proposte possono essere suddivise in completamente empiriche e parzialmente empiriche. Nel primo caso le formule sono direttamente determinate e calibrate attraverso la sola elaborazione di risultati sperimentali. Nel secondo caso viene invece utilizzato un approccio teorico per ottenere le equazioni che regolano il problema e viene individuata una soluzione sostituendo ai parametri incogniti, che dipendono dalla deformazione, dei coefficienti numerici dedotti da prove sperimentali.

Uno dei primi studi sul tema fu sviluppato da Naaman e Alkhairi [5] nel 1991. A seguito di un'ampia revisione delle proposte esistenti per la determinazione della tensione ultima dei cavi scorrevoli (*"unbonded tendons"*), gli autori conclusero che, all'epoca, nessuno dei metodi semplificati combinava sufficiente accuratezza e semplicità da essere incluso in codici normativi. Sempre nel 1991 Naaman e Alkhairi [6] proposero una nuova metodologia per valutare l'incremento di tensione del cavo a collasso. Il metodo di

Naaman e Alkhairi riconduceva l'analisi di travi precomprese con cavi scorrevoli a quella di travi precomprese con cavi aderenti ("*bonded tendons*") per mezzo di coefficienti di riduzione a collasso determinati basandosi esclusivamente su dati sperimentali. Nella determinazione dei coefficienti di riduzione a collasso furono considerate due variabili: il tipo di carico (forza centrata e forze ai terzi della trave) e il rapporto tra la lunghezza della trave e la posizione del cavo di precompressione nella sezione critica dove avviene la rottura. Le formule di Naaman e Alkhairi sono valide per travi semplicemente appoggiate e possono essere estese a travi continue. La proposta fu recepita dalle norme AASHTO LRFD Specifications nel 1994 [7].

Il metodo di Naaman e Alkhairi insieme ad altri approcci proposti nella letteratura tecnica sono stati successivamente analizzati criticamente e posti a confronto da Moon e Burns [8] e da Lee et al. [9]. Anche in questo caso gli autori conclusero che i differenti metodi disponibili non erano sempre soddisfacenti. Nel lavoro di Lee et al. [9] si propose una nuova formulazione che includeva tra i vari parametri anche il rapporto tra la luce e l'altezza della trave. Un ulteriore riesame delle formule di previsione delle condizioni di rottura è stato sviluppato più recentemente (Naaman et al. [10]) arrivando sostanzialmente alle medesime conclusioni.

Vale la pena osservare che, negli approcci citati, l'attenzione era rivolta a travi precomprese con cavi interni non aderenti post tesi. In ogni caso, dal punto di vista dell'analisi flessionale, i cavi esterni possono essere considerati come cavi interni non aderenti purché gli effetti del secondo ordine e le forze di attrito ai deviatori siano trascurabili, vedi [6] [11] [12].

Una indagine specificamente mirata alle travi precomprese esternamente fu condotta nel 1996 da Aparicio e Ramos [13] che notarono come le formule americane (inclusa quella di Naaman e Alkhairi) non erano consistenti con il reale comportamento di ponti precompressi esternamente e che tali formule proponevano spesso incrementi di tiro eccessivi. Aparicio e Ramos [13] osservarono che Naaman e Alkhairi [6] basavano le loro conclusioni su prove sperimentali relative a travi corte con cavi interni non aderenti. I dati sperimentali non risultavano idonei a valutare l'eventuale influenza degli effetti del secondo ordine e, più ingenerale, difficilmente assimilabili alle geometrie utilizzate nella costruzione dei ponti. Sottolinearono inoltre che il campo di variazione dei rapporti luce-altezza delle travi considerate, compresi tra 7.8 e 45, era troppo ampio se confrontato con le snellezze delle travi da ponte reali e i risultati sperimentali troppo dispersi.

Le critiche di Aparicio e Ramos sono supportate dai risultati di una estesa analisi parametrica su ponti in calcestruzzo, effettuata tramite un modello numerico che considera i due casi limite di cavi esterni liberi di scorrere ai deviatori senza attrito e con deviatori che impediscono lo scorrimento. Sono state eseguite analisi non lineari fino a rottura di 74 ponti con differente schema statico (trave appoggiata e trave continua), tipologia della sezione trasversale (cassone e a pi-greco), rapporto luce-altezza (la lunghezza della campata e l'altezza della sezione variano nel campo di variazione usualmente adottato per ponti di luce media e piccola), metodo di costruzione (monolitica e a segmenti con giunti a secco), quantità di armatura ordinaria e quantità di acciaio di precompressione. In particolare Aparicio e Ramos osservarono che il rapporto luce altezza della trave

non influenza l'incremento di tensione del cavo che invece è influenzato dalla forma della sezione trasversale e dal metodo di costruzione. Il metodo proposto è molto semplice: quando lo schema statico, la forma della sezione e il metodo di costruzione sono assegnati, all'incremento di tensione nel cavo a rottura viene assegnato un valore prescritto, indipendentemente da tutti gli altri parametri. Utilizzando i confronti con i dati sperimentali su un ponte in calcestruzzo a scala reale, Aparicio e Ramos dimostrarono che il metodo può fornire stime in sicurezza dell'incremento di tensione nel cavo rispetto al metodo di Naaman e Alkhairi, quando applicato a ponti in calcestruzzo con cavi esterni di precompressione.

La scarsa influenza del rapporto luce-altezza della trave sul comportamento a collasso è stata osservata anche da Ng che, in [14], propone le conseguenti modifiche ai metodi precedenti.

Più recentemente Roberts-Wollmann et al. [15] hanno presentato un ulteriore approccio semplificato basato su un precedente lavoro di MacGregor et al. [16]. Questo metodo è stato adottato nelle nuove AASHTO LRFD Specifications [17] ed è basato su test sperimentali condotti su modelli in scala  $\frac{1}{4}$  di travi continue in calcestruzzo prefabbricate a conci con sezione scatolare e precomprese esternamente. A differenza dalla precedenti formule semplificate, le equazioni di MacGregor includono tra i parametri la lunghezza del tirante e questo parametro è ritenuto tale da permettere delle predizioni più accurate e cautelative dell'incremento di tensione del cavo.

Nell'ambito delle norme europee, l'Eurocodice 2 [18-19], pur distinguendo tra cavi interni non aderenti e cavi esterni, propone un approccio particolarmente cautelativo, ignorando qualsiasi incremento di tensione nei cavi esterni a meno che non venga condotta una analisi non lineare.

Questa ampiezza e articolazione della bibliografia sull'argomento testimonia in definitiva come gli studi sviluppati non abbiano ancora raggiunto risultati in grado di fornire la semplicità operativa e l'affidabilità dei risultati richiesti nella progettazione. In particolare, i metodi proposti sono prevalentemente orientati a fornire il tiro a collasso del cavo basandosi solo su risultati sperimentali, spesso molto disomogenei tra loro, e non tentano di descrivere le modalità di collasso che si attuano al variare dei parametri in gioco.

Nel presente lavoro gli autori propongono un nuovo metodo semplificato per l'analisi del collasso seguendo una strada diversa, basata su una descrizione semplificata dello stato di deformazione che si manifesta in condizioni vicine al collasso. Il metodo parte dall'osservazione che travi con lo stesso schema statico, lo stesso tracciato del cavo e lo stesso tipo di carico presentano una simile distribuzione della deformazione assiale e della curvatura a collasso e che la variazione di altri parametri, come altezza e forma della sezione, luce della trave, quantità di armature ordinarie, non ha una grande influenza purché le variazioni si conservino entro i limiti di pratico interesse. Una volta individuata la "forma" della soluzione a rottura è possibile definire una procedura razionale che permetta di trasformare il problema di equilibrio globale del sistema trave-cavo in un problema algebrico, di tipo sezionale, in cui la condizione di collasso risulta direttamente correlata alla condizione di rottura della sola sezione più sollecitata.

Per definire e convalidare il metodo è stata condotta un'analisi parametrica utilizzando un modello agli elementi finiti precedentemente convalidato mediante confronti con



prove sperimentali [20]. L'analisi parametrica include 72 travi in calcestruzzo semplicemente appoggiate precomprese esternamente. E' stata valutata l'influenza dei seguenti parametri: lunghezza della campata, altezza e forma della sezione, quantitativi di armatura ordinaria, e tracciato del cavo. In particolare, nel seguito viene illustrato e discusso il metodo semplificato adottato e i risultati ottenuti. Tali risultati sono stati confrontati con quelli derivanti dall'analisi non lineare agli elementi finiti e dagli altri metodi semplificati disponibili nella letteratura tecnica e nelle normative [7,11,13].

## 2. MODELLO ANALITICO

Si consideri una trave con sezione trasversale simmetrica. Sia  $\{O; X, Y, Z\}$  un sistema di riferimento ortogonale con l'asse  $Z$  parallelo all'asse della trave e sia il piano verticale  $YZ$  il piano di simmetria geometrica, materiale e di carico della struttura (Fig. 1).

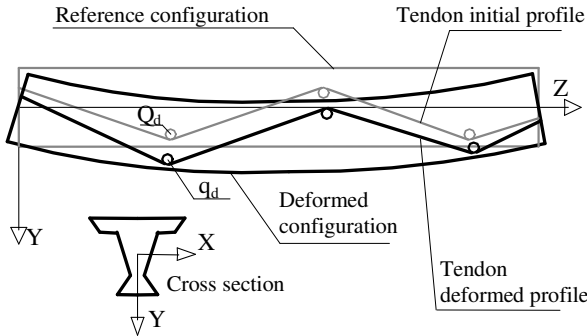


Figura 1. Modello del sistema trave-cavo

Siano  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  i versori paralleli agli assi  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  rispettivamente. Si assume che la sezione trasversale della trave sia rigida nel proprio piano e rimanga piana e ortogonale all'asse della trave anche nella configurazione deformata e che vi sia perfetta aderenza tra calcestruzzo e armature ordinarie. I cavi di precompressione esterni sono disposti in modo simmetrico rispetto al piano di simmetria  $YZ$ . Ogni paio di cavi è considerato come un singolo cavo risultante con tracciato contenuto nel piano di simmetria. Per semplicità nel seguito si considera il caso di un solo cavo. La generalizzazione al caso di più cavi è immediata includendo analoghi termini aggiuntivi per ciascun cavo risultante.

Le precedenti ipotesi portano alla seguente descrizione dello spostamento  $\mathbf{u}$  di un punto della trave (solo flessione nel piano  $YZ$ ):

$$\mathbf{u}(y, z) = v(z)\mathbf{j} + [w(z) - yv'(z)]\mathbf{k} \quad (1)$$

dove  $w$  è lo spostamento assiale della fibra di riferimento situata a  $y = 0$  e  $v$  è lo spostamento verticale. L'unica componente della deformazione non nulla della trave è la deformazione assiale

$$\varepsilon_z(y, z) = \varepsilon_0(z) + y\theta(z) \quad (2)$$

dove  $\varepsilon_0 = w'$  è la deformazione assiale nella fibra di riferimento e  $\theta = -v''$  è la curvatura.

Introdotti dei generici legami costitutivi non lineari per il calcestruzzo e l'armatura ordinaria, la tensione normale  $\sigma_z$

sulla sezione trasversale è una funzione non lineare della deformazione assiale  $\varepsilon_z$  e le forze interne resistenti sulla sezione sono la forza assiale  $N_R$  e il momento flettente  $M_R$  date da:

$$N_R(\varepsilon_0, \theta) = \int_A \sigma_z(\varepsilon_z) dA \quad (3)$$

$$M_R(\varepsilon_0, \theta) = \int_A y \sigma_z(\varepsilon_z) dA \quad (4)$$

essendo il momento flettente calcolato rispetto alla fibra di riferimento di ordinata nulla ( $y = 0$ ).

Si assume che il cavo tracci da una linea retta  $e(z)$  tra due punti di sella successivi, pertanto il profilo del cavo è dato da una funzione rettilinea a tratti. Il tracciato del cavo è allora definito da  $D + 1$  punti dove i punti da 1 a  $D - 1$  individuano le posizioni dei deviatori intermedi (scorrimento possibile) e i punti da 0 a  $D$  individuano le posizioni dei due ancoraggi di estremità (scorrimento bloccato):

$$\mathbf{Q}_d = e_d \mathbf{j} + z_d \mathbf{k} \quad (5)$$

dove  $e_d$  e  $z_d$  ( $d = 0, \dots, D$ ) sono rispettivamente l'eccentricità e la coordinata sull'asse  $Z$  del deviatore  $d$ -esimo. La lunghezza totale del cavo nella configurazione indeformata è allora data da:

$$L_t = \sum_{d=1}^D |\mathbf{Q}_d - \mathbf{Q}_{d-1}| = \sum_{d=1}^D \sqrt{[\Delta_d(e)]^2 + [\Delta_d(z)]^2} \quad (6)$$

con  $\Delta_d(\bullet) = \bullet(z_d) - \bullet(z_{d-1})$ . Dopo la deformazione i deviatori assumono la nuova posizione

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_d = & [e_d + v(z_d)]\mathbf{j} + \\ & [z_d + w(y_G, z_d) - (e_d - y_G)v'(z_d)]\mathbf{k} \end{aligned} \quad (7)$$

dove  $w_d$  e  $v_d$  sono le componenti dello spostamento del  $d$ -esimo deviatore rispetto agli assi  $Z$  e  $Y$  rispettivamente. Pertanto la lunghezza totale del cavo nella configurazione deformata è:

$$\begin{aligned} l_t = & \sum_{d=1}^D |\mathbf{q}_d - \mathbf{q}_{d-1}| = \\ = & \sum_{d=1}^D \sqrt{[\Delta_d(e) + \Delta_d(v)]^2 + \\ & + [\Delta_d(z) + \Delta_d(w) - \Delta_d(ev')]^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Assumendo che il cavo possa scorrere con attrito trascurabile in corrispondenza dei deviatori (ipotesi soddisfatta in molti casi reali [1-2]), la sua deformazione può essere calcolata come rapporto tra l'allungamento globale del tracciato del cavo e la sua lunghezza iniziale. Poiché gli spostamenti considerati nella descrizione del modello di trave sono stati assunti molto piccoli (teoria lineare), si adotta una espressione lineare anche per la deformazione del cavo, in modo da avere una formulazione coerente del sistema trave-cavo e da evitare di rendere il problema geometricamente non lineare mediante l'introduzione di termini in realtà trascurabili. Scrivendo lo sviluppo in serie di Taylor della lunghezza del cavo deformato e considerando solo i termini lineari [21], allora solo la componente della differenza di spostamento parallela alla direzione iniziale di ciascun tratto di cavo contribuisce all'allungamento totale. Pertanto la deformazione del cavo è data dalla seguente espressione lineare:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{l_r - L_r}{L_r} \cong \\ &\cong \frac{1}{L_r} \sum_{d=1}^D \{ \alpha_d [\Delta_d(w) - \Delta_d(ev')] + \beta_d \Delta_d(v) \}\end{aligned}\quad (9)$$

dove

$$\alpha_d = \Delta_d(z) / L_d \quad (10a)$$

$$\beta_d = \Delta_d(e) / L_d \quad (10b)$$

$$L_d = \sqrt{[\Delta_d(z)]^2 + [\Delta_d(e)]^2} \quad (11)$$

La forza sul cavo risultante è allora data dalla forza  $T_0$  nella configurazione di riferimento a cui si aggiunge l'incremento dovuto alla deformazione:

$$T(\varepsilon_r) = T_0 + A_r \Delta \sigma_r(\varepsilon_r) \quad (12)$$

dove  $A_r$  è l'area del cavo risultate e  $\Delta \sigma_r$  l'incremento di sforzo sul cavo (funzione non lineare della deformazione del cavo tramite legame costitutivo).

### 3. METODO DI ANALISI SEMPLIFICATO

#### 3.1 Ipotesi

Il metodo di analisi semplificato proposto è basato sull'osservazione che a rottura l'andamento della deformazione assiale e della curvatura lungo la trave non cambiano in modo significativo per travi con lo stesso schema statico, tracciato dei cavi e tipo di carico. Un volta determinate con una sufficiente accuratezza delle funzioni di forma, è possibile passare dalla formulazione analitica precedentemente illustrata, che coinvolge tutto il sistema trave-cavo, ad una formulazione algebrica che coinvolge solo la sezione critica, di ordinata  $z_{cr}$ . La sezione critica è quella sezione dove viene raggiunta la condizione di collasso, definita come la condizione nella quale si ottiene la deformazione ultima  $\varepsilon_F$  nel calcestruzzo o nelle armature ordinarie aderenti. Indicando con  $y_F$  la posizione della fibra della sezione critica dove la deformazione ultima viene raggiunta, è possibile ottenere la distribuzione delle deformazioni nella sezione critica a collasso:

$$\varepsilon_u(\theta_u) = \varepsilon_F + (y - y_F) \theta_u \quad (13)$$

dove  $\theta_u$  è la curvatura ultima. Individuata la modalità di collasso (lato calcestruzzo o lato armature ordinarie), allora la deformazione ultima  $\varepsilon_F$  e l'ordinata  $y_F$  sono assegnate, pertanto la distribuzione delle deformazioni ultime sulla sezione critica dipende solo da  $\theta_u$ . Di conseguenza la deformazione nella fibra di riferimento della sezione critica può essere ottenuta come

$$\varepsilon_{0u} = \varepsilon_F - y_F \theta_u \quad (14)$$

La forza assiale e il momento flettente resistenti ultimi divengono:

$$N_{Ru}(\theta_u) = \int_A \sigma(\varepsilon_F + (y - y_F) \theta_u) dA \quad (15)$$

$$M_{Ru}(\theta_u) = \int_A y \sigma(\varepsilon_F + (y - y_F) \theta_u) dA \quad (16)$$

e dipendono solo da  $\theta_u$ :

Il problema può essere allora riformulato descrivendo la deformazione assiale e la curvatura per mezzo di due funzioni  $\eta = \theta/\theta_u$  e  $\gamma = \varepsilon_0/\varepsilon_{0u}$ . Le rotazioni e gli spostamenti a collasso,

a meno di moti rigidi che non influenzano le deformazioni, possono essere ottenuti integrando la curvatura e la deformazione assiale:

$$v'(z) = -\theta_u \int_0^z \eta(z) dz = \theta_u h(z) L \quad (17)$$

$$v(z) = -\theta_u \int_0^z \int_0^z \eta(\zeta) d\zeta dz = \theta_u k(z) L^2 \quad (18)$$

$$w(z) = \varepsilon_{0u} \int_0^z \gamma(z) dz = \varepsilon_{0u} g(z) L \quad (19)$$

dove  $L$  è la lunghezza totale della campata della trave e

$$h(z) = -\frac{1}{L} \int_0^z \eta(z) dz \quad (20)$$

$$k(z) = -\frac{1}{L^2} \int_0^z \int_0^z \eta(\zeta) d\zeta dz \quad (21)$$

$$g(z) = \frac{1}{L} \int_0^z \gamma(z) dz \quad (22)$$

sono funzioni adimensionali direttamente correlate alle funzioni di forma  $\eta$  e  $\gamma$ . Sostituendo le equazioni (17-19) nell'equazione (9), è possibile ottenere la deformazione del cavo come funzione della sola curvatura ultima:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r(\theta_u) &\cong \frac{L}{L_r} \left\{ (\varepsilon_F - y_F \theta_u) \sum_{d=1}^D \alpha_d \Delta_d(g) + \right. \\ &\left. + \theta_u \sum_{d=1}^D [\beta_d L \Delta_d(k) - \alpha_d \Delta_d(eh)] \right\}\end{aligned}\quad (23)$$

Di conseguenza la forza sul cavo diventa:

$$T_u(\theta_u) = T_0 + A_r \Delta \sigma_r(\varepsilon_r(\theta_u)) = T_0 + \Delta T_u(\theta_u) \quad (24)$$

dove  $\Delta T_u$  è l'incremento di forza dovuto alla deformazione del cavo rispetto alla configurazione di riferimento.

Si osservi che nel valutare l'equazione (23) solo i valori dei parametri adimensionali di forma calcolati in corrispondenza di deviatori e ancoraggi  $g_d = g(z_d)$ ,  $h_d = h(z_d)$ ,  $k_d = k(z_d)$  sono richiesti.

#### 3.2 Determinazione della curvatura ultima

La curvatura ultima può essere determinata risolvendo l'equazione di equilibrio assiale

$$N_{Ru}(\theta_u) + T_0 + \Delta T_u(\theta_u) = 0 \quad (25)$$

non lineare in  $\theta_u$  e che può essere risolta tramite una semplice procedura iterativa.

#### 3.3 Determinazione della sezione critica e del carico di rottura

La posizione  $z_{cr}$  della sezione critica e il moltiplicatore del carico ultimo  $\lambda_u$  possono essere ottenuti dalle equazioni di equilibrio tra il momento flettente interno e il momento flettente esterno

$$M_{Ru}(\theta_u) = M_{tot}(\theta_u, \lambda_u, z_{cr}) \quad (26)$$

e dalla condizione che richiede che il momento flettente sia massimo nella sezione critica:

$$\left. \frac{dM_{tot}(\theta_u, \lambda_u, z)}{dz} \right|_{z=z_{cr}} = 0 \quad (27)$$

dove il momento flettente esterno totale è una funzione di  $\theta_u$  ed è parametrizzato in funzione del moltiplicatore di carico  $\lambda$ :

$$M_{tot}(\theta_u, \lambda, z) = \lambda M_q(z) - M_p(\theta_u) = \lambda M_q(z) - [T_0 + \Delta T_u(\theta_u)]e(z) \quad (28)$$

essendo  $M_q$  il momento flettente dovuto al carico di riferimento applicato ed  $e(z)$  l'eccentricità del cavo.

Le equazioni (26) e (27) possono essere riscritte rispettivamente:

$$M_{Ru}(\theta_u) = \lambda_u M_q(z_{cr}) - [T_0 + \Delta T_u(\theta_u)]e(z_{cr}) \quad (29)$$

$$\lambda_u \left. \frac{dM_q(z)}{dz} \right|_{z=z_{cr}} - [T_0 + \Delta T_u(\theta_u)] \left. \frac{de(z)}{dz} \right|_{z=z_{cr}} = 0 \quad (30)$$

Le espressioni di  $M_q$  ed  $e(z)$  variano rispettivamente in funzione dello schema di carico e del tracciato del cavo. Tuttavia può essere osservato che l'equazione (29) è sempre lineare in  $\lambda_u$  che può essere quindi ricavato:

$$\lambda_u = \frac{M_{Ru}(\theta_u) + e(z_{cr})[T_0 + \Delta T_u(\theta_u)]}{M_q(z_{cr})} \quad (31)$$

Sostituendo l'equazione (31) nell'equazione (30) si ha una relazione nella sola incognita  $z_{cr}$ . Nei casi comuni di carico uniforme e tracciato del cavo rettilineo a tratti, tale equazione diventa una equazione di secondo grado che può essere risolta a mano [22]. Nello stesso riferimento [22] sono riportate le formule esplicitate per travi semplicemente appoggiate con tracciato del cavo risultate triangolare (un deviatore intermedio) e trapezio (due deviatori intermedi) soggette ad una carico distribuito uniforme. Dall'analisi di tale formule, qui omesse per limiti di spazio, risulta evidente la loro semplicità.

### 3.4 Determinazione dei parametri adimensionali di forma

Come illustrato in precedenza, per valutare la forza sul cavo sono necessari solo i valori  $g_d$ ,  $h_d$  e  $k_d$  in corrispondenza dei deviatori e degli ancoraggi. I valori esatti di tali parametri possono essere determinati dalle relazioni

$$g_d = \frac{w_d}{\epsilon_{0u} L} \quad (32a)$$

$$h_d = \frac{v'_d}{\theta_u L} \quad (32b)$$

$$k_d = \frac{v_d}{\theta_u L^2} \quad (32c)$$

utilizzando gli spostamenti e le rotazioni di deviatori e ancoraggi così come ottenuti dall'analisi non lineare. Tali valori necessariamente variano per diversi schemi statici, tracciati del cavo e condizioni di carico. Tuttavia valori simili sono stati osservati per diverse tipologie della sezione trasversale e al variare, entro limiti di interesse pratico, della lunghezza  $L$ , del rapporto altezza luce  $h/L$  e della percentuale di armatura ordinaria  $\rho = A_s / A_c$  ( $A_s$  è l'area dell'armatura longitudinale ordinaria e  $A_c$  è l'area di calcestruzzo della sezione). Ciò rende possibile calcolare dei valori approssimati per  $g_d$ ,  $h_d$  e  $k_d$  che possono essere utilizzati per ottenere dei risultati sufficientemente accurati per tutte le travi con lo stesso schema statico, tracciato del cavo e condizione di carico. A tale scopo è stata condotta una analisi parametrica su 72 travi in calcestruzzo precomprese con cavi esterni. Si tratta di travi semplicemente appoggiate con tracciato del cavo triangolare (un deviatore intermedio) e trapezio (due deviatori intermedi) come mostrato in Figura 2. Le sezioni trasversali considerate sono di due tipologie: a cassone e a pi greca

(Figura 3). Sono stati fatti variare entro i limiti comunemente utilizzati per strutture da ponte di piccola e media luce i seguenti parametri: a) luce della trave ( $L = 30, 40, 50$  m); b) rapporti altezza luce ( $h/L = 1/15, 1/18, 1/20$ ); c) quantitativo di armatura ordinaria inferiore ( $A_s = 0.003A_c, 0.01A_c$ ). La forza di precompressione è stata progettata in modo da realizzare il limite di decompressione del calcestruzzo sotto i carichi permanenti.

L'analisi parametrica è stata eseguita mediante un codice di calcolo non lineare agli elementi finiti messo a punto dagli autori [20] e basato sullo stesso modello cinematico per l'interazione tra cavo risultante e trave presentato nel capitolo precedente. I risultati forniti da tale codice di calcolo sono stati precedentemente confrontati con risultati di prove sperimentali disponibili in letteratura, ottenendo un buon accordo in termini di carico ultimo, deformazione e incremento di sforzo sul cavo [20]. Maggiori informazioni sulle travi testate, le proprietà dei materiali, il modello agli elementi finiti, i legami costitutivi non lineari impiegati e le procedure adottate per l'analisi non lineare possono essere trovate in [22].

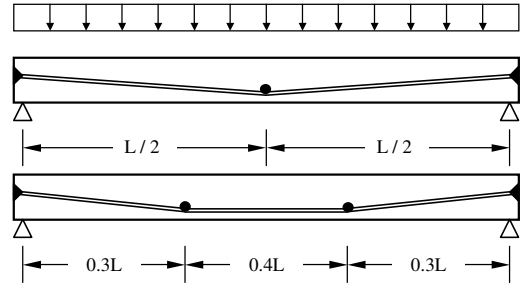


Figura 2. Schema delle travi testate

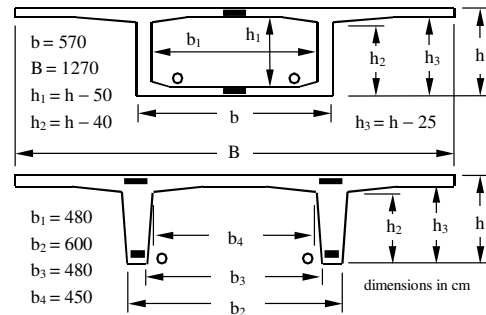


Figura 3. Sezioni trasversali considerate

A titolo di esempio nelle figure 4 e 5 sono mostrate le funzioni di forma della curvatura e della deformazione assiale a rottura limitatamente al caso di tracciato trapezoidale, caso nel quale risultano maggiori le differenze tra le varie travi [22]. Tali figure mostrano chiaramente quanto affermato in precedenza, ossia che le funzioni di forma non cambiano in modo significativo al variare della lunghezza della campata, del rapporto altezza luce, del quantitativo di armatura e della forma della sezione trasversale. Proprio su questa osservazione si basa il metodo semplificato proposto e pertanto tali figure ne giustificano l'impiego.

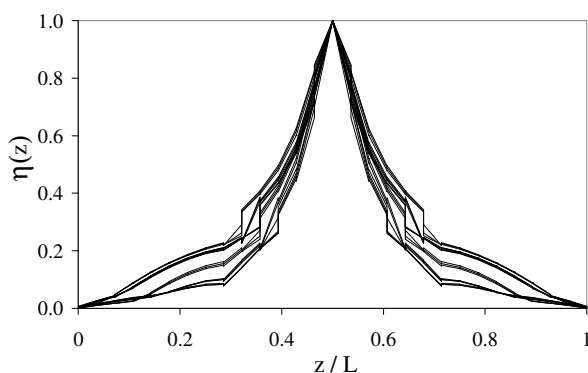


Figura 4. Funzioni di forma della curvatura a rottura per le travi con tracciato del cavo trapezio

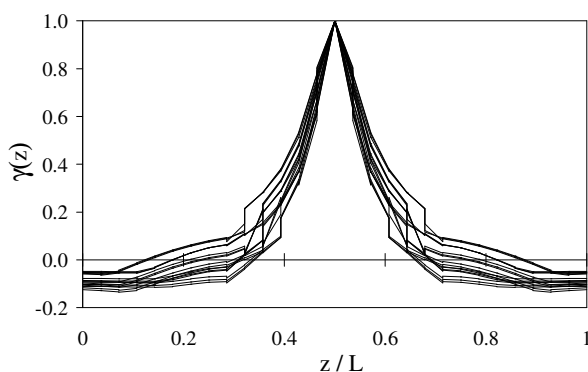


Figura 5. Funzioni di forma della deformazione assiale a rottura per le travi con tracciato del cavo trapezio

Per ciascuna delle 72 travi sono stati calcolati i valori esatti dei parametri delle funzioni di forma utilizzando le equazioni (32). Per motivi di spazio solo alcuni di questi valori sono riportati nelle tabelle 1 e 2. I risultati qui omessi possono essere trovati in [22].

Tabella 1 - Parametri adimensionali di forma ai deviatori nelle travi con tracciato triangolare

L (m)	H (cm)	ρ (%)	k <sub>1</sub> (cassone)	g <sub>2</sub> - g <sub>0</sub> (cassone)	k <sub>1</sub> (pi greca)	g <sub>2</sub> - g <sub>0</sub> (pi greca)
30	150	0.3	0.0673	0.3019	0.0653	0.2706
		1.0	0.0709	0.2981	0.0729	0.2450
	170	0.3	0.0665	0.3020	0.0647	0.2762
		1.0	0.0704	0.2989	0.0727	0.2595
200	0.3	0.0653	0.3005	0.0640	0.2824	
	1.0	0.0695	0.2980	0.0726	0.2755	
40	200	0.3	0.0638	0.2550	0.0595	0.1943
		1.0	0.0703	0.2584	0.0704	0.1753
	220	0.3	0.0621	0.2488	0.0592	0.2032
		1.0	0.0698	0.2583	0.0695	0.1866
270	0.3	0.0597	0.2417	0.0598	0.2270	
	1.0	0.0685	0.2579	0.0682	0.2081	
50	250	0.3	0.0572	0.1921	0.0559	0.1437
		1.0	0.0663	0.2025	0.0689	0.1384
	280	0.3	0.0561	0.1903	0.0561	0.1615
		1.0	0.0656	0.2049	0.0682	0.1564
330	0.3	0.0547	0.1892	0.0574	0.1896	
	1.0	0.0656	0.2122	0.0674	0.1791	

Tabella 2 - Parametri adimensionali di forma ai deviatori nelle travi con tracciato trapezio e sezione a cassone

L (m)	h (cm)	ρ (%)	h <sub>1</sub> (cassone)	k <sub>1</sub> (cassone)	g <sub>1</sub> - g <sub>0</sub> (cassone)	g <sub>2</sub> - g <sub>1</sub> (cassone)
30	150	0.3	0.1028	0.0334	-0.0039	0.1732
		1.0	0.1028	0.0401	0.0020	0.1935
	170	0.3	0.1010	0.0328	-0.0037	0.1713
		1.0	0.1160	0.0396	0.0028	0.1918
	200	0.3	0.0992	0.0321	-0.0032	0.1696
		1.0	0.1142	0.0390	0.0039	0.1895
40	200	0.3	0.0939	0.0295	-0.0227	0.1423
		1.0	0.1091	0.0372	-0.0161	0.1581
	220	0.3	0.0918	0.0289	-0.0215	0.1390
		1.0	0.1079	0.0368	-0.0147	0.1565
	270	0.3	0.0882	0.0279	-0.0186	0.1334
		1.0	0.1060	0.0363	-0.0115	0.1539
50	250	0.3	0.0857	0.0269	-0.0307	0.1134
		1.0	0.1032	0.0353	-0.0264	0.1299
	280	0.3	0.0841	0.0265	-0.0284	0.1117
		1.0	0.1027	0.0352	-0.0239	0.1302
	330	0.3	0.0824	0.0261	-0.0250	0.1103
		1.0	0.1024	0.0352	-0.0202	0.1321

### 3.5 Valori proposti per i parametri adimensionali di forma

Dall'esame delle precedenti tabelle 1 e 2 si osserva che i parametri adimensionali di forma variano in modo modesto e regolare con la lunghezza della trave L e con il rapporto geometrico d'armatura ρ. Pertanto sulla base dei risultati dell'analisi parametrica, invece di adottare dei valori costanti per ciascun tracciato del cavo risultante, come ad esempio illustrato in [22], vengono adottate per g<sub>d</sub>, h<sub>d</sub> e k<sub>d</sub> delle funzioni lineari di L e di ρ, ottenute dall'interpolazione ai minimi quadrati dei risultati numerici. Tale approccio permette di ottenere una migliore approssimazione dei risultati ottenuti tramite l'analisi non lineare con il metodo degli elementi finiti, come discusso in [22].

Per le travi semplicemente appoggiate con tracciato del cavo risultante triangolare e soggette a carico distribuito verticale uniforme si ha k<sub>0</sub> = k<sub>2</sub> = 0 per le condizioni di vincolo, y<sub>0</sub> = y<sub>2</sub> = 0 per ipotesi e h<sub>1</sub> = 0 per simmetria di carico. Segue che sono necessari solo i seguenti parametri adimensionali di forma [22] espressi dalle funzioni lineari di interpolazione:

$$k_1 = 0.07093 - 0.00034L + 1.21646\rho \quad (33a)$$

$$g_2 - g_0 = 0.43822 - 0.00520L \quad (33b)$$

Per le travi semplicemente appoggiate con tracciato del cavo risultante trapezio e soggette a carico distribuito verticale uniforme si ha k<sub>0</sub> = k<sub>3</sub> = 0 per le condizioni di vincolo, y<sub>0</sub> = y<sub>3</sub> = 0 e y<sub>1</sub> = y<sub>2</sub> per ipotesi, h<sub>1</sub> = -h<sub>2</sub>, k<sub>1</sub> = h<sub>2</sub> e g<sub>1</sub> - g<sub>0</sub> = g<sub>3</sub> - g<sub>2</sub> per simmetria di carico. Segue che sono necessari solo i seguenti parametri adimensionali di forma [22] espressi dalle funzioni lineari di interpolazione:

$$k_1 = 0.03542 - 0.00023L + 1.11803\rho \quad (34a)$$

$$h_1 = 0.10603 - 0.00053L + 2.18399\rho \quad (34b)$$

$$g_1 - g_0 = 0.02849 - 0.00129L \quad (34c)$$

$$g_2 - g_1 = 0.25099 - 0.00230L \quad (34d)$$

#### 4. CONFRONTI NUMERICI

I risultati forniti dal metodo semplificato proposto (MS) sono stati confrontati con i risultati dell'analisi non lineare (NL) e con le formule proposte nelle ACI318-02 [11], con la formula delle AASHTO 1994 [7] di Naaman and Alkhairi [6], con il metodo di Aparicio e Ramos [13]. Per motivi di spazio si riportano i soli risultati per le travi a cassone con tracciato del cavo triangolare (Tabella 3) e trapezio (Tabella 4). Una presentazione più esauriente dei risultati può essere trovata in [22].

Tabella 3. Incrementi tensione a rottura nel cavo per le travi con sezione a cassone e tracciato del cavo triangolare

L (m)	h (cm)	ρ (%)	NL Δσ (MPa)	MS Δσ (MPa)	ACI Δσ (MPa)
30	150	0.3	421.21	401.32	345.46
		1.0	429.20	428.46	345.46
	170	0.3	433.62	417.08	393.54
		1.0	446.23	446.97	393.54
	200	0.3	447.87	435.42	413.70
		1.0	461.09	468.00	413.70
40	200	0.3	411.71	388.60	292.29
		1.0	441.23	424.16	292.29
	220	0.3	411.98	396.35	319.36
		1.0	446.50	432.93	319.36
	270	0.3	412.06	411.26	387.04
		1.0	460.00	449.63	387.04
50	250	0.3	368.01	361.13	289.67
		1.0	413.83	401.56	289.67
	280	0.3	368.68	367.85	320.47
		1.0	422.13	409.23	320.47
	330	0.3	369.96	375.78	371.80
		1.0	432.43	418.11	371.80

Tabella 4. Incrementi tensione a rottura nel cavo per le travi con sezione a cassone e tracciato del cavo trapezio

L (m)	h (cm)	ρ (%)	NL Δσ (MPa)	MS Δσ (MPa)	ACI Δσ (MPa)
30	150	0.3	310.29	290.36	345.46
		1.0	374.03	343.27	345.46
	170	0.3	315.95	303.34	393.54
		1.0	383.61	359.60	393.54
	200	0.3	326.96	317.24	413.70
		1.0	399.48	376.82	413.70
40	200	0.3	272.49	270.47	292.29
		1.0	350.97	333.82	292.29
	220	0.3	272.39	276.56	319.36
		1.0	357.24	341.16	319.36
	270	0.3	277.21	286.78	387.04
		1.0	363.86	353.85	387.04
50	250	0.3	242.02	235.56	289.67
		1.0	328.64	305.67	289.67
	280	0.3	244.80	239.75	320.47
		1.0	333.85	311.13	320.47
	330	0.3	246.78	244.11	371.80
		1.0	346.71	316.72	371.80

La formula AASHTO 1994, i cui risultati non sono riportati nelle tabelle, forniscono un incremento di sforzo sempre più grande del limite superiore adottato dalla normativa stessa e uguale a  $\Delta\sigma = 428$  MPa (legato al limite di

snervamento dell'acciaio del cavo). Il metodo di Aparicio e Ramos, anch'esso non riportato nelle tabelle fornisce per la sezione a cassone un incremento di tensione  $\Delta\sigma = 108$  MPa indipendente da altri parametri come ad esempio il tracciato del cavo.

La formula ACI e la formula AASHTO 1994 forniscono sistematicamente stime dell'incremento dello sforzo nel cavo non conservative rispetto ai risultati dell'analisi non lineare. Il metodo di Aparicio e Ramos è l'unico metodo semplificato sempre e ampiamente conservativo rispetto all'analisi non lineare. Il metodo semplificato proposto dagli autori è quello che si dimostra più accurato nel predire i risultati dell'analisi non lineare.

#### 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro si propone un metodo semplificato per l'analisi a collasso di travi in calcestruzzo precomprese con cavi esterni liberi di scorrere con attrito trascurabile ai deviatori. Il metodo permette di valutare l'incremento di sforzo nel cavo e determinare di conseguenza la capacità portante flessionale della trave. Il metodo è basato sull'osservazione che la forma delle distribuzioni della deformazione assiale e della curvatura a collasso non cambiano in modo significativo per travi con lo stesso schema statico, tracciato dei cavi e condizione di carico. L'analisi parametrica condotta per definire il metodo ha mostrato che altri parametri come la forma della sezione e il rapporto altezza luce hanno una piccola influenza mentre la variazione della luce e del quantitativo di armatura ordinaria hanno un effetto piccolo e variabile con regolarità al variare dei parametri. Questi risultati concordano con quelli trovati da altri autori [12,14,15]. A differenza di altri metodi semplificati, il metodo proposto presenta il vantaggio di poter considerare diversi meccanismi di collasso semplicemente assumendo come criterio di rottura il raggiungimento di una data deformazione ultima per i materiali che costituiscono la sezione trasversale. Una volta che il meccanismo di collasso è definito e sono stati introdotti dei valori approssimati per i parametri dimensionali delle funzioni di forma, la soluzione può essere calcolata a mano nei casi più comuni. Inoltre possono essere ottenute informazioni complete sullo stato ultimo della trave: incremento di sforzo sul cavo, posizione della sezione critica dove si raggiunge la deformazione ultima, moltiplicatore del carico a rottura.

I risultati forniti dal metodo proposto sono in buon accordo con i risultati dell'analisi non lineare agli elementi finiti, condotta con un modello di calcolo a sua volta precedentemente confrontato con risultati sperimentali. I risultati del metodo proposto sono più accurati rispetto a quelli ottenuti da altri metodi semplificati presentati in letteratura o inclusi in raccomandazioni normative. In aggiunta il metodo di analisi proposto può essere esteso a schemi statici complessi e tracciati dei cavi solitamente non considerati da altri approcci semplificati. Infine il metodo può essere generalizzato a travi precomprese nelle quali gli effetti geometrici non lineari siano significativi. In questo caso le formule possono però assumere delle espressioni matematiche meno dirette.

Benché il metodo proposto sia più articolato di altri metodi basati sui risultati sperimentali, esso presenta lo stesso livello di complessità di altri metodi semplificati inclusi nelle normative per problemi di analogia complessità. Si pensi ad esempio al metodo della colonna modello dell'Eurocodice 2

[23] per l'analisi di stabilità di colonne snelle in calcestruzzo armato.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CONTI, E., TARDY, R., VIRLOGEUX, M. – (1993) Friction losses in some externally prestressed bridges in France, *Proceedings of the Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures*, Conti E. & Tardy R. (eds), AFPC, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France.
- [2] APARICIO, A.C., RAMOS, G., CASAS, J.R. – (2002) Testing of externally prestressed concrete beams, *Engineering Structures* 24(1) 73-84.
- [3] DALL'ASTA, A., DEZI, L. – (1993) On the non-linear analysis of beams prestressed by unbonded cables, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 119(4), 720-732.
- [4] DALL'ASTA, A. – (1996) On the coupling between three-dimensional bodies and slipping cables, *International Journal of Solids and Structures*, 33(24) 3587-3600.
- [5] NAAMAN, A.E., ALKHAIRI, M. – (1991) Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: part 1 – evaluation of the state of the art, *ACI Structural Journal*, 88(5) 641-651.
- [6] NAAMAN, A.E., ALKHAIRI, M. – (1991) Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: part 2 – proposed methodology, *ACI Structural Journal*, 88(6) 683-692.
- [7] AASHTO, American Association of State Highway and Transportation Officials – (1994) *AASHTO LRFD Bridge Design Specification*, Washington D.C.
- [8] MOON, J.H., BURNS, N.H. – (1997) Flexural behavior of members with unbonded tendons – II: applications, *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol.123(8) 1095-1101.
- [9] LEE, L.H., MOON, J.H., LIM, J.H. – (1999) Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure, *ACI Structural Journal*, 96(6) 1040-1048.
- [10] NAAMAN, A.E., BURNS, N., FRENCH, C., GAMBLE, W.L., MATTOCK, A.H. – (2002) Stresses in unbonded prestressing tendons at ultimate: Recommendation, *ACI Structural Journal*, 99(4) 518-529.
- [11] ACI COMMITTEE 318 – (2002) *ACI 318-02. Building code requirements for structural concrete*, American Concrete Institute, Detroit, Michigan.
- [12] HARAJLI, M.H., MABSOUT, M.E., AL-HAJJ, J.A. – (2002) Response of externally post-tensioned continuous members, *ACI Structural Journal*, 99(5) 671-680.
- [13] APARICIO, A.C., RAMOS, G. – (1996) Flexural strength of externally prestressed concrete bridges, *ACI Structural Journal*, 93(5) 512-523.
- [14] NG, C.K. – (2003) Tendon stress and flexural strength of externally prestressed beams, *ACI Structural Journal*, 100(5) 644-653.
- [15] ROBERTS-WOLLMANN, C.L., KREGER, M.E., ROGOWSKY, D.M., BREEN, J.E. – (2005) Stresses in external tendons at ultimate, *ACI Structural Journal*, 102(2) 206-213.
- [16] MACGREGOR, R.J.G., KREGER, M.E., BREEN, J.E. – (1989) Strength and ductility of a three-span externally post-tensioned segmental box-girder bridges, *Research Report No. 365-3F*, Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin, Austin, TX.
- [17] AASHTO, American Association of State Highway and Transportation Officials – (1998) *AASHTO LRFD Bridge Design Specification*, Washington D.C.
- [18] CEN, Comité Européen de Normalization – (1995) *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.5: General – Structures with unbonded and external prestressing tendons*, ENV 1992-1-5, Brussels.
- [19] CEN, Comité Européen de Normalization – (2000) *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 2: Concrete bridges*, ENV 1992-2, Brussels.
- [20] DALL'ASTA, A., ZONA, A. – (2005) A finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection, *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 131(5) 706-714.
- [21] DALL'ASTA, A., DEZI, L. – (1998) Nonlinear behavior of externally prestressed composite beams: analytical model, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 124(5), 588-597.
- [22] DALL'ASTA, A., RAGNI, L., ZONA, A. – (2007) Simplified method for failure analysis of concrete beams prestressed with external tendons, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 133(1) 121-131.
- [23] CEN, Comité Européen de Normalization – (2004) *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.1: General - General rules and rules for buildings*, EN 1992-1-1, Brussels.



# CONSIDERAZIONI SULLE VERIFICHE DI SOLAI ALVEOLARI PRECOMPRESSI SECONDO L'EUROCODICE 2

**Pier Giorgio Debernardi, Matteo Guiglia, Maurizio Taliano**

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Politecnico di Torino

## SOMMARIO

Per l'applicazione del marchio CE ai solai alveolari precompressi è richiesta la verifica secondo l'Eurocodice 2 e la norma di prodotto EN 1168. Alcune regole di calcolo ivi previste, ed altre normalmente adottate nella progettazione, contengono delle semplificazioni che vengono discusse in questo lavoro. L'aspetto più complesso e controverso concerne le verifiche delle testate per quanto riguarda la diffusione degli sforzi di precompressione, l'ancoraggio delle armature e il taglio trattandosi di elementi privi d'armatura d'anima. Vengono inoltre discusse recenti proposte di modifica della normativa europea relativamente al calcolo della resistenza a taglio di elementi non fessurati.

## SUMMARY

Verifications according to Eurocode 2 and product standard EN 1168 are required to obtain the CE marking for prestressed hollow core slabs. Some of the design rules that are provided by standards or are adopted by designers, contain simplifications which are discussed in this paper. The more complex and controversial aspect concerns the verifications at the ends of the slabs, regarding the dispersion of the prestressing forces, the anchorage of the tendons and the shear of members not requiring shear reinforcement. Recent proposals for the revision of the European standards about the shear resistance of uncracked elements are also discussed.

## 1. INTRODUZIONE

I solai alveolari (Prestressed Hollow Core) sono comunemente impiegati in Italia e all'estero come elementi prefabbricati per usi industriali, commerciali, parcheggi e anche per usi residenziali.

La produzione avviene in stabilimenti di prefabbricazione, su piste di lunghezza superiore a 100 m, mediante macchine vibrofinitrici o ad estrusione che consentono di realizzare manufatti geometricamente ben conformati con suola inferiore liscia all'intradosso e nervature di collegamento con la suola superiore. La forma delle nervature dipende dalle macchine impiegate (Fig. 1): la foratura conseguente può pertanto avere una forma circolare oppure poligonale con setti rettilinei raccordati superiormente e inferiormente per evitare concentrazioni di tensione. Il profilo laterale è sagomato in modo da contenere un getto di sigillatura che consenta la trasmissione trasversale dei carichi, la continuità degli spostamenti tra elementi adiacenti e il comportamento a diaframma del solaio. Nella suola superiore possono essere praticate fresature che permettono l'inserimento in opera di armature ordinarie che verranno rese aderenti con un getto di completamento.

Tutti i sistemi di produzione richiedono l'impiego di calcestruzzi di qualità elevata, caratterizzati da resistenza in genere non inferiore a  $50 \text{ N/mm}^2$ , composizione granulometrica costante e rigoroso dosaggio di acqua e cemento. La precompressione è usualmente realizzata con

trefoli collocati nella zona di raccordo tra le soles e le nervature. La posizione delle armature, le loro distanze, mutue e dalla superficie, devono essere strettamente verificate. La maturazione a vapore consente di realizzare un ciclo di produzione giornaliero. Raggiunta la necessaria resistenza del calcestruzzo si procede al taglio degli elementi della lunghezza richiesta, quindi, al loro stoccaggio e trasporto.

Ora viene richiesto che i solai alveolari siano provvisti del marchio CE; pertanto i produttori dovranno instaurare un processo di controllo in stabilimento e verificare che le proprietà dei solai siano in accordo con la norma di prodotto EN 1168 [1] e la norma EN 1992-1-1 (Eurocodice 2) [2], le quali costituiscono l'evoluzione delle Raccomandazioni FIP 1988 [3].

In questo ambito normativo alcune verifiche, quali quelle riguardanti lo stato limite ultimo per flessione ed il comportamento in esercizio, sono effettuate secondo metodi consolidati. Altre verifiche, quali quelle che riguardano i meccanismi di resistenza a taglio e l'ancoraggio delle armature in corrispondenza delle estremità dei pannelli, sono assai più complesse e controverse. In tali zone di discontinuità, in cui peraltro non sono generalmente presenti armature d'anima, si sovrappongono molti effetti dovuti: all'ancoraggio delle armature, alla diffusione degli sforzi di precompressione, alla presenza di reazioni vincolari e alle sollecitazioni di flessione e taglio.

Secondo il Model Code 1990 [4] tre cause producono



tensioni di trazione nella zona di testata:

- effetto “bursting”, dovuto alla dilatazione dell’armatura in seguito alla distensione: in questo caso si ha un effetto cuneo dell’armatura che tende a rientrare nel calcestruzzo provocando trazioni trasversali che sono generalmente assorbite se sono rispettati gli spessori minimi di ricoprimento;
- effetto “splitting”, dovuto all’ancoraggio delle armature tramite bielle inclinate di calcestruzzo: queste danno luogo a tensioni di trazione su piani passanti per i trefoli,
- effetto “spalling”, dovuto alla diffusione della precompressione: essa dà luogo a trazioni nelle nervature che sono massime in testata, esse si smorzano rapidamente e possono produrre fessure orizzontali nell’anima. La verifica di questa situazione è espressamente richiesta anche dalla [1].

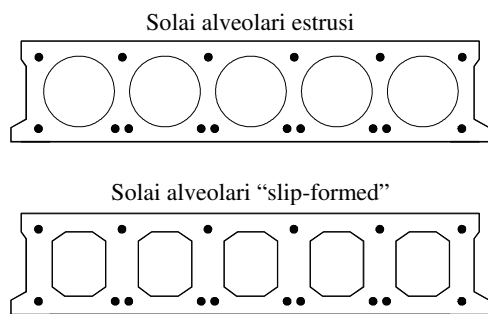


Figura 1 - Rappresentazione schematica delle tipologie di sezione dei solai alveolari

Il comportamento delle zone terminali dei solai alveolari è ulteriormente aggravato dalla presenza delle reazioni di appoggio, usualmente applicate a pochi centimetri dalle estremità dell’elemento e dalla mediocre aderenza dei trefoli di precompressione.

Gli aspetti finora descritti riguardano solai alveolari semplicemente appoggiati, privi di cappa superiore gettata in opera. Negli ultimi 20 anni l’impiego di solai alveolari ha avuto ulteriori sviluppi: sono stati realizzati solai continui su travi fuori spessore con getti integrativi in corrispondenza degli appoggi e inserimento di armature ordinarie per sopportare i momenti negativi, solai portati da travi gettate in opera in spessore di solaio, solai portati da travi di acciaio o murature portanti. Queste applicazioni danno luogo a situazioni che presentano ulteriori complicazioni di calcolo.

Le verifiche, inoltre, devono tener conto della varie fasi che costituiscono la vita della struttura: la tesatura dei cavi, la maturazione a vapore, il taglio degli elementi, lo stoccaggio, il trasporto, la posa in opera, l’applicazione in tempi diversi dei carichi permanenti e di esercizio. Ad ognuna di queste fasi teoricamente dovrebbero corrispondere verifiche agli stati limite di esercizio e agli stati limite ultimi. Generalmente le verifiche agli stati limite ultimi sono effettuate solo per la situazione persistente delle azioni. Fanno eccezione le situazioni transitorie particolari, le azioni ripetute che inducono fatica o le situazioni accidentali (tra cui l’incendio, gli urti, il sisma).

L’applicazione delle norme [1], [2] ha portato ad una prassi di calcolo che merita alcune riflessioni sviluppate nel presente lavoro limitatamente alla condizione di vincolo di

solaio semplicemente appoggiato, privo di cappa gettata in opera.

## 2. VALUTAZIONE DEL RILASSAMENTO DELLE ARMATURE DI PRECOMPRESSIONE

La necessità di conoscere le tensioni nei materiali ad ogni istante della vita della struttura richiede di valutare le perdite di tensione nelle armature.

Per quanto riguarda il rilassamento si fa riferimento alla perdita a 1000 ore per una deformazione impressa costante imposta per la tensione iniziale  $0.7 \cdot f_{pk}$ . Tale valore si ricava dal catalogo del produttore; in alternativa si possono assumere i valori indicati in [2], [6].

L’evoluzione nel tempo delle perdite di tensione, a deformazione costante, è definita nell’Eurocodice 2 dalle relazioni (3.28), (3.29), (3.30), in funzione del tempo, della perdita per rilassamento a 1000 ore,  $\Delta\sigma_{pr,1000}$ , e del rapporto tra la tensione iniziale e la resistenza caratteristica a trazione,  $\sigma_{pi}/f_{pk}$ . Tali relazioni, tuttavia, non paiono corrette in quanto per  $t = 1000$  ore e  $\sigma_{pi}/f_{pk} = 0.7$  non si ritrova il valore di  $\Delta\sigma_{pr,1000}$  assunto come dato di riferimento.

In alternativa si può fare riferimento alla seguente Equazione [4]

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = \rho_{1000} \cdot \left( \frac{t}{1000} \right)^k \quad (1)$$

dove  $\rho_{1000}$  è la caduta di tensione a 1000 ore normalizzata alla tensione iniziale, pari a  $\Delta\sigma_{pr,1000}/\sigma_{pi}$ ;  $k$  è un coefficiente numerico, pari a 0.19 per acciai da precompressione a basso rilassamento.

Una prima, importante quota di rilassamento può manifestarsi nelle fasi iniziali nel caso di manufatti sottoposti a trattamento termico di maturazione accelerata. Tale trattamento produce una rapida evoluzione del rilassamento che, concordemente a [2], può essere tenuta in conto aggiungendo un tempo equivalente fittizio.

Inoltre, le perdite per rilassamento avvengono solitamente in fasi successive, nel corso delle quali si possono avere incrementi o riduzioni della deformazione del calcestruzzo a livello delle armature indotti dalla variazione dello schema di carico e/o di vincolo. Tali perdite possono essere calcolate con il metodo del tempo equivalente, come descritto nella Appendice D di [2].

## 3. PERDITE DI PRECOMPRESSIONE DOVUTE AGLI EFFETTI DIPENDENTI DAL TEMPO

La perdita di precompressione,  $\Delta P_{c+s+r}$ , nell’intervallo di tempo  $(t, t_0)$ , dovuta alla deformazione di ritiro,  $\epsilon_{cs}$ , alla deformazione viscosa (caratterizzata dal coefficiente  $\phi(t, t_0)$  e valutata nella combinazione di carico quasi-permanente) e alla perdita per rilassamento,  $\Delta\sigma_{pr}$ , può essere calcolata con la seguente formulazione semplificata [2]:

$$\begin{aligned} \Delta P_{c+s+r} &= A_p \cdot \Delta\sigma_{p,c+s+r} = \\ &= A_p \cdot \frac{\epsilon_{cs} \cdot E_p + 0.8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \phi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{A_c}{J_c} z_{cp}^2 \right) \cdot [1 + 0.8 \cdot \phi(t, t_0)]} \end{aligned} \quad (2)$$

essendo  $A_p$  l’area delle armature di precompressione nella sezione considerata,  $E_p$  ed  $E_{cm}$  i moduli di elasticità

dell'armatura di precompressione e del calcestruzzo, rispettivamente,  $A_c$  e  $J_c$  l'area e il momento d'inerzia della sezione di calcestruzzo,  $z_{cp}$  la distanza tra il baricentro della sezione di calcestruzzo e il baricentro delle armature di precompressione,  $\sigma_{c,QP}$  la tensione nel calcestruzzo posto a livello del baricentro delle armature per la combinazione quasi-permanente delle azioni.

La formula è ricavata ipotizzando le armature di precompressione disposte su un unico livello, imponendo la congruenza delle deformazioni tra l'acciaio e il calcestruzzo, tenendo conto della viscosità col metodo "Age Adjusted Effective Modulus" [7] e assumendo un coefficiente di invecchiamento,  $\chi$ , pari a 0.8.

L'applicazione dell'Equazione 2 al caso dei solai alveolari dove, di solito, si hanno almeno due livelli di armatura, disposti in zone opposte rispetto al baricentro della sezione, rispettivamente in prossimità dell'estradosso e dell'intradosso, comporta inevitabili imprecisioni. Una ulteriore imprecisione si ha nella valutazione della perdita per rilassamento,  $\Delta\sigma_p$ : tale termine non è costante per tutte le armature in quanto le tensioni per le quali è necessario calcolare il rilassamento dipendono dal livello in cui si trovano le armature stesse. Un procedimento per il calcolo delle perdite di precompressione che tiene conto di queste osservazioni è riportato in [8].

Un altro aspetto rilevante riguarda il caso in cui sia necessario considerare più fasi nel corso della vita della struttura: ad esempio, una fase di stoccaggio nell'intervallo di tempo  $(t_0, t_1)$  e una successiva fase nell'intervallo di tempo  $(t_1, t_\infty)$  in cui la struttura, in opera, è soggetta alle azioni quasi-permanenti. La corretta valutazione dell'evoluzione della deformazione nel calcestruzzo richiederebbe l'applicazione della seguente relazione:

$$\Delta\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_{ritiro}(t, t_0) + \sigma(t_0) \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} + \sum \Delta\sigma(t_i) \left[ \frac{1}{E_c(t_i)} + \frac{\varphi(t, t_i)}{E_{c28}} \right] \quad (3)$$

dove, però, le variazioni di tensioni nel tempo sono incognite e vanno ricavate imponendo le condizioni di equilibrio e di congruenza sull'intera sezione. Il coefficiente di deformazione viscosa  $\varphi(t, t_i)$  può essere valutato secondo l'Appendice B di [2].

Nella pratica progettuale questo problema viene affrontato introducendo ulteriori semplificazioni [7] per tener conto degli effetti della deformazione di fluage: si calcolano i coefficienti delle deformazioni di fluage e di ritiro nel calcestruzzo tra il tempo iniziale,  $t_0$ , e quello finale,  $t_\infty$ ; nell'intervallo di tempo  $(t_0, t_1)$  si considerano opportune quote dei parametri di viscosità e di ritiro,  $\varphi(t_1, t_0)$  e  $\varepsilon_{ritiro}(t_1, t_0)$ , mentre nell'intervallo di tempo  $(t_\infty, t_1)$  si considerano le quote rimanenti:

$$\varphi(t_\infty, t_1) = \varphi(t_\infty, t_0) - \varphi(t_1, t_0) \quad (4a)$$

$$\varepsilon_{ritiro}(t_\infty, t_1) = \varepsilon_{ritiro}(t_\infty, t_0) - \varepsilon_{ritiro}(t_1, t_0) \quad (4b)$$

Per quanto riguarda il rilassamento si opera come descritto al punto 2. Infine, il calcolo delle perdite di precompressione alla fine di ciascuna fase si effettua con l'Equazione 2. Questo modo di procedere non è coerente con la formulazione corretta di cui all'Equazione 3 in quanto nella seconda fase si considera l'effetto della deformazione viscosa a partire dalla tensione al tempo  $t_1$  e si tiene conto in modo improprio della storia precedente.

#### 4. VERIFICHE A TAGLIO E VERIFICHE DELL'ANCORAGGIO DELLE ARMATURE

Secondo le indicazioni dell'Eurocodice 2 non è facile individuare una traccia da seguire per la verifica a taglio e per la verifica dell'ancoraggio delle armature allo stato limite ultimo. Definite le sollecitazioni agenti di calcolo, rappresentate dai diagrammi di momento,  $M_{Ed}$ , e di taglio,  $V_{Ed}$ , della Figura 2a,b, si può sviluppare il seguente procedimento di verifica, in accordo a [2]:

- i) calcolo della tensione nell'armatura di precompressione lungo il suo tracciato. A partire dall'estremità dell'elemento, la tensione nell'armatura di precompressione assume l'andamento della trilatera di Figura 2c i cui vertici sono rappresentati dalla tensione a tempo infinito,  $\sigma_{p\infty}$ , scontate tutte le perdite, alla distanza  $1.2 \cdot l_{pt}$ , essendo  $l_{pt}$  il valore di base della lunghezza di trasmissione, e la tensione di stato limite ultimo dell'armatura,  $\sigma_{pd}$ , a una distanza pari alla lunghezza di ancoraggio necessaria,  $l_{bpd}$ .
- ii) calcolo della "lunghezza di diffusione,  $l_{disp}$ , necessaria affinché le tensioni si diffondano gradualmente nel calcestruzzo fino a dar luogo a una distribuzione lineare sulla sezione" (Fig. 3) con l'Equazione seguente [2]:

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d^2} \quad (5)$$

L'ipotesi di sezione piana non è correttamente applicabile nelle zone di estremità, entro la distanza  $l_{disp}$ . In queste zone lo stato di tensione è inoltre reso assai più complesso dai fenomeni di spalling, splitting e bursting, nonché dalla presenza della reazione di appoggio.

- iii) individuazione della sezione dove verosimilmente si forma la prima fessura di flessione all'intradosso. Tracciato il diagramma del momento di fessurazione,  $M_{fess}$ , lungo l'asse x dell'elemento dipendente dallo sforzo ancorato dell'armatura di precompressione, la sua intersezione col diagramma di momento,  $M_{Ed}$ , permette di individuare l'ascissa  $x_{fess}$  (Fig. 2d). Con un certo grado di approssimazione, in quanto si trascurano gli effetti della diffusione della precompressione, si ritiene che nelle sezioni di ascissa  $x < x_{fess}$  l'intradosso non sia fessurato.
- iv) determinazione della resistenza a taglio. La resistenza a taglio di elementi privi di armatura d'anima è data dalle relazioni:

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (6a)$$

con un valore minimo pari a

$$V_{Rd,c} = [v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}(x)] \cdot b_w \cdot d \quad (6b)$$

i cui parametri sono definiti in [2].

La tensione media agente sulla sezione di calcestruzzo, calcolata in funzione della risultante delle forze di precompressione di cui si è discusso nel precedente punto i), vale

$$\sigma_{cp}(x) = \alpha_l \cdot \sigma_{cp} = \frac{\sum \sigma_{pi}(x) \cdot A_{pi}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (7)$$

Nelle zone non fessurate per flessione, quindi nelle sezioni di ascissa  $x < x_{fess}$ , la resistenza a taglio è data da:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_l \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (8)$$

Essa è ricavata imponendo che la tensione principale di trazione, calcolata in funzione della tensione di compressione media,  $\sigma_{cp}$ , e della tensione tangenziale,  $\tau$ , determinata con la formula di Jourawsky, sia pari alla resistenza a trazione di calcolo,  $f_{ctd}$ . L'applicazione della formula di Jourawsky è corretta soltanto nelle zone dove è avvenuta la regolarizzazione delle tensioni; la sua applicazione nelle zone di diffusione costituisce un'estrapolazione.

Se il taglio agente è maggiore di quello fornito dall'Equazione 8 si ha fessurazione d'anima e, pertanto, il calcolo del taglio resistente deve essere fatto con le Equazioni 6a,b.

L'Eurocodice 2 stabilisce, inoltre, che "il calcolo della resistenza a taglio con l'Equazione 8 non è richiesto per sezioni poste a una distanza dall'appoggio minore del punto di intersezione tra l'asse baricentrico e la linea inclinata a 45° uscente dal bordo interno dell'appoggio": per ascisse inferiori, nella pratica progettuale [9] si ritiene pertanto che il taglio sia automaticamente verificato. La verifica a taglio è soddisfatta se  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ , come riportato nella Figura 2e.

- v) verifica delle sollecitazioni flettenti. Nelle sezioni situate ad una distanza dall'estremità maggiore di  $l_{bpd}$ , intesa come "lunghezza di ancoraggio totale necessaria per ancorare una armatura di precompressione soggetta alla tensione  $\sigma_{pd}$ ", la verifica viene fatta secondo l'usuale procedimento allo stato limite ultimo.

Nelle sezioni di ascissa  $x < l_{bpd}$  il valore della tensione nell'armatura inferiore, ricavato in base alle tensioni di aderenza, è dato dal diagramma di Figura 2c. Un analogo diagramma può essere tracciato per l'armatura superiore. Il massimo momento resistente in ogni sezione è pertanto calcolato a partire dalla risultante di tali tensioni di trazione imponendo le condizioni di equilibrio. La risultante di compressione nel calcestruzzo può essere calcolata col diagramma parabola-rettangolo oppure con il diagramma rettangolare (la condizione di equilibrio deve tener conto anche dello sforzo nell'armatura posta all'estradosso, se presente). Si rimarcano due aspetti: il primo è un "principio di calcolo" che afferma che "la resistenza a trazione del calcestruzzo viene ignorata", il secondo richiede che nella zona fessurata per flessione il diagramma del momento agente  $M_{Ed}$  sia traslato di una distanza  $a_1 = d$  nella direzione sfavorevole. Per quest'ultima osservazione il diagramma del momento  $M_{Ed,traslato}$  assume l'andamento di Figura 2f. La stessa Figura 2f riporta anche il diagramma del momento resistente,  $M_{Rd}$ , da confrontare col diagramma di momento  $M_{Ed,traslato}$  in modo da verificare la disuguaglianza  $M_{Rd} > M_{Ed,traslato}$ .

- vi) ancoraggio dell'armatura. Secondo l'Eurocodice 2 l'ancoraggio delle armature di precompressione deve essere verificato nelle sezioni in cui le tensioni di trazione del calcestruzzo eccedono  $f_{ctk,0.05}$ , dove peraltro occorre tener conto della traslazione del diagramma di momento. "Se la tensione di trazione di trazione del calcestruzzo è minore di  $f_{ctk,0.05}$ , non è necessaria la verifica dell'ancoraggio" (paragrafo 8.10.2.3 di [2]). Il diagramma del momento resistente calcolato precedentemente tiene già conto degli sforzi trasmessi

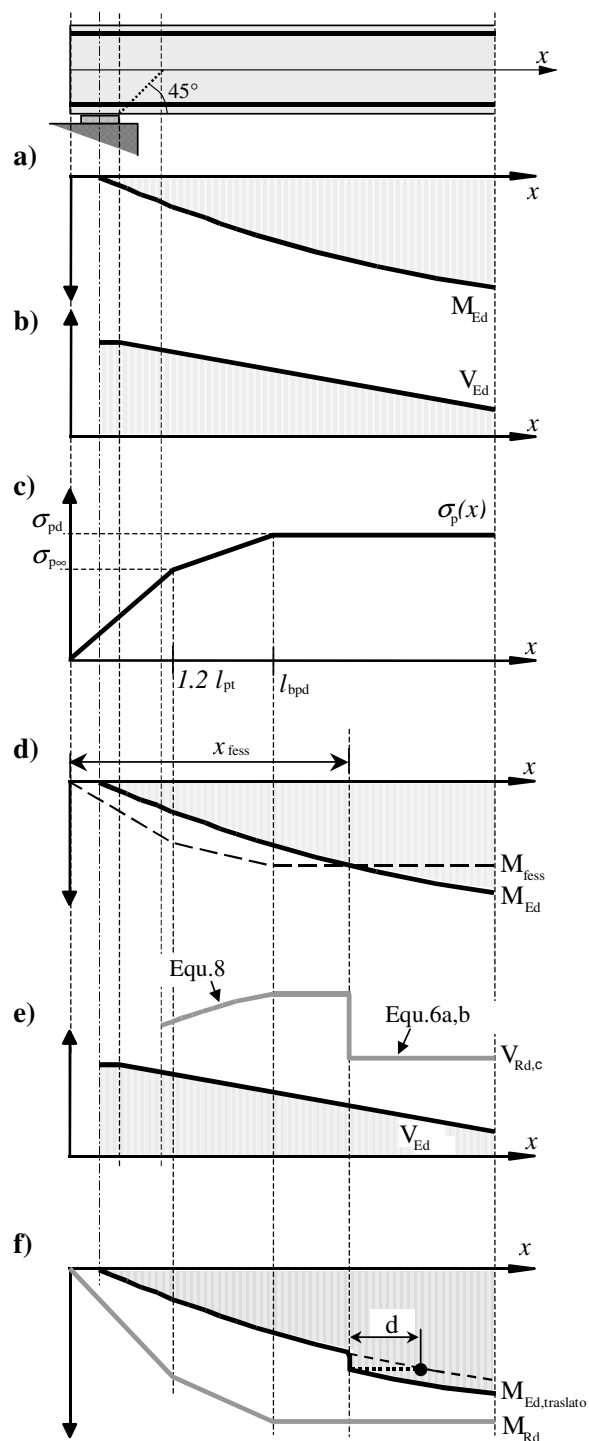


Figura 2 - Diagrammi per la verifica a taglio e la verifica dell'ancoraggio di un pannello in semplice appoggio:

- a) momento flettente di calcolo;  
 b) taglio di calcolo;  
 c) tensione nell'armatura di precompressione posta nella suola inferiore;  
 d) momento flettente di calcolo e momento di fessurazione;  
 e) taglio di calcolo e taglio resistente;  
 f) momento flettente di calcolo traslato e momento resistente.

dall'ancoraggio, per cui se la verifica a flessione è soddisfatta in ogni sezione, lo è anche la verifica dell'ancoraggio.

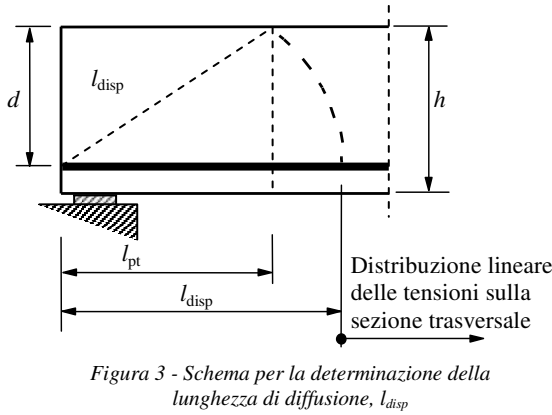


Figura 3 - Schema per la determinazione della lunghezza di diffusione,  $l_{disp}$

I passi di calcolo descritti rappresentano una possibile procedura da applicare nelle verifiche dei solai alveolari semplicemente appoggiati secondo l'Eurocodice 2. E' stato osservato da vari autori [10], [11] che tale normativa sovrastima la resistenza a taglio nell'anima data dall'Equazione 8:

- "In pratica, una fessura nell'anima parte vicino all'appoggio e usualmente può condurre a una rottura improvvisa per taglio trazione, poiché l'anima dei solai alveolari è di solito molto sottile e non ci sono armature di taglio nell'anima" [10];
- "Il metodo dell'Eurocodice 2 ignora le tensioni di taglio dovute al trasferimento delle forze di precompressione" [11].

Tale incremento delle tensioni tangenziali dovute al trasferimento delle forze di precompressione è valutato da Yang [10] secondo lo schema illustrato nella Figura 4. Si consideri l'equilibrio alla traslazione assiale di una porzione di concio di solaio di lunghezza dx, separato da una corda distante y dal baricentro. Ovviamente si avrà

$$\int_{A_{cp}} d\sigma \cdot dA_c = \tau \cdot b_w \cdot dx \quad (9)$$

Nel tratto di ancoraggio di lunghezza  $l_{bpd}$  la variazione di tensione  $d\sigma$  dovuta alla variazione di sforzo  $dP$  nell'armatura di precompressione viene valutata con le formule elastiche di presso-flessione, ossia

$$d\sigma = \frac{dP}{A_{c,tot}} + \frac{dP \cdot e}{J} \cdot y \quad (10)$$

Sostituendo l'Equazione 10 nella 9 si ottiene

$$\tau_p = \frac{1}{b_w} \left( \frac{A_{cp}}{A_{c,tot}} + \frac{e \cdot S_{cp}}{J} \right) \frac{dP}{dx} \quad (11)$$

che rappresenta l'incremento della tensione tangenziale dovuta al trasferimento della precompressione nell'anima della trave:  $S_{cp}$  e  $J$  sono, rispettivamente, il momento statico dell'area di calcestruzzo  $A_{cp}$  delimitata dalla corda di ordinata y, e il momento d'inerzia dell'intera sezione di calcestruzzo rispetto all'asse baricentrico della sezione di solo calcestruzzo. Questo incremento va sommato alla tensione tangenziale dovuta al taglio, per cui si ha

$$\tau = \frac{V_{sd} \cdot S_{cp}}{b_w \cdot J} + \tau_p \quad (12)$$

L'Equazione 12, che costituisce una recente proposta di modifica introdotta nella norma EN 1168, si complica se si considerano anche le armature situate all'estradosso, come indicato in [10]. La verifica va effettuata per diversi punti critici, allineati lungo la retta uscente dal filo interno dell'appoggio, inclinata di  $35^\circ$  rispetto all'asse del solaio (Fig. 5), come richiesto dalla EN 1168.

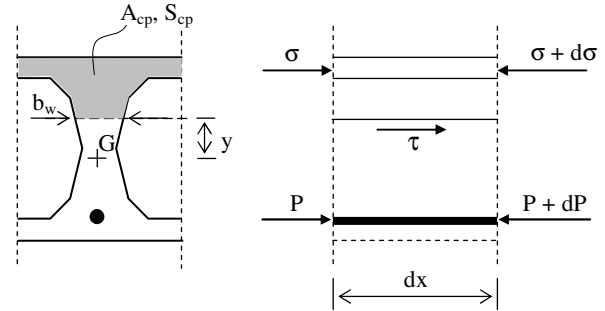


Figura 4 - Schema per il calcolo dell'incremento delle tensioni tangenziali dovute al trasferimento delle forze di precompressione

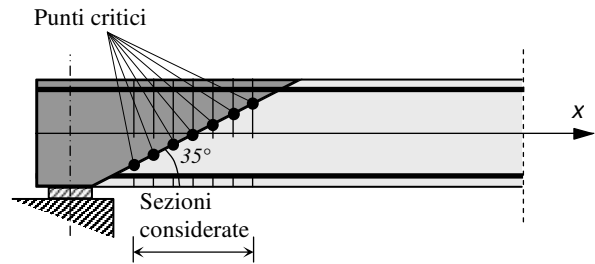


Figura 5 - Posizione dei punti critici considerati nella verifica a taglio [1]

Tale procedimento, che diventa estremamente oneroso, si presta alle seguenti osservazioni:

- la valutazione della tensione tangenziale indotta dalla diffusione della precompressione è fatta con un calcolo elastico lineare all'interno della zona di diffusione dove non è lecito applicare la teoria elastica, come indicato nel precedente punto ii). In tale zona, inoltre, si sovrappongono altri effetti altrettanto importanti, ma non considerati;
- il metodo apparentemente si pone dal lato della sicurezza, in quanto considera una tensione tangenziale più elevata di quella prevista dall'Equazione 6; in realtà, facendo riferimento a punti critici situati su una retta inclinata di  $35^\circ$ , anziché  $45^\circ$ , la verifica è effettuata in punti maggiormente lontani dall'estremità, dove lo sforzo di precompressione è più elevato. Pertanto, la tensione normale  $\sigma_{cp}$ , che costituisce un contributo favorevole, risulta più elevata.
- la norma [1] propone la seguente formulazione alternativa, che si basa sull'Equazione 6:

$$V_{Rd,c} = \varphi \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \beta \cdot \alpha_l \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad (13)$$

Introducendo un coefficiente,  $\beta = 0.9$ , riduttivo della resistenza a trazione del calcestruzzo e un coefficiente "globale",  $\varphi = 0.8$ , riduttivo della resistenza a taglio, tale

formulazione tiene conto della difficoltà di valutare teoricamente tutti gli effetti che agiscono nella zona di estremità dell'anima di un solaio alveolare. Gli Autori ritengono che questa formulazione sia più idonea a garantire i margini di sicurezza per le verifiche a taglio-trazione nell'anima dei solai alveolari, senza far ricorso a complicati e non fondati sviluppi di calcolo.

Un'ultima considerazione merita il procedimento di verifica dell'ancoraggio delle armature di precompressione dell'Eurocodice 2, secondo cui questa verifica non è necessaria se la tensione di trazione non supera la resistenza a trazione caratteristica,  $f_{ctk,0.05}$ . Infatti, nelle zone di discontinuità, ove le formule elastiche non sono applicabili e il meccanismo resistente è di difficile individuazione col metodo "struts and ties" per l'assenza delle armature d'anima che costituiscono i tiranti, è opportuno valutare con prudenza l'ancoraggio delle armature. Va tenuto presente che la rottura dell'ancoraggio è di tipo fragile e può essere causa del collasso strutturale. Inoltre, altre azioni, usualmente non prese in conto, possono indurre sforzi di trazione tali da determinare rotture in corrispondenza dell'appoggio, quali:

- ritiro e fluage del calcestruzzo o variazioni termiche che in presenza di vincoli con attrito generano sforzi di trazione;
- il comportamento a diaframma dei solai;
- la presenza di azioni orizzontali sui solai (es. frenature);
- il rientro degli ancoraggi a causa di un brusco rilascio dell'armatura in fase di realizzazione;
- il danneggiamento degli spigoli nella fase di trasporto o di posa in opera;
- l'innescio della corrosione dell'armatura a partire dall'estremità.

A causa della gravità delle conseguenze che si possono avere in seguito alla rottura dell'ancoraggio, è opportuno verificare che l'armatura, posta in corrispondenza del filo interno dell'appoggio, sia in grado di assorbire, allo stato limite ultimo, uno sforzo di trazione pari alla reazione. Tale verifica, peraltro usuale per i produttori italiani, deriva da una semplice schematizzazione dell'equilibrio di nodo con la biella compressa inclinata a  $45^\circ$  (notare che considerando una biella compressa, inclinata di  $35^\circ$ , l'equilibrio del nodo comporta sforzi di trazione maggiori). Se la distanza tra la testata dei solai e il filo interno dell'appoggio non è sufficiente a garantire l'ancoraggio di tale sforzo, si deve predisporre dell'armatura ordinaria aggiuntiva, opportunamente ancorata. Si ritiene pertanto che tale verifica debba non essere elusa come in effetti si fa in molti Paesi in quanto l'Eurocodice 2 non la impone.

## 5. CONCLUSIONI

La necessità di procedere alla marchiatura CE dei solai alveolari precompressi ha portato ad alcune considerazioni sulle norme di riferimento [1], [2], evidenziando i seguenti aspetti:

- la non appropriata formulazione delle perdite per rilassamento delle armature di precompressione;
- le approssimazioni introdotte nel calcolo delle perdite per gli effetti di ritiro, deformazioni viscosi e rilassamento;
- le problematiche connesse con le verifiche a taglio e dell'ancoraggio dell'armatura di precompressione, facendo anche riferimento alle recenti proposte di

modifica della norma di prodotto [1].

A proposito di quest'ultimo aspetto si è discussa l'opportunità di maggiori cautele nei confronti della verifica a taglio-trazione nell'anima non fessurata dei solai. Si è osservato che la formulazione della resistenza a taglio per elementi non fessurati, proposta per la modifica della norma EN 1168 [1] e che presenta un elevato onere computazionale, in realtà si fonda su ipotesi grossolane, tali da inficiarne la validità. Sono perciò preferibili formulazioni alternative semplificate, anch'esse presenti nella proposta di modifica della norma [1], tarate sui risultati sperimentali.

Infine, si è sottolineata la necessità di garantire margini di sicurezza adeguati nei confronti di rotture dell'ancoraggio: per questa rottura, di tipo fragile, vanno tenute in conto azioni molto frequenti nella pratica, usualmente non considerate nelle verifiche a stato limite ultimo.

Ulteriori analisi approfondite sono necessarie per le verifiche di solai alveolari precompressi con cappa integrativa collaborante, solai continui portati da travi fuori spessore o in spessore di solaio, e di solai in luce netta in cui il prefabbricato non ha un appoggio diretto.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CEN (2005) – *Precast concrete products - Hollow core slabs (EN 1168:2005)*.
- [2] UNI (2005) – *Eurocodice 2 - Progettazione delle strutture di calcestruzzo - Parte 1.1: Regole generali e regole per edifici (UNI EN 1992 :1-1)*.
- [3] FIP Commission on Prefabrication (1988) – *FIP Recommendations - Precast prestressed hollow core floors*, Thomas Telford, London.
- [4] CEB-FIP (1993) – *Model Code 1990*, Thomas Telford, London, 1993.
- [5] Ministero dei Lavori Pubblici (1996) – Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996. Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche. *Supplemento ordinario alla "Gazzetta Ufficiale" n.29 del 5 febbraio 1996 – Serie Generale*.
- [6] ECISS/TC 19 (2004) – *Prestressing steel – Part 2: Wire (prEN 10138-2)*.
- [7] Bazant, Z.P. (1972) – Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method, *ACI Journal*, Vol.69, 212-217.
- [8] Debernardi, P.G., Cosenza, E. (1997) – Calculation of stresses, deformations and deflections of reinforced and prestressed concrete elements in service, *CEB Bulletin d'Information n.235*, 105-141.
- [9] fib (CEB-FIP) Commission 6 (2000) – Special design considerations for precast prestressed hollow core floors, *fib Bulletin n.6*.
- [10] Yang, L. (1994) – Design of Prestressed Hollow Core Slabs with Reference to Web Shear failure, *Journal of Structural Engineering*, Vol.120, 2675-2696.
- [11] Pajari, M. (2005) – Resistance of prestressed hollow core slabs against web shear failure, *VTT Research Notes 2292*, Betoni Finnish Concrete Industry Association, Espoo, Finland.
- [12] Della Bella, M., Palermo, A. (2006) – Verifica della capacità resistente al taglio di solai alveolari, *16° Congresso C.T.E.*, Parma, 675-684.



# ASSEMBLAGGIO RIPETITIVO DI ELEMENTI PREFABBRICATI IN C.A.: UN METODO SEMPLIFICATO PER L'ANALISI VISCOELASTICA

**Luigino Dezi<sup>1</sup>, Fabrizio Gara<sup>1</sup>, Graziano Leoni<sup>2</sup>, Luisa Zito<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Architettura, Costruzioni e Strutture, Università Politecnica delle Marche

<sup>2</sup> Dipartimento ProCam, Università di Camerino

## SOMMARIO

In questo lavoro si propone un metodo per l'analisi semplificata di strutture costruite per assemblaggio ripetitivo di elementi prefabbricati in calcestruzzo. Dopo aver richiamato la formulazione analitica del problema viscoelastico di strutture eterogenee, si riportano i risultati di un'analisi parametrica in cui si sono studiati gli effetti sia dei parametri temporali che definiscono le sequenze costruttive sia dei parametri che influenzano la reologia del calcestruzzo. Sulla base dei risultati numerici, si propongono coefficienti che, scalando le classiche funzioni di cambiamento di schema statico, permettono di valutare le storie delle reazioni dei vincoli posticipati a partire dalle reazioni ottenute per una struttura omogenea senza cambiamento di schema statico.

## SUMMARY

In this paper a method for the simplified analysis of structures built sequentially from repetitive parts is proposed. After some recalls of the analytical formulation of the visco-elastic problem for heterogeneous structures, the results of a parametric analysis are reported in order to show the effects of both the parameters defining the construction phases and the parameters affecting the concrete rheology. On the base of the numerical results, some coefficients to rescale the classical redistribution function are proposed; these coefficients allow to evaluate the long term reactions of the restraints starting from the values obtained by a normal elastic analysis for an homogeneous structure with no variable static scheme.

## 1. INTRODUZIONE

Il problema dell'evoluzione dello schema statico è di fondamentale importanza nell'analisi di ponti in calcestruzzo armato. A causa del comportamento viscoelastico del materiale, le fasi costruttive possono determinare complesse ridistribuzioni delle tensioni in seguito all'introduzione di vincoli posticipati o alla rimozione di vincoli provvisori. La ridistribuzione delle tensioni è anche complicata dalla non-omogeneità strutturale determinata dalla diversa età dei conci di calcestruzzo per i ben noti fenomeni di invecchiamento del materiale. Tuttavia, nei casi in cui la struttura è realizzata assemblando conci prefabbricati posti in opera e caricati secondo sequenze temporali regolari, a causa della memoria evanescente del materiale è lecito attendersi una qualche semplificazione dei fenomeni.

In letteratura, il problema di cambiamento dello schema statico è stato ampiamente studiato con riferimento a casi più semplici di strutture omogenee. Per strutture caricate ad un dato istante, un metodo efficace basato sulla definizione di una funzione di ridistribuzione, che consente di conoscere il valore della reazione del vincolo posticipato a partire dalla reazione determinata sullo schema finale elastico, è stato proposto da Chiorino et al. [01] e Dezi et al. [02]. In casi più realistici, nei quali la struttura è non omogenea e caricata a differenti istanti,

il problema è stato studiato in accordo al metodo delle forze. Il sistema risolvibile è costituito da un sistema accoppiato di equazioni integrali di Volterra per cui la soluzione può essere ottenuta solo grazie ad un'analisi step-by-step [03], [04]. Un metodo semplificato è stato proposto da Chiorino et al. [05] ma, anche se i risultati ottenuti sono in buon accordo con quelli delle analisi accurate step-by-step, esso risulta piuttosto laborioso per essere applicato nelle analisi di routine.

Nella prima parte di questo articolo, si richiama una formulazione analitica generale del problema di cambiamento di schema statico basato sull'applicazione del metodo delle forze [03], [04] già proposto in [06]. Esso permette di analizzare strutture con vincoli deformabili e con vincoli applicati imponendo cedimenti per ridurre la ridistribuzione delle tensioni nel tempo. Le azioni possono essere costituite da carichi esterni o da distorsioni imposte.

Nella seconda parte sono studiate strutture costruite sequenzialmente con parti ripetitive e si mostrano i risultati di un'analisi parametrica che studia l'effetto sia dei parametri che definiscono le fasi costruttive sia di quelli che influenzano il comportamento reologico della sezione; da essi vengono tratte delle considerazioni di carattere qualitativo. Infine, si propone un metodo semplice per il progetto di routine di ponti costruiti span-by-span, che permette di valutare le reazioni a lungo termine conoscendo le reazioni elastiche.

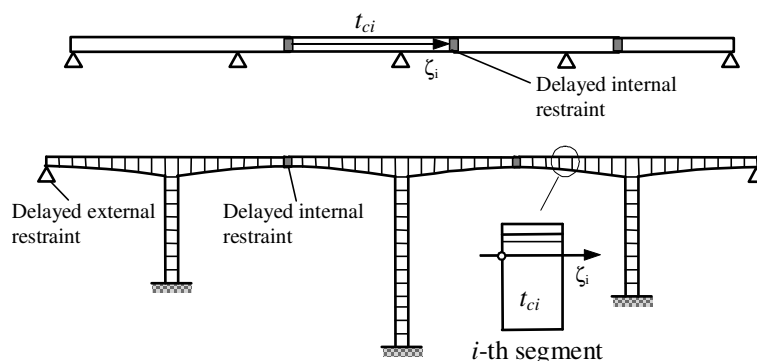


Figura 1 – Strutture eterogenee

## 2. STRUTTURE VISCO-ELASTICHE ETEROGENEE

Come già accennato, il problema dall'analisi di strutture intelaiate viscoelastiche eterogenee è stato affrontato in [03] e [04] applicando il metodo delle forze, assumendo come incognite le reazioni dei vincoli posticipati. Più recentemente sono state proposte formulazioni agli spostamenti facili da implementare in programmi applicativi agli elementi finiti ed in grado di descrivere il comportamento di strutture soggette anche a dinamiche costruttive piuttosto complesse. Le potenzialità del metodo sono tali da consentire di considerare anche le non linearità dei materiali [07], [08]. Tuttavia in casi realistici, il problema è governato da un numero molto elevato di incognite costituite dalle componenti degli spostamenti nodali. Anche se l'onere computazionale viene in parte ridotto approssimando il comportamento viscoso del calcestruzzo con il metodo delle catene di Maxwell, nel caso di problemi di routine appare molto elevato.

In questo paragrafo si richiama una formulazione matriciale generale per il calcolo di strutture intelaiate viscoelastiche eterogenee. Tale formulazione, anche nel caso di strutture realistiche da ponte permette di trattare il problema con un numero limitato di incognite. Nel caso particolare dell'evoluzione delle schema statico ha inoltre il pregio di fornire risultati estremamente sintetici in quanto permette di calcolare direttamente le reazioni dei vincoli posticipati, uniche responsabili dell'evoluzione dello stato tensionale della struttura.

Si considera una struttura intelaiata piana eterogenea in calcestruzzo costituita da  $S$  sottostrutture omogenee. Per ciascuna sottostruttura si introduce l'ascissa curvilinea  $\zeta_i$ , che permette di individuarne la generica sezione trasversale con riferimento all'asse baricentrico (Fig. 1), e l'istante di getto  $t_{ci}$ , riferito all'origine 0 del sistema di riferimento temporale.

Nello spirito del metodo delle forze, si considera una struttura isostatica ausiliaria ottenuta da quella reale eliminando  $R$  vincoli ridondanti (interni e/o esterni). A tal proposito, si osserva che nell'individuare detti vincoli è naturale scegliere quelli che vengono introdotti gradualmente durante la costruzione della struttura (vincoli posticipati). Con riferimento all' $i$ -esima sottostruttura omogenea, le risultanti delle tensioni all'istante  $t$  possono essere espresse in accordo alla formula

$$f(\zeta_i; t) = f_0(\zeta_i; t) + F(\zeta_i) x(t) \quad i = 1, \dots, S \quad (1)$$

dove

$$f(\zeta_i; t) = [M(\zeta_i; t); N(\zeta_i; t); V(\zeta_i; t)]^T \quad (2)$$

è il vettore che raccoglie il momento flettente, la forza assiale e la forza di taglio sulla sezione trasversale individuata da  $\zeta_i$ ;  $f_0(\zeta_i; t)$  è il vettore che raccoglie le risultanti delle tensioni dovute ai carichi esterni e calcolate sulla struttura isostatica ausiliaria; analogamente,

$$F(\zeta_i) = \begin{bmatrix} M'_1(\zeta_i) & \dots & M'_R(\zeta_i) \\ N'_1(\zeta_i) & \dots & N'_R(\zeta_i) \\ V'_1(\zeta_i) & \dots & V'_R(\zeta_i) \end{bmatrix} \quad (3)$$

è la matrice di dimensioni  $3 \times R$  avente le colonne costituite dalle risultanti delle tensioni, calcolate sulla struttura ausiliaria, dovute all'applicazione di forze generalizzate unitarie corrispondenti alle reazioni. Infine,

$$x(t) = [X_1(t) \quad \dots \quad X_R(t)]^T \quad (4)$$

è il vettore delle  $R$  reazioni incognite dei vincoli ridondanti eliminati. Ipotizzando un comportamento viscoelastico lineare per il calcestruzzo, e considerando l'Equazione 1, le caratteristiche di deformazione duali delle risultanti delle tensioni sono date dalla relazione integrale

$$d(\zeta_i; t) = D(\zeta_i) \int_0^t J_i(t, \tau) H(\tau - t_{ci}) df_0(\zeta_i; \tau) + D(\zeta_i) F(\zeta_i) \int_0^t J_i(t, \tau) H(\tau - t_{ci}) dx(\tau) + \hat{d}(\zeta_i; t) \quad (5)$$

dove

$$d(\zeta_i; t) = [\theta(\zeta_i; t); \epsilon(\zeta_i; t); \gamma(\zeta_i; t)]^T \quad (6)$$

è il vettore che raccoglie la curvatura, la deformazione media longitudinale e la deformazione media di taglio della sezione



individuata da  $\zeta_i$  e  $\hat{d}(\zeta_i; t)$  è l'analogo vettore delle distorsioni (ad esempio dovute al ritiro ed agli effetti termici);  $J_i(t, \tau)$  è la funzione di viscosità dell' $i$ -esima sottostruttura omogenea riferita all'istante di getto  $t_{ci}$ , cioè la deformazione all'istante  $(t - t_{ci})$  dovuta all'applicazione di una tensione unitaria all'istante  $(\tau - t_{ci})$  e mantenuta costante nel tempo;  $H$  è la funzione di heavyside, uguale a 0 per  $t < t_{ci}$  ed uguale a 1 altrimenti, che permette di escludere dall'analisi la sottostruttura se non ancora realizzata.

Considerando il sistema di riferimento baricentrico e principale di inerzia per la sezione trasversale, la matrice  $D$  assume la seguente espressione:

$$D(\zeta_i) = \begin{bmatrix} I(\zeta_i)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & A(\zeta_i)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu)\chi(\zeta_i)A(\zeta_i)^{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

dove  $A(\zeta_i)$ ,  $I(\zeta_i)$  e  $\chi(\zeta_i)$  sono rispettivamente l'area, il momento di inerzia ed il fattore di taglio della sezione trasversale, e  $\nu$  è il modulo di Poisson che viene considerato costante nel tempo.

Per il Teorema dei Lavori Virtuali, scritto considerando il campo degli spostamenti reali ed i sistemi di forze equilibrati ottenuti applicando alla struttura isostatica forze generalizzate unitarie corrispondenti alle reazioni dei vincoli ridondanti, si ottiene la seguente equazione:

$$\sum_{i=1}^S B_i \int_0^t J_i(t, \tau) H(\tau - t_{ci}) d\mathbf{x}(\tau) + s_0(t) + \hat{s}(t) = s(t) \quad (8)$$

dove  $s(t)$  è il vettore degli spostamenti generalizzati delle sezioni trasversali nelle quali sono applicati i vincoli ridondanti e

$$B_i = \int_{Str_i} \mathbf{F}^T(\zeta_i) D(\zeta_i) \mathbf{F}(\zeta_i) d\zeta_i \quad (9)$$

$$s_0(t) = \sum_{i=1}^S \int_{Str_i} \mathbf{F}^T(\zeta_i) D(\zeta_i) \int_0^t J_i(t, \tau) H(\tau - t_{ci}) d\mathbf{f}_0(\zeta_i; \tau) d\zeta_i \quad (10)$$

$$\hat{s}(t) = \sum_{i=1}^S \int_{Str_i} \mathbf{F}^T(\zeta_i) \hat{\mathbf{d}}(\zeta_i; t) d\zeta_i \quad (11)$$

sono, rispettivamente, la matrice di deformabilità dell' $i$ -esima sottostruttura omogenea (a meno di una costante elastica), il vettore degli spostamenti generalizzati dovuti all'applicazione dei carichi esterni ed il vettore degli spostamenti dovuti all'applicazione delle distorsioni. Si osservi che con il termine di spostamenti generalizzati si indicano gli spostamenti assoluti, nel caso in cui i vincoli eliminati siano esterni, e gli spostamenti relativi tra due sezioni, nel caso di vincoli interni.

L'equazione vettoriale (8) consente di scrivere le relazioni di congruenza dalle quali ricavare, al generico istante  $t$ , le reazioni dei vincoli ridondanti. Esse costituiscono un sistema

di equazioni integrali di Volterra che devono essere integrate numericamente con una procedura step-by-step [09]. Una volta note le reazioni, attraverso la (1) possono determinarsi le caratteristiche di sollecitazione interna e, grazie alla (5), le caratteristiche di deformazione. Infine quest'ultime, opportunamente integrate, conducono agli spostamenti della struttura. Attraverso la procedura evolutiva descritta in [06], è possibile studiare gli effetti delle fasi costruttive di una struttura generica.

### 3. ANALISI PARAMETRICA

Usando il modello precedentemente richiamato, è stata eseguita un'ampia analisi parametrica considerando una trave continua su più campate ottenuta connettendo una serie di travi semplicemente appoggiate, ciascuna caratterizzata da un diverso istante di getto. Tutti i conci che costituiscono la trave hanno la stessa geometria e sono soggetti agli stessi carichi, inoltre gli istanti di getto differiscono di un intervallo costante  $\Delta t$ .

La funzione di viscosità è quella suggerita dal CEB-FIP Model Code 1990 [10] che permette di descrivere il comportamento viscoso di elementi strutturali con riferimento allo spessore fittizio della sezione ( $h_0$ ) dell'umidità relativa ambientale ( $RH$ ) e della resistenza caratteristica del calcestruzzo ( $f_{ck}$ ).

I parametri studiati sono: l'intervallo di tempo tra i getti di due generici conci omogenei ( $\Delta t$ ), l'intervallo di tempo trascorso tra il getto ed il carico di ciascuna campata ( $\Delta t_0$ ) e l'intervallo di tempo trascorso tra il getto e la connessione della campata alla struttura esistente ( $\Delta t_1$ ). Inoltre, per ogni terna di valori temporali  $\Delta t$ ,  $\Delta t_0$ ,  $\Delta t_1$ , sono stati assegnati diversi valori dei parametri che definiscono la funzione di viscosità.

L'attenzione è focalizzata sulle reazioni adimensionali dei vincoli posticipati, cioè sul rapporto tra il reale valore della reazione  $X_i(t)$ , ed il valore calcolato considerando direttamente lo schema finale della travatura  $X_i^{el}$

$$\bar{X}_i(t; \Delta t, \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0) = \frac{X_i(t; \Delta t, \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0)}{X_i^{el}} \quad (12)$$

Per strutture omogenee, in cui tutte le campate vengono dapprima gettate e successivamente caricate ai medesimi istanti ed in cui tutti i vincoli posticipati sono introdotti contemporaneamente, la funzione di cambiamento di schema statico  $\xi(t; \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0)$  [02] descrive l'evolversi nel tempo della reazione adimensionale dei vincoli posticipati ed è la stessa per tutti i vincoli. Nel caso in esame, invece, le sottostrutture sono eterogenee ed i vincoli posticipati sono inseriti in tempi differenti, anche se ad intervalli regolari  $\Delta t$  l'uno dall'altro. Non esiste dunque un unico valore di  $\bar{X}_i(t)$  ma esso dipende dallo specifico vincolo considerato, dalla fase costruttiva e dai parametri che influenzano il comportamento reologico medio della sezione.

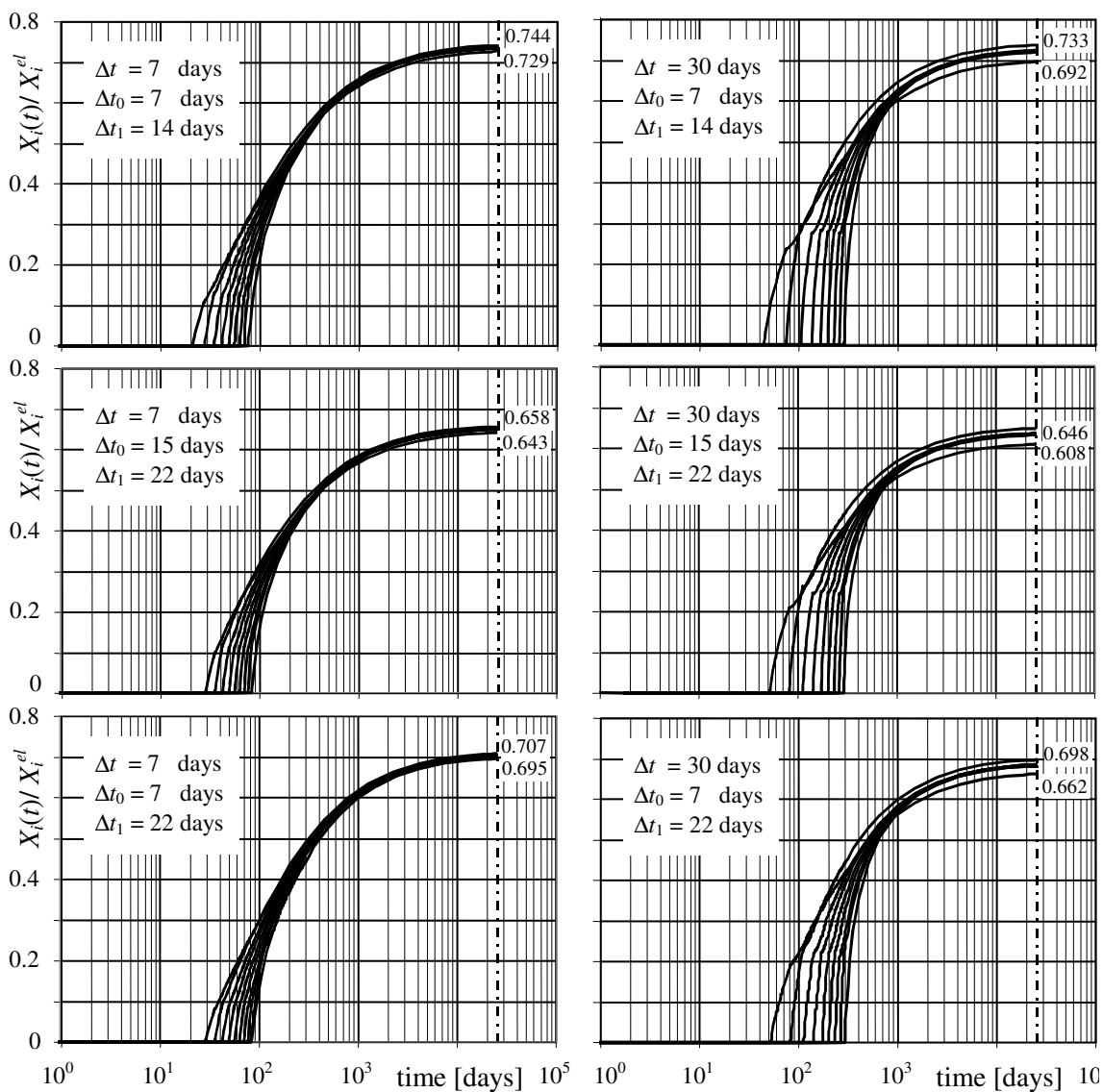
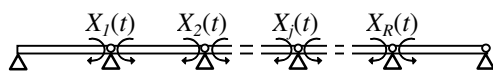


Figura 2 – Evoluzione nel tempo delle reazioni dei vincoli posticipati per diverse durate delle fasi costruttive

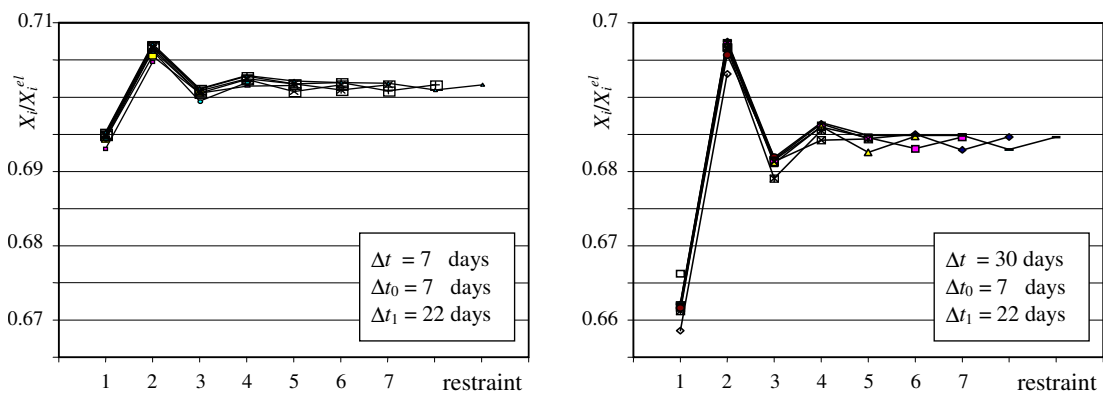


Figura 3 – Valori finali delle reazioni vincolari per travi con diverso numero di campate ( $t = 25550$  gg)

La figura 2 mostra l'evoluzione temporale delle reazioni adimensionali per una travatura continua di dieci campate. Ciascun diagramma si riferisce ad una diversa terna degli intervalli di tempo precedentemente definiti e ai parametri  $f_{ck} = 35 \text{ Nmm}^{-2}$ ,  $RH = 50 \%$ ,  $h_0 = 200 \text{ mm}$ . Dall'esame dei diagrammi si possono fare le seguenti osservazioni:

- le reazioni adimensionali di tutti i vincoli tendono a valori finali molto simili; in particolare, le reazioni dei primi due vincoli mostrano un maggiore scarto quando il parametro  $\Delta t$  viene incrementato, mentre le altre reazioni sono molto vicine al loro valore medio;

- le curve non sono discontinue in quanto i vincoli sono introdotti senza imporre cedimenti e in quanto l'applicazione del carico su ciascun tronco non induce tensioni sulla rimanente struttura;

- eccetto i primi due vincoli, le storie delle reazioni sono molto simili; nel caso teorico di numero infinito di campate, le reazioni dei vari vincoli avrebbero la stessa evoluzione temporale [11].

La figura 3 mostra i valori a lungo termine delle reazioni adimensionali quando la trave continua è costituita da un

numero variabile di campate (da 2 a 10); i grafici sono relativi a due differenti fasi costruttive, con  $\Delta t = 7 \text{ gg}$  e  $\Delta t = 30 \text{ gg}$ . È chiaro che c'è solo una debole dipendenza delle reazioni adimensionali dal numero di vincoli posticipati. Ad esempio, con riferimento alla seconda sequenza costruttiva ( $\Delta t = 30 \text{ gg}$ ), la reazione adimensionale del primo vincolo è circa 0.66, quella del secondo vincolo è maggiore di 0.695 mentre le reazioni di tutti gli altri vincoli varia tra 0.68 e 0.685.

La figura 4 mostra i valori a lungo termine delle reazioni adimensionali per una travatura continua di dieci campate nel caso di  $\Delta t_0 = 7 \text{ gg}$  e  $\Delta t_1 = 22 \text{ gg}$ ; i grafici nella colonna di sinistra sono relativi ad una fase costruttiva con intervallo  $\Delta t = 7 \text{ gg}$  mentre per quelli di destra  $\Delta t = 30 \text{ gg}$ . Inoltre, i grafici sono relativi a diversi valori dell'umidità relativa, dello spessore fittizio e della classe di resistenza del calcestruzzo come riportato nelle legende. In ciascun caso le due curve ottenute hanno lo stesso andamento, ma risultano traslate l'una rispetto all'altra per effetto della variazione dei parametri. Ovviamente, si ottengono reazioni maggiori con i valori dei parametri che comportano una maggior sensibilità della struttura al cambiamento di schema statico.

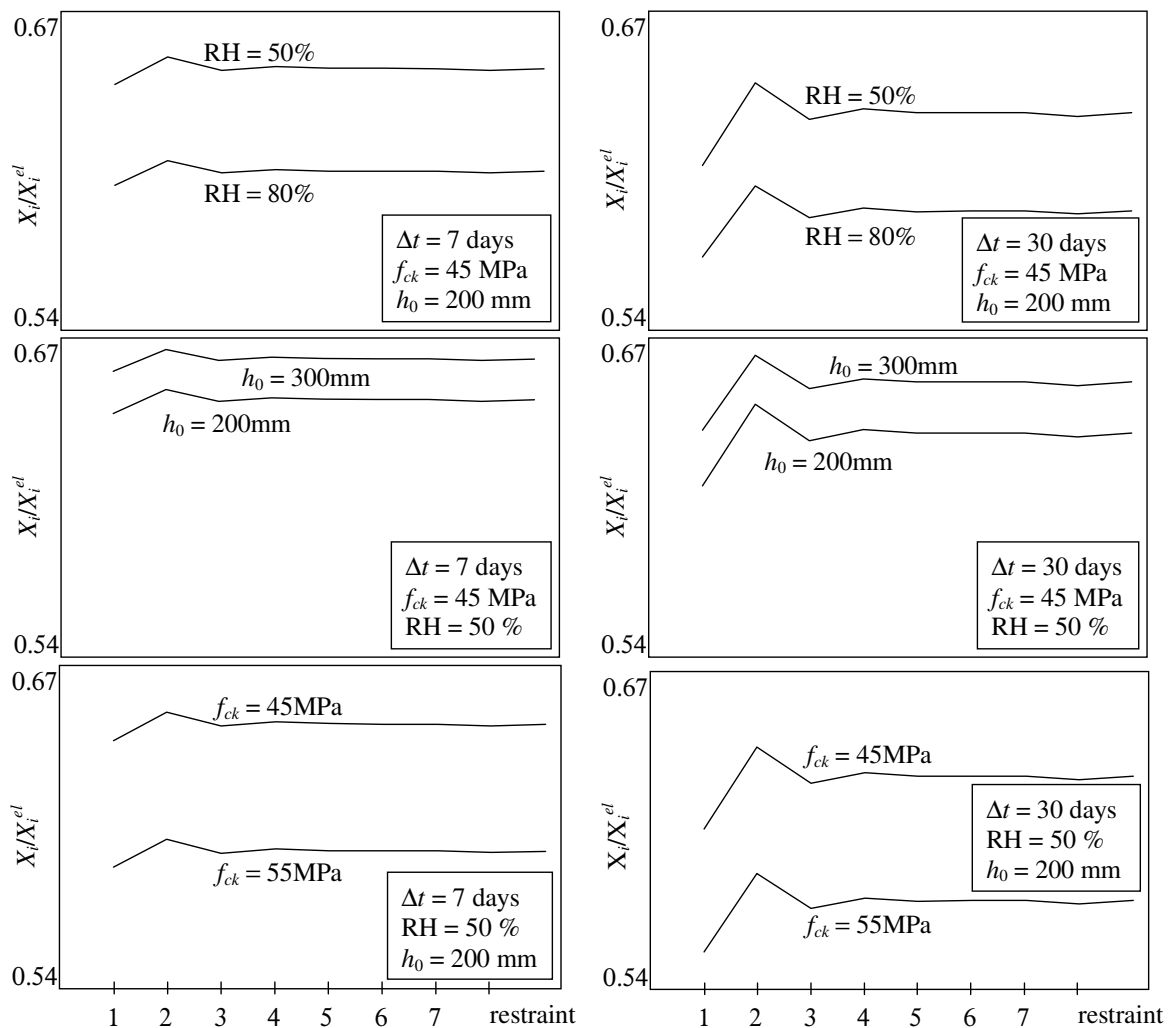


Figura 4 – Valori finali delle reazioni vincolari nel caso di una trave continua di 10 campate: influenza dell'umidità relativa, dello spessore fittizio e della classe del calcestruzzo ( $t = 25550 \text{ gg}$ ,  $\Delta t_0 = 7 \text{ gg}$  e  $\Delta t_1 = 22 \text{ gg}$ )

#### 4. METODO SEMPLIFICATO DI ANALISI

Un metodo semplificato empirico, valido per travi continue con sezione trasversale costante, e con campate eterogenee aventi tutte le medesime luci e carichi permanenti, è stato sviluppato dai risultati dell'analisi parametrica.

Il metodo proposto è basato sull'osservazione che l'evoluzione di ciascuna reazione vincolare dipende debolmente dai vincoli precedentemente introdotti nella struttura, mentre è fortemente dipendente dall'intervallo  $\Delta t$  che caratterizza la sequenza costruttiva, dall'età di carico  $\Delta t_0$ , dal ritardo dell'introduzione del vincolo  $\Delta t_1$ , e dai parametri che caratterizzano la reologia degli elementi strutturali.

In figura 5 sono riportati i rapporti a lungo termine ( $t = 25550$  gg) tra le reazioni adimensionali dei vincoli posticipati della struttura eterogenea e di quella omogenea definiti precedentemente, ottenuti per diversi valori degli intervalli di tempo che definiscono le sequenze della fase costruttiva e per diverse terne di parametri reologici.

$$C_i(\Delta t, \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0) = \frac{\bar{X}_i(25550; \Delta t, \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0)}{\xi(25550; \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0)} \quad (13)$$

Si possono individuare due fasci di curve, ognuno dei quali relativo ad un valore  $\Delta t$ ; il fatto che esse tendano a sovrapporsi, suggerisce che la dipendenza delle reazioni iperstatiche dai parametri considerati (Fig. 4) è la stessa manifestata della funzione  $\xi$ . I coefficienti  $C_i$  possono allora essere considerati funzioni solo di  $\Delta t$  e del vincolo considerato.

La figura 6 mostra i valori dei rapporti  $C_i$  al variare del parametro  $\Delta t$ . I punti sono i risultati ottenuti dall'analisi parametrica condotta e le rette di regressione sono determinate minimizzando gli scarti con il metodo dei minimi quadrati. In accordo alle osservazioni fatte in questo e nel precedente paragrafo, sono state derivate tre diverse espressioni valide, rispettivamente, per la prima reazione vincolare, per la seconda e per il valore medio di tutte le altre reazioni.

$$\begin{aligned} C_1(\Delta t) &= 0.9853 - 0.0021\Delta t \\ C_2(\Delta t) &= 0.9958 - 0.0007\Delta t \\ C_i(\Delta t) &= 0.9906 - 0.0012\Delta t \quad \text{per } i \geq 3 \end{aligned} \quad (14)$$

La definizione dei precedenti rapporti permette di calcolare in via approssimata le reazioni dei vincoli posticipati al generico istante  $t$  attraverso la relazione

$$X_i(t; \Delta t, \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0) = C_i(\Delta t) \xi(t - \Delta t; \Delta t_0, \Delta t_1; RH, f_{ck}, h_0) X_i^{el} \quad (15)$$

L'applicazione del metodo è molto semplice e permette di calcolare le reazioni vincolari ad ogni istante di analisi impiegando un'unica funzione di ridistribuzione. I diagrammi di figura 6 possono essere impiegati come abachi per la determinazione grafica dei coefficienti.

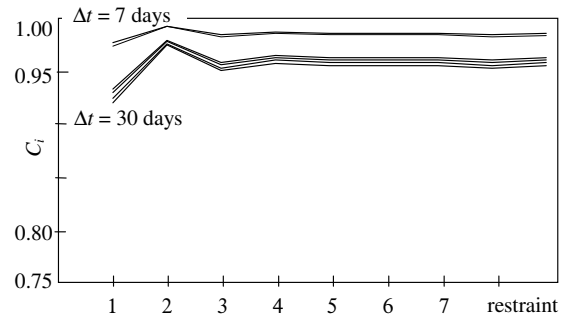


Figura 5 – rapporti tra le reazioni adimensionali dei vincoli posticipati della struttura eterogenea e di quella omogenea ( $t = 25550$ )

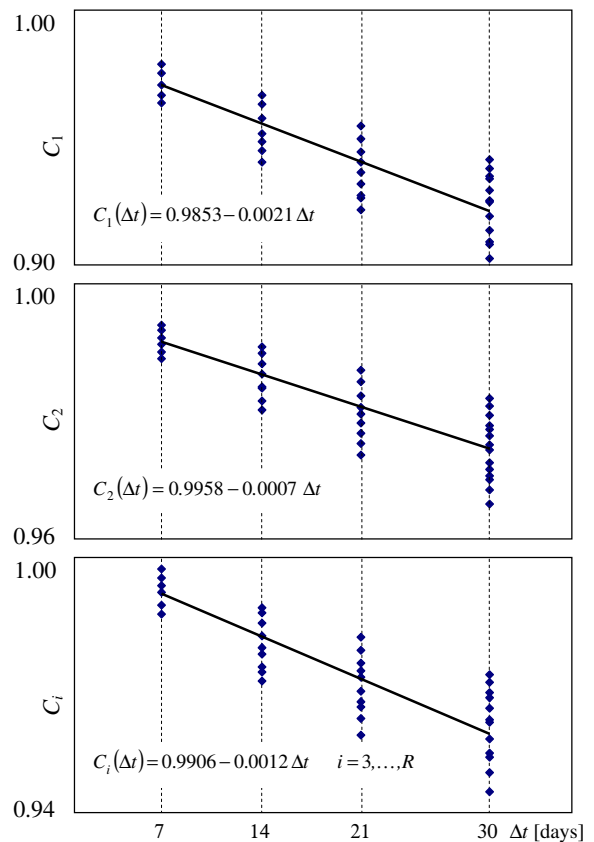


Figura 6 – rapporti  $C_i$  al variare del parametro  $\Delta t$

L'analisi della struttura può quindi condursi determinando le reazioni vincolari sullo schema definitivo della struttura considerata omogenea. Note le reazioni iperstatiche, è quindi possibile determinare sia gli stati tensionali sia quelli deformativi della struttura.

#### 4.1 Applicazioni

L'accuratezza del metodo è stata testata in una serie di casi variando gli intervalli temporali della sequenza costruttiva ed il numero delle campate.

Con riferimento ad una trave continua di dieci campate, la figura 7 riporta i risultati ottenuti applicando il metodo proposto (punti) e quelli ottenuti con il metodo generale di

analisi step-by-step (curve continue). Gli intervalli di definizione della sequenza costruttiva sono riportati all'interno dei singoli diagrammi. Per chiarezza, si riportano le curve relative solo al primo, secondo e quinto vincolo essendo quest'ultima rappresentativa di tutti gli altri vincoli. I risultati ottenuti con il metodo semplificato appaiono in sovrapposizione con quelli della procedura generale step-by-step. Come atteso, le maggiori discordanze si osservano negli istanti intermedi di analisi poiché i coefficienti che scalano la funzione  $\xi$  sono stati tarati con un'analisi a lungo termine. Per maggior chiarezza, la figura 8 mostra gli errori ottenuti al variare dell'intervallo  $\Delta t$ , per la coppia di intervalli  $\Delta t_0 = 7$  gg e  $\Delta t_1 = 14$  gg di carico e connessione delle travi. È immediato constatare che gli errori a lungo termine sono praticamente trascurabili.

## 5. CONCLUSIONI

In questo articolo si è proposto un metodo per l'analisi viscoelastica di strutture ottenute per assemblaggio ripetitivo di elementi prefabbricati. Con riferimento ad una trave continua costruita campata per campata, è stata eseguita un'analisi parametrica sull'evoluzione delle reazioni dei vincoli introdotti per ottenere la continuità flessionale in corrispondenza degli appoggi intermedi. È stata analizzata l'influenza degli intervalli di tempo che definiscono la sequenza costruttiva, cioè il tempo trascorso tra il getto di due conci, l'istante di carico dei conci e l'istante di connessione con la struttura esistente, e l'influenza dell'umidità relativa ambientale, della classe del calcestruzzo e dello spessore fittizio degli elementi strutturali.

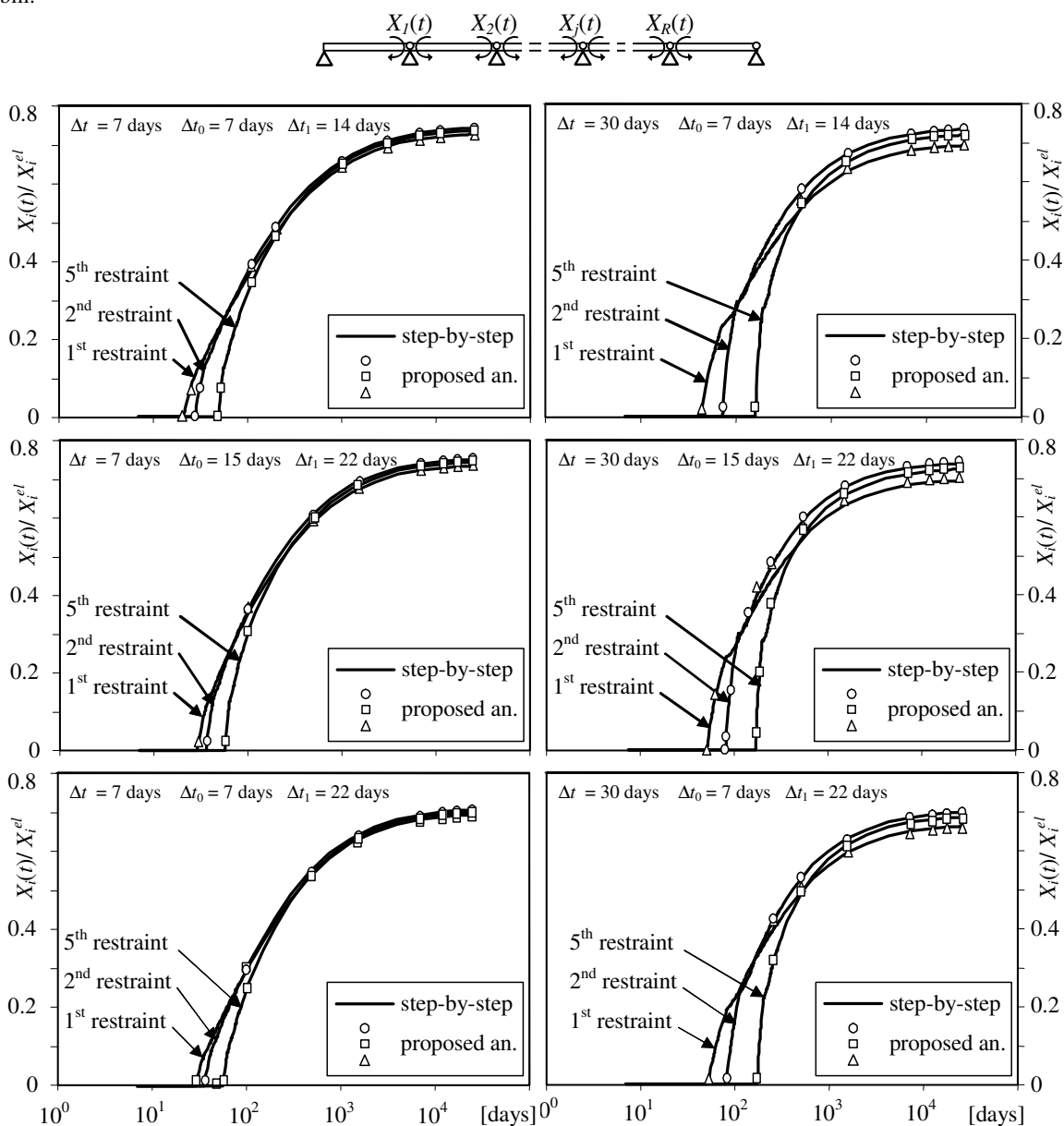


Figura 7 – Confronto dei risultati ottenuti con il metodo proposto e con la procedura generale step-by-step

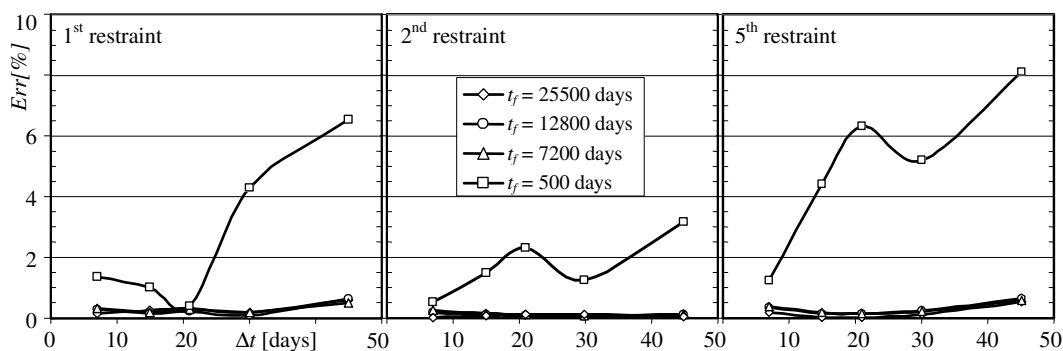


Figura 8. Errori riferiti alla soluzione step-by-step ( $\Delta t_0 = 7$  gg,  $\Delta t_1 = 14$  gg)

Dall'analisi parametrica sono scaturite le seguenti osservazioni:

- le reazioni adimensionali di tutti i vincoli tendono a valori finali molto vicini qualunque siano i parametri considerati; le reazioni dei primi due vincoli sono maggiormente sensibili all'intervallo di tempo tra il getto di due diversi conci;

- eccetto i primi due vincoli, le storie delle reazioni sono molto simili e possono essere ottenute con una stessa curva traslata lungo l'asse temporale;

- i valori a lungo termine delle reazioni adimensionali sono debolmente influenzate dal numero di vincoli posticipati;

- la dipendenza delle reazioni dei vincoli di solidarizzazione dai parametri che influenzano il comportamento reologico del calcestruzzo è la stessa che si manifesta nel caso di strutture omogenee.

Sulla base delle precedenti osservazioni è stato proposto un metodo di analisi che sfrutta la funzione di redistribuzione nota in letteratura e riportata in abachi di calcolo [12], valida nel caso di strutture omogenee. Attraverso una riscaturatura di detta funzione si possono stimare le storie delle reazioni dei vincoli posticipati a partire dai valori ottenuti da una normale analisi elastica eseguita su una struttura omogenea, considerando direttamente lo schema statico finale.

Il confronto con i risultati ottenuti applicando il metodo generale step-by-step mostra una buona precisione del metodo proposto.

## BIBLIOGRAFIA

[01] CEB: BOLLETTINO D'INFORMAZIONE n. 142/142 bis (1984) – CEB design manual on structural effects of time dependent behaviour of concrete.

[02] L. DEZI, G. MENDITTO, A.M. TARANTINO (1990) – Homogeneous Structures Subjected to Repeated Structural System Changes. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, n. 116(8), pp.1723-1732.

[03] L. DEZI, G. MENDITTO, A.M. TARANTINO (1993) – Viscoelastic heterogeneous structures with variable

structural system. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, n. 119(2), pp.238-250.

[04] G. CHIENNA, L. DEZI, A.M. TARANTINO (1995) – Method for Analyzing Complex Viscoelastic Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, n. 121(2), pp.187-197.

[05] M.A. CHIORINO, L. DEZI, A.M. TARANTINO (1997) – Creep analysis of structures with variable statical scheme: a unified approach. *A.Neville Symp., Creep and shrinkage: structural design effects*, ACI Fall Convention, Atlanta, 1997.

[06] L. DEZI, F. GARA, G. LEONI, L.F. ZITO (2006) – Un metodo semplificato per l'analisi viscoelastica di strutture in c.a. costruite per assemblaggio ripetitivo di elementi prefabbricati. *Atti del 16° Congresso C.T.E. – Parma 9-11 Novembre 2006*, 101-110.

[07] P.J.S. CRUZ, A.R. MARÍ, P. ROCA (1998) – Nonlinear time-dependent analysis of segmentally constructed structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, n. 124(3), pp.278-287.

[08] A.R. MARÍ (2000) – Numerical simulation of segmental construction of three dimensional concrete frames. *Eng. Struct.*, n. 22, pp.585-596.

[09] Z.P. BAŽANT (1972) – Numerical determination of long range stress history from strain history in concrete. *Mater. Struct.* n. 27(5), pp.135-141.

[10] CEB: BOLLETTINO D'INFORMAZIONE n. 190 (1998) – Model Code 1990.

[11] Z.P. BAŽANT, J.S. ONG (1983) – Creep in continuous beam built span-by-span. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, n. 109(7), pp.1648-1668.

[12] CEB: BOLLETTINO D'INFORMAZIONE n. 215 (1993) – Structural effects of time-dependent behaviour of concrete.

# CONFINAMENTO DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO MEDIANTE SISTEMI REALIZZATI CON MATERIALI POLIMERICI FIBRO-RINFORZATI

Angela Di Nardo<sup>1</sup>, Ciro Faella<sup>2</sup>, Roberto Realfonzo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università della Calabria, Cosenza.

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno.

## SOMMARIO

In questo lavoro è affrontato lo studio del comportamento a compressione di elementi in calcestruzzo confinati con sistemi in FRP. Gli Autori hanno già trattato l'argomento in precedenti articoli dedicati sia alla determinazione del legame costitutivo del calcestruzzo confinato con FRP che alla messa a punto di procedure per il progetto di elementi in c.a. pressoinflessi. In [1] è stata presentata un'ampia raccolta di dati relativi a test di compressione centrata su provini cilindrici fasciati con tessuti in carbonio e vetro. L'analisi dei dati ha consentito di verificare l'affidabilità di alcune relazioni di letteratura per la stima della resistenza e della deformazione ultima del calcestruzzo confinato. In questo lavoro l'indagine è stata estesa ai risultati di test su elementi prismatici.

## SUMMARY

This paper presents a study of the behaviour in compression of FRP-confined concrete elements. The Authors have dealt with this subject in previous articles dedicated to the determination both of the FRP confined concrete constitutive law and of design procedures for FRP-confined r/c columns. In [1] has been presented a wide data-base of experimental results about axial compression tests carried out on cylindrical specimens wrapped with carbon and glass. The data-base analysis has allowed to check the reliability of some literature relationships for the estimation of the confined concrete strength and ultimate deformation. In this paper the investigation has been extended by using some results from tests conducted on prismatic specimens.

## 1. INTRODUZIONE

E' ben noto che mediante un intervento di confinamento passivo con tessuti in FRP è possibile incrementare la resistenza e la deformabilità del calcestruzzo compresso.

Numerose indagini sperimentali, condotte nel corso degli ultimi anni su elementi in calcestruzzo compressi o pressoinflessi, hanno consentito di valutare l'influenza di vari parametri (ad esempio le proprietà meccaniche e l'orientamento delle fibre, la rigidità del sistema confinante, la forma dell'elemento confinato, etc.) sull'efficacia del confinamento con FRP.

In una precedente nota gli Autori hanno presentato ed esaminato un ampio "data base" contenente dati raccolti in bibliografia e relativi a circa 400 prove di compressione condotte su provini di calcestruzzo di forma cilindrica confinati impiegando sistemi in FRP [1]; l'analisi di quel data base - che qui sarà ampiamente richiamato - ha consentito, tra l'altro, di valutare l'affidabilità delle espressioni riportate in letteratura per la stima degli incrementi di resistenza e di duttilità ottenuti con il confinamento e di proporre delle altre tarate sui dati disponibili.

In questo lavoro - partendo dall'analisi già svolta - sono prese in considerazione prove di compressione effettuate su elementi di calcestruzzo di forma prismatica - aventi sezione quadrata o rettangolare - confinati sia con fibre di carbonio (CFRP) che con fibre di vetro (GFRP).

Le prove qui esaminate sono state in parte svolte presso il Laboratorio di Strutture dell'Università di Salerno.

I risultati di questi test - raccolti in un nuovo data base - sono stati impiegati per approfondire l'indagine sull'affidabilità delle relazioni proposte per la stima della resistenza del calcestruzzo confinato - tra cui le formulazioni riportate dalle recenti Istruzioni del CNR [2] - e, confrontati con quelli precedentemente presentati in [1], hanno consentito di trarre utili indicazioni circa la dipendenza dell'efficienza del confinamento dalla forma dei provini.

## 2. IL PROGRAMMA SPERIMENTALE

Nel seguito sono presentati alcuni dei risultati di un'estesa campagna di prove condotta all'Università di Salerno su elementi di calcestruzzo prismatici confinati adoperando sia fibre di vetro che fibre di carbonio: i dati riferiti a quest'ultimo caso sono stati già oggetto di precedenti pubblicazioni [3,4].

Le prove di compressione sono state eseguite in controllo di spostamento (con una velocità di 0.1 cm/min) applicando il carico sia in posizione centrata che in posizione eccentrica; a tal fine è stata utilizzata una pressa idraulica da 4000 kN.

I provini in calcestruzzo avevano una sezione trasversale di forma quadrata con lato di 150 mm ed un'altezza di 250 mm e sono stati suddivisi in tre diverse tipologie caratterizzate da un diverso raggio di arrotondamento degli spigoli ( $R_c=10, 20$  e  $30$  mm).

Le prove sono state eseguite su provini confinati con uno o due strati di tessuto in FRP e, al fine di poter quantificare il beneficio conseguito con il confinamento, sono stati eseguiti test anche su provini non confinati.

Nel seguito sono forniti i dettagli relativi alle prove di compressione centrata condotte sugli elementi confinati con fibre di vetro; analoghi dati riguardanti i test condotti sugli elementi rinforzati con il carbonio sono reperibili nelle bibliografia citata in precedenza.

I provini sono stati rinforzati adoperando tessuto unidirezionale ("MAPEWRAP" commercializzato dalla MAPEI); le caratteristiche tecniche del tessuto non impregnato sono le seguenti (valori medi riportati nella scheda tecnica):

- modulo elastico  $E_f = 80700 \text{ N/mm}^2$ ;
- deformazione ultima a trazione  $\epsilon_{f,k} = 0.0317$ ;
- spessore nominale  $t_j = 0.48 \text{ mm}$ .

La resistenza media ( $f_{c0}$ ) del calcestruzzo adoperato per confezionare i provini è risultata pari a 23.55 MPa; tale resistenza è stata ottenuta effettuando prove di compressione su 3 provini prismatici non confinati.

Per la misura delle deformazioni assiali ( $\epsilon_c$ ) e delle deformazioni trasversali ( $\epsilon_l$ ) sono stati disposti quattro "strain gauges" a metà altezza del provino: due estensimetri sono stati disposti in posizione verticale e al centro di due facce opposte del campione; gli altri due in posizione orizzontale sui restanti due lati (si veda la Figura 1).

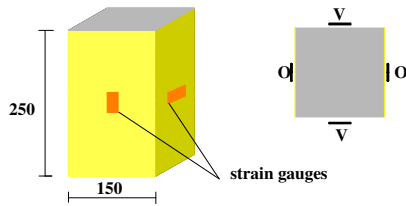


Figura 1 – Posizionamento degli estensimetri verticali e orizzontali

A titolo d'esempio in Figura 2 sono riportate alcune curve tensione-deformazione ottenute per tre diverse configurazioni di prova, ossia per campioni aventi raggio di curvatura pari a 10 e 20 mm e confinati adoperando 1 o 2 strati di tessuto; le deformazioni assiali ( $\epsilon_c$ ) sono riportate sull'asse positivo delle ascisse e quelle trasversali ( $\epsilon_l$ ) sull'asse negativo.

Dalle curve presentate si nota che l'efficacia del confinamento migliora aumentando il raggio di curvatura degli angoli del provino e, inoltre, si evince la dipendenza della resistenza del calcestruzzo confinato dal numero di strati di tessuto adoperati per la fasciatura.

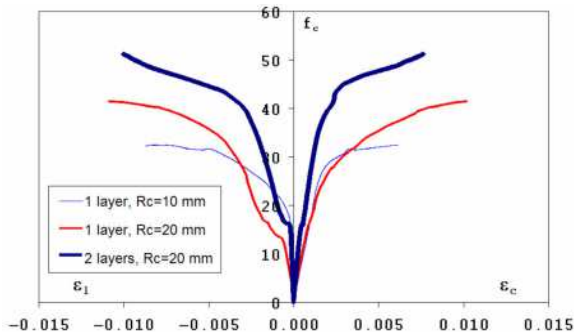


Figura 2 – Curve tensione - deformazione

La Figura 3 mostra, invece, la modalità di rottura riscontrata durante le prove: la crisi dei campioni sottoposti ai test di compressione è stata sempre provocata da una rottura fragile del sistema in FRP localizzata, generalmente, in corrispondenza degli spigoli e più o meno a metà altezza del provino.

Va rilevato che nel caso di provini confinati con due strati di FRP il collasso del sistema confinante è stato più graduale, e quindi apparentemente meno fragile, poiché ha interessato dapprima lo strato più esterno e in seguito quello interno.

I risultati sperimentali di tutte le prove eseguite presso l'Università di Salerno (compresi i test condotti sugli elementi rinforzati con carbonio) sono stati inclusi nel data base di cui si discuterà nel seguito (si veda il riferimento "Faella et al.").



Figura 3 – Modalità di rottura

### 3. I DATI SPERIMENTALI RACCOLTI

Lo studio della bibliografia tecnica ha consentito di risalire ad un gran numero di dati sperimentali relativi a prove di compressione centrata condotte su elementi di calcestruzzo di forma prismatica, confinati con sistemi in FRP: i dati raccolti sono presentati nelle Tabelle 1, 2 e 3, rispettivamente per sistemi in carbonio, vetro e arammide.

Le Tabelle suddette riportano nelle prime dodici colonne i dati principali riguardanti i provini sottoposti ai test (geometria, caratteristiche meccaniche dei materiali, etc.) e, precisamente, dalla colonna 1 alla colonna 12:

- ✓ il riferimento bibliografico da cui sono stati tratti i dati sperimentali;
- ✓ l'altezza e la base ( $h$  e  $b$ ) della sezione trasversale del provino (in genere  $h=b$ ; gli elementi con sezione rettangolare sono pochi e sono stati evidenziati in giallo);
- ✓ l'altezza  $L$  del provino;
- ✓ il rapporto ( $L/b$ ) altezza/base;
- ✓ il raggio di curvatura degli spigoli ( $R_c$ );
- ✓ il coefficiente di forma ( $K_H$ ) ottenuto da [2]:

$$K_H = 1 - \frac{(b - 2 \cdot R_c)^2 + (h - 2 \cdot R_c)^2}{b \cdot h - (4 - \pi) \cdot R_c^2} \quad (1)$$

- ✓ la resistenza media a compressione ( $f_{c0}$ ) del calcestruzzo non confinato (in genere si tratta di un valore indicato dagli Autori e relativo a prove eseguite su provini prismatici non confinati; solo in pochi casi la "resistenza prismatica" è stata stimata a partire da una resistenza cilindrica indicata nel lavoro di riferimento);
- ✓ il numero ( $N$ ) di strati di tessuto utilizzati per confinare il provino;
- ✓ lo spessore ( $t_j$ ) del singolo strato;
- ✓ il modulo di Young ( $E_f$ ) del tessuto;
- ✓ il valore caratteristico della deformazione ultima ( $\epsilon_{f,k}$ )



dell'FRP valutata da test di trazione.

Nella seconda parte (colonne da 13 a 20) sono, invece, presentati i principali risultati sperimentali, ed in particolare:

- ✓ la resistenza del calcestruzzo confinato ( $f_{cc}$ );
- ✓ il rapporto  $f_{cc}/f_{c0}$ , che fornisce una misura immediata del beneficio indotto in termini di resistenza dal confinamento;
- ✓ la deformazione assiale ( $\epsilon_{cc}$ ) misurata in corrispondenza della resistenza  $f_{cc}$ ;
- ✓ la deformazione assiale ultima ( $\epsilon_{ccu}$ ), che non sempre coincide con il valore di  $\epsilon_{cc}$ ;
- ✓ il rapporto  $\epsilon_{cc}/\epsilon_{c0}$  (avendo posto  $\epsilon_{c0}=2‰$ ), che fornisce una misura dell'incremento di duttilità prodotto dal confinamento;
- ✓ il valore medio della deformazione laterale del sistema confinante, valutato in condizioni di collasso ( $\epsilon_{lu}$ );
- ✓ il valore adimensionalizzato ( $f_l/f_{c0}$ ) della pressione laterale di confinamento "nominale" ( $f_l$ ) dato da:

$$\frac{f_l}{f_{c0}} = \frac{1}{f_{c0}} \left( K_H \cdot \frac{N \cdot t_j \cdot E_f \cdot (b+h)}{b \cdot h} \cdot \epsilon_{f,k} \right) = K_H \cdot \frac{C_j}{f_{c0}} \epsilon_{f,k} \quad (2)$$

- ✓ il valore adimensionale ( $f_{l,a}/f_{c0}$ ) della pressione di confinamento "effettivamente agente" al collasso del sistema in FRP ( $f_{l,a}$ ), calcolato inserendo nella (2) la deformazione laterale ultima  $\epsilon_{lu}$  al posto del valore caratteristico  $\epsilon_{f,k}$ :

$$\frac{f_{l,a}}{f_{c0}} = \frac{1}{f_{c0}} \left( K_H \cdot \frac{N \cdot t_j \cdot E_f \cdot (b+h)}{b \cdot h} \cdot \epsilon_{lu} \right) = K_H \cdot \frac{C_j}{f_{c0}} \cdot \epsilon_{lu} \quad (3)$$

Per quanto attiene il "coefficiente di efficienza"  $K_H$  introdotto nelle (2) e (3), va ricordato che questo coefficiente viene adoperato per tener conto del noto "effetto arco" (si veda la Figura 4), ossia del fatto che solo una porzione della sezione (il cosiddetto "concrete core") risulta efficacemente confinata.

In letteratura esistono diverse proposte per la valutazione di tale coefficiente; l'espressione data dalla (1), formulata nel documento CNR-DT200/2004, corrisponde all'assunzione di una diffusione del confinamento secondo archi di parabola con tangente iniziale inclinata a 45° (come mostrato in Figura 4).

In verità nel DT200 il coefficiente di efficienza è dato da:

$$K_{eff} = K_H \cdot K_v \cdot K_\alpha \quad (4)$$

in cui  $K_\alpha$  e  $K_v$  portano in conto, rispettivamente, l'inclinazione delle fibre rispetto all'asse di compressione e la eventuale discontinuità della fasciatura.

Tuttavia, per tutti i casi riportati nelle Tabelle 1-3 si ha sempre  $K_\alpha=K_v=1$  e, quindi, di fatto, il  $K_{eff}$  coincide con  $K_H$ .

Per ciò che concerne, invece, le caratteristiche meccaniche dei tessuti adoperati, va rilevato che queste sono generalmente indicate dalle ditte fornitrici e solo talvolta sono state determinate sperimentalmente dai vari Autori; in quest'ultimo caso i valori forniti vanno trattati alla stregua di valori medi.

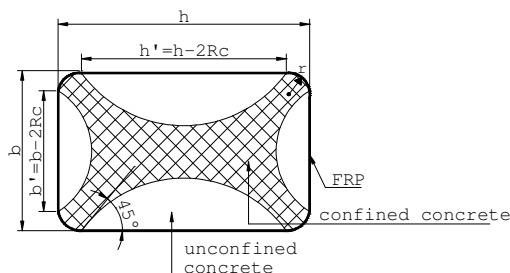


Figura 4 – Effetto arco

Con riferimento alle deformazioni assiali e trasversali riportate nelle tabelle citate va rilevato, infine, quanto segue:

- a. i valori delle deformazioni verticali e trasversali sono da ritenersi medi e sono stati generalmente misurati impiegando "strain gauges" di frequente posti a metà altezza del provino ed al centro di facce laterali opposte (solo talvolta in corrispondenza degli spigoli). Inoltre in alcuni casi i valori delle deformazioni verticali sono stati dedotti da misure di spostamento rilevate con "LVDTs";
- b. la deformazione ultima  $\epsilon_{lu}$  del "jacket" risulta generalmente ben inferiore rispetto alla  $\epsilon_{f,k}$ ; in [1], per provini cilindrici ed in particolare nel caso di sistemi confinanti in GFRP, si notò che il rapporto  $\epsilon_{lu}/\epsilon_{f,k}$  presentava una notevole dispersione attorno ad un valor medio pari a 0.62 per sistemi in carbonio e pari a 0.56 per il vetro;
- c. se l'efficacia del confinamento è molto modesta il legame costitutivo del calcestruzzo confinato può presentare un ramo "softening": in tal caso si ha  $\epsilon_{ccu} > \epsilon_{cc}$ . Quando ciò avviene, nelle Tabelle i valori delle deformazioni assiali sono riportati in corsivo e grassetto.

#### 4. LA RESISTENZA A COMPRESSIONE

In [1] gli Autori hanno esaminato un data base contenente i risultati di circa 400 prove di compressione centrata eseguite su provini cilindrici di calcestruzzo confinati con sistemi in FRP. I dati sperimentali raccolti nel data base menzionato sono stati utilizzati per verificare l'affidabilità di alcune relazioni proposte in letteratura per la stima dei valori della resistenza del calcestruzzo confinato con FRP e della corrispondente deformazione.

Con riferimento alle linee guida del CNR, è stato osservato che per valori bassi della pressione di confinamento il DT200 tende a sovrastimare la resistenza del calcestruzzo confinato, mentre per valori medio-alti diviene conservativo; quanto alla deformazione ultima, invece, è stato possibile verificare che il DT200 ne fornisce una stima forse eccessivamente conservativa.

Nel lavoro citato gli Autori hanno, inoltre, proposto nuove relazioni analitiche per la valutazione della resistenza e della deformazione ultima del calcestruzzo confinato con FRP, distinte in base al tipo di tessuto adoperato per il confinamento (CFRP o GFRP).

Queste relazioni sono state espresse in funzione sia del valore adimensionale della pressione di confinamento effettivamente agente ( $f_{l,a}/f_{c0}$ ) sia del valore adimensionale della pressione di confinamento nominale ( $f_l/f_{c0}$ ). Per la stima della resistenza, le relazioni ottenute sono del tipo:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + x \cdot \left( \frac{f_{l,a}}{f_{c0}} \right)^y \quad (5)$$

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + x' \cdot \left( \frac{f_l}{f_{c0}} \right)^{y'} \quad (6)$$

I valori dei coefficienti ( $x$  e  $x'$ ) e degli esponenti ( $y$  e  $y'$ ), che definiscono le relazioni suddette, sono stati valutati minimizzando lo scarto quadratico tra i valori analitici e quelli sperimentali ed imponendo, quale unica condizione "vincolante", un limite superiore pari ad 1 per gli esponenti.

I valori ricavati in tal modo sono riportati nella Tabella 4 al variare del tipo di fibra adoperata nel confinamento.

Tabella 1 - Risultati delle prove su provini prismatici confinati mediante avvolgimento di tessuti in CFRP

Fonte	h [mm]	b [mm]	L [mm]	L/b	Rc [mm]	K <sub>H</sub>	f <sub>co</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	N	t <sub>j</sub> [mm]	E <sub>f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	ε <sub>fk</sub>	f <sub>cc</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	f <sub>cc</sub> /f <sub>co</sub>	ε <sub>cc</sub>	ε <sub>ccu</sub>	ε <sub>cc</sub> /ε <sub>co</sub>	ε <sub>1u</sub>	f <sub>1</sub> /f <sub>co</sub>	f <sub>1u</sub> /f <sub>co</sub>
Faella et al. (2004a, b)	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50	19.15	1	0.17	240000	0.0150	28.78	1.50	0.0209	0.0209	10.47	-	0.21	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.17	240000	0.0150	30.43	1.59	0.0084	0.0084	4.21	-	0.21	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.17	240000	0.0150	31.91	1.67	0.0179	0.0179	8.96	-	0.27	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.17	240000	0.0150	33.69	1.76	0.0157	0.0157	7.87	-	0.27	-
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.17	240000	0.0150	37.54	1.96	0.0176	0.0176	8.79	-	0.32	-
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.17	240000	0.0150	37.49	1.96	0.0165	0.0165	8.24	-	0.32	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.17	240000	0.0150	37.50	1.96	0.0399	0.0399	19.95	-	0.42	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.17	240000	0.0150	38.59	2.02	0.0218	0.0218	10.89	-	0.42	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		2	0.17	240000	0.0150	46.44	2.42	0.0379	0.0379	18.94	-	0.54	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		2	0.17	240000	0.0150	45.07	2.35	0.0230	0.0230	11.50	-	0.54	-
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75	2	0.17	240000	0.0150	54.91	2.87	0.0304	0.0304	15.21	-	0.64	-	
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75	2	0.17	240000	0.0150	51.60	2.69	0.0225	0.0225	11.26	-	0.64	-	
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50	25.83	1	0.17	240000	0.0150	35.29	1.37	0.0144	0.0144	7.21	-	0.16	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.17	240000	0.0150	37.30	1.44	0.0173	0.0173	8.64	-	0.16	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.17	240000	0.0150	39.63	1.53	0.0173	0.0173	8.65	-	0.20	-
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.17	240000	0.0150	34.19	1.32	0.0074	0.0092	3.69	-	0.20	-
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.17	240000	0.0150	44.58	1.73	0.0132	0.0132	6.60	-	0.24	-
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.17	240000	0.0150	39.24	1.52	0.0137	0.0137	6.84	-	0.24	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.17	240000	0.0150	42.79	1.66	0.0206	0.0206	10.28	-	0.31	-
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.17	240000	0.0150	39.77	1.54	0.0080	0.0251	4.00	-	0.31	-
150.0	150.0	250	1.67	20	0.64	2		0.17	240000	0.0150	52.58	2.04	0.0219	0.0219	10.95	-	0.40	-	
150.0	150.0	250	1.67	20	0.64	2		0.17	240000	0.0150	40.85	1.58	0.0366	0.0366	18.28	-	0.40	-	
150.0	150.0	250	1.67	30	0.75	2	0.17	240000	0.0150	62.827	2.43	0.0229	0.0229	11.44	-	0.47	-		
150.0	150.0	250	1.67	30	0.75	2	0.17	240000	0.0150	50.423	1.95	0.0185	0.0185	9.25	-	0.47	-		
Rochette & Labossière (2000)	152.0	152.0	500	3.29	5	0.42	38.46	3	0.30	82700	0.0153	39.48	1.03	0.0069	0.0069	3.45	0.0023	0.16	0.02
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		3	0.30	82700	0.0153	41.58	1.08	0.0094	0.0094	4.70	0.0056	0.27	0.10
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		3	0.30	82700	0.0153	43.26	1.12	0.0089	0.0089	4.45	0.0063	0.27	0.11
	152.0	152.0	500	3.29	38	0.82		3	0.30	82700	0.0153	47.46	1.23	0.0108	0.0108	5.40	0.0071	0.32	0.15
	152.0	152.0	500	3.29	38	0.82		3	0.30	82700	0.0153	50.40	1.31	0.0116	0.0116	5.80	-	0.32	-
	203.0	152.0	500	3.29	25	0.42		3	0.30	82700	0.0153	42.00	1.09	0.0079	0.0079	3.95	0.0074	0.21	0.10
	203.0	152.0	500	3.29	38	0.69	3	0.30	82700	0.0153	43.04	1.12	0.0085	0.0085	4.25	0.0068	0.26	0.11	
	152.0	152.0	500	3.29	5	0.69	40.20	5	0.30	82700	0.0153	43.90	1.09	0.0102	0.0102	5.10	0.0044	0.26	0.07
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		4	0.30	82700	0.0153	50.92	1.27	0.0135	0.0135	6.75	0.0059	0.34	0.13
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		5	0.30	82700	0.0153	47.85	1.19	0.0090	0.0090	4.50	0.0051	0.43	0.14
	203.0	152.0	500	3.29	5	0.82		5	0.30	82700	0.02	44.34	1.10	0.0098	0.0098	4.90	0.0043	0.2	0.1
	203.0	152.0	500	3.29	25	0.82		4	0.30	82700	0.02	44.34	1.10	0.0093	0.0093	4.65	0.0053	0.3	0.1
152.0	152.0	500	3.29	25	0.63	4		0.30	82700	0.0153	52.27	1.59	0.0204	0.0204	10.20	0.0070	0.42	0.19	
152.0	152.0	500	3.29	25	0.75	5	0.30	82700	0.0153	57.64	1.76	0.0212	0.0212	10.60	0.0065	0.53	0.22		
152.0	152.0	500	3.29	38	0.38	4	0.30	82700	0.0153	59.43	1.81	0.0192	0.0192	9.60	0.0089	0.50	0.29		
152.0	152.0	500	3.29	38	0.63	5	0.30	82700	0.0153	68.74	2.10	0.0239	0.0239	11.95	0.0086	0.63	0.35		
Pessiki et al. (2001)	152.0	152.0	610	4.01	38	0.82	26.40	1	-	38100 <sup>*</sup>	0.015	41.40	1.57	0.0133	0.0154	6.65	0.0087	0.24	0.14
	152.0	152.0	610	4.01	38	0.82		2	-	38100 <sup>*</sup>	0.015	55.10	2.09	0.0170	0.0194	8.50	0.0092	0.48	0.29
	152.0	152.0	610	4.01	39	0.83		1	-	38100 <sup>*</sup>	0.024	31.30	1.19	0.0030	0.0081	1.50	0.0053	0.19	0.04
	152.0	152.0	610	4.01	40	0.84		2	-	38100 <sup>*</sup>	0.024	31.70	1.20	0.0094	0.0117	4.70	0.0093	0.38	0.15
Shehata et al. (2002)	150.0	150.0	300	2.00	10	0.50	23.70	1	0.17	235000	0.0151	27.40	1.16	-	-	-	-	0.16	-
	150.0	150.0	300	2.00	10	0.50		2	0.17	235000	0.0151	36.50	1.54	-	-	-	-	0.33	-
	150.0	150.0	300	2.00	10	0.50	29.50	1	0.17	235000	0.0151	40.39	1.37	0.0030	0.0088	1.50	0.0060	0.13	0.05
150.0	150.0	300	2.00	10	0.50	2	0.17	235000	0.0151	43.69	1.48	0.0050	0.0123	2.50	0.0069	0.26	0.12		
Chaallal et al. (2003)	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74	21.44	1	0.12	231000	0.014	26.20	1.22	0.0035	0.0035	1.75	0.0040	0.12	0.04
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		2	0.12	231000	0.014	30.75	1.43	0.0042	0.0042	2.10	0.0050	0.25	0.09
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		3	0.12	231000	0.014	36.40	1.70	0.0055	0.0055	2.75	0.0052	0.37	0.14
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		4	0.12	231000	0.014	42.20	1.97	0.0065	0.0065	3.25	0.0053	0.49	0.18
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68	25.10	1	0.12	231000	0.014	29.17	1.16	0.0038	0.0038	1.90	0.0028	0.12	0.02
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68		2	0.12	231000	0.014	34.34	1.37	0.0050	0.0050	2.50	0.0050	0.23	0.08
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68		3	0.12	231000	0.014	41.23	1.64	0.0060	0.0060	3.00	0.0060	0.35	0.15
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68		4	0.12	231000	0.014	47.64	1.90	0.0060	0.0060	3.00	0.0050	0.47	0.17
	190.5	95.3	305	3.20	25.4	0.59	22.34	1	0.12	231000	0.014	28.34	1.27	0.0036	0.0036	1.80	0.0020	0.10	0.01
	190.5	95.3	305	3.20	25.4	0.59		2	0.12	231000	0.014	32.89	1.47	0.0040	0.0040	2.00	0.0030	0.21	0.04
	190.5	95.3	305	3.20	25.4	0.59		3	0.12	231000	0.014	37.92	1.70	0.0065	0.0065	3.25	0.0060	0.31	0.13
	190.5	95.3	305	3.20	25.4	0.59		4	0.12	231000	0.014	42.20	1.89	0.0060	0.0060	3.00	0.0050	0.42	0.15
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74	54.68	1	0.12	231000	0.014	58.95	1.08	0.0028	0.0028	1.40	0.0008	0.12	0.01
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		2	0.12	231000	0.014	59.85	1.09	0.0032	0.0032	1.60	0.0011	0.25	0.02
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		3	0.12	231000	0.014	64.54	1.18	0.0038	0.0038	1.90	0.0015	0.37	0.04
	133.4	133.4	305	2.29	25.4	0.74		4	0.12	231000	0.014	68.95	1.26	0.0040	0.0040	2.00	0.0020	0.49	0.07
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68	55.37	1	0.12	231000	0.014	59.23	1.07	0.0028	0.0028	1.40	0.0010	0.12	0.01
	165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68		2	0.12	231000	0.014	66.19	1.20	0.0032	0.0032	1.60	0.0012	0.23	0.02
165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68	3		0.12	231000	0.014	69.02	1.25	0.0038	0.0038	1.90	0.0015	0.35	0.04	
165.1	108.0	305	2.83	25.4	0.68	4		0.12	231000	0.014	73.43	1.33	0.0038	0.0038	1.90	0.0018	0.47	0.06	
190.5	95.3	305	3.20	25.4	0.59	48.06	1	0.12	231000	0.014	53.16	1.11	0.0028	0.0028	1.40	0.0007	0.10	0.01	

Fonte	h [mm]	b [mm]	L [mm]	L/b	Rc [mm]	K <sub>H</sub>	f <sub>co</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	N	t <sub>j</sub> [mm]	E <sub>f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	ε <sub>fk</sub>	f <sub>cc</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	f <sub>cc</sub> /f <sub>co</sub>	ε <sub>cc</sub>	ε <sub>ccu</sub>	ε <sub>cc</sub> /ε <sub>co</sub>	ε <sub>1u</sub>	f <sub>l</sub> /f <sub>co</sub>	f <sub>1u</sub> /f <sub>co</sub>	
Lam & Teng (2003)	150.0	150.0	600	4.00	15	0.57	28.07	1	0.17	257000	0.0176	35.00	1.24	0.0045	0.0074	2.26	0.0103	0.20	0.12	
	150.0	150.0	600	4.00	25	0.70		1	0.17	257000	0.0176	39.40	1.41	0.0093	0.0093	4.64	0.0105	0.25	0.15	
	150.0	150.0	600	4.00	15	0.57		2	0.17	257000	0.0176	50.40	1.79	0.0087	0.0087	4.35	0.0097	0.40	0.22	
	150.0	150.0	600	4.00	25	0.70		2	0.17	257000	0.0176	61.90	2.20	0.0085	0.0085	4.23	0.0108	0.49	0.30	
	150.0	150.0	600	4.00	15	0.57	20.00	3	0.17	257000	0.0176	61.60	3.07	0.0180	0.0180	9.01	0.0087	0.85	0.42	
	150.0	150.0	600	4.00	25	0.70		3	0.17	257000	0.0176	66.00	3.29	0.0152	0.0152	7.62	0.0116	1.04	0.69	
	150.0	150.0	600	4.00	15	0.57		4	0.17	257000	0.0176	63.70	3.17	-	-	-	0.0091	1.13	0.59	
	150.0	150.0	600	4.00	25	0.70		4	0.17	257000	0.0176	80.80	4.02	-	-	-	0.0108	1.38	0.85	
	150.0	150.0	600	4.00	15	0.57	34.60	5	0.17	257000	0.0176	82.90	2.39	-	-	-	-	0.0132	0.82	0.61
	150.0	150.0	600	4.00	25	0.70		5	0.17	257000	0.0176	95.20	2.74	-	-	-	0.0115	1.00	0.65	
	225.0	150.0	600	4.00	15	0.48		4	0.17	257000	0.0176	49.20	1.46	0.0033	0.0123	1.63	0.0107	0.46	0.28	
	225.0	150.0	600	4.00	25	0.59		4	0.17	257000	0.0176	51.90	1.64	0.0032	0.0123	1.61	0.0074	0.57	0.24	
Suter & Pinzelli (2001)	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42	33.90	2	0.12	240000	0.0158	36.08	1.06	0.0032	0.0032	1.62	-	0.15	-	
	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42		2	0.19	640000	0.0041	39.90	1.18	0.0028	0.0028	1.40	-	0.17	-	
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70	36.56	2	0.12	240000	0.0158	41.39	1.13	0.0032	0.0032	1.61	-	0.23	-	
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70		2	0.19	640000	0.0041	46.40	1.27	0.0034	0.0034	1.68	-	0.26	-	
Ignatowski & Kaminska (2003)	100.0	100.0	200	2.00	10	0.57	32.30	2	0.13	230000	0.0152	42.80	1.33	0.0062	0.0062	3.10	0.0084	0.32	0.18	
	100.0	100.0	200	2.00	10	0.57		2	0.13	230000	0.0152	44.40	1.37	0.0062	0.0062	3.10	0.0084	0.32	0.18	
	200.0	105.0	200	1.90	10	0.37	28.10	1	0.13	230000	0.0152	32.60	1.16	0.0025	0.0028	1.25	0.0062	0.09	0.04	
200.0	105.0	200	1.90	10	0.37	2		0.13	230000	0.0152	35.30	1.26	0.0025	0.0059	1.25	0.0100	0.17	0.11		
Parvin & Wang (2001)	108.0	108.0	305	2.82	8.26	0.52	22.57	1	0.18	188900	0.0160	34.72	1.54	0.0132	0.0132	6.60	-	0.23	-	
	108.0	108.0	305	2.82	8.26	0.52		2	0.18	188900	0.0160	45.23	2.00	0.0203	0.0203	10.15	-	0.46	-	

Tabella 2 - Risultati delle prove su provini prismatici confinati mediante avvolgimento di tessuti in GFRP

Fonte	h [mm]	b [mm]	L [mm]	L/b	Rc [mm]	K <sub>H</sub>	f <sub>co</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	N	t <sub>j</sub> [mm]	E <sub>f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	ε <sub>fk</sub>	f <sub>cc</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	f <sub>cc</sub> /f <sub>co</sub>	ε <sub>cc</sub>	ε <sub>ccu</sub>	ε <sub>cc</sub> /ε <sub>co</sub>	ε <sub>1u</sub>	f <sub>l</sub> /f <sub>co</sub>	f <sub>1u</sub> /f <sub>co</sub>		
Faella et al.	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50	23.55	1	0.48	80700	0.0317	31.82	1.35	-	-	-	0.0049	0.35	0.05		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.48	80700	0.0317	34.79	1.48	-	-	-	0.0062	0.35	0.07		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.48	80700	0.0317	32.11	1.36	0.0055	0.0055	2.76	0.0122	0.35	0.13		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.48	80700	0.0317	32.47	1.38	0.0062	0.0062	3.08	0.0087	0.35	0.10		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		1	0.48	80700	0.0317	34.98	1.49	0.0042	0.0042	2.10	0.0056	0.35	0.06		
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.48	80700	0.0317	41.54	1.76	0.0102	0.0102	5.10	0.0109	0.44	0.15		
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.48	80700	0.0317	44.27	1.88	0.0076	0.0076	3.78	0.0098	0.44	0.14		
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		1	0.48	80700	0.0317	34.05	1.45	0.0086	0.0086	4.29	0.0086	0.44	0.12		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.48	80700	0.0317	41.88	1.78	0.0094	0.0094	4.70	-	0.52	-		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.48	80700	0.0317	36.10	1.53	0.0071	0.0071	3.53	0.0110	0.52	0.18		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.48	80700	0.0317	36.98	1.57	-	-	-	0.0070	0.52	0.12		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		1	0.48	80700	0.0317	38.90	1.65	-	-	-	0.0091	0.52	0.15		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.48	80700	0.0317	42.51	1.81	0.0046	0.0046	2.32	0.0106	0.69	0.23		
	150.0	150.0	250	1.67	10	0.50		2	0.48	80700	0.0317	49.26	2.09	0.0070	0.0070	3.50	0.0112	0.69	0.24		
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		2	0.48	80700	0.0317	51.24	2.18	0.0076	0.0076	3.81	0.0100	0.88	0.28		
	150.0	150.0	250	1.67	20	0.64		2	0.48	80700	0.0317	52.87	2.25	0.0099	0.0099	4.93	0.0104	0.88	0.29		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		2	0.48	80700	0.0317	58.70	2.49	0.0081	0.0081	4.07	0.0138	1.05	0.45		
	150.0	150.0	250	1.67	30	0.75		2	0.48	80700	0.0317	55.55	2.36	0.0120	0.0120	6.01	0.0134	1.05	0.44		
	Mirmiran et al.(1998)**	152.5	152.5	305	2.00	6.35		0.44	40.60	-	1.45	37233	0.0141	47.78	1.18	0.0080	0.0080	4.00	0.0040	0.11	0.03
		152.5	152.5	305	2.00	6.35		0.44		-	1.45	37233	0.0141	40.20	0.99	0.0100	0.0100	5.00	0.0050	0.11	0.04
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	1.45		37233	0.0141	42.82	1.05	0.0080	0.0080	4.00	0.0040	0.11	0.03		
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.21		40336	0.0144	45.23	1.11	0.0150	0.0150	7.50	0.0080	0.18	0.10		
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.21		40336	0.0144	46.47	1.14	0.0170	0.0170	8.50	0.0090	0.18	0.11		
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.21		40336	0.0144	43.30	1.07	0.0170	0.0170	8.50	0.0090	0.18	0.11		
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.97		40749	0.0157	41.92	1.03	0.0110	0.0110	5.50	0.0060	0.27	0.10		
152.5		152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.97		40749	0.0157	45.16	1.11	0.0090	0.0090	4.50	0.0050	0.27	0.09		
152.5	152.5	305	2.00	6.35	0.44	-	2.97	40749	0.0157	47.92	1.18	0.0110	0.0110	5.50	0.0060	0.27	0.10				
Suter & Pinzelli (2001)	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42	33.90	2	0.31	73000	0.0329	37.10	1.09	0.0039	0.0039	1.96	-	0.24	-		
	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42		4	0.31	73000	0.0329	37.90	1.12	0.0048	0.0048	2.41	-	0.49	-		
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70	36.56	2	0.31	73000	0.0329	39.75	1.09	0.0031	0.0031	1.57	-	0.38	-		
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70		4	0.31	73000	0.0329	42.12	1.15	0.0056	0.0056	2.78	-	0.75	-		

\*\* Il confinamento è ottenuto mediante tubi in GFRP

Tabella 4 – Valori dei coefficienti da inserire nelle (5) e (6).

Tipo di fibra	x	y	x'	y'
CFRP	4	0.95	2.3	0.80
GFRP	4	1	1.6	0.50

Nel seguito le valutazioni intraprese in [1] sono estese anche ai dati raccolti nelle Tabelle 1-3, relativi a prove effettuate su prismi; tuttavia, per motivi di spazio, ci si limiterà alla sola stima della resistenza del calcestruzzo confinato.

Nei diagrammi riportati in Figura 5 sono mostrati i valori

del rapporto  $f_{cc}/f_{co}$  relativi a tutti i test disponibili, eseguiti – cioè - sia su elementi cilindrici che su provini di forma prismatica, e confinati sia con fibre di vetro che con carbonio.

Tali dati sono rappresentati in funzione del rapporto  $f_{1u}/f_{co}$  (Figura 5a) ovvero del rapporto  $f_l/f_{co}$  (Figura 5b).

In questo secondo caso è ben visibile una maggiore dispersione dei dati sperimentali; ciò è dovuto alla valutazione della pressione di confinamento nominale che risulta proporzionale al valore caratteristico della deformazione di rottura a trazione delle fibre.

Tabella 3 - Risultati delle prove su provini prismatici confinati mediante avvolgimento di tessuti in AFRP

Fonte	h [mm]	b [mm]	L [mm]	L/b	Rc [mm]	K <sub>H</sub>	f <sub>c0</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	N	t <sub>j</sub> [mm]	E <sub>f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	ε <sub>fk</sub>	f <sub>cc</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	f <sub>cc</sub> /f <sub>c0</sub>	ε <sub>cc</sub>	ε <sub>ccu</sub>	ε <sub>cc</sub> /ε <sub>c0</sub>	ε <sub>lu</sub>	f <sub>l</sub> /f <sub>c0</sub>	f <sub>lu</sub> /f <sub>c0</sub>
Rochette & Labossière (2000)	152.0	152.0	500	3.29	5	0.42	39.37	3	0.42	13600	0.0169	50.74	1.29	0.0106	0.0106	5.30	0.0079	0.04	0.02
	152.0	152.0	500	3.29	5	0.42		6	0.42	13600	0.0169	51.60	1.31	0.0149	0.0149	7.45	0.0130	0.08	0.06
	152.0	152.0	500	3.29	5	0.42		9	0.42	13600	0.0169	53.75	1.37	0.0208	0.0208	10.40	0.0148	0.12	0.11
	152.0	152.0	500	3.29	5	0.42		12	0.42	13600	0.0169	54.18	1.38	0.0124	0.0124	6.20	0.0090	0.16	0.09
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		3	0.42	13600	0.0169	51.17	1.30	0.0079	0.0079	3.95	0.0112	0.07	0.04
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		6	0.42	13600	0.0169	51.17	1.30	0.0097	0.0097	4.85	0.0127	0.13	0.10
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		9	0.42	13600	0.0169	53.32	1.35	0.0110	0.0110	5.50	0.0094	0.20	0.11
	152.0	152.0	500	3.29	25	0.69		12	0.42	13600	0.0169	55.04	1.40	0.0126	0.0126	6.30	0.0104	0.27	0.17
	152.0	152.0	500	3.29	38	0.82		6	0.42	13600	0.0169	50.65	1.29	0.0096	0.0096	4.80	0.0105	0.16	0.10
	152.0	152.0	500	3.29	38	0.82		9	0.42	13600	0.0169	52.89	1.34	0.0118	0.0118	5.90	0.0097	0.24	0.14
Suter & Pinzelli (2001)	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42	33.90	1	0.29	125000	0.0168	32.43	0.96	0.0025	0.0025	1.24	-	0.10	-
	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42		2	0.29	125000	0.0168	37.32	1.10	0.0039	0.0039	1.96	-	0.20	-
	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42		3	0.29	125000	0.0168	36.88	1.09	0.0098	0.0098	4.91	-	0.30	-
	150.0	150.0	300	2.00	5	0.42		4	0.29	125000	0.0168	38.39	1.13	0.0118	0.0118	5.92	-	0.40	-
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70	36.56	1	0.29	125000	0.0168	39.34	1.08	0.0045	0.0045	2.24	-	0.15	-
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70		2	0.29	125000	0.0168	43.67	1.19	0.0066	0.0066	3.29	-	0.31	-
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70		3	0.29	125000	0.0168	56.78	1.55	0.0089	0.0089	4.46	-	0.46	-
	150.0	150.0	300	2.00	25	0.70		4	0.29	125000	0.0168	64.79	1.77	0.0159	0.0159	7.94	-	0.62	-

Come si osserva in Figura, in entrambi i grafici sono inoltre rappresentate, rispettivamente per provini cilindrici (tratto nero continuo) e provini prismatici (linea tratteggiata), le curve ottenute minimizzando lo scarto quadratico con i dati sperimentali; in questa prima elaborazione le curve suddette sono indipendenti dal tipo di fibra adoperata per il confinamento (sistemi in CFRP o GFRP).

Cominciando dalla Figura 5a (dove i dati sono rappresentati in funzione del rapporto f<sub>l,a</sub>/f<sub>c0</sub>) si nota che la relazione che meglio approssima tutti i dati relativi agli elementi di forma cilindrica è fornita dalla retta di equazione:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 4 \cdot \frac{f_{l,a}}{f_{c0}} \quad (7)$$

Il risultato cui si è pervenuti d'altronde era facilmente prevedibile osservando i valori ottenuti in [1] per i coefficienti x ed y, e riportati in Tabella 4.

Assumendo un'espressione lineare anche per gli elementi prismatici (come suggerito già a prima vista dall'andamento dei dati sperimentali) è stata ottenuta la relazione di "best fit" espressa dalla:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 3.3 \cdot \frac{f_{l,a}}{f_{c0}} \quad (8)$$

La relazione ottenuta coincide perfettamente con il modello analitico proposto da Lam e Teng [5].

Per la precisione, va sottolineato che Lam e Teng suggerirono una relazione diversa dalla (1) per la stima del coefficiente di forma K<sub>H</sub>; tuttavia, nel caso di provini a sezione quadrata, ossia per la maggior parte dei dati qui considerati, il coefficiente di forma ricavato con la (1) coincide con quello ottenuto da Lam e Teng.

In Figura 5a i dati sperimentali sono stati confrontati, infine, anche con le curve ottenute applicando le relazioni contenute nelle linee guida proposte dal CNR [2] e dal Comitato 440 dell'ACI [6].

Tali relazioni sono rispettivamente fornite da:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 2.6 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{c0}} \right)^{2/3} \quad (9)$$

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 2.25 \cdot \sqrt{1 + 7.9 \cdot \frac{f_l}{f_{c0}}} - 2 \cdot \frac{f_l}{f_{c0}} - 1.25 \quad (10)$$

Le curve ottenute con la (9) e la (10) sono state volutamente inserite solo nella Figura 5a poiché sia le linee guida italiane che quelle americane stimano la pressione efficace di confinamento in funzione di una deformazione laterale del sistema in FRP opportunamente ridotta rispetto alla ε<sub>fk</sub>.

Dal confronto tra i dati sperimentali e le curve proposte dai documenti pre-normativi si osserva quanto segue:

- ✓ per valori medio-bassi della pressione di confinamento (compresi tra 0 e 0.4f<sub>c0</sub>) le curve analitiche sovrastimano le resistenze sperimentamente ottenute (si veda l'ingrandimento alla destra del diagramma);
- ✓ al contrario quando f<sub>l,a</sub>/f<sub>c0</sub> > 0.40 la (9) e, ancor più, la (10) forniscono una stima conservativa della resistenza.

Passando alla Figura 5b (dati rappresentati in funzione del rapporto f<sub>l</sub>/f<sub>c0</sub>) si osserva, già a prima vista, una notevole differenza tra l'andamento dei dati riferiti ad elementi di forma cilindrica ed il trend dei dati concernenti i prismi.

Nel primo caso, infatti, la dispersione dei dati sperimentali appare più evidente.

Le curve di regressione dei dati sperimentali sono fornite dalla seguenti equazioni:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 1.7 \cdot \frac{f_l}{f_{c0}} \quad (\text{per i prismi}) \quad (11)$$

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 1.9 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{c0}} \right)^{0.63} \quad (\text{per i cilindri}) \quad (12)$$

Una rappresentazione analoga alle precedenti è mostrata nelle Figure 6 e 7, dove, tuttavia, i dati sperimentali sono suddivisi in funzione del tipo di fibre adoperate per il confinamento: rispettivamente sistemi in carbonio in Figura 6 e sistemi in vetro in Figura 7.

In ciascun grafico, i valori sperimentali sono confrontati con le curve di regressione; queste ultime – come già chiarito in precedenza – sono state ottenute stimando opportunamente i valori dei coefficienti introdotti nelle (5) e (6).

Nel caso di provini cilindrici, le curve analitiche (a tratto continuo) sono quelle determinate in [1] (vedi Tabella 4), mentre, per i provini di forma prismatica sono state ottenute curve di regressione ad andamento lineare (curve tratteggiate) le cui equazioni sono riportate direttamente nei grafici.

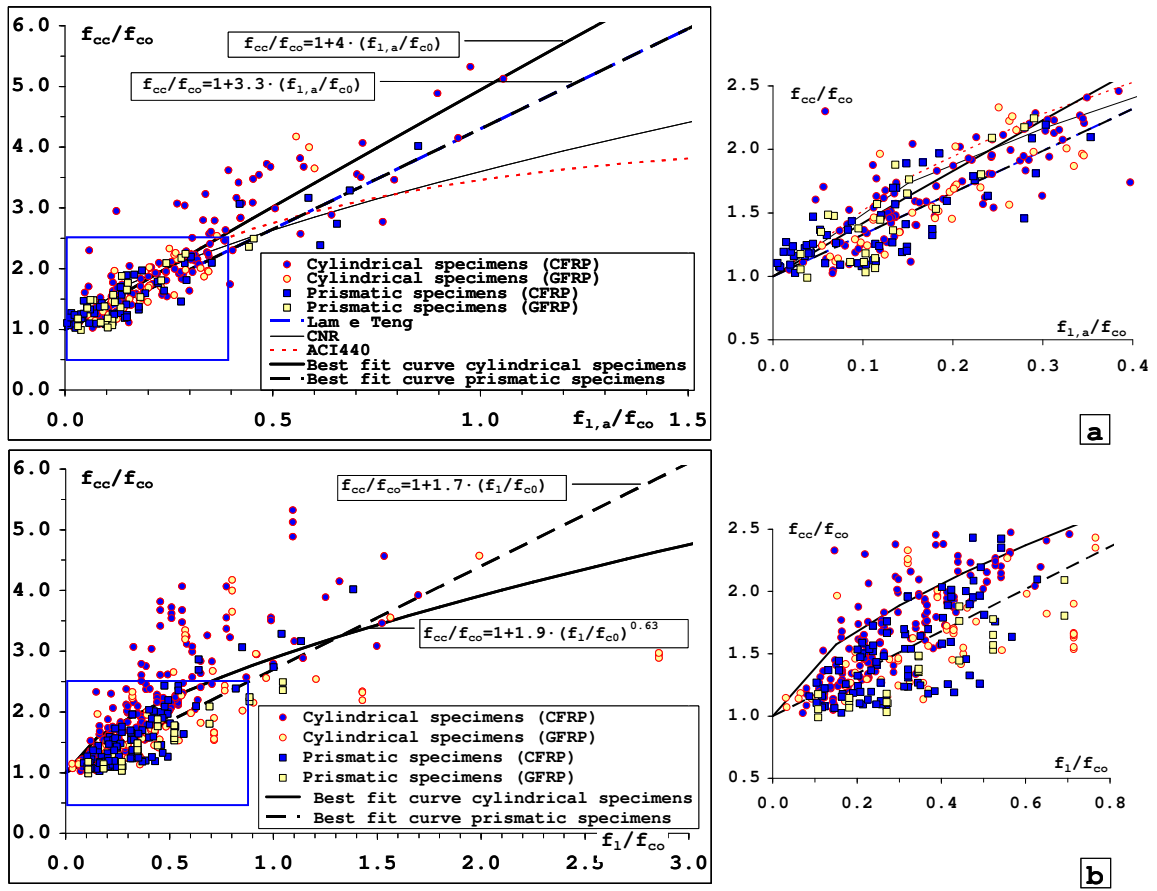


Figura 5 - Rapporti  $f_{cc}/f_{co}$  vs  $f_{1,a}/f_{co}$  (o  $f_1/f_{co}$ ) per provini cilindrici e prismatici.

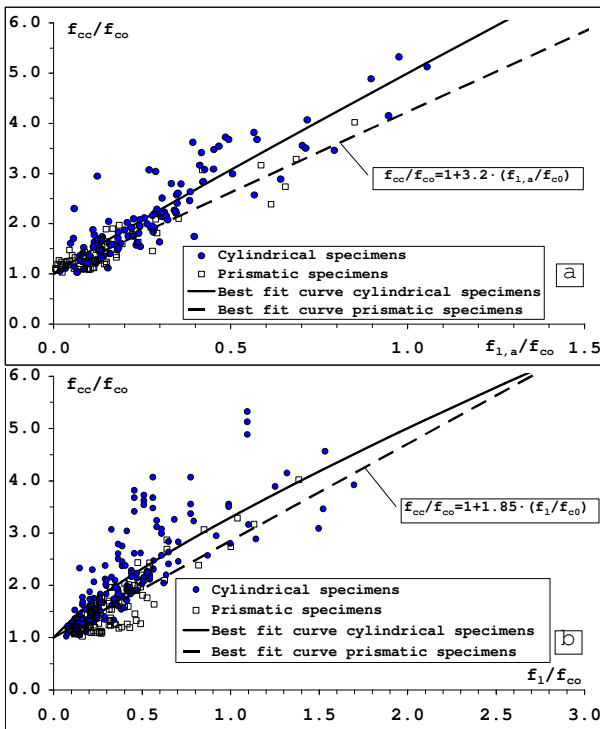


Figura 6 - Sistemi in CFRP: rapporti  $f_{cc}/f_{co}$  vs  $f_{1,a}/f_{co}$  (o vs  $f_1/f_{co}$ ).

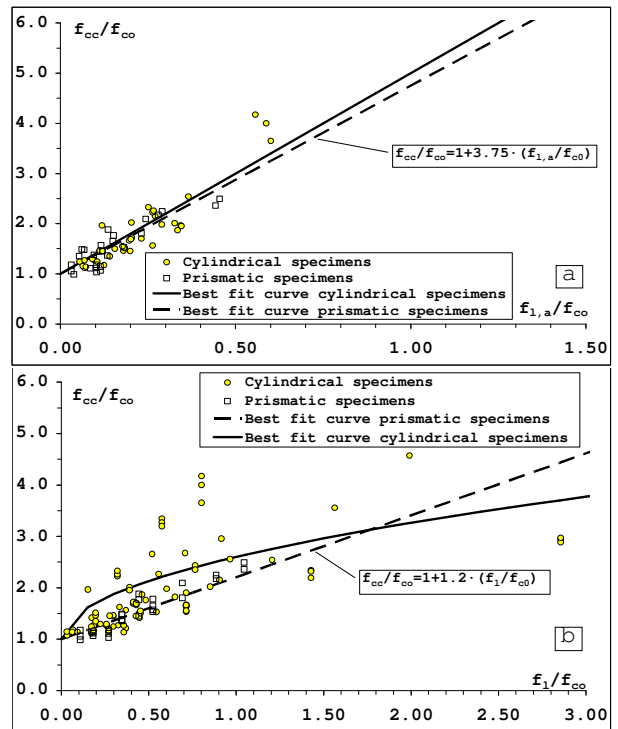


Figura 7 - Sistemi in GFRP: rapporti  $f_{cc}/f_{co}$  vs  $f_{1,a}/f_{co}$  (o vs  $f_1/f_{co}$ ).

Osservando i grafici riportati nelle Figure 6a e 7a, non si nota una significativa differenza tra gli andamenti delle curve analitiche ottenute rispettivamente nel caso di cilindri e di elementi prismatici; ciò significa che l'equazione (1) fornisce una valutazione abbastanza affidabile del coefficiente di forma  $K_H$ , da cui, come ricordato, dipende la stima della riduzione di efficienza del confinamento ("effetto arco").

Osservando, infine, i diagrammi 6b e 7b si ha conferma che quando le resistenze sono rappresentate in funzione del valore nominale della pressione di confinamento i dati sperimentali presentano una maggiore dispersione; l'entità della dispersione è poi maggiore nel caso di elementi cilindrici.

## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro sono stati esaminati i risultati di numerose prove di compressione assiale condotte da vari autori su provini di calcestruzzo di forma prismatica confinati con sistemi in FRP. I dati sono stati organizzati in un ampio data base comprensivo anche di alcuni test eseguiti presso l'Università di Salerno.

Successivamente i risultati sperimentali raccolti sono stati confrontati con ulteriori dati riferiti a prove di compressione condotte su campioni cilindrici, presentati dagli Autori in un precedente lavoro. Tutti i test disponibili sono stati impiegati in alcune valutazioni sulla resistenza del calcestruzzo confinato con sistemi in FRP.

A tal fine, i valori della resistenza del calcestruzzo confinato, relativi ai test su prismi e su cilindri, sono stati rappresentati in funzione dei valori adimensionali della pressione di confinamento "nominale" e della pressione di confinamento "effettivamente agente": la pressione nominale è proporzionale al valore caratteristico della deformazione di rottura per trazione delle fibre, valore fornito generalmente nella scheda tecnica di prodotto; la pressione agente è stata, invece, valutata in funzione del valore medio della deformazione laterale del sistema in FRP, misurata in condizioni di incipiente collasso.

E' stato osservato che, specie per gli elementi cilindrici, quando le resistenze sono rappresentate in funzione della pressione nominale, i dati sperimentali presentano una maggiore dispersione; ciò conferma che la deformazione ultima a trazione delle fibre risulta sensibilmente diversa dalla deformazione laterale ultima esplicita dal sistema in FRP durante la prova.

I dati sperimentali sono stati adoperati anche per la validazione di formulazioni proposte in recenti documenti pre-normativi nazionali ed internazionali per la stima della resistenza a compressione del calcestruzzo confinato con FRP: si tratta in particolare delle linee guida edite dal CNR (documento DT200) e dal Comitato 440 dell'American Concrete Institute.

Il confronto tra i dati sperimentali e le relazioni analitiche ha mostrato che entrambi i documenti sovrastimano la resistenza del calcestruzzo confinato per valori medio-bassi della pressione efficace di confinamento ( $f_1 < 40\% f_{c0}$ ), mentre la sottostimano, anche sensibilmente, per valori più elevati.

Infine, sia per i provini cilindrici che per i campioni di forma prismatica, sono state ricavate le relazioni analitiche di interpolazione dei dati sperimentali, attraverso una procedura di minimizzazione dello scarto quadratico medio.

I risultati ottenuti hanno mostrato che: per elementi

prismatici le curve di regressione sono espresse da equazioni lineari; le leggi analitiche ricavate per i prismi ed i cilindri sono molto simili e, pertanto, la stima del coefficiente di forma fornita dal CNR-DT200/2004 è affidabile, consentendo una valutazione realistica della riduzione di efficienza del confinamento prodotta dall'effetto arco.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] DI NARDO, A., FAELLA, C., REALFONZO, R., SALERNO, N., (2007) – Modellazione del calcestruzzo confinato con FRP, *Atti del XII Convegno Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Pisa, Italia.
- [2] CNR (2004) – Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati. *CNR-DT 200/2004*. Roma, Italia.
- [3] FAELLA, C., REALFONZO, R., SALERNO, N., (2004) – Sulla resistenza e deformazione di elementi in c.a. confinati con tessuti in FRP, *Atti dell'XI Congresso Nazionale "L'ingegneria sismica in Italia"*, Genova.
- [4] FAELLA, C., REALFONZO, R., SALERNO, N., (2004) - N-M interaction curves of concrete elements confined with FRP systems, *Proc. of the Int. Conf. of Restoration, Recycling and Rejuvenation Technology for Eng. and Architecture Application*, Cesena, Italia.
- [5] LAM, L., TENG, J.G. (2003) – Design oriented stress-strain model for FRP-confined concrete in rectangular columns, *J. Reinforced Plastics and Composites*, SAGE Publications, 22(13), 1149-1185.
- [6] ACI 440.2R-02 (2002) - Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. *ACI Committee 440*
- [7] MIRMIRAN, A., SHAHAWY, M., SAMAAAN, M., EL ECHARY, H., MASTRAPA, J.C., PICO, O. (1998) – Effect of column parameters on FRP-confined concrete, *J. of Composites for Construction*, ASCE 2(4), 175-85.
- [8] ROCHETTE, P., LABOSSIÈRE, P. (2000) – Axial testing of rectangular column models confined with composites, *J. of Composites for Construction*, ASCE 4(3), 129-136.
- [9] IGNATOWSKI, P., KAMINSKA, M.E. (2003) – Concrete confinement with CFRP, *Composites in Constructions*, Bruno et al (eds), 361-366.
- [10] PARVIN, A., WANG, W. (2001) – Behavior of FRP jacketed concrete columns under eccentric loading, *J. Composites for Construction*, ASCE 5(3), 146-152.
- [11] PESSIKI, S., HARRIES, K.A., KESTNER, J.T., SUASE, R., RICLES, J.M. (2001) – Axial behaviour of reinforced concrete columns confined with FRP jackets, *J. Composites for Construction*, ASCE 5(4), 237-245.
- [12] SHEHATA, I.A.E.M., CARNEIRO, L.A.V., SHEHATA, L.C.D. (2002) – Strength of short concrete columns confined with CFRP sheet, *Material and Structures*, 35(1), 50-58.
- [13] SUTER, R., PINZELLI, R. (2001) – Confinement of concrete columns with FRP sheets, *Proc. Fifth FRPRCS*, pp. 793-802, Cambridge, U.K.
- [14] CHAALLAL, O., ASCE, M., SHAHAWY, M., HASSAN, M. (2003) – Performance of axially loaded short rectangular columns strengthened with carbon fiber-reinforced polymer wrapping, *J. of Composites for Construction*, ASCE 7(3), 200-208.

# MODELLAZIONE DELLA RISPOSTA TAGLIO-FLESSIONE IN CAMPO NON LINEARE DI ELEMENTI IN C.A.

**Pier Paolo Diotallevi<sup>1</sup>, Luca Landi<sup>1</sup>, Filippo Cardinetti<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> DISTART, Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del Territorio, Università di Bologna

## SOMMARIO

Questo studio ha come scopo la realizzazione di un modello ad elementi finiti monodimensionali in grado di cogliere il comportamento non lineare taglio-flessione di elementi strutturali in c.a.. Nella memoria viene illustrata la formulazione teorica dell'elemento finito, la teoria utilizzata per modellare il legame costitutivo e lo schema dell'algoritmo, tradotto in codice di calcolo, che è stato realizzato per implementare il modello teorico. Viene quindi riportato un confronto teorico-sperimentale per calibrare e validare il modello e uno studio sull'incidenza del comportamento non lineare per taglio.

## SUMMARY

This study has the purpose to develop an analytical model characterized by a monodimensional finite element which is able to reproduce the nonlinear flexural-shear behaviour of RC structures. The paper shows the finite element analytical formulation, the theory used for modelling the constitutive relationship and the scheme of the algorithm, transformed in a computer program, which was developed for implementing the theoretical model. Finally it illustrates a comparison with available experimental results for the calibration and validation of the model and a study on the influence of the non-linear shear response.

## 1. INTRODUZIONE

Lo studio del comportamento non lineare di elementi tozzi in c.a. è stato affrontato in letteratura secondo diversi approcci, caratterizzati da modellazioni basate in genere su elementi finiti bidimensionali e in certi casi su elementi monodimensionali. L'obiettivo fondamentale della presente ricerca è quello di realizzare un elemento finito monodimensionale del tipo a fibre capace di includere il comportamento non lineare per taglio in campo non lineare. Nella categoria dei modelli a fibre sono stati sviluppati fino ad oggi pochi modelli in grado di cogliere l'effettiva risposta di strutture con elevata deformabilità tagliante, specialmente nel caso di carico variabile in modo ciclico o di tipo dinamico [1]. Un aspetto di particolare rilevanza è che la maggior parte dei modelli proposti considerano un disaccoppiamento tra la risposta per taglio e quella per flessione. Un esempio di questi sono i modelli del tipo "strut and tie", in cui all'elemento finito non lineare per flessione è associato un traliccio che simula il meccanismo resistente a taglio. D'altra parte i modelli che hanno superato questo limite, utilizzando legami di tipo biassiale con fessurazione diffusa ad angolo fisso o variabile, sono stati implementati nella maggior parte dei casi in elementi finiti bidimensionali, difficilmente applicabili per studiare la risposta di strutture intelaiate complesse, soprattutto in presenza di azioni variabili in modo ciclico. La

loro applicazione rimane limitata piuttosto a singoli elementi strutturali, ad esempio travi semplicemente appoggiate [1].

Per raggiungere lo scopo prefissato è stato sviluppato un elemento a fibre nel quale si è introdotto come legame costitutivo quello proposto nell'ambito della "Modified Compression Field Theory" (MCFT) [2, 3], che considera l'elemento bidimensionale in cemento armato come un materiale ortotropo nelle direzioni principali di tensione e deformazione, sollecitato da azioni taglianti e di membrana.

Proprio l'accostamento dell'elemento a fibre (per modellare la struttura) con l'elemento bidimensionale (per modellare il legame delle fibre) permette di cogliere la risposta non lineare per flessione e taglio, e soprattutto il loro accoppiamento in campo non lineare [4, 5].

Il modello è stato implementato e tradotto in un codice di calcolo agli elementi finiti in grado di modellare strutture generiche. Tale codice di calcolo è stato quindi applicato per verificarne il funzionamento ed il campo di validità.

## 2. FORMULAZIONE DELL'ELEMENTO FINITO

L'elemento finito schematicamente illustrato nella Figura 1 è un modello a fibre basato sulla flessibilità [6, 7], sul quale è implementato un legame di tipo biassiale con fessurazione diffusa per cogliere l'accoppiamento tra le sollecitazioni e descrivere in maniera unitaria e coerente il comportamento

strutturale. Le grandezze fondamentali che governano la risposta dell'elemento finito sono le seguenti:

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{D}(x) = \begin{Bmatrix} M(x) \\ T(x) \\ N(x) \end{Bmatrix} \quad \mathbf{d}(x) = \begin{Bmatrix} \chi(x) \\ \gamma(x) \\ \varepsilon(x) \end{Bmatrix}$$

Il vettore  $\mathbf{Q}$  rappresenta le forze nodali,  $\mathbf{q}$  i movimenti nodali, mentre  $\mathbf{D}(x)$  sono le caratteristiche di sollecitazione e  $\mathbf{d}(x)$  le correlative componenti di deformazione. La generica sezione, individuata dall'ascissa locale  $x$ , è caratterizzata da una deformazione definita in termini di curvatura  $\chi$ , di dilatazione baricentrica  $\varepsilon$  e di scorrimento  $\gamma$ .

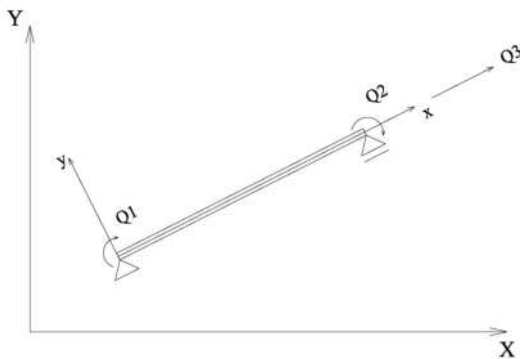


Figura 1 – Schema dell'elemento finito

Nel seguito si indicano con  $\Delta$  gli incrementi delle quantità prese in esame. I campi delle deformazioni e delle forze su cui si fonda l'elemento finito possono esprimersi come segue:

$$\Delta \mathbf{d}^i(x) = \mathbf{a}(x) \cdot \Delta \mathbf{q}^i \quad (2)$$

$$\Delta \mathbf{D}^i(x) = \mathbf{b}(x) \cdot \Delta \mathbf{Q}^i$$

dove  $\mathbf{a}(x)$  e  $\mathbf{b}(x)$  sono rispettivamente le matrici d'interpolazione delle deformazioni e delle forze e gli apici stanno ad indicare una generica iterazione di calcolo. L'uso degli apici nella formulazione è resa necessaria dal fatto che le funzioni d'interpolazione sono state assunte dipendenti dalla flessibilità e quindi variabili ad ogni iterazione.

Nella formulazione generale dell'elemento finito le funzioni  $\mathbf{a}(x)$  e  $\mathbf{b}(x)$  sono completamente indipendenti tra di loro. E' possibile però dimostrare come una particolare scelta della funzione di forma  $\mathbf{a}(x)$  porti ad una notevole semplificazione. In particolare si può scegliere una funzione dipendente dalla flessibilità della sezione  $\mathbf{f}^{i-1}$ :

$$\mathbf{a}(x) = \mathbf{f}^{i-1} \cdot \mathbf{b}(x) \cdot [\mathbf{F}^{i-1}]^{-1} \quad (3)$$

Una funzione d'interpolazione così assegnata mette in relazione le caratteristiche di deformazione della sezione con le corrispondenti componenti di deformazione dell'elemento. Dalla (2) si ottiene infatti:

$$\Delta \mathbf{d}^i(x) = \mathbf{f}^{i-1} \cdot \mathbf{b}(x) \cdot [\mathbf{F}^{i-1}]^{-1} \cdot \Delta \mathbf{q}^i \quad (4)$$

Con questa scelta particolare di  $\mathbf{a}(x)$  l'equazione di equilibrio dell'elemento si riduce alla seguente:

$$[\mathbf{F}^{i-1}] \cdot \Delta \mathbf{q}^i = \mathbf{P}^i - \mathbf{Q}^{i-1} \quad (5)$$

in cui  $\mathbf{P}$  sono le forze nodali esterne. L'equazione (5) esprime la relazione linearizzata tra i carichi applicati  $\mathbf{P} - \mathbf{Q}^{i-1}$  ed i corrispondenti incrementi dei movimenti nodali  $\Delta \mathbf{q}^i$  dell'elemento.

### 3. FORMULAZIONE DEL LEGAME COSTITUTIVO

Il legame utilizzato è di tipo biassiale, le relazioni sono tratte dalla teoria "Modified Compression Field Theory" (MCFT) [2] e dai suoi successivi sviluppi, come il "Disturbed Stress Field Model" (DSFM) [8, 9]. Le teorie citate sono state sviluppate per modellare lo stato tensionale e deformativo di elementi in c.a. soggetti a stati piani di tensione. Nel modello il calcestruzzo fessurato è considerato come un materiale ortotropo in cui equilibrio, compatibilità e legame costitutivo sono formulati in termini di tensioni e deformazioni medie; a parte sono poi introdotte considerazioni sullo stato locale della fessura nella quale sono poste delle limitazioni per quel che riguarda il livello tensionale. Tale modello rientra nella categoria di quelli a fessurazione diffusa ("smeared") con angolo di fessura variabile.

Nell'originaria teoria MCFT, per quanto fosse previsto un controllo sulla fessura, la relazione tra la tensione nel calcestruzzo teso e le tensioni locali non erano dirette. Lo scorrimento dovuto alle tensioni tangenziali sulla frattura ("shear slip") era trascurato e quindi non incluso nella deformazione complessiva dell'elemento.

Proprio in questa direzione viene in aiuto la teoria DSFM che, basata sul modello MCFT, tenta di fornire una migliore rappresentazione del comportamento del calcestruzzo valutando esplicitamente lo scorrimento sulle fessure attraverso lo studio di due meccanismi principali.

I progressi fatti nella formulazione DSFM includono un nuovo approccio per l'orientazione del campo di tensione e di deformazione del calcestruzzo rimuovendo l'ipotesi che essi siano coincidenti. Nel seguito si riportano le equazioni di equilibrio, di compatibilità e di legame costitutivo su cui si basa il modello DSFM.

- Equazioni di equilibrio.

Si consideri l'elemento mostrato in Figura 2 soggetto alle tensioni uniformi  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]$ , l'elemento è armato lungo due direzioni orientate arbitrariamente rispetto agli assi di riferimento e le armature sono assunte "spalmate".

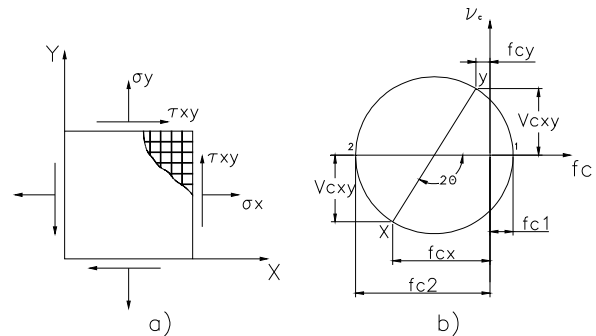


Figura 2 - Stato tensionale

Si analizzerà l'equilibrio in termini di tensioni medie. Le tensioni principali  $f_{c1}$  e  $f_{c2}$  sono parallele e perpendicolari alla direzione della fessura  $\theta$  (Figura 3). Le equazioni di equilibrio per armature parallele sono:



$$\begin{aligned}\sigma_x &= f_{cx} + \rho_x \cdot f_{sx} \\ \sigma_y &= f_{cy} + \rho_y \cdot f_{sy} \\ \tau_{xy} &= v_{cxy}\end{aligned}\quad (6)$$

Spostandosi sulla fessura, l'equazione di equilibrio che deve essere soddisfatta è:

$$\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot (f_{scri} - f_{si}) \cdot \cos^2 \theta_{ni} = f_{c1} \quad (7)$$

dove  $\rho_i$  è la percentuale d'armatura,  $f_{si}$  è la tensione media nell'acciaio,  $f_{scri}$  è la tensione locale dell'acciaio relativa a  $\varepsilon_{scri}$  e  $\theta_{ni} = \theta - \alpha$ , in cui  $\alpha$  è l'inclinazione delle armature.

L'incremento di tensione delle armature sulla fessura conduce allo sviluppo di tensioni tangenziali lungo la superficie della frattura stessa valutate con la relazione:

$$v_{ci} = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot (f_{scri} - f_{si}) \cdot \cos \theta_{ni} \cdot \sin \theta_{ni} \quad (8)$$

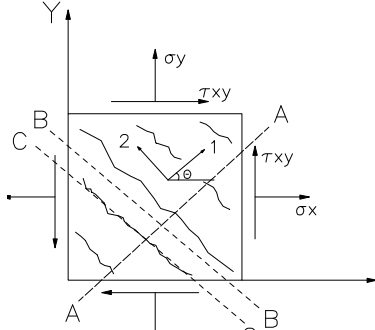


Figura 3 - Direzioni principali

- Equazioni di compatibilità.

La deformazione continua risulta da una fessurazione diffusa sull'elemento, mentre la componente di scorrimento è il risultato di un moto di corpo rigido sulla superficie della fessura stessa. La deformazione totale o apparente si denoterà col vettore  $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}]$  e l'inclinazione delle direzioni principali della deformazione apparente  $\theta_\varepsilon$  risulta:

$$\theta_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left[ \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \right] \quad (9)$$

Le deformazioni continue principali entro l'elemento sono date dalla seguente relazione:

$$\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2} = \frac{(\varepsilon_{cx} + \varepsilon_{cy})}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_{cx} - \varepsilon_{cy})^2 + \gamma_{cxy}^2} \quad (10)$$

e la relativa inclinazione è:

$$\theta_\sigma = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left( \frac{\gamma_{cxy}}{\varepsilon_{cx} - \varepsilon_{cy}} \right) \quad (11)$$

Lo scorrimento sulle fessure si può definire in media tramite il rapporto:

$$\gamma_s^a = \frac{\delta_s}{s} \quad (12)$$

dove  $\delta_s$  è la traslazione relativa in corrispondenza della fessura (definita nel seguito) ed  $s$  è il passo delle fessure. Le componenti di deformazione associate allo scorrimento saranno calcolate come segue:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^s &= -\frac{\gamma_s}{2} \cdot \sin(2\theta) \\ \varepsilon_y^s &= \frac{\gamma_s}{2} \cdot \sin(2\theta) \\ \gamma_{xy}^s &= \gamma_s \cdot \cos(2\theta)\end{aligned}\quad (13)$$

- Equazioni di legame costitutivo.

La risposta a compressione nel calcestruzzo può essere caratterizzata da un alto grado di "softening" dovuto alla fessurazione nella direzione trasversale. La tensione principale di compressione è dunque influenzata sia dalla deformazione principale di compressione che da quella di trazione; questa influenza è colta tramite il fattore di riduzione  $\beta_d$ :

$$\begin{aligned}\beta_d &= \frac{1}{1 + C_s \cdot C_d} \\ C_d &= 0.35 \cdot \left( -\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c2}} - 0.28 \right)^{0.8} \\ C_s &= 0.55\end{aligned}\quad (14)$$

dove le espressioni di  $C_d$  e  $C_s$  sono derivate da evidenze sperimentali. Il termine  $\beta_d$  è utilizzato per definire la tensione e la deformazione di picco nel calcestruzzo:

$$\begin{aligned}f_p &= -\beta_d \cdot f_c' \\ \varepsilon_p &= -\beta_d \cdot \varepsilon_0\end{aligned}\quad (15)$$

La curva di risposta a compressione considerata è la seguente (Fig. 4a):

$$f_{c2} = f_p \cdot \frac{n \cdot \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_p} \right)}{(n-1) + \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_p} \right)^{n-k}} \quad (16)$$

dove:

$$\begin{aligned}n &= 0.80 - \frac{f_p}{17} ; \\ k &= 1 \text{ se } \varepsilon_p < \varepsilon_{c2} < 0 ; \\ k &= \left( 0.67 - \frac{f_p}{62} \right) \text{ se } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_p\end{aligned}\quad (17)$$

Per quanto riguarda la risposta del calcestruzzo in trazione prima della fessurazione si considera:

$$f_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_{c1} \quad \text{con} \quad 0 < \varepsilon_{c1} < \varepsilon_{cr} \quad (18)$$

Dopo la fessurazione si adotta la seguente legge (Fig. 4c):

$$\begin{aligned}f_{c1} &= \frac{f_t'}{1 + \sqrt{c_t \cdot \varepsilon_{c1}}}; \\ c_t &= 2.2 \cdot m;\end{aligned}\quad (19)$$

$$\frac{1}{m} = \sum_{i=1}^n \frac{4 \cdot \rho_i}{d_{bi}} \cdot |\cos(\theta_{ni})|.$$

Riguardo alle barre di acciaio si utilizza un legame descritto dalle seguenti espressioni (Fig. 4d):

$$\begin{aligned}f_s &= E_s \cdot \varepsilon_s & 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_y; \\ f_s &= f_y & \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh}; \\ f_s &= f_y + E_{sh} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) & \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s < \varepsilon_u; \\ f_s &= 0 & \varepsilon_s > \varepsilon_u;\end{aligned}\quad (20)$$

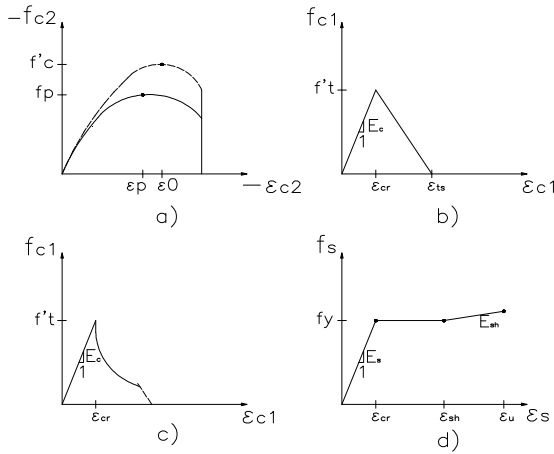


Figura 4 - Legami costitutivi

- Modello per lo scorrimento della fessura.

In letteratura sono presenti numerosi studi per quantificare  $\delta_s$  lungo la superficie della fessura in funzione delle tensioni tangenziali  $v_{ci}$ . Queste formulazioni in genere sono influenzate anche dall'apertura delle fessure  $w$ , dalla dimensione degli aggregati e dalle tensioni di compressione cilindrica  $f_c'$  e cubica  $f_{cc}$ . La relazione adottata è la seguente [9]:

$$\delta_s^a = \frac{v_{ci}}{1.8 \cdot w^{-0.8} + (0.234 \cdot w^{-0.707} - 0.20) \cdot f_{cc}} \quad (21)$$

Un approccio ulteriore è quello relativo al cambiamento di direzione tra le direzioni principali di tensione e di deformazione. La rotazione del campo di tensione rimane distaccata di un certo intervallo rispetto a quella del campo di deformazione. L'intervallo si stabilizza dopo la prima fessurazione e rimane all'incirca costante, fino a che le armature longitudinali iniziano lo snervamento. Evidenze sperimentali mostrano che questo intervallo iniziale si aggira attorno ai  $5^\circ$ - $10^\circ$  in funzione dell'armatura. Relativamente alla direzione iniziale di fessurazione  $\theta_{ic}$  si può determinare la rotazione  $\Delta\theta_\varepsilon$  nella direzione principale di deformazione:

$$\Delta\theta_\varepsilon = \theta_\varepsilon - \theta_{ic} \quad (22)$$

Nota l'intervallo  $\theta^l$  (attorno ai  $5^\circ$ - $10^\circ$ ) e  $\Delta\theta_\varepsilon$  si può determinare la variazione di direzione del campo di tensione:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_\sigma &= \Delta\theta_\varepsilon - \theta^l & |\Delta\theta_\varepsilon| > \theta_l \\ \Delta\theta_\sigma &= \Delta\theta_\varepsilon & |\Delta\theta_\varepsilon| \leq \theta_l \end{aligned} \quad (23)$$

in cui  $\theta^l$  vale  $5^\circ$  per elementi armati in modo biassiale,  $7.5^\circ$  per elementi armati in modo uniassiale e  $10^\circ$  per elementi armati in altro modo. L'inclinazione del campo di tensione risulta:

$$\theta_\sigma = \theta_{ic} + \Delta\theta_\sigma \quad (24)$$

Con la seguente equazione si può risalire quindi a  $\gamma_s^b$ :

$$\gamma_s^b = \gamma_{xy} \cdot \cos(2 \cdot \theta_\sigma) + (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \cdot \sin(2 \cdot \theta_\sigma) \quad (25)$$

Combinando i due approcci in una formulazione ibrida si eliminano gli svantaggi relativi a ciascuno dei due criteri; la deformazione  $\gamma_s$  dovuta allo scorrimento sulla fessura può essere valutata come segue:

$$\gamma_s = \max \left\{ \gamma_s^a = \frac{\delta_s^a}{s}; \gamma_s^b = \frac{\delta_s^b}{s} \right\} \quad (26)$$

Ai primi passi di carico o nel caso di elementi non armati trasversalmente il secondo criterio governa il problema,

mentre per passi di calcolo più avanzati in genere è la prima formulazione ad essere dominante.

#### 4. IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO

Il modello finora descritto è stato implementato in un algoritmo strutturato su 3 livelli di iterazioni principali: un ciclo di iterazioni a livello di struttura (Newton-Raphson), un ciclo di iterazioni per ogni elemento ("Element State Determination") reso necessario dalla formulazione in flessibilità ed un ulteriore ciclo su ogni fibra dovuto all'applicazione del modello DSFM. Nei punti seguenti vengono illustrati i principali passi dell'algoritmo.

1) Creazione della matrice di rigidità iniziale della struttura. Si calcola la matrice di rigidità della sezione  $\mathbf{k}(x)$ .  $\mathbf{E}_s$  ed  $\mathbf{E}_c$  sono matrici diagonali che raccolgono i moduli di elasticità delle fibre, analogamente  $\mathbf{A}_s$  ed  $\mathbf{A}_c$  sono matrici diagonali che ne raccolgono le aree mentre  $\mathbf{I}(x)$  è una matrice che lega le componenti di deformazione della sezione alla deformazione di ciascun punto della sezione. Assumendo l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane si ricava  $\mathbf{k}(x)$ :

$$\mathbf{k}(x) = \mathbf{I}^T(x) \cdot (\mathbf{E}_s \cdot \mathbf{A}_s + \mathbf{E}_c \cdot \mathbf{A}_c) \cdot \mathbf{I}(x) \quad (27)$$

Per inversione di  $\mathbf{k}(x)$  si ottiene la flessibilità della sezione  $\mathbf{f}(x)$ . Integrando lungo l'elemento si ricava la matrice di flessibilità dell'elemento stesso:

$$\mathbf{F}_{ele} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \cdot \mathbf{f}(x) \cdot \mathbf{b}(x) dx \quad (28)$$

dove  $\mathbf{b}(x)$  è la matrice che interpola le forze nodali restituendo le caratteristiche di sollecitazione. Dalla flessibilità  $\mathbf{F}_{ele}$  dell'elemento si ottiene per inversione la matrice di rigidità  $\mathbf{K}_{ele}$ . Attraverso le matrici di rotazione e di condensazione e tramite l'operazione di assemblaggio si ottiene la matrice di rigidità  $\mathbf{K}$  dell'intera struttura.

2) Applicazione degli incrementi di carico e iterazioni di Newton-Raphson. Ogni iterazione di Newton-Raphson viene indicata con l'indice  $i$ . Si risolve il sistema lineare applicando l'incremento dei carichi  $\mathbf{P}$  nei nodi e si aggiornano i movimenti  $\mathbf{p}$  dei nodi della struttura:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{i-1} \cdot \Delta\mathbf{p}^i &= \Delta\mathbf{P}^i \\ \mathbf{p}^i &= \mathbf{p}^{i-1} + \Delta\mathbf{p}^i \end{aligned} \quad (29)$$

3) Passaggio dagli spostamenti espressi nel sistema di riferimento globale a quelli valutati nel sistema di riferimento locale. Denominando con  $\mathbf{R}$  la matrice di condensazione e con  $\mathbf{T}_a$  la matrice di rotazione si ricavano gli spostamenti nodali dell'elemento:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{q}^i &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}_a \cdot \Delta\mathbf{u}_a^i \\ \mathbf{q}^i &= \mathbf{q}^{i-1} + \Delta\mathbf{q}^i \end{aligned} \quad (30)$$

4) Inizio della procedura di "Element State Determination", nella quale ogni iterazione viene indicata con l'indice  $j$ . Per semplicità si omette nel seguito l'indice relativo alla iterazione di Newton-Raphson. Si calcolano gli incrementi delle forze nodali a partire da quelli dei movimenti nodali e si aggiorna il valore delle forze nodali:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{Q}^j &= \mathbf{k}^{j-1} \cdot \Delta\mathbf{q}^j \\ \mathbf{Q}^j &= \mathbf{Q}^{j-1} + \Delta\mathbf{Q}^j \end{aligned} \quad (31)$$

5) Calcolo delle sollecitazioni nelle sezioni di controllo a distanza  $x$  dall'origine dell'asse dell'elemento:

$$\Delta \mathbf{D}^j(x) = \mathbf{b}(x) \cdot \Delta \mathbf{Q}^j \quad (32)$$

$$\mathbf{D}^j(x) = \mathbf{D}^{j-1}(x) + \Delta \mathbf{D}^j(x)$$

6) Calcolo delle componenti di deformazione:

$$\Delta \mathbf{d}^j(x) = \mathbf{f}^{j-1}(x) \cdot \Delta \mathbf{D}^j(x) + \mathbf{r}^{j-1}(x) \quad (33)$$

$$\mathbf{d}^j(x) = \mathbf{d}^{j-1}(x) + \Delta \mathbf{d}^j(x)$$

I residui di deformazione  $\mathbf{r}^{j-1}(x)$  derivano dalla precedente iterazione ed il loro calcolo viene illustrato nel seguito.

7) Calcolo delle deformazioni delle singole fibre. Le deformazioni delle fibre si possono calcolare a partire da quelle della sezione attraverso l'uso della matrice  $\mathbf{l}(x)$ :

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^j(x) = \mathbf{l}(x) \cdot \Delta \mathbf{d}^j(x) \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^j(x) = \boldsymbol{\varepsilon}^{j-1}(x) + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^j(x)$$

8) Note le componenti di deformazione per ogni singola fibra si applica la teoria DSFM:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y = 0 \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Inizialmente si assume  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_c$  e si applicano le equazioni (10) e (11) per conoscere le deformazioni principali nel calcestruzzo e la loro inclinazione rispetto all'orizzontale. Si impongono le deformazioni principali nell'acciaio lungo le direzioni  $x$  e  $y$ :

$$\varepsilon_{sx} = \varepsilon_x = \varepsilon_{cx} \quad (36)$$

$$\varepsilon_{sy} = \varepsilon_y = \varepsilon_{cy}$$

Si calcolano le tensioni medie nell'acciaio e nel calcestruzzo secondo le equazioni (16), (18), (19) e (20). Per quel che riguarda l'analisi sulla fessura, si calcolano le deformazioni locali con le seguenti relazioni:

$$\varepsilon_{sxcr} = \varepsilon_{sx} + \Delta \varepsilon_{1cr} \cdot \cos^2(\theta_\sigma) \quad (37)$$

$$\varepsilon_{syrcr} = \varepsilon_{sy} + \Delta \varepsilon_{1cr} \cdot \cos^2\left(\theta_\sigma - \frac{\pi}{2}\right)$$

Inizialmente si impone  $\Delta \varepsilon_{1cr} = 0$ . Si imposta quindi una procedura iterativa incrementando  $\Delta \varepsilon_{1cr}$  al fine di soddisfare la seguente equazione di equilibrio a meno di una tolleranza prefissata:

$$\begin{aligned} & \rho_x \cdot (f_{sxcr} - f_{sx}) \cdot \cos^2(\theta_\sigma) + \\ & + \rho_y \cdot (f_{syrcr} - f_{sy}) \cdot \cos^2\left(\theta_\sigma - \frac{\pi}{2}\right) = f_{c1} \end{aligned} \quad (38)$$

nella quale  $f_{sxcr}$  e  $f_{syrcr}$  sono dati dal legame costitutivo in funzione di  $\varepsilon_{sxcr}$  e  $\varepsilon_{syrcr}$ . Successivamente si calcolano le tensioni tangenziali del calcestruzzo sulla fessura:

$$\begin{aligned} v_{c1} &= \rho_x \cdot (f_{sxcr} - f_{sx}) \cdot \cos(\theta_\sigma) \cdot \sin(\theta_\sigma) + \\ & + \rho_y \cdot (f_{syrcr} - f_{sy}) \cdot \cos\left(\theta_\sigma - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\theta_\sigma - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (39)$$

Si determina la spaziatura e l'ampiezza delle fessure assumendo  $s_x$  ed  $s_y$  come distanze tra le armature:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{\frac{\sin \theta_\sigma}{s_x} + \frac{\cos \theta_\sigma}{s_y}} \\ w &= \varepsilon_{c1} \cdot s \end{aligned} \quad (40)$$

Si calcola lo spostamento dovuto allo scorrimento secondo l'equazione (21) e quindi si ottiene la deformazione  $\gamma_s^a$

mediante la (12). Assumendo come direzione iniziale di fessurazione  $\theta_{ic} = 45^\circ$  ed utilizzando in sequenza le equazioni (22), (23), (24) e (25) si ottiene  $\gamma_s^b$ . Attraverso la (26) si ottiene  $\gamma_s$ . Noto  $\gamma_s$  si possono calcolare le componenti di deformazione dovute allo scorrimento sulla fessura  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$  mediante le (13). E' così possibile ricalcolare  $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (41)$$

Si ripete quindi la procedura fino a che la differenza tra due valori di  $\boldsymbol{\varepsilon}_c$  successivamente determinati non è più piccola di una tolleranza fissata. Raggiunta la convergenza si calcolano i moduli tangenti ottenuti derivando le equazioni di legame costitutivo (16), (19) e (20) per le 2 direzioni principali. Si raccolgono i moduli tangenti in matrici riferite all'orientazione principale:

$$[\mathbf{D}_c]^* = \begin{bmatrix} \bar{E}_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{E}_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{G}_s \end{bmatrix} \quad [\mathbf{D}_s]_x^* = \begin{bmatrix} \rho \cdot \bar{E}_{cx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Si applica poi la seguente matrice di rotazione:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \psi & \sin^2 \psi & \cos \psi \sin \psi \\ \sin^2 \psi & \cos^2 \psi & -\cos \psi \sin \psi \\ -2 \cos \psi \sin \psi & 2 \cos \psi \sin \psi & (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \end{bmatrix} \quad (43)$$

dove  $\psi = \theta_c$  per il calcestruzzo,  $\psi = 0$  per le armature lungo  $x$  e  $\psi = 90^\circ$  per le armature lungo  $y$ . Con tale matrice si eseguono le trasformazioni di quelle contenenti i moduli dei materiali:

$$\mathbf{D}_c = \mathbf{T}^T \cdot [\mathbf{D}_c]^* \cdot \mathbf{T} \quad (44)$$

$$\mathbf{D}_s = \mathbf{T}^T \cdot [\mathbf{D}_s]_x^* \cdot \mathbf{T}$$

Dalle matrici relative ai materiali si può risalire alle tensioni su ogni fibra:

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\sigma}_c^j &= \mathbf{D}_c^j \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_c^j & \boldsymbol{\sigma}_c^j &= \boldsymbol{\sigma}_c^{j-1} + \Delta \boldsymbol{\sigma}_c^j \\ \Delta \boldsymbol{\sigma}_s^j &= \mathbf{D}_s^j \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_s^j & \boldsymbol{\sigma}_s^j &= \boldsymbol{\sigma}_s^{j-1} + \Delta \boldsymbol{\sigma}_s^j \end{aligned} \quad (45)$$

Le matrici dei moduli di elasticità vengono aggiornate come segue:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_c &= \begin{bmatrix} D_c(1,1)_{fibra1} & D_c(1,3)_{fibra1} & 0 & \dots \\ D_c(3,1)_{fibra1} & D_c(3,3)_{fibra1} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & D_c(1,1)_{fibra2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_s &= \begin{bmatrix} D_s(1,1)_{fibra1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & D_s(1,1)_{fibra2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$

Quella dei moduli del calcestruzzo diventa a banda quando nasce l'accoppiamento in campo non lineare tra momento flettente, sforzo normale e taglio.

9) Calcolo delle sollecitazioni dedotte dalle deformazioni tramite i legami costitutivi, dette sollecitazioni resistenti.

$$\mathbf{D}_{Rc}^j(x) = \mathbf{l}^T(x) \cdot (\mathbf{A}_s \cdot \mathbf{D}_{rs}(x) + \mathbf{A}_c \cdot \mathbf{D}_{rc}(x)) \quad (47)$$

10) Calcolo delle sollecitazioni non bilanciate, pari alla differenza tra quelle dedotte nell'ambito dell'incremento di carico e quelle resistenti.

$$\mathbf{D}_{Ru}^j(x) = \mathbf{D}^j(x) - \mathbf{D}_{Rc}^j(x) \quad (48)$$

11) Calcolo delle deformazioni residue funzioni delle sollecitazioni non bilanciate. Dalle matrici dei moduli elastici si possono calcolare le matrici di rigidezza e flessibilità tangenti di ogni sezione e di ogni elemento come già mostrato.

Nota in particolare la nuova matrice di flessibilità della sezione si calcolano le deformazioni residue:

$$\mathbf{r}^j = \mathbf{f}^j(x) \cdot \mathbf{D}_u^j(x) \quad (49)$$

12) Calcolo dei movimenti nodali residui. Dalle deformazioni residue della sezione si calcolano i movimenti nodali residui per integrazione lungo l'elemento:

$$\mathbf{s}^j = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \cdot \mathbf{r}^j(x) dx \quad (50)$$

Si controlla la convergenza attraverso un criterio energetico. Se ciascun elemento raggiunge la convergenza si pone  $\mathbf{Q}^i = \mathbf{Q}^j$  e  $\mathbf{K}_{ele}^i = \mathbf{K}_{ele}^j$ , quindi si passa o all'elemento successivo o, se ogni elemento è stato equilibrato, alla successiva iterazione di Newton-Rapson. Se l'elemento non converge si incrementa  $j+1$  e si esegue una ulteriore iterazione della procedura di Element State Determination ponendo:

$$\Delta \mathbf{q}^{j+1} = -\mathbf{s}^j \quad (51)$$

13) Calcolo delle forze nodali resistenti. Dalle forze nodali dell'elemento  $\mathbf{Q}$  attraverso l'allocatione e le due trasformazioni sintetizzate nelle matrici  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{T}_a$  si ottengono le forze nodali dell'elemento nel sistema di riferimento globale. Sommate queste ultime si ottengono le forze nodali resistenti della struttura:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ele}^i &= \mathbf{T}_a^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{Q}^i \\ \mathbf{F}_R^i &= \sum_{ele=1}^{n^o \text{ asie}} \mathbf{F}_{ele}^i \end{aligned} \quad (52)$$

14) Calcolo delle forze nodali non bilanciate. Si deducono per semplice differenza tra il vettore dei carichi applicati alla struttura e le forze nodali resistenti:

$$\mathbf{F}_u^i = \sum \Delta \mathbf{P}^i - \mathbf{F}_R^i \quad (53)$$

Si controlla quindi che le forze non bilanciate siano al di sotto di una certa tolleranza prefissata. Se questo non avviene, si incrementa l'indice  $i+1$  e si applicano alla struttura le forze non bilanciate in una nuova iterazione di Newton-Raphson, altrimenti si applica un nuovo incremento di carico e si prosegue l'analisi.

## 5. CONFRONTO CON RISULTATI SPERIMENTALI

Il confronto con risultati sperimentali è stato effettuato con riferimento ad una parete caricata con una forza orizzontale in sommità. I risultati sono espressi in termini di risposta forza-spostamento. Il confronto è stato fatto sulla base di dati sperimentali utilizzati in uno studio sulla risposta di pareti in c.a. soggette a forze laterali svolto da Vulcano e Bertero [10]. Si effettua un confronto tra i valori sperimentali, ed i risultati numerici ottenuti sia col modello a fibre, sia col modello TVLE ("Tree Vertical Line Element Model) proposto da Vulcano e Bertero. I dati geometrici e meccanici dell'elemento oggetto dell'analisi sono indicati nel report come "Specimens" 3 e 4. Le caratteristiche della sezione sono riportate in Figura 5, mentre le caratteristiche dei materiali si trovano in Tabella 1 e Tabella 2, dove le tensioni sono espresse in Mpa, le deformazioni in % e le dimensioni in mm.

Il confronto tra i risultati ottenuti applicando il modello e i dati sperimentali ha consentito di calibrare il modello e di verificare il codice di calcolo (Figura 6).

Tabella 1 – Proprietà dell'acciaio

	$\phi$ [mm]	$\varepsilon_y$ %	$\varepsilon_u$ %	$f_y$ [MPa]	$E_s$ [MPa]	$f_{su}$ [MPa]
Parete taglio	6	0.2	12	507	211400	730
Flange	18	0.2	15	444	211400	639

Tabella 2 – Proprietà del calcestruzzo

	$\varepsilon_c$ %	$f_c$ [MPa]	$E_c$ [MPa]	$a_{max}$ [mm]
Parete taglio	0.3	34.8	22500	10
Flange	0.3	34.8	22500	10

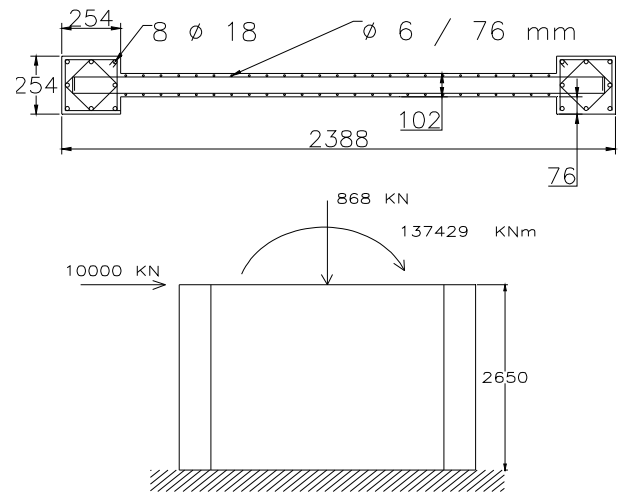


Figura 5 - Proprietà della struttura soggetta a test sperimentali

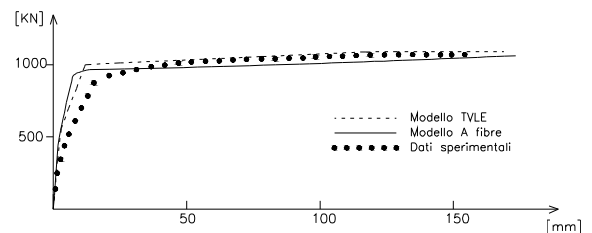


Figura 6 - Risultati in termini di forza-spostamento

## 6. STUDIO SULLA RISPOSTA TAGLIO-FLESSIONE

Tale studio è stato svolto su una parete in c.a. incastrata alla base e libera in sommità e caricata da una forza orizzontale applicata in sommità (Figura 7). Sono state eseguite varie analisi variando di volta in volta l'altezza della parete  $L$ , e lasciando inalterata la sezione  $d$  in modo da avere diversi valori del rapporto  $L/d$ . Per brevità si illustrano nel seguito i risultati relativi ai casi  $L/d=10$  e  $L/d=1$ .

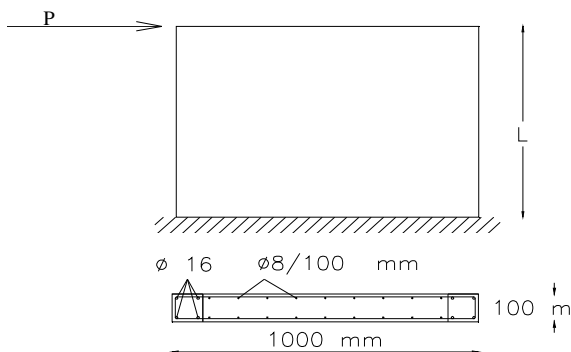


Figura 7 - Configurazione della parete oggetto di studio

- Analisi con rapporto  $L/d = 10$  (parete snella). La parete è stata schematizzata con 20 elementi finiti di uguale lunghezza. Gli effetti flessionali vengono colti in modo efficace grazie al fatto che la lunghezza di un elemento è stata fissata in funzione della dimensione della cerniera plastica attesa alla base.

Dall'analisi si sono ottenuti i diagrammi riportati in Figura 8. Il modello per confronto è stato applicato secondo due distinte modalità: nella prima si è considerato il comportamento non lineare per flessione e lineare per taglio mentre nella seconda si è considerato il comportamento non lineare sia per flessione che per taglio. Come si può notare dalla Figura 8 il diagramma taglio-scorrimento in campo non lineare si modifica lungo l'altezza della parete.

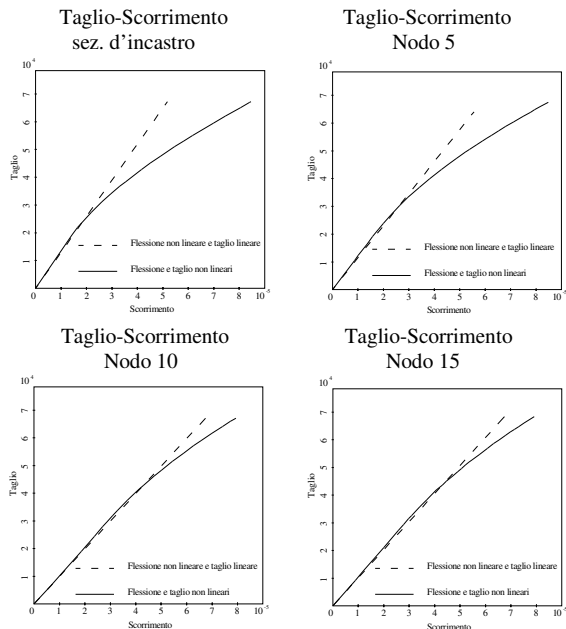


Figura 8 - Risultati per la parete snella

Poiché la struttura in esame è soggetta ad un taglio costante e i diagrammi taglio-scorrimento sono risultati diversi lungo l'altezza della parete si rileva come il modello sia stato in grado di cogliere l'accoppiamento taglio-flessione. La variazione del momento lungo l'altezza della parete ha

influenzato i valori dello scorrimento delle varie sezioni, modificando così il diagramma taglio-scorrimento.

- Analisi con rapporto  $L/d = 1$  (parete tozza). In questo secondo esempio la parete è stata schematizzata con 2 elementi e 3 nodi. Si osserva che per tale parete le deformazioni non lineari per taglio diventano determinanti.

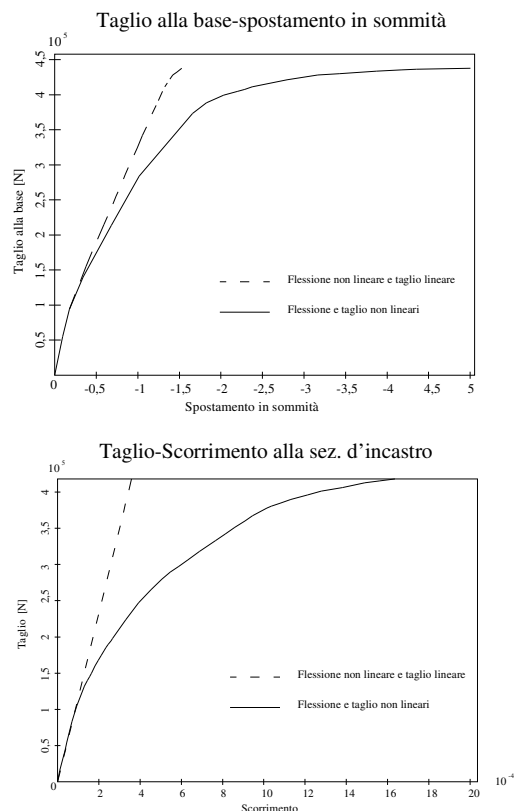
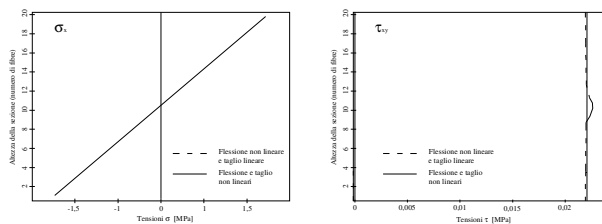


Figura 9 - Risultati per la parete tozza

#### Tensioni valutate ai primi passi di calcolo



#### Tensioni a passi di calcolo avanzati

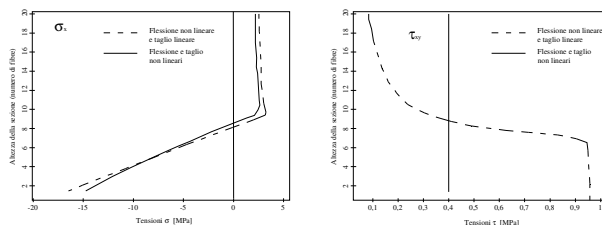


Figura 10 - Diagrammi delle tensioni

Prima della fessurazione le due modalità di applicazione del modello citate precedentemente hanno fornito risultati

identici. E' evidente come la non linearità nelle deformazioni per taglio sia risultata un fattore decisivo nel comportamento di tale elemento strutturale (Figura 9). In Figura 10 sono riportati i diagrammi delle tensioni sulla sezione d'incastro. Sono rappresentati sia i primi passi di calcolo che passi più avanzati in modo da mettere in risalto il cambiamento della distribuzione delle tensioni con la fessurazione della sezione.

## 7. CONCLUSIONI

E' stato sviluppato ed implementato in un codice di calcolo un elemento finito monodimensionale del tipo a fibre che consente di tenere conto della risposta taglio-flessione in campo non lineare. Le caratteristiche principali dell'elemento sviluppato sono prevalentemente due: la formulazione basata sulle flessibilità e l'uso di un modello bidimensionale con fessurazione diffusa ad angolo variabile per definire il legame costitutivo delle fibre. Tramite il confronto con risultati sperimentali è stato possibile calibrare e validare il modello. Dalle analisi svolte si è evidenziata la capacità del modello di cogliere l'interazione taglio-flessione in campo non lineare e la rilevanza delle deformazioni non lineari per taglio nel caso di elementi tozzi.

L'uso del modello DSFM come legame costitutivo ha permesso di cogliere l'importante interazione taglio-flessione in campo non lineare. Lo studio presentato costituisce una base di partenza per una ricerca più approfondita e dettagliata, volta a validare e perfezionare ulteriormente il modello, ad esempio tramite confronti con risultati sperimentali relativi a casi di carico variabile in modo ciclico.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CERESA P., PETRINI L., PINHO R. - (2007), "Flexure-shear fibre beam-column elements for modelling frame structures under seismic loading-state of the art" *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 11, Special Issue 1.
- [2] VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P. - (1986), "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Element Subjected to Shear", *Journal of American Concrete Institute*, 83(2), 219-231.
- [3] VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P. - (1988), "Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using the Modified Compression Field Theory", *ACI Structural Journal*, 85, 258-268.
- [4] CERESA P., PETRINI L., PINHO R., AURICCHIO F. - (2006), "Development of a Flexure-Shear Fibre Beam-Column Element for Modelling of Frame Structures Under Seismic Loading." *First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland 2006, paper number 1425.
- [5] PETRANGELI, M., PINTO, P., CIAMPI, V. - (1999), "Fiber Element for Cyclic Bending and Shear of R/C Structures. I: theory", *Journal of Engineering Mechanics*, 125(9), 994-1001.
- [6] FILIPPOU, F.C., SPACONE, E., TAUCER, F.F. - (1996), "A Fiber Beam-Column Model for Nonlinear Analysis of R/C Frames: Part.1 Formulation" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25, 711-725.
- [7] FILIPPOU, F.C., SPACONE, E., TAUCER, F.F. - (1991), "A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures", EERC Report No. 91/17, University of California, Berkeley.
- [8] VECCHIO, F.J. - (2000), "Disturbed Stress Field Model of Reinforced Concrete: Formulation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 126(9), 1070-1077.
- [9] VECCHIO, F.J. - (2001), "Disturbed Stress Field Model of Reinforced Concrete: Implementation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 127(1), 12-20.
- [10] VULCANO, A., BERTERO, V.V. - (1987), "Analytical Models for Predicting the Lateral Response of RC Shear Walls: Evaluation of their Reliability". Report EERC No. 87/19, University of California, Berkeley.

# RINFORZO DI TRAVI DI CALCESTRUZZO ARMATO CON PBO-FRCM: PROVE DI FLESSIONE E DI ADERENZA

Angelo Di Tommaso<sup>1</sup>, Francesco Focacci<sup>1</sup>, Giovanni Mantegazza<sup>2</sup>, Alessandra Gatti<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento Costruzione dell'Architettura, IUAV – Università di Venezia

<sup>2</sup> Ruredil S.p.A, San Donato Milanese, MI

## SOMMARIO

I compositi fibrorinforzati a matrice polimerica (Fiber Reinforced Polymer, FRP) sono ormai largamente utilizzati per il rinforzo delle strutture di calcestruzzo, di muratura e di legno. Recentemente è stato proposto l'utilizzo di reti di fibre immerse in matrice cementizia (Fiber Reinforced Cementitious Matrix, FRCM). Le prime sperimentazioni su travi e pilastri di calcestruzzo rinforzati con FRCM con fibre di carbonio (C-FRCM) hanno fornito risultati incoraggianti, evidenziando importanti differenze di comportamento strutturale tra elementi rinforzati con FRP e con FRCM, specie a rottura. In particolare, è stato osservato che, mentre la crisi di travi rinforzate con FRP si raggiunge in genere per distacco improvviso del pacchetto di rinforzo dal supporto (debonding), la crisi di travi rinforzate con FRCM con fibre di carbonio si raggiunge a seguito del graduale sfilamento delle fibre all'interno della matrice cementizia e conseguente graduale perdita di efficacia del rinforzo. Nella nota sono descritte alcune prove di flessione di travi di calcestruzzo armato rinforzate con FRCM con fibre di Poliparafenilenbenzobisoxazolo (PBO-FRCM) che hanno mostrato il tipo di crisi sopra descritto; in alcuni casi è stato invece osservato il distacco del rinforzo sulla superficie di interfaccia calcestruzzo/matrice cementizia. Sono inoltre brevemente descritte le prime prove di trazione di una sperimentazione su provini di calcestruzzo rinforzati con PBO-FRCM, condotta allo scopo di caratterizzare questo materiale di rinforzo relativamente ai fenomeni di aderenza. I rinforzi PBO-FRCM sono risultati efficaci per l'incremento della portanza flessionale di travi di calcestruzzo armato. I risultati delle prove di aderenza sono stati abbastanza coerenti con i risultati delle prove di flessione su travi. Tutte le prove sono state eseguite presso il Laboratorio di Scienza delle Costruzioni dello IUAV- Università di Venezia.

## SUMMARY

Fibre Reinforced Polymers (FRP) are well known systems used to improve flexural and shear capacity of Reinforced Concrete (RC) beams. Innovative composites made of Cementitious Matrix Reinforced by continuous Fibers (FRCM) have been recently proposed as an alternative technological solution on strengthening RC beams. FRCM strengthened RC beams behave in different manner, especially at collapse, in comparison to FRP strengthened beams. FRP strengthened RC beams failure is usually caused by debonding of the reinforcing layer. FRCM strengthened RC beams failure is, in most cases, caused by the debonding of fibers from the cementitious matrix with a large amount of fibers/matrix slip and consequent gradual reduction of reinforcing action. In some cases of FRCM with PBO fibers, the collapse mechanism involves the complete debonding of the reinforcing material on the concrete/cementitious matrix interface. In this paper, some flexural tests on Poliparafenilenbenzobisoxazole (PBO) FRCM strengthened beams that failed as described are presented. The paper also contains first characterization tensile tests on PBO-FRCM reinforcing material, conducted to investigate the bond between PBO fibers and cementitious matrix. PBO-FRCM resulted effective to strengthen RC beams. Characterization test results were consistent with flexural tests on RC beams. All tests were performed at LabSCo, IUAV – University of Venice.

## 1. INTRODUZIONE

I compositi fibrorinforzati (Fiber Reinforced Polymer, FRP) sono ormai largamente utilizzati per il rinforzo delle strutture di calcestruzzo, di muratura e di legno [1]. Questi prodotti sono costituiti da fibre lunghe (in genere di carbonio, aramidiche o di vetro), impregnate in situ con una matrice epossidica che funge anche da adesivo di connessione tra

l'elemento di rinforzo ed il supporto da rinforzare.

Recentemente è stato proposto l'utilizzo di reti di fibre immerse in matrice cementizia (Fiber Reinforced Cementitious Matrix, FRCM); anche in questo caso la matrice funge da adesivo di connessione del rinforzo con il supporto [2, 3, 4]. I principali vantaggi dell'FRCM rispetto all'FRP consistono, in generale, nella più elevata resistenza al fuoco e nella maggiore semplicità di posa in opera. Le prime

sperimentazioni su travi e pilastri di calcestruzzo rinforzati con FRCM con fibre di carbonio [2, 2, 4] hanno fornito risultati incoraggianti, evidenziando anche importanti differenze di comportamento strutturale tra elementi rinforzati con FRP e con FRCM. In particolare, è stato osservato che, mentre la crisi di travi rinforzate con FRP si raggiunge in genere per distacco improvviso del pacchetto di rinforzo dal supporto (debonding) ed è molto fragile, la crisi di travi rinforzate con C-FRCM si raggiunge a seguito del graduale sfilamento delle fibre all'interno della matrice cementizia e conseguente graduale perdita di efficacia del rinforzo. Prove di flessione condotte su travi di calcestruzzo armato rinforzate con PBO-FRCM [4] hanno invece mostrato la possibilità di entrambi i tipi di crisi: in alcuni casi si è avuto il completo distacco del pacchetto di rinforzo dal supporto senza apprezzabili scorrimenti delle fibre nella matrice (similmente a quanto accade con l'FRP), mentre in altri casi si è osservato lo sfilamento delle fibre di PBO nella matrice cementizia (analogamente a quanto accade con l'FRCM con fibre di carbonio).

Nella nota sono descritte alcune prove di flessione di travi di calcestruzzo armato rinforzate con PBO-FRCM che hanno mostrato i tipi di crisi sopra descritti e le prime prove di una sperimentazione in corso su rinforzi di PBO-FRCM, condotta allo scopo di caratterizzare il materiale di rinforzo riguardo ai fenomeni di aderenza. Tutte le prove sono state eseguite

presso il Laboratorio di Scienza delle Costruzioni dello IUAV, Università di Venezia.

## 2. PROVE DI FLESSIONE SU TRAVI

### 2.1 Provini

Sono state testate travi di calcestruzzo armato con differenti configurazioni di rinforzo costituito da CFRP, C-FRCM e PBO-FRCM. Nella presente nota sono presentati unicamente i risultati relativi ad alcune travi con rinforzo di PBO-FRCM. Tutti i risultati delle prove eseguite sono riportati in [4]. La geometria dei provini è rappresentata in Figura 1. La resistenza a compressione del calcestruzzo è stata determinata con prova di compressione su cubetti; la tensione di snervamento e la resistenza a rottura delle barre di acciaio sono state determinate con prove di trazione su barre rimosse da alcuni provini dopo la prova di flessione. Le caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti i provini sono riportate in Figura 1.

Il materiale di rinforzo è costituito da una rete di fibre di PBO, con fibre disposte lungo due direzioni ortogonali (Fig. 2). La sezione di fibre è doppia in una direzione rispetto all'altra. La maglia della rete è approssimativamente 20 mm x 10 mm. La rete è resa solidale al calcestruzzo mediante matrice a base cementizia. Le caratteristiche meccaniche del rinforzo (rete e matrice) dichiarate dal produttore sono riportate in Tabella 1.

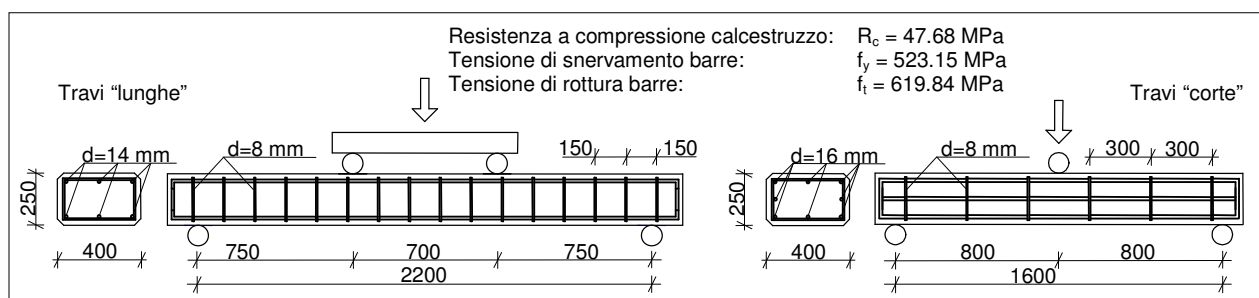


Figura 1. - Provini.  $d$  indica il diametro delle barre; le quote sono in mm.



Figura 2. - Rete di PBO.

MATERIALE	$f_t$ N/mm <sup>2</sup>	$f_c$ N/mm <sup>2</sup>	$\epsilon_u$ ‰	E GPa	$t_f$ mm
Fibre di PBO	5800 (*)	--	21.5	270 (*)	0.046 (dir.1) 0.022 (dir. 2)
Mat. cementizia	4 (**)	28	--	7.5	--

Tabella 1. - Caratteristiche del rinforzo:  $f_t$ : resistenza a trazione,  $f_c$ : resistenza a compressione, E: modulo elastico,  $t_f$ : spessore nominale. (\*) Riferito allo spess. nominale. (\*\*) Traz. per flessione

In Figura 3 sono rappresentate le configurazioni di rinforzo adottate; le corrispondenti sezioni di rinforzo sono riassunte in Tabella 2.

### 2.2 Risultati

I provini non rinforzati si sono rotti per schiacciamento del calcestruzzo all'estradosso (Fig. 4 e 5). Relativamente ai provini rinforzati, lo schiacciamento del calcestruzzo è stato sempre preceduto dalla perdita di efficacia del rinforzo (debonding). Il fenomeno si è manifestato diversamente per le travi più lunghe (luce 2.2 m) e per le travi più corte (luce 1.6 m): relativamente alle travi lunghe, si è osservato il distacco completo del pacchetto di rinforzo all'interfaccia tra matrice cementizia e calcestruzzo (Fig. 6, 8b); relativamente alle travi corte, si è manifestato il graduale sfilamento delle fibre di PBO nella matrice cementizia che è rimasta perfettamente aderente al rinforzo (Fig. 7, 8c).

In Tabella 3 sono riportati i carichi di collasso dei provini testati e gli incrementi di questi rispetto al carico di collasso dei provini non rinforzati. Nell'ultima colonna di Tabella 4



sono infine riportate le dilatazioni nel rinforzo all'atto della crisi del provino, determinate analiticamente utilizzando un semplice modello "a sezioni piane" [4]. Queste dilatazioni

possono considerarsi una stima della massima dilatazione raggiungibile nel rinforzo prima della perdita di efficacia dello stesso.

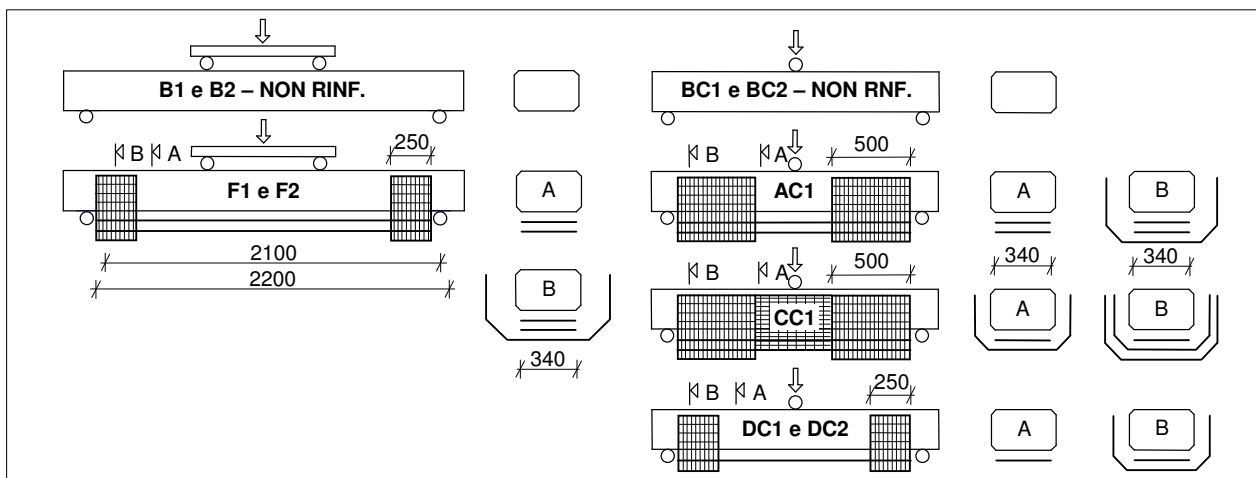


Figura 3. - Configurazioni di rinforzo; le quote sono in mm.

PROVINO	Materiale di rinforzo	Sezione di rinforzo flessionale	Rigidezza assiale rinforzo flessionale (EA)	Sezione 1° rinf. a U	Sezione 2° rinf. a U	Sezione 3° rinf. a U
		mm <sup>2</sup>	kN	mm <sup>2</sup> /m	mm <sup>2</sup> /m	mm <sup>2</sup> /m
B1 e B2	--	--	--	--	--	--
F1 e F2	PBO-FRCM	31.28	8446	46	--	--
BC1 e BC2	--	--	--	--	--	--
AC1	PBO-FRCM	31.28	8446	46	46	--
CC1	PBO-FRCM	31.28	8446	68	68	22
DC1 e DC2	PBO-FRCM	15.64	4223	46	--	--

Tabella 2. - Caratteristiche dei provini.

Per completezza, in Figura 8 è rappresentata anche la tipica modalità di debonding che si osserva per i rinforzi di FRP (schema a), nella quale il distacco avviene in genere su una superficie all'interno del calcestruzzo.

Nelle Figure 9 e 10, sono tracciati i diagrammi carico-freccia sperimentali. Si può osservare quanto segue.

- Il rinforzo di PBO-FRCM è risultato efficace per incrementare il carico di collasso delle travi, come si vede dal confronto tra i diagrammi relativi alle travi non rinforzate e quelli relativi alle travi rinforzate.
- La crisi per debonding con improvviso distacco dell'intero pacchetto di rinforzo (diagrammi delle travi F

in Fig. 9) è fragile: all'atto del distacco si ha una repentina diminuzione del carico. La crisi per debonding con graduale sfilamento delle fibre nella matrice (diagrammi di Fig. 10) è più duttile: al progredire dello sfilamento delle fibre, la forza di trazione nelle fibre stesse diminuisce ed il diagramma raggiunge quello delle travi non rinforzate in modo più graduale.

- Le due travi lunghe rinforzate con PBO-FRCM testate (F1 e F2) hanno manifestato lo stesso meccanismo di crisi; il carico di collasso è stato tuttavia abbastanza diverso pur essendo i due provini nominalmente uguali.



Figura 4. - Provino B1 (non rinforzato).



Figura 5. - Provino BC2 (non rinforzato).



Figura 6.- Provino F1.



Figura 7.- Provino CC1.

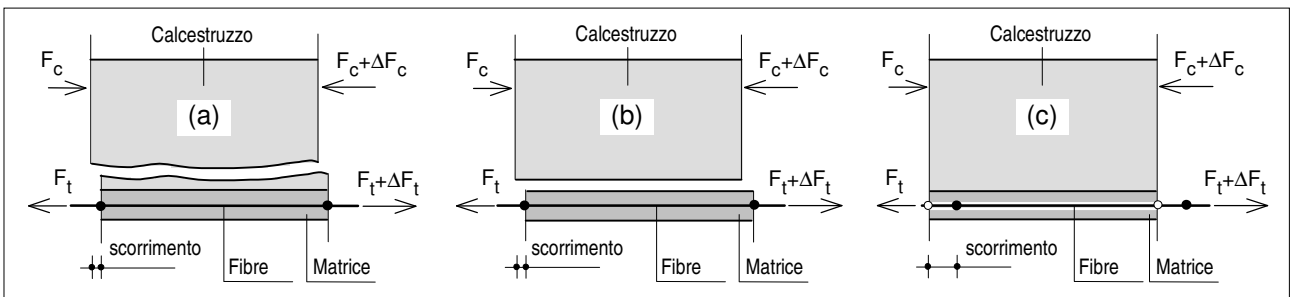


Figura 8.- Diverse modalità di debonding.

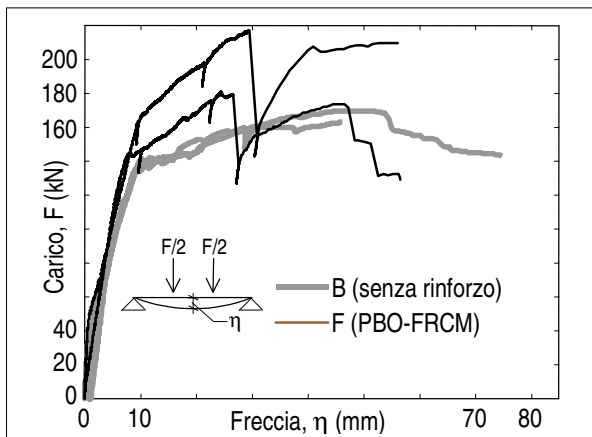


Figura 9.- Diagrammi carico-freccia relativi alle travi lunghe.

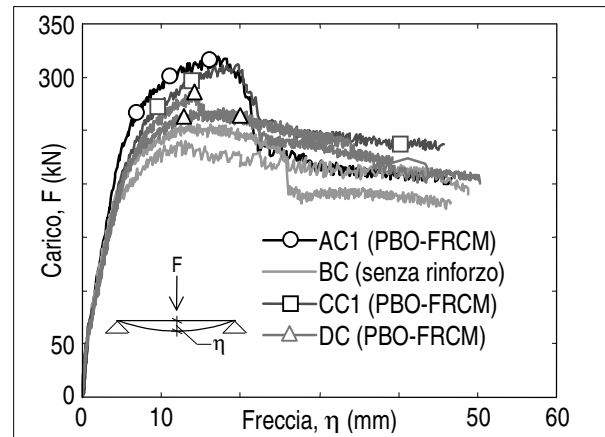


Figura 10.- Diagrammi carico-freccia relativi alle travi corte.

PROVINO	DESCRIZIONE	CRISI	Carico massimo	Media	Incremento	$\epsilon_{fmax}$
			kN	kN	%	%
B1	Non rinforzato	Schiacciamento del calcestruzzo	163.07	166.54	--	--
B2			170.00			
F1	2 strati con fasce a U di estremità	(b)	180.72	(*)	+8.51	--
F2			217.26			
AC1	2 strati di PBO-FRCM	(c)	319.33	--	+ 28.73	17.82
BC1	Non rinforzato	Schiacciamento del calcestruzzo	255.86	248.05	--	--
BC2			240.24			
CC1	2 strati di cui uno ripiegato e fasce a U di estremità	(c)	311.98	--	+ 25.77	16.12
DC1	1 strato con fasce a U di estremità	(c)	287.50	278.55	+ 12.29	21.31
DC2			269.59			

Tabella 3.- Carichi di collasso, incrementi rispetto al non rinforzato e dilatazioni massime nel rinforzo. (\*) non si ritiene rappresentativa la media, per la notevole differenza tra i due risultati

### 3. PROVE DI TRAZIONE

Con lo scopo di meglio definire la gerarchia delle resistenze di interfaccia osservate con le prove di flessione e per quantificare le prestazioni del rinforzo PBO-FRCM in termini di aderenza con il calcestruzzo, è stata programmata una campagna di prove di rinforzi incollati a blocchetti di calcestruzzo. In questa nota sono descritti i risultati dei primi tre provini, testati essenzialmente con lo scopo di valutare l'efficacia della prova.

#### 3.1 Provini

I provini sono costituiti da due blocchi di calcestruzzo uniti tra loro da elementi di rinforzo di PBO-FRCM (Fig. 11). La trazione nel rinforzo è indotta attraverso piastre di contrasto con il calcestruzzo, solidali a barre di acciaio filettate, poste in trazione dalla macchina di prova. Durante la prova, sono stati misurati la forza totale indotta dalla macchina, lo spostamento relativo tra i due blocchi di calcestruzzo e la dilatazione del rinforzo in tre punti (Fig. 11). Le prove sono state condotte controllando lo spostamento relativo tra i due blocchi.

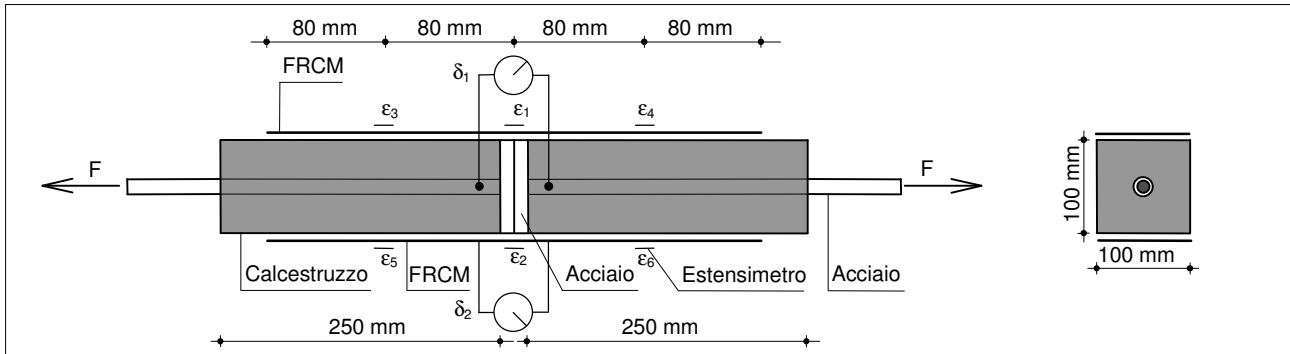


Figura 11. - Schema della prova di trazione.

#### 3.2 Risultati

I tre provini testati hanno fornito risultati abbastanza ripetibili. In tutti i casi la crisi è stata raggiunta con graduale sfilamento delle fibre di PBO nella matrice cementizia (similmente a quanto avvenuto per le travi più corte); in nessuno dei tre casi si è prodotto il distacco globale del pacchetto di rinforzo dal calcestruzzo, come osservato per le travi più lunghe. La generica prova consente di tracciare i diagrammi forza-spostamento (inteso come relativo tra i due blocchi, e quindi mediamente pari al doppio dello scorrimento massimo tra il rinforzo ed il supporto) e forza-deformazioni del rinforzo nelle posizioni in cui sono posti gli estensimetri. Diagrammi tipici sono tracciati nelle Figure 12 e 13. In Figura 14 sono tracciati i diagrammi sforzo normale nel rinforzo - scorrimento massimo, relativi ai tre provini testati. La forza  $P$  è intesa come sforzo normale medio nei due strati di rinforzo nella sezione di mezzeria ed è pari alla metà della forza  $F$  applicata dalla macchina di prova; lo scorrimento massimo  $s$  è inteso come scorrimento medio tra le fibre ed il supporto nella sezione di mezzeria del provino ed è valutato come la metà della media tra gli spostamenti relativi tra i due blocchi, misurati su facce opposte del provino, nella sezione di mezzeria. La Tabella 4 riassume le principali quantità misurate, nelle condizioni di crisi del provino.

	Provino 1	Provino 2	Provino 3	Medie
$P_{max}$ (kN)	6.38	6.53	6.97	6.63
$\epsilon_{L,max}$ (‰)	6.81	4.67	5.00	5.49
$s_{max}$ (mm)	0.883	0.646	0.815	0.781
$\epsilon_{m,max}$ (‰)	3.89	3.02	3.23	3.38

Tabella 4. -  $P_{max}$ : massima forza nel rinforzo;  $\epsilon_{L,max}$ : massima dilatazione nel rinforzo in mezzeria;  $s_{max}$ : massimo scorrimento in mezzeria;  $\epsilon_{m,max}$ : massima dilatazione  $\epsilon_m$  a metà della lunghezza di ancoraggio.

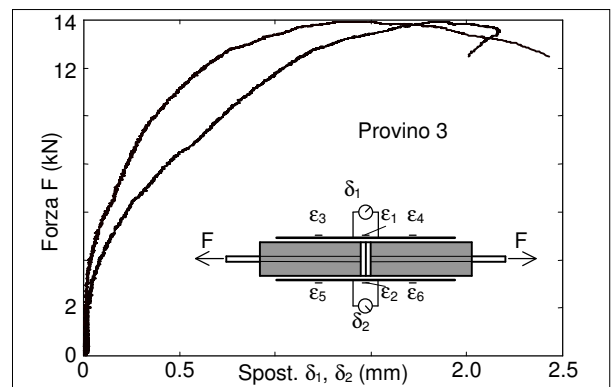


Figura 12. - Diagrammi forza-spostamento.

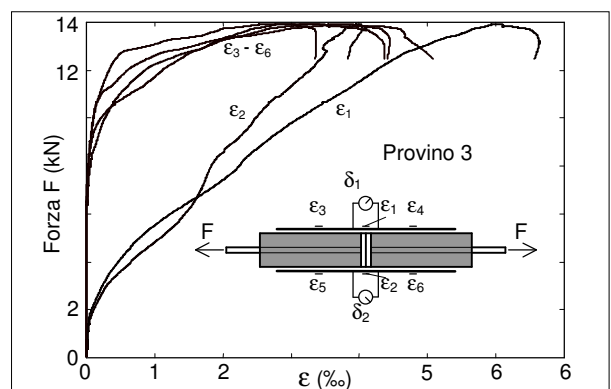


Figura 13. - Diagrammi forza-deformazioni.

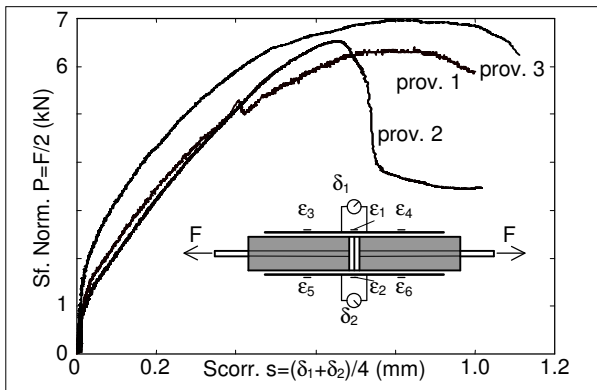


Figura 14. - Diagrammi sforzo normale-scorrimento.

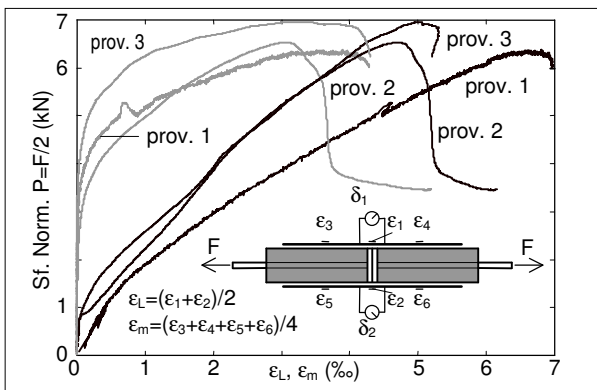


Figura 15. - Diagrammi sforzo normale-dilatazioni.

#### 4. ANALISI E CONSIDERAZIONI

Le prestazioni in termini di aderenza di un rinforzo di materiale composito sono descritte analiticamente da un legame “locale” tra lo scorrimento  $s$  di interfaccia (spostamento relativo tra il rinforzo ed il supporto) e la conseguente tensione tangenziale  $\tau$  di interfaccia. La conoscenza del legame aderenza-scorrimento,  $\tau = \tau(s)$ , consente la previsione analitica dei fenomeni connessi all’aderenza, come ad esempio la dipendenza tra la forza massima che può trasferirsi per aderenza,  $P_{db\max}$ , e la lunghezza di incollaggio,  $L$  (Fig. 16).

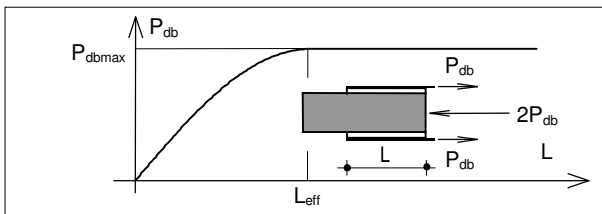


Figura 16. - Forza-lunghezza di incollaggio.

In particolare, per quanto concerne i parametri globali più importanti, con riferimento allo schema di Figura 16 (che equivale ad una delle due metà del provino di Fig. 11), la conoscenza del legame  $\tau = \tau(s)$  consente la determinazione:

- della massima forza  $P_{db\max}$  che può trasferirsi per aderenza tra il rinforzo ed il supporto, nello schema di Figura 16;

- della lunghezza di trasferimento efficace  $L_{eff}$ , definita come la minima lunghezza di incollaggio necessaria per trasferire la forza massima  $P_{db\max}$ .

Nell’analisi preliminare dei risultati delle prove di trazione sono state considerate due possibili forme del legame  $\tau = \tau(s)$ , rappresentate in Figura 17. La prima (Fig. 17 (a)) è costituita da due tratti rettilinei; la seconda (Fig. 17 (b)), proposta in [5], è descritta analiticamente dall’equazione:

$$\tau(s) = 2BG_f \cdot \begin{pmatrix} e^{-Bs} & -e^{-2Bs} \end{pmatrix} \quad (1)$$

I parametri  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $f_0$ ,  $f_b$  del legame di Figura 17 (a) ed i parametri  $G_f$  e  $B$  del legame di Figura 17 (b) devono essere determinati sulla base di risultati sperimentali.

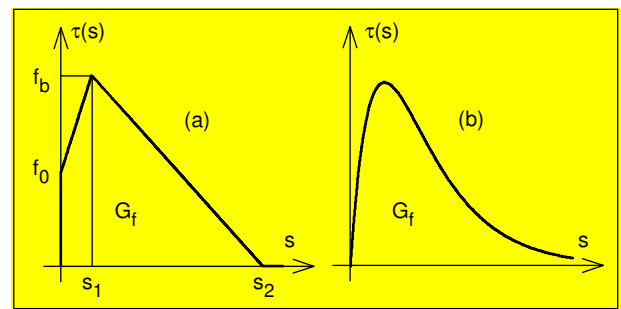


Figura 17. - Legame aderenza-scorrimento.

Se il legame  $\tau = \tau(s)$  è del tipo rappresentato in Figura 17, la massima forza  $P_{db\max}$  che può trasferirsi per aderenza quando la lunghezza di incollaggio è almeno pari alla lunghezza di trasferimento efficace, è data da:

$$P_{db\max} = \sqrt{2p_f G_f E_f A_f} \quad (2)$$

in cui  $p_f$  è la larghezza della superficie di contatto rinforzo/supporto;  $E_f$  è il modulo elastico del rinforzo,  $A_f$  è l’area della sezione trasversale del rinforzo e  $G_f$  è l’energia di frattura dell’interfaccia, rappresentata dall’area sottesa dal legame aderenza-scorrimento.

Come si vede, la forza  $P_{db\max}$  non dipende dalla forma del legame  $\tau = \tau(s)$  ma solo dall’area da questo sottesa. La lunghezza di trasferimento efficace dipende invece anche dalla forma del legame.

Nel caso specifico di rinforzo con fibre di PBO in matrice cementizia, visto che il fenomeno di sfilamento avviene, almeno per i provini finora testati, tra le fibre e la matrice cementizia, sembra ragionevole assumere come larghezza della superficie di contatto  $p_f$  il doppio della larghezza del pacchetto di rinforzo (le fibre sono immerse nella matrice cementizia che le avvolge completamente), come modulo elastico  $E_f$  il valore relativo alle sole fibre e come sezione di rinforzo  $A_f$ , la sezione delle fibre. In altre parole, la (2) viene applicata pensando come “rinforzo” alle sole fibre e come “supporto” alla matrice cementizia che le avvolge.

Si assume quindi:

$$p_f = 200 \text{ mm} \quad E_f = 270 \text{ GPa} \quad A_f = 4.60 \text{ mm}^2 \quad (3)$$

Con riferimento alla Figura 18, la conoscenza del legame locale  $\tau = \tau(s)$  consente inoltre la determinazione della relazione  $N = N(s_L)$  tra gli scorrimenti dell'estremo caricato e la forza applicata al rinforzo nella stessa sezione. Finchè lo scorrimento dell'estremo libero è nullo, detta relazione è:

$$N(s_L) = \sqrt{2p_f E_f A_f \int_0^{s_L} \tau(s) ds} \quad (4)$$

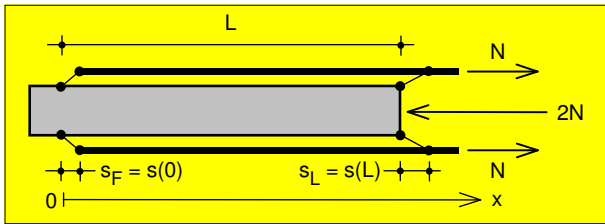


Figura 18.

Sempre con riferimento alla Figura 18, quando si hanno invece scorrimenti dell'estremo libero, la relazione  $N = N(s_L)$  si può ottenere risolvendo l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2}{dx^2} s(x) = \frac{p_f}{E_f A_f} \tau(s(x)) \quad (5)$$

nell'incognita  $s(x)$ , con diverse condizioni al contorno del tipo:

$$s(0) = s_F \quad \left. \frac{ds}{dx} \right|_0 = 0 \quad (6)$$

I parametri relativi alle due forme considerate per il legame  $\tau = \tau(s)$  sono stati ottenuti minimizzando la distanza tra la curva  $N = N(s_L)$  che si ottiene come conseguenza di un legame  $\tau = \tau(s)$  e le curve sperimentali di Figura 14.

Il procedimento brevemente descritto ha condotto alla determinazione dei legami  $\tau = \tau(s)$  di Figura 19, i cui parametri sono riportati in Tabella 5.

	Provino 1	Provino 2	Provino 3	
Legame (a)	$f_0$ (N/mm <sup>2</sup> )	0.1027	0.0668	0.1807
	$f_b$ (N/mm <sup>2</sup> )	0.2123	0.2507	0.2298
	$s_1$ (mm)	0.421	0.394	0.553
	$s_2$ (mm)	2.726	1.211	2.542
	$G_f$ (J/m <sup>2</sup> )	311	165	342
Legame (b)	$B$ (mm <sup>-1</sup> )	1.505	1.698	1.873
	$G_f$ (J/m <sup>2</sup> )	272	255	265

Tabella 5. – Parametri dei legami aderenza-scorrimento di Figura 19.

Il confronto tra le curve  $N = N(s_L)$  relative ai legami  $\tau = \tau(s)$  di Figura 19 con i parametri di Tabella 5 e le rilevazioni sperimentali è riportato in Figura 20.

Si osserva come le curve  $\tau = \tau(s)$  ottenute siano sostanzialmente diverse da quelle che caratterizzano gli FRP, essendo queste ultime caratterizzate da un picco con ordinata paragonabile alla resistenza a trazione del calcestruzzo di supporto e dall'annullarsi della tensione tangenziale per

scorrimenti di circa 0.2÷0.5 mm. D'altra parte, è noto che il legame aderenza-scorrimento nel caso degli FRP è essenzialmente governato dalla proprietà del calcestruzzo di supporto, mentre nel caso degli FRCM testati è governato dalle proprietà di fibre e matrice, non essendo coinvolto il calcestruzzo nel fenomeno dello sfilamento.

La massima forza trasferibile per aderenza (determinata con la (2)), la dilatazione corrispondente e la relativa lunghezza di trasferimento efficace  $L_{eff}$  (determinata utilizzando la (5)) conseguenti alle leggi  $\tau = \tau(s)$  di Figura 19 sono riportate in Tabella 6.

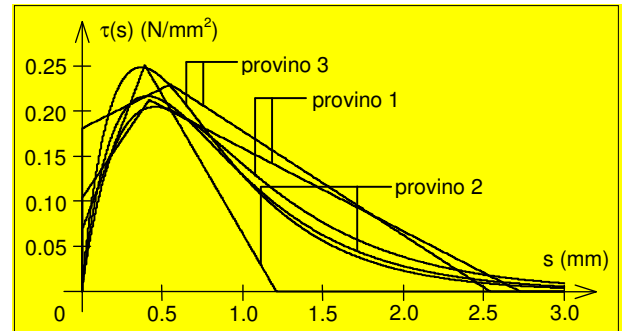


Figura 19. – Legami aderenza – scorrimento ottenuti.

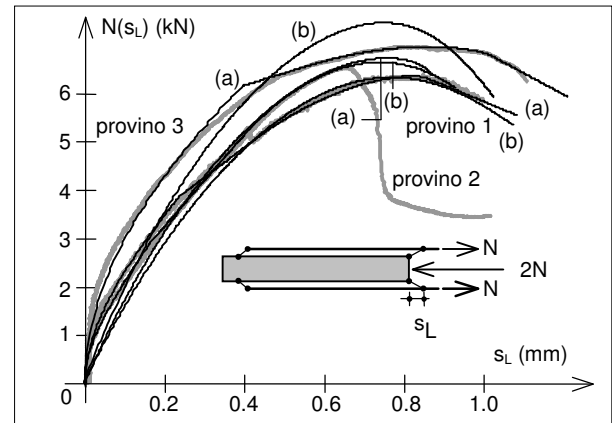


Figura 20. – Calibrazione dei parametri dei legami aderenza-scorrimento.

	Parametri del legame τ(s)	Provino		
		1	2	3
Legame (a)	$P_{dbmax}$ (kN)	12.29	8.96	12.89
	$\epsilon_{dbmax}$ (‰)	10.12	7.37	10.61
	$L_{eff}$ (mm)	487	356	408
Legame (b) (*)	$P_{dbmax}$ (kN)	11.50	11.13	11.36
	$\epsilon_{dbmax}$ (‰)	9.463	9.162	9.346
	$L_{eff}$ (mm)	559	519	462

Tabella 6. – Lunghezze efficaci e forze di delaminazione. (\*) per il legame (b) si riporta la lunghezza di incollaggio necessaria a fare variare lo sforzo normale tra l'1% ed il 97% di  $P_{dbmax}$ .

Si osserva che le leggi  $\tau = \tau(s)$  di Figura 19 “si estendono” fino a scorrimenti superiori a quelli registrati durante le prove e che, conseguentemente, le massime forze di Tabella 6 sono superiori alle massime forze registrate durante le prove. Questo è dovuto al fatto che le lunghezze efficaci calcolate sono sempre superiori alla lunghezza di incollaggio adottata

nei provini. Per una migliore caratterizzazione del legame  $\tau = \tau(s)$  sono necessari i risultati di ulteriori prove, realizzate con lunghezze di incollaggio superiori, in modo da raggiungere gli scorrimenti più elevati prima della crisi del provino.

Considerando il valore medio dell'energia di frattura dell'interfaccia (ad esempio quello relativo al legame (a), pari a  $273 \text{ J/m}^2$ ), è infine possibile determinare, sempre con riferimento allo schema di Figura 18, la massima dilatazione raggiungibile nel rinforzo, relativamente alla disposizione a singolo o doppio strato:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{db,max}^{1st} &= \frac{P_{db,max}^{1st}}{E_f A_f} = \sqrt{\frac{4G_f}{E_f t_f}} = 9.48 \% \\ \varepsilon_{db,max}^{2st} &= \frac{P_{db,max}^{2st}}{E_f A_f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{4G_f}{E_f t_f}} = 6.70 \% \end{aligned} \quad (4)$$

Questi valori sono inferiori a quelli stimati per le prove di flessione sulle travi (Tab. 4). Questa differenza, che è sistematicamente osservata anche per i rinforzi di FRP, è dovuta alla differente geometria dei due casi, alla localizzazione delle fessure nelle travi ed alla diversa distribuzione delle sollecitazioni. Le istruzioni [1] suggeriscono, come metodo semplificato, di determinare la dilatazione di distacco del rinforzo (delaminazione, debonding) relativa a elementi strutturali tipo trave, moltiplicando quella che si ottiene dalla (4) per un coefficiente  $k_{cr}$  che è stato stimato sperimentalmente ed il cui valore medio è pari a 4.289.

Confrontando i valori dati dalla (4) con le dilatazioni massime stimate nel caso di rinforzo delle travi (si considerano solo i risultati delle travi che hanno raggiunto la crisi per sfilamento delle fibre, coerentemente con il tipo di crisi osservato nelle prove di trazione), si ottengono i valori di  $k_{cr}$  di Tabella 7.

Provino (trave)	Strati di rinforzo	$\varepsilon_{fmax}$ %	$\varepsilon_{db,max}$ %	$k_{cr} = \varepsilon_{fmax} / \varepsilon_{db,max}$
AC1	2	17.82	6.70	2.66
CC1	2	16.12	6.70	2.41
DC	1	21.31	9.48	2.25

Tabella 7. - Stima del coefficiente  $k_{cr}$ .

Si rimarca che, siccome lo sfilamento coinvolge le fibre e la matrice cementizia, i risultati presentati (comunque parziali in quanto relativi a soli tre provini) sono da considerarsi unicamente relativi alle fibre ed alla matrice considerati nella sperimentazione e non possono certamente (se non a livello qualitativo) estendersi agli FRCM in generale.

## 5. CONCLUSIONI

Le prove di flessione di travi rinforzate con PBO-FRCM consentono di concludere quanto segue.

- Il rinforzo di PBO-FRCM si è rivelato efficace per l'incremento di portanza flessionale di travi di calcestruzzo armato.
- Relativamente ai provini rinforzati, sono stati osservati due meccanismi di collasso legati alla perdita di efficacia del rinforzo: il primo corrisponde al distacco improvviso dell'intero pacchetto di rinforzo dal supporto di

calcestruzzo, senza apprezzabili sfilamenti delle fibre nella matrice cementizia; il secondo corrisponde al graduale sfilamento (con conseguente graduale perdita di efficacia) delle fibre nella matrice cementizia, senza che questa si distacchi apprezzabilmente dal calcestruzzo.

- Sono necessarie altre prove sperimentali, per definire la corretta gerarchia delle resistenze di interfaccia di cui al punto precedente.

Le prove di aderenza, consentono le seguenti conclusioni parziali.

- Il tipo di provini testati fornisce risultati utili per la valutazione delle prestazioni in termini di aderenza di questo tipo di rinforzi, relativamente alla crisi con sfilamento delle fibre nella matrice cementizia.
- Per i provini testati, l'interfaccia fibre/matrice cementizia è risultata più debole dell'interfaccia matrice cementizia/calcestruzzo.
- Per i provini considerati, la dilatazione massima raggiunta nel rinforzo è stata tra il 5% e il 6%.
- Le prime valutazioni relative al legame aderenza-scorrimento evidenziano legami caratterizzati da modesti valori di tensione tangenziale, che si mantengono però fino a scorrimenti elevati, contrariamente a quanto accade per i compositi a matrice polimerica. Questo comporta più grandi lunghezze di trasferimento efficaci rispetto al caso dei compositi a matrice polimerica, ma non necessariamente più piccole forze trasferibili all'interfaccia.
- Sono necessarie ulteriori prove variando il numero di strati e le lunghezze di incollaggio, al fine di calibrare un affidabile legame locale aderenza-scorrimento. Durante l'esecuzione di dette prove, è opportuno misurare, oltre agli scorrimenti massimi in mezzera, anche gli scorrimenti in corrispondenza degli estremi liberi del rinforzo.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CNR-DT 200/2004. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamenti di Intervento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati.
- [2] Di Tommaso, A, Focacci, F, Mantegazza, G.: Rinforzo a flessione di travi di calcestruzzo armato con rete di carbonio e matrice cementizia: risultati sperimentali; Giornate AICAP 2004. 23° Convegno Nazionale. Migliorare le costruzioni di calcestruzzo strutturale: l'esistente e il nuovo, Verona, 26 – 29 maggio 2004.
- [3] Triantafyllou, T.C., Papanicolaou, C. G., Zissimopoulos, P., Laourdekis, T.: Concrete Confinement with Textile-Reinforced Mortar Jackets; ACI Structural Journal, Vol. 103 n.1, gennaio-febbraio 2006, pp. 28-37.
- [4] Di Tommaso, A., Focacci, F., Mantegazza, G., Gatti, A.: FRCM vs. FFP Composites to Strengthen RC Beams: a Comparative Analysis; FRPRCS-8, Patras, 16-18 luglio 2007 (in stampa).
- [5] Dai, J., Ueda, T., Sato, Y.: Development of the Nonlinear Bond Stress-Slip Model of Fiber Reinforced Plastics Sheet-Concrete Interfaces with a Simple Method; Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol.9 n. 1, 2005.

# ALCUNE OSSERVAZIONI SULL'INFLUENZA DELLE CARATTERISTICHE DEI MATERIALI SULLA VULNERABILITA' SISMICA DI EDIFICI ESISTENTI IN C.A.

**Ciro Faella<sup>1</sup>, Domenico De Santo<sup>1</sup>, Enzo Martinelli<sup>1</sup>, Emidio Nigro<sup>2</sup>**

1 Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Salerno

2 Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli "Federico II"

## SOMMARIO

La presente memoria propone alcune considerazioni in merito all'influenza delle caratteristiche meccaniche dei materiali sulla vulnerabilità sismica di un edificio in cemento armato; l'edificio in oggetto è stato realizzato negli anni '70 e, per gli aspetti tipologici, può ritenersi rappresentativo di un'ampia classe di edifici scolastici costruiti nella stessa epoca seguendo una certa prassi esecutiva e progettati con esclusivo riferimento alle azioni gravitazionali. Per la determinazione della vulnerabilità si è applicata una metodologia di valutazione delle prestazioni sotto sisma basata su analisi statiche non-lineari. Le analisi sono condotte su modelli a non-linearità concentrata tramite i quali è possibile riprodurre sia il comportamento elastico delle membrane in c.a. che le caratteristiche di duttilità delle stesse.

## SUMMARY

The present paper points out some remarks about the role played by the mechanical properties of materials in controlling the seismic vulnerability of a RC structure; the building considered as a case-study has been designed and realized in the '70s and, for the purpose of its typology, can be deemed representative of a wide class of school buildings constructed in Italy in the same period and only designed for gravitational loads. Seismic vulnerability assessment has been carried out through Non-Linear Static Analyses performed on lumped-plasticity models which can suitably reproduce both the elastic and post-elastic behaviour of structures under seismic actions.

## 1. INTRODUZIONE

Il patrimonio edilizio italiano è costituito per la sua gran parte da edifici progettati e costruiti in tempi precedenti alla classificazione sismica del territorio nazionale ed alla promulgazione di normative tecniche che, di conseguenza, prescrivessero la necessità di considerare in sede di progetto anche l'azione del sisma. Inoltre, pure quelle parti del territorio nazionale che sono da più tempo classificate in termini di pericolosità sismica hanno spesso subito, nel corso degli anni, diverse riclassificazioni alla luce di nuove metodologie di valutazione della massima azione sismica attesa. Infine, le normative stesse hanno subito un'evoluzione notevole sia in termini concettuali che dal punto di vista delle immediate conseguenze sui risultati del calcolo, per cui anche strutture eventualmente progettate tenendo conto delle prescrizioni del tempo in materia di progettazione antisismica, non risultano in linea con gli standard di sicurezza imposti dalle normative attualmente vigenti.

Alla luce di tali considerazioni introduttive, dunque, la problematica relativa alla valutazione delle prestazioni sismiche di strutture esistenti riveste una notevole importanza anche per le evidenti ragioni di carattere socio-economico che

ne scaturiscono; la tematica viene affrontata anche a livello normativo come dimostrano le indicazioni portate dai più recenti documenti vigenti in campo nazionale (a partire dall'O.P.C.M. 3274 del 20 marzo 2003 e ss.mm.ii. [1], [2]) ed europeo (Eurocodice 8, [3] e [4]). Inoltre, in ambito internazionale sono stati sviluppati specifici codici per la valutazione del comportamento di edifici esistenti ([5]) e per il loro rinforzo e adeguamento [6].

Nella letteratura scientifica vengono proposte diverse metodologie per la modellazione della risposta sismica delle strutture esistenti. Tali metodologie sono contraddistinte da un grado di complessità assai diverso e, comunque, commisurato alla natura dei fenomeni che si intende simulare, ai modelli che si adottano per valutarne l'effetto sulla risposta strutturale ed alla schematizzazione dell'input sismico. Sebbene siano presenti strumenti di analisi di strutture in c.a. che utilizzano procedure assai raffinate per la modellazione del comportamento meccanico dei materiali strutturali e consentono di eseguire analisi dinamiche non lineari per una simulazione completa della risposta strutturale all'azione del sisma (si faccia riferimento ad esempio ai codici di calcolo presentati da Kunnath et Al., 1992 [8], Fenves et Al. [7]), la complessità delle strutture esistenti, la conoscenza solo parziale delle loro caratteristiche geometrico-meccaniche unita

alle incertezze sull'input sismico, possono non giustificare in molti casi l'impegno computazionale richiesto da analisi di questo tipo, orientando la scelta verso metodi di analisi caratterizzati da livelli intermedi di complessità i cui vantaggi e svantaggi sono stati ben evidenziati in [9]. Di conseguenza la verifica di vulnerabilità delle strutture esistenti è spesso condotta utilizzando analisi statiche non-lineari che, facendo ricorso a modelli abbastanza consolidati per la simulazione del comportamento elastico e post-elastico di membrature esistenti, consentono di ottenere una simulazione affidabile del comportamento strutturale.

La presente memoria, proprio utilizzando il metodo N2 [13] che rientra tra le metodologie di analisi di cui si intende far uso, propone alcune considerazioni concernenti l'influenza delle caratteristiche dei materiali sulla risposta sismica di strutture esistenti. In particolare, le analisi vengono svolte su un edificio scolastico con struttura in cemento armato realizzato negli anni '70 in assenza di prescrizioni antisismiche. La struttura in oggetto rappresenta una delle tipologie più ricorrenti nel complesso degli edifici esaminati dagli Autori in una serie di memorie dedicate alla valutazione del comportamento sismico di edifici esistenti ed alla problematica connessa alla scelta di una strategia razionale per l'adeguamento sismico ([10], [11] e [12]).

Sebbene sull'edificio siano state condotte indagini rivolte alla determinazione delle proprietà meccaniche dei materiali strutturali, lo studio che si propone nel presente articolo ha carattere parametrico e si focalizza sul ruolo della resistenza dei materiali strutturali (cemento armato e armature metalliche) sulla risposta sismica della struttura ed, in definitiva, sulla sua maggiore o minore vulnerabilità sismica.

La variazione parametrica della resistenza dei materiali viene condotta nell'ambito dei valori ricorrenti tra le strutture edificate nel periodo citato e si propone di riprodurre scenari che possono verificarsi come risultati dell'applicazione di criteri di progetto implicitamente o esplicitamente prescritti dalle normative ovvero di prassi nell'epoca di interesse coincidente con gli anni '60 e '70.

Con un tale obiettivo, ad esempio, una prima serie di analisi è stata condotta considerando, a parità di armature previste nelle travi (e derivanti dalle sollecitazioni che le azioni gravitazionali determinano su di esse) una tensione di snervamento variabile per le armature dei pilastri; prescrizioni normative [16] vigenti all'epoca della costruzione, infatti, stabilivano soltanto il quantitativo di armatura da disporre nei pilastri in termini di percentuale geometrica rispetto alla sezione di calcestruzzo, senza nulla precisare sulla resistenza delle barre.

Allo stesso modo, in una seconda serie di analisi si è fatto variare il valore della resistenza del calcestruzzo in modo da determinare l'effetto di criteri di progetto eventualmente più cautelativi pure attuabili dal progettista per ridurre i tassi di lavoro sui pilastri e, quindi, i valori medi dello sforzo normale adimensionalizzato  $v_{med}$ .

Infine, un terzo gruppo di analisi si è concentrato sugli effetti dei rapporti di resistenza trave-pilastro al fine di osservare come questi condizionano il meccanismo di crisi ed, in definitiva, i valori di vulnerabilità sismica della struttura in oggetto.

## 2. RAPPRESENTAZIONE DEL COMPORTAMENTO NON LINEARE DELLE MEMBRATURE STRUTTURALI

La verifica sismica delle strutture esistenti e la valutazione della loro vulnerabilità può essere condotta per mezzo di una metodologia multi-livello assumendo come Stati Limite (ovvero Obiettivi di Performance, nell'accezione che si dà a questa espressione nell'ambito del Performance-Based Design) quelli previsti dall'Eurocodice 8 e dalla Normativa Italiana. Si assumono, dunque, i seguenti Stati Limite:

- Stato Limite di Danno Limitato (DL);
- Stato Limite di Danno Severo (DS);
- Stato Limite di Collasso Incipiente (CO).

La generica struttura raggiunge uno degli Stati Limite definiti, quando il primo elemento strutturale raggiunge il corrispondente livello di impegno; in particolare, se la struttura viene analizzata con un modello a non-linearità concentrata, la capacità del singolo elemento può essere descritta in termini di rotazioni della corda, ovvero della congiungente il nodo con il punto sull'asta posto alla distanza pari alla lunghezza di taglio  $L_V$ .

Le espressioni per definire i valori di base della capacità rotazionale delle membrature strutturali sono di seguito riportate:

- Rotazione al limite di snervamento  $\theta_y$ :

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0.0013 \cdot \left( 1 + 1.5 \cdot \frac{h}{L_V} \right) + 0.13 \cdot \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (1)$$

nella quale si assume il seguente significato per i simboli:

- $\phi_y$  curvatura al limite di snervamento dell'armatura;
- $L_V$  lunghezza di taglio assunta per l'elemento;
- $h$  altezza della sezione trasversale;
- $f_c, f_y$  resistenza a compressione del calcestruzzo e a snervamento dell'acciaio, rispettivamente;
- $d_b$  diametro (medio) delle barre longitudinali.

A tale capacità rotazionale della membratura nell'ottica prestazionale è associato lo Stato Limite di Danno Limitato:

$$\theta_{DL} = \theta_y \quad (2)$$

- Rotazione al limite ultimo  $\theta_u$ :

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_e} \left[ \theta_y + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_{pl} \cdot \left( 1 - \frac{0.5L_{pl}}{L_V} \right) \right], \quad (3)$$

dove  $\phi_u$  è la curvatura ultima valutata in corrispondenza del raggiungimento della deformazioni assiale ultimo  $\epsilon_{cu}$  del calcestruzzo e dell'acciaio, mentre la lunghezza della cerniera plastica  $L_{pl}$  può essere valutata come:

$$L_{pl} = 0.1 \cdot L_V + 0.17 \cdot h + 0.24 \cdot \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (4)$$

Alla capacità di rotazione in condizioni ultime, la normativa associa lo Stato Limite di Collasso Incipiente:

$$\theta_{NC} = \theta_u \quad (5)$$



Allo Stato Limite di Danno Severo, invece, è associato un valore della capacità rotazionale della membratura pari a:

$$\theta_{DS} = \frac{3}{4} \cdot \theta_u \quad (6)$$

Ai valori di rotazione definiti dalle formule (1) e (3) devono essere associati il momento al limite di snervamento  $M_y$  ed il momento ultimo  $M_u$ , rispettivamente, che caratterizzano la sezione della membratura considerata (Figura 1). In questo modo è possibile definire una curva Momento-Rotazione bilineare per la cerniera plastica definita sul generico elemento strutturale. I valori di tali momenti e rotazioni dipendono in generale anche dallo sforzo normale  $N$  cui è sottoposta la membratura strutturale; tramite le relazioni (2), (5) e (6) la curva influenza anche il valore delle rotazioni in corrispondenza dei vari stati limite di interesse per la verifica della struttura.

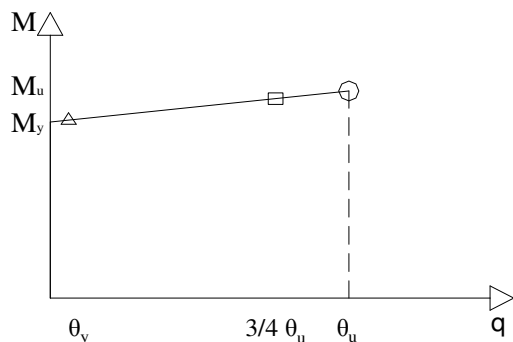


Figura 1. Caratterizzazione della cerniera plastica: la Relazione Momento-Rotazione

### 3. I PARAMETRI INDICATORI DELLA PRESTAZIONE SISMICA STRUTTURALE

La costruzione della Curva di Capacità ottenuta tramite un'analisi statica non-lineare condotta sul modello a plasticità concentrata con cerniere plastiche descritte dalle relazioni riportate nel paragrafo precedente, rappresenta il punto di partenza per la determinazione dello spostamento richiesto sulla struttura da un sisma di assegnate caratteristiche (ovvero descritto da un opportuno Spettro di Risposta Elastico di Progetto).

Il Metodo N2 [13] può essere utilizzato per la determinazione dello spostamento richiesto sulla struttura  $\Delta_{d,SL}$  in corrispondenza del sisma previsto per lo stato limite SL considerato.

La verifica di vulnerabilità sismica si sostanzia nel confronto di tale valore con il corrispondente valore della capacità di spostamento  $\Delta_{c,SL}$  che caratterizza la struttura allo stesso stato limite (Figura 2).

Se risulta:

$$\Delta_{d,SL} \leq \Delta_{c,SL} \quad \forall SL \quad (7)$$

allora la verifica sismica della struttura esistente in oggetto può ritenersi soddisfatta. Nel caso generale questa eventualità non si verifica e risulta utile definire alcuni parametri che

esprimano il grado di inadeguatezza della struttura e diano una idea preliminare del tipo di deficienza che ne pregiudica la prestazione sotto sisma.

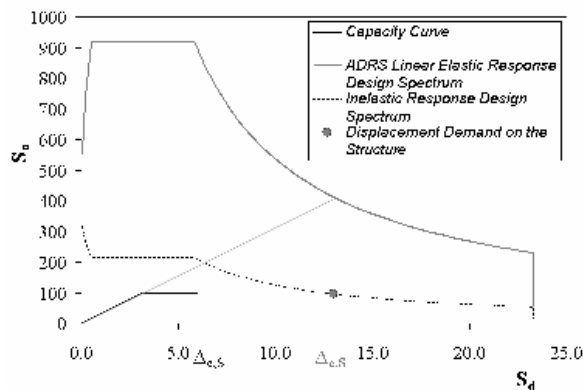


Figura 2. Rappresentazione grafica per la determinazione della Domanda in termini di spostamento

Un primo possibile Parametro di Vulnerabilità  $V_{DSP}$ , volto ad esprimere la “distanza” della struttura rispetto alla condizione di soddisfacimento della verifica di vulnerabilità sismica, può essere definito come rapporto tra domanda e capacità in termini di spostamento per il generico stato limite SL:

$$V_{DSP,LS} = \frac{\Delta_{d,LS}}{\Delta_{c,LS}} \quad (8)$$

ed estraendone il valore massimo:

$$V_{DSP} = \max_{LS} \{V_{DSP,LS}\} \quad (9)$$

È chiaro che la struttura è tanto più lontana dalla condizione di soddisfacimento della verifica quanto più il parametro  $V_{DSP}$  risulta maggiore dell'unità.

Si osserva che tale parametro qui definito in termini di spostamento risulta analogo al parametro  $\alpha$  definito dalla normativa nazionale [14] nel documento in cui essa quantifica il costo dell'intervento di adeguamento sismico di una struttura e la percentuale di tale costo finanziabile dallo stato in ragione del livello di inadeguatezza della struttura in oggetto. In particolare, il citato documento normativo introduce i due parametri  $\alpha_u$  ed  $\alpha_e$ :

$$\alpha_u = \min \left\{ \frac{PGA_{DS}}{PGA_{10\%}}; \frac{PGA_{CO}}{PGA_{2\%}} \right\} \quad (10)$$

indicatore del rischio di collasso:

$$\alpha_e = \frac{PGA_{DL}}{PGA_{50\%}} \quad (11)$$

indicatore del rischio di inagibilità dell'opera.

È possibile dimostrare che il parametro  $\alpha$  è pari al reciproco del parametro di vulnerabilità  $V_{DSP}$  con riferimento ad un fissato stato limite nel caso di strutture il cui periodo

fondamentale di vibrazione ricade nel ramo a pseudo-velocità costante dello Spettro Elastico.

L'adozione di un parametro di vulnerabilità definito in termini di spostamento risulta coerente con l'esigenza di definire metodologie di intervento per l'adeguamento di strutture per le quali l'incremento di capacità richiesto è direttamente collegato al parametro di vulnerabilità in termini di spostamento  $V_{DSP}$ . Sempre nel caso in cui la struttura non sia verificata sismicamente o, in altre parole, non sia soddisfatta la (7), ha senso definire un ulteriore parametro dal quale possa derivare una "misura" dell'estensione del danneggiamento indotto dal terremoto previsto per il generico stato limite SL, ovvero il numero di elementi che hanno superato la soglia di forza o spostamento in corrispondenza di uno spostamento  $\Delta_{d,SL}$  imposto alla struttura.

Poiché la modellazione strutturale, come accennato in precedenza, viene condotta secondo un approccio a non-linearità concentrata, è possibile definire con  $n_{SL}$  il numero di cerniere plastiche che in tali condizioni, hanno superato il valore della rotazione  $\theta_{SL}$ . Se  $n_{tot}$  è il numero di cerniere plastiche considerate sul modello può essere definito il seguente parametro di danneggiamento normalizzato:

$$\eta_{SL} = \frac{n_{SL}}{n_{tot}} \quad (12)$$

In linea di principio, il parametro può variare tra 0 ed 1, a seconda che il danneggiamento (ovvero le membrature non verificate) riguardi solo poche sezioni o sia esteso a varie parti della struttura. Il valore di questo parametro (che in realtà dovrebbe tener conto nel calcolo di  $n_{SL}$  dei risultati di analisi condotte con azioni di segno alterno e distribuzione variabile secondo le prescrizioni di normativa) può orientare la scelta dell'intervento di adeguamento sismico della struttura: nei casi in cui  $\eta$  risulti vicino allo zero, un numero limitato interventi localizzati di rinforzo delle membrature non verificate può essere risolutivo, mentre nel caso di  $\eta$  più vicino all'unità è opportuno ricorrere ad intervento di tipo globale che riguardino l'inserimento di sottostrutture di controvento (pareti in c.a. o elementi reticolari in acciaio).

#### 4. APPLICAZIONI

Le metodologie di analisi presentate nei paragrafi precedenti vengono applicate nel seguito ad un edificio scolastico sito nel Comune di Avellino il quale è stato concepito e realizzato negli anni '70; le analisi saranno condotte modellando il comportamento non lineare e valutando il grado di vulnerabilità sismica secondo gli aspetti teorici relativi all'analisi sismica di strutture esistenti descritta nei punti precedenti. Al fine di accertare l'idoneità statica e sismica è stata svolta, preliminarmente, un'estesa campagna di indagini conoscitive (rilievi e prove in situ), che ha consentito di ottenere un livello di conoscenza sufficientemente accurato.

##### 4.1 Caratteristiche geometriche e strutturali

La struttura in questione (Figura 3) ricade, secondo la riclassificazione sismica [1] in zona 2 ( $a_g = 0.25$ ), su un suolo di fondazione di categoria B, con dimensioni in pianta 16 x 29 m ed in altezza 13.95 m.

La tipologia strutturale è tipica del periodo di costruzione, ovvero è costituita da un'ossatura portante (travi e pilastri) con telai disposti prevalentemente in direzione ortogonale all'orditura dei solai. L'edificio è composto da tre impalcati, i solai sono del tipo latero-cementizio completamente gettati in opera; il collegamento tra i vari livelli avviene per mezzo di una scala a soletta rampante. La copertura è a falde, mentre le fondazioni sono di tipo diretto.

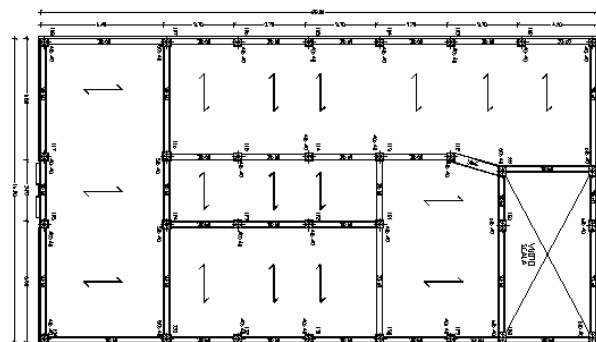


Figura 3. Carpenteria Piano Tipo

Dal punto di vista strutturale le sollecitazioni nei solai sono state calcolate assumendo lo schema di trave continua. Il progetto delle armature e le verifiche di resistenza delle sezioni sono state effettuate per le sollecitazioni di flessione e taglio secondo il metodo delle tensioni ammissibili.

I carichi sulle travi sono valutati considerando la continuità dei solai; le sollecitazioni sono calcolate risolvendo lo schema di trave continua su appoggi fissi; il progetto delle armature e le verifiche di resistenza delle sezioni sono effettuate per le sollecitazioni di flessione e taglio secondo il metodo delle tensioni ammissibili. Le armature a taglio delle travi sono caratterizzate sovente dall'uso dei ferri sagomati, che integrano le staffe nella zona di estremità e giustificano l'adozione di diametri piccoli ( $\phi 8$  mm) per queste ultime.

Le sezioni dei pilastri sono state progettate a sforzo normale centrato (desunto dallo scarico delle travi o col criterio delle aree di influenza) con riferimento alla tensione ammissibile ridotta (pari al 70% della tensione ammissibile per pressoflessione,  $\sigma'_c = 5.0$  MPa). Le armature dei pilastri sono dimensionate sulla base del seguente minimo regolamentare: armatura longitudinale di sezione non minore dello 0.6% e non maggiore del 5% della sezione di conglomerato strettamente necessaria per carico assiale (0.8%  $A_{c^*}$ ), in base alla tensione ammissibile adottata, e non minore dello 0.3% della sezione effettiva. La progettazione dei pilastri non tiene in genere conto, dei momenti flettenti prodotti dai carichi verticali il cui effetto può essere significativo, essenzialmente nei pilastri di estremità in presenza di campate terminali di luce notevole e nei piani più alti.

Dall'analisi dei carichi, svolta in fase di progettazione simulata, risultano i seguenti valori dei carichi:

- solaio di copertura:  $g+p=4.24+1.50=5.74$  kN/m<sup>2</sup>;
- solaio di sottotetto:  $g+p=3.16+1.00=4.16$  kN/m<sup>2</sup>;
- solaio di piano:  $g+p=6.00+3.50=9.50$  kN/m<sup>2</sup>;
- tompagnatura:  $g=2.40$  kN/m<sup>2</sup>;
- tramezzi:  $g=1.20$  kN/m<sup>2</sup>;

A valle di questa fase preliminare conoscitiva, è stato realizzato il modello strutturale tridimensionale con il programma agli elementi finiti Sap2000 [17].

#### 4.2 Caratteristiche meccaniche dei materiali in situ

La campagna di prove condotta sulla struttura si è articolata nel seguente modo:

- prelievo di n.6 campioni di calcestruzzo (3 carote  $\phi 100$  da pilastri; 2 carote  $\phi 100$  da travi e 1 catota  $\phi 50$  dalla soletta) e relative prove di rottura a compressione;
- prove ultrasoniche sul calcestruzzo;
- rilievi pacometrici, per il rilievo delle armature in situ, ad integrazione delle armature in situ;
- prelievo di n.2 barre di armatura (1 barra longitudinale da un pilastro; 1 staffa da una trave) e relative prove di trazione.

I risultati ottenuti integrano le informazioni desunte dall'esame degli elaborati grafici e delle relazioni di calcolo del progetto esecutivo dell'epoca di costruzione.

Le proprietà meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio risultano:

*Calcestruzzo:*

- resistenza cubica media a compressione:  $R_{c,med} = 23.7$  MPa;
- Resistenza caratteristica cubica a compressione:  $R_{c,k} = 17.7$  MPa;
- Modulo elastico del cls:  $E_c = 27629$  MPa;
- Deformazione corrispondente alla massima tensione:  $\epsilon_{c0} = 0.0020$ ;
- Deformazione ultima:  $\epsilon_{cu} = 0.0035$ .

*Acciaio:*

- Resistenza allo snervamento media:  $f_{sy,med} = 478$  MPa;
- Resistenza ultima media:  $f_{su,med} = 766$  MPa;
- Rapporto  $f_{su}/f_{sy} = 1.60$ ;
- Modulo elastico dell'acciaio:  $E_s = 210000$  MPa;
- Deformazione ultima  $\epsilon_u = 0.05$ .

Tali risultati si riferiscono alle prove effettuate sul singolo corpo di fabbrica in questione e non alla media dei risultati ottenuti su tutti i corpi del complesso scolastico (operazione comunque lecita, dal momento che il complesso è stato realizzato in un unico periodo).

Le caratteristiche dei materiali, desunte dagli elaborati del progetto originale sono:

- Calcestruzzo:  $R_{ck} \approx 20$  MPa;
- Acciaio FeB 32k.

Come si può osservare, sono stati rilevati valori di tensione di snervamento dell'acciaio negli elementi strutturali maggiori rispetto a quelli dichiarati nella relazione di calcolo, tale tendenza è stata confermata per l'intero complesso scolastico in questione.

#### 4.3 Sovra/sotto-resistenza della tensione di snervamento dell'acciaio nei pilastri

Una prima serie di analisi considera la variazione crescente della tensione di snervamento dell'acciaio dei pilastri, mantenendo costante la resistenza delle armature delle travi e la resistenza caratteristica del calcestruzzo per travi e pilastri. Tale possibile variazione deriva dal criterio di progettazione delle armature dei pilastri come percentuale geometrica dell'area di calcestruzzo.

Per la resistenza allo snervamento si sono assunti i valori tipici dei più comuni acciai da getto variabili tra 220 e 400 MPa (Figura 4).

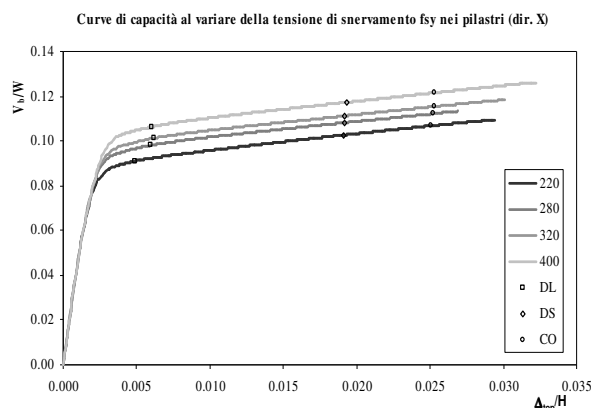


Figura 4. Curve di Capacità direzione X [ $R_{c,med} = 23.7$  MPa -  $f_{sy, travi} = 320$  MPa]

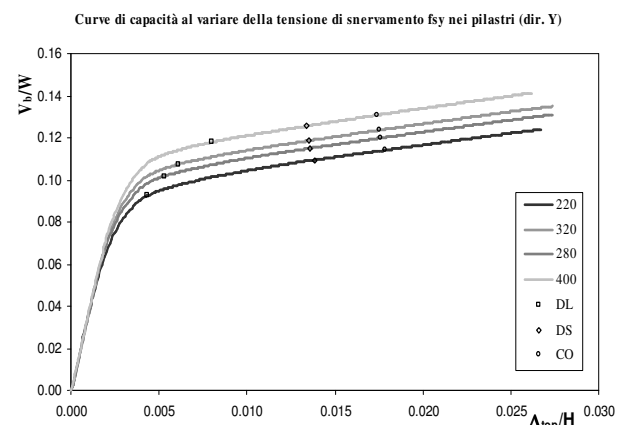


Figura 5. Curve di Capacità direzione Y [ $R_{c,med} = 23.7$  MPa -  $f_{sy, travi} = 320$  MPa]

Dall'analisi di Figura 4 e Figura 5, si può osservare che, tendenzialmente, ad un aumento della qualità dell'acciaio nei pilastri corrisponde un aumento della capacità della struttura in termini di resistenza, mentre in termini di capacità di spostamento, il miglioramento è modesto e si osserva soprattutto per lo stato limite di DL; tutto ciò vale sia per la direzione X che per la direzione Y. Tale comportamento è da ascrivere al fatto che, localmente, per la singola membratura, l'incremento della resistenza dell'acciaio implica un incremento in termini di momento più sensibile dell'incremento in termini di rotazioni, sia al limite elastico che in condizioni ultime.

Quanto osservato viene confermato dai risultati ottenuti in termini di vulnerabilità (Figura 6 e Figura 7), dove la variazione di resistenza degli acciai dei pilastri comporta un netto miglioramento soltanto per lo Stato Limite di Danno Limitato (DL), per il quale, nel passaggio da un acciaio  $f_y = 220$  MPa ad uno con resistenza pari a  $f_y = 400$  MPa, si passa da una situazione di non verifica ad una condizione favorevole di verifica.

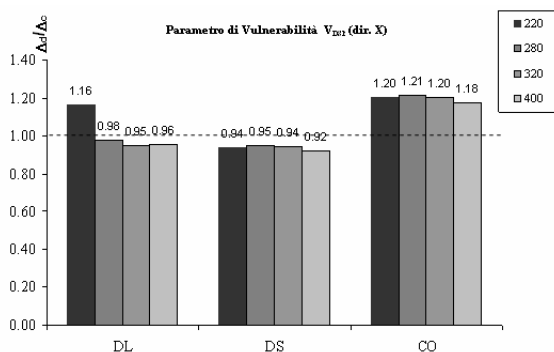


Figura 6. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir X]

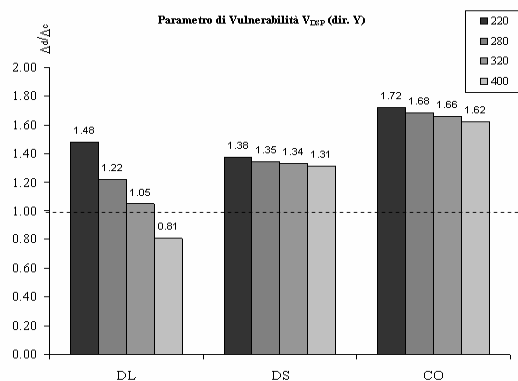


Figura 7. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir Y]

Assai meno significativa si rivela la tendenza alla diminuzione del parametro di vulnerabilità considerato con riferimento ai due Stati Limite DS e CO. Per quanto riguarda lo stato deformativo della struttura allo stato limite DS si osserva che, incrementando la resistenza dell'acciaio nei pilastri, si ottiene una riduzione delle plasticizzazioni dei pilastri in corrispondenza del 2° e 3° livello e una più estesa formazione di cerniere plastiche nelle travi, con un lieve incremento della capacità di spostamento globale.

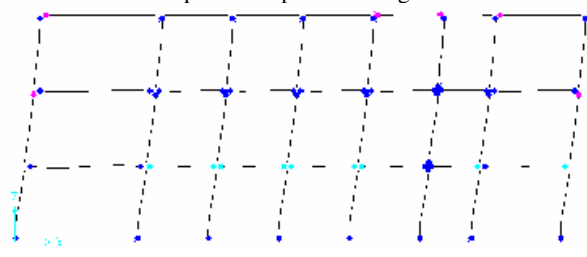


Figura 8. Configurazione deformata SL:DS -  $\Delta_{top}/H = 0.0027$  [ $f_{sy} = 220$  MPa]

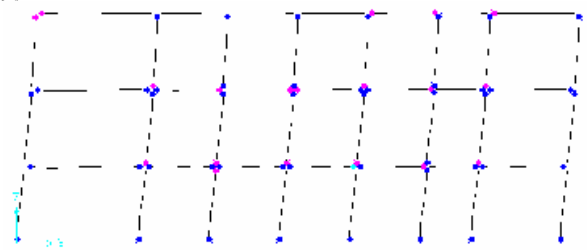


Figura 9. Configurazione deformata SL:DS -  $\Delta_{top}/H = 0.0033$  [ $f_{sy} = 400$  MPa]

#### 4.4 Sovra/sotto-resistenza del calcestruzzo per travi e pilastri

La seconda serie di analisi considera per le travi e per i pilastri valori di resistenza caratteristica del calcestruzzo pari a: 15, 20, 25, 30 MPa (mantenendo invariata la tensione di snervamento dell'acciaio nelle travi e nei pilastri).

Dall'analisi della curva di capacità (Figura 10) (dir. X), si osserva che all'aumentare della resistenza caratteristica del calcestruzzo si ha un miglioramento della capacità della struttura, sia in termini di resistenza che in termini di capacità di spostamento; questo comportamento riguarda soprattutto gli stati limite di DS e CO. Il margine di miglioramento risulta più sensibile per calcestruzzi con resistenza caratteristica medio-alta (25 – 30 MPa), riscontrando, infatti, un incremento della capacità dell'8% circa, passando da un  $R_{ck}$  20 MPa a 25 MPa e del 15% circa, passando da un  $R_{ck}$  25MPa a 30 MPa.

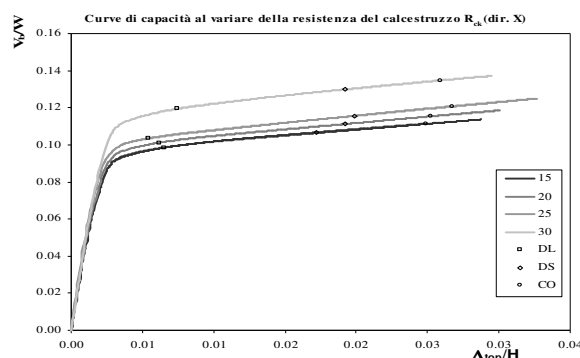


Figura 10. Curve di Capacità direzione X [ $f_{sy, travi} = 320$  MPa]



Figura 11. Curve di Capacità direzione Y [ $f_{sy, travi} = 320$  MPa]

Per quanto riguarda la direzione Y (Figura 11) si osserva lo stesso un miglioramento della resistenza e della capacità di spostamento per gli stati limite DS e CO mentre per quel che riguarda lo stato limite DL si riscontra un aumento meno che proporzionale della resistenza e una lieve diminuzione della capacità in termini di spostamento.

In termini di vulnerabilità (Figura 12 e Figura 13), mentre si osserva che per lo Stato Limite di Danno Limitato DL non ci sono significative variazioni, in corrispondenza degli Stati Limite DS e CO si denota un netto miglioramento della vulnerabilità all'aumentare delle qualità del calcestruzzo spiegabile con la diminuzione, all'aumentare della resistenza del calcestruzzo, dei valori dello sforzo normale

adimensionalizzato e ad un posizionamento meno penalizzante dell'asse neutro allo SLU. Di conseguenza, migliorando la resistenza caratteristica del calcestruzzo, si ha un aumento del valore della rotazione ultima ed un più prematuro raggiungimento della condizione di snervamento nelle membrature più sollecitate. Ciò spiega la tendenza che, all'aumentare della qualità del calcestruzzo, nella struttura peggiora leggermente la vulnerabilità allo stato limite di danno (DL).

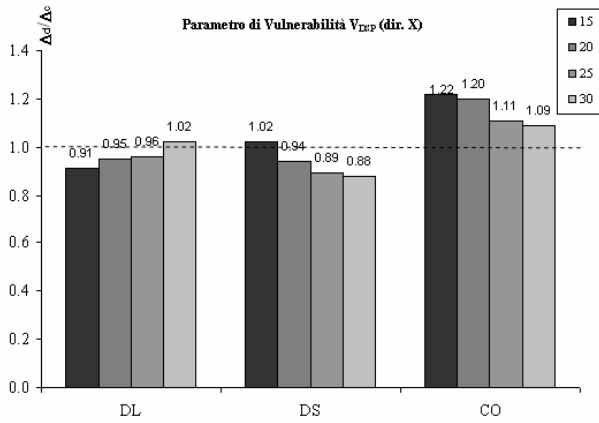


Figura 12. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir X]

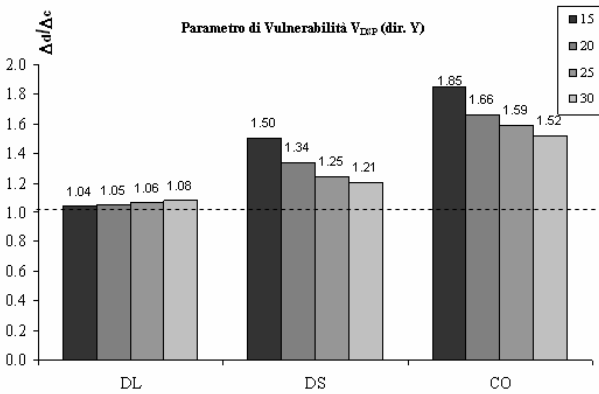


Figura 13. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir Y]

#### 4.5 Sovra/sotto-resistenza della tensione di snervamento per travi e pilastri

L'ultima serie di analisi viene condotta mantenendo costante la resistenza caratteristica del calcestruzzo e facendo variare in un opportuno intervallo di valori la tensione al limite di snervamento dell'acciaio in travi e pilastri in modo da ottenere effetti di sovrarresistenza e/o sottoresistenza negli stessi elementi.

Dall'analisi degli istogrammi di Figura 14 e Figura 15 si osserva come una sovrarresistenza nelle travi produca una riduzione della vulnerabilità della struttura sia in direzione X che in direzione Y, più pronunciato di quanto si rilevi quando la sovrarresistenza interessa i pilastri; nel caso in specie, infatti, le travi portanti risultano già molto sollecitate per effetto delle azioni gravitazionali e, dunque, beneficiano notevolmente di una sovrarresistenza dell'acciaio.

Come già accennato in precedenza, per la struttura in oggetto l'accertamento delle caratteristiche dei materiali ha evidenziato la presenza di un acciaio dotato di tensione al limite di snervamento maggiore di quella indicata nel progetto ( $f_{sy} = 400 - 500$  MPa invece di 320 MPa, come previsto dal progetto originario ed a parità di sezione). Tale evenienza, dunque, può comportare una significativa riduzione della vulnerabilità sismica, soprattutto per lo stato limite di DL. Ciò evidenzia, inoltre, la fondamentale importanza della esecuzione di un esteso programma di prove ed indagini per l'accertamento delle caratteristiche dei materiali, che può influenzare in modo sensibile il giudizio complessivo sulla idoneità statica e sismica della struttura.

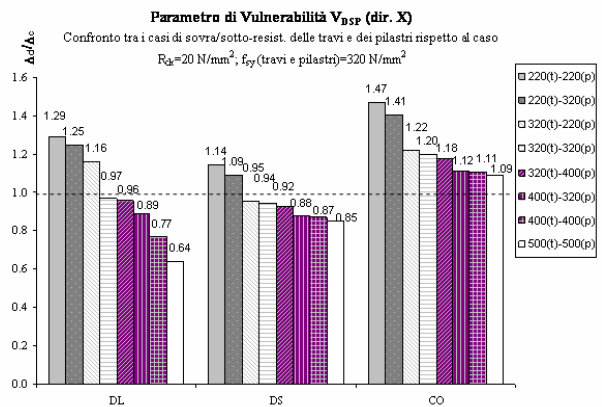


Figura 14. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir X]

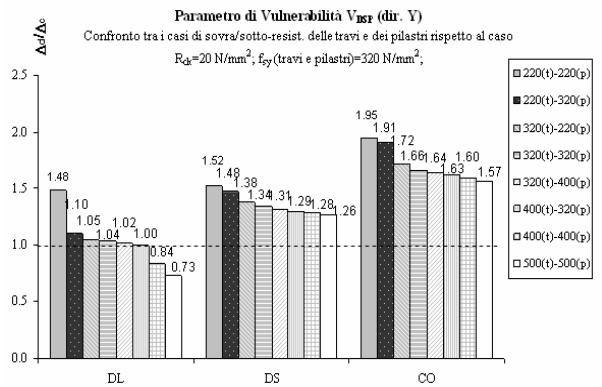


Figura 15. Parametro di vulnerabilità in termini di spostamento [dir Y]

## 5. CONCLUSIONI

La metodologia di valutazione delle prestazioni sotto sisma basata su analisi statiche non lineari, nell'ambito di un metodo di verifica multilivello rappresenta uno dei possibili modi per misurare, attraverso un parametro di vulnerabilità, l'inadeguatezza di una struttura a supportare un evento sismico. Sulla base di tali parametri è dunque possibile definire una "scala di priorità per eventuali interventi di adeguamento sismico".

Nella memoria sono riportati i risultati di una serie di analisi parametriche volte a metter in luce ed a descrivere

l'influenza delle caratteristiche dei materiali sulla risposta sismica delle strutture esistenti.

In merito alle variazioni della tensione di snervamento dell'acciaio, si nota che, mentre per valori crescenti della tensione di snervamento  $f_y$  si osserva un miglioramento sostanziale del comportamento sismico della struttura allo stato limite DL (miglioramento, comunque, meno che proporzionale rispetto all'aumento di resistenza dell'acciaio), non si hanno analoghi effetti sugli altri due stati limite considerati per la struttura.

Le più estese plasticizzazioni delle travi e la riduzione della quantità di cerniere plastiche nei pilastri determinano un comportamento strutturale più favorevole che tende ad allontanarsi, passando da  $f_y = 220$  MPa ad  $f_y = 400$  MPa nei pilastri, dalla formazione di meccanismi di piano

In merito all'influenza della resistenza caratteristica del calcestruzzo  $f_{ck}$  negli elementi trave e pilastro, si osserva un certo miglioramento (sempre meno che proporzionale) del comportamento strutturale al crescere della qualità del calcestruzzo utilizzato, soltanto per gli stati limite DS e CO; ciò dipende da una diversa e più favorevole distribuzione delle cerniere plastiche nelle travi e nei pilastri, dovuta al miglioramento della capacità deformativa locale (diagrammi momento-rotazione), soprattutto per gli elementi maggiormente compressi (pilastri).

Infine, con riferimento all'influenza della sottoresistenza-sovreresistenza delle travi e dei pilastri, si osserva che, come era ragionevole attendersi, una sottoresistenza negli elementi strutturali porta ad incrementi significativi della vulnerabilità, mentre una sovreresistenza determina una riduzione della vulnerabilità dell'edificio; tuttavia, un risultato significativo delle analisi condotte consiste nell'aver messo in luce il fatto che soltanto allo Stato Limite DL tali aumenti o diminuzioni risultano dello stesso ordine di grandezza delle sottoresistenze/sovreresistenze considerate, mentre per gli altri due Stati Limite l'influenza della resistenza dell'acciaio è assai meno pronunciata. Nel caso considerato la sovreresistenza delle sole travi conferisce alla struttura una maggiore capacità e una minore vulnerabilità rispetto al caso di sovreresistenza dei soli pilastri. Ciò può dipendere dal fatto che le travi portanti principali sono già notevolmente sollecitate dai carichi verticali, per cui la sovreresistenza ritarda lo snervamento delle armature e quindi l'innescio delle plasticizzazioni, con conseguente riduzione della richiesta di rotazione plastica.

## RINGRAZIAMENTI

La presente memoria si inquadra nelle ricerche svolte dagli Autori nell'ambito del progetto DPC-ReLUIS 2005-2008, Linea 2 – Task 3.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Ordinanza n. 3274 della Presidenza del Consiglio dei Ministri "Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e normative tecniche per le costruzioni in zona sismica" pubblicata sul supplemento ordinario 72 alla Gazzetta Ufficiale n° 105 del 8 maggio 2003.
- [2] O.P.C.M. n. 3431 "Modifiche ed integrazioni all'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri

del 20/03/2003".

- [3] EuroCode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance, - Part 1: *General Rules, Seismic Action and Rules for Buildings*, Draft no. 6, January 2003;
- [4] EuroCode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance, - Part 3: *Strengthening and repair of buildings*, Draft no. 3 (Final Project Team – Stage 34), January 2003;
- [5] BSSC: *NEHRP Handbook for the Seismic Evaluation of Buildings*, Report FEMA 178, Building Seismic Safety Council, Washington D.C., (1995);
- [6] FEMA 356: *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C. (2000);
- [7] Fenves G., McKenna F., Scott M. H., Takahashi Y.: *An object-oriented software environment for collaborative network simulation*, 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Paper 1492, 1-6 Agosto 2004, Vancouver, B.C. (Canada), (2004)
- [8] Kunnath S.K., Reinhorn A.M., Abel J.F.: *A computational tool for evaluation of seismic performance of reinforced concrete buildings*, *Computer and Structures*, vol. 41, n°1, (1992);
- [9] Krawinkler H., Seneviratna G.: *Pros and cons of a pushover analysis for seismic performance*, *Engineering Structures*, Vol. 20, pp. 452-464, (1998);
- [10] Faella C., De Santo D., Martinelli E., Candela M., Nigro E.: *Indagini Conoscitive su alcuni edifici scolastici con strutture portante in c.a. per la valutazione della vulnerabilità sismica*, Atti del 15° Congresso C.T.E., Bari, 2004.
- [11] Faella C., De Santo D., Martinelli E., Nigro E., *Some Remarks on the Seismic Assessment of RC Existing Buildings in Italy According to the Recent Codes*, Proceedings of the 1st ECEES, Paper 1375, Geneva, Switzerland, 3-8 September 2006.
- [12] Faella C., De Santo D., Martinelli E., Nigro E., *Definizione di strategie razionali per l'adeguamento sismico di edifici esistenti in c.a.*, Atti del 16° Congresso C.T.E. Parma, 9-10-11 novembre 2006.
- [13] Fajfar P.: *Capacity Spectrum Method Based on Inelastic Demand Spectra*, Proceedings of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, Paper 843, London, (2002).
- [14] O.P.C.M. n. 3362 *Modalità di attivazione del fondo per interventi straordinari finalizzati alla riduzione del rischio sismico del 08/07/2004*, Gazzetta Ufficiale n° 165 16/07/2004.
- [15] Legge 5/11/1971 n. 1086, *Norme per la disciplina delle opere di conglomerato cementizio armato, normale e precompresso ed a struttura metallica*;
- [16] Min. LL. PP. D.M. 30/05/1972: *Norme Tecniche alla quali devono uniformarsi le costruzioni in conglomerato cementizio armato, normale e precompresso, ed a struttura metallica*;
- [17] CSI: *SAP2000 NonLinear Version 10.0, Structural Analysis Program – Manual – Computer and Structures Inc*, 2005.

# DELAMINAZIONE INTERMEDIA NELLE TRAVI IN C.A. RINFORZATE CON FRP: MODELLAZIONE NUMERICA E METODOLOGIE SEMPLIFICATE DI PROGETTO

Ciro Faella<sup>1</sup>, Enzo Martinelli<sup>1</sup>, Emidio Nigro<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Napoli "Federico II"

## SOMMARIO

Nel presente lavoro viene dapprima presentato un modello teorico per la simulazione del comportamento di travi in c.a. rinforzate in FRP. Il modello viene, dunque, implementato nell'ambito di una procedura di calcolo agli elementi finiti validata con riferimento ad un'ampia raccolta di dati sperimentali. La procedura di calcolo viene impiegata in un'ampia analisi parametrica rivolta ad evidenziare il ruolo dei vari parametri nel condizionare il verificarsi della crisi prematura per delaminazione intermedia; il lavoro si conclude con la proposta di una formula semplificata che, tenendo conto di un numero più ampio di parametri rispetto alle formule normative, risulta piuttosto accurata nel riprodurre i risultati della procedura numerica.

## SUMMARY

In the present paper a theoretical model for simulating the overall behaviour of RC beams externally strengthened in bending through FRP. The model is then implemented within the framework of a numerical procedure taking account of some non-linear phenomena playing a relevant role in controlling debonding failure. The numerical procedure has been utilized in a wide parametric analysis aimed to point out the various parameters affecting debonding failure. Finally, the paper propose a simplified formula for estimating the maximum value of axial strain at debonding, whose particular feature consists in involving a broader number of mechanical parameters than the usual code provisions, resulting in more accurate results.

## 1. INTRODUZIONE

Uno dei modi più efficaci e via via più diffusi per incrementare la resistenza di membrature inflesse in c.a. consiste nel ricorso a composite fibrorinforzati (FRP) incollati esternamente all'intradosso delle membrature stesse. Questo tipo di rinforzo può rendersi necessario sia per la riduzione della sezione di armatura eventualmente dovuta a fenomeni di corrosione sia per effetto di eventuali aumenti delle azioni derivanti da cambiamenti nella destinazione d'uso della costruzione. Tuttavia, la possibile crisi prematura dovuta alla perdita di aderenza tra FRP e sottofondo in calcestruzzo rappresenta uno dei fenomeni che possono minare l'efficacia di questo tipo di rinforzo. Fenomeni di perdita di aderenza possono verificarsi sia nell'intorno della sezione di interruzione del rinforzo (delaminazione terminale o end-debonding) ovvero in una delle sezioni intermedie della trave (delaminazione intermedia o intermediate debonding).

Molte ricerche sono state condotte negli ultimi anni per comprendere il comportamento di travi in c.a. esternamente rinforzate con FRP; in quest'ambito, uno degli aspetti di maggiore importanza è la caratterizzazione dell'interfaccia FRP-calcestruzzo. Diversi contributi sull'argomento sono stati riportati e confrontati in [1]. Roberts [4] ha proposto un

modello semplificato per valutare le tensioni d'interfaccia nelle travi rinforzate a flessione tramite FRP o acciaio assumendo per l'interfaccia un comportamento elastico-lineare e valutando di conseguenza sia le tensioni tangenziali che quelle normali.

A simili relazioni per la valutazione delle tensioni di interfaccia, sempre ottenute sotto ipotesi semplificate si è pervenuti in [5] verificando l'accuratezza dei risultati tramite confronto sia con risultati sperimentali che con analisi numeriche eseguite con modelli assai accurati.

I lavori menzionati sopra considerano generalmente un'interfaccia adesiva a comportamento elastico lineare, come si può ammettere in condizioni di esercizio. Tuttavia, la crisi prematura per delaminazione può essere riprodotta teoricamente soltanto considerando una opportuna legge non-lineare tra tensioni d'interfaccia e scorrimenti corrispondenti. A tal fine, Holzenkaempfer [6] ha proposto una relazione bilineare tra tensioni tangenziali d'interfaccia e scorrimenti; a partire da tale modello, Taljsten [7] ha determinato l'espressione della capacità portante ultima di giunti FRP-calcestruzzo. Ulteriori studi sono stati dedicati alla delaminazione sia terminale che intermedia e varie proposte sono state avanzate per escluderne il verificarsi; in [8] se ne può trovare un'ampia rassegna. Alcune delle conclusioni di

tali studi sono state adottate nei seguenti documenti normativi messi a punto in varie parti del mondo:

- fib bulletin 14 (2001) in Europa [9];
- ACI 440 (2002) negli Stati Uniti [10];
- JSCE Recommendations (2001) in Giappone [11];
- CNR DT 200 (2004) in Italia [12].

Gli autori hanno formulato e presentato in [1] un modello meccanico per simulare il comportamento di travi in c.a. rinforzate con FRP riproducendone pure le modalità di crisi prematura per perdita di aderenza adottando relazioni non-lineari per la modellazione del comportamento dei materiali strutturali e dell'interfaccia FRP-calcestruzzo. Il modello, le cui ipotesi saranno pure brevemente riprese nel presente lavoro, è stato validato con riferimento ai risultati di circa trenta tests sperimentali ritrovati nell'ambito della letteratura scientifica; i confronti tra i risultati numerici e quelli sperimentali hanno mostrato che il modello è capace di riprodurre completamente il comportamento delle travi rinforzate con FRP. Il valore massimo  $\epsilon_{fd}$  della deformazione assiale osservata nel rinforzo in corrispondenza del debonding rappresenta uno dei parametri-chiave del comportamento di tali travi; tanto più  $\epsilon_{fd}$  risulta minore della deformazione ultima  $\epsilon_{fu}$  del rinforzo, tanto più la crisi per delaminazione risulta prematura rispetto a quella che si avrebbe per raggiungimento dello SLU per tensioni normali della sezione rinforzata. Valutazioni teoriche di  $\epsilon_{fd}$  possono essere condotte tramite il modello presentato con l'obiettivo di determinarne il valore in funzione dei parametri da cui questo risulta influenzato; la conoscenza di  $\epsilon_{fd}$  risulta di grande importanza per valutare il momento ultimo della sezione rinforzata che deve essere calcolato assumendo che la deformazione ultima del rinforzo risulti  $\epsilon_{fd}$  piuttosto che il valore ultimo  $\epsilon_{fu}$  che non viene raggiunto per effetto della crisi per perdita di aderenza.

## 2. IL MODELLO TEORICO

In questa sezione viene brevemente presentato un modello analitico per simulare il comportamento di travi in c.a. rinforzate con FRP; la formulazione di un elemento finito di trave rinforzata che si basa sul suddetto modello viene pure descritta nel seguito.

### 2.1 Formulazione analitica

Il modello teorico di cui sopra viene formulato a partire dalle seguenti tre ipotesi:

- la trave in c.a. si comporta secondo la teoria di Bernoulli, mentre la lamina in FRP ha rigidità flessionale trascurabile rispetto a quella della trave ed è dotata di una certa rigidità assiale;
- l'interazione tra le due parti si realizza tramite uno stato di adesivo a comportamento lineare di spessore trascurabile;
- gli spostamenti in direzione ortogonale all'asse sono assunti uguali per la trave e per il rinforzo.

La parziale interazione tra FRP e calcestruzzo determina l'insorgere di scorrimenti d'interfaccia  $s$  esprimibili come segue:

$$\begin{aligned} s &= u_{f,sup} - u_{c,inf} = \\ &= u_f - \varphi \cdot y_{f,sup} - (u_c + \varphi \cdot y_{c,inf}) = u_f - u_c - \varphi \cdot d \end{aligned} \quad (1)$$

con i simboli riportati nella Figura 1; in particolare  $d$  rappresenta la distanza tra i due baricentri di trave e FRP. Assumendo  $F_f = -F_c = F$ , si ottiene:

$$M = \chi \cdot EI_c + F \cdot d \quad (2)$$

dove  $\chi$  è la curvatura ed  $EI_c$  è la rigidità flessionale della trave in c.a. non rinforzata. La forza longitudinale  $F'$  per unità di lunghezza, equivalente al flusso delle tensioni tangenziali di interfaccia, può essere espressa in funzione del valore locale dello scorrimento  $s$  in forza dell'ipotesi di linearità dell'interfaccia:

$$F' = k \cdot s = k_a b_f \cdot s \quad (3)$$

essendo  $k$  la costante di rigidità dell'interfaccia adesiva che può essere ottenuta moltiplicando il modulo di scorrimento  $k_a$  (ovvero la pendenza del ramo elastico del legame  $\tau$ - $s$ ) per la larghezza  $b_f$  dello strato adesivo.

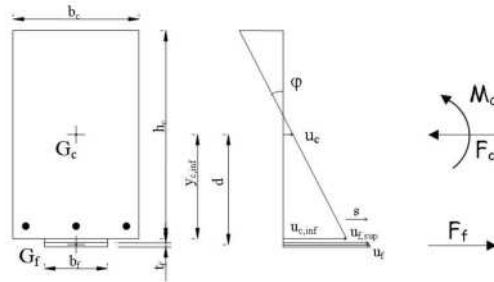


Figura 1. Sezione trasversale di una trave in c.a. rinforzata con FRP

Considerando l'equazione di congruenza (1), l'equazione di equilibrio (2) e la relazione che descrive il comportamento dell'interfaccia (3), si può derivare la seguente equazione differenziale del secondo ordine:

$$\chi'' - \alpha^2 \chi = -\alpha^2 \frac{M}{EI_{full}} - \frac{q}{EI_c}, \quad (4)$$

dove  $EI_{full}$  rappresenta la rigidità flessionale della sezione rinforzata in assenza di scorrimenti relativi la quale può essere definita come segue:

$$EI_{full} = EI_c + \frac{E_f A_f \cdot EA_c}{E_f A_f + EA_c} \cdot d^2 = EI_c + EA^* \cdot d^2. \quad (5)$$

Il parametro  $\alpha$  nell'equazione (6) è definito come segue:

$$\alpha^2 = \frac{k}{EA^*} \cdot \frac{EI_{full}}{EI_c}. \quad (6)$$

Le equazioni riportate sopra si possono pure ottenere semplificando l'equazione che si ottiene nell'ambito della ben nota teoria di Newmark, ampiamente utilizzata per le travi composte acciaio-calcestruzzo [14], e trascurando la rigidità flessionale del rinforzo.



## 2.2 Cenno alla formulazione di un elemento finito in campo non-lineare

Un elemento finito di trave a due nodi può essere formulato utilizzando la soluzione esatta dell'equazione (4) per costruire la matrice di rigidità della trave rinforzata con FRP, similmente a quanto fatto in [14] con riferimento alle travi composte acciaio-calcestruzzo. In particolare, la soluzione della (4) in corrispondenza di condizioni al contorno che traducano l'applicazione di forze nodali unitarie consente di risalire alla matrice di deformabilità  $\mathbf{D}$  ed al vettore  $\delta_0$  degli spostamenti nodali dovuti alle azioni esterne. La relazione tra gli spostamenti  $\delta$  e le forze nodali  $\mathbf{X}$  si pone come segue:

$$\delta = \mathbf{D}\mathbf{X} + \delta_0 \quad (7)$$

e le quattro componenti di  $\mathbf{X}$  e  $\delta$  sono rappresentate in Figura 2a.

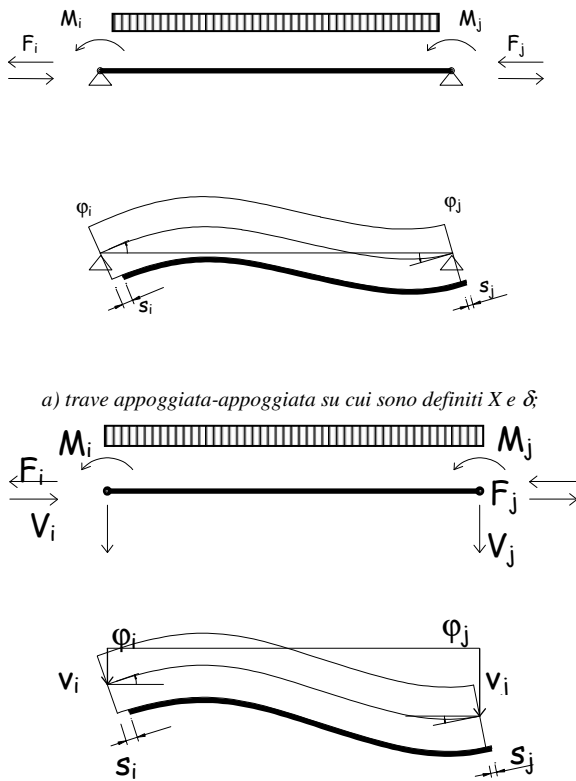


Figura 2. Componenti delle forze e degli spostamenti nodali

La Figura 2b riporta le sei componenti di spostamento cui si fa riferimento per la descrizione del problema di flessione in travi i cui nodi siano liberi di muoversi nel piano; la matrice di rigidità di rigidità  $\mathbf{K}$  relativa a tale sistema ha dimensioni  $6 \times 6$  e può essere ottenuta invertendo la matrice  $\mathbf{D}$  e completando l'inversa con i termini associati ai gradi di libertà traslazionali [14]. La relazione che lega il vettore delle forze nodali  $\mathbf{Q}$ , quello delle azioni di incastro perfetto  $\mathbf{Q}_0$  e quello degli spostamenti nodali  $\mathbf{s}$  (tutti descritti da 6 componenti) può essere espresso in funzione della matrice di rigidità  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K}\mathbf{s} + \mathbf{Q}_0 \quad (8)$$

Il comportamento non lineare dei materiali strutturali può essere facilmente introdotto nella procedura di analisi agli elementi finiti. In particolare, tre fenomeni a carattere non lineare devono essere descritti per simulare il comportamento delle travi rinforzate con FRP e riprodurre tutte le modalità di rottura.

Il primo riguarda il comportamento del calcestruzzo; la formula razionale proposta da Saenz [16] viene adottata per il ramo relativo alla compressione, mentre per la trazione si considera un tratto lineare, caratterizzato da rigidità minore di quella iniziale del tratto in compressione, fino al valore della resistenza in trazione (Figura 3).

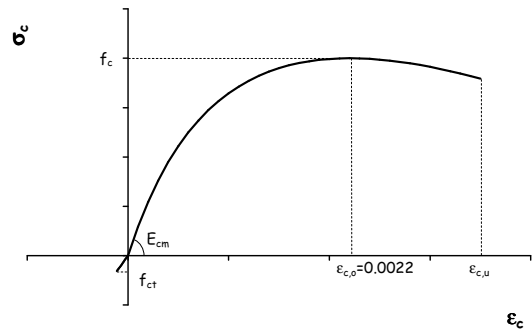


Figura 3. Legge costitutiva per il calcestruzzo

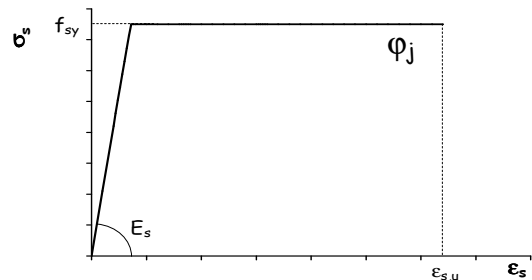


Figura 4. Relazione elastica-perfettamente plastica per l'acciaio delle armature

Inoltre, la crisi per delaminazione intermedia è fortemente condizionata dallo snervamento delle barre metalliche di armatura; la tipica relazione elastico-perfettamente plastica adottata nel presente lavoro per modellare il comportamento dell'acciaio è rappresentata nella Figura 4. L'incrudimento che pure potrebbe essere facilmente modellato, viene trascurato nelle analisi poiché si ritiene che l'entità delle deformazioni nell'acciaio non sia tale per destarlo.

Il comportamento del rinforzo in FRP, ed in particolare il legame tra tensioni e deformazioni assiali, viene descritto dalla semplice relazione lineare riportata in Figura 5.

Infine, il comportamento dell'interfaccia adesiva tra FRP e calcestruzzo può essere descritta tramite la ben nota relazione bi-lineare introdotta da Holzenkaempfer [6]; la Figura 6 ne rappresenta qualitativamente l'andamento che è caratterizzato dalla rigidità  $k_a = k/b_f$  legata alla costante  $k$  introdotta nell'equazione (2) e dal valore dell'energia specifica di frattura  $G_f$ .

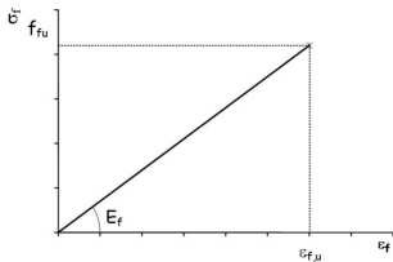


Figura 5. Legame elasto-fragile per il comportamento assiale del rinforzo in FRP

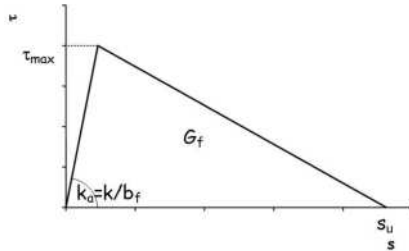


Figura 6. Relazione bi-lineare per l'interfaccia adesiva FRP-calcestruzzo

La non-linearità dei materiali viene introdotta nel modello di calcolo tramite una discretizzazione a fibre (Figura 7) mentre la non-linearità dell'interfaccia viene introdotta rilassando con una procedura secante il valore di  $k$  sulla base dello scorrimento medio che ha luogo lungo l'elemento finito.

L'analisi può essere generalmente condotta finché una delle possibili modalità di crisi viene raggiunta:

- schacciamento del calcestruzzo, che si verifica convenzionalmente quando il valore massimo della deformazione assiale  $\epsilon_c$  raggiunta dal calcestruzzo a convergenza dell' $i$ -esimo step di carico vale  $\epsilon_{cu}$ ;

- rottura dell'acciaio, che si raggiunge (convenzionalmente) quando la deformazione assiale  $\epsilon_s$  arriva al valore  $\epsilon_{su}$ ;

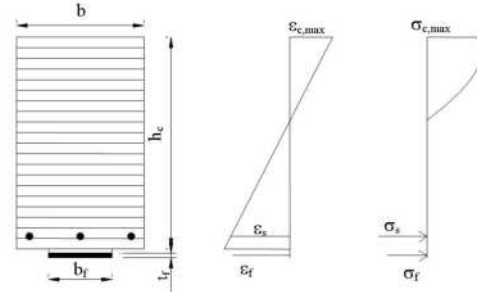


Figura 7. Discretizzazione a fibre della sezione trasversale

- rottura a trazione del rinforzo in FRP, determinate dal raggiungimento del valore ultimo  $\epsilon_{fu}$  della relativa deformazione assiale  $\epsilon_f$ ;
- delaminazione del rinforzo in FRP, che dipende dal fatto che lo scorrimento massimo d'interfaccia raggiunga il valore ultimo  $s_u$ .

Ulteriori dettagli relativi all'implementazione della procedura secante di convergenza possono essere tratti da [1].

Infine, un'ampia ricerca bibliografica ha permesso di raccogliere risultati di circa trenta prove sperimentali nelle quali sia stata osservata la crisi per delaminazione intermedia, che rappresenta la modalità di rottura alla quale è principalmente dedicata la seguente ricerca. La Figura 8 mostra il confronto completo tra i risultati sperimentali ( $F_{exp}$ ) e le simulazioni numeriche ( $F_{num}$ ) in termini di carico ultimo; una sostanziale equivalenza può essere apprezzata per tutti i provini i cui parametri geometrici e meccanici variano in un ampio campo parametrico.

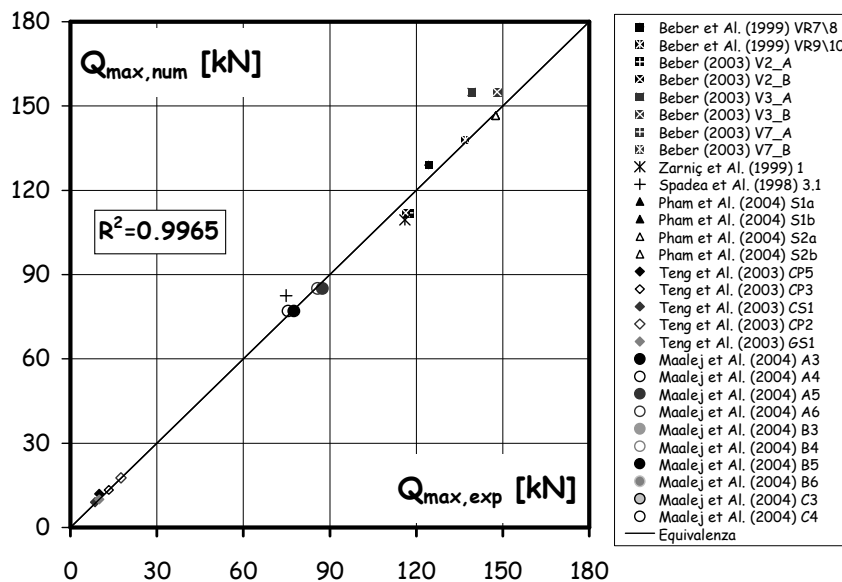


Figura 8. Confronto numerico-sperimentale in termini di massimo carico in condizioni di delaminazione

Una discussione più completa del confronto tra i risultati sperimentali (anche in termini di massima deformazione al debonding  $\epsilon_{fd}$  e valori della freccia in condizioni di incipiente collasso) può essere ritrovata in [1] e viene omessa nel presente lavoro per motivi di sintesi.

### 3. MODELLI SEMPLIFICATI PER LA DELAMINAZIONE INTERMEDIA

Il modello numerico formulato e validato all'interno della presente memoria può essere utilizzato per evidenziare l'influenza dei diversi parametri da cui dipende il verificarsi della crisi per delaminazione intermedia. Alcuni di questi parametri sono già stati menzionati ed analizzati da altri autori [3] ed adottati nei citati codici normativi ([9], [10], [11] e [12]). Tali parametri generalmente sono legati all'energia di frattura  $G_f$  dell'interfaccia adesiva ed alla rigidità specifica  $E_{t_f}$  del rinforzo in materiale composito; in particolare, diversi autori propongono una limitazione alla deformazione ultima del rinforzo in FRP per tener conto che tale deformazione non può essere attinta in certi casi prima che non si abbia la crisi per delaminazione in uno dei punti dell'interfaccia FRP-calcestruzzo. Con riferimento alla delaminazione terminale, la seguente formula è stata proposta dal recente Documento Tecnico proposto dal CNR [12] per definire il valore di progetto della deformazione del rinforzo in FRP in condizione di delaminazione intermedia:

$$\epsilon_{fd,d} = \frac{k_{cr}}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2G_f}{E_{t_f}}} \quad (9)$$

dove  $k_{cr}$  è una costante calibrata rispetto a risultati sperimentali reperiti nella letteratura scientifica (in particolare,  $k_{cr}=3.0$  viene adottato nella versione attuale del documento) mentre  $\gamma_{f,d}$  e  $\gamma_c$  sono i due coefficienti parziali di sicurezza necessari per passare dai valori caratteristici a quelli di progetto per le proprietà meccaniche che riguardano l'interfaccia adesiva. Equazioni formalmente simili alla (9) sono spesso caratterizzati da un notevole scarto quando vengono confrontate con i corrispondenti risultati sperimentali; per questa ragione  $k_{cr}$  è stato calibrato per essere un frattile inferiore della distribuzione di tali coefficienti determinati dai risultati sperimentali. La dispersione dei risultati sperimentali attorno all'equazione (9) testimonia che ci sono altri parametri, oltre ai già citati  $G_f$  e  $E_{t_f}$ , a giocare un ruolo significativo nell'influenzare la crisi per delaminazione intermedia. In [2] è stata effettuato un ampio studio su tali parametri individuandone un gruppo che consente di trovare calibrazioni via via più accurate incrementando il numero di parametri coinvolti. In particolare, la condizione di carico gioca un ruolo di primaria importanza nella determinazione del valore di deformazione assiale  $\epsilon_{fd}$  in condizione di delaminazione intermedia. Ciononostante, questo ruolo viene trascurato quando si applicano formulazioni calibrate sui dati sperimentali, generalmente ottenuti tramite test di flessione su tre o quattro punti, al caso di carichi uniformemente distribuiti.

I seguenti parametri ed i corrispondenti ambiti di variazione sono stati considerati nell'analisi parametrica di cui si riporteranno nel seguito i risultati più significativi:

- resistenza a compressione del calcestruzzo  $f_{ck}$ , da cui dipende sia la relazione costitutiva del calcestruzzo che il legame di aderenza. Volendo coprire un ambito di interesse pratico, il valore di  $f_{ck}$  viene fatto variare tra 15 e 30 MPa;
- tensione di snervamento delle armature  $f_{sy}$ , che gioca un ruolo di primaria importanza sull'insorgere della crisi per debonding intermedio; la tensione di snervamento varia tra 215 e 375 MPa, come spesso si riscontra nelle strutture esistenti in c.a.;
- modulo di Young  $E_f$  del rinforzo, che è stato assunto tra i valori 140000 e 220000 MPa al fine di ricoprire il campo parametrico relativo ai materiali a base di fibre di carbonio;
- altezza  $h$  della sezione della trave, variabile tra 250 e 500 mm, come generalmente accade per travi e solette in c.a.;
- sezione del rinforzo in FRP, il cui valore viene assunto in ragione della sezione  $A_c$  della trave e compreso tra  $0.0005A_c$  e  $0.0015A_c$ ;
- larghezza  $b_f$  della lamina in FRP, che varia tra 75 e 125 mm;
- sezione  $A_s$  dell'armatura metallica, anch'essa associata alla sezione della trave e variabile tra  $0.0015 A_c$  e  $0.015 A_c$ ;
- schema di carico, per quale si assume sia il caso di carico uniformemente distribuito che quello con carico concentrato applicato ad una distanza  $LV$  dall'appoggio variabile tra  $0.3L$  e  $0.5L$  (in quest'ultimo caso la condizione di carico è di flessione su tre punti).

Circa diecimila casi di travi in c.a. rinforzate con FRP sono stati generati all'interno del campo parametrico descritto sopra ed analizzati utilizzando la procedura FEM descritta nel paragrafo precedente con l'obiettivo di determinare il carico che determina la crisi per delaminazione intermedia ed il corrispondente valore massimo  $\epsilon_{fd}$  della deformazione assiale  $\epsilon_f$  che si sviluppa nel rinforzo in condizioni di delaminazione intermedia. La Figura 9 conferma fondamentalmente che la crisi per delaminazione intermedia si verifica sempre dopo lo snervamento delle armature metalliche; infatti il valore  $M_{db}$  del momento massimo dovuto al carico in corrispondenza del quale si ha la delaminazione intermedia è generalmente maggiore del momento di snervamento  $M_{y,sf}$  calcolato in ipotesi di linearità dei materiali per la sezione rinforzata. Il grafico in Figura 9 riporta in ordinate i risultati delle analisi in termini di rapporto  $M_{db}/M_{y,sf}$  per tutti i casi generati ratio, mentre sull'asse delle ascisse è riportato il corrispondente valore della radice quadrata del rapporto  $2G_f/E_{t_f}$  a cui relazioni come la (9) riconducono il valore della deformazione  $\epsilon_{fd}$  e, dunque, il verificarsi della delaminazione ed il suo carattere prematuro rispetto alla crisi per rottura del rinforzo.

Dalla Figura 10 emerge il diverso comportamento rispetto all'incorrere della crisi per delaminazione intermedia osservata nei casi di carichi concentrati; sulle ascisse si riporta lo stesso parametro della Figura 9, sicché nel diagramma la relazione (9) (riferita ai valori caratteristici) è rappresentata da una retta con coefficiente angolare pari a  $k_{cr}=3.0$ . In particolare, nella Figura 10a si confrontano i risultati delle analisi in termini di  $\epsilon_{fd}$  ottenuti nei casi di flessione su quattro punti con quelli della equazione (9) nella quale siano stati assunti  $\gamma_{f,d}=\gamma_c=1.0$  (valori caratteristici di  $\epsilon_{fd}$ ); i risultati numerici sono piuttosto dispersi nel piano della figura e pure distanti dalla retta che rappresenta (9) la quale si rivela, comunque, piuttosto vicina alla retta di regressione ottenuta tramite una calibrazione ai minimi quadrati. La Figura 10b

mostra lo stesso confronto con riferimento al caso della flessione su tre punti evidenziando una dispersione ancora maggiore.

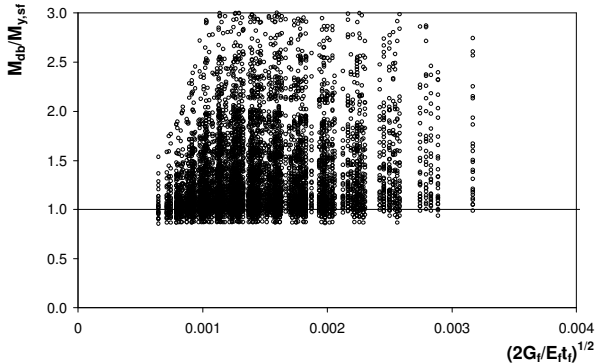


Figura 9. Rapporto  $M_d/M_{y,sl}$  per tutti i casi analizzati

carico distribuite. Questa differenza in termini di  $\epsilon_{fd}$  tra i diversi casi di carico è stata pure evidenziata in [2], sebbene nell'ambito di un campo parametrico più limitato.

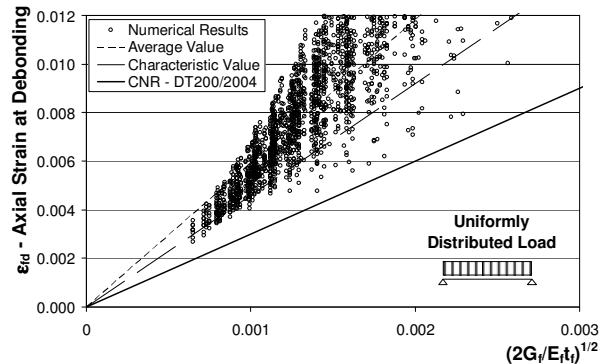
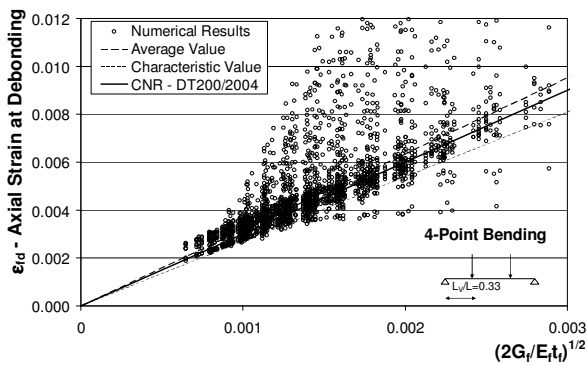
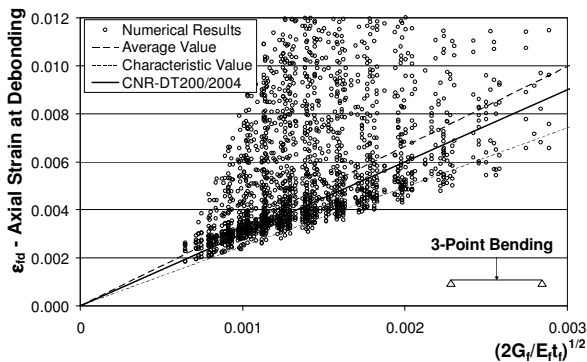


Figura 11. Verifica dell'affidabilità della formulazione CNR-DT 200/2004: carico distribuito



a) flessione su quattro punti;



b) flessione su tre punti;

Figura 10. Verifica dell'affidabilità della formulazione CNR-DT 200/2004: carichi concentrati

La relazione (9) è stata calibrata rispetto ad una serie di risultati sperimentali ottenuti generalmente adottando condizioni di carico con azioni concentrate (flessione su quattro punti più spesso che su tre). Di conseguenza la Figura 10 mostra che la formula menzionata risulta piuttosto in linea rispetto ai valori numerici  $\epsilon_{fd}$  risultando mediamente conservativa. Al contrario, la Figura 11 mostra come la stessa relazione si riveli assai penalizzante nel caso di condizioni di

Una relazione che esprime il valore della deformazione assiale ed in condizioni di delaminazione intermedia è stata calibrata in [2] sulla base dei risultati ottenuti da una più ristretta analisi parametrica esprimendo il legame tra  $\epsilon_{fd}$  ed otto parametrici meccanici il cui significato è pure stato commentato nello stesso lavoro. Quell'analisi era limitata ai casi di carico distribuito, mentre nel presente lavoro il campo parametrico riguarda pure altre condizioni di carico altrettanto significative. Inoltre in quel lavoro gli autori hanno eseguito soltanto una calibrazione di carattere numerico, mentre nel presente lavoro si vuole partire da una considerazione di carattere meccanico che deriva, ad esempio, dall'osservazione della Figura 9 che evidenzia come il debonding avvenga sempre dopo lo snervamento delle armature. Pertanto, nell'ipotesi che il valore iniziale della deformazione dell'armatura sia nulla, il valore della deformazione assiale del rinforzo  $\epsilon_{fd}$  dovrà essere sempre maggiore della deformazione  $\epsilon_{sy}$  al limite di snervamento dell'armatura metallica. Di conseguenza, anche tenendo conto del fatto che armatura metallica e rinforzo esterno sono posti su corde diverse della sezione, la seguente formulazione semplificata  $\epsilon_{fd,sim}$  può essere assunta per  $\epsilon_{fd}$ :

$$\epsilon_{fd,sim} = \epsilon_{sy} \cdot \frac{h}{d} + \frac{2G_f}{E_f t_f} \cdot \frac{L_V}{L} \cdot \frac{C_1}{1 + C_2 \cdot \epsilon_{sy} / \psi} \quad (10)$$

Il termine additivo rispetto al valore base dettato dal primo addendo, si riconduce al parametro  $2G_f/E_f t_f$  assunto dalla formula normativa ed evidentemente influente come mostrato nelle Figura 10 e Figura 11. Anche il rapporto tra la distanza  $L_V$  tra appoggio e punto di applicazione della forza e la luce  $L$  della trave risulta influente per la determinazione del valore di  $\epsilon_{fd}$ ; ancora le Figura 10 mostrano che quest'ultimo è tendenzialmente più grande nel caso di flessione su tre punti ( $L_V/L=0.50$ ). Al caso di carico distribuito, può essere convenzionalmente assegnato il valore  $L_V/L=2/3$  poiché il fenomeno di debonding in quel caso si innesca ed ha luogo ad una distanza di circa  $L/3$  dell'appoggio ed in quel punto il rapporto tra momento flettente  $M$  e taglio  $T$  ( $M/T=L_V/L$ ) è circa uguale a  $2/3$ ; la Figura 11 peraltro mostra come  $\epsilon_{fd}$  sia

tendenzialmente più grande nel caso di carico distribuito rispetto a quanto trovato nel caso di carico concentrato.

Infine, il parametro  $\psi$  è legato ai rapporti di rigidezza tra il rinforzo esterno e l'armatura metallica:

$$\psi = \frac{E_f b_f t_f}{E_s A_s} \quad (11)$$

mentre le costanti  $C_1$  e  $C_2$  sono parametri il cui valore viene determinato tramite una calibrazione rispetto ai risultati dell'analisi numerica.

Come si vede, la relazione (10), oltre a tener conto del parametro  $2G_f/E_f t_f$ , il cui ruolo è stato già ammesso nella (9), comprende anche altri parametri la cui importanza è stata osservata sia sperimentalmente che numericamente; facendo seguito alle considerazioni fatte sui risultati delle analisi, poi, importanza notevole viene ascritta al valore  $\varepsilon_{sy}$ .

I coefficienti  $C_i$  della (10) possono essere calibrati minimizzando il seguente parametro  $\Delta$  che misura l'errore relative tra i valori numerici della deformazione al debonding  $\varepsilon_{fd,i}$  e quelli corrispondenti  $\varepsilon_{fd,sim,i}$  determinati tramite la suddetta relazione semplificata:

$$\Delta(C_i) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\varepsilon_{fd,j} - \varepsilon_{fd,sim,j}(C_i)}{\varepsilon_{fd,j}} \right)^2}{n}} \quad (12)$$

La regressione ai minimi quadrati fornisce la seguente relazione per  $\varepsilon_{fd,sim}$ :

$$\varepsilon_{fd,sim} = \varepsilon_{sy} \cdot \frac{h}{d} + \frac{2G_f}{E_f t_f} \cdot \frac{L_V}{L} \cdot \frac{10795}{1 + 76 \cdot \varepsilon_{sy} / \psi} \quad (13)$$

La Figura 12 mostra la correlazione tra i risultati forniti dalla formula (13) ed i corrispondenti valori numerici. La Figura 12 mostra la buona correlazione che è possibile raggiungere tra i risultati delle analisi numeriche la formula calibrata. L'accuratezza di questa formula può essere meglio apprezzata se si confronta la notevole dispersione che esiste nel confronto tra i valori ottenuti dall'analisi parametrica e le formule normative proposte nel documento ACI440.R2-02 [10] e dal CNR-DT200/2004 [12]. La Figura 13 mostra tali confronti e riporta pure il valore assunto dal parametro  $\Delta$  definito dalla (12); per rendere più significativi detti confronti, le relazioni normative sono state applicate senza considerare i vari coefficienti parziali di sicurezza previsti dalla norma. Nonostante la sua semplicità, la relazione proposta dal CNR DT-200/2004 porta a stime di  $\varepsilon_{fd}$  assai più accurate rispetto alla formula prevista da ACI440.R2-02.

Ulteriori parametri potrebbero essere introdotte all'interno della relazione semplificata con l'obiettivo di ridurre il valore dell'errore relativo  $\Delta$  a prezzo di ottenere relazioni via via più complesse delle (9) e (13). Preferendo non ricorrere ad ulteriori complicazioni formali della (13), si è deciso piuttosto di introdurre un fattore riduttivo che consenta di portare i casi in cui la (13) restituisce valori non conservativi (maggiori) di quelli ottenuti dall'analisi numerica. procedure. Secondo questo approccio è stata calibrata la seguente relazione dalla quale può essere derivata il "valore caratteristico" riportato nella Figura 12:

$$\varepsilon_{fd,sim}' = 0.75 \cdot \varepsilon_{fd,sim} = 0.75 \cdot \left[ \varepsilon_{sy} \frac{h}{d} + \frac{2G_f}{E_f t_f} \frac{L_V}{L} \frac{10795}{1 + 76 \cdot \varepsilon_{sy} / \psi} \right] \quad (14)$$

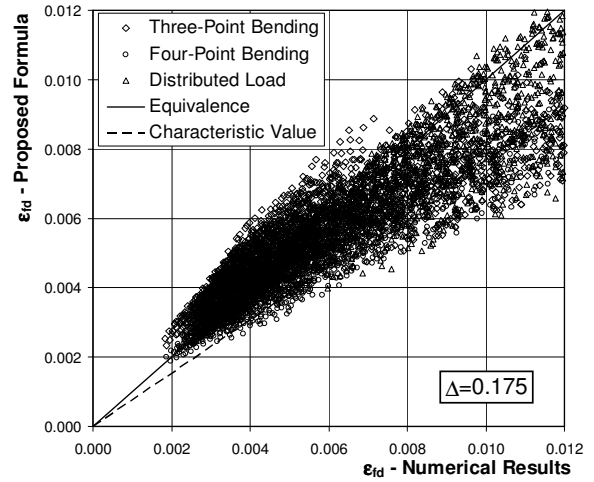
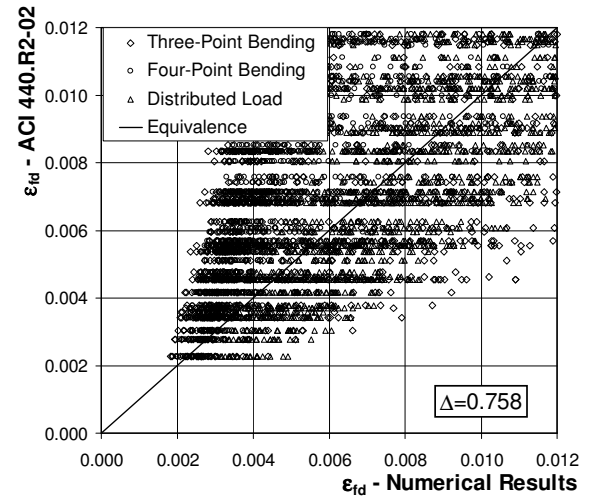
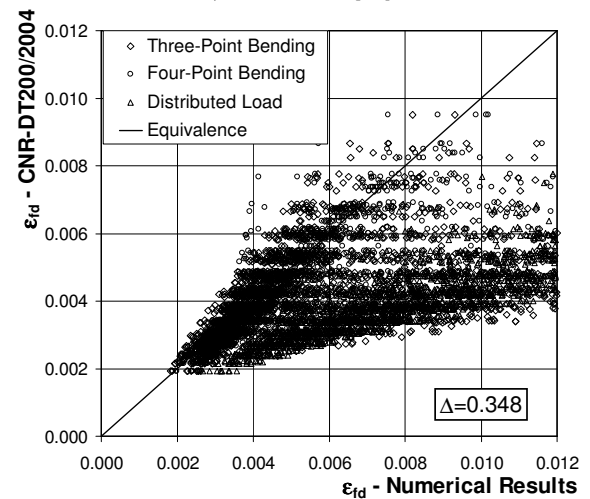


Figura 12. Confronto tra i risultati della procedura numerica e la relazione semplificata



a) ACI440.R2-02 [10];



b) CNR-DT200/2004 (relazione (9));

Figura 13. Confronto tra risultati della procedura numerica e la relazione semplificata

#### 4. CONCLUSIONI

È stato formulato e validato un modello numerico capace di simulare il comportamento di travi in cemento armato esternamente rinforzate con FRP.

L'applicazione di tale modello ha portato a trarre le seguenti conclusioni in merito al fenomeno di crisi prematura per delaminazione intermedia:

- un numero di parametri relativamente maggiore di quello generalmente riconosciuto dalle formule normative giocano un ruolo significativo nel verificarsi di crisi per delaminazione intermedia;
- tra gli altri, lo schema di carico condiziona significativamente il verificarsi della crisi per delaminazione intermedia;
- i risultati sperimentali sono generalmente ottenuti da test di flessione su quattro punti che generalmente portano a valori minori della deformazione ultima al debonding rispetto alla condizione di carico uniformemente distribuito, cui generalmente possono essere ricondotte le travi di pratico interesse;
- la relazione semplificata proposta nel presente lavoro fornisce una valutazione della massima deformazione assiale in condizione di delaminazione potendo contare su un più ampio numero di parametri rispetto alle formule normative.

#### RINGRAZIAMENTI

Il lavoro rientra nell'ambito delle attività finanziate dal progetto di ricerca DPC-ReLUIIS per il triennio 2005-2008, facendo capo alla Linea 8 – Task 2.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Faella C., Martinelli E., Nigro E. (2006): Formulation and Validation of a Theoretical Model for Intermediate Debonding in FRP Strengthened RC Beams, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> fib World Conference, Naples (Italy), June 5-8, 2006, Paper 0735;
- [2] Faella C., Martinelli E., Nigro E. (2006): Intermediate Debonding in FRP Strengthened RC Beams: A Parametric Analysis, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> fib World Conference, Naples (Italy), June 5-8, 2006, Paper 0993.
- [3] Chen J.F., Teng J.G. (2001): Anchorage Strength Models for FRP and Plates Bonded to Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 127, No. 7, July, 784-791;
- [4] Roberts T. M. (1988): Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams, The Structural Engineer, Vol. 66, No. 5, 85-94;
- [5] Malek A. M., Saadatmanesh H., Ehsani M. R. (1998), Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end, ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 2, , 142-152;
- [6] Holzenkaempfer (1994), Ingenieurmodelle des verbundes geklebter bewehrung fur betonbauteile, Dissertation, TU Braunschweig (in German);
- [7] Taljsten B. (1997), Strengthening of Beams by plate bonding, Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, 9 (4), 206-212;
- [8] Teng J.G., Chen J.F., Smith S.T., Lam L. (2002): FRP-strengthened RC Structures, J. Wiley & Sons, GB;
- [9] Task Group 9.3 (2001), Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures, Technical Report Bulletin 14, fib-CEB-FIP;
- [10] ACI Committee 440.2 R-02 (2002): Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures, Revised 28;
- [11] JSCE (2001): Recommendations for upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets, Concrete Engineering Series 41;
- [12] CNR DT 200 (2004): Instructions for Design, Execution and Control of Strengthening Interventions by Means of Fibre-Reinforced Composites (in Italian), Italian National Research Council;
- [13] Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M. (1951): Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proc. Soc. Exp. Stress Analysis, 9, 1951, 75-92;
- [14] Faella C., Martinelli E., Nigro E., (2002a): Steel and concrete composite beams with flexible shear connection: "exact" analytical expression of the stiffness matrix and applications, Computer & Structures, Vol. 80/11, pp. 1001-1109.
- [15] Faella C., Martinelli E., Nigro E., (2003): Interface Behaviour in FRP Plates Bonded to Concrete: Experimental Tests and Theoretical Analyses, Proceedings of the 2003 ECI Conference on Advanced Materials for Construction of Bridges, Buildings, and Other Structures III, Davos (Switzerland), 7-12 September, [http://services.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1001&context=eci/advanced\\_materials](http://services.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1001&context=eci/advanced_materials);
- [16] Saenz, L.P.: Discussion of Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete by Desayi and Krishnan, ACI Journal Vol. 61, September 1964, pp. 1229-1235;
- [17] Liu I., Oehlers D.J., Seracino R. (2004), Parametric study of intermediate crack (IC) debonding on adhesively plated beams, Proceedings of FRP Composites in Civil Engineering – CICE 2004, Adelaide (Australia), 8-10 December.



# COMPORTAMENTO A PRESSOFLESSIONE DI PILASTRI IN C.A. CONFINATI CON FRP: UN CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE

Ciro Faella<sup>1</sup>, Annalisa Napoli<sup>1</sup>, Roberto Realfonzo<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

## SOMMARIO

In questo lavoro sono mostrati i risultati di prove condotte su colonne in c.a. confinate con FRP al fine di valutarne la risposta sotto azioni orizzontali di tipo monotono e ciclico. Le curve sperimentali, ed in particolare l'involuppo monotono dei cicli d'isteresi, sono state quindi confrontate con i risultati di una modellazione messa a punto utilizzando il programma DRAIN-2DX, ed in particolare adoperando il "fiber beam-column member", in grado di valutare l'effettiva distribuzione della plasticità all'interno dell'elemento. Il modello implementato considera anche i contributi alla "fixed end rotation" connessi alla deformabilità tagliante ed allo scorrimento delle barre longitudinali in corrispondenza del vincolo. Il confronto numerico-sperimentale ha prodotto risultati soddisfacenti.

## SUMMARY

This paper presents some results of a wide experimental program carried out in order to investigate the experimental behaviour of full scale reinforced concrete (r/c) columns confined by FRP, under constant axial load and monotonic or cyclic flexure. In addition, the monotonic envelopes of the experimental curves have been compared with the results of an analytical modelling performed by using the "distributed inelasticity" beam-column element provided by the "DRAIN-2DX" computer program. The adopted model also considers the contributions to the "fixed end rotation" due to both the shear deformation and the slippage of the steel rebars in tension. The comparison between experimental curves and numerical simulations was very satisfactory.

## 1. INTRODUZIONE

In questo lavoro sono presentati alcuni risultati di un'ampia campagna sperimentale, tuttora in corso presso l'Università di Salerno, che ha come fine lo studio del comportamento sismico di pilastri in c.a. confinati con FRP.

I risultati sperimentali sono qui confrontati con quelli ottenuti con una simulazione numerica condotta adoperando il programma di calcolo DRAIN-2DX [1]; in particolare, i pilastri sono stati modellati adoperando un elemento a plasticità diffusa (l'elemento 15 del DRAIN).

Nel tentativo di simulare al meglio il comportamento post-fessurativo degli elementi, nella modellazione sono stati introdotti i contributi alla rotazione dovuti allo scorrimento delle barre longitudinali ed alla deformabilità tagliante.

Per la stima di tali contributi - come meglio sarà chiarito in seguito - sono stati considerati sia il modello empirico proposto da Panagiotakos e Fardis [2], che la formulazione - derivata da quest'ultimo - riportata nell'Eurocodice 8 [3].

L'effetto del confinamento passivo prodotto dal sistema in FRP è stato introdotto assumendo per il calcestruzzo confinato un legame costitutivo proposto da Faella e Realfonzo [4] e recepito dalle recenti Istruzioni del CNR (documento DT200/2004) [5].

Il modello messo a punto è stato, inoltre, adoperato per la simulazione di test eseguiti da altri Autori.

Il confronto numerico-sperimentale ha consentito di valutare l'affidabilità della modellazione analitica effettuata.

## 2. IL PROGRAMMA SPERIMENTALE

Il programma sperimentale cui si accennava in precedenza è stato oggetto di precedenti articoli (in bibliografia se ne ricordano alcuni [6-8]); pertanto, per una descrizione dettagliata delle modalità di realizzazione degli elementi, dei materiali impiegati, del set-up e delle modalità di esecuzione delle prove, si rimanda ai lavori citati.

Tutti i campioni sono stati progettati e realizzati in modo da potere essere rappresentativi di elementi ricorrenti in strutture intelaiate esistenti. A tal fine è stato adoperato un calcestruzzo con resistenza a compressione ordinaria ( $f_{cm}$  pari a circa 28 MPa) ed alcuni elementi sono stati armati, come spesso avveniva in passato, adoperando barre lisce. In tutti i casi le barre longitudinali avevano un diametro di 14 mm, mentre l'armatura trasversale era costituita da staffe  $\phi 8/20$  cm.

Gli elementi, aventi sezione quadrata e rettangolare, sono stati preventivamente confinati mediante una fasciatura discontinua realizzata con tessuti unidirezionali in vetro o carbonio; per potere valutare i benefici prodotti dal confinamento con FRP, sono stati eseguiti alcuni test su pilastri in c.a. confinati solo con staffe metalliche.

Fino ad ora sono state effettuate 16 prove, tutte riguardanti



pilastrini aventi sezione quadrata (300x300 mm) con spigoli opportunamente arrotondati (R=30 mm) al fine di scongiurare la prematura rottura del “jacket” in FRP.

I test sono stati eseguiti in controllo di spostamento, applicando l’azione orizzontale mediante un attuatore MTS posto ad una distanza di 1700 mm dal piede del pilastro, e sono stati interrotti al raggiungimento di un “collasso convenzionale” corrispondente ad un degrado di resistenza pari al 10%, valutato sul ramo softening dell’involuppo monotono.

Prima di applicare l’azione orizzontale, le colonne in c.a. sono state sollecitate assialmente con uno sforzo di compressione (corrispondente ad un valore adimensionale  $v$  pari a circa 0.14), mantenuto costante durante il test, applicato mediante martinetto idraulico opportunamente vincolato.

Tabella 1 – Risultati sperimentali

TEST	Tipo barre	Tipo fibre	N° strati	$f_{cm}$ (MPa)	N (kN)	$F_{max}^+$ (kN)	$F_{max}$ (kN)	$d_{max}$ (mm)	$\delta_{max}$ (%)
M5-S		-	-	26.4	335	-	51.15	149.60	8.80
C3-S		-	-	25.7	325	52.73	50.91	61.54	3.62
C4-S-G	lisce	vetro	2	24.8	310	55.07	50.31	122.74	7.22
C1-S-G		vetro	4	28.8	363	62.45	56.51	125.12	7.36
C10-S-C		carbonio	2	26.0	330	49.71	51.02	83.13	4.89
C13-S-C		carbonio	2	28.9	365	49.08	48.14	98.77	5.81
C9-D		-	-	31.8	365	71.08	66.32	59.67	3.51
C7-D-C	ad. migliorata	carbonio	2	26.1	330	65.53	69.10	118.83	6.99
C8-D-C		carbonio	2	26.5	335	69.74	63.51	109.48	6.44
C14-D-C		carbonio	2	35.3	380	62.87	58.65	109.82	6.46

Per determinare le caratteristiche meccaniche dell’acciaio impiegato, sono state eseguiti test di trazione su spezzoni di barra; la Tabella 2 mostra i valori medi della resistenza e della deformazione allo snervamento ( $f_y, \epsilon_y$ ), nonché della resistenza massima e della corrispondente deformazione ( $f_{max}, \epsilon_{max}$ ), ricavati dai test eseguiti.

Tabella 2 - Caratteristiche meccaniche degli acciai impiegati

Tipo di barre	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (%)	$f_{max}$ (MPa)	$\epsilon_{max}$ (%)
Lisce	346	0.165	498	23.80
Ad. migliorata	556	0.265	655	16.73

La Tabella 3 mostra le caratteristiche dei tessuti in FRP usati per fasciare i pilastri in c.a., ossia lo spessore del singolo strato ( $t_j$ ), il modulo elastico ( $E_{FRP}$ ), la resistenza a trazione

I dati principali delle prove considerate in questo articolo sono presentati in tabella 1.

La prima colonna della tabella riporta una sigla identificativa con cui sono riassunte le seguenti informazioni: tipo di prova (M=monotona; C=ciclica); tipo di barre longitudinali (S=barre lisce; D=barre ad aderenza migliorata); tipo di fibre adoperate per il confinamento (G=vetro; C=carbonio).

La tabella riporta, inoltre, per ciascun test il numero di strati adoperati per il confinamento, la resistenza cilindrica media del calcestruzzo ( $f_{cm}$ ), lo sforzo normale N applicato, la massima azione orizzontale registrata nelle due direzioni di carico ( $F_{max}^+, F_{max}^-$ ), lo spostamento massimo misurato al raggiungimento del collasso convenzionale ( $d_{max}$ ) ed il drift corrispondente ( $\delta_{max}$ ).

( $f_{u,FRP}$ ) e la corrispondente deformazione ultima ( $\epsilon_{u,FRP}$ ).

Tabella 3 - Caratteristiche meccaniche delle fibre

Fibre	$t_j$ [mm]	$E_{FRP}$ [GPa]	$f_{u,FRP}$ [MPa]	$\epsilon_{u,FRP}$ [%]
Carbonio	0.22	390	3000	0.80
Vetro	0.48	80.7	2560	3.0-3.5

In Figura 1 sono, infine, presentati due grafici riportanti i cicli di isteresi ottenuti eseguendo test su elementi armati con barre lisce (a sinistra) e con barre ad aderenza migliorata (a destra). Per ciascuno dei due casi, la curva forza-spostamento ottenuta per un elemento confinato è confrontata con quella ricavata nel corso di un test eseguito su di un elemento privo di confinamento con FRP. La Figura mostra con chiarezza gli incrementi di duttilità ottenuti con la tecnica di confinamento esaminata ed il comportamento notevolmente diverso esibito dagli elementi al variare del tipo di armatura longitudinale.

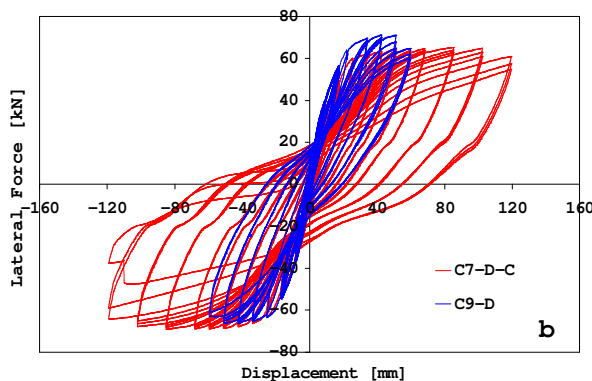
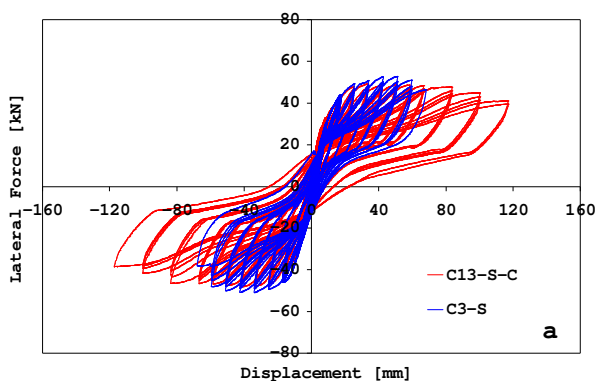


Figura 1 – Cicli di isteresi relativi ad alcune prove effettuate: barre lisce (a); barre ad aderenza migliorata (b).

### 3. SIMULAZIONE ANALITICA

Nel seguito è presentata una modellazione analitica, eseguita con l'ausilio del programma di calcolo DRAIN-2DX, messa a punto al fine di condurre la simulazione dei test realizzati presso l'Università di Salerno - cui si è accennato al §2 - e di ulteriori prove eseguite su pilastri in c.a., con o senza confinamento con FRP, effettuate da altri Autori [9-11].

Va subito rilevato che la particolarità del modello qui presentato risiede nella stima del comportamento del calcestruzzo compresso confinato con FRP e nella valutazione della rigidità degli elementi a fessurazione avvenuta, che dipende dalle componenti rotazionali connesse al "debonding" delle barre longitudinali tese ed alla deformazione a taglio.

Per il resto il modello è quello ottenuto adoperando l'elemento n°15 del DRAIN, ossia un elemento del tipo "fiber beam-column member" che consente di riprodurre il comportamento non lineare tipico delle strutture in c.a., portando in conto sia la distribuzione della plasticità all'interno dell'elemento, sia la variazione dello sforzo normale applicato. La modellazione effettuata è, inoltre, in grado di valutare anche l'eventuale effetto P-delta.

Alcune applicazioni della modellazione proposta sono state riportate in un primo lavoro pubblicato di recente [12]; in questo articolo, tuttavia, il modello è lievemente modificato.

La Figura 2 mostra sinteticamente ed in modo schematico il modello; si può notare la separazione della sezione trasversale in fibre di calcestruzzo ed acciaio, e la suddivisione longitudinale della colonna in segmenti di lunghezza variabile.

Il DRAIN controlla il comportamento dell'elemento in corrispondenza della mezzeria di ciascun segmento. Pertanto, come si osserva in figura, al fine di riprodurre in modo accurato la risposta sperimentale, è stata prevista una maggiore discretizzazione della colonna in prossimità del collegamento al plinto, dove ci si aspetta una concentrazione delle richieste plastiche.

In Figura 2, inoltre, sono mostrati anche gli andamenti dei legami costitutivi associati ai materiali. In particolare, il comportamento a compressione delle fibre di calcestruzzo è riprodotto adottando il ben noto legame costitutivo di Popovics [13] quando nel tratto considerato il confinamento è prodotto solo dalle staffe. In presenza di confinamento passivo esercitato da sistemi in FRP, invece, viene assunto il legame proposto da Faella e Realfonzo [4] ed adottato dalle ricordate Istruzioni del CNR [5]. Infine, il comportamento a trazione del calcestruzzo è modellato adoperando un legame tensione-deformazione di tipo bilineare con softening.

Per quel che concerne le armature longitudinali, è stato adottato, sia in trazione che in compressione, il legame elastoplastico incrudente riportato in figura.

#### 3.1 Contributo del calcestruzzo compresso

Per la completa definizione del legame di Popovics - adottato per la modellazione del comportamento del calcestruzzo confinato con staffe - è necessaria la stima della resistenza a compressione ( $f_{cc}$ ) e della corrispondente deformazione ( $\epsilon_{cc}$ ); a tal fine sono state utilizzate le note relazioni proposte da Mander et al. e da Richart et al. [14,15]:

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 2.254 \cdot \sqrt{1 + 7.94 \frac{f_l}{f_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f_{co}} - 1.254 \right] \quad (1)$$

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \quad (2)$$

Nelle (1) e (2), adoperabili in caso di elementi aventi sezione circolare o quadrata, con  $f_{co}$  e  $\epsilon_{co}$  sono indicate, rispettivamente, la resistenza a compressione del calcestruzzo non confinato e la corrispondente deformazione (assunta pari al 2‰), mentre  $f_l$  rappresenta la pressione laterale di confinamento prodotta dalle staffe allo snervamento.

Nel caso di sezioni di forma rettangolare la (1) è stata opportunamente modificata per tener conto del differente contributo indotto dalle staffe nelle due direzioni [14,16].

La deformazione ultima del legame di Popovics sul ramo softening è stata assunta pari allo 0.8‰.

Per quanto riguarda il modello di Faella e Realfonzo, impiegato per stimare il comportamento del calcestruzzo confinato con FRP, i valori di  $f_{cc}$  ed  $\epsilon_{cc}$  sono stati valutati adoperando le espressioni proposte dal DT200, ossia:

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 2.6 \cdot \left( \frac{f_{l,eff}}{f_{co}} \right)^{2/3} \right] \quad (3)$$

$$\epsilon_{cc} = 0.0035 + 0.015 \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{co}}} \quad (4)$$

dove  $f_{l,eff}$  rappresenta la pressione efficace di confinamento.

La massima  $f_{l,eff}$  esercitata dal sistema confinante in FRP è funzione della rigidità (a sua volta proporzionale al modulo di elasticità delle fibre ed allo spessore complessivo del "jacket") e della deformazione ultima dello stesso sistema.

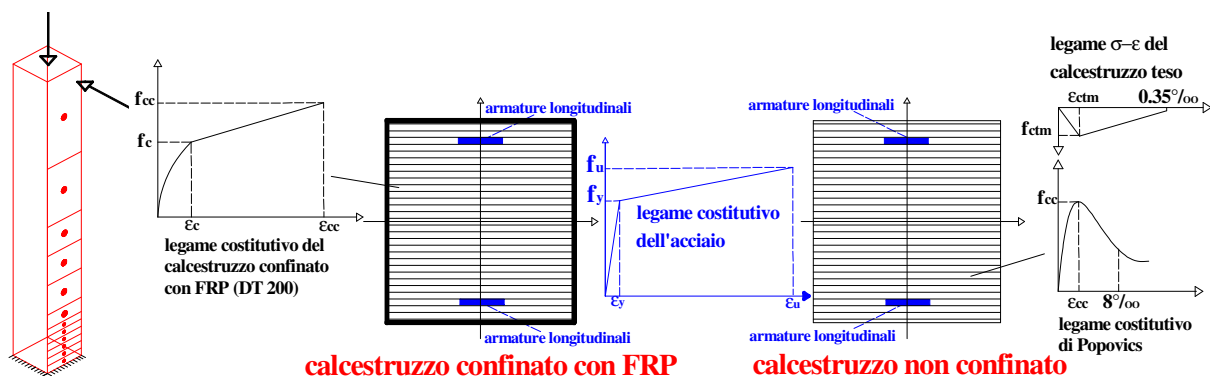


Figura 2 – Modellazione a fibre dell'elemento

Nel seguito, per l'implementazione del modello, la pressione di confinamento è stata calcolata come indicato dal DT200 ed assumendo una deformazione ultima del "jacket" pari al 60% del valore caratteristico di rottura per trazione delle fibre (valore in genere indicato nelle schede di prodotto e riportato nelle tabelle degli articoli considerati); in tale valutazione è stata trascurato il contributo al confinamento offerto dalle staffe.

Per tener conto della ridotta efficienza del confinamento che si ha per le sezioni quadrate, ed ancor più per quelle di forma rettangolare, nella valutazione della pressione di confinamento è stato introdotto il "coefficiente di forma"  $K_H$  ( $<1$ ) la cui espressione è sempre riportata nel DT200.

### 3.2 Contributo del calcestruzzo teso

Il valore della resistenza media ( $f_{ctm}$ ) indispensabile per definire il legame bilineare adottato per il calcestruzzo a trazione, è stato stimato come proposto dall'Eurocodice2 [17]:

$$f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{in MPa}) \quad (5)$$

dove  $f_{ck}$  rappresenta la resistenza cilindrica caratteristica del calcestruzzo in compressione.

Il modulo elastico a trazione è stato assunto eguale a quello del calcestruzzo compresso, mentre il ramo softening del legame è definito da una resistenza residua ( $f_{cu}$ ) posta pari ad  $1/20 f_{ctm}$  e da una deformazione ultima ( $\epsilon_u$ ) pari a  $0.35\epsilon_c$ .

### 3.3 Contributo delle barre longitudinali

Il legame elasto-plastico inelastico, adottato per la determinazione del contributo (sia in trazione che in compressione) delle barre longitudinali, è definito una volta note la deformazione e la resistenza allo snervamento ( $\epsilon_y$ ;  $f_y$ ) ed in condizioni ultime ( $\epsilon_u$ ;  $f_u$ ).

Questi valori sono stati ricavati dalle indicazioni riportate nelle note dei vari autori.

Si ricorda che non è considerato dal modello l'eventuale "buckling" delle barre compresse.

## 4. "FIXED-END ROTATION"

Come già accennato al paragrafo precedente, il modello implementato è in grado di simulare, in condizioni di snervamento, sia la "fixed end rotation" prodotta dallo scorrimento delle barre longitudinali tese in corrispondenza della zona di vincolo colonna-fondazione (nel seguito indicata con  $\theta_{slip,y}$ ), sia l'ulteriore rotazione dovuta alla sollecitazione di taglio ( $\theta_{sh,y}$ ).

Com'è di seguito illustrato, la valutazione di queste componenti deformative è stata effettuata ricorrendo ad una particolare modellazione del vincolo colonna-fondazione.

In letteratura esistono diversi modelli per la stima dei contributi deformativi menzionati; uno stato dell'arte dei modelli meccanici ed empirici proposti è stato prodotto recentemente dal fib [18].

In questo lavoro ci si è riferiti al modello empirico di Panagiotakos e Fardis [2]:

$$\theta_{sh,y} = \frac{\Delta_{sh,y}}{L_s} = 0.0025 \quad (6.a)$$

$$\theta_{slip,y} = \frac{\Delta_{slip,y}}{L_s} = \frac{\epsilon_y}{2 \cdot (d-d')} \cdot \frac{f_y \cdot \Phi}{4 \cdot f_{b,y}} \quad (6.b)$$

ed alle relazioni presentate dall'Eurocodice 8 [3]:

$$\theta_{sh,y} = \frac{\Delta_{sh,y}}{L_s} = 0.0013 \cdot \left( 1 + 1.5 \frac{h}{L_s} \right) \quad (7.a)$$

$$\theta_{slip,y} = \frac{\Delta_{slip,y}}{L_s} = 0.13 \cdot \phi_y \cdot \frac{\Phi \cdot f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (7.b)$$

avendo indicato con  $\Delta$  le componenti dello spostamento in sommità, con  $L_s$  la luce di taglio, con  $(d-d')$  la distanza tra le armature in trazione e in compressione, con  $\Phi$  il diametro delle barre tese, con  $f_{b,y}$  la tensione di aderenza mobilitata allo snervamento, con  $h$  l'altezza della sezione trasversale e con  $\phi_y$  la curvatura allo snervamento della sezione di base.

Pertanto, i due modelli qui considerati differiscono principalmente per la stima della deformazione tagliante che è costante per Panagiotakos e Fardis, mentre nell'EC8 dipende dalla snellezza dell'elemento ( $h/L_s$ ).

Per quanto riguarda la rotazione  $\theta_{slip,y}$  la formulazione dell'EC8 assume implicitamente un valore della  $f_{b,y}$  pari a  $\sqrt{f_c}$ , essendo  $f_c$  la resistenza cilindrica media del calcestruzzo a compressione, mentre Panagiotakos e Fardis suggeriscono di porre  $f_{b,y}$  pari a  $0.5 \cdot \sqrt{f_c}$ .

Al fine di poter considerare nel modello i contributi deformativi descritti, è stato introdotto un vincolo colonna-fondazione caratterizzato da una legge momento-rotazione ( $M-\theta$ ) di tipo bilineare, che dipende dalle componenti rotazionali riportate nelle (6) e (7) e da due particolari valori del momento flettente, indicati nel seguito con  $M_0$  ed  $M_y$ ;  $M_0$  rappresenta il valore del momento di decompressione, a cui corrisponde la tensione nulla nelle armature poste al lembo teso, mentre  $M_y$  è il momento di snervamento.

In Figura 3 sono mostrati due diversi andamenti della suddetta legge  $M-\theta$  (denominati "tipo 1" e "tipo 2") ottenuti rispettivamente trascurando o considerando la componente rotazionale dovuta al taglio ( $\theta_{sh,y}$ ).

La prima legge - che trascurando completamente la deformabilità tagliante ben si adatta al caso di elementi particolarmente snelli - ha un andamento rigido-plastico, in quanto considera il debonding delle barre solo a partire dall'attingimento del momento di decompressione  $M_0$ ; il vincolo introdotto in tal modo non fornisce, quindi, alcun contributo per valori di  $M < M_0$ , mentre si attiva per  $M \geq M_0$ .

Il tratto plastico inelastico è caratterizzato da una rigidità  $k_1$  data da:

$$k_1 = \frac{M_y - M_0}{\theta_{slip,y}} \quad (8)$$

Se al vincolo di legge "tipo 1", si aggiunge in serie un elemento elastico di rigidità:

$$k_2 = \frac{M_y}{\theta_{sh,y}} \quad (9)$$

si ottiene un vincolo equivalente avente legame "tipo 2" (vedi Figura 3), che consente di introdurre - seppur in modo approssimato - anche il contributo alla rotazione dovuto alla deformabilità tagliante (valutabile con la 6.a o con la 7.a).

La legge bilineare di "tipo 2" è dunque rappresentata da un primo tratto, per  $M < M_0$ , la cui rigidità è data dalla (9) e da un secondo ramo, definito per  $M_0 < M < M_y$ , di rigidità pari a:

$$k_2'' = \frac{k_1 \cdot k_2'}{k_1 + k_2'} \quad (10)$$

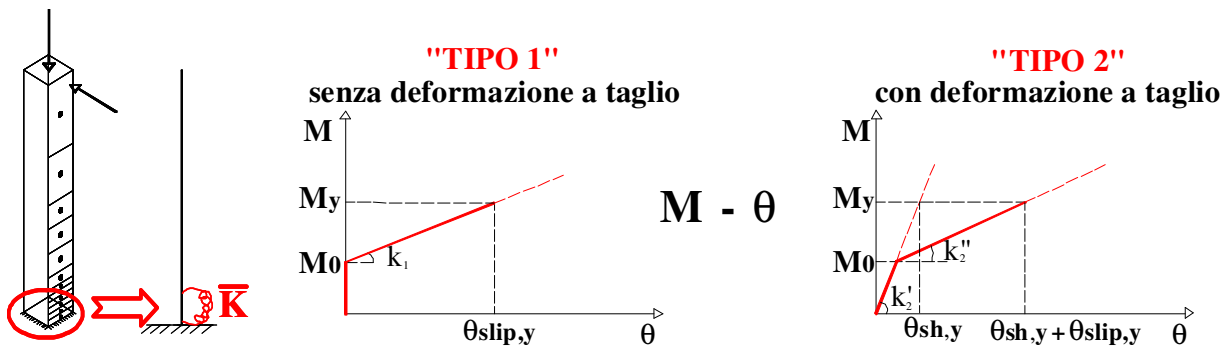


Figura 3 – Legami M-θ adottati per il vincolo rotazionale inserito alla base in assenza (“tipo 1”) o in presenza di deformazione tagliante (“tipo 2”)

Come già ricordato, per le elaborazioni di seguito descritte, i contributi deformativi  $\theta_{sh,y}$  e  $\theta_{slip,y}$ , introdotti per la valutazione delle rigidzze fornite dalle (8) e (9), sono stati calcolati applicando sia il modello di Panagiotakos e Fardis che le espressioni riportate nell’EC8; i valori  $M_0$  ed  $M_y$ , necessari per la definizione dei legami M-θ adottati, sono stati invece valutati per via numerica, adoperando l’algoritmo per la valutazione della legge momento-curvatura di sezioni in c.a. confinate con FRP proposto da Realfonzo et al. [19] e successivamente modificato [8].

Anche per la valutazione della curvatura allo snervamento ( $\phi_y$ ) da introdurre nell’Eq. (7.b) è stata adoperata la medesima procedura numerica.

### 5. CONFRONTI NUMERICO-SPERIMENTALI

L’affidabilità del modello implementato è stata verificata mediante un confronto con le curve sperimentali forza-spostamento (o forza-drift) ottenute da prove monotone o cicliche eseguite su pilastri in c.a. in presenza o meno di un confinamento esterno con FRP.

La modellazione messa a punto consente la simulazione dell’involuppo monotono dei cicli di isteresi.

In Figura 4 sono mostrati schematicamente due set-up di prova, tra di loro lievemente diversi, che rappresentano di fatto le tipologie mostrate in letteratura da molti ricercatori.

Lo schema di sinistra coincide con il set-up adoperato nei

test dell’Università di Salerno.

Si nota che in entrambi i casi il set-up prevede, per l’applicazione dello sforzo normale (in genere mantenuto costante durante il test), un dispositivo metallico che è utilizzato come vincolo per l’attuatore appositamente predisposto; tale dispositivo è costituito da una traversa di acciaio superiore che, mediante due barre di acciaio ad alta resistenza, è collegata ad un’altra disposta al di sotto del plinto. Le due aste di collegamento risultano generalmente incernierate in corrispondenza del piede della colonna.

Proprio la posizione della cerniera di base richiede un’attenzione ai fini del confronto tra i risultati prodotti dalla modellazione numerica e le curve sperimentali.

Infatti, è sempre possibile scrivere la seguente relazione:

$$F_{mod} \cdot L_s = F_{att} \cdot L_s + N \cdot \frac{L_{hg}}{L_{hg} + L_s} \cdot \Delta \quad (11)$$

essendo (vedi anche la Figura 4):

- ✓  $F_{mod}$  il valore della forza restituita dal modello numerico;
- ✓  $F_{att}$  la forza applicata dall’attuatore e misurata durante il test;
- ✓  $L_s$  la luce di taglio;
- ✓  $L_{hg}$  la distanza della cerniera dalla sezione di attacco pilastro-plinto;
- ✓  $N$  il valore dello sforzo normale;
- ✓  $\Delta$  lo spostamento orizzontale del punto di applicazione della forza F;

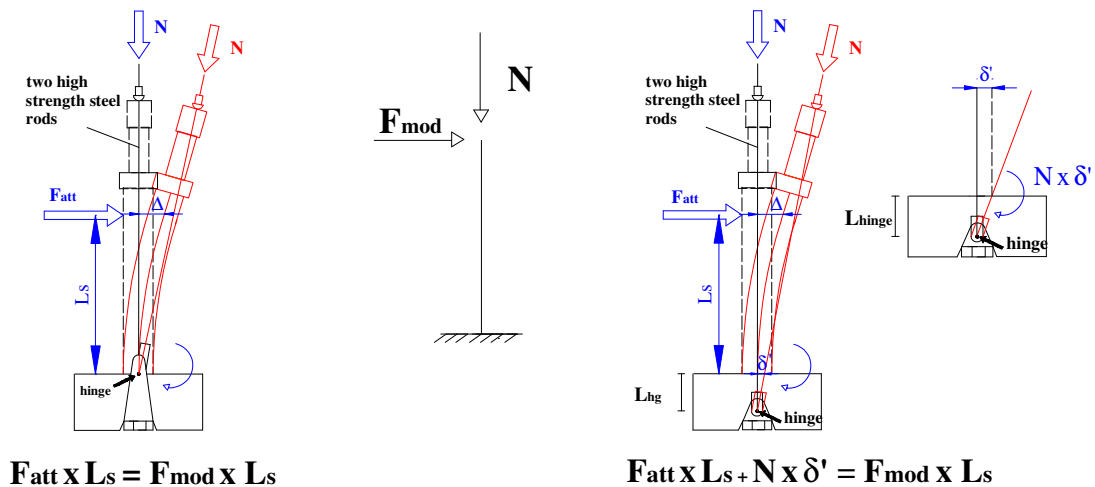


Figura 4 – Set-up per le prove sperimentali:  $L_{hg}=0$  (a sinistra);  $L_{hg}\neq 0$  (a destra)

Dalla relazione (11) si evince che per  $L_{hg} \neq 0$ , ossia quando la cerniera non coincide con la sezione di base del pilastro, le curve ( $F_{att}-\Delta$ ) ottenute sperimentalmente devono essere opportunamente corrette prima di poterle confrontare con i risultati ricavati numericamente.

Il termine correttivo da aggiungere alla forza misurata dall'attuatore, perché possa essere resa confrontabile con il risultato numerico, è stato assunto pari a:

$$\frac{N}{L_s} \cdot \delta' = \frac{N}{L_s} \cdot \frac{L_{hg}}{L_{hg} + L_s} \cdot \Delta \quad (12)$$

Va rilevato che, a rigore, tale correzione è inesatta, in quanto lo spostamento  $\Delta$  del pilastro misurato in corrispondenza dell'attuatore non coincide con lo spostamento orizzontale che subiscono, alla medesima quota, le aste

incernierate; tuttavia, l'errore che si commette applicando la (12) è molto modesto.

Il modello analitico proposto è stato quindi utilizzato per la simulazione di numerosi test di laboratorio; alcuni grafici riportanti il confronto tra i risultati della simulazione e le curve sperimentali sono mostrati nelle Figure 5, 6 e 7.

Per i dettagli delle prove cui si riferisce la modellazione analitica si rimanda ai lavori citati e riportati nella bibliografia presentata al termine dell'articolo.

La Figura 5 si riferisce alle prove eseguite all'Università di Salerno, i cui risultati sono descritti in [6-8]; in particolare, si tratta delle curve forza-spostamento relative a prove effettuate su pilastri aventi sezione quadrata (300x300 mm) ed armati sia con barre lisce che con barre ad aderenza migliorata.

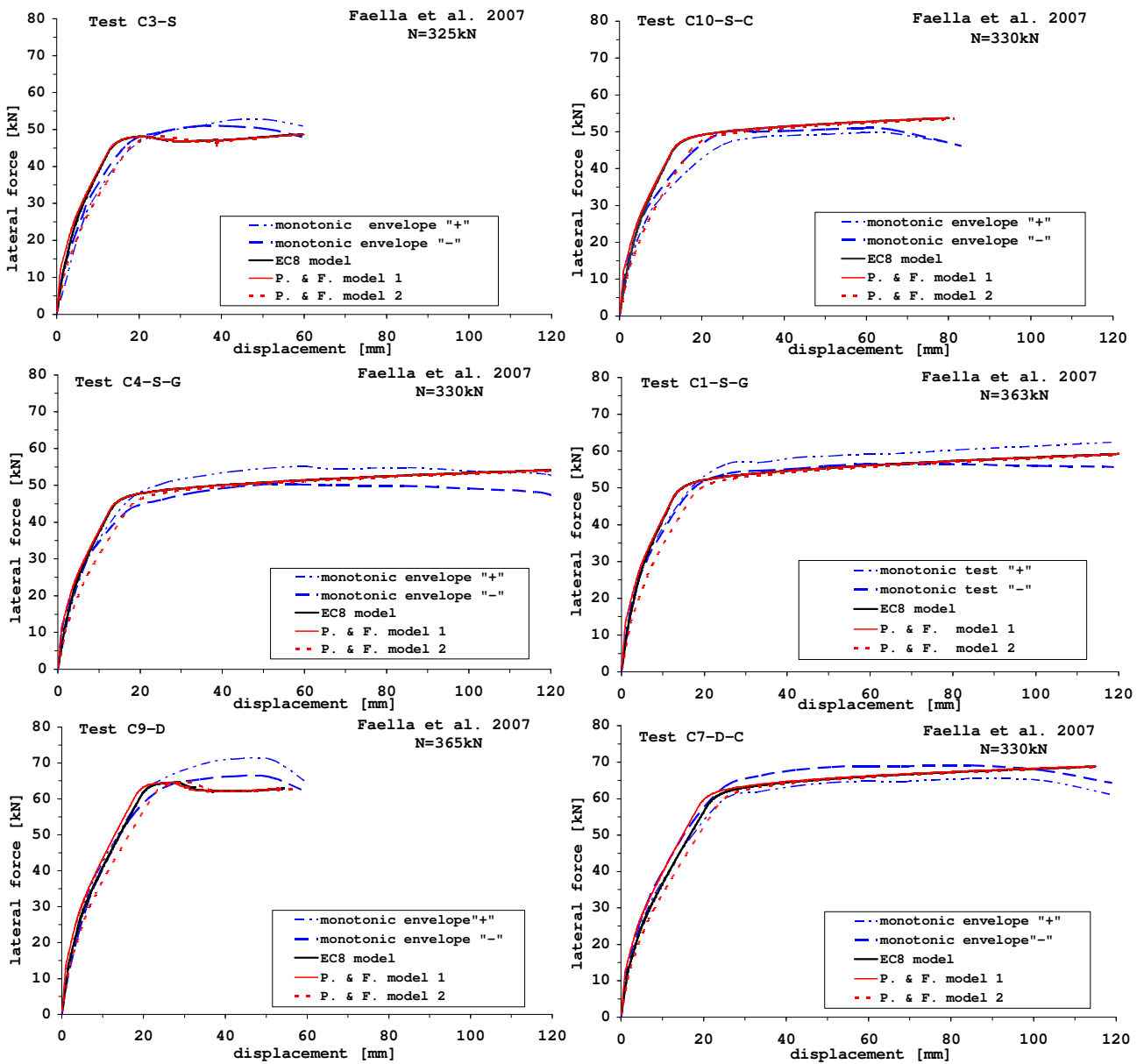


Figura 5 – Confronti numerico-sperimentali relativi ad alcune prove eseguite da Faella et al. [6-8]

Le sigle dei test riportate in Figura sono quelle già mostrate in Tabella 1; si può osservare, dunque, che la simulazione numerica ha riguardato anche elementi non confinati (test “C3-S” e “C9-D”).

I diagrammi di Figura 6 mostrano il confronto – in termini di forza-drift - del modello analitico con i risultati delle prove effettuate da Verderame et al. [9], su pilastri in c.a. aventi sezione quadrata (300x300 mm), confinati solo con staffe ed armati con barre lisce.

Le curve forza-spostamento mostrate in Figura 7, infine, riguardano risultati di prove sperimentali condotte su elementi confinati con FRP ed armati con barre ad aderenza migliorata [10, 11]: il confronto mostrato nel grafico di sinistra si riferisce ad una prova eseguita su un pilastro di sezione rettangolare (250x500 mm), sollecitato lungo l’asse forte; il grafico di destra, invece, è relativo ad un test eseguito su un elemento avente sezione quadrata (458x458 mm).

In tutti i diagrammi suddetti, gli involuipi monotoni dei cicli di isteresi sono posti a confronto con tre diverse curve analitiche indicate con le sigle “P. & F. model 1”, “P. & F. model 2” e “EC8 model”.

Le prime due curve sono state ottenute applicando, nella modellazione del vincolo colonna-fondazione, il modello empirico di Panagiotakos e Fardis (relazioni 6.a e 6.b) in presenza o meno deformazione tagliante (“model 1” e “model 2”, rispettivamente); la terza curva è stata ottenuta valutando le componenti rotazionali aggiuntive con le (7.a) e (7.b).

Va inoltre evidenziato che nel caso di pilastri armati con barre lisce il valore della tensione di aderenza mobilitata allo snervamento  $f_{b,y}$ , da introdurre nella (6.b), è stato desunto dalle indicazioni fornite da Fabbrocino et al. [20]; per il caso di barre ad aderenza migliorata, invece, è stato assunto quanto suggerito da Panagiotakos e Fardis ( $f_{b,y}=0.5\sqrt{f_c}$ ).

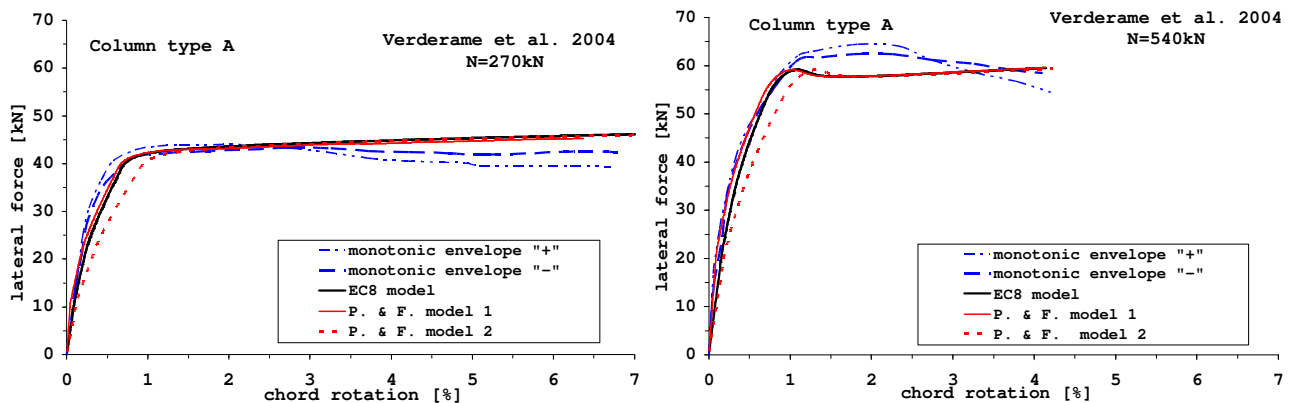


Figura 6– Confronti numerico-sperimentali: Verderame et al. [9]

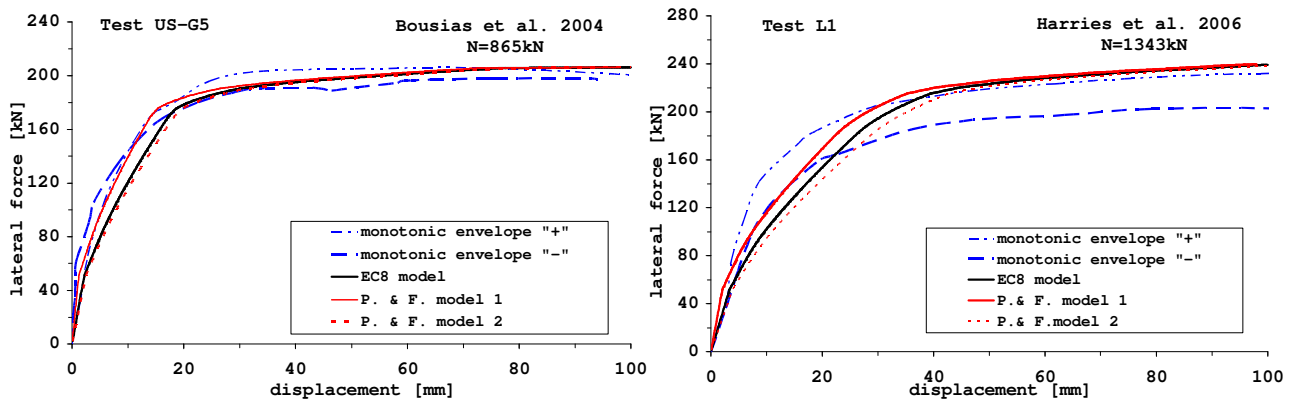


Figura 7 – Confronti numerico-sperimentali: Bousias et al. [10]; Harries et al. [11]

Per quanto attiene il problema della correzione dei dati sperimentali (vedi eq. 12), va sottolineato che nel caso dei test eseguiti da Verderame et al. e da Bousias et al. è stato adoperato un set-up del tipo mostrato a destra in Figura 4; tuttavia, la suddetta correzione è stata necessaria nel solo caso dei test condotti da Verderame et al. in quanto Bousias et al. hanno pubblicato risultati già depurati dall’effetto P-delta.

Dai confronti numerico-sperimentali qui mostrati è possibile trarre le seguenti conclusioni:

✓ le curve numeriche riproducono con buona approssimazione gli andamenti sperimentali, sia per quel che

concerne la rigidezza che in termini di resistenza;

✓ per i casi esaminati, la modellazione della “fixed end rotation” con il modello di Panagiotakos e Fardis - in particolare il “P. & F. model 1” che trascura la deformabilità a taglio - conduce alla stima più affidabile della rigidezza iniziale e post-fessurazione: risultati soddisfacenti sono ottenuti anche applicando le relazioni riportate nell’EC8;

✓ valutando la componente rotazionale dovuta alla deformabilità a taglio con il modello di Panagiotakos e Fardis (“model 2”), si ottiene generalmente una eccessiva sottostima della rigidezza: fanno eccezione solo alcuni test eseguiti a Salerno su pilastri armati con barre lisce.

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro sono stati presentati i risultati di prove condotte su pilastri in c.a. al fine di valutarne la risposta sotto azioni orizzontali di tipo monotono e ciclico.

Alcuni degli elementi sottoposti a prova sono stati rinforzati effettuando un confinamento con uso di materiali polimerici fibro-rinforzati (FRP).

Gli involuppi monotoni delle curve sperimentali sono stati quindi confrontati con i risultati ottenuti mediante una modellazione analitica eseguita con l'ausilio del programma di calcolo DRAIN-2DX.

In particolare, è stato adoperato l'elemento n°15 del DRAIN, ossia un elemento del tipo "fiber beam-column member", in grado di valutare l'effettiva distribuzione della plasticità al suo interno.

La particolarità del modello qui presentato risiede nella stima del comportamento a compressione del calcestruzzo confinato con FRP e nella valutazione della rigidità degli elementi in condizioni di avvenuta fessurazione.

Tale rigidità dipende dalle componenti rotazionali connesse al "debonding" delle barre longitudinali tese ed alla deformazione a taglio.

Per la stima di tali componenti sono stati considerati sia il modello empirico proposto da Panagiotakos e Fardis, che le formulazioni suggerite dall'Eurocodice 8.

Il confronto numerico-sperimentale, che è stato condotto prendendo come riferimento sia le prove eseguite presso l'Università di Salerno sia test effettuati da altri Autori, ha messo in luce l'affidabilità del modello implementato nel simulare gli andamenti delle curve sperimentali sia in termini di resistenza che di rigidità.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] PRAKASH, V., POWELL, G.H., CAMPBELL, S. (1993) – Drain-2dx. Base program description and user guide. Version 1.10.
- [2] PANAGIOTAKOS, T.B., FARDIS, M.N. (2001) – Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate. *ACI Structural J.*, 98, 2, pp. 135-148.
- [3] CEN (2004) – Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 3: Assessment and retrofitting of buildings", European Standard EN 1998-3, Brussels, Belgium.
- [4] FAELLA, C., REALFONZO, R. (2002) – Legami costitutivi del calcestruzzo confinato con FRP. *Proc. of the V Italian Workshop on Comp. Structures*, Salerno, Italy, 2002.
- [5] CNR (2004) – Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures. CNR-DT 200/2004, Rome, Italy, 2004.
- [6] FAELLA, C., REALFONZO, R., RIZZANO, G. (2006) – Experimental behaviour of R/C columns confined by FRP". 2nd fib Congress, Naples, Italy, 5-8 June 2006.
- [7] FAELLA, C., NAPOLI, A., REALFONZO, R., RIZZANO, G. (2006) – Seismic behaviour of square r/c columns confined with FRP. *1st European Conf. on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, 3-8 September 2006.
- [8] FAELLA, C., NAPOLI, A., REALFONZO, R., RIZZANO, G. (2007) – On the available ductility of r/c columns strengthened with FRP systems: experimental vs numerical evaluation. *FRPRCS-8*, Patras, Greece, July 16-18, 2007.
- [9] VERDERAME, G.M., FABBROCINO, G., MANFREDI, G. (2004) – Valutazione sperimentale della capacità rotazionale di colonne in c.a. con barre lisce. *15° Congresso CTE*, Bari, Italy, Novembre 4-5-6, 2004.
- [10] BOUSIAS, S. N., TRIANTAFILLOU, T. C., FARDIS, M.N., O'REGAN, B. A. (2004) – Fiber-Reinforced Polymer Retrofitting of Rectangular Reinforced Concrete Columns with or without Corrosion. *Aci Structural J.*, V. 101, 4, pp. 512-520.
- [11] HARRIES, K.A., RICLES, J.R., PESSIKI, S., SAUSE, R. (1988) – Seismic Retrofit of Lap Splices in Nonductile Square Columns Using Carbon Fiber-Reinforced Jackets. *Aci Structural J.*, V. 103, 6, pp. 874-884.
- [12] FAELLA, C., NAPOLI, A., REALFONZO, R. (2007) – FRP confined R/C columns: test results and analytical modelling. *Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC 2007)*, 10-12 September 2007, Cape Town, South Africa
- [13] POPOVICS, S. (1973) – Numerical approach to the complete stress-strain relation for concrete. *Cement and Concrete Res.*, Vol. 3(5), pp. 583-599.
- [14] MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J.N., PARK, R. (1988) – Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(8), pp.1824-1826.
- [15] RICHART, F.E., BRANDTZAEG, A., BROWN, R.L. (1929) – The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression. *Eng. Exp. Station, Bull.* 190, Univ. of Illinois, Urbana, III.
- [16] WANG, Y.C., RESTREPO, J.I. (2001) – Investigation of Concentrically Loaded Reinforced Concrete Columns Confined with Glass Fiber-Reinforced Polymer Jackets. *Aci Structural J.*, V. 98, 3, pp. 377-385.
- [17] CEN (2001) – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: *General rules and rules for buildings*", European Standard, prEN 1992-1, Brussels, Belgium.
- [18] FIB (2003) – Seismic assessment and retrofit of reinforced concrete buildings. *State of art prepared by task group 7.1*, bulletin n. 24, 2003.
- [19] REALFONZO, R., PROTA, A., MANFREDI, G., PECCE, M. (2002) – Flexural strength of FRP confined RC columns. *Proc. of the 1st fib Congress*, Osaka, Japan, October 2002.
- [20] FABBROCINO, G., VERDERAME, G.M., MANFREDI, G. (2005) – Experimental behaviour of anchored smooth rebars in old type reinforced concrete buildings. *Eng. Struct.*, 27, pp.1575-1585.

# VALIDAZIONE SPERIMENTALE DELL'APPROCCIO EC8 PER LA PROGETTAZIONE SISMICA DI EDIFICI PREFABBRICATI MONOPIANO IN CALCESTRUZZO ARMATO

Liberato Ferrara<sup>1</sup>, Elena Mola<sup>1</sup>, Paolo Negro<sup>2</sup>

1 Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano

2 Laboratorio Europeo per la Verifica della Sicurezza, ELSA, Centro Comune di Ricerca, JRC, Ispra (Va)

## SOMMARIO

Nella memoria viene presentato il resoconto dell'attività sperimentale svolta nell'ambito del progetto di ricerca "Precast EC8", finanziato dalla Commissione Europea. Il progetto, durato tre anni e mezzo e recentemente conclusosi (Gennaio 2007), ha inteso far luce sull'adeguatezza dell'approccio di progettazione ad oggi codificato nell'Eurocodice 8, normalmente accettato per strutture in c.a. gettate in opera, quando applicato a strutture prefabbricate. In particolare, la memoria è incentrata sulla analisi dei risultati di una serie di prove pseudodinamiche e cicliche eseguite presso il Laboratorio ELSA del Centro Comune di Ricerca della Commissione Europea di Ispra (VA), su modelli in scala reale di edifici prefabbricati monopiano in c.a., caratterizzati dall'utilizzo degli stessi elementi con differente orditura rispetto all'azione sismica applicata. L'interpretazione dei risultati sperimentali permette di ottenere una più approfondita conoscenza delle caratteristiche globali e locali del comportamento sismico di questo tipo di strutture progettate secondo le prescrizioni dell'Eurocodice 8. Una ricca strumentazione di acquisizione è stata progettata e montata sulle strutture per cogliere tutti gli aspetti più interessanti del comportamento locale delle connessioni e degli elementi strutturali. Nella memoria si presentano e discutono i risultati più significativi così ottenuti ed una prima serie di conclusioni derivate dalla loro analisi, relative soprattutto all'efficacia del comportamento a diaframma delle coperture e alle risorse di duttilità necessarie affinché tali tipologie strutturali presentino un affidabile comportamento sismico, in relazione alle regole di progettazione e alle prescrizioni dell'Eurocodice 8 per questa tipologia strutturale.

## SUMMARY

The paper presents a report of the experimental research performed in the framework of the European research project "Precast EC8". The project, spanning over three and a half years and recently expired (January 2007), focused on the reliability of the EC8 design approach, currently accepted for cast-in-place r/c structures, when applied to precast concrete structures. In particular, the paper deals with a series of pseudodynamic and cyclic tests performed at the ELSA (European Laboratory for Safety Assessment) of the Joint research Centre of the European Commission (Ispra- Va). Full scale models of precast r/c one storey buildings were tested, featured by different orientation, with respect to the applied earthquake action, of roof elements and beams which the roof deck consists of. Experimental data allow a deeper insight to be obtained into the seismic behaviour of this type of structures, both as far their global response is concerned and with reference to behaviour of single structural elements and connection devices, designed according to EC8 prescriptions. A pattern of instruments has been placed on the structure in order to monitor the behaviour of single elements and connection devices under seismic action. The paper hence provides a detailed report of these results and their interpretation, mainly with reference to the efficacy of diaphragm action of roof decks and to the ductility required for these structures, as designed according to EC8 prescriptions, to reliably perform under seismic action.

## 1. INTRODUZIONE

Gli edifici prefabbricati monopiano in calcestruzzo armato, a destinazione d'uso commerciale o industriale, rappresentano attualmente una assai significativa percentuale, superiore all'85%, del mercato delle costruzioni prefabbricate di calcestruzzo. Come ben noto le strutture di tali edifici si compongono di un ordito tridimensionale di colonne, incastrate alla base nei plinti di fondazione, generalmente della tipologia a pozzetto, e collegate in sommità mediante vincolo a cerniera alle travi longitudinali. Queste a loro volta sostengono gli elementi di copertura, aventi luci che si spingono fino a 20-25 m ed oltre, caratterizzati dalle forme più varie ed elaborate, e spesso disposti con la interposizione di lucernari [1].

Il comportamento di tali tipologie di edifici sotto azione sismica è stato negli ultimi anni oggetto di intensa attività di

ricerca: sono state infatti condotte indagini sperimentali sul comportamento ciclico e dinamico sia di singoli elementi strutturali [2] sia su prototipi al vero [3,4,5], calibrando, sulla base di tali risultanze sperimentali, un approccio probabilistico per la quantificazione del coefficiente di struttura  $q$  [6], correlato alle effettive capacità di dissipazione energetica della struttura.

Da un lato infatti lo schema statico e le modalità di funzionamento delle colonne sono riconducibili a quelle di un pendolo inverso, cui corrisponderebbe un fattore di struttura ingiustificatamente basso e penalizzante ( $q = 2$ ). D'altro canto in tali strutture, i pilastri sono soggetti a carichi assiali modesti e possono quindi essere progettati in modo tale da possedere una elevata duttilità sezionale nelle regioni critiche, in maniera del tutto analoga a quanto accade per le costruzioni con struttura a telaio in calcestruzzo armato gettate in opera. Con riferimento a queste ultime, l'elevato grado di iperstaticità dovuto alla loro monoliticità, unito alla applicazione in fase progettuale del criterio della gerarchia



delle resistenze, consentono di progettare il meccanismo di collasso strutturale in modo da sfruttare pienamente le risorse di duttilità sezionale degli elementi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali. Ciò si traduce nella adozione di un più elevato valore del coefficiente di struttura ( $q = 4.5 \alpha_r/\alpha_l$  con il rapporto  $\alpha_r/\alpha_l$  funzione del grado di iperstaticità strutturale). Nel caso di edifici prefabbricati monopiano, per i quali peraltro la applicazione del criterio della gerarchia delle resistenze deve essere opportunamente contestualizzata, la possibilità di sfruttare pienamente le risorse di duttilità sezionale che i pilastri pur possiedono, per quanto sopra detto, è legata sostanzialmente alla efficacia della azione diaframma che l'impalcato di copertura è in grado di sviluppare, coinvolgendo effettivamente tutti gli elementi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali, ossia le colonne stesse. L'elevato numero di queste ultime, quale si ha nei tipici assetti costruttivi, si traduce in un comportamento strutturale assimilabile a quello di una struttura a telaio.

La natura discreta e discontinua degli impalcati di copertura nelle tipologie di edifici in questione rende necessaria, ai fini della efficacia dell'azione diaframma, una attenta progettazione dei dispositivi di connessione fra i diversi ordini di elementi che tali impalcati costituiscono. Tali dispositivi di connessione devono essere infatti dotati di adeguata rigidità per consentire l'efficace attivazione dell'azione diaframma, e di resistenza sufficiente a sostenere le forze che ne conseguono. Devono altresì possedere una duttilità commisurata a quella richiesta all'assetto costruttivo complessivo, sì da seguire, mantenendo sempre la loro efficacia, la evoluzione della struttura stessa verso il meccanismo di collasso previsto in fase progettuale.

I concetti e le problematiche sopra esposti attengono, come peraltro noto, alle prestazioni ultime attese dalla struttura che costituiscono aspetto certamente significativo ma non unico nella valutazione complessiva del comportamento delle tipologie costruttive in questione. Confinando l'attenzione alle problematiche sismiche, pari considerazione meritano gli aspetti legati alle cosiddette verifiche allo stato limite di danno, connessi con la deformabilità degli elementi strutturali costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali, ed ai conseguenti effetti del secondo ordine dei carichi verticali. La deformabilità dei pilastri viene dunque a rappresentare un aspetto critico, spesso tale da condizionare la progettazione, sia allo stato limite di danno sia di collasso, in maniera altrettanto determinante quanto le considerazioni legate alla capacità di dissipazione energetica della struttura e dunque al valore del fattore di struttura  $q$ .

Nel considerare le problematiche connesse con la deformabilità complessiva delle strutture monopiano prefabbricate sotto azioni orizzontali, non possono trascurarsi gli effetti legati alla presenza dei pannelli di facciata. Il loro contributo viene normalmente considerato solo per quanto attiene alla massa vibrante del sistema ai fini della quantificazione dell'azione sismica e non con riferimento alla globale rigidità traslatoria, che influenza le caratteristiche vibratorie della struttura, in misura che risulta peraltro difficile quantificare. Viene altresì ad esserne affetta la modalità di funzionamento della costruzione anche per quanto attiene al diaframma di copertura, con una conseguente modifica della natura e del livello delle sollecitazioni nel diaframma stesso ed in particolare sui dispositivi di connessione, rispetto a quanto valutato con riferimento alla capacità portante ultima della struttura nuda. Di ciò dovrà tenersi debito conto nella valutazione della efficacia delle connessioni stesse e dunque dell'azione diaframma dell'impalcato.

In tale ottica è da inquadrarsi il progetto di ricerca co-

normativa "Comportamento sismico delle strutture prefabbricate di calcestruzzo armato con riferimento all'Eurocodice 8" (Precast Structures EC8) inteso a verificare, per mezzo di indagini sperimentali e numeriche, la affidabilità delle prescrizioni progettuali dell'EC8 relativamente alle strutture prefabbricate di calcestruzzo armato.

In tale ambito sono stati progettati, al fine di essere sottoposti a prove pseudodinamiche con livelli crescenti di intensità e quindi cicliche con cicli di ampiezza crescente fino a rottura, due prototipi di edifici monopiano prefabbricati. I due modelli differiscono fra di loro per il diverso orientamento, rispetto alla direzione dell'azione sismica applicata nel corso delle prove, dell'ordito di travi e tegoli a doppio T che costituiscono l'impalcato di copertura. Per l'edificio con travi parallele e tegoli di copertura ortogonali all'azione del sisma sono stati realizzati due diversi modelli, che differiscono tra loro unicamente per la spaziatura delle staffe nelle regioni critiche al piede dei pilastri, come sarà dettagliatamente descritto nel seguito. Ciò al fine di verificare, con riferimento ad una reale compagine strutturale, il ruolo del dettaglio costruttivo in questione.

Nel seguito viene innanzitutto fornita una descrizione delle caratteristiche dei prototipi e dei criteri che hanno informato la loro progettazione, nonché la definizione del programma di prova e degli assetti relativi alle misurazioni da eseguirsi. Successivamente, con riferimento alle problematiche più significative riguardanti il comportamento sismico delle tipologie strutturali in questione, quali ampiamente sopra richiamate, vengono analizzati i più significativi risultati sperimentali ottenuti, sia per quanto attiene al comportamento strutturale globale sia con riferimento alle misurazioni "locali", quali rilevate, ad esempio, a livello delle connessioni fra i diversi ordini di elementi strutturali (tegolo-trave, trave-colonna) ovvero al comportamento locale degli elementi costituenti il sistema sismo-resistente (colonne).

## 2. DESCRIZIONE DEI MODELLI STRUTTURALI

I modelli sottoposti a prova si compongono ciascuno di sei pilastri, di altezza  $h$  pari a 5 m dallo spicco delle fondazioni, ed aventi sezione quadrata di 400 mm di lato. In un caso i pilastri sostengono l'impalcato costituito da due campate di travi ed una navata di tegoli (Fig. 1A), disposti parallelamente all'azione sismica applicata. Nell'altro l'impalcato consta di una campata di travi e due navate di tegoli (Fig. 1B), disposti trasversalmente al verso della azione sismica. La luce delle travi e dei tegoli è in entrambi i casi pari ad 8m.

Il diverso orientamento delle travi e degli elementi di copertura rispetto all'azione sismica applicata si esplicita nei calcoli strutturali in una diversa altezza  $h$  da considerarsi ai fini della valutazione delle caratteristiche vibratorie e di rigidità della struttura. Se infatti per travi parallele al sisma tale altezza è pari a quella della colonna, misurata dallo spicco della fondazione ( $h = 5m$ ), nell'altro caso essa è da assumersi pari all'altezza della colonna aumentata di quella della trave ( $h = 5.65 m$ ), quest'ultima seguendo la sezione di sommità del pilastro nella sua rotazione. In [7] possono trovarsi nel dettaglio i risultati più significativi dei calcoli di dimensionamento strutturale e di previsione delle prestazioni strutturali attese, sulle quali è stato altresì calibrato l'intero programma sperimentale, in special modo per quanto attiene ai livelli di intensità dell'azione sismica nelle prove pseudodinamiche ed alla ampiezza dei cicli di spostamento in quelle cicliche.

Per i pilastri si è utilizzato un calcestruzzo di classe C40. L'armatura longitudinale delle colonne si compone di 8 barre

φ16 di acciaio B500H (rapporto geometrico d'armatura  $\rho_s = 1\%$ , pari al minimo consentito dall'EC8); l'armatura trasversale è costituita da staffe φ8, disposte ad intervalli di 75 mm ( $< 5\phi_{long}$ ) nelle zone critiche, ossia per 1/3 dell'altezza del pilastro a partire dalla base, e di 150 mm altrove. Come sopra ricordato nel caso di elementi di copertura perpendicolari all'azione sismica si è altresì realizzato un ulteriore prototipo in cui la spaziatura delle staffe è stata ulteriormente infittita, ponendola pari a 50 mm ( $< 3.5 \phi_{long}$ ) in una zona alla base del pilastro avente altezza pari a 1.5 volte la dimensione della sezione trasversale, rimanendo analoga a quanto sopra descritto nella rimanente parte del pilastro stesso.

Per la copertura si sono utilizzati tegoli a doppio T dell'altezza di 500 mm e con anime spesse 180 mm (peso proprio 2.94 kN/m<sup>2</sup>). Il ricorso a tali elementi, normalmente utilizzati per garantire una elevata resistenza al fuoco degli impalcati, è stato motivato dalla necessità di disporre in copertura una massa vibrante significativa, con conseguente ricaduta sul valore del carico assiale nelle colonne. La possibilità di disporre sull'impalcato masse aggiuntive è stata scartata perché avrebbe influenzato in maniera sfavorevole il dimensionamento delle connessioni.

L'impalcato di copertura è sostenuto da travi precomprese ad I, alte 650 mm (peso proprio 6.95 kN/m). Poiché la larghezza delle flange è pari a 600 mm, mensole tozze, aggettanti 100 mm per parte, sono state realizzate in sommità delle colonne, onde trasferire ad esse senza eccentricità il carico derivante dal peso proprio dell'intero impalcato. Sia per le travi sia per i tegoli si è utilizzato un calcestruzzo di classe C45.

Quali strutture di fondazione si sono impiegati plinti prefabbricati a bicchiere, dimensionati per sostenere il carico assiale di progetto trasmesso dalle colonne e per resistere, con adeguato coefficiente di sovraresistenza, al momento flettente prodotto alla base delle colonne dall'azione sismica di progetto a rottura. Essi sono stati ancorati al piastrone di base del laboratorio di prova mediante barre Dywidag. Per l'inghisaggio delle colonne nei plinti si è impiegato un micro-calcestruzzo autolivellante a ritiro compensato.

### 3. ASSETTO E MODALITA' DI PROVA

Il differente orientamento delle travi e dei tegoli costituenti l'impalcato di copertura rispetto alla azione sismica applicata ha richiesto lo studio di assetti sperimentali "dedicati" per ciascuno dei casi esaminati. Infatti, nel caso del Modello 2 (e della sua replica con le staffe infittite alla base dei pilastri – Modello 3), la presenza di telai orditi parallelamente al verso di applicazione della azione sismica ha consentito di applicare la azione sismica mediante due attuatori, governando la prova stessa mediante un unico grado di libertà, rappresentato dal loro spostamento, eguale (Fig. 2a). Per il Modello 1 sono stati invece considerati due gradi di libertà, gli spostamenti delle file laterali delle colonne e della fila centrale, applicando l'azione sismica mediante quattro attuatori comandati a due a due in tandem (Fig. 2b).

In entrambi i casi si è adottata una simile strumentazione di acquisizione. La evoluzione temporale delle grandezze rappresentative del comportamento globale della struttura, quali ad esempio lo spostamento imposto a livello degli attuatori, le forze applicate, l'energia assorbita etc., viene fornita direttamente dall'algoritmo di controllo della prova.

Inoltre sono state misurate le seguenti grandezze:

- gli spostamenti alla sommità delle colonne, mediante trasduttori potenziometrici di spostamento (LVDT);
- le rotazioni in cima a ciascuna delle sei colonne;
- gli spostamenti relativi tra coppie di colonne

parallelamente all'azione sismica applicata;

gli spostamenti relativi fra i tegoli di copertura, nella direzione trasversale all'azione sismica applicata;

gli spostamenti relativi fra tegoli e travi, sia nel piano, tanto in direzione ortogonale quanto in direzione parallela all'azione sismica applicata, sia fuori dal piano;

gli spostamenti relativi fra travi e colonne, nella direzione dell'azione sismica;

la distribuzione delle curvature, quali prodotte dalla flessione nel piano dell'azione sismica applicata, misurate alla base di una delle colonne laterali e di una delle colonne centrali fino ad un'altezza di 1.62 m dal piano di fondazione (misure su conici della lunghezza di 180 mm per i primi 0.9 m e di 360 mm nel tratto successivo).

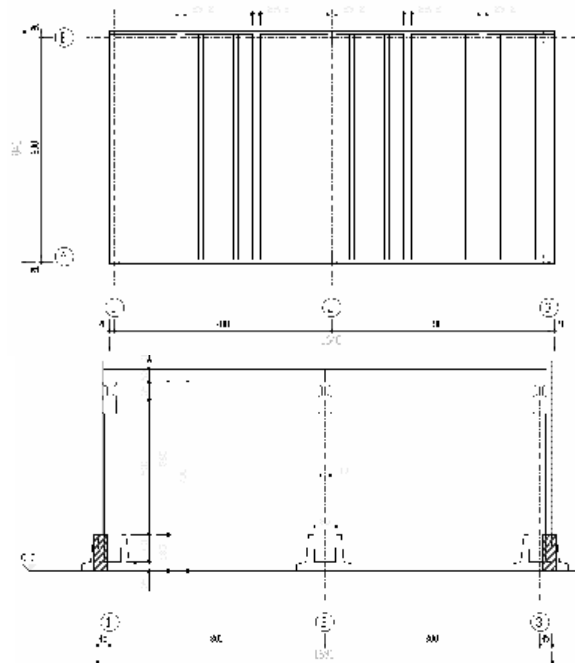


Figura 1A. Modello 1: pianta e prospetto

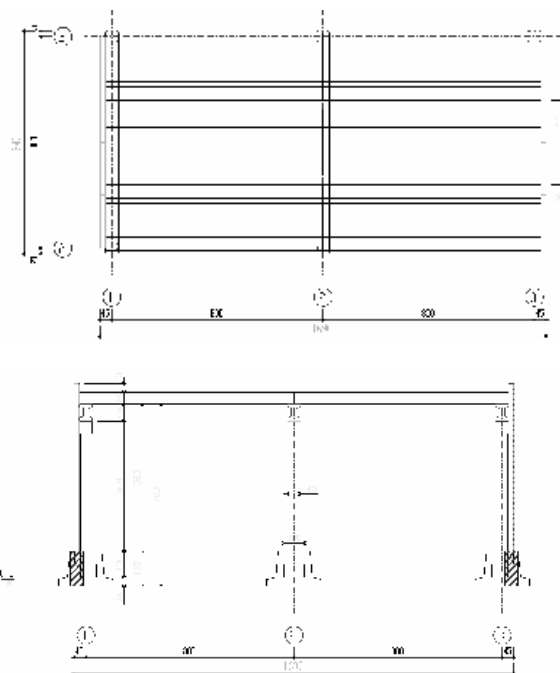


Figura 1B. Modello 2 (3): pianta e prospetto



Figura 2. Assetto di prova: (a) modello 2/3 e (b) modello 1.

Sulla base di quanto sopra richiamato, nello spirito del progetto di ricerca di voler fornire risultati di validazione e supporto ai codici normativi in vigore, il programma delle prove pseudodinamiche è stato calibrato sui seguenti livelli di intensità dell'azione sismica:

$\alpha_g = 0.05$ , per asseverare le caratteristiche vibratorie elastiche della struttura;

$\alpha_g = 0.14$ , quale richiesto dalla vigente normativa nazionale per la verifica allo SLD in zona di 1<sup>a</sup> categoria, dove si assiste certamente alla fessurazione del calcestruzzo nelle sezioni critiche dei pilastri, mantenendosi al di sotto dello snervamento delle armature. E' utile sottolineare che per la verifica allo Stato Limite di Danno si richiede che lo spostamento di piano sia inferiore all'1% dell'altezza di piano  $h$ . I calcoli di dimensionamento strutturale hanno fornito valori pari a circa  $1.2\%h$ , il che chiaramente dimostra, per le tipologie strutturali in questione, l'importanza di questo aspetto.

$\alpha_g = 0.35$ , quale prescritto dalla vigente normativa nazionale per la verifica allo SLU in zona di 1<sup>a</sup> categoria, in corrispondenza della quale certamente si assiste allo snervamento delle armature nelle zone critiche alla base dei pilastri;

$\alpha_g = 0.525$ , per esplorare la risposta della struttura al di là del limite di snervamento delle armature nonché al fine di testare sul campo l'efficacia del dimensionamento delle connessioni, quale sopra esperito nella logica della gerarchia delle resistenze, e del conseguente funzionamento delle connessioni stesse, ma mantenendosi comunque prudentemente al di sotto del limite teorico di collasso, valutato pari a  $0.93-0.98 g$ , assumendo un valore  $q = 4.5$  per il fattore di struttura.

L'azione sismica nelle prove pseudodinamiche è stata applicata utilizzando un accelerogramma reale (Tolmezzo 1976), opportunamente modificato nel contenuto in frequenza per risultare compatibile con lo spettro elastico di risposta

dell'EC8 per suolo di tipo 1B utilizzato nei calcoli progettuali (Fig. 3). Per le prove cicliche la semiampiezza iniziale dei cicli è stata scelta pari al valore teorico dello spostamento in corrispondenza del primo snervamento delle armature, valutato pari ad 80 mm per entrambi gli assetti strutturali, la spaziatura delle staffe non avendo alcun effetto in tal senso. Si è quindi proceduto per successivi incrementi di 40 mm ( $\delta_y/2$ ) e per ogni livello sono stati eseguiti tre cicli, onde avere informazioni sulla stabilità della risposta strutturale.

Le prove pseudodinamiche sono state eseguite sui modelli 1 e 3. Per quest'ultimo viene qui di seguito riportata la sequenza di esecuzione delle prove pseudodinamiche, eseguite in due diverse configurazioni:

- $\alpha_g = 0.05$  sulla struttura nuda;
- $\alpha_g = 0.05, 0.14$  e  $0.35$  in presenza dei pannelli di tamponamento

nuovamente  $\alpha_g = 0.05$  e quindi  $\alpha_g = 0.14, 0.35$  e  $0.525$  sulla struttura nuda.

Al termine delle sequenze di prove pseudodinamiche sono state eseguite le prove cicliche, con cicli di ampiezza crescente fino a rottura, sul modello 1 e sui modelli 2 e 3, differenti fra loro unicamente per la spaziatura delle staffe nelle zone critiche dei pilastri.

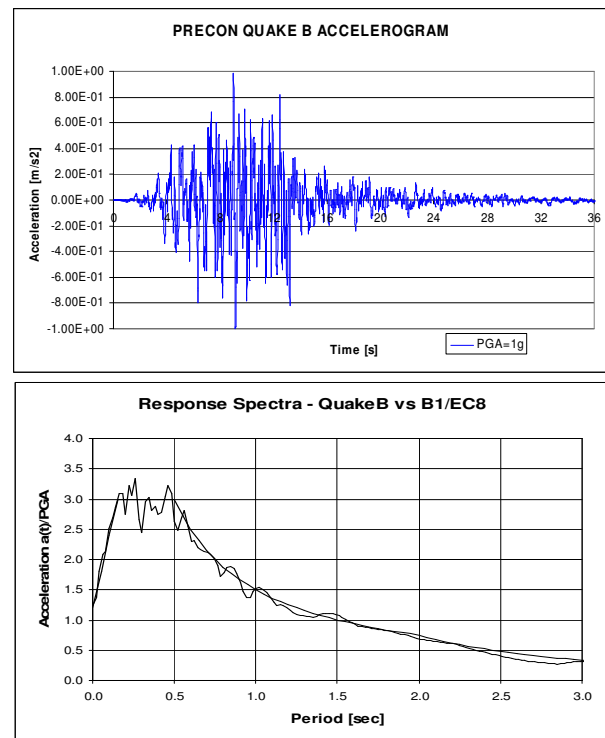


Figura 3. Accelerogramma utilizzato nelle prove pseudodinamiche e relativo spettro di risposta.

#### 4 ANALISI DEI RISULTATI SPERIMENTALI

Una prima valutazione del comportamento globale della struttura riguarda la analisi della efficacia dell'azione diaframma dell'impalcato di copertura, effettuata confrontando fra loro gli spostamenti misurati in corso di prova in sommità dei pilastri centrali e laterali. In Figura 4 si riportano per i diversi crescenti livelli di intensità dell'azione sismica applicata mediante le prove pseudodinamiche, gli andamenti del rapporto fra lo spostamento in sommità della colonna centrale e di quelle laterali, valutati in corrispondenza dei picchi di spostamento, tanto per il modello 1, con i tegoli paralleli all'azione sismica, quanto per il modello 3, con i tegoli disposti trasversalmente ad essa. Per

quest'ultimo, nei casi pertinenti, si sono riportati i risultati relativi sia alla configurazione con pannelli di facciata sia alla struttura nuda. In Tabella 1 sono pure riportati i valori massimi e medi di tali rapporti con riferimento alle prove eseguite.

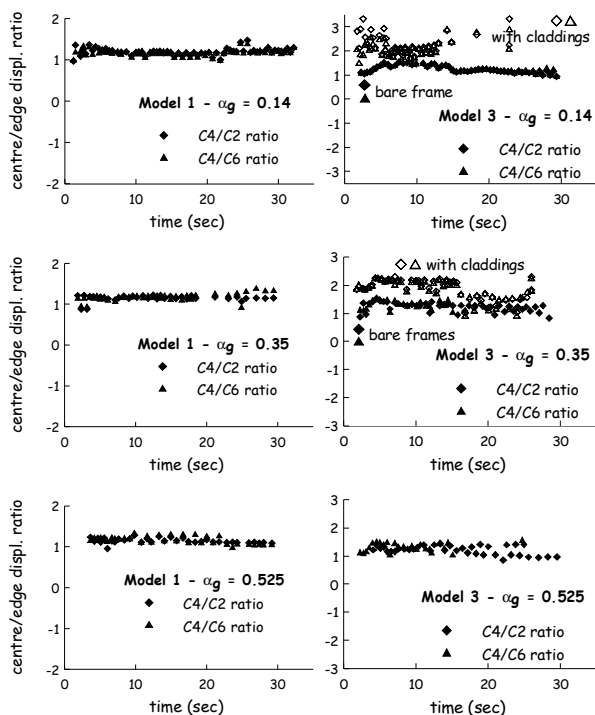


Figura 4. rapporto fra gli spostamenti della colonna centrale e delle colonne laterali misurati nelle prove pseudodinamiche per i due modelli strutturali (modello 1 e modello 3)

Tabella 1: valori massimi e medi del rapporto fra lo spostamento del telaio centrale e dei telai laterali (ordine di esecuzione delle prove)

$\alpha_g$	Modello 1		Modello 3	
	C4/C2	C4/C6	C4/C2	C4/C6
0.05 nuda	max: 1.42 med: 1.20	max: 1.36 med: 1.19	max: 1.47 med: 1.18	max: 1.49 med: 1.18
0.05 pannelli	Non eseguita		max: 3.31 med: 2.22	max: 2.80 med: 2.08
0.14 pannelli	Non eseguita		max: 3.33 med: 2.24	max: 2.91 med: 2.11
0.35 pannelli	Non eseguita		max: 2.31 med: 1.84	max: 2.26 med: 1.81
0.05 nuda*	Non eseguita		max: 1.25 med: 1.13	max: 1.24 med: 1.13
0.14 nuda	max: 1.47 med: 1.20	max: 1.39 med: 1.17	max: 1.53 med: 1.24	max: 1.53 med: 1.24
0.35 nuda	max: 1.27 med: 1.17	max: 1.37 med: 1.19	max: 1.55 med: 1.20	max: 1.53 med: 1.22
0.525 nuda	max: 1.30 med: 1.21	max: 1.21 med: 1.11	max: 1.56 med: 1.26	max: 1.44 med: 1.21
ciclica	max: 1.20 med: 1.15	max: 1.29 med: 1.17	max: 1.40 med: 1.14	max: 1.45 med: 1.21

Per il modello 1 si osserva, al crescere dell'intensità dell'azione sismica applicata, una progressiva convergenza dei valori, tanto massimi quanto medi dei suddetti rapporti di spostamento, verso la situazione teorica di diaframma infinitamente rigido (valori unitari), l'andamento altresì risultando abbastanza stabile nel corso di ciascuna singola prova. Ciò si giustifica chiaramente con la progressiva

evoluzione della risposta strutturale verso una situazione dominata dalle capacità di resistenza ultima degli elementi. Nel caso del modello 3 deve affrontarsi un ragionamento diverso, tenendo conto della sequenza di esecuzione delle prove pseudodinamiche nella duplice configurazione in presenza ed in assenza dei pannelli di tamponamento. Nel caso della prima prova ad  $\alpha_g = 0.05$  eseguita sulla struttura nuda, i valori del rapporto fra lo spostamento in sommità del pilastro centrale e dei pilastri laterali sono assolutamente confrontabili con quelli ottenuti nel caso del modello 1. Per le successive prove eseguite in presenza di pannelli di tamponamento ( $\alpha_g = 0.05, 0.14, 0.35$  g) l'effetto irrigidente di questi ultimi sui telai laterali risulta evidente, il telaio centrale subendo spostamenti in media all'incirca doppi rispetto ai due telai laterali, con una diminuzione dei valori massimi e medi del rapporto fra i suddetti spostamenti al crescere dell'accelerazione di picco al suolo, conformemente a quanto detto in precedenza. In tale configurazione il "modello estremo" di funzionamento dell'impalcato di copertura nel proprio piano può essere rappresentato da una trave su due appoggi fissi, rappresentati appunto dai telai laterali irrigiditi dalla presenza dei pannelli, con il telaio centrale che si configurando come appoggio cedevole. La "brusca" transizione di comportamento che emerge dai valori riportati in Tabella 1, già con riferimento alle prove eseguite nelle due configurazioni ad  $\alpha_g = 0.05$ , senza e con i pannelli, conferma quanto detto. E' altresì da rilevare che ciò può comportare altresì meccanismi di distribuzione delle forze di diagramma sui dispositivi di connessione diversi da quelli ipotizzati, come appare confermato dalle misurazioni locali degli spostamenti relativi fra gli elementi di copertura rilevati nelle due diverse configurazioni (Fig. 5), misurati proprio in corrispondenza del telaio centrale. Nella configurazione con i pannelli di tamponamento, gli andamenti di tali spostamenti risultano essere caratterizzati da una fase di massima intensità più estesa nonché, già per bassi livelli di intensità dell'azione sismica, dal permanere di deformazioni residue che si ripercuotono sulla efficacia del successivo funzionamento.

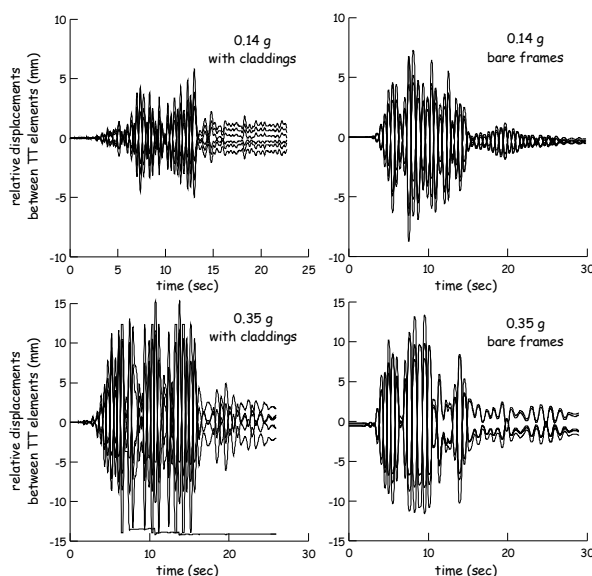


Figura 5. andamento degli spostamenti relativi fra gli elementi di copertura misurati nelle prove pseudodinamiche su modello 3 nelle due configurazioni (presenza e assenza di pannelli di facciata)

Inoltre, a causa dei maggiori spostamenti subiti durante le due prove eseguite nella configurazione caratterizzata dalla presenza dei pannelli di tamponamento, i pilastri del telaio centrale risultano verosimilmente più danneggiati che non quelli dei telai laterali, danneggiamento che viene ad inficiare

la omogenea distribuzione delle rigidità fra i diversi elementi resistenti all'azione sismica nel corso delle successive prove eseguite sulla struttura nuda. Si verrebbe in tal modo a rendere ragione dei più elevati valori registrati per il rapporto fra gli spostamenti del telaio centrale e laterale nonché della mancanza di convergenza di tali valori verso il limite teorico unitario (Tabella 1) e dell'andamento meno stabile dei valori stessi nel corso di ciascuna singola prova. E' tuttavia significativo sottolineare come l'impalcato di copertura, a seguito degli eventi sismici rappresentati dalle prove pseudodinamiche cui la struttura è stata sottoposta in presenza dei pannelli di facciata, sia stato comunque in grado di garantire un accettabile, se pur non perfetto, recupero delle modalità di funzionamento per le quali era stato progettato, sostanzialmente riferite al comportamento ultimo degli elementi resistenti per la struttura nuda. Tale circostanza costituisce una informazione di significativa importanza dal punto di vista progettuale. La progettazione del diaframma di copertura, specie per quanto attiene ai dispositivi di connessione fra i diversi elementi che ne costituiscono l'orditura, potrà effettuarsi, opportunamente applicando i criteri di gerarchia delle resistenze, e riferendosi ad una situazione ultima, dominata non più tanto dalle rigidità quanto dalle, sostanzialmente uniformi, capacità di resistenza ultima degli elementi verticali resistenti all'azione sismica, non esulando da una verifica di compatibilità deformativa sotto azioni sismiche di minore intensità, ove entrano in gioco le caratteristiche di deformabilità della struttura, e dunque anche agli effetti irrigidenti sui telai di estremità dovuti alla presenza dei pannelli di tamponamento.

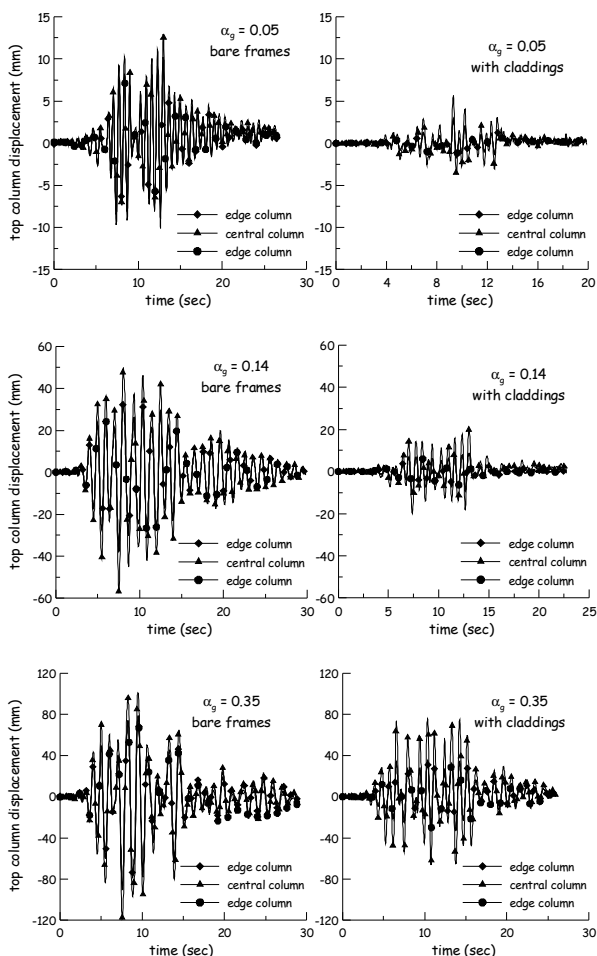


Figura 6. Modello 3 - prove pseudodinamiche: andamento temporale degli spostamenti in sommità dei pilastri nelle configurazioni con e senza pannelli di tamponamento.

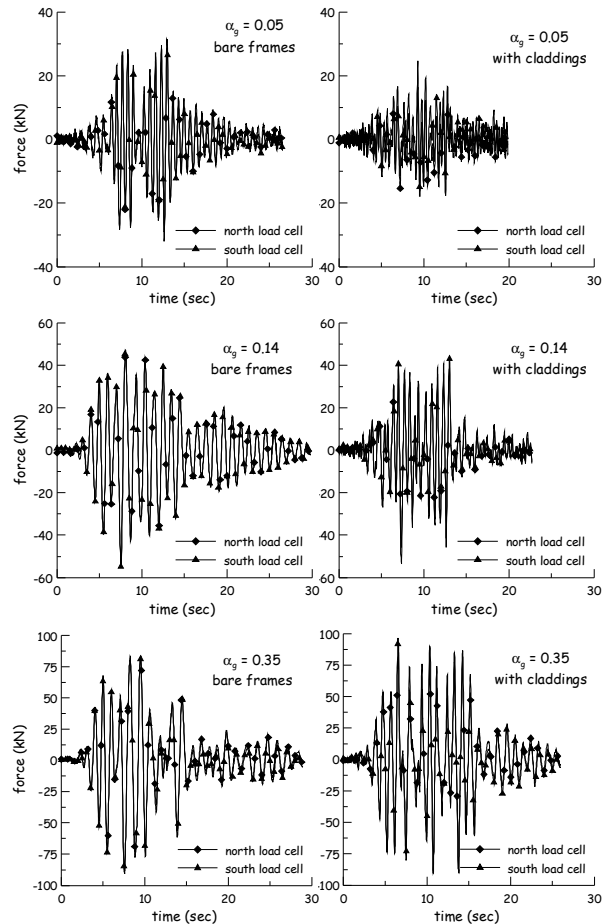


Figura 7. Modello 3 - prove pseudodinamiche: andamento temporale delle forze applicate mediante gli attuatori nelle configurazioni con e senza pannelli di tamponamento.

Una corretta quantificazione dell'influenza di questi ultimi sulla globale risposta della struttura deve necessariamente essere effettuata attraverso opportuni strumenti numerici. In questa sede ci si limita a riportare gli andamenti temporali, registrati nel corso delle prove pseudodinamiche, degli spostamenti misurati in sommità dei pilastri (Figura 6) e delle forze applicate (Figura 7), dai quali l'effetto irrigidente dovuto alla presenza dei pannelli di facciata risulta in maniera evidente, anche dalla diversa frequenza della risposta misurata (maggiore in presenza dei pannelli di tamponamento, corrispondente dunque ad un più piccolo periodo di vibrazione). Pure si osserva, in maggior misura proprio nella configurazione caratterizzata dalla presenza dei pannelli di tamponamento, la differenza fra gli spostamenti in sommità dei pilastri centrali e laterali, a motivo del diverso cinematico che caratterizza la risposta strutturale in tale configurazione. Ciò pure si ripercuote sul comportamento registrato successivamente nel corso delle prove eseguite una volta che i pannelli stessi sono stati rimossi, cui potrebbe altresì essere imputata la minore efficacia del funzionamento a diaframma dell'impalcato rispetto a quanto osservato per il modello 1, provato unicamente nella configurazione "bare frames".

A conferma di quanto sopra esposto sono state esaminate le misurazioni di curvatura nei conci di base dei pilastri. Nel caso del modello 1 (Figura 8) si osservano, nei conci di base dei pilastri centrali e laterali, andamenti di curvatura assai simili, con valori di picco che evidenziano in entrambi i casi il superamento del limite di fessurazione del calcestruzzo, per  $\alpha_g = 0.14$ , ovvero dell'incipiente snervamento delle armature, per  $\alpha_g = 0.35$ . I predetti limiti predetti sono stati calcolati con

riferimento ai valori nominali assunti in progetto della resistenza media a trazione del calcestruzzo ( $f_{ctm} = 3.5 \text{ N/mm}^2$ ) e della tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio ( $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ).

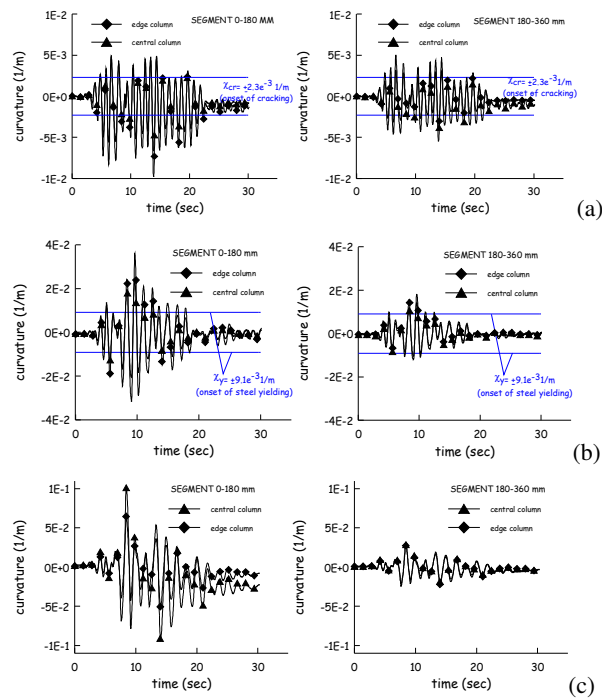


Figura 8. Modello 1 - prove pseudodinamiche: andamento temporale delle curvature nei concetti di base dei pilastri centrale e laterale  $a_g = 0.14 \text{ g}$  (a),  $0.35 \text{ g}$  (b) e  $0.525 \text{ g}$  (c)

Per il modello 3, ripercorrendo nella analisi dei risultati la medesima sequenza di esecuzione delle prove (Figura 9), si osserva, per la prima prova eseguita sulla struttura nuda per  $\alpha_g = 0.05$ , una sostanziale coincidenza del comportamento rilevato per i due pilastri centrale e laterale. Per la medesima intensità dell'azione sismica, ma in presenza dei pannelli di tamponamento, le curvature alla base del pilastro centrale diventano all'incirca doppie rispetto a quelle misurate alla base del pilastro laterale. Ciò si ripropone in maniera del tutto analoga per i successivi crescenti livelli di intensità dell'azione sismica cui la struttura è stata sottoposta in presenza dei pannelli di tamponamento. Pure si osserva, per  $\alpha_g = 0.14$ , come nel pilastro centrale il valore della curvatura si mantenga sempre al di sotto del limite teorico di prima fessurazione, che viene invece superato nel pilastro centrale. Analoga considerazione vale, per  $\alpha_g = 0.35$ , con riferimento al limite teorico di primo snervamento delle armature. In ogni caso le curvature si mantengono sempre entro livelli tali da non determinare il permanere di significative deformazioni residue al termine della prova. Il danneggiamento così prodottosi, se pur quasi completamente reversibile, viene comunque ad influenzare la risposta degli elementi strutturali, quale registrata nel corso delle prove successive eseguite sulla struttura nuda: le colonne centrali risultano infatti significativamente più cedevoli di quelle laterali, registrandosi, nei concetti di base, già per  $\alpha_g = 0.05$  e  $0.14$ , valori di curvatura superiori al limite teorico di primo snervamento delle armature. Nella successiva prova con  $\alpha_g = 0.35$  si hanno, nelle colonne laterali, isolati superamenti del suddetto limite mentre perdura il ripetersi delle escursioni deformative al di là di tale limite nelle colonne centrali, con il permanere di deformazioni residue al termine della prova significativamente attestata su tale valore. Ciò finalmente accade anche per le colonne laterali solo nella prova con  $\alpha_g =$

$0.525$ , dove continuano ad osservarsi per le colonne centrali valori locali di curvatura significativamente superiori a quelli registrati nei concetti di base delle colonne laterali, pure assistendosi ad una più marcata concentrazione delle deformazioni

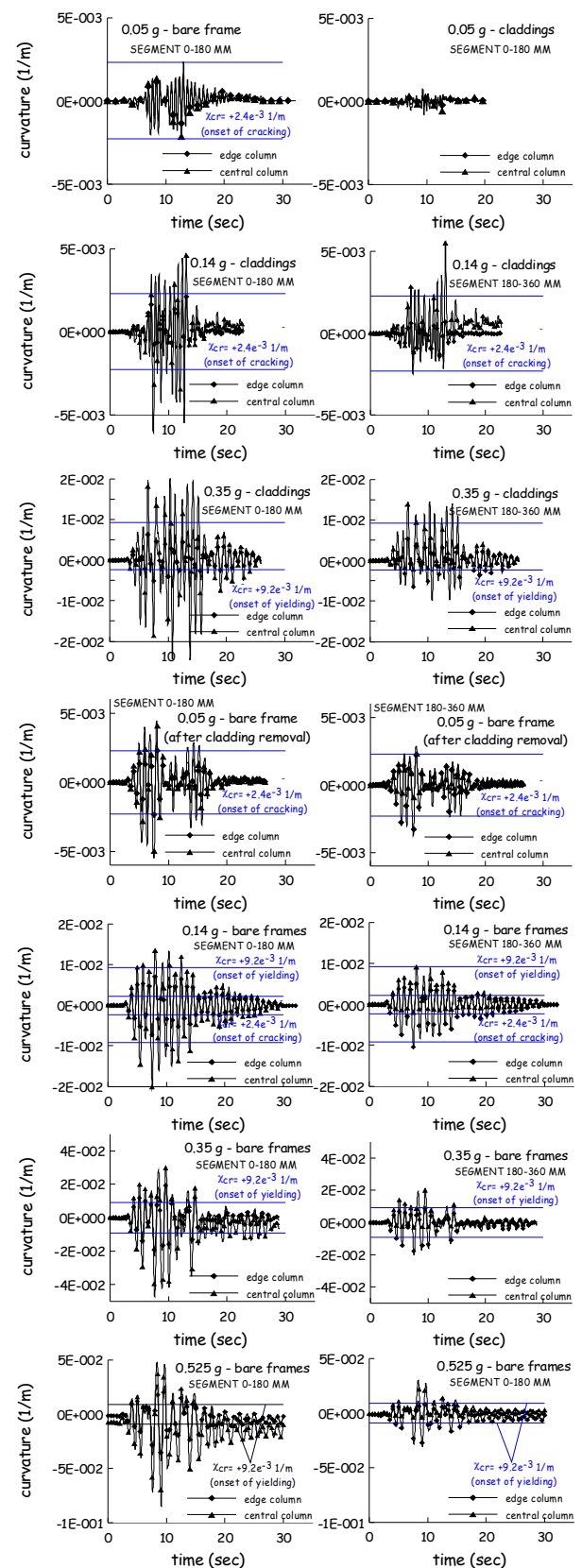


Figura 9. Modello 3 - prove pseudodinamiche: andamento temporale delle curvature nei concetti di base dei pilastri centrale e laterale

Alla luce di quanto sopra detto mentre per il modello 1 pare realistico distribuire l'azione sismica uniformemente fra i pilastri, proporzionalmente alla loro rigidezza, la determinazione di tale distribuzione nel caso del modello 3 richiede l'utilizzo di opportuni strumenti di analisi numerica. Le relative elaborazioni sono attualmente in corso.

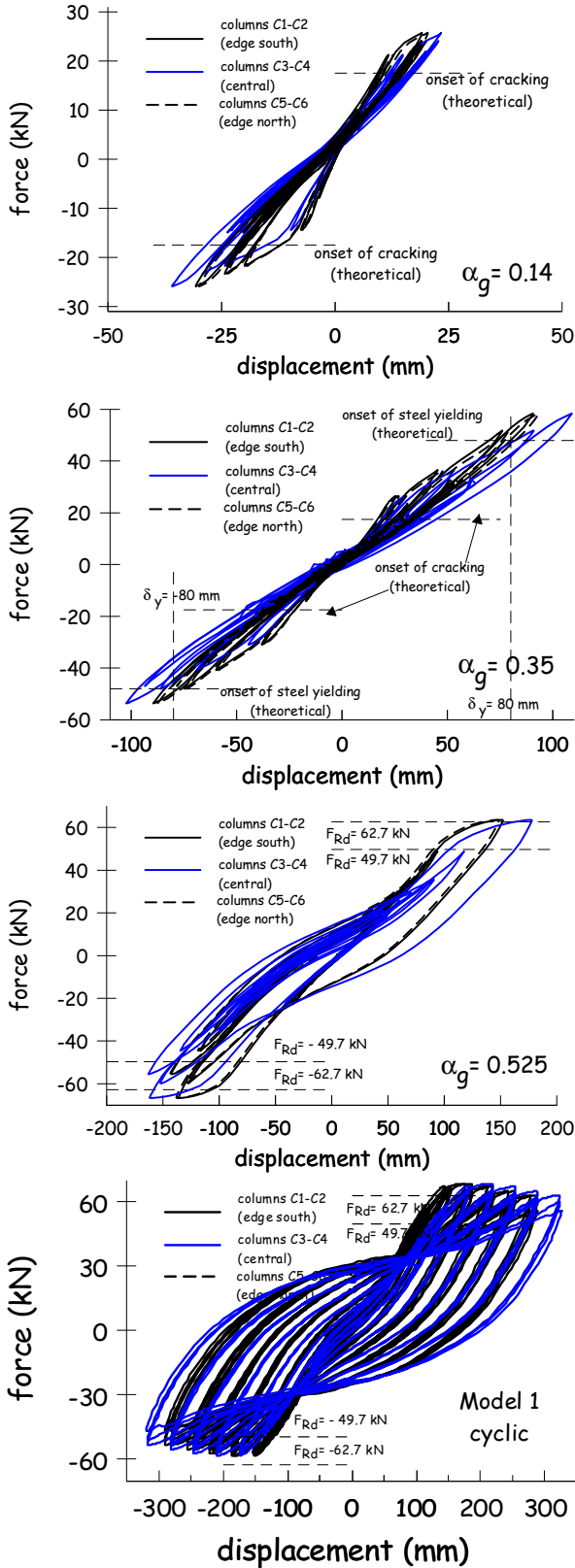


Figura 10: prove pseudodinamiche e cicliche su modello 1: cicli forza spostamento

Si riportano pertanto per il modello 1, conformemente alla assunzione sopra detta, tanto per le prove pseudodinamiche quanto per quella ciclica finale, i diagrammi forza-spostamento per i tre telai paralleli all'azione sismica applicata (Fig. 10). Sui grafici si sono pure riportati i valori di calcolo relativi alla prima fessurazione del calcestruzzo, allo incipiente snervamento delle armature ed al raggiungimento dello stato ultimo per momento flettente ed azione assiale nelle sezioni di base dei pilastri. Tale valore è stato calcolato, a partire dal momento resistente delle sezioni di base dei pilastri, sia con riferimento ai valori caratteristici delle proprietà dei materiali e per coefficienti parziali  $\gamma_c = 1.5$  e  $\gamma_s = 1.15$ , sia riferendosi alle proprietà effettive dei materiali, quali misurate attraverso le apposite prove di accettazione (calcestruzzo  $f_c = 46$  N/mm<sup>2</sup>; acciaio  $f_y = 555$  N/mm<sup>2</sup>), adottando in tal caso valori unitari per i coefficienti parziali.

Per il modello 3, dai dati riportati in Tabella 1, si osserva come il comportamento registrato nella prova ciclica fino a rottura sia sostanzialmente analogo a quello registrato per il modello 1, con un accettabile recupero della "corretta" modalità di funzionamento a diaframma dell'impalcato di copertura. Per tale situazione dunque si ritiene realistico ipotizzare, come appunto fatto per il modello 1, una distribuzione uniforme, secondo le rigidzze, della forza statica equivalente al sisma fra i tre telai ad essa paralleli. I relativi diagrammi forza-spostamento sono riportati in Figura 11, pure indicando, per confronto, i valori di progetto a rottura calcolati secondo quanto sopra specificato.

Il panorama sperimentale si arricchisce ulteriormente con i risultati, riportati in Figura 12, relativi alla prova ciclica eseguita sul modello 2, in tutto analogo al modello 3, fuorché per la spaziatura delle staffe nelle regioni critiche alla base. Si ricorda come nel modello 2 questa sia stata posta pari a 75 mm ( $< 5\phi$ ) mentre nel modello 3, anche sulla scorta di precedenti esperienze [2], essa sia stata ridotta a 50 mm ( $\cong 3.5\phi$ ), in un tratto di lunghezza pari a 1.5 volte la dimensione della sezione trasversale.

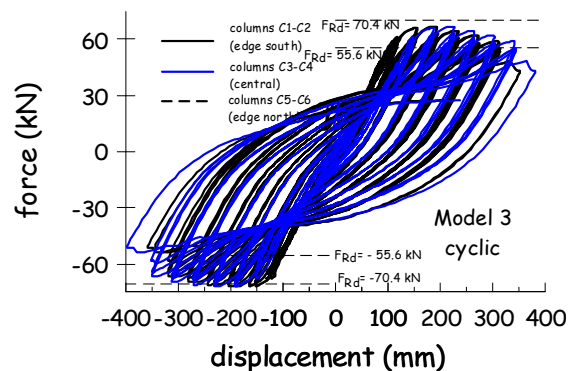


Figura 11: prove cicliche su modello 3: cicli forza spostamento

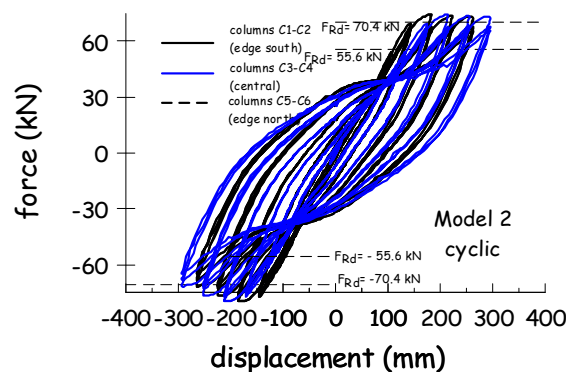


Figura 12: prove cicliche su modello 2: cicli forza spostamento

L'analisi comparativa di tali risultati può fornire utili indicazioni per validare le scelte operate in fase progettuale in merito al valore del coefficiente di struttura  $q$ .

Innanzitutto, anche attraverso il confronto con i valori di previsione ottenuti in fase progettuale, si osserva che, per la tipologia strutturale in esame, come può peraltro intuirsi, il coefficiente  $\alpha_n/\alpha_1$  deve essere assunto unitario, l'assieme strutturale non possedendo nessuna ulteriore risorsa rispetto al raggiungimento della situazione ultima nelle sezioni alla base dei pilastri.

In merito al valore di base del coefficiente di struttura esso come ben noto è da correlarsi alle risorse di duttilità della struttura. Riferendosi inizialmente al comportamento locale (momento-curvatura) delle regioni critiche alla base dei pilastri, dove si concentra la richiesta di duttilità, si osserva che, per il modello 1 (Fig. 13) nel solo primo concio di base di altezza pari a circa metà della dimensione della sezione trasversale del pilastro stesso, si sono raggiunti valori massimi (e minimi) di curvatura pari a circa 22 volte il valore calcolato in corrispondenza del primo snervamento delle armature, quale altresì confermato con buona precisione dagli esiti sperimentali. Già nel secondo concio strumentato tale rapporto si riduce a circa 3-4, continuando quindi a diminuire progressivamente lungo l'altezza del pilastro. Tale situazione si ripropone per il modello 2, per il quale nel primo concio strumentato si sono registrati valori di curvatura ancor inferiori che per il modello 1, pari a circa 19 volte il valore in corrispondenza del primo snervamento (Fig. 14). Ciò si ripercuote ovviamente sulla duttilità globale della struttura: la "crisi strutturale" si è manifestata in entrambi i casi con la espulsione del copriferro alla base dei pilastri e la esposizione delle barre longitudinali di armatura, con la conseguente instabilizzazione locale nel tratto compreso fra le prime due staffe, disposte ad un passo di 75 mm.

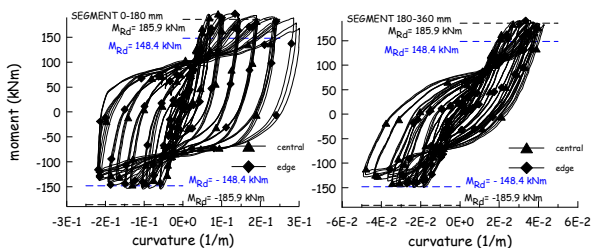


Figura 13: prove cicliche su modello 1: diagrammi momento curvatura nei concii alla base dei pilastri

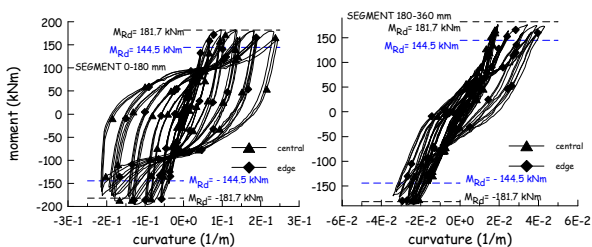


Figura 14: prove cicliche su modello 2: diagrammi momento curvatura nei concii alla base dei pilastri

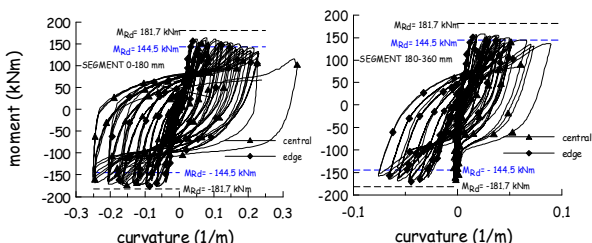


Figura 15: prove cicliche su modello 3: diagrammi momento curvatura nei concii alla base dei pilastri

Ciò si è verificato per valori di spostamento in sommità dei pilastri pari a 300 mm e 280 mm, rispettivamente per il modelli 1 e 2, cui corrisponde un rapporto con il corrispondente valore all'incipiente snervamento pari a circa 3.75 e 3.5 (il valore teorico pari a 80 mm è stato ragionevolmente suffragato anche in questo caso dai risultati sperimentali). Tale risultato denuncia dunque risorse di duttilità certamente non compatibili con l'assunzione, fatta in fase progettuale, di un fattore di struttura  $q = q_0 = 4.5$ . Si può tentare una prima, certamente grossolana, verifica teorica del risultato sperimentale: la duttilità disponibile in spostamento può stimarsi mediante la ben nota relazione:

$$\mu_{\Delta} = 1 + 3(\mu_{\phi} - 1) \frac{l_p}{h} \left( 1 - 0.5 \frac{l_p}{h} \right) \quad (1)$$

La duttilità sezionale disponibile  $\mu_{\phi}$  può assumersi mediamente, per entrambi i modelli strutturali, pari a 22. Per un'altezza  $h$  del pilastro pari a 5 m un valore di duttilità disponibile in spostamento  $\mu_{\Delta}$  pari a 3.5 corrisponderebbe a lunghezze di cerniera plastica  $l_p$  di poco superiori a 200 mm (metà della dimensione della sezione trasversale del pilastro stesso), che pure possono risultare compatibili con le distribuzioni di curvatura misurate alla base dei pilastri.

Per il modello 3, d'altro canto, il maggiore infittimento delle staffe nelle regioni critiche, pur comportando solo modesti incrementi in termini di duttilità sezionale (Fig. 15), certamente fornisce un significativo ed efficace presidio nei riguardi dei fenomeni di instabilità locale delle barre di armatura longitudinale, che si sono rivelati essere la causa di una precoce crisi strutturale. Inoltre, proprio a motivo di ciò, l'efficacia del dettaglio costruttivo si manifesta anche nella maggiore diffusione dei fenomeni di deformazione irreversibile nelle zone critiche alla base dei pilastri (si osservino i valori di curvatura più che doppi registrati nel secondo concio strumentato nel modello 3 rispetto ai modelli e 2 nonché la distribuzione delle curvature alla base dei pilastri nella situazione ultima per i due modelli strutturali). Tutto ciò si ripercuote ovviamente in maniera favorevole sulla duttilità globale della struttura. I fenomeni di espulsione del copriferro con instabilità locale delle barre d'armatura longitudinale nel tratto esposto e la loro rottura conseguente alla prima inversione del segno del carico, che determina una drastica diminuzione della capacità portante della struttura ben identificabile con il suo "collasso", si sono manifestati per valori di spostamento in sommità delle colonne pari a 360 mm e dunque, se confrontati con il valore teorico all'incipiente snervamento delle armature pari ad 80 mm, assolutamente coerenti che le ipotesi circa la duttilità disponibile insite nella assunzione, fatta in fase progettuale, del valore del coefficiente di struttura sopra indicato. Ciò può giustificarsi mediante la relazione (1) proprio alla luce di una maggior diffusione dei fenomeni di deformazione irreversibile lungo l'altezza del pilastro. Per la medesima duttilità sezionale  $\mu_{\phi}$  un valore di duttilità in spostamento  $\mu_{\Delta}$  pari a 4.5 comporterebbe una lunghezza della cerniera plastica pari all'incirca a 280 mm, che pure pare compatibile con le misurazioni sperimentali. Le analisi numeriche in corso consentiranno di supportare in maniera certamente più precisa queste prime interpretazioni, specialmente per quanto attiene alla lunghezza della zona sede di fenomeni di deformazione irreversibile che può essere assunta come cerniera plastica.

E' peraltro da rilevare che il pieno sfruttamento di tali risorse, che è necessario per validare pienamente la scelta progettuale circa il valore del fattore di struttura, comporta significative escursioni deformative, certamente legate alla notevole flessibilità della tipologia strutturale in esame, che debbono essere attentamente valutati sia per quanto riguarda la funzionalità dei collegamenti sia, in maniera particolare,



per quanto attiene agli effetti di secondo ordine dei carichi verticali.

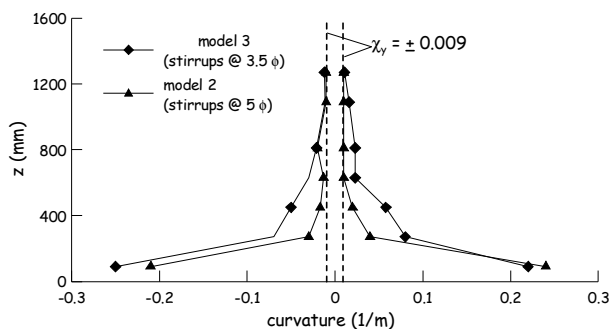


Figura 16: distribuzione delle curvature alla base del pilastro centrale nella situazione di incipiente collasso per i modelli strutturali 2 e 3.

## 5. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono state poste in luce alcune delle più significative informazioni acquisite nell'ambito di una campagna sperimentale su modelli al vero di edifici monopiano prefabbricati conclusasi recentemente. Si è focalizzata l'attenzione sulla più significativa, allo stato attuale delle conoscenze, problematiche concernenti la progettazione di tali tipologie di strutture nei riguardi del sisma, con particolare riferimento alle prescrizioni contenute nell'Eurocodice 8.

In attesa delle analisi numeriche, attualmente in corso, che porteranno ad una più piena comprensione di quanto osservato, una prima "lezione" che può trarsi dalla sperimentazione viene così sinteticamente riassunta:

- la corretta progettazione dell'impalcato, per quanto attiene la sua capacità di garantire una corretta azione diaframma, è fondamentale al fine di avere un comportamento della struttura conforme, fino alla rottura, alle assunzioni progettuali. Risulta essere determinante in tal senso il comportamento dei dispositivi di connessione fra i diversi elementi, nonché il loro dimensionamento secondo opportuni criteri di gerarchia delle resistenze, peraltro esplicitamente previsto in EC8;
- la presenza dei pannelli di facciata e la loro influenza sul comportamento strutturale deve essere attentamente valutata in fase progettuale, in special modo per quanto attiene alle problematiche di deformabilità, che, per le tipologie strutturali in questione, possono condizionare in maniera determinante il dimensionamento degli elementi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali (pilastri);
- la presenza dei pannelli di facciata comporta, inoltre, nelle situazioni di sisma frequente, per le quali può ritenersi pienamente operativa la loro influenza, meccanismi di funzionamento dell'impalcato di copertura diversi da quelli ipotizzabili per la situazione ultima, sulla base dei quali viene esperito, secondo la logica del capacity design, l'analisi del diaframma ed il conseguente dimensionamento delle connessioni. Seguendo comunque tale iter progettuale l'impalcato di copertura si è mostrato in grado, una volta rimossi i pannelli (si può ragionevolmente ipotizzare che evolvendo verso la situazione ultima la perdita di funzionalità delle connessioni di questi con la struttura) di garantire un adeguato livello di ripristino della funzionalità di diaframma rigido per la quale era stato appositamente progettato.
- il dettaglio costruttivo riguardante la spaziatura delle staffe nelle regioni critiche alla base dei pilastri, si è rivelato fondamentale per garantire la possibilità di

sfruttare a pieno, a livello strutturale, le risorse di duttilità locali delle zone dissipative. Questo ad un più efficace presidio nei riguardi dei fenomeni di instabilità locale delle barre longitudinali di armatura che possono innerscarsi a seguito della espulsione del copriferro. Ciò favorisce una maggiore diffusione dei fenomeni di deformazione irreversibile nelle zone critiche alla base dei pilastri, che potrebbero tradursi in una maggiore estensione della zona di cerniera plastica. Si è tuttavia rilevato come il pieno sfruttamento di tali risorse, necessario per convalidare compiutamente le assunzioni progettuali in merito al valore del coefficiente di struttura, comporta escursioni deformative di notevole entità, al cui compatibilità con la funzionalità di tutta la compagine strutturale, in particolar modo dei dispositivi di connessione, deve essere adeguatamente verificata. Il ruolo degli effetti di 2° ordine dei carichi verticali dovuti a tali deformazioni pure deve essere adeguatamente verificato.

## RINGRAZIAMENTI

Il progetto PRECAST EC8 è stato co-finanziato dalla Commissione Europea nell'ambito del Programma Growth (Contract N. G6RD-CT-2002-00857), coordinato dal Politecnico di Milano, nella persona del prof. Giandomenico Toniolo. Gli autori desiderano ringraziare l'ing. Marco Manzoni e l'ing. Emma Bergamini (Magnetti-Building), l'ing. Giovanni Nicolò e l'arch. Carlo Viganò (Gecofin), la dott.ssa Antonella Colombo (ASSOBETON) e il dr. Georgios Tsionis, per il prezioso aiuto nelle fasi di progettazione e costruzione dei prototipi; l'ing. Marco Bonanni, l'ing. Enrico Di Donato, il sig. Diego Furlan e il sig. Massimo Maschera (Fischer Italia) per aver fornito i dispositivi di connessione e per l'aiuto nelle fasi di progettazione ed installazione delle stesse; il sig. Pistolesi (Mapei) per il materiale utilizzato per l'inghisaggio delle colonne nei plinti; il sig. Georges Magonette e il dr. Javier Molina (Laboratorio ELSA, CCR Ispra) e tutto il personale ELSA per la loro preziosa opera nella progettazione ed esecuzione delle prove.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Seismic design of precast concrete building structures – State of art report, FIP Bulletin n° 27, Jan. 2004.
- [2] Saisi, A. and Toniolo, G., Precast r.c. columns under cyclic loading: an experimental program oriented to EC8, Studi e Ricerche, 19, 373-414, 1998.
- [3] Ferrara, L. and Negro, P., Seismic behaviour or reinforced concrete industrial buildings: report of the test 5th/6th Sept. 2002 on the precast prototype, Ecoleader research project-contract HPRI-CT-1999-00059, 2003a.
- [4] Ferrara, L. and Negro, P., Seismic behaviour or reinforced concrete industrial buildings: report of the test 4th Jul. 2003 on the cast-in-situ prototype, Ecoleader research project-contract HPRI-CT-1999-00059, 2003b.
- [5] Ferrara, L., Colombo, A., Negro, P. and Toniolo, G., Precast vs. cast-in-situ reinforced concrete industrial buildings under earthquake loading: an assessment via pseudodynamic tests, Proceedings 13th WCEE, 2004.
- [6] Biondini, F. and Toniolo, G., Validation of seismic design criteria for concrete frames based on Monte-Carlo simulation and full scale pseudodynamic tests. Proceedings 13th WCEE, 2004.
- [7] Ferrara, L., Mola, E. and Negro, P., Prove pseudodinamiche e cicliche su modelli in scala reale di edifici industriali monopiano prefabbricati. Atti 16° Congresso CTE, Parma, 9-11 Novembre 2006, pp. 25-40.

# PRESSIONI GENERATE DAI CALCESTRUZZI AUTOCOMPATTANTI SULLE CASSEFORME

**Dante Galeota<sup>1</sup>, Matteo M. Giammatteo<sup>2</sup>, Amedeo Gregori<sup>3</sup>, Roberto Marino<sup>4</sup>**

1 Dipartimento di Strutture, Acque e Terreno, Università degli Studi dell'Aquila

2 Dipartimento di Strutture, Acque e Terreno, Università degli Studi dell'Aquila

3 Dipartimento di Strutture, Acque e Terreno, Università degli Studi dell'Aquila

4 ATECAP – Associazione Tecnico-Economica del Calcestruzzo Preconfezionato

## SOMMARIO

In questo articolo sono riportati i risultati di uno studio sperimentale riguardante le pressioni esercitate sui casseri dai calcestruzzi autocompattanti (SCC), effettuato con lo scopo di pervenire ad una descrizione del comportamento dell'SCC in fase di getto, attraverso l'uso di casseforme dotate di sensori di pressione. Sono stati studiati gli effetti sulle pressioni legati a differenti velocità di getto, per diverse miscele di calcestruzzo, nel caso di getto di pareti e di colonne. I risultati hanno chiaramente evidenziato che, data la loro alta fluidità, i calcestruzzi autocompattanti possono manifestare un comportamento pressoché idraulico, arrivando a sviluppare le pressioni idrostatiche di un fluido avente la stessa densità del calcestruzzo. La ricerca si è svolta nell'ambito del "Progetto Ulisse 2004-2006"<sup>(1)</sup>.

## SUMMARY

In this paper an experimental study on formwork pressure exerted by Self Compacting Concrete is reported. The aim of the investigation was to describe the behaviour of the SCC by using of instrumented formworks provided of pressure sensors.

Effects of various casting rates and different SCC mix compositions were studied for different structural shapes (walls and columns). Time evolution of the formwork pressures were described for several hours after the conclusion of the casts as well. Results clearly showed that, due to their high fluidity, SCC can behave hydrostatically and generate formwork pressures equivalent to those of a fluid having the same concrete density. This research grows within Progetto Ulisse<sup>(1)</sup>, a program with the purpose of reinforced concrete culture diffusion.

## 1. INTRODUZIONE

Negli anni, la tecnologia legata al mondo del calcestruzzo è sempre avanzata a passi molto lenti, scanditi da impegnativi lavori di impianto e tediose operazioni di posa. Le due pietre miliari che, probabilmente, hanno poi avuto il maggior impatto nel trasferire tecnologia in questo settore sono forse rappresentate dall'introduzione degli additivi superfluidificanti e lo sviluppo dei calcestruzzi autocompattanti.

La tecnologia degli SCC fu originariamente sviluppata in Giappone negli anni '80, ed i notevoli vantaggi derivanti dall'uso di questi nuovi calcestruzzi stanno attualmente incoraggiando un loro rapido sviluppo in tutto il mondo. Guidato dal proprio stesso peso, un SCC è capace di fluire rapidamente all'interno dei casseri e raggiungere un ottimo grado di compattazione senza necessità di alcuna vibrazione esterna

Il loro uso risulta particolarmente conveniente nel caso di strutture fortemente armate e/o particolarmente sottili, consentendo di realizzare qualsiasi forma in maniera semplice e rapida.

Appaltatori ed imprenditori hanno quindi sviluppato un forte interesse per i vantaggi rappresentati dal notevole risparmio in manodopera e dal miglioramento delle condizioni di lavoro: non essendo più richiesta alcuna vibrazione, l'inquinamento acustico è fortemente abbattuto. In USA,

---

<sup>(1)</sup> Progetto Ulisse è un'iniziativa promossa da AITEC – Associazione Italiana Tecnico Economica del Cemento, ASSOBETON - Associazione Nazionale Industrie Manufatti Cementizi, ATECAP – Associazione Tecnico-Economica del Calcestruzzo Preconfezionato con lo scopo di diffondere e sviluppare una cultura del calcestruzzo di qualità, evidenziando i valori dell'innovazione, della durabilità, della sostenibilità e dell'economicità dell'ampia gamma di prodotti e di tecnologie esistenti intorno al calcestruzzo.

mentre gli SCC sono utilizzati con successo nell'industria della prefabbricazione, un certo numero di condizioni tecniche avverse continuano a limitarne una completa diffusione in cantiere: prima fra tutte, la non adeguata conoscenza delle pressioni esercitate dall'SCC sulle casseforme.

Il problema focale, nel progetto delle casseforme per calcestruzzo, è rappresentato dalla stima delle pressioni orizzontali esercitate dal materiale sulle pareti di queste opere provvisorie.

Per quanto concerne i calcestruzzi tradizionali, diversi sono stati i tentativi e le ricerche necessarie a pervenire ad una sufficientemente comprensione delle molte variabili che influenzano le pressioni esercitate contro casseri. In questo caso, le pressioni sono state caratterizzate in funzione di diversi parametri tra cui: l'altezza finale raggiunta dal getto, il metodo di vibrazione adottato, la temperatura ambientale e del calcestruzzo, la dimensione nominale e la forma degli inerti, la consistenza del calcestruzzo, il suo tempo di presa, la tipologia degli additivi utilizzati e la forma delle casseforme stesse.

Per calcestruzzi di ordinaria fluidità, il diagramma di spinta contro i casseri è assunto di forma trapezia, con la porzione triangolare superiore che si estende dalla superficie libera del calcestruzzo fino ad una certa profondità, oltre la quale, poi, il valore di pressione raggiunto viene considerato costante fino al piede della struttura. Sebbene diverse formulazioni siano disponibili per il calcolo numerico di questo valore massimo di pressione, la forma trapezoidale del diagramma di spinta è un'assunzione comune a tutte, e anche la profondità della zona triangolare superiore è abbastanza invariante [1] [2].

Sfortunatamente, infatti, le indicazioni progettuali relative ai calcestruzzi ordinari non sono direttamente applicabili anche agli SCC ed, al momento, non sono disponibili modelli sufficientemente completi e specifici per questa nuova classe di calcestruzzi.

Tutto ciò implica che ingegneri ed appaltatori continuino ad essere indirizzati dalle norme (ACI 347R-03 Guide to Formwork for Concrete), a progettare e realizzare casseforme sotto la penalizzante ipotesi che l'SCC eserciti le stesse pressioni orizzontali di un fluido idraulico avente la densità del calcestruzzo. Questo, inevitabilmente, si traduce in un drastico incremento dei costi per le costruzioni realizzate in SCC piuttosto che con calcestruzzo ordinario.

In accordo con l'ACI [4], "il costo di realizzazione delle casseforme, negli USA, può raggiungere il 60% di quello dell'intera struttura, e qualche volta superare anche queste proporzioni". Un certo numero di dati, tuttavia, confermano che risparmi notevoli sono comunque possibili. Ricerche del CEBTP [5], condotte su casseforme strumentate alte 12 m, hanno infatti mostrato che le pressioni esercitate dall' SCC possono deviare anche notevolmente dall'andamento idrostatico, fino a riduzioni del 30- 35% al piede della

struttura: la differenza, in questo caso, fu principalmente attribuita all'attrito fra il calcestruzzo e le pareti interne dei casseri.

Durante alcune ricerche condotte in Svezia, le pressioni orizzontali misurate su pile da ponte in SCC furono trovate circa pari al solo 50% di quelle generate da calcestruzzi di consistenza ordinaria [6].

Altri autori, tuttavia, [7] hanno realizzato esperimenti durante i quali le pressioni generate dall'SCC sono invece risultate in accordo con l'ipotesi di comportamento perfettamente idraulico del materiale. La giustificazione, in questo caso, fu quella degli aggravanti effetti dovuti "all' alta velocità di getto adottata" (3m/h), sebbene questa non fosse certo maggiore che in altri casi di maggior successo.

È dunque chiaro che le ragioni per un così vasto panorama di risultati sono ancora oscure, giacché, ad esempio, casi di pressioni pari al solo 60% del valore idrostatico sono noti, dalla letteratura, anche per SCC gettati con velocità di innalzamento di 5 m/h [8].

È quindi assolutamente necessario sviluppare modelli più adeguati per la stima delle pressioni esercitate dall'SCC sulle casseforme. Questo, infatti, consentirebbe una migliore valutazione delle altezze e velocità di getto effettivamente raggiungibili attraverso l'uso dell'SCC, permettendo di sfruttare le interessanti potenzialità di questo nuovo materiale sotto più validi criteri di sicurezza ed economia.

L'obiettivo della ricerca intrapresa è quello di sviluppare linee guida per la valutazione delle pressioni laterali prodotte dall'SCC, identificando i fattori chiave del mix design, e della posa in opera, che maggiormente influenzano le pressioni massime raggiunte ed il loro spegnimento nel tempo.

## 2. SIGNIFICATI DELLA RICERCA

Diversi studi, ormai noti dalla letteratura scientifica, hanno mostrato che le pressioni esercitate dall'SCC sui casseri sono spesso inferiori rispetto ai valori idrostatici, sottolineando che, spesso, gli alti costi sostenuti per la costruzione delle casseforme possono essere ridotti.

Esiste, tuttavia, anche una larga varietà di casi che hanno confermato l'ipotesi di un comportamento pienamente idraulico dell'SCC, proprio come un fluido denso quanto il calcestruzzo (circa 2400 kg/m<sup>3</sup>), facendo quindi risultare questa assunzione come la più sicura per il progetto dei casseri.

Casseforme pensate per resistere a pressioni così alte richiedono, tuttavia, soluzioni particolarmente robuste e speciali attenzioni nel dettaglio dei giunti (perfetta tenuta), con notevole penalizzazione del profitto economico.

Tutto ciò, ovviamente, costituisce una forte barriera allo sviluppo e alla definitiva implementazione della tecnologia degli SCC in cantiere, e richiede urgenti sforzi per essere quindi rimosso.

In particolare, ciò di cui maggiormente si avverte la necessità sono più adeguati modelli per la previsione del comportamento in cassaforma degli SCC, e delle indicazioni per migliorare i criteri di produzione e posa in opera di questo calcestruzzo.

Gli studi presentati in questo documento sono parte di una ricerca più ampia il cui principale obiettivo è quello della comprensione delle relazioni tra proprietà reologiche dell'SCC ed il suo comportamento in cassaforma, aspirando a migliorare il mix design ed il controllo delle prestazioni attese dall'SCC in opera.

### 3. INDAGINE SPERIMENTALE

Al fine di indagare il comportamento dell'SCC in cassaforma, una campagna di studi sperimentali è stata avviata per la misura in situ delle pressioni esercitate dall'SCC sui casseri. Elementi in vera grandezza sono stati realizzati utilizzando casseforme appositamente realizzate per getti in SCC di altezza 6 e 9m, e spessore di 0.3m. Gli effetti sulle pressioni dovuti alla diversa forma delle strutture gettate sono stati indagati confrontando il caso di pareti e colonne, le prime contraddistinte da una larghezza di 2.50m, le seconde da 0.50m.

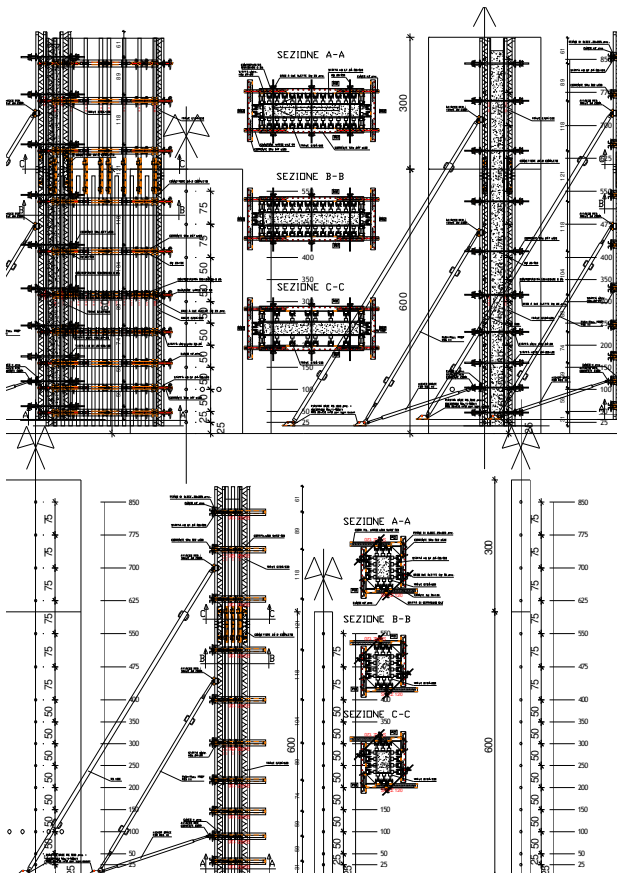


Figura 1 – Progetto delle casseforme: parete e colonna. Disposizione dei sensori.

Le casseforme sono state strumentate con numerosi sensori di pressione disposti lungo l'altezza centrale della parete principale, più ravvicinati tra loro al piede della struttura e via via più spaziate nella parte alta del cassero. Le Figure 1 e 2 mostrano i dettagli relativi al progetto dei casseri e l'esatto posizionamento dei sensori. Un particolare sistema di flange è stato ideato per fissare i sensori alla parete, facendo in modo che essi risultassero perfettamente allineati con la superficie interna del cassero (Fig. 3).

Per il rilievo delle pressioni esercitate dal calcestruzzo sui casseri, ai comuni trasduttori di pressione è stato affiancato, per la prima volta, anche un diverso apparato di misura dal funzionamento alternativo. Questa apparecchiatura, nota in campo geotecnico per l'esecuzione di test dilatometrici (Flat Dilatometer Tests – DMT), ha infatti la caratteristica di restituire misure di pressione in controllo di spostamento [9].

Le pressioni ricavate con entrambe le apparecchiature disponibili sono quindi state oggetto di un confronto. Il monitoraggio delle pressioni, in particolare, ha riguardato sia la fase di riempimento delle casseforme che le ore successive alla conclusione dei getti, così da evidenziare anche il decadimento delle pressioni nel tempo.

L'effetto sulla pressione massima dovuto alla velocità di getto adottata è stato indagato facendo variare quest'ultima tra i 3 ed i 12m/h, ed osservando la risalita del calcestruzzo nei casseri attraverso una finestra in Plexiglas costituente uno dei due lati corti delle casseforme (Fig. 4).



Figura 2 – Sistema di casseforme utilizzato

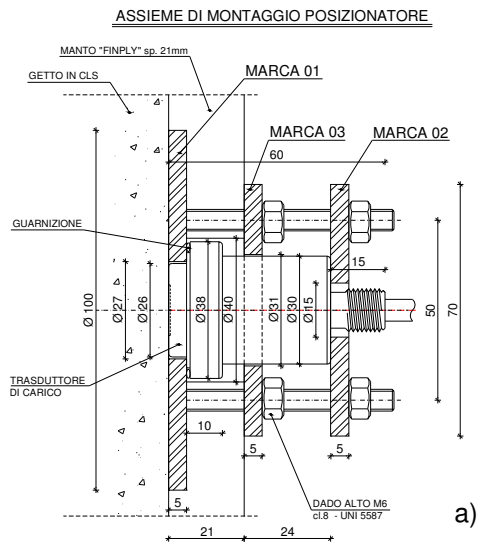


Figura 3 – a) Dettaglio delle flange di assemblaggio dei trasduttori di pressione;  
b) Sensori a filo interno con la superficie dei casseri.



Figura 4 - Lato trasparente delle casseforme (in Plexiglas) per il controllo del riempimento.



Figura 5 - Pompaggio dall'alto dell'SCC, con uso del tubo flessibile.

Il riempimento dei casseri è avvenuto mediante il pompaggio dell'SCC dall'alto, ed avendo l'accortezza di ridurre l'altezza di caduta libera del calcestruzzo con l'uso di un tubo flessibile (Fig. 5). L'estremità del tubo è stata quindi avvicinata alla base del getto e poi gradualmente sollevata per seguire l'innalzamento del livello di calcestruzzo nel cassero. Questa procedura, ritenuta una buona pratica di cantiere, consente anche di controllare le vibrazioni prodotte dallo scarico del materiale nei casseri che, come noto, possono essere di notevole disturbo nel riattivare le spinte del calcestruzzo già in opera.

Considerati i modesti quantitativi di calcestruzzo coinvolti nei test, e tenuto conto anche delle limitazioni relative all'autopompa, i più bassi valori delle velocità di getto sono stati rispettati dividendo ogni getto in strati da 1m in altezza, e sospendendo lo scarico tra uno strato ed il successivo per il tempo necessario.

Il rilievo delle pressioni è avvenuto a conclusione di ogni strato e ripetuto, per conferma, prima dello scarico del nuovo materiale per lo strato successivo. Si è infatti ritenuto che questa procedura potesse garantire una certa stabilità delle misure ed, al contempo, fornire eventuali indicazioni sul comportamento thixotropico dell'SCC. In base alla velocità di getto utilizzata, il tempo da attendere per lo scarico di un nuovo strato (ovvero l'intervallo temporale tra due successive misurazioni di pressioni) si è infatti esteso anche per diversi minuti (arrivando a valere 20 min per una velocità di 3m/h).

Prima del getto di un nuovo strato, la consistenza dell'SCC da scaricare è stata testata con prove di slump flow alla macchina e, quando necessario, si è provveduto al ripristino delle iniziali condizioni di fluidità mediante aggiunte d'acqua all'impasto (Fig.6).

La tipica tendenza del calcestruzzo a riposo di sviluppare una progressiva resistenza interna alla mobilità, è stata valutata realizzando, a tempi diversi, una serie di slump flow test su campioni di materiale preparati all'inizio del getto e mantenuti indisturbati fino al momento della prova (Fig. 7). La perdita in slump, registrata all'aumentare del tempo di riposo, è stata quindi utilizzata come indicatore visivo delle modificazioni riguardanti gli strati di calcestruzzo a riposo nei casseri.



Figura 6 - Esempio di slump flow test eseguito prima dello scarico di nuovo materiale.



Figura 7 - Esempio di slump flow test eseguiti su campioni di SCC mantenuti a riposo.

#### 4. MATERIALI E MISCELE

Per la produzione degli SCC di prova è stato utilizzato Cemento Portland tipo 32.5R II A/LL. Sabbia e ghiaia, ottenuti dalla frantumazione di roccia calcarea, sono stati selezionati nel range tra 0÷6 e 7÷ 15mm rispettivamente. Sono stati utilizzati additivi superfluidificanti e viscosizzanti.

Due sono state le miscele di ingredienti utilizzate per produrre gli SCC di prova. I due SCC sono stati quindi individuati coi nomi di Miscela A and B rispettivamente, ed il loro esatto proporzionamento è dato in Tabella 1. Al fine di mantenere sufficienti condizioni di fluidità per l'intera durata delle operazioni di getto, i primi test, condotti utilizzando la Miscela A, hanno anche contemplato l'aggiunta agli impasti di additivo ritardante della presa.

Tra le due miscele, quella indicata come Miscela B è stata progettata perché manifestasse prestazioni al fresco del tutto equivalenti a quelle della Miscela A, ma con un valore del rapporto acqua/polveri ridotto da 0.35 a 0.30. Di conseguenza, le quantità di fino nell'impasto (cemento più addizioni) sono state ritoccate in aumento.

Tabella 1

Materiale	Dosaggi	
	Miscela A	Miscela B
Sabbia (0 – 6 mm)	kg 974	kg 916
Ghiaia (7 – 15 mm)	kg 650	kg 721
Cemento	kg 355	kg 400
Filler	kg 170	kg 146
Add. Superfluidif. (*)	L 8,88	L 10,00
Viscosizzante (**)	L 1.00	L 1.50
a/c	0.52	0.41
a/b	0.35	0.30

(\*) Glenium 26

(\*\*) Glenium Stream

#### 5. DISCUSSIONE DEI RISULTATI

I vari test sono stati condotti in differenti giornate. I dati raccolti sono esposti nei grafici che seguono, nei quali è riportata l'evoluzione dei profili di pressione sia durante il riempimento dei casseri che nelle ore successive alla conclusione dei getti.

I risultati hanno chiaramente mostrato che l'adozione di velocità di getto più elevate comporta lo sviluppo di maggiori pressioni, anche se, in qualche modo, questo effetto può risultare mitigato nel caso del getto di strutture più alte. Risulta infatti che, per particolari combinazioni di altezze e velocità di getto, il tempo necessario al compimento dell'intera struttura è sufficientemente lungo da consentire ai primi strati di calcestruzzo, quelli al piede dei casseri, lo sviluppo di una certa resistenza allo scorrimento ancor prima della conclusione del getto. In casi come questo, la deviazione del profilo finale delle pressioni rispetto al profilo idrostatico può risultare evidente, specialmente al piede delle casseforme.

In Figura 8 sono riportati i dati di pressione registrati sui casseri durante il getto di una parete alta 6m. La velocità di getto, in questo caso, è stata di 12 m/h, e la Miscela A è stata adottata con un valore dello spandimento di 620 mm. Forse dovuto al combinato effetto dell'alta velocità di getto utilizzata, e dell'agente ritardante aggiunto all'impasto, si può osservare dal grafico come il comportamento manifestato dall'SCC sia stato quello tipicamente idrostatico.

Dopo i soli 30 minuti necessari all'esecuzione del getto, i dati di Figura 9 mostrano che, anche con una certa rapidità, il profilo di pressione si è poi chiaramente ridotto nel tempo. Questo ha dunque suggerito che l'adozione di una velocità di getto inferiore, e quindi una più lenta realizzazione dell'opera, avrebbe forse consentito il raggiungimento di pressioni iniziali minori.

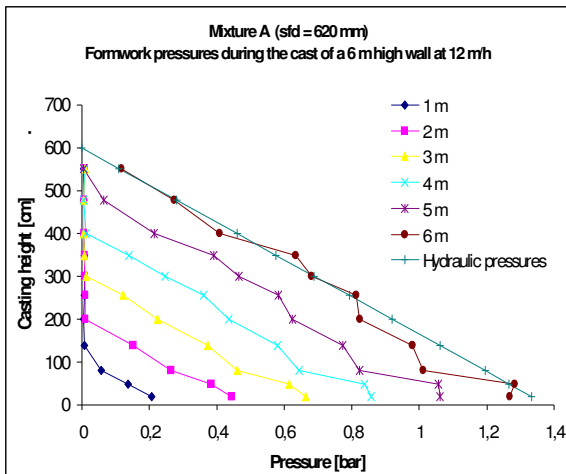


Figura 8 - Pressioni laterali registrate durante il getto, alla velocità di 12m/h, di una parete alta 6m (SCC conforme alla Miscela A).

Un secondo, identico test è stato quindi ripetuto alla velocità di 3m/h, utilizzando ancora la Miscela A con spandimento fissato al valore di 720 mm. Sebbene dell'additivo ritardante fosse ancora stato aggiunto all'impasto, un lungo, inaspettato tempo di organizzazione in cantiere ha reso necessario il ritardo dello scarico e l'attesa dell'SCC in betoniera, mantenuta in lenta rotazione. A seguito di ciò, i dati di Figura 10 mostrano che, durante il

getto, l'SCC ha mantenuto un comportamento di tipo idrostatico solo nella prima parte dello scarico. Durante i primi 4m di getto, le pressioni esercitate dall'SCC sui casseri sono infatti cresciute proporzionalmente alla quota raggiunta dal calcestruzzo. Procedendo oltre, il profilo di pressione ha poi mantenuto una forma idraulica solo in corrispondenza delle porzioni superiori di getto (quelle più fresche), manifestando, invece, forti deviazioni dal profilo idrostatico nelle porzioni di getto più vicine al piede della struttura.

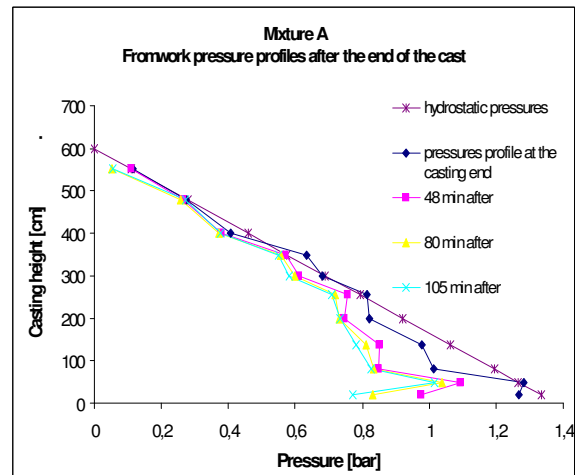


Figura 9 - Evoluzione nel tempo del profilo di pressione dopo la conclusione del getto.

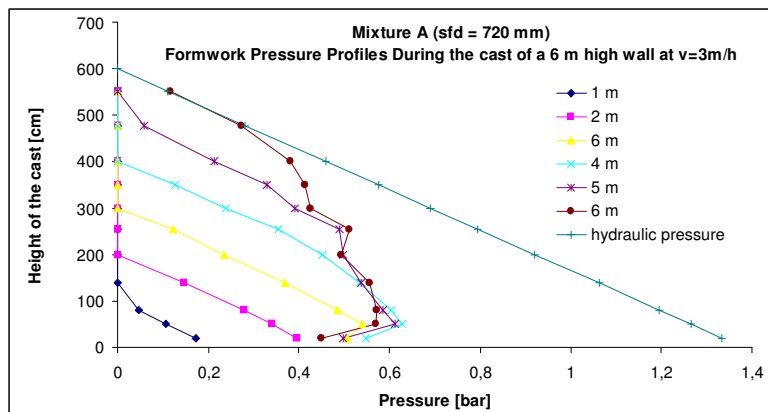


Figura 10 - Pressioni generate dall'SCC sulle casseforme di una parete alta 6m, realizzata alla velocità di 3m/h utilizzando SCC conforme alla Miscela A

La stessa velocità di 3m/h è stata successivamente adottata anche per il getto di una colonna da 6m, affiancato a quello di una nuova parete ugualmente alta. Per la prova si è ancora utilizzato un SCC conforme alla Miscela A, fissandone il valore di spandimento a 720 mm. In questo caso, l'efficacia dell'additivo ritardante della presa si è protratta a lungo, come pienamente risultato anche dalla forma dei profili di pressione

che, sia durante il riempimento dei casseri, che nelle ore successive alla conclusione del getto, si sono mantenuti sempre paralleli all'idrostatica. Che l'SCC abbia mantenuto per ore la sua fluidità iniziale, si è anche evidenziato dai test di slump flow eseguiti sui campioni di materiale preparati all'inizio del getto e provati, a tempi diversi, dopo essere stati mantenuti a riposo. La Figura 11 mostra una serie di questi

test eseguiti ad intervalli regolari di 20 min: da essa si evince una perdita in spandimento praticamente nulla ed il pieno mantenimento della fluidità iniziale.



Figura 11 - Prove di spandimento effettuate su campioni di SCC preparati all'inizio del getto e lasciati a riposo.

Entrambe le figure 12 e 13 mostrano che l'SCC ha pienamente rispettato l'ipotesi di comportamento idrostatico, sia nel caso della parete che della colonna.

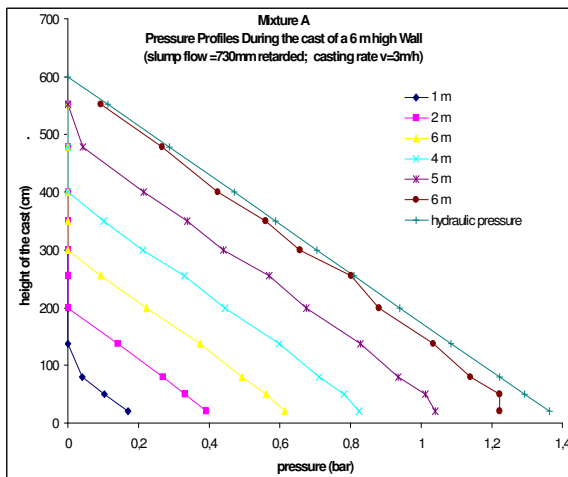


Figura 12 - Pressioni laterali registrate durante il getto, a 3m/h, di una parete alta 6m (SCC conforme alla Miscela A).

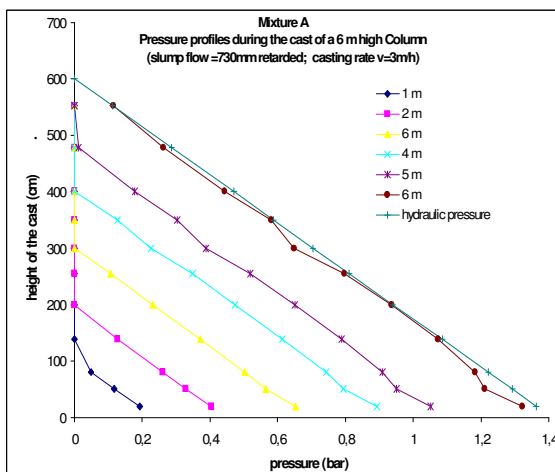


Figura 13 - Variazione temporale dei profili di pressione: parete da 6m.

Sebbene una riduzione delle pressioni fosse plausibile nel caso della colonna, c'è da osservare che lo spessore del getto era, per entrambe le strutture, identico. Un'influenza negativa, tra l'altro, va attribuita anche ai frequenti urti del tubo flessibile contro le casseforme, che si sono prodotti scambiando il tubo tra i casseri in modo che il getto delle due strutture procedesse ad uguale velocità. Le inevitabili vibrazioni, infatti, devono aver certamente attivato le massime pressioni da parte dell'SCC in entrambe le casseforme. Anche i dati registrati successivamente alla conclusione dei getti, hanno evidenziato che la riduzione delle pressioni nel tempo è stata simile nella colonna e nella parete (Fig. 14 e Fig. 15).

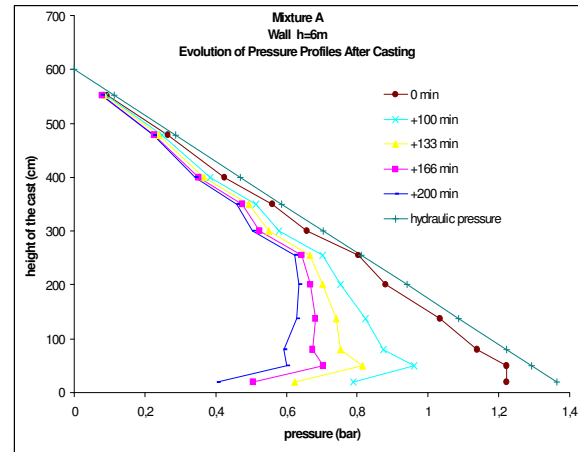


Figura 14 - Variazione temporale dei profili di pressione: parete da 6m

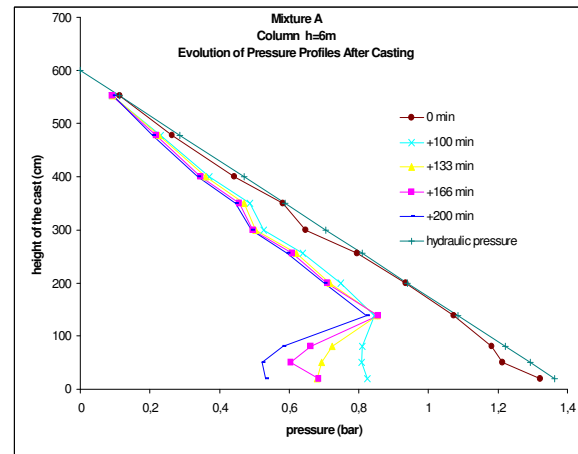


Figura 15 - Variazione temporale dei profili di pressione: colonna da 6m

Un ultimo esperimento ha riguardato il getto di una parete alta 9m, eseguito alla velocità di 4m/h. Per la prova si è utilizzato SCC conforme alla Miscela B, fissandone il valore dello spandimento a 680mm. In accordo con precedenti conclusioni [10], una riduzione dell'acqua di impasto in favore di più alti dosaggi in additivo superfluidificante può favorire la preparazione di SCC più tixotropici e, potenzialmente, meno spingenti [11]. La riduzione del rapporto acqua polveri dal valore di 0.35 a 0.30 ha quindi rappresentato, con la Miscela B, l'opportunità di sperimentare un SCC con proprietà allo stato fresco equivalenti a quelle della Miscela A, ma con associato un più marcato comportamento tixotropico. I risultati hanno confermato che l'adozione della Miscela B ha comportato chiari benefici in termini di riduzione delle



pressioni sui casseri (Fig. 16). Già diversi metri prima della conclusione del getto, infatti, le pressioni registrate lungo l'altezza del cassero hanno segnalato notevoli deviazioni rispetto all'andamento idrostatico, seguito soltanto nei primi 5m di getto. Procedendo con lo scarico di nuovo SCC oltre

questa quota, fino all'altezza finale di 9m, nessuna variazione di pressione si è più registrata al piede della struttura dove, a conclusione del getto, la pressione sui casseri è risultata pari al solo 50% del valore corrispondente dell'ipotesi idraulica per l'SCC.

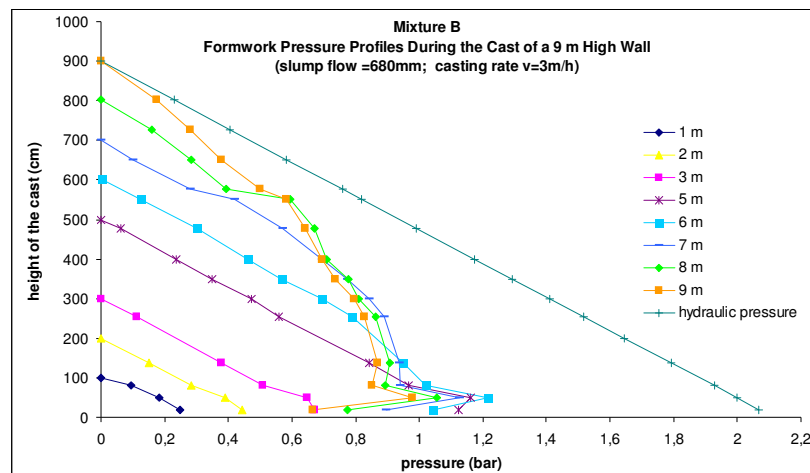


Figura 16 - Pressioni registrate sui casseri durante il getto di una parete alta 9m, realizzata alla velocità di 4 m/h utilizzando SCC conforme alla Miscela B.

## 6. CONCLUSIONI

I fattori che influenzano le pressioni dell'SCC sulle casseforme sono molteplici, ed in questo documento sono riportati i risultati sperimentali di una campagna di rilievo condotta in situ. Casseforme strumentate sono state utilizzate per monitorare le pressioni laterali esercitate dall'SCC durante i getti di pareti e colonne alte 6 e 9m. Le principali variabili tenute in considerazione sono state la velocità di risalita del calcestruzzo nei casseri e l'altezza finale raggiunta dal getto. Attraverso questi test, condotti in vera grandezza, si è tentato di confermare le indicazioni ottenute da precedenti test e simulazioni condotti in laboratorio.

Sebbene la definizione di modelli accurati sia una realtà ancora lontana, e notevoli sforzi vadano ancora concentrati sul problema della previsione e controllo delle spinte esercitate dall'SCC sulle casseforme, i dati sperimentali ottenuti confermano che:

- A causa della loro elevata fluidità, i calcestruzzi autocompattanti possono comportarsi idraulicamente e sviluppare le stesse pressioni laterali di un fluido avente la densità del calcestruzzo;
- La forma e l'intensità dei diagrammi di spinta sui casseri è, tuttavia, principalmente governata dalla velocità di risalita del calcestruzzo nelle casseforme. Mantenendo questa velocità a valori opportunamente bassi, le pressioni possono essere ridotte, mentre l'adozione di velocità più alte è certamente causa di spinte maggiori. Questo effetto negativo, tuttavia, può trovare una certa mitigazione nel getto di strutture particolarmente alte.
- Per particolari combinazioni di altezze e velocità di getto, i tempi necessari alla conclusione dell'opera possono risultare sufficientemente lunghi da consentire ai primi strati di calcestruzzo (quelli al piede della struttura) lo sviluppo di una certa resistenza allo scorrimento ed una sostanziale perdita di mobilità. In questi casi, la deviazione delle pressioni reali rispetto all'ipotesi di comportamento idraulico può risultare notevole.
- A parità di fluidità, l'adozione di rapporti acqua/polveri più bassi, in favore di più alti dosaggi in additivo superfluidificante, può aiutare nella produzione di SCC più tixotropici e, quindi, potenzialmente meno spingenti.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Civil Industries Research and Information Association (CIRIA), "The pressure of concrete on formwork", Research Report No. 1, London, 1965.
- [2] ACI Committee 347-01 "Guide to Formwork for Concrete", American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2001, 32p.
- [3] Ozawa, K., Naekawa, K., Kunishima, M. and Okamura, H., "Development of high-performance concrete based on the durability design of concrete structures," pp. 445-450 in Proceedings, 2<sup>nd</sup> East Asia and Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-2), 1989.
- [4] ACI Committee 347R-03 "Guide to Formwork for Concrete", American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2004, 32p.
- [5] Centre Expérimental du Bâtiment et des Travaux Publics (CEBTP), "The Validated Technique of Self-Compacting Concrete", Report No. B242-9-054, 4 June 1999, 12 pp. (in French).
- [6] Skarendahl, A., "Self-Compacting Concrete for Improved Productivity, Working Environment, and Performance", IREX-Meeting, Paris, 23 Feb. 1999, 12 pp.
- [7] Brameshuber, W.; Uebachs, S., "Investigations on Formwork Pressure Using Self-Compacting Concrete", 3rd International Symposium on Self-Compacting Concrete, 17-20 August 2003, Reykjavik, Iceland.
- [8] Billberg, P., "Form Pressure Generated by Self-Compacting Concrete", 3rd International Symposium on Self-Compacting Concrete, 17-20 August 2003, Reykjavik, Iceland.
- [9] Marchetti, S., "In Situ Tests by Flat Dilatometer", ASCE Jnl GED, Vol. 106, No. GT3, Mar. 1980, 299-321
- [10] Raissa Ferron, Amedeo Gregori, Zhihui Sun, Surendra P. Shah, "Rheological method to evacuate structural build-up in SCC cement pastes", ACI Materials Journal, publication in press.
- [11] Amedeo Gregori, Raissa Ferron, Zhihui Sun, Surendra P. Shah, "Experimental simulation of SCC formwork pressure", ACI Materials Journal, publication in progress.

# INFLUENZA DELLA CORROSIONE SUL PROGETTO DI TRAVI IN CONGLOMERATO CEMENTIZIO PRECOMPRESSO

A. Gherzi<sup>1</sup>, A. Recupero<sup>2</sup>, P. P. Rossi<sup>1</sup>

1 Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università di Catania

2 Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Messina

## SOMMARIO

Le travi in conglomerato cementizio armato hanno spesso mostrato fenomeni non trascurabili di corrosione delle armature pretese. A causa della modifica delle caratteristiche fisiche e meccaniche dell'acciaio, la corrosione ha generalmente condotto ad una riduzione della massima forza sopportabile dall'acciaio e ad un degrado dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo. Ciò è accaduto più frequentemente in strutture con cavi post-tesi che non in sistemi con cavi pretesi. La maggiore sensibilità dei cavi post-tesi è dovuta fondamentalmente alla modalità di protezione dell'acciaio, normalmente realizzata in sito iniettando malta all'interno delle guaine dopo aver preteso le armature. L'articolo fornisce una procedura di progetto di travi in conglomerato cementizio precompresso che consideri gli effetti della corrosione sulla capacità ultima delle strutture in presenza di taglio e momento flettente.

## SUMMARY

Particularly in severe environmental conditions, prestressed concrete beams have often shown non-negligible phenomena of corrosion of the prestressed reinforcement. Owing to the modification of the mechanical and physical properties of steel, corrosion of the prestressed reinforcement has generally led to a reduction of the maximum axial force sustainable by steel and to a degradation of the bond resistance between steel and concrete. This problem has occurred with reference to post-tensioned tendons more frequently than for pre-tensioned strands. The higher sensitivity of post-tensioned tendons is caused to a great extent by the mode of protection of the prestressed reinforcement, which is carried out in situ by injecting grout into the sheaths of the tendons after prestressing of steel. The present paper proposes a design procedure for prestressed concrete beams which takes account of the effects of corrosion of the prestressed reinforcement on the ultimate capacity of members subjected to the contemporary action of bending moment and shear.

## 1. PREMESSA

Le travi in calcestruzzo precompresso, soprattutto se poste in ambiente aggressivo, mostrano nel tempo un degrado spesso non trascurabile. In particolare, si è evidenziata la predisposizione delle armature di precompressione a corrodersi più velocemente delle classiche armature lente. Questo fenomeno si è manifestato molto più frequentemente in strutture dotate di precompressione ad armatura post-tesa piuttosto che in strutture precomprese ad armatura pretesa. Viadotti a conci prefabbricati con precompressione post-tesa sono stati e sono ancora largamente utilizzati per la relativa facilità di realizzazione e di industrializzazione della produzione. Attualmente su luci da cinquanta fino a cento metri quella dei ponti a conci provvisti di armatura post-tesa aderente risulta la tipologia che riscuote il maggiore successo. La sua economicità e la flessibilità modulare la fanno preferire ad altre tipologie strutturali. Purtroppo, tale tipologia ha già

mostrato per opere costruite da alcuni anni limiti sostanziali di durabilità. L'elevata sensibilità di questo tipo di strutture all'ambiente esterno è da ricercarsi, per primo, nella cattiva protezione delle armature di precompressione. Tale protezione si realizza con l'intasamento delle guaine con boiaccia, successivamente alla tesatura e regolazione dei cavi. Tuttavia, tale riempimento il più delle volte viene realizzato, in cantiere, in modo non del tutto soddisfacente a causa di difficoltà oggettive che si presentano in fase di esecuzione. La carenza di riempimento dà vita a cavità che diventano sede di dannosi fenomeni corrosivi a carico dell'armatura di precompressione.

Dopo il collasso della Bickton Meadows, una passerella pedonale nell'Hampshire (U.K.) nel 1967 e del ponte Ynys-y-Gwas nel West Glamorgan (U.K.) nel 1985, il Ministero dei Trasporti Britannico [1] emise nel 1992 una direttiva nella quale proibiva la costruzione di nuovi ponti precompressi ad armatura post-tesa [2]. Nel 1996 tale direttiva fu parzialmente

ristretta ai soli ponti a conci prefabbricati [3], per l'impossibilità di assicurare la protezione dei cavi in prossimità dei giunti di concio.

Nel 1992 durante alcune visite di controllo sui viadotti della Sawgrass Interchange nella Broward County, in Florida [4], si trovarono efflorescenze in prossimità degli ancoraggi e colature di acqua usata per l'intasamento. Durante i successivi lavori di ripristino si scoprì che alcuni di questi condotti non contenevano alcun riempimento. I ponti erano stati realizzati tra il 1986 ed il 1989 con la tecnologia dei ponti a conci con struttura resistente a cassone monocellulare ed erano dotati di armatura post-tesa resa aderente successivamente.

Nella primavera del 1999 sul Bridge Niles Channel [4], ponte a conci sulla Key West, di 1389 metri, realizzato nel 1983, uno dei cavi esterni collassò per corrosione. Nelle ispezioni che seguirono si notarono corrosioni notevoli anche nei trefoli dei cavi disposti in prossimità dell'anima opposta.

Nell'agosto 2000 sul Mid-Bay Bridge [4], un viadotto vicino Destin in Florida, di 5872 metri con 140 campate e un totale di 840 cavi esterni da 19 trefoli, il collasso di uno dei cavi fu seguito dalla rottura parziale di un altro cavo. Successivamente all'ispezione altri nove cavi risultarono non più idonei e furono sostituiti.



Figura 1 - Viadotto di S. Stefano dopo il crollo

Dopo quarantatré anni di servizio, il 23 aprile 1999 [5], una delle quattro campate che costituivano il viadotto sul torrente S. Stefano, uno dei manufatti della SS. 114 Orientale Sicula, in contrada Mili nel Comune di Messina, crollò. Esso era stato progettato dall'Ing. Riccardo Morandi nel luglio 1954 e realizzato dall'impresa Ferrocemento dell'Ing. Mantelli & C. - S.p.A. nel 1956. Si trattava di un ponte a travata, le cui travi erano dei cassoncini realizzati a conci e precompressi in opera. La rottura avvenne in prossimità della mezzera della campata interessata, in assenza di qualsiasi altro carico che non fosse quello permanente, nella sezione di separazione dei conci con una apertura dei giunti tra concio e concio. I fili di precompressione mostrarono un sostanziale sfilamento dagli alloggiamenti e vistosi fenomeni di corrosione.

## 2. EFFETTI STRUTTURALI DELLA CORROSIONE

Quanto la corrosione delle armature influenzi la sicurezza di strutture da ponte realizzate in precompresso è un dato evidente. Peraltro è chiaro che tale sistema costruttivo è quello che può subire le più gravi conseguenze, sia per i livelli tensionali ai quali sono sottoposti i materiali sia per la

particolare delicatezza dell'acciaio ad alto limite elastico. Tra le tipologie di strutture in calcestruzzo precompresso la più sensibile appare quella realizzata con armatura post-tesa, resa aderente successivamente tramite intasamento delle guaine con malte.

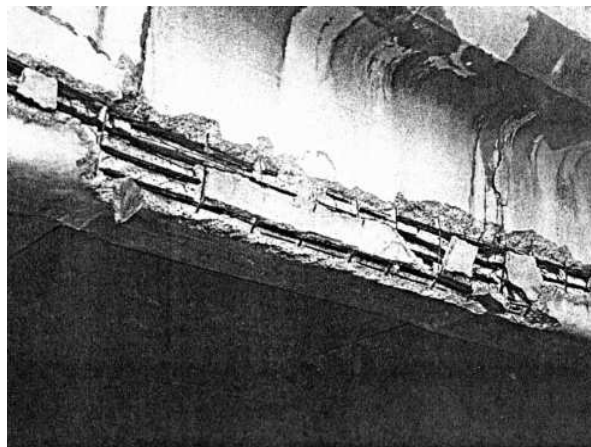


Figura 2 - Stato di degrado del viadotto di S. Stefano

Normalmente, gli effetti prodotti dalla corrosione dell'armatura sono duplici: alla naturale riduzione di sezione si aggiunge anche una riduzione dell'aderenza tra armatura e calcestruzzo. Tale fenomeno risulta esaltato quando l'armatura soggetta ai fenomeni corrosivi è quella di precompressione.

È noto inoltre come, per strutture in conglomerato cementizio armato, allo stato limite ultimo le diverse caratteristiche di sollecitazione di taglio, momento flettente e sforzo normale entrino in interazione l'una con l'altra. Diversi sono stati i tentativi di fornire un modello analitico in grado di spiegare tale evidenza sperimentale [6-7] ed, allo scopo, è stato proposto il tracciamento di diagrammi di interazione [8-9]. In essi si vede come la forma e le dimensioni della curva d'interazione sia sensibile alla dimensione della sezione trasversale d'armatura metallica. Chiaramente la riduzione della sezione causata dalla corrosione comporta la riduzione delle dimensioni del dominio e una variazione della sua forma.

Anche la perdita d'aderenza comporta una variazione di comportamento statico. Infatti, è noto come una struttura precompressa ad armatura resa aderente, in relazione alla concomitante sollecitazione tagliante, abbia margini di sicurezza diversi da quelli forniti da una trave nella quale l'armatura non sia aderente [10-11]. Infatti, in questo caso le variazioni di tiro nell'armatura di precompressione sono limitate e il più delle volte percentualmente poco significative. In letteratura sono presenti diversi tentativi per mettere a punto un modello fisico che simuli gli effetti prodotti dalla corrosione dell'armatura nelle strutture in calcestruzzo armato [12-14]. In alcuni di essi [15] si ipotizza che la riduzione di aderenza tra l'acciaio ed il calcestruzzo circostante sia funzione della riduzione della sezione trasversale d'armatura. In particolare, si ipotizza che fino a riduzioni dell'1% della sezione trasversale d'armatura non si abbia alcuna riduzione della tensione resistente d'aderenza e che la perdita d'aderenza sia totale quando la riduzione della sezione d'armatura sia eguale o superiore al 9%.

Il presente lavoro si propone di prendere in conto gli effetti prodotti dalla corrosione dell'armatura di precompressione formulando una metodologia di impiego immediato da parte degli utilizzatori. Infatti, se è vero che la discretizzazione della struttura attraverso opportuni modelli FEM sarebbe sempre la ultima ma possibile risorsa del progettista, non si può pensare che questi ne facciano utilizzo nei casi in cui siano necessarie risposte immediate. In tal caso si devono fornire strumenti agevoli, flessibili ed attendibili che permettano di avere le risposte richieste con un certo grado di sicurezza e forniscano la guida opportuna per le scelte successive.



Figura 3 - Sfilamento dei cavi

Lo strumento naturale che fornisce risposte sintetiche nel campo delle scelte progettuali è il diagramma d'interazione. Il presente lavoro si propone pertanto di valutare quale sia l'influenza della corrosione delle armature di precompressione sulla modifica dei diagrammi d'interazione M-V (momento flettente - taglio). A tal fine, si opera con una sostanziale modifica sul modello già formulato per strutture con armatura integra, adattandolo dapprima al caso di strutture precomprese in assenza di aderenza e poi integrandolo con gli effetti prodotti dalla progressiva corrosione.

### 3. MODELLO PROPOSTO

Sull'interazione taglio-sforzo normale, limitatamente al caso di strutture provviste di armature a perfetta aderenza, sono disponibili in letteratura diversi contributi, in parte anche degli autori, relativi sia a travi con sezione rettangolare che con sezione a T o ad I. Anche questi modelli possono ascrivere a due filosofie di pensiero, alcuni partono da test su travi in c.a. e cercano di fornire delle formule pratiche di riferimento seguendo la classica impostazione americana, altri invece prendendo le mosse dalla teoria degli "stress fields" di Braestrup et al. hanno formulato un modello più generale che

tenga conto della presenza delle diverse caratteristiche di sollecitazione presenti.

Il modello qui formulato prende le mosse proprio da questo ultimo filone di pensiero. Le ipotesi fatte sono le seguenti:

- 1) la corrosione delle armature di precompressione avviene in maniera uniforme su tutto lo sviluppo longitudinale delle stesse;
- 2) non vi è corrosione nelle armature lente, siano esse longitudinali o trasversali (staffe). Tale ipotesi appare sostanzialmente verosimile, poiché queste ultime, a differenza delle armature di precompressione, non subiscono alcun intasamento successivo, e sono aderenti fin dal getto iniziale;
- 3) fino a livelli di corrosione moderati, 1% in sezione, il comportamento dell'elemento strutturale è quello di una trave nella quale la dimensione dell'armatura di precompressione va gradualmente riducendosi anche se la perfetta aderenza continua ad essere verificata;
- 4) per livelli di corrosione che superano il 9% in sezione, il comportamento dell'elemento strutturale tiene conto del fatto che l'aderenza è ormai compromessa e la sezione nominale dell'armatura va riducendosi;
- 5) quando i livelli di corrosione sono compresi nei limiti sopra indicati, il comportamento è intermedio. In prima ipotesi si propone un modello di interpolazione lineare. Per riduzione di sezione d'armatura assegnata, le caratteristiche resistenti limite sono quindi una combinazione lineare di quelle fornite dall'ipotesi di perfetta aderenza e di quelle relative alla totale assenza di aderenza. I contributi sono modulati con due opportuni coefficienti di peso complementari ad uno.

Con le seguenti ipotesi il tracciamento dei relativi diagrammi d'interazione necessita del tracciamento di due gruppi di diagrammi. Al primo gruppo appartengono quelli ottenuti nell'ipotesi di perfetta aderenza, al secondo quelli ottenuti in assenza totale d'aderenza.

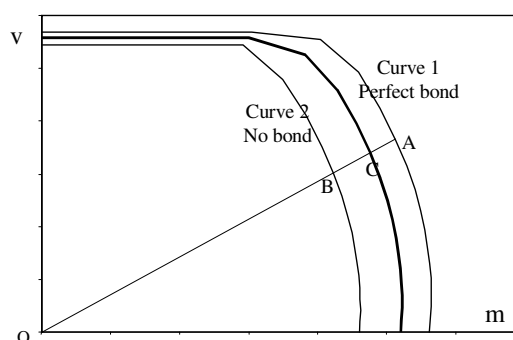


Figura 4 - Dominio di interazione M-V in funzione della riduzione della area della sezione trasversale

Nel presente lavoro, dopo aver messo a punto le metodologie di tracciamento dei diagrammi d'interazione si indicheranno i passi necessari per il tracciamento del diagramma a corrosione prefissata. Per le modalità di tracciamento dei due gruppi di diagrammi (armatura aderente

e non) si rimanda alle procedure illustrate in un recente lavoro degli stessi autori [9].

Tracciata la curva 1, ottenuta con la sezione delle armature ridotta del rapporto di corrosione prefissato ma nell'ipotesi di perfetta aderenza, e la curva 2, ottenuta a sezione ridotta ma in totale assenza di aderenza, si può tracciare la curva intermedia che è proprio quella cercata.

Infatti, nota la distanza OA relativa ad un punto sulla Curva 1 e la distanza OB relativa ad un punto sulla Curva 2 (Fig. 4), la distanza OC si ottiene semplicemente combinando linearmente le due precedenti.

Definito un coefficiente di peso che vale 1 per corrosione  $c$  fino all'1% compreso e 0 per corrosione uguale o superiore al 9%:

$$\zeta = 1 \quad c \leq 0.01$$

$$\zeta = 1.125 - 12.5 c \quad 0.01 < c < 0.09$$

$$\zeta = 0 \quad c \geq 0.09$$

In questa maniera la distanza OC è data dalla relazione lineare:

$$\overline{OC} = \overline{OA} \cdot \zeta + \overline{OB} \cdot (1 - \zeta)$$

Questa relazione si usa per tutti i punti necessari al tracciamento della curva cercata. In tal modo, note le due curve base, le curve intermedie sono immediatamente tracciabili.

Inoltre, visto che si è usata questa funzione peso, non occorrerà plottare i due gruppi sempre. Per esempio, per corrosioni inferiori o uguali ai 1% si calcoleranno solo le curve relative al gruppo 1, mentre per corrosioni superiori al 9% solo quelle relative al gruppo 2.

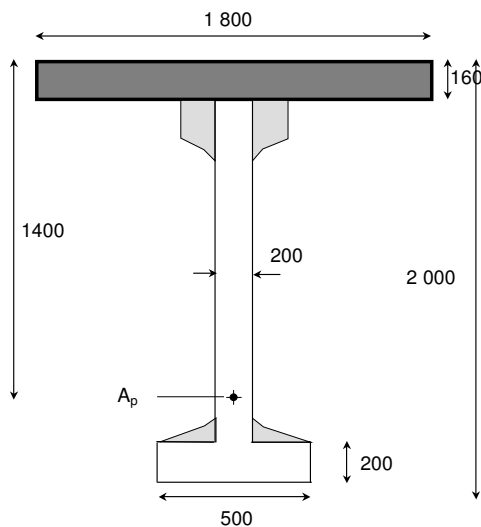


Figura 5 – Sezione trasversale della trave di precompressione (misure in mm)

#### 4. ESEMPIO: TRACCIAMENTO DI UN DIAGRAMMA DI INTERAZIONE

Nella pratica progettuale l'uso dei diagrammi d'interazione risulta assai utile e immediato. Inoltre, lo studio delle forme delle curve fornisce importanti indicazioni anche per l'ottimizzazione delle scelte tipologiche da effettuare nella progettazione di massima.

Allo scopo di illustrare i risultati che si possono ottenere con tale procedura, si è scelto di tracciare i diagrammi d'interazioni relativi alla trave da ponte di Figura 5.

Il diagramma è tracciato con riferimento alle seguenti caratteristiche adimensionali:

$\omega_{tw} = \frac{A_{tw}}{b_w \cdot s} \cdot \frac{f_{syd}}{f_{cd2}}$	percentuale delle armature trasversali d'anima
$\omega_{lw} = \frac{A_l}{b_w \cdot h} \cdot \frac{f_{syd}}{f_{cd2}}$	percentuale delle armature longitudinali d'anima
$\omega_s = \frac{A_{f1} + A_{f2}}{A_{cTrave}} \cdot \frac{f_{syd}}{f_{cd1}}$	percentuale delle armature totali delle flange
$\omega_p = \frac{\sum A_{p_i}}{A_{cTrave}} \cdot \frac{f_{pyd}}{f_{cd1}}$	percentuale dell'armatura di precompressione
$m = \frac{M}{f_{cd1} \cdot A_{cTrave} \cdot H}$	momento flettente adimensionalizzato
$v = \frac{V}{f_{cd2} \cdot b_w \cdot h}$	sforzo di taglio adimensionalizzato
$f_{syd}$	tensione di snervamento di calcolo delle armature lente
$f_{pyd}$	tensione di snervamento di calcolo delle armature pretese
$\sigma_{p0i}$	tensione di precompressione delle armature pretese
$\gamma_c$	coefficiente di sicurezza parziale del calcestruzzo
$f_{cd1} = 0.85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	resistenza del calcestruzzo in condizioni monoassiali
$f_{cd2} = 0.60 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	resistenza del calcestruzzo per compressioni oblique
$r = \frac{A_{f1}}{A_{f2}}$	rapporto tra le armature delle due flange
$\varepsilon_i$	angolo di inclinazione dei cavi di precompressione

Per l'esempio in questione si sono adottati i seguenti parametri,  $\omega_s = 0.2$ ,  $\omega_{tw} = 0.5$ ,  $\omega_{lw} = 0.1$ ,  $\omega_p = 0.25$ ,  $r = 0.5$ ,  $\gamma_c = 1.6$ ,  $f_{syd} = 500$  MPa,  $f_{ck} = 45$  MPa,  $f_{pyk} = 1670$  MPa,  $\sigma_{p0i} = 900$  MPa e  $\text{tg } \varepsilon = 0.1$ . Si suppone per semplicità che i cavi siano molto vicini così da poter lavorare con il solo cavo risultante.

Dall'esame del dominio d'interazione (Fig. 6) si deduce che gli effetti della corrosione sono notevoli nel meccanismo di interazione. Infatti, come si può notare dalla stessa Figura 6, al 9% di corrosione l'estensione del dominio si è quasi dimezzata. Gli effetti maggiori sono provocati dalla perdita di aderenza e questo diventa chiaro controllando la velocità di riduzione in estensione dei domini per corrosioni superiori al 9%.

Infatti, si nota che, pur subendo la riduzione a causa della relativa riduzione in sezione dell'armatura metallica da precompressione, questa è tuttavia più contenuta rispetto alla prima.

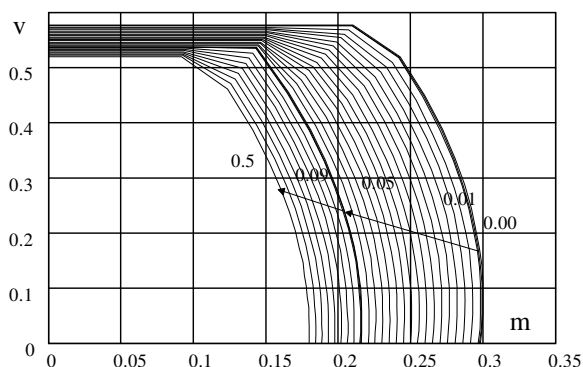


Figura 6 - Dominio di interazione in funzione della riduzione della sezione trasversale delle armature di precompressione

## 5. CONCLUSIONI

Il problema della corrosione per le strutture in cemento armato precompresso è ormai di interesse fondamentale per la collettività. Infatti, le prime strutture realizzate nel secondo dopoguerra hanno ormai superato i loro primi cinquanta anni e mostrano tutti i segni della loro età.

Appare quindi naturale che per la verifica di questi manufatti diventa necessaria la messa a punto di idonei modelli di previsione del comportamento in particolare quando la struttura è portata in condizioni prossime al collasso.

Il modello proposto nel presente lavoro per gli elementi strutturali ad I in calcestruzzo precompresso consente di generalizzare quelli già formulati in assenza di corrosione delle armature di precompressione. Appare evidente dai diagrammi d'interazione tracciati come anche con questa ulteriore generalizzazione esista un'effettiva interazione tra momento e taglio e come questa interazione sia presente anche in corrispondenza di diversi valori di corrosione.

Tale interazione appare fortemente condizionata dalla corrosione delle armature e condiziona in maggiore misura, rispetto a quella di armatura integra, la verifica degli elementi strutturali.

## BIBLIOGRAFIA

[1] Woodward R.J., "Collapse of a Segmental Post-Tensioned Concrete Bridge", Transportation Research Record, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., Vol. 1211, 1989  
 [2] Clark G., "Post-tensioned prestressing cables in ducts", Concrete, July/August, pp 27-28, 1995.

[3] Lewis A., "A moratorium lifted", Concrete, November/December, pp. 25-27, 1996.  
 [4] A.S.B.I., "Grouting Committee, Interim Statement of Grouting Practices" - American Segmental Bridge Institute Phoenix, Arizona December 2000  
 [5] D'Arrigo A., Proverbio E., Recupero A., Ricciardi G., "Il Collasso di un Viadotto in C.A.P. in Sicilia" - Convegno nazionale "Crolli e Affidabilità delle Strutture Civili" Venezia, 6-7 dicembre 2001  
 [6] Puleri G., Russo G., Zingone, "Flexure-Shear Interaction Model for Longitudinally Reinforced Beams", ACI JOURNAL V 88, No 1, January-February 1991  
 [7] Puleri G., Russo G., "Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams under Flexure and Shear", ACI JOURNAL V. 94, No. 3, May-June 1997  
 [8] Mancini G., Recupero A., "Interazione tra Azione assiale, Momento e Taglio nelle Strutture in c.a.", Studi e Ricerche, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C.A. Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano - Vol. 20  
 [9] Recupero A., D'Aveni A., Ghersi A., "N-M-V Interaction Domains for Box I-shaped Reinforced Concrete Members" — ACI Structural Journal - Gennaio 2003  
 [10] Fanti G., Mancini G., "Shear-prestressing interaction in Ultimate Limit State Design" — Developments in Short and Medium Span Bridge Engineering, 1994, Halifax, August 8-11/94  
 [11] Fanti G., Mancini G., Recupero A., "Shear and Torsion Design of Structures Prestressed with Unbounded Tendons", General C.E.B Assembly - Berlin 1995  
 [12] Kemp E.L., Brezny F.S., Unterspan J.A., "Effects of Rust and Scale on Bond Characteristic of Deformed Reinforcing Bars" - ACI Journal, September 1968, pp. 743-756  
 [13] Maslehuddin M., Allam I.M., Al-Sulaimani G.J., Al-Mana A.I., Abduljauwad S.N., "Effect of Rusting of Reinforcing Steel on Its Mechanical Properties and Bond with concrete - ACI Materials Journal, September-October 1990, pp. 496-502.  
 [14] Al-Sulaimani G.J., Kalemullah M., Basumbul I A., Rasheeduzzafar, "Influence of Corrosion and Cracking on Bond Behaviour and Strength of Reinforced Concrete Members - ACI Structural Journal, March-April 1990, pag. 220-231  
 [15] Bertagnoli G., Carbone V., Giordano L., Mancini G., "Design Models for Deteriorated Concrete Bridge"- Second International Conference on Structural Engineering and Construction, 23-26 September 2003, Rome  
 [16] Bach F., Braestrup M.W., Nielsen M.P., "Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams" I.A.B.S.E Proceedings, P15, 1978

# RAPPRESENTAZIONE DELLO STATO DI UN SISTEMA STRUTTURALE NELLA VALUTAZIONE PROBABILISTICA DELLA SICUREZZA SISMICA: PROPOSTA DI UNA VARIABILE SCALARE

Fatemeh Jalayer<sup>1</sup>, Paolo Franchin<sup>2</sup>, Paolo Emilio Pinto<sup>3</sup>

1 Dipartimento di Analisi e Progettazione Strutturale, Università di Napoli Federico II

2 Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Sapienza - Università di Roma

3 Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Sapienza - Università di Roma

## SOMMARIO

Viene presentato l'uso di una variabile scalare globale, denominata *rapporto critico domanda-capacità*, nella valutazione probabilistica della sicurezza sismica di strutture in cemento armato. La variabile è definita come il rapporto domanda-capacità del componente che porta la struttura più vicina allo stato limite globale considerato. Essa è formulata in maniera tale da assumere valore unitario al raggiungimento dello stato limite. Può essere usata nella valutazione probabilistica della sicurezza tenendo conto dell'incertezza nell'azione sismica, come anche nei parametri del sistema strutturale e in particolare nei modelli utilizzati per definire la resistenza e la capacità deformativa nei vari modi di collasso. Un'applicazione a un telaio in cemento armato caratterizzato da molti modi di collasso possibili dimostra l'uso della variabile in valutazioni basate su analisi dinamiche non lineari con registrazioni naturali.

## SUMMARY

The *critical demand-to-capacity ratio*, i.e. the ratio of demand to capacity for the component or mechanism that leads the structure closest to failure, at the onset of which it takes the value of one, is used as a scalar, system-level variable for the probabilistic seismic performance assessment of RC structures. This damage measure can be employed to make probabilistic performance assessments taking into account the uncertainty in the ground motion, in the structural modelling parameters, and also in the model(s) used for determining component capacity. Non-linear dynamic analysis methods can be used to estimate this damage measure in two ways: a) applying a (small-size) set of un-scaled ground motion records to the structure, b) using incremental dynamic analysis. The use of this damage measure is described in a case-study of a RC frame in which several modes of failure for the limit state of collapse, such as, weak story mechanisms, shear failure in the columns, and ultimate deformations in the columns, are accounted for.

## 1. INTRODUZIONE

Il moderno paradigma di progettazione "alle prestazioni" è caratterizzato da obiettivi di prestazione *quantificabili*. La modellazione esplicita delle incertezze nell'azione sismica che si può verosimilmente verificare in un sito in esame, nonché nei parametri che caratterizzano la risposta dinamica e la capacità della struttura portano a una valutazione di tipo *probabilistico* sul soddisfacimento dei suddetti requisiti.

Avendo definito delle opportune quantità di domanda  $D$  (cioè risposta della struttura alle azioni) e di capacità  $C$ , e il corrispondente stato limite  $LS$ , una misura probabilistica del soddisfacimento di un requisito di prestazione può essere espressa in termini della frequenza media annua di superamento dello stato limite  $\lambda_{LS}$ :

$$\lambda_{LS} = \lambda(D > C) \leq \lambda_0 \quad (1)$$

dove  $\lambda_0$  è un limite superiore accettabile per tale frequenza, e cioè per la prestazione non soddisfacente.

E' importante osservare che gli obiettivi di prestazione sono normalmente definiti a livello globale, cioè per la struttura nel suo insieme, e non localmente, elemento per elemento. Le quantità  $D$  e  $C$  pertanto dovrebbero avere natura globale. A titolo di esempio, una quantità di risposta molto usata nella valutazione probabilistica della risposta sismica di edifici è lo scorrimento massimo interpiano, indicato con  $\theta_{max}$  e definito come il massimo scorrimento interpiano sui piani e sulla durata della risposta (in valore assoluto). Questa quantità si presta a un semplice calcolo della domanda  $D$ , mentre il corrispondente valore di capacità può essere ottenuto, ad esempio, attraverso un'analisi statica non lineare.

La valutazione della frequenza in (1) presenta alcuni problemi, legati ovviamente alla determinazione di  $D$  e  $C$ . Dal lato domanda, l'approccio prevalente è quello di avvalersi di analisi dinamiche non lineari. Il problema principale da affrontare è quello della scelta delle registrazioni del moto sismico da utilizzare. E' importante determinare il numero ma

anche il tipo di registrazioni da utilizzare, perché siano rappresentative del moto al sito e in numero sufficiente a determinare un modello probabilistico stabile della risposta strutturale.

Dal lato capacità, che rappresenta l'aspetto principale di questo lavoro, le difficoltà sono maggiori. Il comportamento della struttura come *sistema*, l'interazione cioè dei suoi elementi nel determinare la risposta della stessa fino al collasso, è *ideamente* descrivibile come risultato di un'analisi strutturale che tenga conto di rigidezza, resistenza, isteresi, connettività degli elementi strutturali. Se i programmi di analisi attualmente a disposizione fossero in grado di descrivere affidabilmente il comportamento dinamico non lineare fino al regime di grandi spostamenti che caratterizza il collasso, si potrebbe fare uso esclusivo dell'analisi per determinare il collasso strutturale. Purtroppo, attualmente, la situazione è diversa e, con particolare riferimento alle strutture intelaiate in cemento armato, un modello generale che descriva in maniera soddisfacente l'interazione tridimensionale tra le sei caratteristiche di sollecitazioni, tenendo conto al contempo di fenomeni come l'apertura delle staffe, lo sfilamento o lo svergolamento delle barre longitudinali, il degrado ciclico a taglio, etc, non è disponibile. E' quindi necessario fare ancora ricorso a formule analitiche aventi generalmente natura semi-empirica, come quelle comunemente contenute nelle norme, che esprimono la capacità (resistenza e/o deformabilità) degli elementi strutturali (fib, 2003). Il problema che deve si pone in questo caso è proprio quello di passare da una definizione di capacità *locale*, cioè a livello di elemento strutturale, come quella data da queste formule, a una definizione *globale*, come quella che serve nella (1). Serve una procedura generale e robusta per definire lo stato globale della struttura a partire dallo stato dei suoi *componenti*, che riesca a tenere conto delle informazioni che vengono dall'analisi strutturale (agli elementi finiti) ma anche di quelle sulla capacità fornite dalle sopraccitate formule. In questo lavoro si fa una proposta per tale procedura, introducendo l'uso di una variabile, denominata *rapporto critico domanda-capacità*, che si basa sul concetto affidabilistico di *insiemi di taglio* (cut-sets).

## 2. RAPPORTO CRITICO DOMANDA-CAPACITÀ

Come già anticipato, in questo lavoro ai fini di valutazioni probabilistiche della prestazione strutturale come quella indicata in (1), si propone l'uso di una variabile denominata *rapporto critico domanda-capacità*. La variabile, indicata con  $Y$ , è definita come:

$$Y = \max_t \max_{j=1, \dots, N_m} \min_{i \in I_j} \frac{D_i(t)}{C_i(t)} \quad (2)$$

e cioè come il rapporto domanda-capacità del componente che porta il sistema (strutturale) più vicino al raggiungimento dello stato limite  $LS$ . Nella (2)  $D_i(t)$  è la (risposta) domanda dell' $i$ -esimo componente,  $C_k(t)$  la corrispondente capacità,  $I_j$  l'insieme degli indici dei componenti che partecipano al  $j$ -esimo modo di collasso, e  $N_m$  il numero di modi di collasso considerati. Tale formulazione dello stato globale del sistema  $Y$  come funzione dello stato dei suoi componenti  $D_i(t)/C_i(t)$  corrisponde alla formulazione che nella teoria dell'affidabilità strutturale si chiama degli *insiemi di taglio* (Ditlevsen, 1996).

Un insieme di taglio è un insieme di componenti (modo di collasso) il cui collasso congiunto,  $Y_j(t) = \min_{i \in I_j} [D_i(t)/C_i(t)] \geq 1$  implica il collasso del sistema  $Y = \max_j \min_{i \in I_j} Y_j(t) \geq 1$ . Questo modo di procedere è stato già usato ad esempio in (Au, 2003), (Schotanus, 2003) e (Lupo, 2006).

## 3. VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA CON LA VARIABILE PROPOSTA

L'incertezza nell'azione sismica può essere modellata in modi alternativi (Pinto, 2004) (Jalayer, 2007a). Un modello probabilistico dell'intera storia temporale del moto sismico (ad es: accelerazione al suolo) può essere ottenuto facendo ricorso a modelli stocastici (modelli più o meno empirici di natura sismologica) che dipendono da parametri della sorgente, del cammino di propagazione e del sito in esame. Un approccio alternativo che si è andato affermando nell'ultimo decennio nella pratica della valutazione probabilistica della sicurezza è quello di definire un parametro globale di intensità (normalmente scalare, ma recentemente anche vettoriale), denominato *misura d'intensità* (o *intensity measure*,  $IM$ ), per rappresentare un carattere dominante del moto, congiuntamente a un insieme di registrazioni naturali del moto sismico per rappresentare la variabilità di quest'ultima a parità di misura di intensità. L'approccio prevede di dividere in due passi la determinazione della sicurezza sismica (Jalayer, 2003), un primo passo nel quale si determina la *pericolosità sismica* del sito, cioè la distribuzione di probabilità della  $IM$  (McGuire, 2004), e un secondo passo in cui si determina la *vulnerabilità* o *fragilità* della struttura a moti con una certa intensità. In questo lavoro si adotta il secondo approccio, e in particolare si sceglie come misura d'intensità l'accelerazione spettrale al periodo fondamentale della struttura in esame, indicato con  $S_a(T_1)$  o più brevemente con  $S_a$ . La frequenza media annua di superamento dello stato limite può essere allora espressa come:

$$\lambda_{LS} = \int_0^{\infty} P(Y > 1 | S_a) \cdot |d\lambda_{S_a}(S_a)| \quad (3)$$

dove  $P(Y > 1 | S_a)$  è la probabilità di non prestazione condizionata a  $S_a$ , comunemente chiamata *fragilità* o *vulnerabilità*, e  $\lambda_{S_a}$  è la frequenza media annuale di eventi che inducano un'accelerazione spettrale  $S_a$  nel sito in esame, nota come curva di *pericolosità* sismica.

L'integrale in (3) può essere valutato numericamente o, facendo alcune ipotesi semplificative, in forma chiusa. Le alternative, di diversa approssimazione e impegno di calcolo, sono illustrate nel seguito.

### 3.1 Integrazione numerica delle curve di pericolosità e vulnerabilità

Un comune approccio al calcolo della fragilità è quello di assumere che la distribuzione della variabile  $Y$  (l'ipotesi è fatta normalmente su una variabile di risposta) condizionata a  $S_a$  si possa considerare lognormale e cioè:

$$P(Y > 1 | S_a) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln 1 - \ln \eta_{Y|S_a}}{\beta_{Y|S_a}} \right) \quad (4)$$



Con questo approccio peraltro nelle applicazioni si presenta un problema nel valutare i parametri mediana  $\eta_{Y|S_a}$  e dispersione (deviazione standard del logaritmo) condizionate  $\beta_{Y|S_a}$ . La risposta strutturale e quindi la variabile  $Y$  sono infatti valutate a partire dai risultati di analisi dinamiche non lineari, e questi sono spesso affetti da instabilità numeriche o non-convergenze che portano a valori irrealisticamente elevati (*large*,  $L$ ) della variabile  $Y$ , che alterano sensibilmente la stima. Se questo è il caso un possibile rimedio è di spezzare il calcolo della fragilità come segue [8]:

$$P(Y > 1|S_a) = P(Y > 1|S_a, NL)(1 - P(L|S_a)) + P(L|S_a) \quad (5)$$

dove  $P(L|S_a)$  è la probabilità di avere valori *irrealisticamente elevate* di  $Y$ ,  $P(Y > 1|NL, S_a)$  la curva di fragilità condizionata all'assenza di tali valori, cioè con parametri stimati scartando tali valori, e avente l'espressione:

$$P(Y > 1|S_a, NL) = 1 - \Phi\left(\frac{-\ln \eta_{Y|S_a, NL}}{\beta_{Y|S_a, NL}}\right) \quad (6)$$

con  $\eta_{Y|S_a, NL}$  e  $\beta_{Y|S_a, NL}$  parametri della distribuzione, assunta lognormale, di  $Y$  condizionata a  $S_a$  e all'assenza di valori elevati ( $NL$ ). L'uso di una tale formulazione permette di separare i casi di *convergenza* e di *non-convergenza*.

E' importante notare che la validità della (5) poggia sull'ipotesi che l'insieme di *collasso* contenga quello delle *non-convergenze numeriche*, cioè che tutte le non-convergenze possano essere considerati dei collassi.

Un'alternativa più efficiente per calcolare la fragilità si basa sull'uso di un campione di valori della variabile  $S_a^{Y=1}$ , ossia del valore dell'accelerazione spettrale che produce un valore unitario di  $Y$  e cioè il raggiungimento dello stato limite. Questo approccio, usato ad es. in (Schotanus, 2003) e (Vamvatsikos, 2002), si basa sull'ipotesi che valga la seguente uguaglianza:

$$P(Y > 1|S_a) = P(S_a^{Y=1} \leq S_a) \quad (7)$$

Assumendo che  $S_a^{Y=1}$  sia descrivibile come variabile lognormale con mediana  $\eta_{S_a^{Y=1}}$  e dispersione  $\beta_{S_a^{Y=1}}$ , la curva di fragilità segue immediatamente come curva di distribuzione di  $S_a^{Y=1}$ :

$$P(S_a^{Y=1} \leq S_a) = \Phi\left(\frac{\ln S_a - \ln \eta_{S_a^{Y=1}}}{\beta_{S_a^{Y=1}}}\right) \quad (8)$$

Questo approccio è doppiamente vantaggioso: essendo infatti  $S_a^{Y=1}$  praticamente insensibile ai valori molto elevati di  $Y$ , non è necessario distinguere i casi di *convergenza* da quelli di *non-convergenza*; inoltre l'onere di calcolo richiesto è ridotto rispetto a quello richiesto dalle (4) o (5)-(6), perché la relazione  $S_a - Y$  interessa solo nell'intorno di  $Y = 1$ .

### 3.2 Soluzione in forma chiusa dell'integrale del rischio

La (3) può essere risolta anche in forma chiusa, a prezzo di alcune approssimazioni, facendo le seguenti due ipotesi:

- La pericolosità sismica può essere rappresentata come legge di potenza:  $\lambda_{S_a}(S_a) = k_0 \cdot S_a^{-k}$
- Il rapporto critico può essere espresso come prodotto:  $Y = \eta_{Y|S_a} \cdot \varepsilon_{Y|S_a}$

dove la mediana è espresso come legge di potenza in funzione dell'accelerazione spettrale ( $\eta_{Y|S_a} = a \cdot S_a^b$ ) e la variabile  $\varepsilon_{Y|S_a}$  è lognormale con mediana unitaria e dispersione  $\beta_{Y|S_a}$ . La forma chiusa dell'integrale in (3) diviene (Jalayer, 2003):

$$\lambda_{LS} = \lambda_{S_a} \left(\frac{1}{b\sqrt{a}}\right) \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \frac{k^2}{b^2} \beta_{Y|S_a}^2\right) \quad (9)$$

dove  $1/b\sqrt{a}$  è l'accelerazione spettrale mediana che produce il raggiungimento dello stato limite ( $Y=1$ ).

### 3.3 Diversi usi delle analisi dinamiche non lineari per stabilire un modello probabilistico della Y

In funzione dell'approccio adottato per il calcolo del rischio in (3) strategie diverse di utilizzo delle analisi dinamiche non lineari risultano vantaggiose per la determinazione dei parametri di  $Y$  o di  $S_a^{Y=1}$ .

Se si intende calcolare la fragilità usando le (4) o (5)-(6) ci si può avvalere della così detta analisi "a strisce". Questa consiste nell'effettuare l'analisi dinamica per un gruppo di  $n$  registrazioni di accelerazione del suolo (opportunitamente selezionate, vedi nel seguito) scalandole perché abbiano tutte la stessa accelerazione spettrale  $S_a$  (Jalayer, 2006a). L'analisi viene ripetuta per un numero sufficiente di valori di  $S_a$ , a ogni livello di intensità sismica corrisponde una "striscia" di valori di  $Y$  da cui è possibile stimare i parametri  $\eta_{Y|S_a, NL}$ ,  $\beta_{Y|S_a, NL}$  and  $P(L|S_a)$ . Questa procedura è schematicamente illustrata in Figura 1 (sinistra).

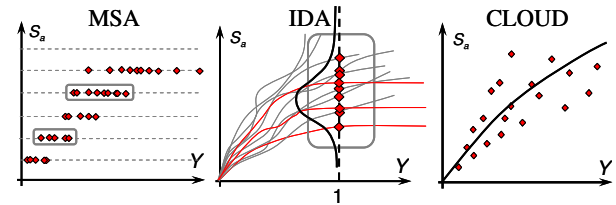


Figura 1 Analisi a "strisce" (Multiple-stripe analysis, sinistra), analisi dinamica incrementale (Incremental Dynamic Analysis, centro), analisi non scalate o a "nuvola" (Cloud analysis, destra).

Se si intende calcolare la fragilità facendo uso della (8), si possono usare varianti della così detta "analisi dinamica incrementale" (Vamvatsikos, 2002). Per ogni registrazione si effettuano analisi dinamiche a livelli diversi dell'intensità sismica  $S_a$  determinati secondo un algoritmo di ricerca sino a quando non si produce il raggiungimento dello stato limite ( $Y=1$ ). I valori trovati di  $S_a^{Y=1}$  permettono quindi di stimare i parametri  $\eta_{S_a^{Y=1}}$  e  $\beta_{S_a^{Y=1}}$ . Questa procedura è schematicamente illustrata in Figura 1 (centro).

Infine, se si intende fare uso della forma chiusa (9) per calcolare il rischio, si può procedere con l'analisi così detta a "nuvola" (Jalayer, 2006b), che prevede di effettuare una sola analisi per ogni registrazione selezionata, per il livello naturale di intensità delle registrazioni (*unscaled*). Il vantaggio principale di questa tecnica è che non richiede di scalare le registrazioni eliminando il rischio di distorcerne le caratteristiche naturali. Inoltre, il numero di registrazioni richiesto è di solito contenuto, nell'ordine di 10-30, risultando quindi molto conveniente per una valutazione probabilistica approssimata ma speditiva del rischio sismico. Effettuando

una regressione lineare del logaritmo dei valori ottenuti per  $Y$  sul logaritmo di quelli di  $S_a$ , si ottengono i parametri  $a$ ,  $b$  e  $\beta_{Y|S_a}$  nella (9). Questa procedura è schematicamente illustrata in Figura 1 (destra).

### 3.4 L'incertezza di modello nella capacità degli elementi strutturali

La capacità (resistenza, deformabilità) dei componenti è generalmente fornita da formule di natura empirica o semi-empirica, le stesse riportate nelle norme per la valutazione della sicurezza sismica delle strutture esistenti. Tali formule, che forniscono la capacità media o mediana, sono normalmente affette da un grado di incertezza anche importante (con coefficienti di variazione del 40% in certi casi), attribuito a un termine di errore del modello che le moltiplica. L'entità di queste incertezze suggerisce che possano costituire un contributo non trascurabile, anche rispetto a quello comunque dominante dell'incertezza nell'azione sismica, all'incertezza totale. A queste incertezze sulla definizione della capacità degli elementi si devono poi sommare quelle sulla definizione del valore dei parametri meccanici che entrano sia in tali formule che nello stesso modello strutturale (ad es.: la resistenza del calcestruzzo  $f_c$ ). In questa sezione si presenta un metodo semplificato per tenere conto del contributo di queste incertezze all'incertezza totale di  $Y$  o  $S_a^{Y=1}$ .

**Caso di integrazione numerica** Se  $\epsilon_{UC}^*$  rappresenta il vettore dei parametri meccanici aleatori, la fragilità nella (8) può essere riscritta come:

$$P(S_a^{Y=1} \leq S_a) = \int P(S_a^{Y=1} \leq S_a | \epsilon_{UC}^*) f(\epsilon_{UC}^*) d\epsilon_{UC}^* \quad (10)$$

Questo integrale non ha normalmente una soluzione analitica, può però essere calcolato mediante simulazione, estraendo cioè un adeguato numero di campioni di  $\epsilon_{UC}^*$  dalla distribuzione congiunta  $f(\epsilon_{UC}^*)$ . Naturalmente il calcolo della curva di fragilità deve essere ripetuto per tutti i campioni aumentando notevolmente il numero di analisi.

Un'alternativa approssimata ma efficiente consiste nel definire una variabile scalare  $\epsilon_{UC}$  che rappresenti l'effetto globale delle variabili incerte nel vettore  $\epsilon_{UC}^*$  sull'intensità che provoca lo stato limite considerato  $S_a^{Y=1}$ . Assumendo che la mediana e la dispersione di  $S_a^{Y=1}$  condizionate a  $\epsilon_{UC}^*$  possano essere espresse nella forma:

$$\eta_{S_a^{Y=1}|\epsilon_{UC}^*} = \eta_{S_a^{Y=1}|\epsilon_{UC}^*=1} \cdot \epsilon_{UC} \quad (11)$$

$$\beta_{S_a^{Y=1}|\epsilon_{UC}^*} = \beta_{S_a^{Y=1}} \quad (12)$$

e che  $\epsilon_{UC}$  sia una variabile lognormale con mediana unitaria e dispersione  $\beta_{UC}$ , l'integrale in (10) ha forma chiusa (fatto che può essere provato come descritto in (Jalayer, 2003) Appendice A):

$$P(S_a^{Y=1} \leq S_a) = \Phi \left( \frac{\ln S_a - \ln \left( \eta_{S_a^{Y=1}|\epsilon_{UC}^*=1} \right)}{\sqrt{\beta_{S_a^{Y=1}}^2 + \beta_{UC}^2}} \right) \quad (13)$$

La (13) mostra che con questa formulazione la presenza di incertezza nella modellazione della capacità dei componenti e della struttura in generale, si manifesta in un incremento della dispersione totale di  $S_a^{Y=1}$ .

**Caso di forma chiusa del rischio** La forma chiusa per il calcolo del rischio può essere estesa al caso di incertezza nei modelli di capacità facendo un'ipotesi analoga alla (11) per la mediana di  $Y$  condizionata a  $S_a$ :

$$\eta_{Y|S_a, \epsilon_{UC}} = \eta_{Y|S_a, \epsilon_{UC}=1} \cdot \epsilon_{UC} \quad (14)$$

dove  $\epsilon_{UC}$  è una variabile scalare che rappresenta l'effetto globale delle variabili incerte nel vettore  $\epsilon_{UC}^*$  sulla misura di danno  $Y$ . Si osservi che si è assunto che  $\epsilon_{UC}$  sia indipendente dall'intensità sismica  $S_a$ . L'integrale (9) diventa in questo caso (Jalayer, 2003):

$$\lambda_{LS} = \lambda_{S_a} \left( \frac{1}{b/a} \right) \cdot \exp \left( \frac{1}{2} \frac{k^2}{b^2} \left( \beta_{Y|S_a, \epsilon_{UC}=1}^2 + \beta_{UC}^2 \right) \right) \quad (15)$$

**Stima del parametro di dispersione aggiuntivo  $\beta_{UC}$** . Le procedure che si possono seguire per stimare il parametro  $\beta_{UC}$  richiedono normalmente di estrarre campioni delle variabili aleatorie *strutturali* (cioè  $\epsilon_{UC}^*$  ed eventualmente altri parametri meccanici). Trattandosi sempre di quantità definite positive i campioni possono essere estratti assumendo una distribuzione marginale di tipo lognormale. Nel caso specifico dei termini di errore dei modelli di capacità, assumendo che le formule forniscano la capacità mediana, si può adottare per i termini di  $\epsilon_{UC}^*$  una mediana unitaria e una dispersione pari all'errore standard di regressione delle formule stesse. Rimane il problema, ai fini della simulazione del vettore  $\epsilon_{UC}^*$ , di conoscere le correlazioni tra i vari termini di errore.

In linea puramente concettuale, queste correlazioni nascono da due fonti a cui si possono associare due corrispondenti contributi al termine di errore: nelle diverse formule di capacità entrano parametri meccanici comuni che sono definiti con incertezza e sono normalmente affetti da una certa variabilità spaziale, inoltre, anche se questi parametri fossero deterministicamente noti e omogenei sulla struttura, le formule sono affette da un errore di modello. Si può pensare quindi che il primo termine di errore tenga conto di fattori che non sono inclusi nelle formule (perché sono modelli inadeguati di una realtà più complessa) e influenzano *gruppi di elementi*, come ad esempio le condizioni di maturazione del cls, o la qualità della manodopera, mentre il secondo termine d'errore tenga conto di fattori anch'essi non inclusi nelle formule ma che influenzano singolarmente gli elementi. Il reale grado di correlazione tra le capacità di due elementi dipende dal peso relativo dei due termini indicati (il primo spinge verso la correlazione perfetta, il secondo in senso opposto). Allo stato attuale delle conoscenze non appare possibile affrontare la determinazione dei coefficienti di correlazione in accordo a questa linea di ragionamento (semplicemente per mancanza di un supporto sperimentale).

Semplificando nello spirito fin qui seguito, si può assumere che nel calcolo di  $Y$  i termini di errore dello stesso tipo (stesso tipo di capacità, ad es: resistenza a taglio) siano perfettamente correlati, mentre quelli di meccanismi diversi siano perfettamente non correlati. Segue che il valore del rapporto critico può essere calcolato come:

$$Y = \max_t \max_{j=1, \dots, N_n} \frac{1}{\epsilon_{UC, j}^*} \min_{i \in I_j} \frac{D_i(t)}{C_i(t)} \quad (17)$$

dove  $\varepsilon_{UC,j}^*$  è la componente di  $\varepsilon_{UC}^*$  corrispondente al  $j$ -esimo modo di collasso. Associando a ogni registrazione di moto sismico utilizzata per le analisi non lineari un campione di  $\varepsilon_{UC}^*$  è possibile ricavare un insieme di valori di  $Y$ . Questi valori possono essere utilizzati per ottenere una stima di  $\beta_{UC}$  seguendo l'approccio Bayesiano (Box, 1992):

$$p(\beta_{UC}|D) = c^{-1} p(D|\beta_{UC}) p(\beta_{UC}) \quad (18)$$

dove  $D$  indica i *dati osservati* (cioè i valori  $Y_i$ ),  $p(D|\beta_{UC})$  è la probabilità di osservare tali valori  $Y_i$  condizionata a un certo valore di  $\beta_{UC}$  (anche nota come funzione di verosimiglianza o *likelihood*),  $p(\beta_{UC})$  è la distribuzione *a priori* di  $\beta_{UC}$ , e  $p(\beta_{UC}|D)$  è la distribuzione *aggiornata* o *a posteriori* di  $\beta_{UC}$  ottenuta sulla base dei dati  $D$  ( $c$  è una costante di normalizzazione). La moda di  $p(\beta_{UC}|D)$  può essere usata come stima di  $\beta_{UC}$  (il valore più verosimile, date le osservazioni).

Nel caso di forma chiusa del rischio, la *likelihood*  $p(D|\beta_{UC})$  può essere espressa come prodotto (osservazioni indipendenti) di densità lognormali (si è fatta l'ipotesi che  $Y$  sia condizionalmente a  $S_a$  lognormale):

$$p(D|\beta_{UC}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{Y_i \beta_T} \phi\left(\frac{\ln Y_i - \ln a \cdot S_{a,i}^b}{\beta_T}\right) \quad (19)$$

dove la dispersione totale vale  $\beta_T = \sqrt{\beta_{Y|S}^2 + \beta_{UC}^2}$ .

Nel caso di valutazione numerica del rischio, la *likelihood*  $p(D|\beta_{UC})$  può ancora essere espressa come prodotto (osservazioni indipendenti) di densità lognormali (si è fatta l'ipotesi che  $S_a^{Y=1}$  sia lognormale) calcolate per i valori osservati  $S_{a,i}^{Y=1}$ :

$$p(D|\beta_{UC}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{S_{a,i}^{Y=1} \beta_T} \phi\left(\frac{\ln S_{a,i}^{Y=1} - \ln \eta_{S_{a,i}^{Y=1}|\varepsilon_{UC=1}}}{\beta_T}\right) \quad (20)$$

dove stavolta la dispersione totale vale  $\beta_T = \sqrt{\beta_{S_{a,i}^{Y=1}}^2 + \beta_{UC}^2}$ .

Per quanto riguarda la distribuzione *a priori* normalmente si può fare riferimento al caso in cui non si abbia alcuna informazione su  $\beta_{UC}$  e adottare una distribuzione così detta non-informativa. In questo caso si può mostrare che una distribuzione di questo tipo è uniforme per il logaritmo della deviazione standard della distribuzione Gaussiana nella *likelihood*, cioè  $\ln \beta_T = \text{const}$ :

$$p(\beta_{UC}) \propto \frac{\beta_{UC}}{\beta_T^2} \quad (21)$$

## 4. APPLICAZIONE

### 4.1 Struttura, modello, azione sismica e modelli di capacità considerati

La metodologia proposta è illustrata con riferimento a un telaio in cemento armato di otto piani e tre campate (Figura 2, in alto), concepito per essere rappresentativo di una struttura in c.a. di vecchia concezione, progettata quindi con forze statiche equivalenti di entità convenzionale e senza applicare alcun criterio di gerarchia delle resistenze. Della struttura è realizzato un modello piano nel programma di analisi agli elementi finiti OpenSees (McKenna, 2000) con elementi di trave-colonna a inelasticità distribuita, discretizzazione a fibre delle sezioni trasversali, modelli uni assiali isteretici per il

comportamento dei materiali componenti (Kent-Scott-Park per il cls e Menegotto-Pinto per l'acciaio). Il periodo della struttura calcolato dopo l'applicazione dei carichi verticali (struttura fessurata) è di 1.5s. Nelle analisi dinamiche si è usato anche uno smorzamento viscoso alla Rayleigh del 5%.

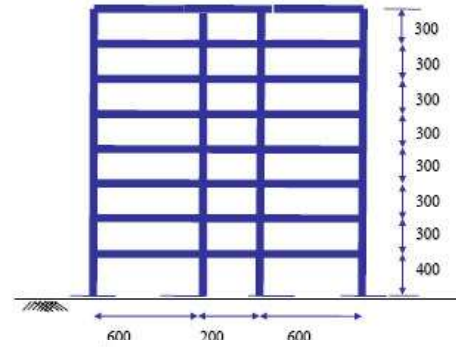


Figura 2 Telaio a otto piani.

Per quanto riguarda la pericolosità sismica, si è supposto che la struttura in esame sia situata in un sito della California meridionale per il quale la curva di pericolosità era già disponibile. Tale curva, ottenuta mediante analisi probabilistica della pericolosità sismica o PSHA (McGuire, 2004), è mostrata a tratto continuo nella Figura 3. La figura mostra anche l'approssimazione del tipo  $k_0 S_a^{-k}$  necessaria al calcolo della frequenza annuale di superamento dello stato limite secondo la forma chiusa (9). La descrizione probabilistica dell'azione sismica è completata dalla selezione di un insieme di registrazioni naturali in numero di 30 dal catalogo *on-line* del Pacific Earthquake Engineering Research Center. Le registrazioni sono state scelte in intervalli di magnitudo  $6.5 \leq M \leq 7$  e di distanza  $15 \text{ km} \leq r \leq 30 \text{ km}$ .

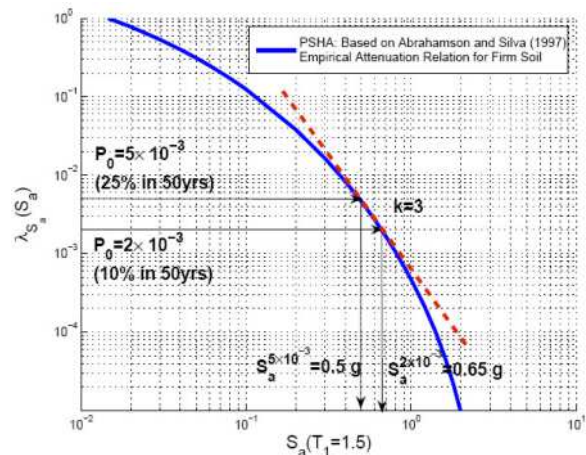


Figura 3 Curva di pericolosità nel sito in esame.

Viene considerato uno stato limite globale vicino al collasso. I meccanismi considerati per la definizione del corrispondente rapporto critico domanda-capacità sono di tre tipi: meccanismi di rottura duttile per esaurimento della

capacità deformativa o di rottura fragile per raggiungimento della soglia di resistenza a taglio di singoli elementi resistenti verticali (i pilastri; in realtà i due pilastri centrali, vicini tra loro, sono considerati *in parallelo*, devono cioè aver entrambi superato la capacità deformativa), e meccanismi di snervamento, come ad esempio il *piano soffice*, nel quale un certo insieme di elementi (travi e pilastri) concorrono snervandosi a determinare una decisa riduzione di rigidità/resistenza laterale. Meccanismi più complessi possono coinvolgere più piani contemporaneamente. Maggiori dettagli si possono trovare in (Jalayer, 2007b).

La domanda e la capacità dei meccanismi duttili (rottura di singoli pilastri o snervamento di un gruppo) sono espresse in termini di distorsione flessionale, o rotazione rispetto alla corda  $\theta$ . I modelli adottati per le capacità (mediana) di *snervamento e ultima* sono quelli di (Panagiotakos, 2001) (la (23) è semplificata per tenere conto del fatto che è applicata solo ai pilastri):

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_s}{3} + 0.0025 + \frac{0.25 \varepsilon_y d_b f_y}{(h-h') \sqrt{f_c}} \quad (22)$$

$$\theta_u = 0.00992 \cdot 0.3^v \left( \frac{L_s}{h} \right)^{0.425} \cdot 25^{\alpha \rho_{sx} f_y / f_c} \quad (23)$$

nelle quali:  $\phi_y$  è la curvatura di snervamento,  $L_s$  è la lunghezza di taglio,  $\varepsilon_y$  e  $f_y$  sono la deformazione e la tensione di snervamento dell'acciaio,  $d_b$  è il diametro delle barre longitudinali,  $h$  e  $h'$  sono la profondità dell'acciaio teso e di quello compresso,  $v = N / (A_c f_c)$  è lo sforzo normale adimensionalizzato,  $\alpha$  il coefficiente di efficienza del confinamento offerto dalle staffe e  $\rho_{sx}$  la percentuale geometrica di armatura trasversale. Alla (22) si associa un termine di errore con media unitaria e dispersione pari al 36% sulla base di dati riportati in (Panagiotakos, 2001). La dispersione dell'analogo termine per la (23) è invece del 47%, sulla base dei dati riportati in (Panagiotakos, 2001).

Per quanto riguarda domanda e capacità del meccanismo fragile di taglio, queste sono espresse in termini di forza di taglio  $V$ . Il modello di capacità (mediana) adottato è quello presentato in (Martín-Pérez, 1998) che fornisce la resistenza ultima come somma dei contributi del calcestruzzo (dipendente dal concomitante sforzo normale) e dell'acciaio  $V_u = k(V_c + V_s)$ :

$$V_c = 0.5 \sqrt{f_c} A_c \left( \frac{d}{L_s} \sqrt{1 + \frac{N}{A_c 0.5 \sqrt{f_c}}} \right) \quad (24)$$

$$V_s = A_s f_y \frac{d}{s} \quad (25)$$

dove  $0.5 \sqrt{f_c}$  è la resistenza a trazione del cls. La dispersione del termine di errore è posta pari al 40%, e il fattore  $k = 0.8$ .

#### 4.2 Valutazione delle prestazioni

La frequenza annuale media di superamento dello stato limite considerato viene dapprima calcolata con la forma chiusa (9). Le 30 registrazioni indicate vengono usate non scalate, cioè ognuna con la propria intensità sismica  $S_a$  originale, per effettuare analisi dinamiche non lineari e calcolare 30 valori di  $Y$ . I risultati, con riferimento per ora al

caso di incertezza nulla sulla capacità degli elementi (valori delle capacità pari a quelli mediani forniti dalle formule), sono mostrati nella Figura 4. La figura riposta anche i valori dei parametri calcolati per l'approssimazione di potenza della relazione mediana tra intensità sismica e variabile di danno globale  $Y$ . Quest'ultima relazione è mostrata a tratto continuo.

La frequenza annuale di superamento vale:

$$\lambda_{LS} = \lambda_{S_a} \left( \frac{1}{0.64 \sqrt{1.375}} \right) \cdot \exp \left( \frac{1}{2} \frac{3^2}{0.64^2} 0.33^2 \right) = \quad (26)$$

$$= 3 \times 10^{-3} \cdot 3.3 = 0.0099 = 0.99\%$$

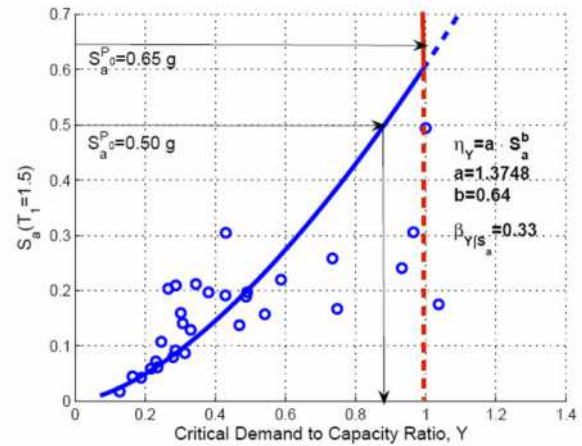


Figura 4 Risultati dell'analisi "cloud".

Il caso di incertezza nei modelli di capacità è affrontato come indicato precedentemente. Per ogni registrazione si genera un campione del vettore  $\varepsilon_{UC}^*$  e si calcolano i valori di  $Y$  secondo la (17) (si noti che non è richiesta alcuna analisi dinamica aggiuntiva). Con tali valori si determina una stima del parametro  $\beta_{UC}$  a partire da una distribuzione a priori non informativa definita tra 0 (certezza assoluta) e 1 (ragionevole limite superiore). Il risultato è mostrato in Figura 5.

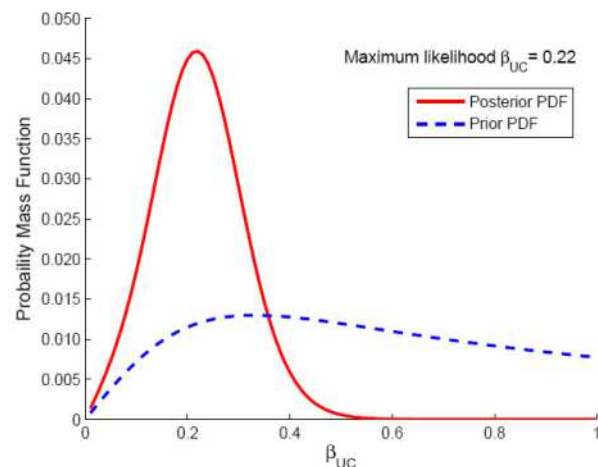


Figura 5 Stima del parametro di dispersione aggiuntiva dovuto all'incertezza nei modelli di capacità.

La stima del parametro di dispersione aggiuntiva è  $\beta_{UC} = 0.22$ . Il valore della frequenza annuale di collasso diventa pertanto:

$$\lambda_{LS} = 0.0099 \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \frac{3^2}{0.64^2} 0.22^2\right) = 0.0168 = 1.68\% \quad (27)$$

Si procede quindi alla determinazione della curva di fragilità, sia in condizioni di certezza assoluta che di incertezza sui modelli di capacità degli elementi, per ottenere una stima della frequenza annuale di superamento per integrazione numerica con la curva di pericolosità.

La Figura 6 mostra i risultati dell'analisi dinamica incrementale effettuata con le 30 registrazioni prescelte per determinare i valori di  $S_a^{Y=1}$ . La figura mostra in nero la densità lognormale ottenuta a partire da questi dati. Nella figura sono indicati anche tre frattili della distribuzione di  $Y$  a vari livelli dell'intensità sismica. In particolare, la curva a tratto continuo indica la mediana  $\eta_{Y|S_a, NL}$  mentre quelle a tratteggio i frattili al 16% e 84%. Si noti che i frattili di  $Y$ , come indicato, sono quelli ottenuti dalle analisi arrivate a convergenza. Questi ultimi sono ricavati, insieme alla probabilità  $P(L|S_a)$ , al fine di confrontare i risultati degli approcci (5)-(6) e (8) al calcolo della fragilità strutturale. Dall'esame della figura appare chiaro perché nel secondo approccio non è necessario distinguere i casi di convergenza da quelli di non convergenza.

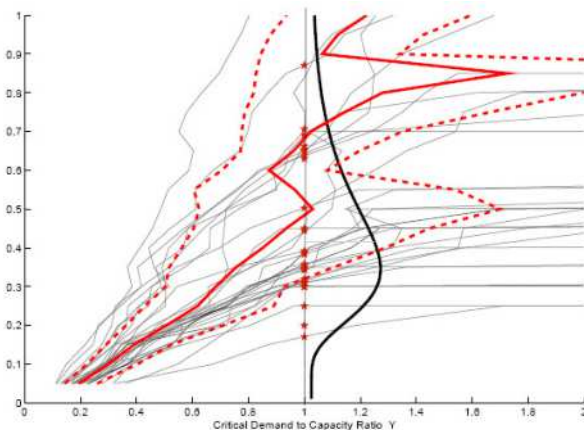


Figura 6 Analisi dinamica incrementale per la determinazione della curva di fragilità.

La Figura 7 mostra le due curve di fragilità le quali risultano chiaramente coincidenti ai fini pratici. La stessa figura mostra anche la curva di fragilità ottenuta con l'espressione (13) dopo aver stimato il parametro  $\beta_{UC}$ . Si noti che in questo caso è necessario effettuare nuove analisi dinamiche (in generale, comunque, è possibile ridurre molto il numero di analisi necessarie a trovare  $S_a^{Y=1}$  partendo dall'intensità  $S_a^{Y=1}$  ottenuta in assenza di incertezza sulla capacità). La stima è  $\beta_{UC} = 0.3$ .

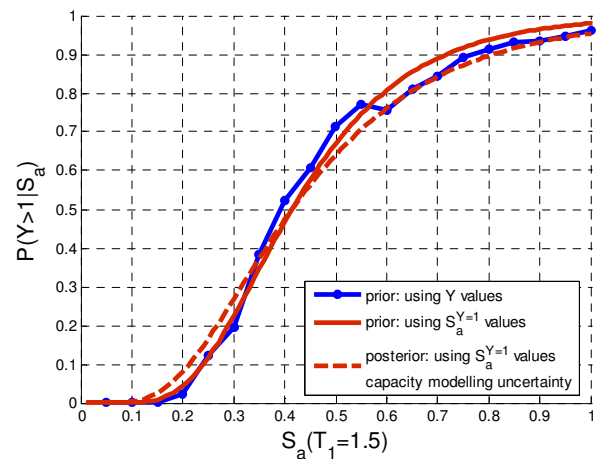


Figura 7 Curve di fragilità ottenute mediante: (a) uso dei valori di  $Y$  condizionati a  $S_a$ , (b) uso dei valori di  $S_a^{Y=1}$ , (c) uso di  $S_a^{Y=1}$  con incertezza nel modello di capacità.

Integrando le curve di pericolosità e fragilità secondo la (3) si ottengono i seguenti valori della frequenza media annuale di collasso:  $\lambda_{LS} = 1.16\%$  senza incertezza sulla capacità, e  $\lambda_{LS} = 1.47\%$  con incertezza sulla capacità. In questo caso i valori si confrontano molto bene con i corrispondenti valori calcolati mediante le forme chiuse (9) o (15), ottenuti però con un onere di calcolo molto più contenuto (solo 30 analisi contro 30 analisi per il numero di livelli di  $S_a$  nel calcolo numerico).

Infine, è interessante analizzare un altro risultato dell'analisi dinamica incrementale: la distribuzione del meccanismo critico al variare dell'intensità sismica  $S_a$ . La Figura 8 mostra gli istogrammi delle frequenze dei modi di collasso considerati, per valori crescenti di  $S_a$  dal basso verso l'alto. I meccanismi dal primo al 24° (pilastro esterno a sinistra, pilastri centrali in parallelo e pilastro esterno a destra per otto piani) sono quelli di rottura duttile per  $\theta > \theta_u$ , quelli dal 25° al 37° sono i meccanismi di snervamento e i rimanenti sono quelli di rottura fragile per  $V > V_u$ .

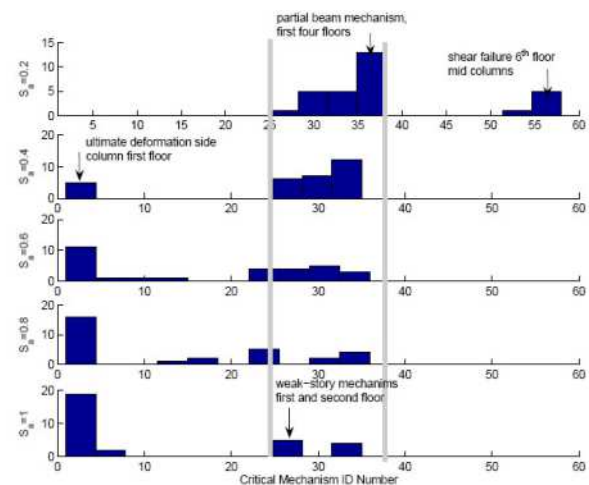


Figura 8 Distribuzione del meccanismo critico al variare dell'intensità.

Si può notare come il peso dei vari modi cambi al variare di  $S_a$  e mentre alle basse intensità i modi con rapporto domanda-capacità più elevato sono quelli di rottura duttile (una colonna in particolare è la meno duttile), al crescere della domanda inelastica si attivano dei meccanismi di piano multipli che risultano più vicini al collasso. Questa molteplicità di modi di collasso al variare dell'azione, registrazione e intensità, mette in luce un possibile punto di criticità nella valutazione delle strutture mediante analisi statica non lineare.

## 5. CONCLUSIONI

Il lavoro presenta l'uso di una variabile scalare sintetica che, a partire dallo stato dei suoi elementi componenti, permette di esprimere la distanza di una struttura da uno stato limite formulato in termini globali. La variabile proposta è usata nella valutazione probabilistica della sicurezza sismica di un telaio in cemento armato, mettendo in evidenza come essa possa agevolmente integrare le informazioni provenienti dall'analisi strutturale (dinamica non lineare) con quelle sulla capacità degli elementi strutturali fornite da formule semi-empiriche. In particolare la variabile proposta permette di incorporare razionalmente le informazioni sull'incertezza dei modelli di deformabilità o resistenza degli elementi e di "propagarla" fino allo stato globale della struttura. L'applicazione dimostra che l'uso di tale variabile consente di arrivare a valutazioni probabilistiche sulla sicurezza sismica che tengano conto delle principali fonti di incertezza con un onere computazionale molto contenuto, nell'ordine di poche decine di analisi.

Una validazione dei risultati presentati con un metodo di simulazione dinamica avanzata (Au, 2003) può essere trovata in (Jalayer, 2007c).

## BIBLIOGRAFIA

[1] AU, S.K., BECK J.L. (2003) – Subset Simulation and its application to seismic risk based on dynamic analysis. *Jnl of Engng Mechanics* ASCE.

[2] BOX, G.E.P., TIAO, G.C. (1992) – Bayesian Inference in Statistical Analysis *Wiley Classics Library*, John Wiley & Sons Inc.

[3] DITLEVSEN, O., MASDEN, H.O. (1996) – Structural Reliability Methods, John Wiley & Sons Inc.

[4] FIB (2003) – Seismic Assessment and Retrofit of Reinforced Concrete Buildings. Federation International du Beton (FIB) State of the Art Report n.24.

[5] JALAYER, F., BECK, J.L. (2007) – Effects of alternative representations of ground motion uncertainty

on seismic risk assessment of structures. *Earthq. Engng & Struct. Dyn.*, Wiley.

[6] JALAYER, F., CORNELL, C.A. (2003) – A Technical Framework for Probability-Based Demand and Capacity Factor Design (DCFD) Seismic Formats. Pacific Earthq. Engineering Research Center Report 2003/08.

[7] JALAYER, F., CORNELL, C.A. (2006) – Alternative non-linear demand estimation methods for probability-based seismic assessments - Part I: wide range methods. *Earthquake Spectra*, (in revisione).

[8] JALAYER, F., CORNELL, C.A. (2006) – Alternative non-linear demand estimation methods for probability-based seismic assessments - Part II: reducing the analysis effort. *Earthquake Spectra*, (in revisione).

[9] JALAYER F, FRANCHIN P, PINTO PE. (2007) – A Scalar Damage Measure for Seismic Reliability Analysis of RC Frames. *Earthq. Engng & Struct. Dyn.*, Wiley.

[10] JALAYER F, FRANCHIN P, PINTO PE. (2007) – Structural modelling uncertainty in seismic reliability analysis of RC frames: use of advanced simulation methods. *Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, (COMPdyn2007) Crete, Greece.

[11] LUCO, N., CORNELL, C.A. (2006) – Structure-specific scalar intensity measures for near-source and ordinary earthquake ground motions. *Earthq. Engng & Struct. Dyn.*, Wiley (in revisione).

[12] LUPOI, G., FRANCHIN, P., LUPOI, A., PINTO, P.E. (2006) – Seismic fragility analysis of structural systems. *Jnl Engng Mechanics*, ASCE Vol.132(4):385-395.

[13] MCKENNA, F., FENVES, G.L., JEREMIC, B., SCOTT, M.H. (2000) – Open system for earthquake engineering simulation, <http://opensees.berkeley.edu>.

[14] MCGUIRE, R.K. (2004) – Seismic Hazard and Risk Analysis, Monograph, Earthquake Engineering Research Institute.

[15] MARTIN-PEREZ, B., PANTAZOPOULOS, S.J. (1998) – Mechanics of concrete participation in cyclic shear resistance of reinforced concrete. *Jnl Struct. Engng* ASCE Vol.124(6):633-641

[16] PINTO, P.E., GIANNINI, R., FRANCHIN, P. (2004) – Seismic Reliability Analysis of Structures, IUSSPress, Pavia ([www.iusspress.it](http://www.iusspress.it))

[17] PANAGIOTAKOS, T.B., FARDIS, M.N. (2001) – Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate. *ACI Structural Journal* Vol. 98(2):135-148.

[18] SCHOTANUS, M.I.J., FRANCHIN, P. (2003) – Seismic reliability analysis using response surface: a simplified approach. *2nd ASRANet Colloquium*. Barcelona, Spain.

[19] VAMVATSIKOS, V., CORNELL, C.A. (2002) – Incremental Dynamic Analysis. *Earthq Engng & Struct. Dyn.*, Wiley Vol.31(3):491-514.



# PROPOSTA DI UN NUOVO METODO PUSHOVER PER LA VALUTAZIONE DELLA RISPOSTA TORSIONALE INELASTICA DI EDIFICI ASIMMETRICI IN PIANTA

Andrea Lucchini<sup>1</sup>, Giorgio Monti<sup>1</sup>, Sashi Kunnath<sup>2</sup>

1 Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Sapienza Università di Roma

2 Department of Civil & Environmental Engineering, University of California at Davis, USA

## SOMMARIO

Mentre la risposta sismica degli edifici asimmetrici in pianta in campo elastico è stata esaurientemente studiata, conclusioni di validità generali nel campo della risposta torsionale inelastica sono ancora assenti. L'intenzione del presente studio è di fare luce sull'interpretazione del comportamento sismico di questi tipi di edifici e di identificare i parametri che governano la risposta non lineare. Per conseguire questo obiettivo, sono riportati e discussi i risultati di analisi dinamiche non lineari effettuate dagli autori su sistemi caratterizzati da differenti configurazioni di rigidità e resistenze, rappresentativi di una larga classe di edifici asimmetrici in pianta. Nel lavoro vengono quindi proposte considerazioni di tipo energetico per spiegare i differenti comportamenti sismici osservati dei sistemi studiati. Viene infine proposta e verificata una nuova procedura, basata su un approccio di tipo energetico, per la definizione del vettore di carico da utilizzare nelle analisi pushover.

## SUMMARY

While the seismic elastic response of asymmetric plan buildings has been extensively studied, conclusions of general validity in the field of inelastic torsional response are still lacking. The intention of the present investigation is both to shed light over the interpretation of the seismic behavior of these types of buildings and to identify the parameters governing their nonlinear response. In order to achieve this objective, results from nonlinear dynamic analyses on systems with different strength and stiffness configurations, representative of a large class of asymmetric-plan buildings, are reported and discussed. Energetic considerations are then proposed for explaining different observed seismic behaviors of the studied systems. A new energy-based procedure for the definition of the load vector to use in the pushover analysis is finally proposed and assessed.

## 1. INTRODUZIONE

L'accoppiamento della risposta sismica traslazionale e rotazionale degli edifici asimmetrici in pianta, produce una domanda inelastica non uniforme fra gli elementi resistenti. Questo rende gli edifici con una distribuzione non simmetrica in pianta di resistenze e rigidità particolarmente vulnerabili al danneggiamento sotto carichi sismici. Per questo motivo, risulta particolarmente interessante ed importante raggiungere una chiara comprensione del comportamento sismico torsionale di questi edifici.

Mentre il loro comportamento elastico è stato ampiamente studiato, conclusioni generali riguardanti la risposta torsionale inelastica sono ancora mancanti (Fajfar et al. [1]). Molti studi hanno posto l'attenzione sull'identificazione dei parametri che maggiormente influenzano e governano il comportamento non lineare degli edifici asimmetrici in pianta. Fra questi: l'eccentricità fra il centro di rigidità e il centro delle resistenze (Chopra et al. [2]), la distribuzione di asimmetria in pianta (Gheris et al.[3]), la bi-direzionalità dell'eccitazione

sismica (Peruš et al. [4]), il rapporto delle frequenze traslazionale e torsionale disaccoppiate (Fajfar et al. [1]), e le proprietà dell'azione sismica in frequenza, intensità e durata (De Stefano et al. [5]). Comunque, rimangono tuttavia temi importanti che ancora non sono stati risolti. Per esempio, non è ancora chiaro in quali casi e per quali ragioni la risposta torsionale di questi tipi di sistemi cambia quando passa dal campo lineare a quello non lineare. Lo scopo del presente studio è fare luce sull'attuale comprensione del comportamento sismico degli edifici asimmetrici in pianta e di identificare i parametri che governano la risposta non lineare.

Il presente lavoro è organizzato come segue. Per primo, nel Capitolo 2, sono descritte le proprietà dei sistemi asimmetrici in pianta studiati. Nel Capitolo 3, sono riportati i risultati delle analisi su di un primo caso studio. Vengono inoltre introdotte considerazioni di tipo energetico per spiegare la risposta sismica osservata del sistema considerato. Nel successivo Capitolo 4 sono mostrati i risultati di un'analisi parametrica su sistemi con differenti proprietà meccaniche



elastiche e non elastiche, per validare e generalizzare le conclusioni precedentemente proposte. Nel Capitolo 5 viene infine presentato un nuovo metodo pushover, chiamato E-method, basato su di un approccio energetico per la definizione del vettore di carico. Infine sono riportate le conclusioni e i risultati dello studio e le future indagini già programmate dagli autori.

## 2. SISTEMI STUDIATI

I sistemi analizzati nel presente studio sono edifici monopiano caratterizzati da diaframmi rigidi di piano e masse di piano concentrate. Come mostrato in Figura 1, la resistenza laterale di questi sistemi è fornita da due piani resistenti nella direzione  $x$  e tre in quella  $y$ . Ogni  $i$ esimo piano resistente nella direzione  $x$ , posizionato ad una fissata distanza  $y_i$  dal centro di massa  $CM$ , è caratterizzato da un comportamento di tipo elastico perfettamente plastico, ovvero da un fissato valore di rigidezza  $k_i$  e di resistenza  $f_{xi}$ ; analogamente ad ogni  $j$ esimo piano resistente nella direzione  $y$  è associata una distanza  $x_j$  da  $CM$ , una rigidezza  $k_j$  e una resistenza  $f_{yj}$ .

La distribuzione in pianta delle rigidezze e delle resistenze di tutti i sistemi è simmetrica rispetto all'asse  $x$ , e asimmetrica rispetto all'asse  $y$ , direzione di azione dell'eccitazione sismica  $a_g$ . Questo significa che verranno considerate solamente eccentricità lungo la direzione  $x$ , ovvero rispettivamente le eccentricità  $e_s$  ed  $e_r$  fra  $CM$  ed i centri di rigidezza  $CS$  e di resistenza  $CR$ . Come mostrato in Figura 1, i due gradi di libertà dei sistemi considerati nello studio sono lo spostamento  $u_y$  e la rotazione  $u_\theta$  del diaframma rigido di piano prodotti dalla componente  $y$  dell'azione sismica.

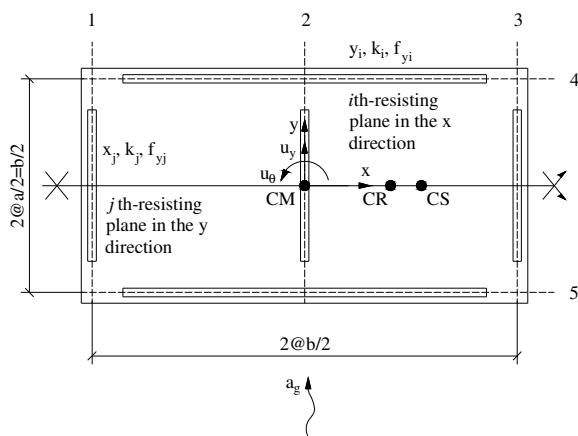


Figura 1 – Vista in pianta dei sistemi analizzati in questo studio. I cinque piani resistenti unidirezionali sono stati modificati facendo variare entrambe le rigidezze  $k$  e le resistenze  $f_y$ , per ottenere sistemi rappresentativi di una larga classe di edifici aventi differenti comportamenti sismici.  $CM$ ,  $CR$  e  $CS$  indicano rispettivamente i centri di massa, resistenza e rigidezza. L'azione sismica è applicata solamente lungo la direzione  $y$ , e i gradi di libertà di interesse dei sistemi sono solamente  $u_y$  e  $u_\theta$ .

La scelta di considerare sistemi così semplici è stata presa sulla base dei risultati ottenuti da De La Llera e Chopra [6] in precedenti studi sul comportamento sismico degli edifici asimmetrici in pianta. In particolare questi autori hanno affermato e dimostrato che “per l’analisi e la progettazione,

molte strutture con più piani resistenti possono essere ragionevolmente approssimate con un modello a tre soli piani resistenti, con uguali ... proprietà elastiche, resistenza laterale e torsionale”.

L'eccitazione utilizzata nelle analisi è un accelerogramma naturale (Figura 2) registrato durante il terremoto del Friuli (6 Maggio, 1976). Nelle analisi effettuate, l'intensità della registrazione, misurata dalla PGA, è stata scalata da 0.25 a 4 volte il suo valore originale in modo tale da poter spingere i sistemi studiati profondamente in campo non lineare.

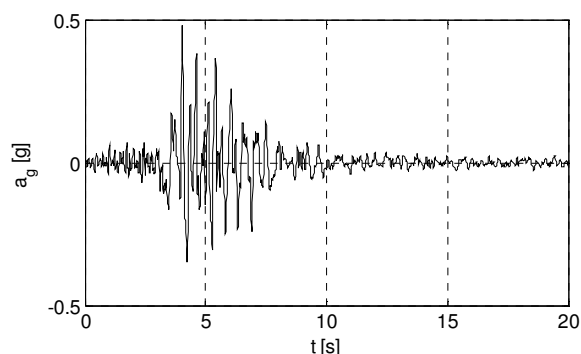


Figura 2 – Accelerogramma registrato durante il terremoto del Friuli (6 Maggio, 1976)

Per gli scopi di questo studio, come meglio verrà mostrato successivamente, è stato considerato sufficiente un solo accelerogramma per l'identificazione di determinati trend della risposta dinamica dei sistemi analizzati. Tuttavia per completezza, sono state effettuate anche delle analisi con differenti registrazioni (qui non riportate), i cui risultati non hanno alterato quelli ottenuti e presentati in questo lavoro.

## 3. RISPOSTA SISMICA NON LINEARE DEI SISTEMI ASIMMETRICI IN PIANTA

In questo capitolo verrà discusso in dettaglio lo studio di un primo caso analizzato (Figura 3a). In particolare verranno descritte le quantità di risposta registrate durante le analisi; verrà poi introdotto il concetto di superficie di energia plastica, fornendo una sua definizione e descrivendo il suo significato; infine verranno proposte delle osservazioni sui i risultati ottenuti per il caso studio analizzato.

### 3.1 Caso studio: proprietà del sistema e quantità di risposta osservate

Il primo caso studio, presentato in questo capitolo, è l'edificio la cui configurazione strutturale è mostrata in Figura 3a. La posizione dei piani resistenti è fissata per ottenere un rapporto  $b/a$  tra i lati della pianta dell'edificio pari a 2. Le rigidezze e le resistenze sono espresse come (sotto)multipli di  $k$  e  $f$ . In tutte le figure successive, le rigidezze più elevate vengono indicate con piani resistenti più lunghi, mentre le resistenze più grandi con scale di grigio più scure.

In questo primo caso studio la resistenza di ogni piano è proporzionale alla sua rigidezza. Il valore delle eccentricità delle distribuzioni delle rigidezze e resistenze  $e_s$  ed  $e_r$  è lo stesso, pari al 10% del lato lungo  $b$  della pianta. Come già precedentemente detto, i piani resistenti nella direzione  $x$  avendo le stesse proprietà, rendono il sistema simmetrico rispetto a questo asse. I periodi dei modi traslazionale e

rotazionale disaccoppiati  $T_y$  e  $T_\theta$  sono rispettivamente pari a  $\sim 0.50s$  e  $\sim 0.55s$ . La resistenza traslazionale globale, pari a  $3f$ , è uguale  $0.6W$ , dove  $W$  indica il peso del sistema.

In ogni analisi il sistema è sottoposto ad un'eccitazione di intensità crescente, per osservare con ragionevole continuità l'evoluzione della risposta sismica dal campo lineare a quello non lineare. I valori di PGA considerati sono scelti in modo tale da ottenere richieste di duttilità in spostamento nei piani resistenti non maggiori di 10.

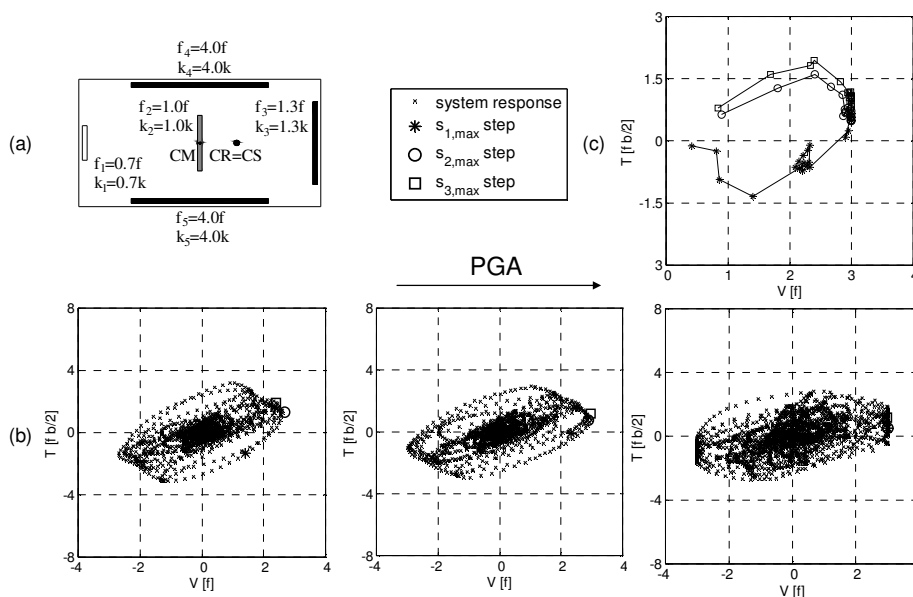


Figura 3 – Esempio che definisce la procedura di analisi utilizzata: (a) proprietà del sistema considerato, con piani resistenti unidirezionali; (b) storie temporali osservate del taglio globale alla base  $V$  e del momento torcente  $T$  per tre valori crescenti di PGA (nel grafico la legenda mostra i diversi simboli utilizzati per identificare le coppie corrispondenti al massimo spostamento di ciascun jesimo piano resistente); (c) percorsi della risposta del sistema  $V_{Sj,max}$ - $T_{Sj,max}$  registrati per valori crescenti di PGA.

Come mostrato in Figura 3b, le quantità di risposta osservate durante le analisi dinamiche sono il taglio globale alla base  $V$  ed il momento torcente  $T$  agenti sul sistema. Fra tutte le coppie  $V$ - $T$  agenti sul sistema durante la sua risposta sismica, vengono registrate soltanto le coppie  $V_{Sj,max}$ - $T_{Sj,max}$  corrispondenti al massimo dello spostamento di ciascun jesimo piano resistente nella direzione  $y$ .

Dopo aver effettuato tutte le analisi, possono essere tracciati i percorsi delle coppie  $V_{Sj,max}$ - $T_{Sj,max}$  ottenuti per valori crescenti di PGA. Tenuto conto della simmetria delle proprietà del sistema rispetto alla direzione  $x$ , tutte le coppie  $V_{Sj,max}$ - $T_{Sj,max}$  con valori negativi del taglio sono speculari nella regione dei valori positivi di  $T$ , in modo tale che i percorsi che si ottengono, come quelli mostrati in Figura 3c, possono rappresentare con maggiore chiarezza l'evoluzione della risposta del sistema nel passaggio dal campo lineare a quello non lineare.

### 3.2 Definizione della superficie di energia plastica

Per forzare un sistema verso una configurazione deformata, deve essere spesa in generale sia energia elastica che plastica. Si consideri il caso specifico del sistema prima descritto. Come mostrato in Figura 4a, per una fissata

configurazione deformata  $\bar{u}_y, \bar{u}_\theta$  del sistema, si può valutare lo spostamento, la forza resistente e l'energia plastica associata a ciascun  $n$ esimo piano della struttura. Di conseguenza può essere valutato il taglio globale alla base  $V$  ed il momento torcente  $T$ , e l'energia plastica totale  $E$  necessaria a forzare il sistema nella configurazione deformata. La Figura 4b,c riporta i valori  $V, T, E$  ottenuti per il primo caso studio.

L'energia plastica può essere rappresentata attraverso una superficie nel dominio taglio - momento torcente - energia

(Figura 4b) o semplicemente attraverso curve di livello nel dominio taglio - momento torcente (Figura 4b,c). Fra tutte le curve di livello che possono essere tracciate, due sono quelle più significative per il sistema: 1) quella corrispondente ad un valore di energia plastica pari a zero, che definisce la regione contenente tutte le coppie  $V$ - $T$  rappresentanti il comportamento elastico della struttura, e 2) quella corrispondente ad un valore infinito dell'energia plastica, che definisce la regione contenente tutte le coppie  $V$ - $T$  staticamente ammissibili. Questa ultima curva di livello coincide con la Base Shear and Torque ultimate surface (BST), prima introdotta da Kan e Chopra [7] e successivamente utilizzata anche da altri ricercatori (Palazzo et al. [8], De La Llera et al. [6]) per lo studio del comportamento sismico in campo non elastico degli edifici asimmetrici in pianta. Tutte le curve di livello fra queste due curve limite possono essere utilizzate per misurare quanto il sistema sta entrando in campo non lineare.

### 3.3 Proprietà osservate della risposta non lineare

In questo primo caso studio, osservando sia la storia temporale che l'evoluzione della risposta sotto eccitazioni con valori crescenti di PGA, un chiaro trend nel comportamento sismico del sistema può essere identificato. Come mostrato in

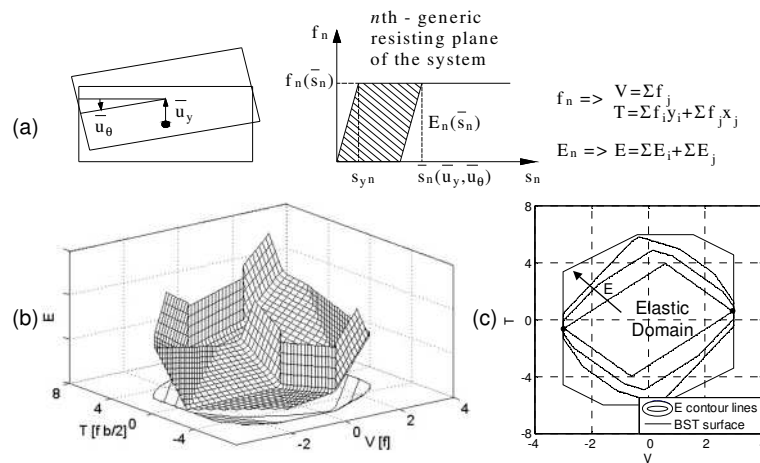


Figura 4 – Superficie di energia plastica: (a) procedura per la sua costruzione; (b) rappresentazione 3D nel dominio taglio - momento torcente - energia; (c) curve di livello della superficie nel dominio V-T taglio - momento torcente (la freccia indica valori crescenti di energia plastica, e BST la superficie “Base-Shear-Torque”).

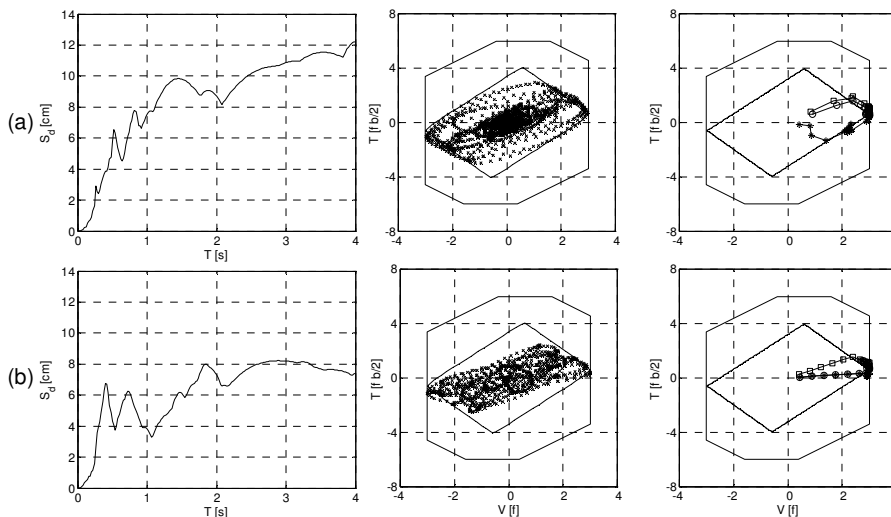


Figura 5 – Risultati del primo caso studio: risposta del sistema (a) sottoposto al terremoto del Friuli (6 Maggio, 1976), (b) e al terremoto di Loma Prieta (18 Ottobre, 1989, stazione di registrazione di Corralitos). Sulla sinistra della Figura sono mostrati gli spettri in spostamento, nel mezzo le storie temporali delle coppie V-T per un fissato valore di PGA, sulla destra i percorsi  $V_{Sj,max} - T_{Sj,max}$  per valori crescenti di PGA. Si noti che tutti i percorsi sono diretti verso il punto di contatto fra la superficie BST e le curve di livello di energia plastica.

Figura 5a, la risposta del sistema, entrando nel campo non lineare, sembra essere condizionata dalla superficie di energia plastica. I percorsi nel dominio V-T che il sistema traccia fuori dalla regione elastica, tendono a disporsi in direzione pressoché parallela alle curve di livello della superficie di energia plastica. Questo mostra la difficoltà del sistema a muoversi verso regioni del dominio V-T che richiedono per essere raggiunte valori maggiori di energia plastica. In effetti l'energia plastica sembra deformare il dominio V-T, con l'effetto di forzare il sistema, durante il suo moto sismico, verso configurazioni non lineari che più facilmente possono essere assunte dal sistema. Come conseguenza di questo comportamento, i percorsi  $V_{Sj,max} - T_{Sj,max}$  degli spostamenti massimi dei piani resistenti tendono, in campo non lineare, a

convergere verso punti specifici del dominio V-T. Di fatto, muovendosi verso il lato a taglio costante della superficie BST, questi percorsi sembrano infatti dirigersi verso il punto di contatto fra la BST e le curve di livello della superficie di energia plastica.

Per verificare che questo comportamento non lineare non dipende dallo specifico accelerogramma considerato, è stata osservata la risposta del sistema sottoposto ad una differente registrazione. La Figura 5b mostra la risposta del sistema al terremoto di Loma Prieta (18 Ottobre, 1989, stazione di registrazione di Corralitos). In questo ultimo caso, mentre la risposta elastica differisce sostanzialmente da quella ottenuta con la prima registrazione, la risposta in campo non lineare risulta essenzialmente la stessa. Sebbene i percorsi  $V_{Sj,max}$

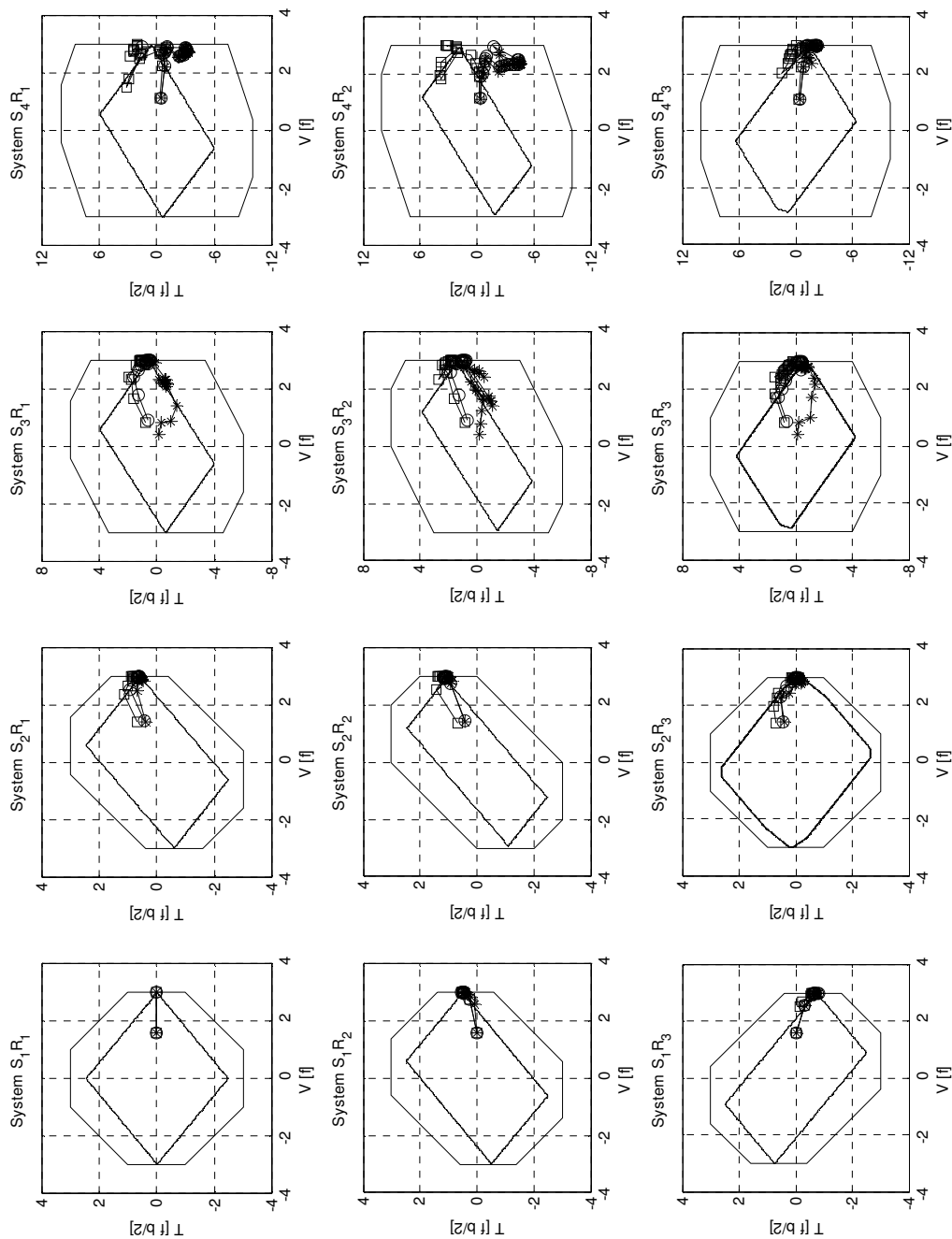


Figura 6 – Risultati delle analisi parametriche.

$T_{S_j, \max}$  prendano differenti direzioni nella regione elastica, entrando in campo non elastico si muovono in entrambe i casi verso lo stesso punto della superficie BST, come se entrambi fossero forzati dalle curve di livello di energia plastica. Questo sembra suggerire che, entrando profondamente in campo non lineare, la risposta sismica del sistema risulta essere indipendente dall'eccitazione sismica considerata.

#### 4. ANALISI PARAMETRICHE

Le considerazioni alle quali si è giunti alla fine dell'analisi del precedente caso studio, vengono qui estese ad altri edifici asimmetrici in pianta, oggetto di un serie di analisi parametriche. In particolare sono stati definiti sistemi con quattro diverse distribuzioni di rigidzze S. Nel primo set, tutti i piani resistenti hanno lo stesso valore di rigidezza; i sistemi  $S_1$  sono caratterizzati da una distribuzione simmetrica, con

PGA

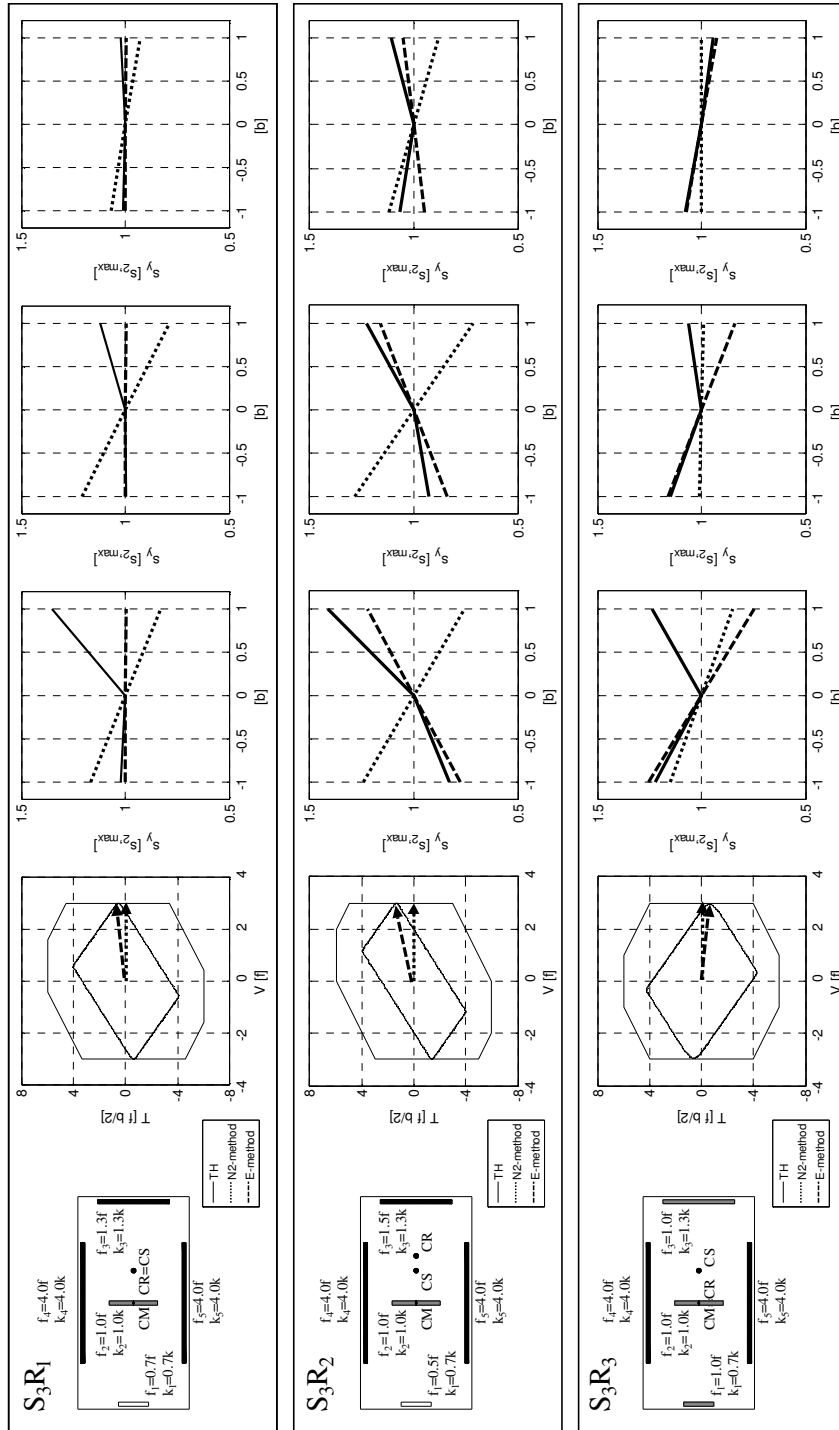


Figura 7 – Confronto fra analisi dinamiche (TH), N2-method ed il proposto E-method in termini di spostamenti dei piani resistenti in direzione y, normalizzati rispetto allo spostamento del centro di massa.

periodi dei modi di vibrazione disaccoppiati  $T_y$  e  $T_\theta$  pari rispettivamente a  $\sim 0.5s$  e  $\sim 0.7s$ , con comportamento sismico elastico traslazionale. Nel secondo set, i piani resistenti in direzione y hanno diversi valori di rigidezza; l'eccentricità in rigidezza  $e_s$ , pari al 10% di b, ha l'effetto di accoppiare i modi

di vibrazione; i sistemi  $S_2$  hanno per questo motivo, una risposta sismica in campo elastico di tipo roto-traslazionale.

Il terzo e quarto set differiscono dal secondo avendo i piani resistenti in direzione x caratterizzati da valori di rigidezza maggiori.  $T_\theta$  più grande di  $T_y$  nei sistemi

torsionalmente flessibili  $S_2$ , diventa praticamente uguale e più piccolo rispettivamente nei sistemi torsionali e torsionalmente rigidi  $S_3$  e  $S_4$ . Per ogni distribuzione di rigidezza sono state considerate tre diverse distribuzioni di resistenze, per definire sistemi con uguali proprietà elastiche ma caratterizzati da differenti comportamenti sismici in campo non lineare. Nel primo gruppo tutti i piani resistenti hanno valori di resistenze proporzionali alle rigidezze. I sistemi  $R_1$  quindi, sono caratterizzati da eccentricità in rigidezza e resistenza  $e_s$  ed  $e_r$  di ugual valore. I sistemi  $R_2$  e  $R_3$  hanno valori di  $e_r$  rispettivamente maggiori e minori di  $e_s$ .

I risultati di tutte le analisi effettuate sono sintetizzati in Figura 6. In quasi tutti i sistemi la risposta in campo non lineare conferma le osservazioni riportate per il precedente caso studio. I percorsi  $V_{S_{j,max}}-T_{S_{j,max}}$  sembrano essere forzati dalle curve di livello della superficie di energia plastica, puntando verso i loro punti di contatto con il lato a taglio costante della superficie BST.  $S_4R_1$  e  $S_4R_2$  sono gli unici sistemi per i quali questo comportamento non è chiaramente identificabile, sebbene l'ultima parte dei percorsi sembra puntare verso la direzione attesa.

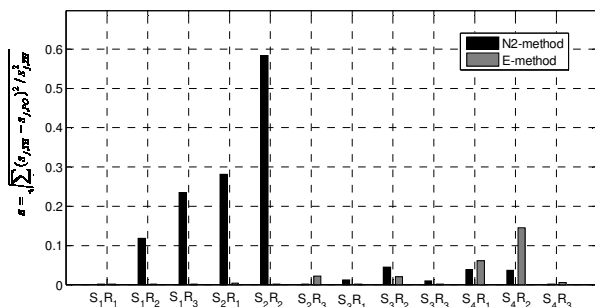


Figura 8 – Errori dell’N2 method e del proposto E-metod, in termini di spostamenti dei piani resistenti, rispetto ai risultati ottenuti con le analisi dinamiche

## 5. E-METHOD

Dai risultati sopra riportati, si può affermare che dalla distribuzione delle rigidezze e resistenze di un sistema, tracciando nel dominio V-T le curve di livello della superficie di energia plastica, è possibile identificare le coppie V-T verso le quali i percorsi  $V_{S_{j,max}}-T_{S_{j,max}}$  sono attratti. Questo risulta molto utile nelle analisi statiche non lineari, quando si deve fissare la coppia V-T con la quale spingere il sistema. In Figura 7 è mostrato in dettaglio il confronto fra le diverse risposte sismiche dei tre sistemi con i comportamenti torsionale descritti nel precedente capitolo, valutate utilizzando l’analisi dinamica al passo (TH), la pushover convenzionale (N2-method), e la pushover nella quale le forze spingenti puntano verso il punto di contatto fra la superficie BST e le curve di livello della superficie di energia plastica (E-method). Per ogni sistema, i risultati sono presentati in termini di spostamenti dei tre piani resistenti nella direzione y, normalizzati rispetto allo spostamento del centro di massa, per diversi valori dell’intensità dell’azione sismica. Questa normalizzazione viene comunemente adottata (Fajfar et al. [1]) quando si valuta il risposta torsionale accoppiata di sistemi asimmetrici in pianta.

Osservando i risultati delle analisi dinamiche, è interessante notare che per tutti e tre i sistemi il profilo degli spostamenti massimi in campo non lineare tende a diventare

lineare; questo significa che la risposta massima dei differenti piani resistenti viene prodotta da configurazioni deformate del sistema simili fra loro. Questo è dovuto al fatto che, come già osservato nel capitolo precedente, i percorsi  $V_{S_{j,max}}-T_{S_{j,max}}$  fuori dal campo lineare tendono a convergere verso lo stesso punto. Conseguenza di questo fenomeno osservato, è che un’analisi statica non lineare, pur adottando un’unica combinazione di forze spingenti V-T, può essere utilizzata per valutare con ragionevole buona approssimazione la risposta dinamica del sistema.

I risultati dell’analisi pushover utilizzando l’E-method si avvicinano meglio alla risposta delle analisi dinamiche per valori crescenti della PGA. Mentre la valutazione della risposta del sistema  $S_3R_3$  utilizzando sia l’N2 che l’E-method può essere considerata ragionevolmente buona, la pushover convenzionale non coglie molto bene i risultati delle analisi dinamiche degli altri due sistemi, specialmente per valori più bassi dell’eccitazione sismica. Figura 8 mostra il confronto fra i metodi pushover e le analisi dinamiche per tutti i sistemi precedentemente considerati nelle analisi parametriche. La Figura riporta, per ogni sistema, l’errore  $\epsilon$  prodotto da ciascun metodo pushover nella valutazione dei picchi di spostamento dei piani resistenti. Si può notare che nella maggior parte dei casi l’E-method valuta meglio la risposta dinamica dell’N2-method. Per il sistema  $S_4R_2$ , dove le differenze fra l’analisi dinamica e l’E-method è maggiore, l’errore valutato rimane comunque inferiore al 15%.

## 6. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Il presente studio ha messo in evidenza alcune interessanti proprietà del comportamento sismico in campo non lineare dei sistemi asimmetrici in pianta, che comunque devono essere ancora confermate da analisi su sistemi più complessi di quelli scelti per questa prima fase di studio:

- la risposta sismica in campo non lineare sembra dirigersi verso configurazioni non lineari corrispondenti a valori di energia plastica minori;
  - i percorsi  $V_{S_{j,max}}-T_{S_{j,max}}$  dei massimi degli spostamenti dei piani resistenti tendono, in campo non lineare, a convergere verso i punti di contatto fra la superficie BST e le curve di livello della superficie di energia plastica;
  - per i terremoti considerati in questo studio, questo comportamento sismico osservato sembra essere indipendente dall’eccitazione;
  - la risposta sismica può essere valutata con buona approssimazione utilizzando il proposto metodo di analisi statica non lineare, secondo il quale la struttura viene spinta in direzione del punto di contatto fra la superficie BST e le curve di livello della superficie di energia plastica.
- Future indagini sono già state prese in considerazione con lo scopo di:
- verificare i risultati ottenuti, considerando schemi strutturali più complessi, come strutture con elementi resistenti bi-direzionali o edifici multi piano;
  - verificare i risultati ottenuti considerando eccitazioni sismiche bi-direzionali;
  - confrontare il proposto E-method con altri metodi pushover per gli edifici asimmetrici in pianta.

## 7. RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro è stato in parte condotto nell'ambito del programma "Dipartimento di Protezione Civile – Consorzio Reluis", del 2005-07-11 (n.540), linea di ricerca 2, il cui supporto economico è vivamente apprezzato.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Fajfar, P., Marušić, D., Peruš, I., (2005) – Torsional Effects In The Pushover-Based Seismic Analysis Of Buildings, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 9, No. 6, 831-854.
- [2] Chopra, A.K., Goel, R.K., (1991) – Effects of Plan Asymmetry in Inelastic Seismic Response of One-Story Systems, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 5, 1492-1513.
- [3] Ghersi, A., Rossi, P., (1999 – Seismic response of mono and bi-eccentric in-plan irregular systems, *Irregular structures, Istanbul, Istanbul Technical University, Faculty of Civil Engineering*, Karadogan and Rutenberg, 209-22.
- [4] Peruš, I., Fajfar, P., (2005) – On the Inelastic Torsional Response of Single-Storey Structures Under Bi-Axial Excitation, *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*, 34 (8).
- [5] De Stefano, M., Pintucchi, B., (2004) – Seismic analysis of eccentric building structures by means of a refined one storey model, *Proceedings of the 13th World Conference of Earthquake Engineering, Vancouver Canada*.
- [6] De La Llera, J.C., Chopra, A.K., (1995) – Understanding the inelastic seismic behaviour of asymmetric-plan buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 549-572.
- [7] Kan, C.L., Chopra, A.K., (1979) – Linear and nonlinear earthquake response of simple torsionally couple systems, *Report No. EERC 79/03*.
- [8] Palazzo, B., Fraternali, F., (1988) – Seismic ductility demand in buildings irregular in plan: A new single story nonlinear model, *Proc. 9<sup>th</sup> world conference earthquake engineering, Tokyo-Kyoto, Japan*, Vol. V-43 – V-48





# SULL'APPLICABILITÀ DELLE ANALISI STATICHE NON LINEARI PER LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA DEI PONTI

Alessio Lupoi<sup>1</sup>, Paolo Franchin<sup>1</sup>, Paolo E. Pinto<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Sapienza Università di Roma

## SOMMARIO

In questo studio è presentata un'applicazione dell'analisi di push-over multi-modale, secondo l'approccio proposto in [4], ad un ponte di configurazione piuttosto complessa, così da verificare il metodo per un caso limite. La struttura prescelta è infatti un importante viadotto esistente in c.a., di luce complessiva pari a 420m, risalente agli anni '60; esso è costituito da un impalcato continuo appoggiato a 11 portali multi-piano di altezza variabile tra 14 m e 41 m. La risposta dinamica del ponte, in direzione trasversale, è governata da almeno due modi di vibrazione di contributo tra loro simile. Si è analizzata l'influenza sui risultati rispetto alla scelta del punto di riferimento rappresentativo del comportamento dinamico della struttura e rispetto all'intensità dell'azione sismica. I risultati ottenuti sono confrontati con quelli ricavati da un'analisi dinamica non-lineare al passo.

## SUMMARY

This study presented the application of the multi-modal push-over approach, as proposed by Chopra et al. [4], to a bridge whose characteristics are such as to test the method in a rather extreme case. This is an existing important RC viaduct of total length 420m, which was built in the sixties and is made of a continuous deck pinned over 11 slender single-bay frames, whose height varies irregularly between 14m and 41m. The structure is characterised by at least two modes providing comparable contributions to the transversal response. In view of the final comparison of the results with those from non-linear dynamic analyses, their sensitivity to the selection of the reference response d.o.f. and to the intensity of the seismic action has been assessed.

## 1. INTRODUZIONE

La verifica di sicurezza di strutture esistenti rispetto all'azione sismica è in questi ultimi anni al centro delle attività di ricerca e normative. Ciò può essere facilmente compreso tenendo conto da un lato il maturo livello di sviluppo ormai raggiunto dalle tecniche di progetto antisismico di nuove strutture, dall'altro il riconosciuto livello di inadeguatezza rispetto alla minaccia sismica, l'invecchiamento e la necessaria manutenzione delle strutture esistenti. Infatti, la maggior parte dei paesi evoluti a elevato rischio sismico, come ad esempio gli Stati Uniti, la Nuova Zelanda, il Giappone e l'Italia, stanno sviluppando, o hanno già promulgato, specifiche norme sull'argomento. Caratteristica comune a tutte è la possibilità di eseguire le verifiche di sicurezza utilizzando la tecnica d'analisi *push-over* (PO).

I fondamenti teorici di tale tecnica, che si basa sull'analisi statica non lineare delle strutture, furono sviluppati nei lavori di Freeman et al. [1] e Fajfar et al. [2] che risalgono agli anni '80. Da allora, questo approccio è stato estensivamente sviluppato al punto che oggi ne sono disponibili molte varianti, di incrementata accuratezza ma anche di maggior complessità [3,4,5,6,7,8,9,10].

La maggior parte dei numerosi studi ad oggi disponibili

sull'argomento è riferita all'analisi degli edifici, mentre quelli dedicati ai ponti sono in numero piuttosto limitati [11,13,14]. Inoltre, alcune specifiche problematiche legate all'analisi *PO* dei ponti che sono state evidenziate, non hanno ancora trovato adeguata risposta. È infatti opportuno ricordare che la risposta dinamica dei ponti è caratterizzata, nella maggior parte dei casi, dal contributo di più forme modali; questa circostanza rende concettualmente problematica la *riduzione* di una struttura a più gradi di libertà (MDF) ad un oscillatore semplice equivalente (SDF), approssimazione su cui si fonda l'analisi sismica mediante la tecnica *PO*.

Inoltre, mentre la risposta dinamica degli edifici può facilmente ricondursi a quella di una mensola, i ponti possono presentare modi di vibrare piuttosto complessi; tale circostanza rende problematica, nella pratica, la scelta del *grado di libertà* (gdl) di riferimento, che è chiamato a rappresentare lo spostamento dell'oscillatore semplice equivalente.

Questo studio costituisce un ulteriore tentativo di indagine sull'argomento. In particolare, tra le varie tecniche *PO*, l'attenzione è stata concentrata sul *push-over* modale (*MPO*) [4] in quanto si ritiene che esso rappresenti il massimo livello di complessità accettabile per un'analisi di tipo statico-

nonlineare. Infatti, considerato che gli oneri di calcolo non sono più un limite reale al tipo d'analisi e che, al contempo, il numero di accelerogrammi registrati è cresciuto esponenzialmente, si può concludere che i principali ostacoli ad eseguire una analisi dinamica non-lineare al passo sono di fatto superati. Quindi, l'utilizzo di procedure particolarmente complesse basate su analisi di tipo statico non appaiono oggi giustificabili.

La tecnica *PO* modale è applicata alla valutazione di sicurezza sismica di un ponte esistente in cemento armato di grande luce, realizzato negli anni '50. Una configurazione fortemente irregolare rende tale struttura particolarmente adatta al fine di verificare i limiti di applicabilità della procedura in esame.

## 2. SINTESI DEGLI STUDI SULL'ARGOMENTO

In questo paragrafo è presentata una descrizione molto sintetica degli unici due studi che trattano l'argomento con un approccio di tipo parametrico: il lavoro di Fishingher e collaboratori [e.g. 11] e quello di Casarotti [13].

Entrambi gli studi si basano sui noti viadotti in c.a. progettati e testati sperimentalmente nell'ambito del progetto di ricerca PREC8, finanziato dalla Comunità Europea [12]. Il primo lavoro consiste in un confronto tra le seguenti tecniche *PO*: il metodo mono-modale denominato *N2* [3], un metodo multi-modale [4], un metodo multi-modale e adattativo [5] ed il metodo incrementale dello spettro di risposta [8]. Sono considerate quattro configurazioni di ponti a quattro campate di 50 m ciascuna, che si differenziano tra loro unicamente nella posizione relativa delle tre pile, la cui altezza è pari ad uno dei seguenti valori: 7, 14 o 21 m. In particolare, le pile sono combinate in modo tale da formare configurazioni di differente regolarità. Le analisi sono condotte per due distinti livelli d'intensità sismica.

Il secondo studio amplia la gamma di ponti a partire da quelli già considerati in [11], per un totale di 12 configurazioni considerate. Oltre alla configurazione "corta" a quattro campate, si esaminano anche un insieme di ponti di otto campate, di luce e tipologia pile uguali alla configurazione "corta". Questo secondo studio si concentra sull'esame dei metodi multi-modalità ed adattativi [7,9,10].

In entrambi i lavori i risultati delle analisi statiche non-lineari sono valutati rispetto a quelli di riferimento ricavati da un'analisi dinamica non-lineare al passo. Le indicazioni fornite dai due studi sono tra di loro concordanti. In particolare si osserva che:

- il *PO* mono-modale valuta con sufficiente accuratezza la risposta dei ponti a configurazione "regolare", mentre non è in grado di descrivere la risposta per i ponti a configurazione "irregolare".
- Per quanto riguarda le tecniche avanzate, gli studi non consentono di trarre conclusioni definitive. I risultati sembrano comunque promettenti. È interessante però notare che i metodi avanzati forniscono risultati tra loro sostanzialmente uguali, indipendentemente dal livello di sofisticazione.
- Per quanto riguarda la scelta del *punto di riferimento*, in [11] si conclude che l'approssimazione migliore della risposta è ottenuta utilizzando, per ciascun modo, il grado di libertà del ponte dove si osserva il corrispondente massimo spostamento modale.

Si segnala infine il lavoro di Kappos e collaboratori [14], in quanto in esso viene applicato lo stesso approccio *MPO* [4] utilizzato nel presente lavoro. In [14] si esegue la valutazione della sicurezza sismica di un ponte di grande luce recentemente costruito in Grecia, caratterizzato da un'accentuata curvatura in pianta e progettato secondo le prescrizioni normative dell'Euro Codice 8. I risultati di tale studio indicano che la tecnica multi-modale costituisce un "approccio promettente" per la verifica di ponti (irregolari) curvi. Circa la scelta del *punto di riferimento*, sono fornite indicazioni analoghe a quelle contenute in [11].

## 3. DESCRIZIONE SINTETICA DELLA PROCEDURA APPLICATA

La tecnica d'analisi multi-modale utilizzata in questo studio si basa sul lavoro di Chopra and Goel [4]. Essa consiste in un'estensione del tradizionale *PO* mono-modale per strutture la cui risposta dinamica è governata da più modi di vibrazione. Per una completa descrizione del metodo, sviluppato per l'analisi di edifici, si rimanda al lavoro originale [4]. Esso può essere descritto sinteticamente attraverso un'elencazione della procedura per passi successivi, riportati nel seguito per completezza ed utilità.

*Passo 1*: determinazione dei modi di vibrazione significativi  $\varphi_n$  di una struttura a più gradi di libertà (MDF), mediante un'analisi agli autovalori (da eseguirsi dopo l'applicazione dei carichi permanenti).

*Passo 2*: calcolo della distribuzione dei carichi orizzontali  $s_n^*$  per l'*n*-esimo modo di vibrare della struttura:

$$s_n^* = \mathbf{M} \cdot \varphi_n, \quad (1)$$

dove  $\mathbf{M}$  è la matrice delle masse.

*Passo 3*: esecuzione dell'analisi statica (non-lineare) incrementale, mantenendo la distribuzione di carico  $s_n^*$  invariata. L'analisi prosegue finché o un valore predefinito dello spostamento è stato raggiunto oppure si rileva un decadimento della resistenza laterale della struttura. Il risultato dell'analisi consiste nella curva di *push-over* che mette in relazione il taglio alla base  $V_{bn}$  con lo spostamento  $u_m$  del selezionato *gdl di riferimento* della struttura.

*Passo 4*: derivazione del legame costitutivo (o curva di capacità) dell'oscillatore semplice equivalente al *n*-esimo modo di vibrare della struttura. Nella pratica, ciò si ottiene mediante la trasformazione della curva di *PO* ricavata al passo precedente tramite le seguenti espressioni:

$$\hat{F}_n = \frac{V_{bn}}{M_n^*}; \quad D_n = \frac{u_m}{\Gamma_n \cdot \varphi_n}, \quad (2)$$

nelle quali  $\hat{F}_n$  è la forza del sistema ad un grado di libertà (SDF),  $D_n$  è il corrispondente spostamento,  $\varphi_n$  è la componente corrispondente al *gdl* di riferimento dell'autovettore  $\varphi_n$ ,  $M_n^* = L_n \cdot \Gamma_n$  è la massa modale effettiva,  $\Gamma_n$  è il fattore di partecipazione modale la cui espressione è:

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n}; \quad L_n = \varphi_n^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{1}; \quad M_n = \varphi_n^T \cdot \mathbf{M} \cdot \varphi_n \quad (3)$$

*Passo 5*: determinazione dello spostamento massimo (di picco)  $D_{n0}$  del sistema inelastico SDF per un dato livello dell'intensità sismica (ad esempio misurata in termini dell'accelerazione di picco al suolo, *PGA*).

A tal fine, è necessario idealizzare la curva di capacità derivata al passo precedente, ad esempio con una relazione bi-

lineare derivata ricorrendo al principio dell'uguaglianza energetica tra i due sistemi per il massimo valore dello spostamento raggiunto. Il periodo elastico e la duttilità in spostamento del sistema SDF *ideale* sono dati dalle seguenti relazioni:

$$T_n = 2\pi \left( \frac{D_{ny}}{\hat{F}_{ny}} \right)^{1/2} ; \mu_n = D_{n0} / D_{ny} \quad (4)$$

nelle quali  $\hat{F}_{ny}$  e  $D_{ny}$  sono rispettivamente la forza e lo spostamento di snervamento.

Lo spostamento di picco per una data *PGA*,  $D_{n0} = D_{n0}(PGA)$ , può ottenersi dallo spettro di risposta inelastico attraverso una procedura iterativa (necessaria poiché gli stessi  $T_n$  e  $\mu_n$  sono funzioni implicite della *PGA* tramite  $D_{n0}$ ). In alternativa, una approssimazione per punti della relazione  $D_{n0}$ -*PGA* può essere semplicemente derivata nel seguente modo: la curva di capacità del sistema SDF è idealizzata per un insieme di valori di  $D_n$ , arbitrariamente selezionati, per i quali il corrispondente valore di *PGA* si determina dallo spettro inelastico senza dover eseguire nessuna iterazione. Quindi, per qualsiasi livello di *PGA*, il valore dello spostamento di picco può essere ricavato mediante interpolazione. Questo ultimo procedimento risulta particolarmente vantaggioso se la valutazione di sicurezza sismica deve essere eseguita per più livelli di intensità, come nel caso presentato nel seguito di questo studio.

*Passo 6:* valutazione della risposta di picco della struttura MDF. Lo spostamento di picco  $u_{m0}$  del *gdl* di riferimento della struttura MDF è dato dall'espressione seguente:

$$u_{m0} = \Gamma_n \cdot \varphi_m \cdot D_{n0} \quad (5)$$

Gli spostamenti di tutti gli altri nodi, come anche le altre quantità di risposta d'interesse strutturale, sono ricavate dai risultati dell'analisi *PO*, in particolare al passo dell'analisi in cui lo spostamento nel *gdl* di riferimento raggiunge il valore  $u_{m0}$  ricavato dall'espressione nell'eq.(5).

*Passo 7:* ripetizione delle azioni dal passo 2 al passo 6 per tutti i modi di vibrazione (in direzione trasversale) significativi.

*Passo 8:* combinazione delle quantità di risposta risultanti da tutti i modi di vibrare analizzati mediante una qualunque delle tecniche generalmente utilizzate, come ad esempio la SRSS o la CQC, e confronto delle domande così ottenute con le corrispondenti capacità.

Le principali approssimazioni insite nel metodo *MPO* consistono nell'ignorare, durante lo svolgimento dell'analisi, la variazione delle forme modali dovuta alla graduale plasticizzazione della struttura (o parte di essa). Inoltre, il metodo fa implicito ricorso al principio di sovrapposizione degli effetti (nella combinazione delle risposte modali), la cui validità cessa con l'ingresso in campo inelastico (che determina l'accoppiamento delle equazioni del moto).

Le altre fonti d'approssimazione, in questo caso condivise con altre tecniche *PO* comunemente utilizzate, sono le seguenti:

- La relazione costitutiva dell'oscillatore equivalente è idealizzata con una relazione bi-lineare;
- I picchi della risposta sono valutati a partire dallo spettro di risposta inelastico;

- La risposta totale della struttura è ottenuta utilizzando regole di combinazione che, in via teorica, sono sviluppate per l'analisi in campo elastico.

Gli effetti di tutte le approssimazioni sopra indicate nella determinazione della risposta strutturale possono essere valutati complessivamente solo per via empirica, ovvero attraverso una simulazione numerica.

#### 4. APPLICAZIONE DEL METODO AD UN CASO REALE

##### 4.1 Descrizione del ponte

Il viadotto sul fiume *Rio Torto* si trova nel tratto appenninico dell'autostrada A1 Napoli-Milano. Il progetto risale agli anni '50 e la costruzione dell'opera fu completata nel 1959. Il viadotto, la cui lunghezza complessiva è circa pari a 421 m, consiste di 13 campate di luce costante (33 m) ad eccezione delle due d'estremità (29 m). La sede stradale, a carreggiate separate ma strutturalmente identiche nei due sensi di marcia, misura 12 m. Il profilo longitudinale del ponte è mostrato in Figura 1: si osserva che l'altezza delle pile varia irregolarmente tra 14 m e 41 m. Il peso proprio dell'impalcato più i carichi permanenti è complessivamente pari a 5400 kN per campata.

La sezione trasversale d'impalcato, la configurazione tipo di una pila "alta", caratterizzata da colonne di sezione circolare cava, e di una pila "corta", le cui colonne hanno sezione circolare piena (di diametro 120 cm), sono mostrate in Figura 2. Le sezioni delle colonne e dei traversi, per le due tipologie di pile, e quelle dei pulvini sono mostrate nella medesima figura. La tipologia di ciascuna pila (in funzione della sezione *cava* o *piena* delle colonne) è indicata in Figura 1.

L'impalcato è vincolato ai portali mediante due connessioni puntuali, ciascuna delle quali realizzata da due barre d'armatura verticali passanti. Il viadotto è strutturalmente caratterizzato dalla presenza di sei selle nell'impalcato, in grado di trasmettere integralmente le azioni verticali tra le due porzioni adiacenti ma con limitata capacità di vincolare gli spostamenti relativi tra le parti in direzione trasversale. Ciò consente, sebbene con un certo grado d'approssimazione, di analizzare separatamente la risposta in direzione trasversale delle differenti porzioni del ponte. In questo studio si è concentrata l'attenzione sulla terza porzione del ponte, ovvero quella compresa tra le pile n. 7 e n. 11.

Le resistenze dei materiali sono ricavate dagli elaborati costruttivi: la resistenza media del calcestruzzo è valutata pari a 35 MPa, quella dell'acciaio a 440 MPa. Tutte le altre informazioni sui materiali, necessarie per una completa caratterizzazione dei modelli costitutivi non-lineari utilizzati nelle analisi numeriche, sono ipotizzate in accordo con le proprietà dei materiali tipiche dell'epoca di costruzione. Infine, si fa notare che nella modellazione numerica è stata trascurata la modesta curvatura in realtà presente in pianta; l'applicazione del *PO* multi-modale a ponti curvi è approfonditamente trattata in [14]. Nonostante questa modesta semplificazione, la configurazione del ponte rimane altamente irregolare, circostanza che rende il presente studio di particolare interesse se si intende investigare circa i limiti di applicabilità della metodologia.

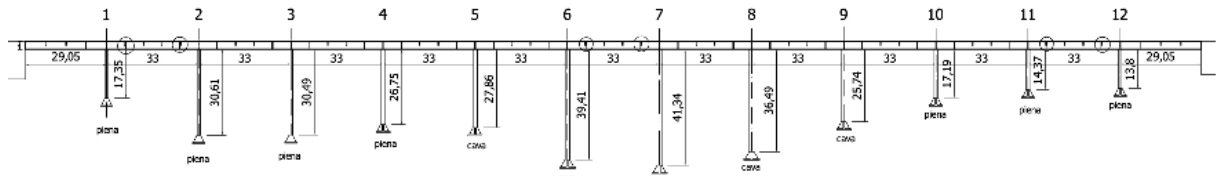


Figura 1: Profilo longitudinale del viadotto sul fiume Rio Torto

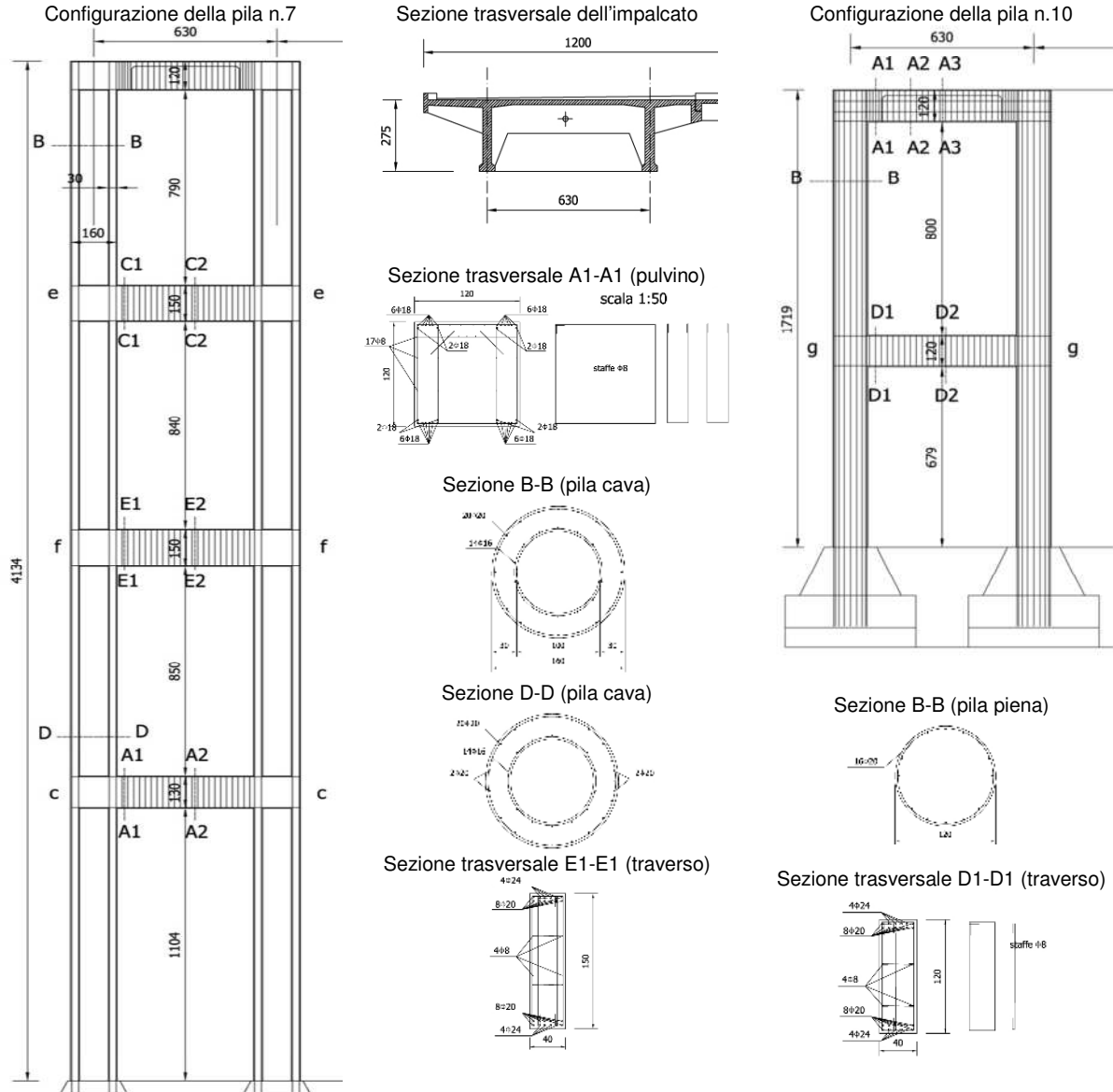


Figura 2: Configurazione tipiche delle pile e relative sezioni degli elementi resistenti.

#### 4.2 Modellazione agli elementi finiti

Un modello 3-D (di una carreggiata) del viadotto è costruito utilizzando il codice di calcolo agli elementi finiti *OpenSees* [15]. L'impalcato è modellato con elementi trave di tipo lineare, uno per campata. Le pile sono invece modellate con elementi trave non-lineari a fibre: per il calcestruzzo si utilizza il legame costitutivo di Kent-Scott-Park, per l'acciaio

una legge bi-lineare con incrudimento. L'effetto P-delta è considerato.

La connessione impalcato-pile è modellata in modo tale da garantire identici spostamenti in direzione trasversale e da trasferire le azioni torsionali e quelle flessionali (nel piano delle pile) dall'impalcato alle pile attraverso forze verticali ed orizzontali agenti su quest'ultime. Lo schema utilizzato non prevede invece che le sollecitazioni flessionali nell'impalcato

agenti nel piano ortogonale a quello delle pile generino sollecitazioni in quest'ultime. Le pile sono incastrate alla base. Gli spostamenti in direzione trasversale dei due nodi di estremità dell'impalcato sono invece liberi, coerentemente con la presenza delle selle precedentemente descritte.

### 4.3 Analisi push over modale

La risposta del viadotto nella direzione trasversale in campo dinamico è governata da due modi di vibrare, di periodo pari a 4.34 s e 2.09 s. Le deformate modali dell'impalcato sono mostrate in Figura 3: il modo n. 1 eccita la parte sinistra del viadotto, la più flessibile, mentre il modo n.3 la parte opposta (più rigida, si veda la Figura 1). La somma dei coefficienti di partecipazione modale (PMR) dei due modi, tra di loro simili, è pari a 90%.

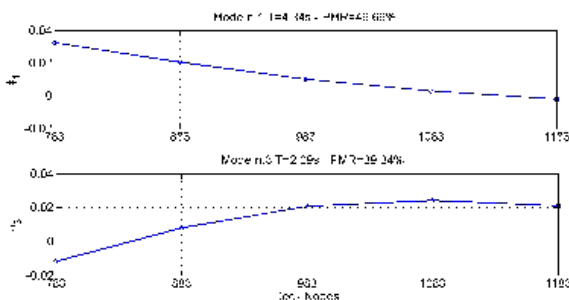


Figura 3: Deformate modali dominanti del viadotto nella direzione trasversale.

Le due analisi statiche non-lineari sono condotte utilizzando una procedura incrementale agli spostamenti. La distribuzione dei carichi laterali è calcolata secondo l'espressione nell'eq. (1) ed è mantenuta costante per tutti gli incrementi di carico. Nel seguito, il *PO* condotto con la distribuzione dei carichi derivante dal modo di vibrazione n. 1 è denominato *modo1PO*, l'altro come *modo3PO*.

Le curve di *PO* ricavate dalle due analisi sono mostrate in Figura 4. Il taglio alla base è rapportato agli spostamenti trasversali dell'impalcato nei punti candidati ad essere scelti come *gld di riferimento* dell'intera struttura. In particolare, essi sono: 1) il centro di massa dell'impalcato (che si trova approssimativamente in corrispondenza della mezzeria del viadotto, cioè il nodo n. 983); 2) il punto di massimo spostamento trasversale. Mentre il primo è indipendente dal modo di vibrazione ed invariante durante l'analisi, il secondo dipende dal modo e può variare durante lo svolgimento dell'analisi incrementale. Un esempio è mostrato in Figura 5 dove, per ciascun *PO* modale, si confrontano due configurazioni deformate dell'impalcato: una relativa alla fase iniziale dell'analisi non-lineare (con la struttura ancora in campo elastico) e l'altra al termine dell'analisi (il *modo1PO* è rappresentato a sinistra, il *modo3PO* a destra). In entrambi i *PO*, la deformata dell'impalcato si "linearizza" con l'avanzare dell'analisi, ma nel caso del *modo3PO* si osserva anche che lo spostamento massimo varia dal nodo n. 1083 (in corrispondenza della pila 10) al nodo n.1183 (pila 11). Ne segue che, per il *modo1PO*, i possibili *gld di riferimento* sono i nodi n. 983 (centro di massa) e n. 783 (massimo spostamento); per il *modo3PO* invece, oltre al nodo n. 983, si considerano sia il nodo n. 1083 (massimo spostamento in fase elastica) sia il nodo n. 1183 (massimo spostamento in fase inelastica).

Le relazioni costitutive degli oscillatori equivalenti (SDF), ricavate dalla curve di *PO* tramite le espressioni nell'eq.(2), sono mostrate in Figura 6. Si fa notare che, per ciascun *PO*, tutte queste curve coincidono fino ad un punto che indica il passaggio della struttura dalla fase elastica a quella inelastica.

Le curve sono bilinearizzate utilizzando una relazione elasto-plastica perfetta e per ciascuna è derivata la relazione  $D_{n0} - PGA$ , utilizzando la procedura descritta al passo 5 (paragrafo 3). Un esempio di bilinearizzazione è mostrato nel riquadro presente nella parte sinistra della Figura 6. I valori della *PGA* sono ricavati dallo spettro in spostamento dell'Euro Codice 8 [18]. Per passare dallo spettro di risposta elastico a quello in elastico si utilizza la seguente espressione:

$$S_d^{in} = \frac{\mu_d}{q} \cdot S_d^{el} \quad (6)$$

nella quale il fattore di struttura  $q$  è in relazione con la duttilità in spostamento mediante le espressioni:

$$\begin{cases} q = (\mu_d - 1) \cdot \frac{T}{T_C} + 1 & T < T_C \\ q = \mu_d & T \geq T_C \end{cases} \quad (7)$$

dove  $T_C = 0.5$  s è il *corner period* dell'EC8 per il suolo adottato (Tipo A).

Le relazioni  $D_{n0} - PGA$  sono trasformate, mediante l'espressione nell'eq. (5), in quelle  $u_{m0} - PGA$ ; queste ultime esibiscono un andamento lineare poiché gli oscillatori equivalenti hanno tutti periodo caratteristico superiore a 2 s, e quindi la loro risposta è determinata dalla parte a spostamento costante dello spettro di risposta.

La risposta strutturale è valutata per tre livelli di accelerazione al suolo (*PGA*): 0.015g, 0.20g and 0.50g. Il valore più piccolo corrisponde ad un'azione esterna per la quale la risposta della struttura è in campo elastico; il valore intermedio corrisponde a quella che può considerarsi l'intensità di progetto per il sito considerato; il valore massimo ad un'azione esterna che induce una risposta della struttura largamente in campo inelastico.

Le combinazioni delle risposte dei *PO* modali, per determinare la risposta totale della struttura, sono state calcolate per le seguenti coppie di *gld di riferimento*: i) 983-983, per entrambi i *PO* il *gld di riferimento* è il centro di massa dell'impalcato; ii) 783-1083, il punto di massimo spostamento (identificato in regime di risposta elastica) è il *gld di riferimento*, quindi il nodo n. 783 per il *modo1PO* ed il nodo n. 1083 per il *modo3PO*; iii) 783-1188, il punto di massimo spostamento identificato in regime di risposta inelastico è il *gld di riferimento*. Le quantità di risposta sono combinate mediante la regola SSRS.

L'importanza relativa sui risultati finali della distribuzione dell'azione orizzontale (che nel metodo *MPO* è proporzionale ai modi di vibrare tramite l'espressione nell'eq.(1)), è investigata in questo studio prendendo in considerazione una distribuzione alternativa basata sulla deformata della struttura una volta che questa ha raggiunto un livello di deformazione ampiamente in campo inelastico. In particolare, essendo  $\mathbf{u}_{nf}$  il vettore degli spostamenti a rottura determinato dall'analisi *MPO* (per il modo  $n$ ) già eseguita, si considera la seguente distribuzione dei carichi:

$$\mathbf{s}_n^* = \mathbf{M} \cdot \left[ \mathbf{u}_{nf} / \max_i(u_{nf,i}) \right] \quad (8)$$

Al fine di determinare il vettore  $\mathbf{u}_{nf}$ , si è arbitrariamente definito che la rottura della struttura si verifica nell'istante in cui in entrambe le sezioni di base delle due colonne di una qualsiasi pila è raggiunta la capacità ultima in curvatura. Si eseguono quindi due ulteriori analisi *PO*, le quali sono poi combinate prendendo come *gdl di riferimento* il nodo n. 783,

per il *PO* il cui vettore  $\hat{\mathbf{S}}_1^*$  è derivato dal *modo1PO*, ed il nodo n. 1083 per quello derivato dal *modo3PO*.

I risultati di tutte le analisi sono riportati nel paragrafo successivo, dove sono confrontati con quelli ottenuti dall'analisi dinamica non-lineare al passo.

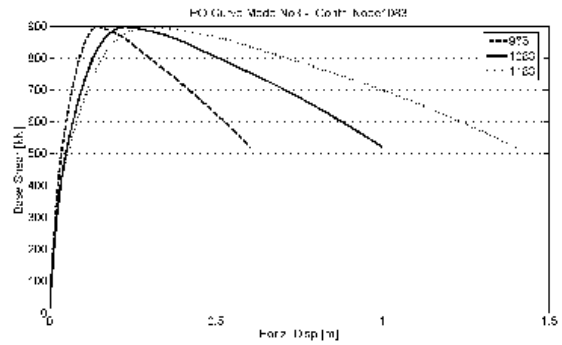
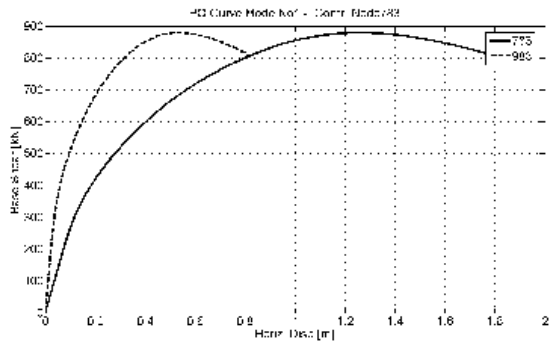


Figura 4: Taglio alla base vs. spostamento trasversale dell'impalcato per il modo1PO (a sinistra) e per il modo3PO (a destra).

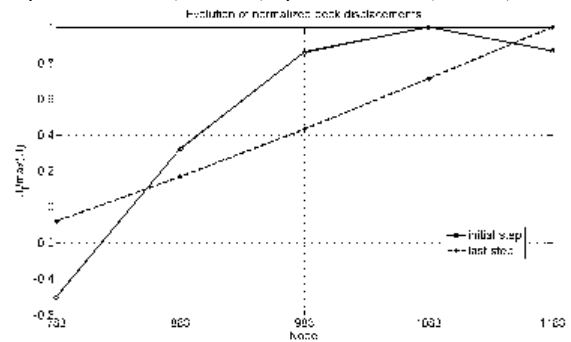
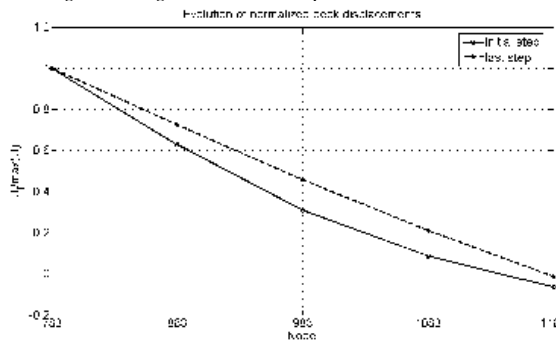


Figura 5: Configurazione deformata normalizzata dell'impalcato per il modo n. 1 (a sinistra) e per il modo n. 3 (a destra).

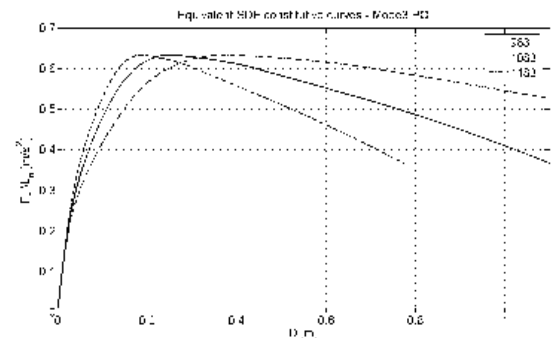
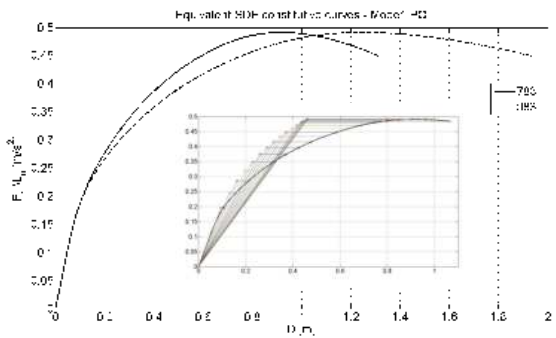


Figura 6: Legami costitutivi (curve di capacità) per gli oscillatori equivalenti al modo1PO (a sinistra) ed al modo3PO (a destra). Nel riquadro: esempio di bilinearizzazione.

#### 4.4 Confronto con l'analisi dinamica al passo

Il riferimento adottato per la valutazione del metodo *MPO* è dato dai risultati dell'analisi dinamica al passo (*TH*). Quest'ultima è basata su cinque accelerogrammi artificiali, generati utilizzando il metodo proposto da Shinozuka et al. [16] ed un funzione di densità spettrale tale che essi risultino compatibili con lo spettro di risposta dell'EC8. Per i dettagli circa la procedura utilizzata si rimanda a [17].

Nell'analisi numerica, si ricorre all'approccio delle masse concentrate e si utilizza la formulazione proposta da Rayleigh per il calcolo dello smorzamento. Quest'ultimo è ipotizzato pari al 2% per entrambi i modi. Le quantità di risposta d'interesse sono calcolate eseguendo la media dei valori massimi ricavati dai cinque accelerogrammi. Le analisi dinamiche sono eseguite per i tre livelli d'intensità sismica indicati in precedenza.

I valori stimati dello spostamento trasversale dell'impalcato per le varie combinazioni delle analisi *MPO* e dall'analisi *TH* sono confrontati in Figura 7. Come prevedibile, per  $PGA=0.015g$  la scelta del punto di riferimento non influisce nella determinazione della risposta strutturale in quanto la struttura è ancora in campo elastico. Ciononostante, e piuttosto sorprendentemente, differenze dell'ordine del 10-15% si osservano rispetto ai risultati dell'analisi *TH*. Un analogo risultato è mostrato anche in [14]. Una migliore approssimazione dei risultati dell'analisi *TH* può essere ottenuta: 1) incrementando il numero di modi di vibrare presi in considerazione nell'analisi *MPO*; 2) migliorando la *match* tra lo spettro di risposta di riferimento (EC8) e lo spettro medio degli accelerogrammi generati. In questo studio, la differenza tra questi due è pari al 18% per  $T_{el}=4.34$  s (modo n. 1) e all'8% per  $T_{el}=2.09$  s (modo n. 3). In realtà questo livello d'intensità sismica estremamente ridotto è analizzato unicamente al fine di rappresentare, e valutare quantitativamente, l'intrinseca approssimazione (cioè con la risposta della struttura in campo lineare) del metodo *MPO* rispetto alla soluzione esatta delle equazioni del moto ottenuta mediante l'analisi dinamica al passo.

Per il valore intermedio di *PGA*, si osserva una variazione significativa, tra le combinazioni dei *gdl di riferimento* esaminate, nella stima degli spostamenti relativamente al lato destro del viadotto; al contrario, gli spostamenti del lato sinistro sono sostanzialmente equivalenti. Rispetto all'analisi *TH*, la combinazione che meglio l'approssima è la 763-1083, cioè quella derivata a partire dai due nodi il cui spostamento modale è massimo. La combinazione 983-983 (quella del centro di massa) sovrastima la risposta, mentre la 783-1183 sottostima lo spostamento della parte destra (più rigida) del ponte. Si nota inoltre che la distribuzione del carico non produce significative variazioni dei risultati (la deformata ottenuta dalla combinazione delle due analisi *PO* con i carichi dall'eq.(8) è indicata in figura come *MPO mod.*).

Lo stesso andamento dei risultati si osserva anche per il più elevato livello di intensità investigato. In questo caso però la leggera sovrastima del contributo del modo n. 1, presente nei risultati ottenuti per  $PGA=0.2g$ , è svanita. Infatti, la "migliore" tra le analisi *MPO* a  $PGA=0.5g$  fornisce (inaspettatamente) una più accurata approssimazione dei risultati dell'analisi *TH* rispetto al livello d'intensità intermedio. Questa combinazione è nuovamente la 783-1083. Si nota inoltre che la differenza tra quest'ultima e la combinazione ottenuta per la distribuzione di carico alternativa (*MPO mod.*) è ancora diminuita rispetto a  $PGA=0.2g$ .

I risultati mostrati consentono di trarre indicazioni di tipo qualitativo circa la scelta del *gdl di riferimento* per l'analisi *MPO*: i nodi nei quali si osserva il massimo spostamento modale (fase elastica) costituiscono la miglior scelta possibile. Ad analoga conclusione sono giunti anche altri studi [11,14]. Inoltre, la distribuzione dei carichi che si utilizza nelle analisi di *PO* non influenza in modo significativo la stima della risposta (in spostamento) del viadotto; tale considerazione è valida almeno per distribuzioni derivate da configurazioni deformate della struttura di senso "fisico". Questo risultato, piuttosto inaspettato, implica che non si avrebbero particolari benefici dall'utilizzo delle più sofisticate tecniche *PO adattative*, quanto meno per questa particolare struttura.

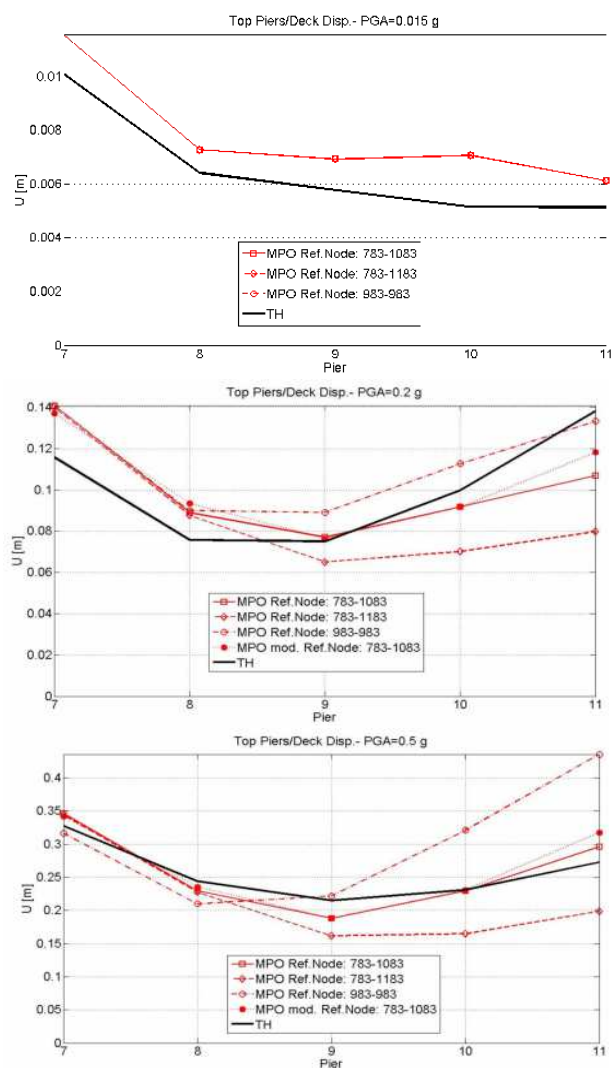


Figura 7: Spostamenti trasversali dell'impalcato dalle analisi *MPO*, per differenti combinazioni del *gdl di riferimento*, e dall'analisi *TH*, per i tre livelli di intensità sismica esaminati

Gli spostamenti nodali risultanti dall'analisi *MPO* (combinazione 783-1083) e dall'analisi *TH* sono confrontati in Figura 8. Per facilitare la comprensione dei dati riportati nella figura si ricorda che le pile sono costituite da portali multipiano e che ciascun membro (colonna d'interpiano o traverso) è modellato con un elemento finito. In particolare, le pile n. 7 e n. 8 hanno 4 traversi (pulvino incluso), la pila n. 9 tre, le pile n. 10 e n. 11 due. Poiché gli spostamenti trasversali di due nodi simmetrici della stessa pila (cioè alla medesima quota) sono uguali, questi possono essere rappresentati nella Figura 8 da un unico istogramma verticale. I nodi sono raggruppati per pila, dal basso verso l'alto nella direzione sinistra-destra. Si ricorda infine che gli spostamenti nodali in testa pila coincidono con quelli del nodo d'impalcato corrispondente.

Per entrambi i livelli d'intensità sismica mostrati in figura ( $PGA=0.2g$  a sinistra,  $PGA=0.5g$  a destra) si osserva una soddisfacente corrispondenza tra i risultati delle analisi *MPO* e *TH*, leggermente migliore nel caso d'intensità più elevata dove la variazione nella stima degli spostamenti risulta essere

compresa tra il 2% ed 15%. In pratica, questi risultati possono essere considerati equivalenti ai fini della valutazione della sicurezza sismica di una struttura esistente.

Una situazione simile si rileva anche per quanto riguarda la stima dei valori di curvatura nelle sezioni d'estremità degli elementi, che sono mostrati in Figura 9 per le colonne ed in Figura 10 per i traversi. Questo risultato particolarmente positivo non era affatto scontato, essendo questa quantità di risposta notoriamente più influenzata dal tipo di analisi (statica rispetto a dinamica) rispetto agli spostamenti.

I valori mostrati in figura sono normalizzati rispetto alla corrispondente capacità in curvatura. Il criterio di rappresentazione descritto per la precedente figura è nuovamente applicato. Pertanto, per ciascuna pila, la prima coppia di istogrammi verticali si riferisce alle curvature dalle analisi MPO e TH nella sezione di base. Per tener conto della

direzione d'applicazione del carico, nel caso dell'analisi MPO per tutte le sezioni simmetriche si è considerato quale valore rappresentativo il massimo tra i due risultanti dall'analisi; nel caso dell'analisi TH si è calcolata la media per tener conto della polarità.

I dati mostrati non necessitano di particolari commenti. L'unica discrepanza di un certo rilievo si rileva nella sezione di base della pila n. 11 per  $PGA=0.2g$ : secondo i risultati dell'analisi TH la sezione è arrivata a rottura, mentre l'analisi MPO prevede che la domanda in curvatura è inferiore alla corrispondente capacità. Per  $PGA=0.5g$  invece entrambi i metodi prevedono il superamento della capacità ultima nelle sezioni di base delle pile n. 10 e n. 11. Nel caso dei traversi, i cui valori sono mostrati in Figura 10, si nota che la richiesta in curvatura è molto superiore alla capacità delle sezioni per entrambi i livelli d'eccitazione sismica.

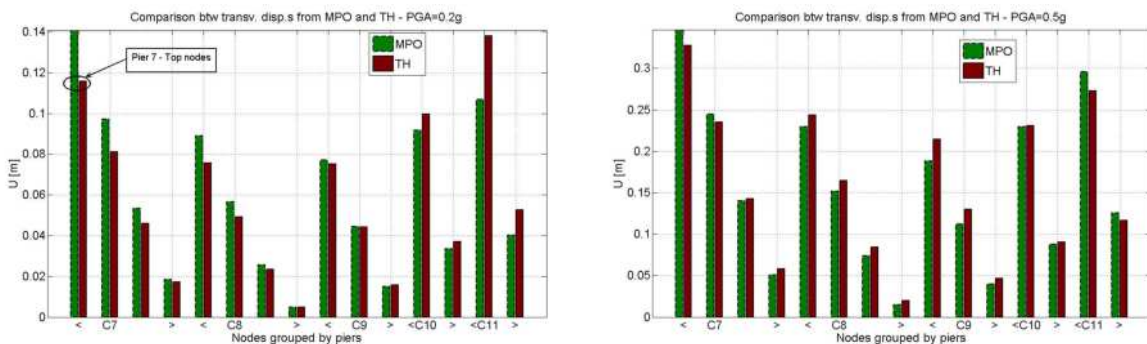


Figura 8: Spostamenti trasversali nei nodi delle pile dall'analisi MPO (comb. 783-1083) e dall'analisi TH (PGA=0.2g a sinistra, PGA=0.5g a destra ).

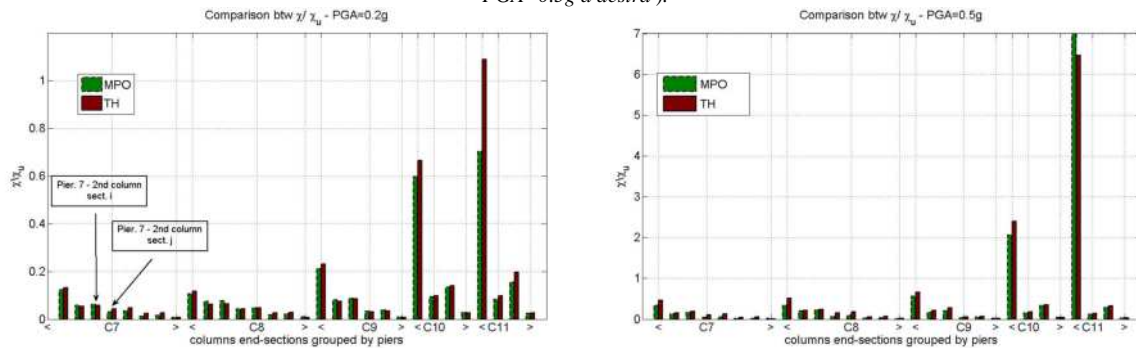


Figura 9: Curvature (normalizzate) nelle sezioni d'estremità delle colonne dall'analisi MPO (comb. 783-1083) e dall'analisi TH (PGA=0.2g a sinistra, PGA=0.5g a destra ).

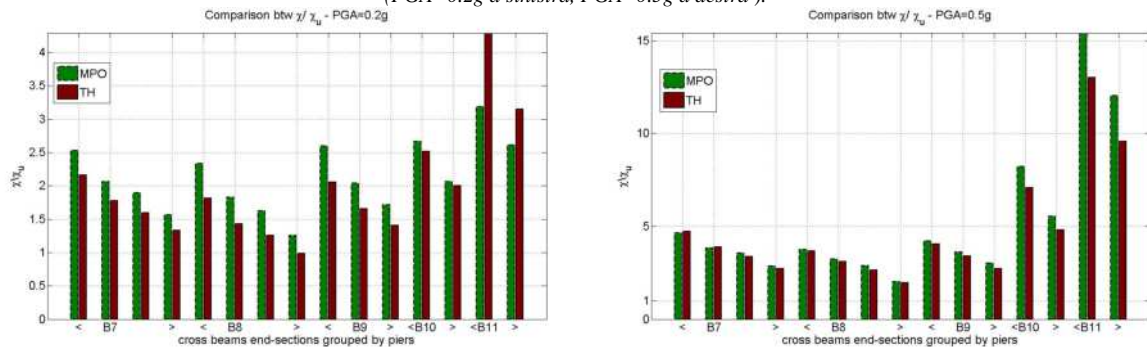


Figura 10: Curvature (normalizzate) nelle sezioni d'estremità dei traversi dall'analisi MPO (comb. 783-1083) e dall'analisi TH (PGA=0.2g a sinistra, PGA=0.5g a destra ).



## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stata studiata l'adeguatezza del metodo d'analisi push-over modale per la valutazione della sicurezza sismica di ponti esistenti mediante l'applicazione ad un caso reale. I risultati sono stati confrontati con quelli ricavati da un'analisi dinamica non-lineare al passo, presi a riferimento. Il confronto ha fornito le seguenti indicazioni:

- I punti dove si osserva il massimo spostamento modale sono la miglior scelta possibile per il grado di libertà di riferimento (su cui si basa la valutazione della domanda sismica sulla struttura). Pertanto, ciascun modo sarà caratterizzato dal suo nodo di riferimento.
- I risultati ottenuti utilizzando per l'analisi *PO* una distribuzione del carico orizzontale basata sulla deformata modale della struttura non differiscono in sostanza da quelli ottenuti a partire dalla distribuzione ricavata dalla deformata inelastica a rottura.
- La miglior stima degli spostamenti risultanti dall'analisi *MPO* (cioè quella relativa ai *gdl* di riferimento ottimali) corrisponde con approssimazione più che buona a quelli ricavati dall'analisi *TH*. Si fa notare che il livello di approssimazione tra i risultati dell'analisi *MPO* e quelli della *TH* risulta essere lo stesso sia nel caso che la risposta della struttura è in campo elastico, sia che essa è in campo inelastico. Questa ultima osservazione, assieme alla precedente, indica che la principale approssimazione del metodo *MPO*, cioè basarsi sulle deformate modali ricavate in campo elastico, non costituisce in pratica una reale limitazione.
- La massima differenza tra gli spostamenti valutati con il metodo *MPO* e quelli con l'analisi *TH* risulta essere nell'ordine del 15%, indipendentemente dal livello dell'intensità sismica considerato. Lo stesso risultato si ottiene anche per quanto riguarda la stima delle curvature nelle sezioni d'estremità degli elementi, cosicché le distribuzioni delle cerniere plastiche previste dai due metodi coincidono quasi esattamente tra di loro. Si può ragionevolmente ritenere che tali contenute differenze non influenzino in misura alcuna il risultato finale di una valutazione della sicurezza sismica di un ponte esistente.

L'applicazione del metodo *MPO* al viadotto esaminato in questo studio ha fornito risultati ampiamente accettabili. Un tale giudizio positivo dovrà comunque trovare conferma nei risultati di un più ampio numero di applicazioni.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] S.A. Freeman, J.P. Nicoletti, and J.V. Tyrell, 1975, "Evaluations of Existing Buildings for Seismic Risk – A Case Study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington," Proc. of the First U.S. Nat. Conf. on Earthq. Engng, Oakland, California, pp. 113-122.
- [2] P. Fajfar, M. Fischinger, N2 - A method for non-linear seismic analysis of regular buildings. Proc. of the 9<sup>th</sup> WCEE, August 2-9 Tokyo-Kyoto, Japan, 1988.
- [3] P. Fajfar, P. Gaspersic, The N2 method for seismic damage analysis of RC buildings. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **25**, 31–46, 1996.
- [4] A.K. Chopra, R.K. Goel, A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **31**, 561–582, 2002.
- [5] A. Reinhorn, Inelastic analysis techniques in seismic evaluations. H. Krawinkler and P. Fajfar eds. *Seismic design methodologies for next generation of code*, Bled, Slovenia, June 24-27, Balkema, pp 277-287, 1997.
- [6] B. Gupta, S.K. Kunnath, Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures. *Earthquake Spectra*, **16**(2), 367-391, 2000.
- [7] A.S. Elnashai, Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake applications. *Structural Engineering and Mechanics*, **12**(1), 51-69, 2001.
- [8] M. N. Aydinoglu, An improved pushover procedure for engineering practice: incremental response spectrum analysis (IRSA). P. Fajfar and H. Krawinkler eds. *Performance-based seismic design. Concepts and implementation*, Bled, Slovenia, June 28- July 1. PEER report 2004/05, pp 345-356, 2004.
- [9] S. Antoniou, R. Pinho, Advantages and limitations of adaptive and non-adaptive force-based pushover procedures. *Journal of Earthquake Engineering*, **8**(4), 497-522, 2004 (a).
- [10] S. Antoniou, R. Pinho, Development and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure. *Journal of Earthquake Engineering*, **8**(5), 643-661, 2004 (b).
- [11] T. Isakovic, M. Fischinger, Higher modes in simplified inelastic seismic analysis of single-column bent viaducts. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **35**, 95-114, 2006.
- [12] G.M. Calvi, P.E. Pinto eds, Experimental and numerical investigations on the seismic response of bridges and recommendations for code provisions. Report no. 4, EU funded Research projects ECOEST and PREC8, published by LNEC, Lisboa, Portugal, 1996.
- [13] C. Casarotti, R. Pinho, G.M. Calvi, *Adaptive Pushover-based Methods for Seismic Assessment and Design of Bridge Structures*. Report, IUSS Press (www.iusspress.it), Pavia, Italy, 2005.
- [14] T.S. Paraskeva, A.J. Kappos, A.G. Sextos, Extension of modal pushover analysis to seismic assessment of bridges. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **35**, 1269–1293, 2006.
- [15] PEER. Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees). Pacific Earthquake Eng. Research Center, University of California, Berkeley, CA, USA. <http://opensess.berkeley.edu>, 1999.
- [16] M. Shinozuka, Monte Carlo solution of structural dynamics. *Comput. & Struct.*, **2**, 855-874, . 1972.
- [17] A. Lupoi, P. Franchin, P.E. Pinto, G. Monti, Seismic design of bridges accounting for spatial variability of ground motion. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **34**(4-5), 327-348, 2005.
- [18] CEN, 2002, "Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 2: Bridges", PrEN1998-2: 2003, Draft 2 April 2002, Comité Europeen de Normalization, Brussels, Belgium.

# SENSITIVITÀ DELLA RESISTENZA A COMPRESSIONE DEL CALCESTRUZZO ALL'INCERTEZZA DEL RAPPORTO ACQUA-CEMENTO DELLE MISCELE

Giuseppe Carlo Marano<sup>1</sup>, Cesare Marti<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente e dello Sviluppo Sostenibile, Politecnico di Bari

## SOMMARIO

Tra i differenti parametri che caratterizzano le miscele di calcestruzzo il rapporto acqua/cemento ( $a/c$ ) è quello comunemente ritenuto di maggiore rilevanza nella valutazione di numerose caratteristiche reologiche e meccaniche. Infatti da questo indice dipendono direttamente varie caratteristiche di fondamentale importanza quali la resistenza finale a compressione, la lavorabilità e la durabilità. In particolare, riferendosi alla resistenza a compressione e coerentemente con l'evidenza mostrata sia da prove condotte in laboratorio che effettuate su scala industriale, si assume esistente un ben definito legame funzionale tra questa grandezza ed il rapporto  $a/c$ . Tale legame è comunemente assunto con una espressione di esponenziale smorzato, iperbolico o similari. Peraltro è ben noto che bassi rapporti  $a/c$  inducono elevate resistenze meccaniche. Non altrettanto immediata è la consapevolezza che le variazioni del rapporto  $a/c$  rispetto al valore nominale utilizzato presso un impianto industriale possano indurre sulla resistenza finale. Peraltro le dispersioni inevitabili di questo indice ( $a/c$ ) rispetto ad un valore nominale di produzione sono funzione di vari fattori e comunque non è sempre possibile controllarne con precisione l'entità, soprattutto quando si abbandonano le analisi di laboratorio e si trasferisce alla produzione industriale.

Nel presente lavoro è presentato un approccio pienamente probabilistico per valutare l'effetto che l'incertezza del rapporto  $a/c$  determina sui valori di resistenza a compressione finale del calcestruzzo.

## SUMMARY

In technical and scientific literature there are different process parameters that are assumed as able to influence concrete production final quality; moreover the water-cement ratio is typically assumed as the more indicative between them. This mix design index is able to strongly influence both final and immediate mechanical and reological characteristics, as concrete strength, lavorability and durability. In more details the final concrete strength depends on the water – cement ratio with well established laws, as observed both in laboratories and in industrial productions experiences. This law could be assumed as a negative exponential damped, or as a hyperbolic or by similar mathematical functions. It is well established that for a low water-cement ratio there is a strong concrete strength. Moreover it is not so immediate evaluate how variations in water-concrete ratio could induce variations in concrete strength. This is an important point to evaluate due to naturally uncertainties that afflict this parameters in real industrial concrete productions process. In present work is analysed this problem by a full stochastic approach, to established how uncertainly on water-cement ratio could decrease final concrete strength.

## 1. INTRODUZIONE

Sia nella prefabbricazione o nel confezionamento oppure nella autoproduzione in cantiere, e coerentemente con ogni altra produzione industriale, anche nel processo produttivo del calcestruzzo si individuano alcuni indici indiretti di processo atti a monitorare le qualità e le performances finali del prodotto. La moderna tecnologia del calcestruzzo demanda la valutazione indiretta della gran parte delle performances richieste al materiale ad un singolo indice sintetico descrittivo della miscela, identificato nel rapporto acqua/cemento ( $a/c$ ). In realtà le miscele confezionate con un basso valore di  $a/c$  sono caratterizzate da una pasta di cemento con bassa porosità, e quindi con basso numero di microdifetti interni e pori. Sono proprio questi gli elementi capaci di

permettere la diffusione degli agenti aggressivi all'interno della matrice (attivando il degrado del materiale) e la creazione delle microcricche che una volta formate sotto i carichi di esercizio si estendono sotto le azioni di massima intensità portando alla formazione di fessure (determinando la crisi meccanica del materiale). Pertanto, come oramai ampiamente riconosciuto, un basso rapporto  $a/c$  determina un'elevata resistenza meccanica ed una migliore durabilità del calcestruzzo. Il raggiungimento di un basso rapporto  $a/c$  si può ottenere con due distinti approcci che sono:

- aumentando il dosaggio unitario di cemento per  $m^3$ ;
- riducendo l'acqua di impasto.

In questo secondo caso e senza interventi correttivi si induce l'effetto indesiderato di ridurre la lavorabilità della

miscela allo stato fresco, compromettendo quindi l'efficacia del materiale durante la posa in opera. Questo effetto è riscontrabile soprattutto nel caso di elevata densità delle armature oppure in presenza di andamenti irregolari delle casseforme. Per ovviare a questo problema si interviene comunemente utilizzando additivi riduttori d'acqua al fine di garantire la lavorabilità richiesta e la migliore messa in opera del prodotto anche a fronte di un basso rapporto a/c.

Come linea di principio comunque, sia si intervenga aumentando il dosaggio del cemento oppure riducendo l'acqua attraverso l'utilizzo cospicuo di additivi fluidificanti, l'effetto finale per il produttore è un incremento dei costi totali della miscela e quindi una riduzione dei margini operativi. Infatti, pur senza entrare nel computo dei costi percentuali effettivi delle materie prime costituenti il calcestruzzo (che possono variare in maniera considerevole da regione a regione), è consolidato che il cemento e gli additivi sono tra le maggiori voci di spesa percentuali in una normale miscela di calcestruzzo.

Con riferimento alla semplice minimizzazione dei costi si può pertanto impostare il problema della determinazione della minima riduzione del rapporto a/c possibile e capace di soddisfare le richieste in termini di resistenza e durabilità con una sufficiente affidabilità. Per affidabilità si intende in questo caso la garanzia per il produttore di ottenere resistenze finali non inferiori a quelle minime da lui garantite con una sufficiente probabilità (da lui stabilita).

Normalmente il mix – design delle miscele di calcestruzzo determina il rapporto a/c sulla base di due differenti richieste progettuali. La prima, confermata dal recepimento in Italia della norma UNI EN 206 tramite la UNI 11104, ha di fatto ha introdotto per le miscele ordinarie un limite superiore al rapporto a/c in funzione della classe di durabilità richiesta.

Pertanto si deve anche considerare che il valore del rapporto a/c deriva dalle richieste del committente in termini di resistenza meccanica.

Dal confronto tra questi due valori si desume il valore di a/c per la miscela, che sarà il minimo tra i due, e quindi capace di soddisfare sia le richieste meccaniche che quelle di durabilità.

Nel caso di elevate resistenze a schiacciamento richieste bisogna sovente riferirsi al secondo criterio, soprattutto quando non ci si riferisce a classi di esposizione elevate.

La normale progettazione industriale delle miscele (mix design) in questi casi si basa sull'uso di abachi ottenuti sperimentalmente che correlano il rapporto a/c con la resistenza finale del calcestruzzo. Questa prassi consolidata è necessaria perché a tutt'oggi non esiste una formulazione analitica unitaria capace di considerare tutte le variabili della miscela di calcestruzzo correlandole con la resistenza finale. Quindi si fa uso di formule empiriche rappresentative del legame a/c – R (resistenza meccanica a compressione finale) di tipo esponenziale smorzato oppure iperboliche. Una volta ottenuti i parametri caratteristici di queste curve per i materiali utilizzati (in funzione delle materie prime impiegate in ogni singolo impianto produttivo), il mix design è effettuato associando ad ogni classe di resistenza lo specifico rapporto a/c necessario. Eventualmente, per tener conto empiricamente delle inevitabili incertezze che caratterizzano la produzione industriale di calcestruzzo, il rapporto realmente impiegato è leggermente (o sensibilmente) inferiore a quello minimo ottenuto, secondo la sensibilità e l'esperienza del progettista

delle miscele. Questo approccio per il mix design si basa quindi sulle capacità di ogni singolo operatore di stimare sia le possibili oscillazioni dei componenti della miscela che il loro effetto sul prodotto finale. In effetti proprio per la particolare caratteristica del rapporto funzionale tra a/c ed R gli effetti dell'incertezza sono molto maggiori per i calcestruzzi ad alte prestazioni che per quelli ordinari. Si fa, in particolare, riferimento agli errori nella stima del quantitativo d'acqua effettivamente presente in miscela, assumendo che gli altri parametri, anche se fluttuati, non presentino scarti capaci di variare significativamente la resistenza finale del materiale.

## 2. LE CAUSE DI INCERTEZZA DEL RAPPORTO A/C

Se il rapporto a/c è l'indice ritenuto più significativo delle miscele di calcestruzzo, esso è al contempo quello che risente maggiormente delle incertezze legate al processo produttivo. Nel confezionamento delle miscele e facendo riferimento ad impianti automatizzati<sup>1</sup>, il dosaggio dei vari elementi avviene con procedure standardizzate in cui gli errori sono controllabili e comunque limitati entro range stimabili in relazione alle caratteristiche dell'impianto. In dettaglio il peso dei singoli elementi, ossia degli inerti, del cemento, degli additivi e dell'acqua, è controllato con strumenti di assegnata precisione (funzione della loro tecnologia, accuratezza e gestione). L'errore complessivo è sempre quindi controllato entro limiti che dipendono dal tipo di impianto e dalle apparecchiature utilizzate. In definitiva si assume ragionevole che una volta determinate le caratteristiche di un dato impianto (precisione degli strumenti, manutenzione, qualificazione del personale, etc.) allora è possibile dedurre una massima banda di oscillazione entro cui possono variare i reali valori di tutti i differenti elementi utilizzati nelle miscele.

Quindi è concettualmente possibile ottenere una prefissata qualità (minimizzando le differenze tra le miscele realmente prodotte da quelle nominali da ricetta entro un accettabile scarto) per un dato impianto di miscelazione, operando un "adeguato" aumento della precisione degli strumenti di dosaggio e controllo. Tale approccio è applicabile a tutti gli elementi di una miscela, tranne che all'acqua. Si rammenta per meglio comprendere ciò che segue che essa è pari alla somma di quella aggiunta in impianto e di quella già presente negli inerti al momento del confezionamento.

In effetti è ragionevole assumere che gli altri elementi, ed in particolare il cemento, siano dosati con elevata affidabilità, causando differenze tra i valori nominali di mix design e quelli reali in produzione realmente modesti (nell'ipotesi di una corretta taratura ed impostazione degli strumenti di controllo e del software di gestione).

Al contrario, la presenza di acqua sulla superficie degli inerti, sia di piccola che di grande pezzatura (derivante sia da umidità ambientale che da pioggia) non sempre è immediata valutazione. Generalmente si può riscontrare sulla superficie degli inerti una quantità di acqua variabile nel tempo dall'1% al 15% in volume, (in particolari casi si può raggiungere il 20%). Tali valori dipendono dalle caratteristiche della superficie degli inerti, del tipo di stoccaggio e delle condizioni meteorologiche. Questa condizione deriva dalle caratteristiche

---

<sup>1</sup> A parere degli autori non è possibile parlare efficacemente di controllo dell'incertezza in impianti con procedure di dosaggio manuali.

della superficie degli inerti, che è in grado di trattenere quantità di acqua assai significative. Questo fenomeno è tanto più marcato quanto più irregolare e frattale è la superficie degli inerti (frantumati più dei naturali, calcarei più dei silicei, etc.) e quanto maggiore è la superficie specifica (inerti fini più di quelli grossi). Se gli inerti sono stoccati in zone coperte il problema è "limitato" solo all'umidità atmosferica, che è l'unico mezzo di veicolazione di acqua sulla superficie degli inerti. Se al contrario essi sono stoccati a cielo aperto, allora anche le piogge intervengono apportando notevoli quantità di acqua direttamente sui cumuli di inerti stoccati.

Si evidenzia che la situazione migliore sarebbe di un inerte sempre con la stessa quantità di acqua, magari quella saturata a superficie asciutta (SSA), che fa riferimento ad un aggregato che ha saturato le proprie capacità di assorbimento e non porta altro liquido, quindi asciutto esternamente.

E' chiaro che soprattutto per gli impianti con stoccaggio non coperto le variazioni dell'acqua presente sugli inerti al momento della miscelazione. In queste condizioni si impone quindi l'impiego di strumenti idonei a rilevare e compensare la quantità di acqua presente nell'inerte durante le fasi della pesatura e confezionamento. Esistono peraltro differenti strumentazioni atte a controllare questo parametro.

Le principali tipologie sono:

#### *Misuratori capacitivi*

Tale apparecchiatura opera secondo il principio di misurazione della costante dielettrica in combinazione con l'attenuazione dell'alta frequenza nella sabbia umida. La sonda contiene un oscillatore ed un condensatore - misuratore protetto da un diaframma in ceramica a contatto con il materiale da misurare.

Il segnale in uscita è proporzionale e lineare alla umidità trattenuta dagli inerti. In condizioni ottimali si raggiungono precisioni di misura fino allo 0.2%. Esso è adatto anche all'impiego nel mescolatore, mentre è particolarmente adatta alla rilevazione in continuo sul materiale in dosaggio in quanto la sua risposta è istantanea.

#### *Strumenti di misurazione con tecnologia a microonde*

Tale apparecchiatura misura le microonde trattenute dall'acqua presente nell'inerte da testare, esso è ritenuto il sistema più accurato dal punto di vista strumentale, più stabile del sistema capacitivo. Nello specifico il segnale in uscita non è lineare all'umidità trattenuta dagli inerti, pertanto necessita di una adeguata apparecchiatura di gestione. È particolarmente adatto alla rilevazione in continuo sul materiale in dosaggio in quanto la sua risposta è rapida. Risente notevolmente della non omogeneità della granulometria, e delle variazioni di temperatura del materiale in misura. In condizioni ottime si raggiungono precisioni di misura fino allo 0.1%.

Esso è adatto anche all'impiego nel mescolatore.

#### *Strumento di misurazione secondo il principio della conducibilità elettrica*

La misurazione avviene attraverso due speciali elettrodi montati in modo che risultino a contatto con gli inerti oggetto della misurazione. L'accuratezza del sistema è dipendente dal tipo di strumento utilizzato per elaborare il segnale. Esso risulta ancora attualmente il più diffuso e controverso in quanto la maggior parte degli strumenti oggi in commercio di tipo analogico, si limitano a visualizzare il segnale letto senza

effettuare successive elaborazioni fornendo quindi risultati di scarsa attendibilità.

Oggi giorno esistono nuovi sistemi di controllo a microprocessore in grado di linearizzare ed elaborare la curva (che per sua natura risulta essere logaritmica), fornendo quindi affidabilità, ripetibilità ed accuratezza paragonabili ai sistemi più sofisticati. Nella realtà Italiana risulta applicabile in una ampia casistica, e nell'impiego ottimale lo strumento dotato di microprocessore offre una accuratezza di lettura inferiore allo 0.4%.

In generale i sistemi capacitivi, a microonde e resistivi, possono essere considerati paritetici dal punto di vista dell'impiego nel confezionamento del calcestruzzo; nella maggior parte delle applicazioni l'affidabilità è demandata soprattutto ad una oculata scelta tipologica applicativa nonché al corretto posizionamento meccanico della sonda, oltre che ad una adeguata manutenzione ed accuratezza nella taratura. Quindi opinione diffusa è che non risulta particolarmente importante una differenza sulla misura strumentale di qualche punto decimale percentuale tra un sistema o l'altro, perché una non corretta applicazione è già da se in grado di produrre errori di parecchi punti percentuale, se non una perdita consistente di attendibilità della misura.

La rilevazione ottimale si ottiene negli inerti di piccola pezzatura (sabbie). Le ghiaie di pezzatura medio grossa, spesso non contengono quantità di acqua apprezzabili, pertanto di norma non vengono rilevate automaticamente, ma corrette tramite un coefficiente impostabile stimato o misurato manualmente dall'operatore.

#### *Ubicazione dei misuratori*

Come citato in precedenza oltre alla diversa tipologia di strumenti, è importante sottolineare la fase di posizionamento degli stessi all'interno dell'impianto. In generale non esiste una regola fissa adottabile nelle diverse installazioni industriali. Pertanto a seconda della tipologia d'impianto potranno essere installati:

- nella bilancia di pesatura in corrispondenza della bocca estrattrice, con compensazione dinamica al raggiungimento della copertura sonda.
- nello scomparto inerti in prossimità delle bocchette di estrazione per misurare prima di pesare o mediare varie letture durante la fase di dosaggio.
- interposti tra bocca e bilancia per misurare e mediare il materiale durante la fase di dosaggio.
- in continuo nel nastro trasportatore per dosatori volumetrici.

La sonda in bilancia può essere installata unicamente in impianti orizzontali, in quanto non è possibile la sua installazione in impianti a torre. L'installazione nella bocca di estrazione è consigliata per impianti a torre nei quali non è possibile la soluzione in bilancia. Ha il vantaggio di poter effettuare una immediata lettura dell'umidità e compensare prima del dosaggio l'inerte e l'acqua, consentendo un più valido controllo dell'acqua di anticipo in autobetoniera. Interposta tra bocca estrattrice e la bilancia, particolarmente indicata in impianti a torre muniti di una unica bocca, ove il materiale possa fluire con costanza sulla sonda stessa, la misura avviene mediando numerose letture durante la fase di dosaggio e regolando in modo dinamico la compensazione granulometrica. Risulta invece poco affidabile con bocche di grandi dimensioni in quanto il materiale stagnante potrebbe

transitare senza essere interessato alla misura, inoltre resta il rischio di mediare letture in assenza di materiale a causa ponti o intasamenti.

Altra soluzione è quella di posizionare le sonde direttamente sul nastro. Le sonde sono installate sulla sommità del cumulo materiale del nastro di trasporto. Di particolare impiego su nastri estrattori volumetrici, ove il materiale in transito mantenga le caratteristiche di costanza. Il controllo del sistema in tal caso si dovrà occupare di compensare la variazione di portata (effetto bulking).

### 3. CAUSE DI VARIAZIONE DELL'ACQUA PRESENTE NEGLI AGGREGATI

E' evidente inoltre che il quantitativo di acqua presente sulla superficie degli inerti varia dall'esterno del cumulo verso il suo interno in relazione all'evolversi temporale delle condizioni climatiche. Basti pensare al flusso di acqua in un cumulo di ghiaia soggetto ad una pioggia di alcune ore oppure a differenti livelli di umidità relativa nell'aria durante le ore della giornata. Il flusso di filtrazione dell'acqua che si stabilirà farà sì che la sua quantità dipenderà sia dall'istante in cui la considero che dalla profondità rispetto al livello esterno del cumulo stesso. La compensazione di questi effetti in fase di carico non sempre è immediata e fa riferimento alla valutazione di indici indiretti. Ad esempio in impianti dotati di premiscelatore è possibile correlare la potenza assorbita con la fluidità dell'impasto, che a sua volta dipende dall'acqua efficace presente nella miscela.

In queste condizioni è possibile ovviare almeno parzialmente con correzioni della miscela. Ciononostante anche in questi casi non è possibile prescindere dalla constatazione che, anche se in maniera controllata, un variazione del reale rapporto a/c da quello nominale sia presente. Per quanto concerne la descrizione dell'incertezza, si può fare riferimento ad un classico approccio probabilistico in cui la grandezza affetta da incertezza (a/c) sia descritta compiutamente tramite la sua densità di probabilità.

Nello specifico, considerando che il rapporto non può assumere valori negativi e che è irrealistico considerare valori che eccedano un valore massimo o che siano inferiori ad un valore minimo, la distribuzione uniforme rappresenta un ragionevole compromesso tra qualità della descrizione probabilistica, semplicità ed immediatezza nella definizione dei parametri salienti

$$\left( \left( \frac{a}{c} \right)_{\min}, \left( \frac{a}{c} \right)_{\max}, \Delta = \left[ \left( \frac{a}{c} \right)_{\max} - \left( \frac{a}{c} \right)_{\min} \right] \right):$$

$$p_{A/C}(a/c) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{se } \left( \frac{a}{c} \right) \in \left[ \left( \frac{a}{c} \right)_{\min}, \left( \frac{a}{c} \right)_{\max} \right] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1)$$

I valori del rapporto a/c massimo e minimo dipendono da vari fattori (livello qualitativo e affidabilità degli strumenti di misura, etc.), e possono peraltro essere tarati sullo specifico tipo di impianto (stoccaggio degli inerti a cielo aperto oppure in ambienti coperti) oppure delle condizioni ambientali (climi molto secchi oppure umidi).

### 4. RELAZIONI TRA RESISTENZA E RAPPORTO A/C

Al diminuire del rapporto a/c l'incremento di resistenza è più che lineare, e questo trend continua sino a quando l'acqua efficace risulta positiva. Oltre questo punto il trend si interrompe perché viene meno parte dell'acqua di reazione annullando le reazioni di idratazione e quindi la creazione di silicati e alluminati idrati di calcio. In letteratura scientifica e tecnica vari modelli numerici sono proposti per modellare questo legame (Della Rard, Abrams, etc.), nel presente lavoro è considerato un legame di tipo esponenziale smorzato nella forma:

$$R = h \left( \frac{a}{c} \right) = \alpha e^{-\beta \frac{a}{c}} \quad (2)$$

in cui i due parametri  $\alpha$  e  $\beta$  sono funzione dei materiali e dei mezzi impiegati, ottenuti interpolando prove di laboratorio per differenti rapporti di a/c. A fronte di queste curve si assume che detti parametri siano definiti senza sostanziali fonti di incertezza, ovvero assumendo che le variazioni inevitabili in produzione non ne modificano sostanzialmente il valore. Al contrario il rapporto a/c, come detto precedentemente, può subire anche serie oscillazioni in relazione ai parametri sopra esposti (Figura 1).

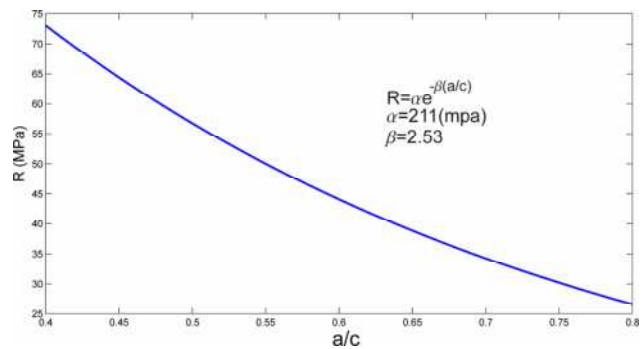


Figura 1 - curva di correlazione tra rapporto acqua/cemento e resistenza finale a compressione calcolata a 28 giorni

Supponendo che il rapporto a/c con cui sono costruite le curve (2) sia un valore nominale  $\left( \frac{a}{c} \right)_0$  e che l'incertezza sia

descritta da una distribuzione uniforme di semiampiezza  $\frac{\Delta}{2}$

(e quindi dal valore massimo e minimo ritenuti plausibili). Tale incertezza si trasferisce sulla resistenza finale applicando la teoria delle funzioni di variabili aleatorie (Papoulis). Ottenuta la densità di probabilità della resistenza finale in relazione a quella del rapporto a/c, è possibile ottenere in maniera esatta la probabilità che la resistenza finale del calcestruzzo risulti inferiore ad un valore ritenuto critico dal produttore in relazione alle richieste del committente. Esso può in prima analisi assumersi come quel valore di resistenza garantito che, se non riscontrato dal committente, può indurre l'insorgere di contestazioni e contenziosi.

In particolare, avendo supposto di poter definire i parametri di incertezza della produzione di un dato impianto di preconfezionamento (supposto costante per ogni valore di a/c adottato), si vuole valutare la miscela meno costosa che

comunque garantisca con sufficiente affidabilità le richieste del committente. In forma più analitica il problema sopra esposto può essere posto in termini di ottimizzazione vincolata, in cui bisogna definire il valore massimo possibile del rapporto a/c (e quindi quello che induce i minori costi di produzione) che comunque garantisca con una prefissata probabilità al produttore che la resistenza finale non scenda sotto una data soglia garantita. Naturalmente viene data come assunta una incertezza fissa sul valore del rapporto a/c quantificato dalla ampiezza  $\Delta_{a/c}$ :

trovare il massimo del valore nominale  $\left(\frac{a}{c}\right)_0$

condizionato al soddisfacimento del vincolo

$$P \left[ r < r^{adm} \mid \Delta_{a/c} \right] > \tilde{P}$$

ove  $\tilde{P}$  è la massima probabilità di produrre un calcestruzzo con resistenza inferiore a quella richiesta  $r^{adm}$  che il preconfessionario ritiene ragionevole assumersi. Tale probabilità naturalmente non deve intendersi come un valore fisso ma al contrario variabile a secondo dei parametri tecnici e commerciali quali l'importanza del cliente, il tipo di opera, le conseguenze del mancato raggiungimento delle specifiche di resistenza e similari. Non ultima tra queste la capacità del committente di valutare e controllare le prestazioni del calcestruzzo acquistato. Il problema sopra esposto permette di definire il valore  $\left(\frac{a}{c}\right)_0$  con cui settare la produzione industriale.

#### Densità di probabilità della resistenza meccanica a compressione

Avendo assunto un modello funzionale analitico tra resistenza meccanica R e rapporto a/c, ed assumendo una distribuzione di probabilità di questo ultimo, è possibile applicare la teoria delle funzioni di variabili aleatorie (vedi Papoulis) per determinare la densità di probabilità della resistenza meccanica descritta come variabile aleatoria anch'essa r. Si ottiene, applicando le regole di determinazione della densità di probabilità di una funzione deterministica di una variabile aleatoria (vedi appendice 1) si ha che:

$$p_R(r) = \frac{1}{\left| h \left( -\frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{r}{\alpha} \right) \right) \right|} p_{A/c} \left( -\frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{r}{\alpha} \right) \right) \quad (3)$$

avendo indicato con r la variabile aleatoria che descrive la resistenza finale della miscela in funzione del rapporto a/c (che è indicato con x per semplicità).

Applicando le (12) e (13) alla (2), si ottiene che la sua PDF è pari a:

$$p_R(r) = \frac{1}{\beta r} p_x \left( -\frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{r}{\alpha} \right) \right) = \begin{cases} \frac{1}{\beta \Delta} \frac{1}{r} & \text{se } r \in [r_2, r_1] \\ 0 & \text{se } r \notin [r_2, r_1] \end{cases} \quad (4)$$

ove:

$$r_1 = \alpha e^{-\beta x_1} \quad (5)$$

$$r_2 = \alpha e^{-\beta x_2} \quad (6)$$

I valori  $x_1 = \bar{x} - \frac{\Delta}{2}$  e  $x_2 = \bar{x} + \frac{\Delta}{2}$ , mentre  $\bar{x}$  è il valor medio del rapporto a/c. Peraltro, visto la simmetria della sua distribuzione,  $\bar{x}$  è il rapporto a/c utilizzato in produzione.

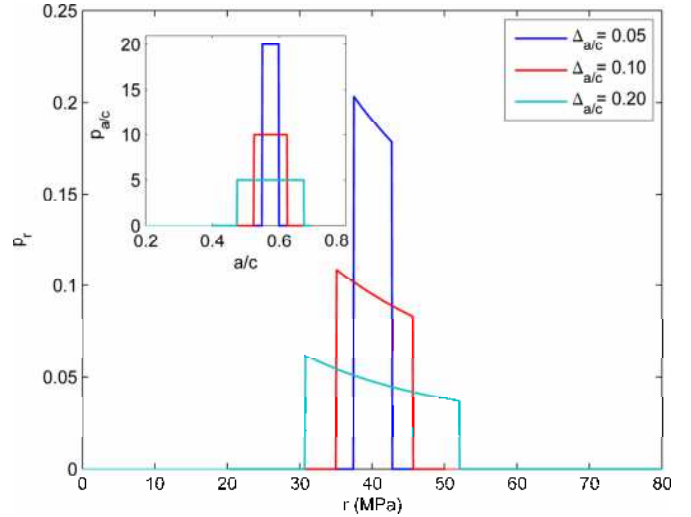


Figura 2: relazione tra densità di probabilità del rapporto a/c e resistenza finale

La probabilità che la resistenza finale della miscela sia inferiore ad un valore minimo  $r^{adm}$ , funzione delle richieste della committenza, risulta pari a:

$$\tilde{P} = P \left[ r \leq r^{adm} \right] = \int_{-\infty}^{r^{adm}} p_R(y) dy = \frac{1}{\Delta \beta} \int_{r_2}^{r^{adm}} \frac{1}{y} dy \quad (7)$$

Sviluppando la (7) si ottiene:

$$\tilde{P} = \frac{1}{\Delta \beta} \left( \ln y_2 - \ln y^{adm} \right) = \frac{1}{\Delta} \left( x^{adm} - \bar{x} - \frac{\Delta}{2} \right) \quad (8)$$

in cui  $x^{adm}$  è il valore deterministico del rapporto (a/c) cui corrisponde  $r^{adm}$  tramite la (2).

Il problema di definire,

$$\bar{x} = x^{adm} - \Delta \left( \tilde{P} + \frac{1}{2} \right) = x^{adm} \left( 1 - \psi \left( \tilde{P} + \frac{\Delta}{2} \right) \right) \quad (9)$$

$$\text{ove } \psi = \frac{\Delta}{x^{adm}}$$

Quindi  $\bar{x}$  rappresenta il minor valore (medio) possibile con cui produrre il calcestruzzo, tale da determinare una probabilità di non raggiungimento della resistenza garantita

minore di un valore critico stabilito dal produttore. Peralto  $\bar{x}$  è in pratica il valore da inserire in ricetta all'atto della produzione. Si vede immediatamente dalla (9) che esso è minore di quello "deterministico" ottenuto direttamente dalla curva (2) immettendo il valore di  $r^{adm}$ . La riduzione di questo valore, che rappresenta come detto un costo per il produttore, è tanto maggiore quanto minore è il rischio che il produttore intende correre ( $\tilde{P}$ ) e quanto maggiore è l'incertezza che affligge il rapporto (a/c). Alcune interessanti osservazioni possono essere fatte sulla base della equazione (9). Risulta innanzitutto evidente che indipendentemente dall'entità sull'incertezza di questo parametro (quantificato come ampiezza di  $\Delta$ ), il valore medio e quello nominale coincidono solo se  $\tilde{P} = 0.5$ . Questo indica che il trascurare completamente l'esistenza delle incertezze su (a/c) ed usando il valore deterministico ottenuto direttamente dalla (2) senza alcuna correzione porta alla conseguenza che il 50% della produzione ha una resistenza inferiore a quella nominale. Naturalmente la parte di produzione "incompatibile" con la resistenza minima richiesta giace in un intervallo la cui ampiezza è controllata dal valore di  $\Delta$ , e quindi maggiore risulterà questo parametro e maggiori saranno le perdite di resistenza riscontrate nel 50% di produzione insufficiente. Va notato che, in effetti, tutti o quasi i produttori empiricamente, pur non considerando in alcun modo analitico la incertezza sul reale rapporto a/c utilizzato, ne riducono il valore deterministico da calcolo proprio per produrre un calcestruzzo con resistenza nominale maggiore di quella garantita e quindi superando questo problema.

## 5. ESEMPIO APPLICATIVO

Come esempio applicativo della procedura sopra proposta viene sviluppato il calcolo del valore massimo consentito del rapporto a/c capace di garantire che la resistenza finale a 28 giorni non sia inferiore ad un valore nominale richiesto con una assegnata probabilità. Come resistenze richieste si sono adottati valori di 40, 45, 50, 55 e 60 MPa. I coefficienti della equazione (2) sono assunti pari a:

$$\begin{aligned} \alpha &= 180.62 \\ \beta &= 2.6253 \end{aligned} \quad (10)$$

Si sono analizzate le condizioni di incertezza del rapporto a/c che vanno dal caso puramente deterministico ( $\Delta_{a/c}=0.0$ ) ad uno fortemente incerto ( $\Delta_{a/c}=0.2$ ), e si sono adottati tre differenti valori di probabilità che la resistenza finale risultasse inferiore a quella richiesta, specificatamente 80, 90 e 95%.

In figura 3 sono riportati i risultati dell'analisi numerica.

E' facile constatare che, a prescindere dalla resistenza richiesta, l'importanza giocata dall'incertezza del rapporto a/c sulla frattile della resistenza finale è funzione della probabilità minima garantita richiesta. In pratica si nota che se si richiede un frattile inferiore del 20% (certezza all'80% che il calcestruzzo presenti una resistenza non inferiore a quella richiesta) il rapporto a/c massimo possibile diminuisce all'aumentare del valore di  $\Delta_{a/c}$  con una certa rapidità. Tale velocità di discesa aumenta al diminuire dell'ordine del frattile, ovverosia all'aumentare della affidabilità richiesta in termini di probabilità che il cls abbia una resistenza non

inferiore a quella richiesta.

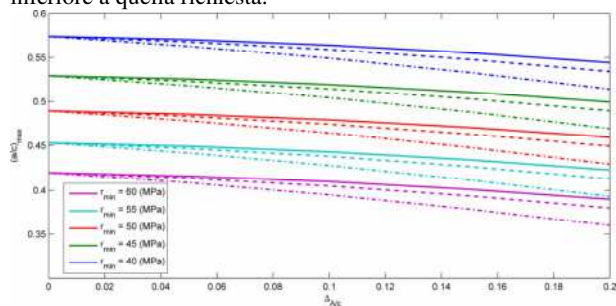


Figura 3 -Rapporto a/c massimo utilizzabile in produzione affinché, sotto differenti condizioni di incertezza del rapporto a/c, sia garantita una resistenza minima con una determinata probabilità. Le probabilità adottate sono 80% (linee continue), 90% (linee tratteggiate) e 95% (linee tratto - punto). L'incertezza sul rapporto a/c è quantificata dal valore di  $\Delta_{a/c}$  che viene fatto variare da 0 (caso ideale deterministico) a 0.2.

## 6. CONCLUSIONI

Si è presentato un modello semplice per descrivere in termini statistici gli effetti di dispersione delle resistenze finali dei calcestruzzi in funzione delle incertezze che affliggono il reale rapporto a/c negli impianti di produzione. Pur nella sua essenzialità il modello è in grado di valutare gli effetti degli errori in produzione in termini di probabilità di ottenere cls con resistenze inferiori a quelle richieste. Come applicazione si è sviluppato un metodo analitico per poter determinare il valore massimo da assegnare al rapporto a/c affinché la resistenza finale risulti garantita con una prefissata probabilità.

### Appendice 1

Si assuma un legame analitico tra due variabili aleatorie y ed z tramite la funzione g

$$y = g(z) \quad (11)$$

Se si assume nota la densità di probabilità (DdP) della v.a. z, allora la DdP della variabile aleatoria y si può ottenere dalla relazione:

$$p_Y(y) = \sum_{i=1}^N \frac{p_Z(z_i)}{|g'(z_i)|} \quad (12)$$

ove

$$g'(z) = \frac{d}{dz} g(z) \quad (13)$$

ed i valori  $z_i$  sono quelli in cui si inverte il legame (11).

Maggiori dettagli sono reperibili ad esempio sul Papoulis.

## BIBLIOGRAFIA

- A. Papoulis, Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, 1991
- M. Collepari, Il nuovo calcestruzzo 3a ed., Edizioni Enco, 2003
- UNI 11104: Calcestruzzo - Specificazione, prestazione, produzione e conformità - Istruzioni complementari per l'applicazione della EN 206-1 (2004) - UNI





# ANALISI FUZZY DELLA DURABILITÀ DI TRAVI IN C.A. SOGGETTE AD ATTACCHI DI CLORURI

Giuseppe Carlo Marano<sup>1</sup>, Giuseppe Quaranta<sup>1</sup>, Mauro Mezzina<sup>2</sup>, Rita Greco<sup>2</sup>

1 Dipartimento di Ingegneria Ambientale e dello Sviluppo Sostenibile, Politecnico di Bari, Taranto

2 Dipartimento di Scienza dell'Ingegneria Civile e dell'Architettura, Politecnico di Bari, Bari

## SOMMARIO

La corrosione localizzata in travi in c.a. è un fenomeno elettrochimico in grado di comprometterne l'affidabilità strutturale in misura ragguardevole. La maggiore difficoltà che si è costretti ad affrontare in questa circostanza è insita nelle notevoli fonti di incertezza che gravano sul problema: infatti, specialmente in edifici esistenti, le condizioni ambientali, le proprietà meccaniche dei materiali, così come le condizioni di carico, sono quasi sempre note con poca accuratezza. Attualmente, le metodologie proposte in letteratura si basano sull'ipotesi che le variabili incerte possano essere trattate per via statistica e, pertanto, sulla base di questa considerazione, si accetta che i classici approcci probabilistici messi a punto per la valutazione della sicurezza strutturale siano in grado di fornire risultati attendibili. Generalmente però, questa circostanza è assai lontana dalla realtà: per tale motivo, si ritiene opportuno sviluppare un efficiente metodo per l'analisi tempo-dipendente della sicurezza strutturale offerta da travi in c.a. soggette a corrosione localizzata, in cui siano presenti sia incertezze di tipo probabilistiche che non probabilistiche, quest'ultime trattate come *fuzzy sets*. Il risultato finale è l'elaborazione di uno strumento di supporto alla decisione ed alla programmazione tecnico-economica degli interventi di recupero e manutenzione strutturale.

## SUMMARY

Pitting corrosion of the steel bars is an electrochemical process able to jeopardize the reliability of reinforced concrete structures in remarkable measure. Especially in historical buildings, the principal obstacle in the analysis of this problem is imputable to the noteworthy sources of uncertainty, due to the fact that environmental circumstances, mechanical properties as well as load conditions are known, in a lot of situations, with extreme inaccuracy. Current methodologies proposed in literature are based on the hypothesis that the uncertain variables can be modelled in a probabilistic way and so, traditional theories for reliability assessment can be used. Nevertheless, in the analysis of the corrosion problem there are a lot of parameters that cannot be treated opportunely by means of these approaches. For this reason, the principal purpose of this paper is to develop an efficient approach for the time-dependent reliability analysis of reinforced concrete beams subject to pitting corrosion, when probabilistic and non probabilistic parameters are involved. In this new approach, it is possible to obtain a versatile tool to support the decision-maker in the planning of the maintenance interventions.

## 1. INTRODUZIONE

Le conseguenze economiche dovute al degrado degli elementi in c.a. costituiscono un grave problema che riguarda la sicurezza dell'ambiente costruito: in quest'ambito, i processi di corrosione delle armature sono una delle più diffuse cause di deterioramento strutturale [1]. Dal punto di vista fenomenologico, il processo di corrosione delle armature in elementi in c.a. è ben conosciuto. È infatti noto che le armature in acciaio sono circondate da uno strato di ossido protettivo la cui conservazione è garantita dall'alcalinità della matrice cementizia. Sino a quando esiste questa protezione, le armature non sono soggette a corrosione: complice l'azione dei cloruri è però possibile che tale strato sia distrutto a causa del cosiddetto processo di "depassivizzazione". Una volta che la concentrazione degli ioni cloruro eccede una soglia limite, segue il processo di corrosione delle barre di armatura, le quali subiscono nel tempo un decadimento delle caratteristiche geometriche e meccaniche. La corrosione localizzata (*pitting corrosion*) nei ferri d'armatura delle travi in c.a. esposte ad ambienti cloruro-aggressivi riveste fondamentale importanza nell'ambito dello studio della loro durabilità. Il maggiore ostacolo che si affronta nell'analisi di questo problema è senza

dubbio imputabile alle notevoli fonti di incertezza riscontrabili: per far fronte a questa questione, differenti approcci probabilistici sono proposti in letteratura. È però opportuno sottolineare che non tutte le variabili incerte possono essere trattate in maniera adeguata secondo queste metodologie. Infatti, un'analisi probabilistica può risultare poco attendibile in molti casi pratici. Ciò è particolarmente vero quando sono disponibili un limitato numero di informazioni oppure quando è economicamente non conveniente o praticamente gravoso investigare da un punto di vista statistico le proprietà geometriche e meccaniche degli elementi, le circostanze ambientali nonché le condizioni di carico (basti pensare al caso delle costruzioni storico-monumentali).

Si sottolinea poi che in queste circostanze giudizi e punti di vista tecnici di natura "esperta" molto spesso giocano un ruolo non trascurabile e contribuiscono a completare il quadro delle conoscenze disponibili (Fig. 1).

Nel campo degli approcci non probabilistici sono state sviluppate diverse metodologie: in particolare, l'approccio basato sul concetto di *fuzzy set* [2] appare come quello più appropriato giacché offre strumenti di investigazione

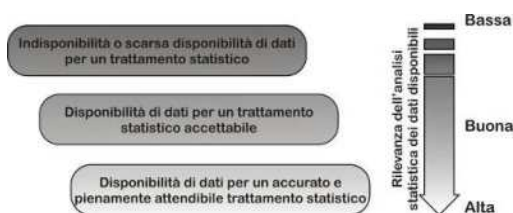


Figura 1 - Significatività del trattamento statistico

opportuni per considerare, sia sul fronte dei dati che su quello dei modelli, incertezze di tipo lessicali ed informali.

Per esempio, sul tema della sicurezza strutturale, una applicazione basata sulla *fuzzy randomness* è presentata da Möller et al. [3] i quali adottano la *Fuzzy Monte Carlo Simulation* associata al metodo *Fuzzy Adaptive Importance Sampling* per la stima della *Fuzzy Probability of Failure*.

Nel presente documento viene presentata una analisi fuzzy e tempo-dipendente dell'affidabilità strutturale di travi in c.a. soggette a corrosione localizzata in condizione di incertezze ibride. Allo scopo di valutare quali possano essere le incertezze probabilistiche e non probabilistiche, si discute dapprima l'attuale stato delle conoscenze, con riferimento soprattutto ai modelli adottati per la descrizione del processo di corrosione. Successivamente si procede con la omogeneizzazione delle variabili incerte: le variabili non probabilistiche si assumono essere variabili fuzzy mentre quelle probabilistiche sono convertite in variabili fuzzy mediante il concetto di equivalenza entropica. Infine si valuta l'andamento nel tempo del fattore di sicurezza fuzzy arrivando così a definire un versatile strumento a supporto della decisione e della pianificazione tecnico-economica dei necessari interventi manutentivi da attuare.

## 2. PENETRAZIONE DEI CLORURI

I fenomeni fessurativi nelle travi in c.a interessano generalmente l'inizio del processo di corrosione delle barre d'armatura mentre non ne influenzano la conseguente propagazione [4]. Nel seguito si assume che la penetrazione dei cloruri si configuri come un processo di diffusione nel copriferro.

### 2.1 Modello di diffusione

Nel corso degli anni sono state molte le campagne sperimentali condotte ed i modelli proposti al fine di investigare il processo di penetrazione dei cloruri nelle strutture in c.a. Infatti, anche se le variabili fenomenologiche sono note, i meccanismi fisico-chimici e soprattutto le interazioni che tra di essi intercorrono sono assai meno conosciuti.

Una procedura semplificata, comunemente accettata e adotta nel caso di strutture esposte a sali disgelanti, si basa sull'ipotesi che il processo di diffusione possa essere modellato per mezzo della seconda legge di Fick (si veda ad esempio Stewart e Rosowsky [5]).

In accordo a questa legge, il contenuto di ioni cloruro è dato dalla seguente espressione:

$$C(y, \tau) = C_0 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{y}{2\sqrt{D_a \tau}} \right) \right] \quad (1)$$

dove

- $C(y, \tau)$  è il contenuto di cloruri (in  $kg/m^3$ ) a distanza  $y$  (in  $m$ ) al tempo  $\tau$  (in  $s$ );
- $C_0$  è la concentrazione di cloruri sulla superficie (in  $kg/m^3$ );
- $D_a$  è il coefficiente di diffusione apparente (in  $m^2/s$ ).

Per mezzo della (1) è possibile definire l'inizio del processo di corrosione una volta assegnato il valore della

soglia critica di concentrazione dei cloruri (denominata come  $C_{lim}$ ).

### 2.2 Incertezze nel modello di penetrazione dei cloruri

La concentrazione di cloruri sulla superficie ed il coefficiente di diffusione apparente sono stati oggetto di ampie campagne di indagini con riferimento al caso di strutture soggette all'aggressione di sali disgelanti, cosicché si ritiene comunemente accettabile per essi una modellazione di tipo probabilistica.

Alcuni valori per la media ed il coefficiente di variazione (COV) sono riportati nella Tabella 1 e nella Tabella 2.

Tabella 1 - Valori e distribuzioni di probabilità proposti per  $C_0$  ( $kg/m^3$ )

Autori	Range	Media (COV)	Distribuzione
[6]	0.25-15.00	6.50 (0.70)	Lognormale
[7]	1.20-8.20	3.50 (0.50)	Lognormale
[8]	2.45-9.80	5.63 (0.10)	Lognormale
[9]	0.15-5.25	2.51 (0.68)	Gamma

Tabella 2 - Valori e distribuzioni di probabilità proposti per  $D_a$  ( $\times 10^{-12} m^2/s$ )

Autori	Range	Media (COV)	Distribuzione
[6]	0.03-0.65	0.15 (0.70)	Lognormale
[7]	0.60-7.50	2.00 (0.75)	Lognormale
[8]	1.00-8.20	4.30 (0.28)	Lognormale
[9]	0.16-1.64	0.85 (0.51)	Gamma

Dall'analisi della Tabella 1 e della Tabella 2 è possibile dedurre che la distribuzione Lognormale è certamente la più diffusa nel caso di strutture in ambiente con presenza di sali disgelanti. D'altra parte, Stewart e Rosowsky [5] adottano i valori e la distribuzione proposta da Hoffman e Weyers [7] così come Duprat [10] (con COV di 0.60 invece di 0.50). In particolare, con riferimento al coefficiente di diffusione apparente, Duprat [10] adotta diverse distribuzioni Lognormali con valori diversi della media a seconda della qualità del cls (quest'ultima relazionata al rapporto a/c).

Circa il valore della soglia critica di concentrazione dei cloruri, è necessario notare che le condizioni ambientali e le caratteristiche del cls possono alterare in misura sensibile l'entità di questo parametro. In Tabella 3 sono riportati alcuni valori e distribuzioni suggeriti in letteratura.

Tabella 3 - Valori e distribuzioni di probabilità proposti per  $C_{lim}$  ( $kg/m^3$ )

Autori	Media	COV	Distribuzione
[11]	1.38	0.20	Normale
[12]	3.40	0.60	Lognormale
[8]	1.00	0.10	Lognormale

Stewart e Rosowsky [5] fanno notare che, causa la grande variabilità di questo parametro, l'utilizzo di una distribuzione Uniforme nel range 0.60-1.20  $kg/m^3$  può ritenersi accettabile.

In questa circostanza, Duprat [10] adotta diverse distribuzioni di tipo Uniforme, sempre con riferimento alla qualità del cls.

Dall'analisi della letteratura è possibile affermare che la modellazione probabilistica per la soglia critica di concentrazione dei cloruri deve essere fatta con estrema attenzione. In particolare i valori proposti da Stewart e Rosowsky [5] si basano sulla considerazione che questo parametro varia in misura ragguardevole anche tra strutture simili. Duprat [10] precisa che la mancanza di un consistente numero di dati è tale da rendere plausibile l'utilizzo di una

distribuzione uniforme. Si sottolinea inoltre che nella stima della soglia critica di concentrazione dei cloruri il rapporto  $a/c$  riveste una notevole influenza ma sfortunatamente la sua definizione in strutture esistenti è estremamente difficoltosa.

Sulla base di tutte queste considerazioni è possibile assumere che la concentrazione di cloruri sulla superficie ed il coefficiente di diffusione apparente siano delle variabili random. Viceversa, circa la soglia critica di concentrazione dei cloruri, si ritiene impossibile adottare per essa una rappresentazione probabilistica.

### 3. SUL PROCESSO DI CORROSIONE

La corrosione dell'armatura ha inizio quando lo strato protettivo viene distrutto a causa del raggiungimento della soglia critica di concentrazione dei cloruri. Più precisamente, il processo di corrosione comporta sia la riduzione dell'area della sezione trasversale delle barre d'armatura che un decadimento delle proprietà meccaniche dell'acciaio. Per questo motivo, saranno considerate nel corso dell'analisi sia le conseguenze di natura geometrica che meccanica.

#### 3.1 Proprietà geometriche e meccaniche dei ferri corrosi

Diverse investigazioni di natura sperimentale hanno mostrato che la profondità massima di avanzamento raggiunta da una corrosione localizzata in una barra d'armatura è più grande di quella che si avrebbe nel caso di corrosione generalizzata e per questo motivo si introduce il cosiddetto *pitting factor*  $R$ . Sulla base di questo parametro, la massima profondità raggiunta dal fronte di corrosione in una barra si può calcolare come segue:

$$p(t) = 0.0116i_{corr} Rt \quad (2)$$

dove

- $i_{corr}$  è il tasso di corrosione, espresso in densità di corrosione come  $\mu A/cm^2$  ;
- $t$  è il tempo trascorso dall'attivazione del processo (anno).

Il valore del tasso di corrosione è dato da [13]:

$$i_{corr}^{(0)} = \frac{3.78(1-w_c)^{-1.64}}{c} \quad (3)$$

$$i_{corr}(t) = 0.85i_{corr}^{(0)} t^{-0.29} \quad (4)$$

in cui

- $w_c$  è il rapporto  $a/c$ ;
- $c$  è il valore del copriferro (cm).

Ciò premesso, per la valutazione dell'area effettiva di una barra soggetta a corrosione localizzata, si assume valido il modello la cui geometria è descritta in Fig. 2 [14].

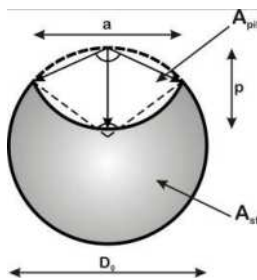


Figura 2 - Corrosione localizzata di una barra d'armatura

$$a(t) = 2p(t) \sqrt{1 - \left(\frac{p(t)}{D_0}\right)^2} \quad (5)$$

$$A_{pit}(t) = \begin{cases} A_1 + A_2 & p(t) \leq \frac{D_0}{\sqrt{2}} \\ \frac{\pi D_0^2}{4} - A_1 + A_2 & \frac{D_0}{\sqrt{2}} < p(t) \leq D_0 \\ \frac{\pi D_0^2}{4} & p(t) > D_0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\theta_1(t) = 2 \arcsin\left(\frac{a(t)}{D_0}\right) \quad (7)$$

$$\theta_2(t) = 2 \arcsin\left(\frac{a(t)}{2p(t)}\right)$$

$$A_1(t) = 0.50 \left[ \theta_1(t) \left(\frac{D_0}{2}\right)^2 - a(t) \left[ \frac{D_0}{2} - \frac{p(t)^2}{D_0} \right] \right] \quad (8)$$

$$A_2(t) = 0.50 \left[ \theta_2(t) p(t)^2 - a(t) \frac{p(t)^2}{D_0} \right]$$

Una consolidata evidenza sperimentale suggerisce che il processo di corrosione affigge anche le proprietà meccaniche dell'acciaio dell'armatura. In particolare, per considerare anche questo ulteriore aspetto, si assume che la tensione di snervamento si riduca nel tempo attraverso la seguente relazione proposta da Du et al. [15]:

$$f_y(t) = f_{y0} \left( 1 - \alpha_y \frac{A_{pit}}{\pi D_0^2} \right) \quad (9)$$

Ne consegue che la tensione di snervamento iniziale  $f_{y0}$  decade linearmente con il ridursi dell'area della sezione della barra d'armatura. Circa l'entità di tale riduzione, si è adottato un valore del coefficiente  $\alpha_y$  pari a 0.005.

#### 3.2 Incertezze sul processo di corrosione

La maggiore fonte di incertezza nella valutazione degli effetti del processo di corrosione delle barre d'armatura è certamente imputabile al parametro *pitting factor* ed al rapporto  $a/c$ . Inoltre, un certo livello di incertezza è associato anche al valore della tensione di snervamento iniziale della barra d'acciaio. Con riferimento al *pitting factor* Duprat [10] adotta una distribuzione Uniforme nel range [3-9] con COV di 0.29. Si segnala inoltre che la distribuzione di Gumbel (EV-Tipo I) è piuttosto utilizzata. Sostanzialmente, non è possibile rilevare uniformità di giudizio nella modellazione di questo parametro e l'uso della distribuzione di Gumbel richiede ulteriori investigazioni sperimentali con particolare riferimento alla definizione dei parametri statistici che la caratterizzano. Sulla base di queste considerazioni, si assumerà che il *pitting factor* sia una variabile non probabilistica, così come si suppongono esserlo sia il valore del rapporto  $a/c$  che il valore della tensione iniziale di snervamento dell'acciaio, giacché nelle costruzioni esistenti è frequente trovare le condizioni per cui sia impossibile avere un numero consistente di dati per un trattamento statistico di questi parametri.

#### 4. ANALISI FUZZY E TEMPO-DIPENDENTE DELL'AFFIDABILITÀ STRUTTURALE

L'approccio presentato coinvolge sia variabili probabilistiche che non probabilistiche. Le variabili non probabilistiche si assumeranno essere variabili di tipo *fuzzy*.

Invece, quando una descrizione probabilistica è disponibile per una generica variabile, questa viene trasformata in una variabile *fuzzy* per mezzo del concetto dell'entropia dell'informazione.

#### 4.1 Variabili fuzzy

Le variabili su cui incombono incertezze di natura informale o lessicale possono essere efficacemente trattate utilizzando la teoria basata sui *fuzzy sets* [2]. Il maggiore vantaggio offerto da questa teoria è la possibilità di considerare un valore graduale del grado di appartenenza di un elemento in relazione all'insieme di definizione. Da un punto di vista formale e sostanziale, questo è espresso da una apposita funzione che prende il nome di *membership function* (MF). Uno dei problemi dell'analisi strutturale basata sulla teoria dei *fuzzy sets* è quello dell'acquisizione della MF di ciascuna variabile fuzzy: è questo un problema che rientra nell'area della *knowledge acquisition*. Generalmente, è possibile affermare che non esiste unicità di approccio per la procedura denominata *fuzzification*: diverse metodologie potrebbero, infatti, essere adottate e queste sono solitamente classificate in base al numero di esperti coinvolti (approcci a singolo esperto o a più esperti) piuttosto che in base alla strategia adottata (diretta o indiretta). Nel seguito si assume che per ogni variabile fuzzy sia nota (o assegnata) la sua MF, ovvero si suppone che una specifica ed idonea procedura sia stata preliminarmente adottata per la costruzione della MF di ogni variabile fuzzy.

#### 4.2 Variabili random ed il concetto di equivalenza entropica

I problemi pratici sono generalmente affetti da incertezze che difficilmente possono essere riconducibili ad un'unica tipologia. In particolare, assunto che le variabili non probabilistiche siano efficacemente modellabili come variabili fuzzy, la presenza di variabili random rende necessaria l'adozione di una procedura di omogeneizzazione allo scopo di ottenere una equivalente variabile fuzzy.

L'omogeneizzazione delle variabili incerte è un tema di recente sviluppo. Ad esempio *Chakraborty e Sam* [16] adottano diversi approcci per trasformare le variabili fuzzy in variabili random cosicché sia possibile analizzare l'affidabilità strutturale per via probabilistica.

Uno degli approcci più diffusi si basa sull'utilizzo del concetto dell'entropia dell'informazione. In quest'ambito, tale concetto è adottato da *Zhenyu e Qiu* [17] per l'applicazione del PFEM (*perturbation finite element method*) quando sono coinvolte variabili fuzzy. Il principio base risiede nell'assumere che l'entropia sia una valida misura dell'imprecisione dell'informazione. Ciò premesso, l'entropia probabilistica di una variabile random continua  $X$  è definita come segue:

$$H = -\int_x p(x) \ln p(x) dx \quad (10)$$

dove  $p(x)$  è la funzione di densità di probabilità di  $X$ , mentre per quanto attiene le variabili fuzzy, l'entropia può essere definita in diversi modi. Sia  $\tilde{Z}$  una generica variabile fuzzy con assegnata MF espressa dalla funzione  $\mu(z)$ , allora l'entropia fuzzy è data da [18]:

$$G = -\int_z \left( \mu(z) \ln \mu(z) + (1-\mu(z)) \ln (1-\mu(z)) \right) dz \quad (11)$$

o alternativamente [19]:

$$G^1 = -\int_z \mu'(z) \ln \mu'(z) dz \quad (12)$$

$$\mu'(z) = \mu(z) / \int_z \mu(z) dz$$

Nel presente lavoro, le variabili non-normali sono trasformate in variabili normali equivalenti e successivamente si ricava la MF della variabile fuzzy corrispondente, assunta questa triangolare e con supporto simmetrico rispetto al *core*

(ovvero al valore della variabile cui corrisponde il valore unitario del grado di appartenenza).

#### 4.3 Fattore di sicurezza in presenza di variabili fuzzy

In presenza di variabili fuzzy, i tradizionali concetti probabilistici nella stima del livello di sicurezza offerto dalle strutture non possono essere adottati ma è necessario una loro "revisione", così come è stato fatto per esempio da *Shrestha e Duckstein* [20] ovvero da *Elishakoff e Ferracuti* [21,22]. Nel seguito, si descrive la procedura con la quale è possibile definire il fattore di sicurezza fuzzy.

Si assuma che le variabili fuzzy lato resistenza siano così definite:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_i(t) &= \left\{ (r_i, \mu(r_i(t))) \mid r_i(t) \in \mathbf{R}_i(t) \right\} \\ \forall r_i(t) \in \mathbf{R}_i(t) &\Rightarrow \mu(r_i(t)) \geq 0 \\ \sup_{r_i(t) \in \mathbf{R}_i(t)} [\mu(r_i(t))] &= 1 \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (13)$$

in cui  $\mathbf{R}_i(t)$  è il *fundamental set* i cui elementi sono denominati  $r_i(t)$  e  $\mu(r_i(t))$  individua la MF dell'*uncertain set*  $\tilde{R}_i(t)$  (o *fuzzy value*  $\tilde{r}_i(t)$ ). Allo stesso modo, per le variabili fuzzy lato sollecitazione si ha:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_j(t) &= \left\{ (s_j, \mu(s_j(t))) \mid s_j(t) \in \mathbf{S}_j(t) \right\} \\ \forall s_j \in \mathbf{S}_j(t) &\Rightarrow \mu(s_j(t)) \geq 0 \\ \sup_{s_j(t) \in \mathbf{S}_j(t)} [\mu(s_j(t))] &= 1 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (14)$$

Si definiscono ora due *crisp subspace* (lato resistenza e lato sollecitazione) come segue:

$$\underline{R}_r^\alpha(t) = \{R_1^\alpha(t) \otimes \dots \otimes R_m^\alpha(t)\} \quad (15)$$

$$\underline{S}_s^\alpha(t) = \{S_1^\alpha(t) \otimes \dots \otimes S_n^\alpha(t)\} \quad (16)$$

dove

$$R_i^\alpha(t) = \{r_i(t) \in \mathbf{R}_i(t) \mid \mu(r_i(t)) \geq \alpha_k\} \quad (17)$$

$$S_j^\alpha(t) = \{s_j(t) \in \mathbf{S}_j(t) \mid \mu(s_j(t)) \geq \alpha_k\} \quad (18)$$

individuano gli  $\alpha_k$ -*level sets* delle variabili fuzzy lato resistenza e lato sollecitazione.

Si considerino ora le funzione deterministiche lato resistenza e sollecitazione:

$$g_r(r_1(t), \dots, r_i(t), \dots, r_m(t)) \quad (19)$$

$$g_s(s_1(t), \dots, s_j(t), \dots, s_n(t)) \quad (20)$$

Esse consentono di "mappare" gli input in output fuzzy (*mapping operators*). Gli  $\alpha_k$ -*level sets* della resistenza flessionale fuzzy e del momento sollecitante fuzzy (in generale, entrambi tempo-dipendenti) possono essere ricavati osservando che:

$$\begin{aligned} \forall m_r(t) \in \left[ \begin{array}{l} \min_{\underline{Z}^r(t)} g_r(r_1(t), \dots, r_i(t), \dots, r_m(t)), \\ \max_{\underline{Z}^r(t)} g_r(r_1(t), \dots, r_i(t), \dots, r_m(t)) \end{array} \right] \\ \Downarrow \\ \mu(m_r(t)) \geq \alpha_k \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \forall m_s(t) \in \left[ \begin{array}{l} \min_{\underline{Z}^s(t)} g_s(s_1(t), \dots, s_j(t), \dots, s_n(t)), \\ \max_{\underline{Z}^s(t)} g_s(s_1(t), \dots, s_j(t), \dots, s_n(t)) \end{array} \right] \\ \Downarrow \\ \mu(m_s(t)) \geq \alpha_k \end{aligned} \quad (22)$$

Allora:

$$M_R^{\alpha_k}(t) = \{m_R(t) \in \mathbf{M}_R(t) \mid \mu(m_R(t)) \geq \alpha_k\} \quad (23)$$

$$M_S^{\alpha_k}(t) = \{m_S(t) \in \mathbf{M}_S(t) \mid \mu(m_S(t)) \geq \alpha_k\} \quad (24)$$

sono gli  $\alpha_k$ -level sets della resistenza flessionale fuzzy e del momento sollecitante fuzzy i cui *fundamental sets* sono  $\mathbf{M}_R(t)$  e  $\mathbf{M}_S(t)$  ed i cui elementi sono denominati  $m_R(t)$  e  $m_S(t)$ . Quindi, le MF corrispondenti possono essere così espresse:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_R(t) &= \bigcup_{\alpha_i \in [0,1]} M_R^{\alpha_i}(t) = \\ &= \{(m_R(t), \mu(m_R(t))) \mid m_R(t) \in \mathbf{M}_R(t)\} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_S(t) &= \bigcup_{\alpha_i \in [0,1]} M_S^{\alpha_i}(t) = \\ &= \{(m_S(t), \mu(m_S(t))) \mid m_S(t) \in \mathbf{M}_S(t)\} \end{aligned} \quad (26)$$

Infine, è possibile ottenere il fattore di sicurezza fuzzy come segue [21]:

$$\beta(t) = \frac{C_{\tilde{M}_R}(t)}{C_{\tilde{M}_S}(t)} \quad (27)$$

dove  $C(\cdot)(t)$  denota l'ascissa del centro di gravità della MF della variabile fuzzy corrispondente.

## 5 APPLICAZIONI NUMERICHE

L'andamento nel tempo del fattore di sicurezza fuzzy nella (27) può considerarsi un valido supporto alla decisione e pianificazione degli interventi di manutenzione.

Allo scopo di mostrare la versatilità della metodologia presentata, nonché la significatività di tale indice, si propongono diverse applicazioni numeriche. Oggetto di investigazione è una trave in c.a. semplicemente appoggiata soggetta a corrosione localizzata ed in presenza di incertezze ibride. L'analisi è condotta nella sezione di mezzeria per la quale il momento resistente è valutato in accordo a quanto prescritto dall'EC2 [23], assumendo per il cls compresso un legame costitutivo parabola-rettangolo e per l'acciaio teso/compresso un diagramma bi-lineare in condizione di plasticità ideale. Allo scopo di considerare un unico valore per l'avvio del processo di corrosione (che si configura come un output fuzzy), è stato adottato quale riferimento l'ascissa del centro di gravità della MF corrispondente.

I dati relativi alle caratteristiche geometriche, alle proprietà meccaniche nonché alle condizioni ambientali sono indicati in Figura 3 e riportati in Tabella 4 (in cui si segnala opportunamente se il dato è deterministico, probabilistico o fuzzy). Senza alcuna perdita di generalità, i parametri si possono intendere espressi nei loro valori finali di progetto.

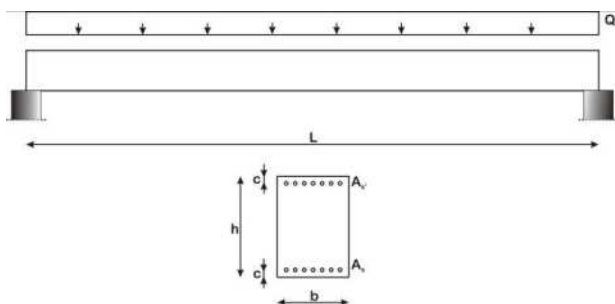


Figura 3 - Trave in c.a. oggetto di investigazione

Tabella 4 - Valori adottati per le applicazioni numeriche

Parametro	Deterministico/ Tipo incertezza	Valori
Base	Deterministico	500 mm
Altezza	Deterministico	700 mm
Copriferro	Deterministico	20 mm
Ferri sup. iniziali	Deterministico	7Ø24
Ferri inf. iniziali	Deterministico	7Ø24
Carico statico	Random (N) *	N(30,6) kN/m
Conc. cloruri sup.	Random (LN) *	LN(3.50,1.75) kg/m <sup>3</sup>
Coeff. diff. app.	Random (LN) *	LN(4,2.8) 10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /s
Luce trave	Fuzzy (T) **	[9.950, 10, 10.050] m
Soglia cloruri	Fuzzy (T) **	[0.70, 1, 1.10] kg/m <sup>3</sup>
Rapporto a/c	Fuzzy (T) **	[0.54, 0.59, 0.67]
Pitting factor	Fuzzy (T) **	[4, 8, 10]
Res. comp. cls	Fuzzy (T) **	[16, 20, 22] N/mm <sup>2</sup>
Tens. snerv. acciaio	Fuzzy (T) **	[365, 375, 380] N/mm <sup>2</sup>

\* (N) variabile random Normale, (LN) variabile random Lognormale

\*\* (T) variabile fuzzy con MF triangolare

In tutte le applicazioni numeriche si considera un carico statico uniformemente distribuito tempo-invariante, la cui entità si assume essere distribuita secondo una legge di tipo Normale (come frequentemente accade nella modellazione delle azioni statiche e quasi-statiche in campo ingegneristico).

Naturalmente, altre assunzioni possono essere fatte senza alterare in modo alcuno la procedura prima descritta. Inoltre, i parametri incerti si assumono essere non correlati.

Nel seguito sono riportate due differenti tipologie di applicazioni. Nel primo caso, lo scopo è quello di analizzare la differenza tra l'analisi fuzzy e quella deterministica (quest'ultima basata sui valori nominali dei parametri incerti). Nel secondo caso, l'obiettivo è valutare la sensitività della sicurezza strutturale adottando differenti MF per il *pitting factor* e per il rapporto a/c.

### 5.1 Esempio illustrativo

Per la trave in c.a. illustrata in Fig. 3, ed i cui dati sono riportati in Tabella 4, è stata condotta l'analisi fuzzy e tempo-dipendente precedentemente descritta. Il risultato è presentato in Fig. h4, in cui sull'asse delle ascisse è riportato il tempo e sull'asse delle ordinate il fattore di sicurezza fuzzy.

Dall'analisi di detta figura è possibile evidenziare che il fattore di sicurezza fuzzy raggiunge valore unitario nel tempo di circa 70 anni. Nell'angolo in alto a destra sono riportate le MF del momento resistente, tracciate con linee a tratto continuo, per 5 diversi anni (gli anni cui si riferiscono e i corrispondenti fattori di sicurezza fuzzy sono individuati nel diagramma principale con lo stesso simbolo). Per confronto, è riportato con linea tratteggiata anche la MF del momento sollecitante. Si osserva che con l'aumentare del tempo, il supporto delle MF del momento resistente tende ad allargarsi.

L'analisi è stata protratta oltre il raggiungimento dello stato limite per mettere in evidenza che il centroide della MF del momento resistente tende a spostarsi rispetto al *core* a seconda che ci si trovi in valori alti o bassi del fattore di sicurezza fuzzy. Nel dettaglio, il centroide della MF del momento resistente si trova spostato a sinistra rispetto al *core* fino a valori unitari del fattore di sicurezza fuzzy (riferimento di Fig. 4 ai simboli cerchio, triangolo con vertice in alto e quadrato). Questa constatazione denota che le incertezze che affliggono il problema sono tali per cui il momento resistente è più basso da quello che ci si attende da una analisi puramente deterministica, condotta sui valori nominali delle variabili incerte. Questa tendenza rimane (ed aumenta nel tempo) sino a quando il valore del fattore di sicurezza fuzzy non si porta su valori prossimi all'unità (riferimento di Fig. 4 al simbolo triangolo con vertice in basso) per poi invertirsi completamente (riferimento di Fig. 4 al simbolo rombo). In

altre parole, in condizioni limite (ed al di sotto) le incertezze del problema sono tali per cui la situazione non può che migliorare, in termini di sicurezza strutturale, rispetto a quella che si avrebbe con una analisi di tipo deterministica.

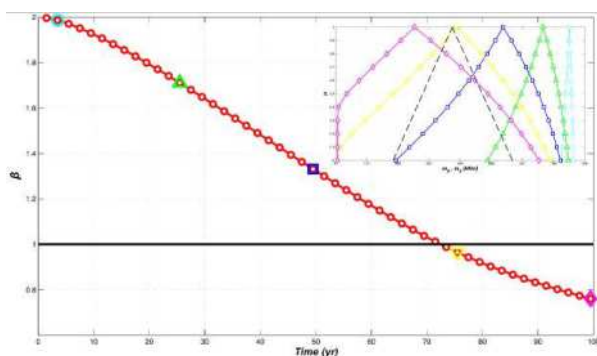


Figura 4 -Esempio illustrativo

A conferma di ciò, in Fig. 5 si riporta il confronto tra l'andamento temporale del fattore di sicurezza fuzzy e del fattore di sicurezza nominale.

Quest'ultimo è stato determinato con riferimento ai soli valori del core dei parametri fuzzy.

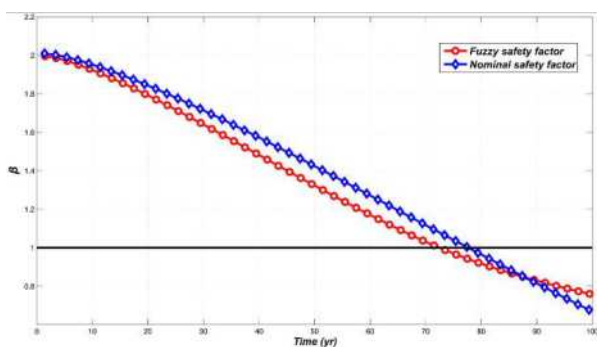


Figura 5 -Fattore di sicurezza fuzzy e nominale a confronto

La Fig. 5 mostra con maggiore chiarezza le osservazioni precedentemente espresse. In particolare, si evince che l'analisi deterministica della trave in c.a. in oggetto può condurre ad errori di sovrastima delle reali capacità strutturali. Tali errori dapprima crescono nel tempo e poi si riducono in prossimità del valore unitario del fattore di sicurezza fuzzy.

Successivamente, proprio come notato, l'analisi in presenza di condizioni di fuzziness mostra valori più alti di affidabilità, a sottolineare il fatto che in situazioni limite le incertezze che affliggono il problema non possono che giocare a favore di sicurezza.

## 5.2 Analisi di sensitività

Sulla base di quanto precedentemente esposto, emerge chiaramente che le maggiori criticità riscontrabili nell'analisi del problema sono da ricercarsi nel *pitting factor* e nel rapporto *a/c*, accettata la validità dei modelli adottati per la rappresentazione del fenomeno. Per questo motivo si vuole ora valutare la sensitività del fattore di sicurezza fuzzy per diverse MF adottate per tali parametri (mantenendo invariati gli altri dati del problema). In particolare, per entrambi i casi, la strategia adottata si basa sull'ipotesi che il supporto sia lo stesso, mentre si considereranno differenti valori per il core.

Per quanto concerne l'analisi del *pitting factor* i risultati dell'analisi sono presentati in Fig. 6 (ed in alto a destra i grafici delle differenti MF in input per l'analisi di sensitività).

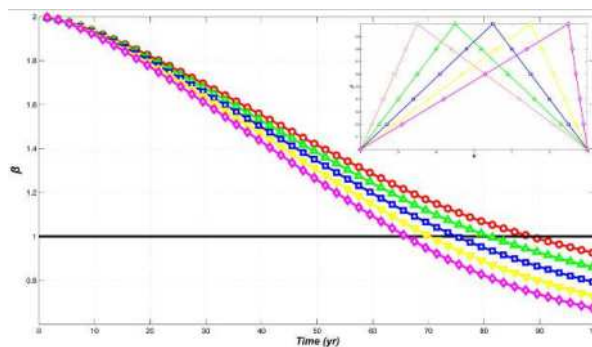


Figura 6 -Analisi di sensitività per il pitting factor

In conclusione, per quanto concerne l'analisi del rapporto *a/c*, i risultati dell'analisi sono presentati in Fig.7 (ed in alto a destra i grafici delle differenti MF in input per l'analisi di sensitività).

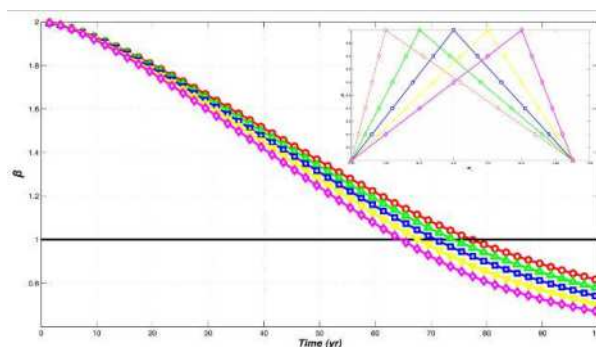


Figura 7 -Analisi di sensitività per a/c

Dall'investigazione effettuata si evince, come ci si attendeva, che per valori del core della MF del *pitting factor* e del rapporto *a/c* crescenti il valore unitario del fattore di sicurezza fuzzy viene raggiunto in tempi più brevi. Da un altro punto di vista, si potrebbe affermare che il livello di sicurezza offerto tende ad essere più basso. Emerge inoltre una maggiore sensitività dell'andamento temporale del fattore di sicurezza fuzzy nei riguardi del *pitting factor* piuttosto che per il rapporto *a/c*. Questa caratteristica potrebbe anche essere utilizzata in fase di pianificazione delle indagini in sito: accertata la maggiore influenza del *pitting factor*, si potrebbe, infatti, decidere di orientare le prove (e le disponibilità economiche) al fine di ridurre le incertezze su questo parametro.

## 6. CONCLUSIONI

Nel presente documento viene presentata e discussa una analisi fuzzy e tempo-dipendente dell'affidabilità strutturale di travi in c.a. soggette a corrosione localizzata in condizione di incertezze ibride. Infatti, una analisi dello stato dell'arte ha mostrato come parametri geometrici, meccanici, ambientali e i dati relativi alle condizioni di carico non possano essere considerati trascurando le differenti tipologie di incertezza che, a vario titolo, gravano su di essi. È pertanto evidente che, in questa circostanza, non è possibile adottare i metodi probabilistici tradizionali per la valutazione della sicurezza strutturale. Nella procedura presentata le variabili non probabilistiche si assumono essere variabili fuzzy mentre quelle probabilistiche sono trasformate in variabili fuzzy mediante il concetto dell'equivalenza entropica.

La rappresentazione mediante *fuzzy sets* delle variabili incerte ha consentito di ottenere l'andamento nel tempo del fattore di sicurezza fuzzy. Il principale merito dell'approccio illustrato è legato alla possibilità di condurre l'analisi anche in

presenza di una quantità di dati insufficiente per un trattamento statistico ovvero in presenza di giudizi esperti e punti di vista tecnici di tipo linguistico.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] C. A. Apostolopoulos, P. G. Koutsoukos, (2007, in stampa), "Study of the corrosion of reinforcement in concrete elements used for the repair of monuments", *Construction and Building Materials*.
- [2] L. A. Zadeh, (1965), "Fuzzy sets", *Information and Control*, 8, 338-353.
- [3] B Möller, M. Beer, W. Graf, J. U. Sickert, (2006), "Time-dependent reliability of textile-strengthened RC structures under consideration of fuzzy randomness", *Computers and Structures*, 84, 585-603.
- [4] A. W. Beeby, (1983), "Cracking, cover and corrosion of reinforcement", *Concrete International*, 5 (2), 35-40.
- [5] M. G. Stewart, D. V. Rosowsky, (1998), "Time-dependent reliability of deteriorating reinforced concrete bridge decks", *Structural Safety*, 20, 91-109.
- [6] E. J. Wallbank, (1989), "The performance of concrete in bridges: a survey of 200 highway bridges", in Mansell & Partners editors, Department of Transport, London: HSMO.
- [7] P. C. Hoffman, R. E. Weyers, (1994), "Predicting critical chloride levels in concrete bridge decks", in G. I. Shuëller, M. Shinozuka, J. T. P. Yao editors, *Structural safety & reliability*, ICOSSAR '93 proceedings. Innsbruck: Balkema, 957-959.
- [8] M. P. Enright, D. M. Frangopol, (1998), "Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion", *Engineering Structures*, 20 (11), 960-971.
- [9] T. J. Kirkpatrick, R. E. Weyers, M. M. Sprinkel, C. M. Anderson-Cook, (2002), "Impact of specification changes on chloride-induced corrosion service life of bridge decks", *Cement and concrete research*, 32 (8), 1189-1197.
- [10] F. Duprat, (2007), "Reliability of RC beams under chloride-ingress", *Construction and Building Materials*, 21, 1605-1616.
- [11] S. Engelund, J. D. Sorensen, S. Krenk, (1995), "Estimation of the time to initiation of corrosion in existing uncracked concrete structures", in M. Lemaire, J. L. Favre, A. Mébarki editors, *Application of statistic and probability ICASP7* proceedings, Paris: Balkema 501-506.
- [12] J. B. Leira, J. Lindgård, (2000), "Statistical analysis of laborator test data for service life prediction of concrete subject to chloride ingress", in R. E. Melchers editor, *Application of statistics and probability ICASP8* proceedings, Sidney, 291-296.
- [13] K. A. Vu, M. G. Stewart, (2000), "Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models", *Structural Safety*, 22, 313-333.
- [14] D. V. Val, R. E. Melchers, (1997), "Reliability of deteriorating RC slab bridges", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 123 (12), 1638-1644.
- [15] Y. G. Du, L. A. Clark, A. H. C. Chan, (2005), "Residual capacity of corroded reinforcing bars", *Mag Concr Res*, 57 (3), 135-147.
- [16] S. Chakraborty, P. C. Sam, (2007), "Probabilistic safety analysis of structures under hybrid uncertainty", *Journal for numerical methods in engineering*, 70 (4), 405-422.
- [17] L. Zhenyu, C. Qiu, (2002), "A new approach to fuzzy finite element analysis", *Computational methods in applied mechanics and engineering*, 191, 5113-5118.
- [18] A. De Luca, S. Termini, (1974), "A definition of non probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory", *Information and Control*, 24, 55-73.
- [19] A. Haldar, R. K. Reddy, (1992), "A random-fuzzy analysis of existing structures", *Fuzzy Sets and Systems*, 48, 201-210.
- [20] B. Shrestha, L. Duckstein, (1998), "A fuzzy reliability measure for engineering applications", in *Uncertainty modelling and analysis in civil engineering*, CRC press LLC, 120-135.
- [21] I. Elishakoff, B. Ferracuti, (2006), "Fuzzy sets based interpretation of the safety factor", *Fuzzy Sets and systems*, 157, 2495-2512.
- [22] I. Elishakoff, B. Ferracuti, (2006), "Four alternative definitions of the fuzzy safety factor", *Journal of aerospace engineering*, 19 (4), 281-287.
- [23] EN 1992-1-1, (2004), Eurocode 2, Design of concrete structures-part 1.1: General rules and rules for buildings.

*Il presente lavoro è stato sviluppato all'interno del Progetto di ricerca Triennale 2005-2008 – DPC/RELUIS Linea 2 – MND*

# CONSIDERAZIONI CRITICHE SULL'IMPIEGO STRUTTURALE DI CALCESTRUZZI CONFEZIONATI CON AGGREGATI RICICLATI

**Annibale Luigi Materazzi<sup>1</sup>, Antonella D'Alessandro<sup>1</sup>, Simone Monotti<sup>2</sup>, Marco Breccolotti<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Perugia

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria dei Materiali, del Territorio e di Fisica, Università Politecnica delle Marche

## SOMMARIO

Vengono presentati i risultati di una ricerca teorico-sperimentale sull'impiego strutturale di calcestruzzi confezionati con aggregati riciclati. In particolare ne sono state studiate le proprietà statistiche della resistenza a compressione utilizzando un numero significativo di provini standard confezionati con diverse percentuali di aggregati riciclati. Sulla base dei risultati ottenuti è stata sviluppata una metodologia per la calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza di questi calcestruzzi, prendendo a riferimento analisi di affidabilità a Livello 2. I primi risultati ottenuti da una sperimentazione numerica a carattere parametrico hanno consentito di evidenziare che l'impiego strutturale dei calcestruzzi confezionati con aggregati riciclati richiede opportune modifiche delle modalità di calcolo e non può limitarsi soltanto a prescrizioni quantitative sulla percentuale massima accettabile di aggregati riciclati.

## SUMMARY

The results of an experimental and theoretical research on the structural use of concretes manufactured with recycled aggregate are introduced. Particularly the statistic properties of the compression resistance of these concretes have been studied using a meaningful number of concrete cubes made with different percentages of recycled aggregate. On the basis of these experimental results a methodology for the calibration of the partial safety coefficient to be used with these concretes has been developed, taking as reference the results of a Level 2 reliability analysis. The first results obtained by means of a parametric experimentation allowed to underline that the use of the recycled concretes in structural elements requires for particular design procedure and cannot be limited only to quantitative prescriptions on the acceptable maximum percentage of recycled aggregate.

## 1. INTRODUZIONE

Come è noto è possibile utilizzare aggregati derivati dalla macinazione del calcestruzzo per la sostituzione parziale di quelli naturali nella produzione di nuovo calcestruzzo.

Questo tipo di tecnologia consente di riciclare così gli scarti di produzione delle industrie di prefabbricazione e le macerie prodotte nel corso della demolizione di costruzioni di calcestruzzo strutturale, con evidenti vantaggi dal punto di vista del rispetto dell'ambiente e dello sfruttamento delle risorse naturali.

L'impiego dei calcestruzzi così prodotti è previsto in un numero molto limitato di normative tecniche nazionali e internazionali [1, 2, 3, 4], anche se taluni paesi, quali ad esempio gli Stati Uniti, privilegiano sotto vari punti di vista le costruzioni realizzate con tecnologie rispettose dell'ambiente. Occorre inoltre segnalare che, mentre esistono numerosi riferimenti bibliografici sull'argomento [5, 6, 7, 8, 9, 10], appaiono carenti le indicazioni circa le modalità di calcolo da utilizzare al fine di conseguire lo stesso livello di sicurezza ottenibile con l'impiego dei calcestruzzi normali.

E' comunque evidente che il comportamento meccanico dei calcestruzzi confezionati con aggregati riciclati dipende dalla qualità e dalla quantità degli aggregati riciclati impiegati e che, di conseguenza, le procedure di analisi della sicurezza impiegate per il calcolo delle strutture realizzate con calcestruzzi normali debbano essere opportunamente adattate.

Su questo argomento è da tempo attivo presso la Facoltà di Ingegneria di Perugia un programma di ricerca avente carattere teorico-sperimentale.

Per quanto riguarda la parte sperimentale è stato confezionato un numero statisticamente significativo di provini standard di calcestruzzo riciclato, poi sottoposti a prova di rottura per la misurazione della resistenza meccanica.

L'analisi dei risultati ottenuti ha consentito, relativamente alle percentuali di materiale riciclato, di determinare le caratteristiche statistiche della resistenza meccanica, individuando in particolare il valore della resistenza media, del suo scarto standard e del suo coefficiente di variazione.

La comparazione con i risultati di analoghe prove condotte su calcestruzzi convenzionali ha confermato che le resistenze meccaniche del materiale realizzato con aggregati riciclati sono più disperse.

Allo scopo di saggiare l'influenza di questa dispersione sulla sicurezza strutturale è stata eseguita un'analisi di affidabilità utilizzando la tecnica della distanza di sicurezza  $\beta$ .

Il programma generale della ricerca prevede di considerare, a questo scopo, sezioni pressoinflesse di cemento armato di tipologia e dimensioni ricorrenti. Nella presente comunicazione vengono presentati i primi risultati di questa parte dello studio con riferimento ad un'unica sezione trasversale ed a più valori della eccentricità del carico applicato.



L'analisi probabilistica è stata eseguita nella duplice ipotesi di realizzare gli elementi strutturali sopra detti sia con calcestruzzo normale che con calcestruzzo riciclato, di pari resistenza caratteristica.

Assunto come valore di riferimento della probabilità di rottura quello che si consegue applicando al calcestruzzo normale il coefficiente parziale di sicurezza indicato dalla normativa italiana, è stato così determinato il valore del coefficiente parziale che permette di progettare sezioni della stessa affidabilità e, viceversa, il valore dell'incremento da richiedere alla resistenza caratteristica dei calcestruzzi riciclati al fine di ottenere sezioni delle stesse prestazioni di quelle realizzate con calcestruzzo normale.

## 2. QUADRO NORMATIVO INTERNAZIONALE

### 2.1 Unione Europea

A partire dagli anni '70, con la direttiva 75/442 CEE, la sensibilità verso il problema dei rifiuti da costruzione e demolizione (C&D) comincia ad assumere una certa rilevanza nella Comunità Europea [11]. Da allora gruppi di lavoro come il "Construction and Demolition Waste Project Group" o il "Demolition and reuse of Concrete" della RILEM stanno provvedendo alla redazione di linee guida per sensibilizzare gli stati membri ad adottare strumenti e iniziative finalizzati ad attuare una corretta politica di gestione dei rifiuti C&D.

Alcuni paesi europei, in modo particolare Danimarca, Olanda, Belgio e Germania, stanno lavorando da alcuni anni a studi relativi al reimpiego dei materiali di demolizione. In questi paesi sono in vigore leggi e prescrizioni che ne impongono il riutilizzo.

La Germania è il maggiore produttore di rifiuti da C&D dell'Unione Europea. In questo paese, nel 1995 è stata approvata una norma che definisce i requisiti per l'uso dei rifiuti da costruzione e demolizione riciclati e nel 1998 è stata elaborata una norma per l'utilizzo nel calcestruzzo degli aggregati riciclati. In Olanda la scarsa disponibilità di inerti naturali e di spazi da destinare a discarica ha incentivato il recupero e il riciclaggio degli scarti edilizi più che negli altri Paesi europei. In Olanda sta avvenendo la parziale sostituzione (più del 20% [12]) degli aggregati naturali (ghiaia) nella produzione di calcestruzzo. In Spagna è stato creato un gruppo di studio finalizzato al riciclaggio di materiali da demolizione come aggregati per nuovi calcestruzzi nell'ambito dello Spanish Standard Technical Committee AEN/CTN-146 "Aridos" e nel frattempo è stato avviato un vasto progetto riguardante la pianificazione, la gestione e l'incentivazione delle attività di riciclaggio. Inoltre, in Olanda il CUR (Commissie voor Uitvoering van Research) nel 1986, in Russia il NIIZbh (Research Institute for Concrete and Reinforced Concrete) nel 1984 ed in Danimarca il DCA (Danish Concrete Association) nel 1989 hanno sviluppato ed emanato raccomandazioni tecniche specifiche sull'impiego degli aggregati riciclati: le norme olandesi (CUR n. 4 e 5) e quelle danesi (DCA n. 34) sembrano orientate a consentire l'impiego degli aggregati riciclati anche per il confezionamento dei calcestruzzi strutturali.

### 2.2 Stati Uniti e Giappone

Negli Stati Uniti l'ASTM (American Society for Testing Materials) definì nel 1979 (ASTM C125) e nel 1982 (ASTM C33) alcuni requisiti per l'accettazione del materiale proveniente da demolizioni strutturali, quale aggregato per il confezionamento di nuovi calcestruzzi. Successivamente lo "United States Army Corps of Engineers" ha modificato le proprie specifiche e raccomandazioni al fine di promuovere l'impiego di calcestruzzi riciclati. La conseguenza di ciò è che negli Stati Uniti non esistono particolari limiti per l'impiego degli aggregati riciclati nel calcestruzzo.

Anche in Giappone l'impiego degli aggregati riciclati è stato oggetto di una serie di raccomandazioni e proposte di legge. Già nel 1977 la Building Contractors Society of Japan (BCSJ) emanò una "Recommendation of Standard Use of Recycled Aggregate for Concrete and Commentary". Più recentemente, nel 1998, il Japan Concrete Institute formò un comitato tecnico per stabilire un nuovo disegno di legge per i materiali riciclati nel calcestruzzo: esso ha dato origine ad un rapporto tecnico (JIS/TR). In Giappone l'attività di ricerca sui materiali C&D si è sviluppata nel corso degli ultimi venticinque anni anche con un vasto progetto nazionale "Research for the Future" che si occupa di mettere a punto metodi pratici per la produzione di calcestruzzi strutturali a partire da aggregati di riciclo, di pezzatura sia grossa che fine, e un sistema di riciclaggio al fine di ridurre i costi connessi con il ciclo di vita dei materiali da costruzione.

### 2.3 Italia

Nel confronto con i paesi europei si nota il profondo ritardo dell'Italia nell'utilizzo di materiale riciclato: solo il 9% dei rifiuti vengono recuperati e oltre il 90% sono smaltiti senza alcuna valorizzazione. Negli altri Paesi l'indisponibilità di materie prime e l'eccessiva produzione di macerie da demolizione da smaltire ha condotto allo sviluppo dei processi di riciclaggio. Di recente, tuttavia, una maggiore attenzione ai problemi di sviluppo sostenibile e impatto ambientale hanno fatto nascere anche nel nostro Paese l'esigenza di un uso più consapevole delle materie prime non rinnovabili, come gli aggregati di cava. In Italia le prime esperienze di impianti di riciclaggio di materiali da C&D si collocano alla fine degli anni '80. La normativa italiana ha seguito l'evoluzione della legislazione europea con la legge quadro D.Lgs. 22/77 (Decreto Ronchi) introducendo le priorità di prevenzione, recupero e smaltimento nella gestione dei rifiuti. Negli ultimi tre anni la legislazione italiana ha fatto importanti passi avanti in tema di riutilizzo di macerie da demolizione come aggregati per nuovi calcestruzzi. Nel 2002 il Comitato Tecnico CEN/TC ha redatto la norma EN 12620, recepita in Italia con la UNI EN 12620-2002 "Aggregati per Calcestruzzo" che, a differenza della precedente UNI 8520 considera oltre a quelli naturali anche gli aggregati o filler di origine artificiale o di riciclo. Un impulso all'impiego dei materiali recuperati, compresi gli inerti, è stato dato dal Decreto 8 Maggio 2003, n. 203 contenente: "Norme affinché gli uffici pubblici e le società a capitale prevalentemente pubblico coprano il fabbisogno annuale di manufatti e beni con una quota di prodotti ottenuti da materiale riciclato nella misura non inferiore al 30% del fabbisogno medesimo" e dalla conseguente circolare del Ministero dell'Ambiente e della tutela del Territorio n. 5205/2005. Il D.M. 203/2003 ha istituito anche il "Repertorio del Riciclaggio", con una serie di prescrizioni tecniche, prestazionali, riguardo all'utilizzo e alle caratteristiche del materiale ammissibile. Più recentemente, le Norme Tecniche per le Costruzioni del 2005 [13] hanno introdotto la possibilità di utilizzare aggregati riciclati per confezionare conglomerati cementizi, anche per impiego strutturale, a condizione che le miscele vengano documentate e qualificate attraverso idonee prove di laboratorio. La norma definisce orientativamente le percentuali di aggregato riciclato da utilizzare in funzione della resistenza finale del calcestruzzo ottenuto, e prescrive il controllo dei processi di riciclo. Peraltro, nessuna indicazione viene fornita circa le specifiche modalità di calcolo che debbono essere applicate quando si impieghino calcestruzzi confezionati con aggregati riciclati.

### 3. RICHIAMI SUI METODI DI VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

#### 3.1 Metodi di Livello 2

A differenza dei Metodi probabilistici completi, i metodi di Livello 2 si avvalgono, come parametro misuratore della sicurezza, del cosiddetto "indice di sicurezza"  $\beta$ , legato alla probabilità di rottura dalla relazione:

$$P_f = \Phi(-\beta) = \int_{-\infty}^{\beta} N_{0,1}(x) dx \quad (1)$$

in cui  $\Phi(\cdot)$  è la funzione di ripartizione della variabile aleatoria normale standard [14].

Le grandezze che intervengono nello specifico problema della pressione eccentrica di sezioni di cemento armato, vengono, in tal senso, modellate come  $n$  variabili aleatorie statisticamente indipendenti, raccolte, per comodità in un opportuno vettore  $\mathbf{X}$ . La eventuale dipendenza statistica tra alcune di esse può essere rimossa utilizzando appropriate procedure, così come possono essere considerate distribuzioni di densità di probabilità diverse da quella normale [15, 16].

Lo stato limite considerato viene quindi espresso mediante una appropriata funzione di stato limite  $G(\mathbf{X}) = 0$ .

Lo spazio  $R^n$  in cui sono definite le variabili aleatorie di base è, quindi, suddiviso dalla funzione di stato limite in due domini:

- il dominio di rottura  $U$  in cui si verifica  $G(\mathbf{X}) < 0$ ;
- il dominio di sicurezza  $S$  in cui si verifica  $G(\mathbf{X}) > 0$ .

E' comodo studiare il problema anziché nello spazio delle variabili aleatorie originarie  $\mathbf{X}$ , in quello di opportune variabili aleatorie normali standard ausiliarie  $\mathbf{Y}$ .

A tale scopo le variabili aleatorie  $\mathbf{X}$  vengono proiettate nello spazio delle variabili aleatorie normali standard mediante la relazione:

$$Y_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_{X_i}} \quad (2)$$

in cui  $\bar{X}_i$  è il valore medio della  $i$ -esima variabile aleatoria e  $\sigma_{X_i}$  è il corrispondente scarto standard.

Analogamente la funzione di stato limite viene proiettata nello stesso spazio ottenendo la:

$$Z(\mathbf{Y}) = 0 \quad (3)$$

La nuova condizione di stato limite può essere sviluppata in serie di Taylor avente punto iniziale nell'origine, arrestandosi, in prima approssimazione, ai termini del 1° ordine:

$$Z(\mathbf{Y}) \cong Z(\mathbf{Y})_0 + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{Y} = 0 \quad (4)$$

in cui

$$\alpha_i = \left[ \frac{\partial Z}{\partial Y_i} \right]_0 \quad (5)$$

Si osserva, quindi, che la:

$$Z(\mathbf{Y})_0 + \sum_n \alpha_i Y_i = 0 \quad (6)$$

è l'equazione di un iperpiano, tangente alla superficie  $Z(\mathbf{Y})$  nel punto di minima distanza dall'origine (punto di progetto).

Tale distanza è proprio il valore di  $\beta$ , che assume il significato geometrico notevole di raggio della sfera tangente alla superficie di stato limite:

$$\beta = \min \left\{ \sqrt{\sum_n Z(Y_i)^2} \right\} \quad (7)$$

A questo punto il valore di  $\beta$  può essere determinato utilizzando una qualsiasi tecnica di ottimizzazione.

Esempi di applicazioni di questo metodo ad elementi strutturali in c.a. possono essere trovati, ad esempio, in [17, 18, 19].

#### 3.2 Metodi di Livello 1

I Metodi di Livello 1, rappresentano la versione più semplificata delle procedure di valutazione della sicurezza e sono quelli incorporati nelle normative tecniche. Essi sono dei metodi semiprobabilistici, in quanto utilizzano esclusivamente i valori caratteristici delle variabili aleatorie in gioco ed opportuni coefficienti parziali di sicurezza.

Il problema della misura della sicurezza si riduce quindi al controllo della disuguaglianza:

$$\gamma_S \cdot S_{k(0,95)} \leq \frac{R_{k(0,05)}}{\gamma_R} \quad (8)$$

in cui  $S_{k(0,95)}$  ed  $R_{k(0,05)}$  sono i valori caratteristici rispettivamente dell'effetto delle azioni e delle resistenze e  $\gamma_S$  e  $\gamma_R$  sono i coefficienti parziali di sicurezza sulle azioni e sui materiali.

Il ruolo dei coefficienti parziali di sicurezza è quello di diminuire il valore della probabilità di rottura implicito nell'impiego dei soli valori caratteristici. A tale scopo essi richiedono di essere opportunamente "calibrati" utilizzando metodi di analisi di livello superiore.

Nel presente lavoro viene appunto indicata una metodologia per la calibrazione dei coefficienti parziali di sicurezza da utilizzare nella verifica di sezioni pressoinflesse realizzate con calcestruzzi riciclati.

### 4. ATTIVITÀ SPERIMENTALE

#### 4.1 Programma delle attività sperimentali

L'attività di studio della presente ricerca è stata articolata in varie fasi, attraverso prove sperimentali ed indagini teoriche. Per quanto riguarda la parte sperimentale si è dapprima proceduto alla frantumazione degli inerti da riciclare. Il materiale utilizzato è costituito dagli scarti di lavorazione di elementi prefabbricati in cemento armato, privati dell'acciaio di armatura ed aventi una resistenza caratteristica di partenza, pari a  $R_{ck} = 55 \text{ N/mm}^2$ .

La frantumazione è stata realizzata utilizzando un frantoio a mascelle.

Gli aggregati frantumati, previa vagliatura del materiale finissimo, sono stati poi separati secondo diversi assortimenti granulometrici. Il materiale utilizzato per la realizzazione del conglomerato riciclato è stato quello con dimensioni comprese tra 0 e 30 mm.

Successivamente sono state determinate le curve granulometriche ed il contenuto d'acqua, sia per gli aggregati riciclati che per quelli naturali mediante le procedure standard di quartatura, lavaggio, essiccazione e pesatura. Gli aggregati riciclati hanno evidenziato una umidità del 4,6%.

Tabella 1: Mix design delle varie miscele di calcestruzzo(kg/m<sup>3</sup>).

Aggregati Riciclati	Cem. acqua a/c			Ricicl. Sabbia Spacc. 1			Fluidif.
	kg	kg		kg	kg	kg	
0%	400	160	0,40	0	830	830	3,2
30%	400	170	0,42	498	830	332	4
50%	400	172	0,43	830	747	83	4
100%	400	180	0,45	1660	0	0	4

Tabella 2: Proprietà statistiche della resistenza a compressione.

Inerti Riciclati	Media	Dev. Stand.	V	R <sub>min</sub>	R <sub>max</sub>
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>		N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
0%	60,6	46	0,076	50,0	68,5
30%	49,3	41	0,084	41,0	53,0
50%	41,5	39	0,095	34,5	49,5
100%	38,1	41	0,107	32,0	44,0

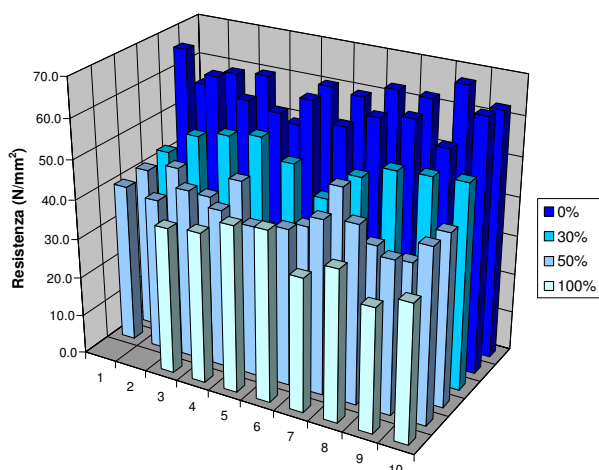


Figura 1 – Risultati sperimentali delle prove di schiacciamento.

Sono stati quindi progettati quattro diversi mix design caratterizzati da differenti percentuali di aggregati riciclati: con lo 0% di riciclati, con il 30% di inerte riciclato grosso, con il 50% e il 100% di inerte riciclato. Si sono confezionati provini cubici standard di 15 cm di lato. In particolare sono stati realizzati 20 cubetti con il 100% di inerti naturali, 20 con il 50% di inerti riciclati con dimensione compresa tra 0 e 30 mm, 10 con il 30% di inerti riciclati grossi (>5 mm) e infine 8 cubetti con il 100% di aggregati riciclati. Nel mix design con il 30% di inerti riciclati è stata utilizzata solo la pezzatura maggiore di 5 mm. Gli inerti naturali sono stati scelti in modo da realizzare un opportuno assortimento granulometrico nei mix design: per la parte fine si è utilizzata una sabbia compresa tra 0 e 4 mm, mentre per quella più grossa si è utilizzato un aggregato con dimensioni comprese tra 5 e 12,5 mm (spaccato 1).

Le composizioni dei diversi mix design sono riportate nella Tabella 1. I quattro impasti sono stati realizzati impiegando la stessa quantità di cemento e con l'obiettivo di ottenere la stessa lavorabilità. A tale scopo nei mix design con aggregati riciclati è stata leggermente aumentata la dose di fluidificante, portandola dallo 0,8% all'1% del peso del cemento. Ciononostante gli impasti con inerti riciclati hanno

avuto comunque bisogno di un maggiore apporto di acqua rispetto a una normale miscela di conglomerato cementizio, soprattutto nel caso del 100% di aggregato riciclato. I campioni sono stati compattati con tavola vibrante, sono stati rimossi dalla cassaforma, come da normativa, e conservati fino al momento della prova in una vasca di maturazione immersi in acqua alla temperatura di 20°C.

Dopo la maturazione è stata effettuata la spianatura dei provini per garantire la planarità secondo la norma UNI EN 12390 [20]. Prima della prova di resistenza a compressione sono state rilevate le caratteristiche geometriche e fisiche dei provini e le altre proprietà richieste dalla norma UNI 6132-72 [21], come dimensioni lineari, sezione, massa, operazioni preventive ed eventuali difetti del campione.

Le prove sono state eseguite con strumentazione standard e hanno evidenziato per tutti i provini una modalità di rottura classica, caratteristica di un buon calcestruzzo (andamento bipiramidale delle superfici di rottura).

## 4.2 Analisi statistica dei risultati

L'analisi dei risultati ottenuti ha consentito, relativamente alle percentuali di materiale riciclato impiegato ed alle caratteristiche del calcestruzzo iniziale, di determinare le caratteristiche statistiche della resistenza meccanica, individuando, in particolare, il valore della resistenza media, della deviazione standard ed il coefficiente di variazione.

I risultati hanno evidenziato una diminuzione della resistenza media dei calcestruzzi, all'aumentare della percentuale di inerte riciclato presente nei mix design, da 60,6 N/mm<sup>2</sup> nel caso del 100% di inerti naturali, a 38,1 N/mm<sup>2</sup> per il 100% di inerti riciclati. Allo stesso modo il coefficiente di variazione (V) aumenta dallo 0,076 per gli inerti naturali, allo 0,107 per gli aggregati riciclati al 100% (Tabella 2).

Tali risultati sono in linea, per quanto riguarda i coefficienti di variazione delle resistenze, con quelli riportati in [5] in cui gli Autori hanno analizzato le proprietà statistiche della resistenza a compressione di calcestruzzi normali e calcestruzzi riciclati, progettati per avere uguali resistenze caratteristiche.

## 5. IMPIEGO DEI RISULTATI SPERIMENTALI NELLA PROGETTAZIONE DI SEZIONI DI C.A.

### 5.1 Considerazioni generali

I risultati sperimentali ottenuti sono stati utilizzati per la progettazione di sezioni pressoinflesse realizzate con calcestruzzo riciclato.

Sono stati seguiti due approcci alternativi:

- il primo è stato quello di determinare, naturalmente nei limiti consentiti dai dati sperimentali disponibili, il coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo,  $\gamma_c$ , da impiegare al fine di progettare un sezione che garantisca lo stesso livello di sicurezza di una realizzata con calcestruzzo normale della stessa resistenza caratteristica  $R_{ck}$ ;
- il secondo è stato quello di determinare l'incremento della resistenza caratteristica necessario affinché un calcestruzzo riciclato garantisca lo stesso livello di sicurezza di un calcestruzzo normale di resistenza caratteristica assegnata.

Il primo approccio corrisponde, evidentemente, ad un tipico problema di calibrazione di un coefficiente parziale di sicurezza, in questo caso di quello del calcestruzzo, coefficiente che viene opportunamente incrementato per neutralizzare gli effetti negativi della maggiore dispersione della resistenza che si osserva nei calcestruzzi riciclati.

Il secondo approccio, invece, è, in un certo senso, duale del primo e consiste nella determinazione di una tavola di

corrispondenze tra la resistenza caratteristica del calcestruzzo normale e quella del calcestruzzo riciclato, costruita in modo tale che due calcestruzzi corrispondenti, uno normale e l'altro riciclato, garantiscano la stessa prestazione e cioè la stessa resistenza ultima di calcolo e la stessa sicurezza.

Ciò richiede che venga simultaneamente utilizzato un valore incrementato della resistenza caratteristica del calcestruzzo,  $R_{ck}^*$ , ed un coefficiente di sicurezza aggiuntivo,  $\gamma_c^*$ , tali che il loro rapporto  $R_{ck}^*/\gamma_c^*$  sia esattamente uguale al valore della resistenza caratteristica del calcestruzzo normale corrispondente. In tal modo la tensione massima a compressione del calcestruzzo:

$$\sigma_{c,ult} = 0,85 \frac{0,83 R_{ck}}{1,6} \quad (9)$$

continua ad essere quella del calcestruzzo normale ed è solo necessario prescrivere l'impiego di un calcestruzzo riciclato di resistenza caratteristica  $\gamma_c^*$  volte più elevata.

## 5.2 Casi considerati ed ipotesi di base

Le elaborazioni sono state eseguite con riferimento ad una sezione rettangolare di cemento armato avente dimensioni  $b = 300$  ed  $H = 500$  mm, armata con 4+4 $\phi$ 20 ( $A_s' = A_s = 1257$  mm<sup>2</sup>) (vedi Figura 2). Il copriferro è pari a 40 mm.

Sono state considerate tre diverse condizioni di sollecitazione:

- 1) compressione centrata  $e = 0$ ;
- 2) presso-flessione  $e = H/4$ ;
- 3) presso-flessione  $e = H/2$ .

Condizioni di sollecitazione con eccentricità maggiore non sono state momentaneamente prese in considerazione poiché indagini preliminari hanno mostrato che in tali casi la capacità portante dell'elemento strutturale risulta essere debolmente influenzata dal valore del coefficiente di variazione del calcestruzzo.

Il calcestruzzo privo di inerti riciclati considerato è di classe C25/30 ( $R_{ck} = 30$  MPa), mentre l'acciaio di armatura è di tipo FeB44k ( $f_{yk} = 430$  MPa).

Nei calcoli è stato utilizzato, per il calcestruzzo normale, il coefficiente parziale di sicurezza  $\gamma_c = 1,6$  e per l'acciaio il coefficiente parziale  $\gamma_s = 1,15$ .

Le analisi di affidabilità sono state eseguite considerando 3 variabili aleatorie: la resistenza a compressione del calcestruzzo, la resistenza a trazione dell'acciaio e lo sforzo normale oppure il momento flettente di progetto. Le proprietà statistiche della resistenza  $R_c$  del calcestruzzo normale privo di inerti riciclati ( $R_{ck} = 30$  N/mm<sup>2</sup>) e di quella dell'acciaio  $f_y$  sono riassunte in Tabella 3.

Per le sollecitazioni esterne è stata assunta una distribuzione di tipo normale con coefficiente di variazione pari a 0,30.

### 5.2.1 Compressione centrata $e = 0$

La capacità portante, calcolata a Livello 1, è  $N_{ult} = 2942,2$  kN. Da tale valore, che corrisponde a  $N_d$ , è stato poi ricavato il valor medio dello sforzo normale di progetto  $N_{d,m} = 1306,2$  kN e la corrispondente deviazione standard, pari a 391,9 kN.

L'equazione di stato limite assume la forma:

$$0,85 \cdot 0,83 \cdot R_c \cdot b \cdot H + f_y (A_s + A_s') - N_d = 0 \quad (10)$$

Con le proprietà delle grandezze aleatorie riportate nella Tabella 3 si ottiene per detta equazione di stato limite un indice  $\beta$  pari a 7,230.

### 5.2.2 Presso-flessione $e = H/4$

In corrispondenza dell'eccentricità  $e = H/4 = 125$  mm, il punto che individua il collasso a Livello 1 sul dominio di interazione  $N$ - $M$  della sezione ha coordinate  $N_{ult} = 1737,8$  kN,  $M_{ult} = 217,2$  kNm. Poiché l'eccentricità è costante, viene considerata come unica sollecitazione aleatoria quella flettente. Il suo valor medio risulta quindi pari a  $M_{d,m} = 97,0$  kNm, cui corrisponde il valor medio dello sforzo normale  $N_{d,m} = 776,3$  kN.

Il collasso della sezione avviene in questo caso con le modalità del campo 4 (calcestruzzo compresso con deformazione massima 3,5‰ e acciaio teso non snervato). Detta  $y$  la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso, l'equazione di stato limite è espressa dal seguente sistema:

$$0,5715 \cdot R_c b y + A_s' f_y - 0,0035 \cdot \frac{(d-y)}{y} \cdot EA_s - \frac{M_d}{e} = 0 \quad (11)$$

$$0,5715 \cdot R_c b y \cdot \left( \frac{H}{2} - 0,416y \right) + A_s' f_y \cdot \left( \frac{H}{2} - d' \right) + 0,0035 \cdot \frac{(d-y)}{y} \cdot EA_s \cdot \left( \frac{H}{2} - d' \right) - M_d = 0 \quad (12)$$

In questo caso si ottiene un valore dell'indice di affidabilità  $\beta$  pari a 7,476.

### 5.2.3 Presso-flessione $e = H/2$

In corrispondenza dell'eccentricità  $e = H/2 = 250$  mm, sono stati individuati i seguenti valori delle caratteristiche di sollecitazione di progetto  $N_d = 1163,3$  kN,  $M_d = 290,8$  kNm, alle quali corrisponde un valor medio della sollecitazione flettente pari a  $M_{d,m} = 129,9$  kNm ed un valor medio dello sforzo normale  $N_{d,m} = 519,6$  kN.

Poiché anche in questo caso il collasso della sezione avviene, a Livello 1, con calcestruzzo compresso con deformazione massima 3,5‰ ed acciaio teso non snervato, la condizione di stato limite è espressa ancora dalle Equazioni 11 e 12. Il coefficiente  $\beta$  vale 7,339.

## 5.3 Calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo

### 5.3.1 Metodologia utilizzata

Sulla base dei risultati sperimentali ottenuti, è stato determinato il coefficiente parziale di sicurezza il cui impiego conduce alla progettazione di una sezione realizzata con calcestruzzo riciclato che ha la stessa probabilità di rottura della corrispondente sezione realizzata con calcestruzzo normale avente la stessa resistenza caratteristica  $R_{ck}$ .

Tabella 3: Caratteristiche delle VA comuni a tutti i casi.

Variabile	Distribuzione	Media	Dev. Stand.	V
$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	Lognormale	468,45	23,42	0,05
$R_{c,0\%}$	Lognormale	34,28	2,615	0,076

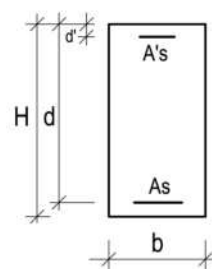


Figura 2 – Definizione della geometria della sezione pressoinflessa.

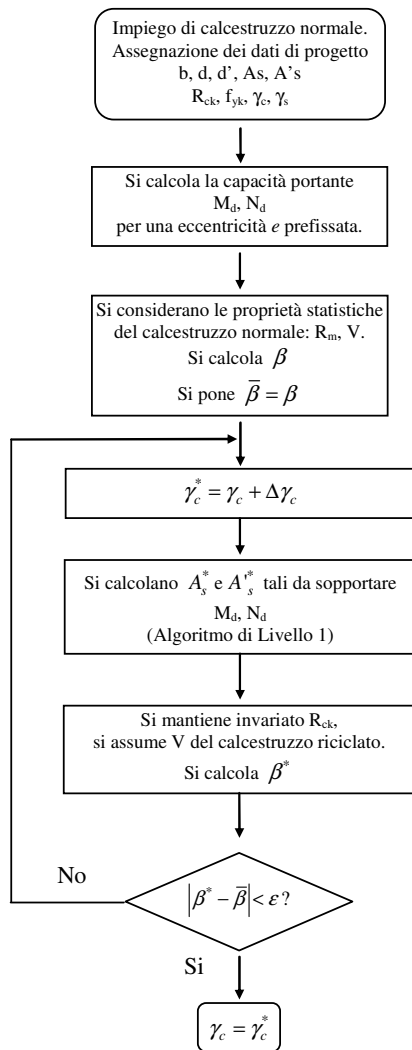


Figura 3 – Metodologia di calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo.

Tabella 4: Coefficienti parziali di sicurezza per calcestruzzi riciclati.

Aggregati Riciclati	$e = 0$		$e = H/4$		$e = H/2$	
	$A_s = A_s'$ mm <sup>2</sup>	$\gamma_c$	$A_s = A_s'$ mm <sup>2</sup>	$\gamma_c$	$A_s = A_s'$ mm <sup>2</sup>	$\gamma_c$
0%	1257,0	1,6	1257,0	1,6	1257,0	1,6
30%	1358,1	1,6634	1287,5	1,6228	1274,6	1,6172
50%	1520,6	1,7765	1333,2	1,6580	1302,5	1,6450
100%	1729,0	1,9462	1387,2	1,7012	1336,7	1,6798

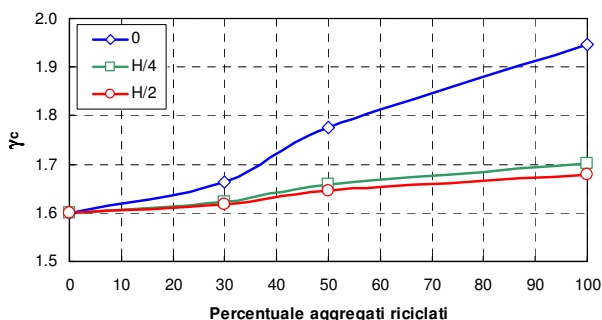


Figura 4 – Coefficienti parziali di sicurezza per calcestruzzi riciclati.

Con riferimento alla sezione rappresentata in Figura 2, è stata messa a punto una metodologia di calibrazione basata su analisi di affidabilità a Livello 2, eseguite calcolando l'indice  $\beta$  mediante la procedura proposta da Rackwitz e Fiessler [16], che consente di tener conto anche di distribuzioni non normali. La soluzione del problema di minimo è stata ottenuta utilizzando noti algoritmi di libreria [22].

La metodologia utilizzata, rappresentata in forma grafica nello schema a blocchi di Figura 3, si articola nelle seguenti fasi:

- 1) Viene innanzitutto assegnata una sezione di cemento armato mediante la sua carpenteria e la sua armatura ed i materiali con cui essa è realizzata e cioè c.a. normale di resistenza caratteristica  $R_{ck}$  ed acciaio di resistenza  $f_{yk}$ ;
- 2) Prefissato il valore della eccentricità  $e$  delle sollecitazioni di calcolo, vengono determinati il valore del momento massimo di progetto  $M_d$ , e dello sforzo normale di progetto  $N_d$  compatibili con la resistenza della sezione;
- 3) Modellando quindi i carichi applicati, la resistenza del calcestruzzo normale e quella dell'acciaio come variabili aleatorie, viene determinato il valore dell'indice di sicurezza  $\beta$  corrispondente alla sezione in esame. Tale valore di  $\beta$  viene assunto come riferimento per le successive operazioni:  $\bar{\beta} = \beta$ ;
- 4) Si passa quindi ad utilizzare del calcestruzzo contenente una prefissata percentuale di aggregati riciclati, ma avente la stessa resistenza caratteristica di quello normale;
- 5) Si incrementa il valore del coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo:  $\gamma_c^* = \gamma_c + \Delta\gamma_c$ ;
- 6) Utilizzando i consueti algoritmi di livello 1 si aggiorna la sezione delle armature metalliche con l'obiettivo di mantenere invariata la capacità portante della sezione (stessi valori di  $M_d$  e di  $N_d$ );
- 7) Con riferimento alla sezione così modificata e tenendo conto delle proprietà statistiche del calcestruzzo riciclato impiegato viene quindi determinato il valore dell'indice di sicurezza  $\beta^*$ ;
- 8) Si controlla se l'indice di sicurezza della sezione con calcestruzzo riciclato raggiunge lo stesso indice di sicurezza di quella originale realizzata con calcestruzzo normale. Se il controllo è positivo il procedimento ha termine e  $\gamma_c^*$  è il cercato valore del coefficiente parziale di sicurezza:  $\gamma_c = \gamma_c^*$ ;
- 9) In caso contrario si attiva un procedimento iterativo che comporta la ripetizione della procedura a partire dal punto 5).

### 5.3.2 Risultati numerici

L'applicazione della procedura descritta al punto 5.3.1 ha condotto alla determinazione dei coefficienti parziali di sicurezza riportati in Tabella 4 ed in Figura 4. Per ciascun valore della percentuale di aggregati riciclati è stato utilizzato il coefficiente di variazione della resistenza del calcestruzzo derivato dalle prove sperimentali.

### 5.4 Costruzione di una tavola di corrispondenza fra le resistenze dei calcestruzzi normali e dei calcestruzzi riciclati

Parallelamente alle analisi di calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza  $\gamma_c$  da applicare alla resistenza a compressione dei calcestruzzi riciclati, è stata costruita una tavola di corrispondenza tra calcestruzzi normali e calcestruzzi riciclati che consente di sostituire i primi con i corrispondenti secondi senza che l'affidabilità dell'elemento strutturale in progetto venga alterata.

### 5.4.1 Metodologia utilizzata

La procedura utilizzata per la definizione della tavola di corrispondenza è simile a quella del paragrafo 5.3.1. Essa, rappresentata in forma grafica nello schema a blocchi di Figura 5, si articola nelle seguenti fasi:

- 1) Viene assegnata una sezione di cemento armato mediante la sua carpenteria, la sua armatura ed i materiali con cui essa è realizzata (calcestruzzo normale di resistenza caratteristica  $R_{ck}$  ed acciaio di resistenza  $f_{yk}$ );
- 2) Prefissato il valore della eccentricità  $e$  delle sollecitazioni di calcolo, vengono determinati i valori del momento massimo di progetto  $M_d$  e dello sforzo normale di progetto  $N_d$  compatibili con la resistenza della sezione;
- 3) Modellando quindi i carichi applicati, la resistenza del calcestruzzo normale e quella dell'acciaio come variabili aleatorie, viene determinato il valore dell'indice di sicurezza  $\beta$  corrispondente alla sezione in esame. Tale valore di  $\beta$  viene assunto come riferimento per le successive operazioni:  $\bar{\beta} = \beta$ ;
- 4) Si passa quindi ad utilizzare del calcestruzzo contenente una prefissata percentuale di aggregati riciclati, mantenendo però invariata la quantità di armatura presente nella sezione;
- 5) Si incrementa il valore della resistenza caratteristica del calcestruzzo:  $R_{ck}^* = R_{ck} + \Delta R_{ck}$ ;
- 6) Con riferimento alla sezione così modificata e tenendo conto delle proprietà statistiche del calcestruzzo riciclato impiegato viene quindi determinato il valore dell'indice di sicurezza  $\beta^*$ ;
- 7) Si controlla se l'indice di sicurezza della sezione con calcestruzzo riciclato raggiunge lo stesso indice di sicurezza di quella originale realizzata con calcestruzzo normale. Se il controllo è positivo il procedimento ha termine ed  $R_{ck} = R_{ck}^*$  è il valore cercato della resistenza caratteristica richiesta al calcestruzzo riciclato.
- 8) In caso contrario si attiva un procedimento iterativo che comporta la ripetizione della procedura a partire dal punto 5).

### 5.4.2 Risultati numerici

L'applicazione della procedura descritta al punto 5.4.1 ha condotto alla determinazione delle corrispondenze tra resistenza dei calcestruzzi normali e resistenza dei calcestruzzi confezionati con aggregati riciclati. Esse sono riportate in Tabella 5 ed in Figura 6. Per ciascun valore della percentuale di aggregati riciclati è stato utilizzato il coefficiente di variazione della resistenza del calcestruzzo derivato dalle prove sperimentali.

## 6. ANALISI CRITICA DEI RISULTATI OTTENUTI

L'esame dei risultati numerici presentati nel punto 5.3.2 mostra che il coefficiente parziale di sicurezza per il calcestruzzo  $\gamma_c$  è sempre maggiore di quello indicato dalla Normativa italiana per le costruzioni di cemento armato e può raggiungere, relativamente alla sezione considerata, valori anche superiori a 2,00.

In particolare esso aumenta con la percentuale di aggregato riciclato. Si osserva inoltre che il coefficiente parziale è funzione della eccentricità del carico esterno: esso è maggiore nel caso di compressione centrata e tende a diminuire progressivamente man mano che la eccentricità aumenta. Questo comportamento dipende evidentemente dal ruolo svolto dalla resistenza del calcestruzzo rispetto all'acciaio d'armatura nella realizzazione della capacità portante della sezione.

Naturalmente, poiché risulta complicato prescrivere l'impiego di coefficienti parziali variabili con la eccentricità dei carichi esterni, il valore più elevato di  $\gamma_c$  è quello da prendere come riferimento.

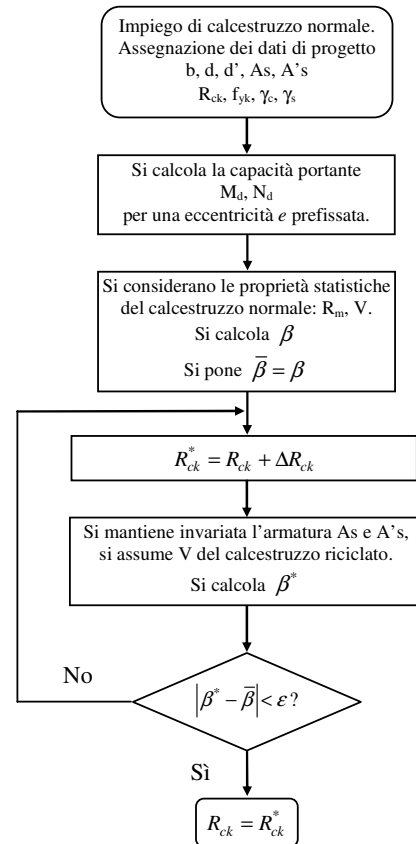


Figura 5 – Metodologia per la costruzione di una tavola di corrispondenza tra calcestruzzi normali e calcestruzzi riciclati aventi uguali prestazioni.

Tabella 5: Corrispondenza tra resistenze dei calcestruzzi riciclati.

Aggregati Riciclati	$e = 0$		$e = H/4$		$e = H/2$	
	$R_{ck}$	$\frac{R_{ck,0\%}}{R_{ck,ric}}$	$R_{ck}$	$\frac{R_{ck,0\%}}{R_{ck,ric}}$	$R_{ck}$	$\frac{R_{ck,0\%}}{R_{ck,ric}}$
0%	30	1,0	30	1,0	30	1,0
30%	31,187	1,0396	30,377	1,0126	30,290	1,0097
50%	33,588	1,1196	30,968	1,0323	30,766	1,0255
100%	38,020	1,2673	31,721	1,0574	31,373	1,0458

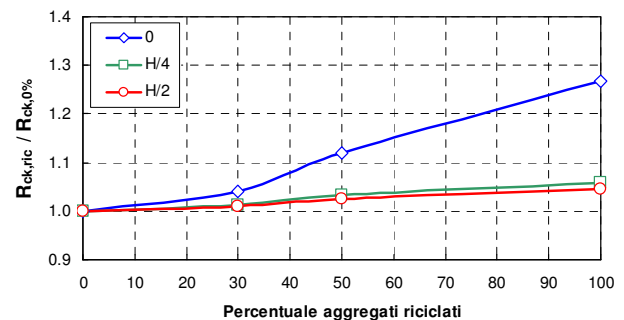


Figura 6 – Corrispondenza tra resistenze dei calcestruzzi riciclati.

Andamento del tutto analogo si osserva esaminando i risultati del punto 5.4.2.

Trova quindi conferma l'idea che l'impiego strutturale di aggregati riciclati richieda un appropriato aggiustamento delle modalità di calcolo, che tengano conto delle proprietà meccaniche specifiche dei calcestruzzi riciclati.

## 7. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Nella presente comunicazione sono stati illustrati i primi risultati di una ricerca teorico-sperimentale in corso di svolgimento presso l'Università di Perugia sull'impiego di aggregati riciclati nel confezionamento di calcestruzzi per impiego strutturale.

Le indagini sperimentali, consistite nella determinazione delle proprietà statistiche della resistenza a compressione di un numero significativo di provini standard realizzati con calcestruzzi contenenti aggregati riciclati in varia percentuale, hanno evidenziato sensibili differenze rispetto ai calcestruzzi confezionati con aggregati naturali.

In particolare le resistenze meccaniche sono risultate meno elevate ed affette da maggiore dispersione.

Particolare attenzione è stata dedicata allo studio delle correzioni da apportare alle modalità di calcolo delle sezioni pressoinflesse al fine di garantire ad esse la stessa affidabilità di quelle realizzate con calcestruzzi normali.

E' stata, a tale scopo, proposta una metodologia di calibrazione del coefficiente parziale di sicurezza, basata su analisi di affidabilità condotte a Livello 2.

I risultati ottenuti, per ora limitati ad un numero di condizioni di carico e tipologie ridotte, hanno comunque consentito di evidenziare che l'impiego strutturale di questi calcestruzzi richiede opportune modifiche delle modalità di calcolo e non può limitarsi soltanto a prescrizioni quantitative sul limite massimo di aggregati riciclati da utilizzare in funzione della resistenza richiesta del calcestruzzo.

## RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano la Ditta Edil Beton S.p.A. di Perugia per aver messo a disposizione gli aggregati riciclati e per l'assistenza prestata nell'esecuzione delle prove, e la Ditta Centro Ambiente S.p.A. di Foligno per aver consentito l'uso dei propri impianti di frantumazione e per la collaborazione alla realizzazione della prova.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] DIN (2002) - *DIN 4226-100 Aggregates for concrete and mortar - Part 100: recycled aggregates*, Berlin.
- [2] JIS (2005) - *JIS A5021 Recycled aggregate for concrete-class H*, Tokyo.
- [3] JIS (2006) - *JIS A5023 Recycled concrete using recycled aggregate class L*, Tokyo.
- [4] JIS (2004) - *JIS TS A0006 Concrete using recycled aggregate*, Tokyo.
- [5] XIAO L., LI J., ZHANG C. (2005) - On statistical characteristics of the compressive strength of recycled aggregate concrete, *Structural Concrete*, 6(4), 149-153.
- [6] DIOTALLEVI, P.P., SANDROLINI, F., COSTANTINO, A.B. (2004) - Calcestruzzo strutturale con aggregati naturali e riciclati: indagini teoriche e sperimentali per la sostenibilità, *Atti Giornate AICAP 2004*, Patron, Bologna, 181-185.
- [7] OIKONOMOU, N.D. (2005) - Recycled concrete aggregates, *Cement & Concrete Composites*, 27, 315-318.
- [8] AJDUKIEWICZ, A., KLISZCZEWICZ, A. (2002) -

Influence of recycled aggregates on mechanical properties of HS/HPC, *Cement & Concrete Composites*, 24, 269-279.

- [9] XIAO, J., SUN, Y., FALKNER, H. (2006) - Seismic performance of frame structures with recycled aggregate concrete, *Engineering Structures*, 28, 1-8.
- [10] DOS SANTOS, J.R., BRANCO, F., de BRITO, J. (2004) - Mechanical properties of concrete with coarse recycled aggregates, *Structural Engineering International*, 3, 213-215, IABSE.
- [11] BRESSI, G. (2002) - Recupero di risorse dai rifiuti da costruzione e demolizione: problematiche e prerogative, *Atti Convegno "Il recupero di materiale ed energia dai rifiuti"*, Gubbio 14-15 febbraio.
- [12] GIMÉNEZ, C., URSELLA, P. (1998) - Esperienze di laboratorio nel possibile riutilizzo dei materiali provenienti da demolizioni, *Recycling*, 1.
- [13] D.M. 14 Settembre 2005 - Norme Tecniche per le Costruzioni.
- [14] HASOFER, A.M., LIND, N. (1974) - An exact and invariant first-order reliability format, *Journal of Engineering Mechanics*, 100(EM1), 111-121.
- [15] ROSENBLATT, M. (1952) - Remarks on a Multivariate transformation, *Annals of Mathematical Statistics*, 23, 3, 470-472.
- [16] RACKWITZ, R., FIESSLER, B. (1978) - Structural reliability under combined random load sequences, *Computer and Structures*, 9, 489-494.
- [17] GIUFFRÈ, A., GIANNINI, R. (1978) - Il metodo della distanza di sicurezza per il progetto probabilistico a livello 2, *Giornale del Genio Civile*, 159-180.
- [18] KASZYNSKA, M., LAUMET, P., NOWAK, A.S. (2005) - Material quality and reliability of beams in flexure and shear, *Proc. ICOSSAR 2005*, 687-694, Millpress, Rotterdam.
- [19] SZERSEN, M.M., NOWAK, A.S., SZWED, A. (2005) - Reliability-based sensitivity analysis of RC columns resistance, *Proc. ICOSSAR 2005*, 2525-2530, Millpress, Rotterdam.
- [20] UNI (2002) - *UNI EN 12390 Prova sul Calcestruzzo indurito*.
- [21] UNI (1072) - *UNI 6132-72 Prova distruttive sui Calcestruzzi. Prova di Compressione*.
- [22] NOWAK, A.S., COLLINS, K.R. (2000) - *Reliability of Structures*, McGraw-Hill.

# UN METODO ITERATIVO PER L'ANALISI DINAMICA IN CAMPO ELASTO-PLASTICO DI STRUTTURE INTELAIATE SPAZIALI

**Fabio Mazza<sup>1</sup>, Mirko Mazza<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Ricercatore, Dipartimento di Strutture, Università della Calabria, 87036, Arcavacata di Rende (Cosenza).

<sup>2</sup> Assegnista di ricerca, Dipartimento di Strutture, Università della Calabria, 87036, Arcavacata di Rende (Cosenza).

## SOMMARIO

Nel presente lavoro si propone un algoritmo iterativo di tipo "initial-stress" per l'analisi dinamica in campo elasto-plastico di strutture spaziali soggette ad azioni sismiche. La soluzione elasto-plastica, per sollecitazione di tenso- o presso-flessione deviata, si ottiene sulla base delle soluzioni elasto-plastiche relative ai due piani principali di inflessione, imponendo le condizioni di plasticità sui momenti flettenti. In ciascun passo dell'analisi lo stato finale è determinato come soluzione del principio di Haar-Kàrmàn, in funzione dello stato iniziale e dell'incremento di carico. L'algoritmo proposto è stato implementato in un codice di calcolo agli elementi finiti utilizzato per valutare gli effetti dell'interazione biassiale sulla risposta non lineare di strutture intelaiate spaziali in c.a., in presenza di eccitazione sismica bidirezionale.

## SUMMARY

In the present work an initial stress-like iterative algorithm for the dynamic elasto-plastic analysis of spatial structures under seismic excitations is proposed. The elasto-plastic solution under biaxial bending and axial load is evaluated by using the elasto-plastic solutions for the corresponding uniaxial bendings, satisfying plastic conditions on the bending moments. For each step of the analysis the final state is evaluated in terms of the initial state and the incremental load as a solution of the Haar-Kàrmàn principle. A finite element program based on the proposed algorithm has been developed in order to evaluate the effects of the biaxial interaction on the non linear response of r.c. spatial frames subjected to bidirectional ground motions.

## 1. INTRODUZIONE

La progettazione antisismica delle strutture è generalmente condotta mediante analisi dinamiche in campo elastico-lineare, ammettendo che in occasione di terremoti di forte intensità anche le parti strutturali si possano danneggiare. In presenza di distribuzioni irregolari di masse, rigidità e resistenze, in pianta e/o in elevazione, le procedure di progetto basate sulle analisi elastico-lineari non sempre consentono di valutare adeguatamente il comportamento strutturale in campo plastico [1]. Al fine di prevenire la formazione di meccanismi locali di plasticizzazione si rende opportuno valutare la risposta sismica di una struttura ricorrendo a metodi di analisi in campo dinamico non lineare ed a modelli tridimensionali.

Nel caso delle strutture in c.a., a causa della progressiva inadeguatezza del calcolo elastico al di là della soglia di prima fessurazione, la valutazione del comportamento plastico presuppone la scelta di un adeguato livello di discretizzazione della struttura e di opportuni modelli per descrivere il comportamento del calcestruzzo, delle armature e del loro legame di aderenza. Negli ultimi anni, la disponibilità di strumenti di calcolo sempre più potenti, unitamente all'esperienza maturata a seguito di intense attività sperimentali, hanno consentito la formulazione di legami costitutivi molto elaborati e di modelli numerici agli elementi finiti [2] o a fibre [3, 4]; il loro impiego fornisce un'accurata descrizione del comportamento a livello locale ma comporta

un elevato onere computazionale.

Molti criteri progettuali in zona sismica sono derivati dall'impiego di modelli a plasticità concentrata o diffusa, in grado di riprodurre gli aspetti salienti del comportamento strutturale ed al contempo vantaggiosi per la loro semplicità concettuale ed implementativa. Tuttavia, mentre sono stati proposti numerosi modelli di danneggiamento per l'analisi sismica non lineare di strutture intelaiate piane in c.a. [5], minore attenzione è stata rivolta alla generalizzazione di tali modelli per strutture spaziali in c.a., nel caso di interazione tra sforzo normale, flessione biassiale e torsione [6, 7].

Le considerazioni precedenti evidenziano l'opportunità di disporre di un modello agli elementi finiti che assicuri al contempo semplicità di calcolo ed accuratezza della soluzione. A tal fine, nel presente lavoro si propone un algoritmo iterativo di tipo "initial-stress" per l'analisi sismica di strutture intelaiate spaziali in campo elasto-plastico. Tale algoritmo rappresenta una generalizzazione al caso di sollecitazione di tenso- o presso-flessione deviata della procedura proposta da altri autori [8]. In ciascun passo dell'analisi lo stato finale è determinato come soluzione del principio di Haar-Kàrmàn, in funzione dello stato iniziale e dell'incremento di carico.

Si presentano alcuni risultati di un'indagine numerica condotta su un telaio spaziale in c.a., ad un piano ed una campata, al fine di valutare gli effetti dell'interazione biassiale in presenza di eccitazione sismica bidirezionale.



## 2. MODELLO DI TRAVE

### 2.1 Soluzione elastica

L'elemento di trave di lunghezza  $L$ , riportato in Figura 1, appartenente ad una struttura intelaiata spaziale, è individuato dalle coordinate dei nodi d'estremità ( $i, j$ ) rispetto ad un sistema di riferimento globale deorsorso ( $X, Y, Z$ ). Tale elemento di trave, nel sistema di riferimento locale deorsorso ( $x, y, z$ ), con l'asse  $x$  coincidente con l'asse geometrico e gli assi  $y$  e  $z$  coincidenti con gli assi principali d'inerzia della sezione trasversale, presenta rigidità assiale ( $EA$ ), flessionali rispetto agli assi  $y$  e  $z$  ( $EI_y$  ed  $EI_z$ ) e torsionale ( $GJ_t$ ) costanti lungo l'asse e deformabilità a taglio trascurabili ( $GA_y^* \rightarrow \infty$  e  $GA_z^* \rightarrow \infty$ ). Nel sistema di riferimento locale il comportamento cinematico è descritto dal vettore degli spostamenti nodali:

$$\mathbf{u}_e = \{u_i, v_i, w_i, \theta_i, \phi_i, \psi_i, u_j, v_j, w_j, \theta_j, \phi_j, \psi_j\}^T \quad (1)$$

Tale descrizione cinematica è sovrabbondante, poiché i parametri di spostamento nodali descrivono non solo i modi deformativi della trave ma anche i suoi sei moti rigidi, tre traslazionali ( $u_0, v_0, w_0$ ) e tre rotazionali ( $\theta_0, \phi_0, \psi_0$ ). In alternativa [9], è possibile ricorrere ad una scelta più appropriata dei parametri cinematici, considerando sei modi deformativi naturali (Fig. 2) raccolti nel vettore

$$\mathbf{u}_n = \{\varepsilon_x, \chi_{sy}, \chi_{ey}, \chi_{sz}, \chi_{ez}, \Theta_x\}^T \quad (2)$$

e legati agli spostamenti nodali ( $\mathbf{u}_e$ ) dalla relazione

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{B}_{ne} \mathbf{u}_e \quad (3)$$

attraverso una matrice di compatibilità  $\mathbf{B}_{ne}$ .

La formulazione in termini di modi deformativi naturali è vantaggiosa in quanto consente di ottenere una descrizione molto semplice della matrice di rigidità dell'elemento di trave, che assume una struttura di tipo diagonale.

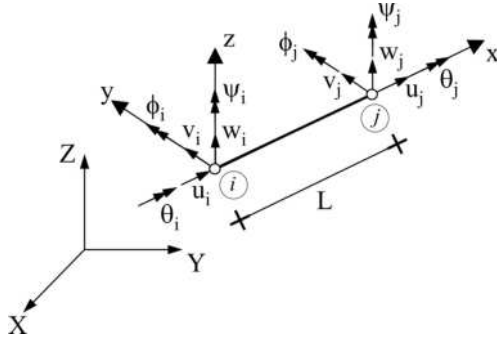


Figura 1 – Descrizione cinematica di una trave nello spazio.

Il primo modo deformativo naturale (Fig. 2a) rappresenta una deformazione assiale costante lungo l'asse della trave ( $\varepsilon_x$ ), per la quale vale la relazione di compatibilità cinematica

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{1}{L} \frac{du}{d\xi} \quad (4)$$

dove  $\xi (=x/L)$  rappresenta un'ascissa adimensionale variabile nell'intervallo  $0 \div 1$ .

Il secondo (Fig. 2b) ed il terzo (Fig. 2c) modo deformativo naturale corrispondono a curvature flessionali costanti lungo l'asse della trave (flessioni simmetriche), contenute nei piani

$x$ - $z$  ( $\chi_{sy}$ ) ed  $x$ - $y$  ( $\chi_{sz}$ ), rispettivamente, e definite dalle seguenti relazioni di compatibilità cinematica:

$$\chi_{sy} = -\frac{d^2 w_s}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 w_s}{d\xi^2} \quad (5)$$

$$\chi_{sz} = -\frac{d^2 v_s}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 v_s}{d\xi^2} \quad (6)$$

Il quarto (Fig. 2d) ed il quinto (Fig. 2e) modo deformativo corrispondono a curvature flessionali lineari lungo l'asse della trave (flessioni emisimmetriche), contenute nei piani  $x$ - $z$  ( $\chi_{ey}$ ) ed  $x$ - $y$  ( $\chi_{ez}$ ), e definite dalle relazioni di compatibilità:

$$\chi_{ey} - 2\chi_{ey}\xi = -\frac{d^2 w_e}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 w_e}{d\xi^2} \quad (7)$$

$$\chi_{ez} - 2\chi_{ez}\xi = -\frac{d^2 v_e}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 v_e}{d\xi^2} \quad (8)$$

Il sesto modo deformativo naturale (Fig. 2f) corrisponde ad una deformazione torsionale costante lungo l'asse della trave ( $\Theta_x$ ), per la quale vale la relazione di compatibilità:

$$\Theta_x = \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{L} \frac{d\theta}{d\xi} \quad (9)$$

Per trovare il legame tra gli spostamenti nodali nel sistema di riferimento locale della trave ( $\mathbf{u}_e$ ) ed i corrispondenti modi deformativi naturali ( $\mathbf{u}_n$ ) si impongono le seguenti condizioni

$$\begin{aligned} u|_{\xi=0} &= u_i, & u|_{\xi=1} &= u_j \\ \left. \frac{dw_s}{d\xi} \right|_{\xi=0} + \left. \frac{dw_e}{d\xi} \right|_{\xi=0} &= \left( \phi_i + \frac{w_j - w_i}{L} \right) L \\ \left. \frac{dw_s}{d\xi} \right|_{\xi=1} + \left. \frac{dw_e}{d\xi} \right|_{\xi=1} &= \left( \phi_j + \frac{w_j - w_i}{L} \right) L \\ \left. \frac{dv_s}{d\xi} \right|_{\xi=0} + \left. \frac{dv_e}{d\xi} \right|_{\xi=0} &= \left( \psi_i - \frac{v_j - v_i}{L} \right) L \\ \left. \frac{dv_s}{d\xi} \right|_{\xi=1} + \left. \frac{dv_e}{d\xi} \right|_{\xi=1} &= \left( \psi_j - \frac{v_j - v_i}{L} \right) L \\ \theta|_{\xi=0} &= \theta_i, & \theta|_{\xi=1} &= \theta_j \end{aligned} \quad (10)$$

che consentono di ricavare la matrice di compatibilità:

$$\mathbf{B}_{ne}^T = \begin{bmatrix} -1/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6/L^2 & 0 \\ 0 & 0 & -6/L^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/L \\ 0 & 1/L & 3/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/L & 3/L & 0 \\ 1/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6/L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 6/L^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/L \\ 0 & -1/L & 3/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/L & 3/L & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

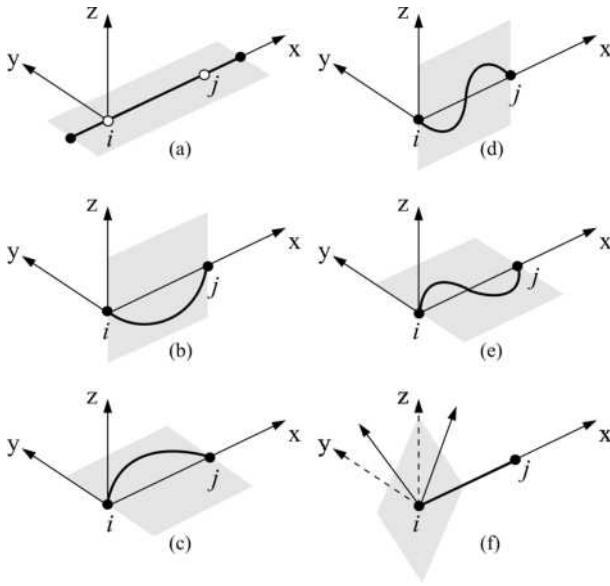


Figura 2 - Modi deformativi naturali di una trave nello spazio.

L'energia di deformazione della trave in funzione dei sei modi deformativi naturali prima visti assume la forma

$$\begin{aligned} \Phi_n[\mathbf{u}_n] &= \frac{1}{2} \mathbf{u}_n^T \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n = \\ &= \frac{L}{2} \left\{ \int_0^1 EA \varepsilon_x^2 d\xi + \int_0^1 EI_y (\chi_{sy} + \chi_{ey} - 2\chi_{ey}\xi)^2 d\xi + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 EI_z (\chi_{sz} + \chi_{ez} - 2\chi_{ez}\xi)^2 d\xi + \int_0^1 GJ_t \Theta_x^2 d\xi \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

dalla quale si può ricavare la matrice di rigidità diagonale della trave nel sistema di riferimento naturale:

$$\mathbf{K}_n = \begin{bmatrix} EAL & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI_y L}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EI_z L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EI_z L}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GJ_t L \end{bmatrix} \quad (13)$$

L'equivalenza energetica

$$\Phi_n[\mathbf{u}_n] = \frac{1}{2} \mathbf{u}_n^T \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = \Phi_e[\mathbf{u}_e] \quad (14)$$

consente, infine, di ottenere il legame tra le espressioni della matrice di rigidità in termini di spostamenti nodali, nel sistema di riferimento locale, e di deformazioni naturali:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{B}_{ne}^T \mathbf{K}_n \mathbf{B}_{ne} \quad (15)$$

## 2.2 Soluzione elasto-plastica

Il comportamento elasto-plastico di una struttura, noto lo stato iniziale e l'incremento di carico nel passo, può essere determinato sulla base di un legame olonomo, ricorrendo al principio di Haar-Kàrmàn. Quest'ultimo equivale al principio

della minima energia complementare totale per una struttura elastica soggetta ad una distorsione anelastica, nel rispetto delle condizioni di ammissibilità plastica.

Si può dimostrare, generalizzando l'approccio proposto da altri autori [8], che per una trave, trascurando le deformazioni plastiche assiali e torsionali ed imponendo le condizioni di plasticità sui momenti flettenti relativi alle sezioni d'estremità, secondo le direzioni principali  $y$  ( $m_{yi}$ ,  $m_{yj}$ ) e  $z$  ( $m_{zi}$ ,  $m_{zj}$ ), la soluzione del problema elasto-plastico può essere determinata ricercando tra tutti i campi di sollecitazione equilibrati

$$\mathbf{m} = \{\mathbf{m}_y, \mathbf{m}_z\}^T = \{m_{yi}, m_{yj}, m_{zi}, m_{zj}\}^T \quad (16)$$

quello più vicino alla soluzione elastica dello stesso problema

$$\mathbf{m}_E = \{\mathbf{m}_{Ey}, \mathbf{m}_{Ez}\}^T = \{m_{Eyi}, m_{Eyj}, m_{Ezi}, m_{Ezj}\}^T \quad (17)$$

secondo la metrica rappresentata dall'energia complementare

$$\begin{aligned} \Pi_c[\mathbf{m}] &= \frac{L}{6EI_y} \left\{ (m_{yi} - m_{Eyi})^2 + (m_{yj} - m_{Eyj})^2 + \right. \\ &\quad \left. - (m_{yi} - m_{Eyi})(m_{yj} - m_{Eyj}) \right\} + \frac{L}{6EI_z} \left\{ (m_{zi} - m_{Ezi})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (m_{zj} - m_{Ezj})^2 - (m_{zi} - m_{Ezi})(m_{zj} - m_{Ezj}) \right\} + \\ &\quad + \frac{L}{2EA} (N - N_E)^2 + \frac{L}{2GJ_t} (M_t - M_{tE})^2 = \min. \end{aligned} \quad (18)$$

Le condizioni di plasticità da imporre sono

$$\begin{aligned} -M_{pyi} &\leq m_{yi} \leq M_{pyi} \\ -M_{pyj} &\leq m_{yj} \leq M_{pyj} \\ -M_{pzi} &\leq m_{zi} \leq M_{pzi} \\ -M_{pzj} &\leq m_{zj} \leq M_{pzj} \end{aligned} \quad (19)$$

dove  $M_{pyi}$ ,  $M_{pyj}$ ,  $M_{pzi}$  ed  $M_{pzj}$  rappresentano i momenti flettenti plastici secondo le direzioni principali  $y$  e  $z$ , alle estremità  $i$  e  $j$ , valutati considerando lo sforzo normale elastico  $N_E$ .

In generale, se il punto  $\mathbf{m}_E$  è esterno al dominio elastico, la soluzione elasto-plastica ( $\mathbf{m}$ ) viene individuata imponendo la condizione di tangenza della linea di livello di  $\Pi_c[\mathbf{m}]$  alla frontiera del dominio elastico [8, 10]. Nel caso in esame, la condizione di minimo dell'energia complementare (Eq. 18) si traduce nelle seguenti espressioni:

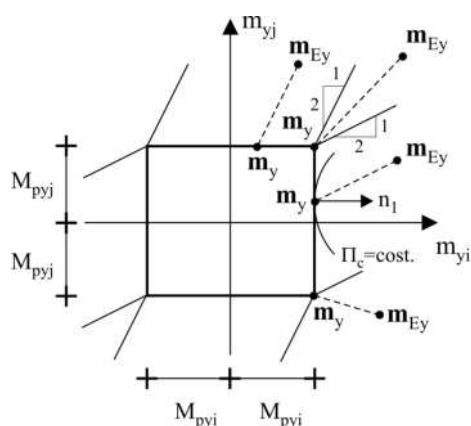
$$\begin{aligned} 2(m_{yi} - m_{Eyi}) - (m_{yj} - m_{Eyj}) &= 0 \\ 2(m_{zi} - m_{Ezi}) - (m_{zj} - m_{Ezj}) &= 0 \\ 2(m_{yj} - m_{Eyj}) - (m_{yi} - m_{Eyi}) &= 0 \\ 2(m_{zj} - m_{Ezj}) - (m_{zi} - m_{Ezi}) &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Tali equazioni consentono di determinare la soluzione elasto-plastica complessiva ( $\mathbf{m}$ ) sulla base delle soluzioni elasto-plastiche relative ai piani  $x$ - $z$  ( $\mathbf{m}_y$ ) ed  $x$ - $y$  ( $\mathbf{m}_z$ ), calcolate a loro volta in funzione delle corrispondenti soluzioni elastiche  $\mathbf{m}_{Ey}$  (Fig. 3a) ed  $\mathbf{m}_{Ez}$  (Fig. 3b).

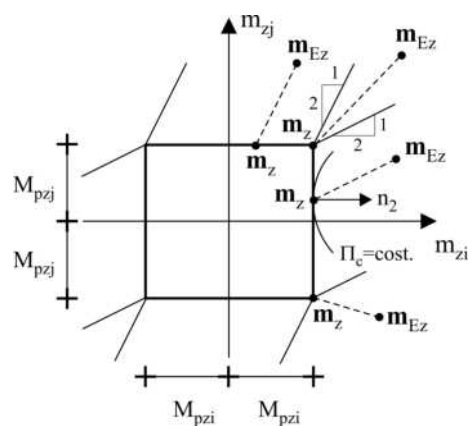
A livello computazionale, la procedura per la ricerca della soluzione elasto-plastica, illustrata in Figura 3, si traduce nel calcolo delle sollecitazioni elastiche assiale e torsionale

$$N = N_E \quad , \quad M_t = M_{tE} \quad (21a,b)$$

e nell'utilizzo di un algoritmo iterativo per la ricerca della soluzione elasto-plastica flessionale agli estremi della trave.



(a) – Flessione nel piano x-z.



(b) – Flessione nel piano x-y.

Figura 3 – Soluzione elasto-plastica per una trave nello spazio.

L'algorithm iterativo è organizzato nei seguenti tre passi.

• Passo 1

Si determina una soluzione elasto-plastica di primo tentativo all'estremità i, confrontando i momenti elastici ( $m_{Eyi}$  ed  $m_{Ezi}$ ) con i momenti plastici di primo tentativo valutati considerando il punto di intersezione tra il dominio elastico ed il vettore rappresentativo della soluzione elastica (Fig. 4a).

$$m_{yi}^{(0)} = \max \left\{ -M_{pyi}^{(0)}, \min \left\{ M_{pyi}^{(0)}, m_{Eyi} \right\} \right\} \quad (22a)$$

$$m_{zi}^{(0)} = \max \left\{ -M_{pzi}^{(0)}, \min \left\{ M_{pzi}^{(0)}, m_{Ezi} \right\} \right\} \quad (22b)$$

• Passo 2

Si ricava la soluzione elasto-plastica all'estremità j della trave, confrontando i momenti elastici ( $m_{Eyj}$  ed  $m_{Ezj}$ ), eventualmente modificati per tener conto degli effetti indotti dalle distorsioni plastiche all'estremità i, con i momenti plastici (Fig. 4b); questi ultimi vengono valutati considerando il punto di intersezione tra il dominio elastico ed il vettore rappresentativo della suddetta soluzione elastica.

$$m_{yj}^{(k)} = \max \left\{ -M_{pyj}^{(k)}, \min \left\{ M_{pyj}^{(k)}, m_{Eyj} - \frac{m_{Eyi} - m_{yi}^{(k-1)}}{2} \right\} \right\} \quad (23a)$$

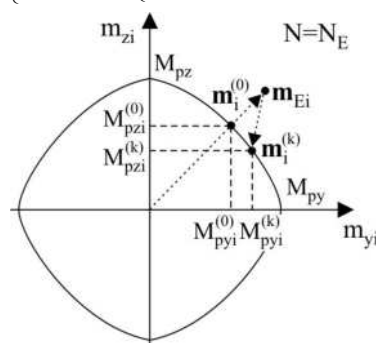
$$m_{zj}^{(k)} = \max \left\{ -M_{pzj}^{(k)}, \min \left\{ M_{pzj}^{(k)}, m_{Ezj} - \frac{m_{Ezi} - m_{zi}^{(k-1)}}{2} \right\} \right\} \quad (23b)$$

• Passo 3

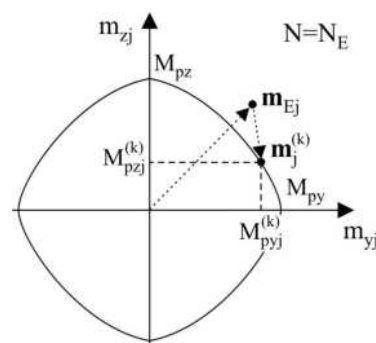
La soluzione elasto-plastica all'estremità i viene ricalcolata con un procedimento analogo a quello descritto nel passo 2.

$$m_{yi}^{(k)} = \max \left\{ -M_{pyi}^{(k)}, \min \left\{ M_{pyi}^{(k)}, m_{Eyi} - \frac{m_{Eyj} - m_{yj}^{(k)}}{2} \right\} \right\} \quad (24a)$$

$$m_{zi}^{(k)} = \max \left\{ -M_{pzi}^{(k)}, \min \left\{ M_{pzi}^{(k)}, m_{Ezi} - \frac{m_{Ezj} - m_{zj}^{(k)}}{2} \right\} \right\} \quad (24b)$$



(a) – Flessione deviata all'estremità i.



(b) – Flessione deviata all'estremità j.

Figura 4 – Domini elastici per le sezioni di estremità di una trave.

Nelle Espressioni (23a,b) e (24a,b) l'apice k si riferisce ad un generico ciclo d'iterazione. In particolare, i passi 2 e 3 dell'algorithm descritto vengono ripetuti finché la differenza tra i momenti plastici, ottenuti in due iterazioni successive, non diventa inferiore ad una prefissata tolleranza. Nella k-esima iterazione, i momenti plastici relativi alle due sezioni di estremità sono determinati mediante le espressioni riportate nell'Eurocodice 2 [11]:

$$\left( \frac{M_{pyi}^{(k)}}{M_{py}} \right)^\delta + \left( \frac{M_{pzi}^{(k)}}{M_{pz}} \right)^\delta = 1 \quad , \quad \left( \frac{M_{pyj}^{(k)}}{M_{py}} \right)^\delta + \left( \frac{M_{pzj}^{(k)}}{M_{pz}} \right)^\delta = 1 \quad (25a,b)$$

dove  $M_{py}$  ed  $M_{pz}$  rappresentano i momenti plastici relativi alle sollecitazioni di tenso o presso-flessione retta corrispondenti a  $N=N_E$  (Fig. 4). L'Eurocodice 2 prescrive valori dell'esponente  $\delta$  variabili in funzione del rapporto tra gli sforzi normali di compressione elastico ( $N_c$ ) e plastico ( $N_{cp}$ ), con possibilità di interpolazione lineare per valori intermedi di  $N_c/N_{cp}$  (Tab. 1).

Tabella 1 - Valori dell'esponente  $\delta$  (Eurocodice 2, [11]).

$N_c/N_{cp}$	0.1	0.7	1.0
$\delta$	1.0	1.5	2.0

Per caratterizzare la risposta in campo plastico, in regime di tenso- o presso-flessione deviata, si introduce un fattore di duttilità cinematica radiale [12], calcolato per le sezioni di estremità della trave

$$\mu_{\chi,rad} = \chi_{max,rad} / \chi_{e,rad} \quad (26)$$

dove  $\chi_{max,rad}$  rappresenta la curvatura massima in direzione radiale e  $\chi_{e,rad}$  la corrispondente curvatura al limite elastico. Quest'ultima è valutata, convenzionalmente, con riferimento al momento plastico radiale ( $M_{p,rad}$ ) relativo ai soli carichi gravitazionali ( $N_v$ ):

$$\chi_{e,rad} = M_{p,rad} [N_v] / (EI_{rad}) \quad (27)$$

### 3. MODELLO DI TELAIO SPAZIALE

#### 3.1 Discretizzazione nello spazio e nel tempo

Si considera una struttura intelaiata spaziale (Fig. 5) discretizzata in elementi finiti di trave descritti in termini di modi deformativi naturali (Par. 2.1). In particolare, si utilizza un modello tridimensionale di telaio con masse concentrate nei nodi, per ciascuno dei quali si considerano sei gradi di libertà (tre traslazioni secondo gli assi X, Y e Z del sistema di riferimento globale e tre rotazioni intorno agli stessi assi).

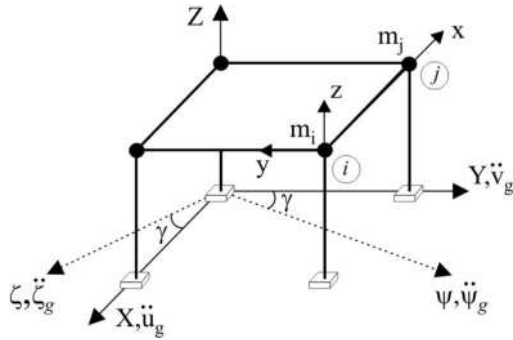


Figura 5 – Modello discreto di un telaio nello spazio.

Per tale struttura, l'equazione di equilibrio dinamico è esprimibile nella seguente forma matriciale

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{s}[\mathbf{u}(t)] - \mathbf{p}(t) = \mathbf{0} \quad (28)$$

dove:  $\mathbf{s}(\mathbf{u}(t)) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t)$  è il vettore della reazione strutturale che comprende i vettori delle sollecitazioni interne ( $\mathbf{f}(\mathbf{u})$ ) e delle forze smorzanti ( $\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}$ ), con la matrice di viscosità ( $\mathbf{C}$ ) ottenuta come combinazione lineare alla Rayleigh delle matrici delle masse ( $\mathbf{M}$ ) e delle rigidità elastiche ( $\mathbf{K}$ );  $\mathbf{p}(t)$  è il vettore dei carichi nodali che, in presenza di accelerazioni sismiche, contiene oltre ai carichi statici anche le forze d'inerzia nodali. In generale, poiché le direzioni  $\Psi$  e  $\zeta$  secondo cui sono registrate le accelerazioni sismiche orizzontali sono ruotate di un angolo  $\gamma$  rispetto alle direzioni X e Y del sistema di riferimento globale (Fig. 5), le componenti di accelerazione secondo le direzioni principali della struttura sono:

$$\ddot{u}_g(t) = \ddot{\Psi}_g(t) \cos \gamma - \ddot{\zeta}_g(t) \sin \gamma \quad (29a)$$

$$\ddot{v}_g(t) = \ddot{\Psi}_g(t) \sin \gamma + \ddot{\zeta}_g(t) \cos \gamma \quad (29b)$$

L'integrazione dell'equazione del moto viene condotta per via numerica utilizzando una schema d'integrazione numerica di tipo implicito [13], ottimale nei confronti dell'instabilità

numerica, degli errori di arrotondamento e dei fenomeni di battimento tra soluzioni spurie. Lo schema iterativo prevede la suddivisione dell'asse dei tempi in successivi intervalli  $\Delta t (= t_1 - t_0)$  per ciascuno dei quali, indicati con gli indici 0 e 1 gli istanti iniziale e finale, valgono le seguenti equazioni ricorrenti:

$$\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_0 + \alpha_0(\mathbf{s}_0 - \mathbf{p}_0) + \alpha_1(\mathbf{s}_1 - \mathbf{p}_1) = \mathbf{0} \quad (30a)$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_0 + \beta_0 \dot{\mathbf{u}}_0 + \beta_1 \dot{\mathbf{u}}_1 \quad (30b)$$

L'Equazione 30a, che esprime il principio di conservazione della quantità di moto  $\mathbf{q} (= \mathbf{M}\dot{\mathbf{u}})$ , è facilmente ricavabile dall'Equazione 28 assumendo per la velocità una legge di interpolazione del tipo:

$$\dot{\mathbf{u}}_1 = \dot{\mathbf{u}}_0 + \alpha_0 \ddot{\mathbf{u}}_0 + \alpha_1 \ddot{\mathbf{u}}_1 \quad (30c)$$

I fattori temporali

$$\alpha_0 = (0.5 - \alpha)\Delta t, \quad \alpha_1 = (0.5 + \alpha)\Delta t \quad (31a,b)$$

$$\beta_0 = (0.5 - \beta)\Delta t, \quad \beta_1 = (0.5 + \beta)\Delta t \quad (31c,d)$$

sono, a loro volta, funzione del passo d'integrazione  $\Delta t$  e delle stime, tramite i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$ , del primo ( $T_1$ ) e dell'ultimo ( $T_n$ ) periodo proprio di vibrazione della struttura [10, 13]

$$\alpha, \beta = \mp \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{4\sin^2(\tau/2)}} \quad , \quad \Delta t \leq T_n/2 \quad (32a,b)$$

$$\alpha, \beta = \frac{\rho^3}{1 + 2\rho^3} \mp \frac{1}{\tau} \quad , \quad \Delta t > T_n/2 \quad (32c,d)$$

avendo posto

$$\tau = 2\pi\Delta t/T_n, \quad \rho = (2\Delta t - T_n)/(T_1 - T_n) \quad (33a,b)$$

#### 3.2 Soluzione iterativa del problema elasto-plastico

La soluzione del problema elasto-plastico olonomo, nel singolo passo dell'analisi, può essere ottenuta per via iterativa, ricorrendo ad una strategia articolata in due fasi successive.

In una prima fase, note le condizioni di inizio passo ed assegnato un vettore spostamento di fine passo ( $\mathbf{u}_1$ ), si determina lo stato finale come soluzione del principio di Haar-Kärmàn, utilizzando una tecnica di tipo "initial-stress" [8]. In particolare, la soluzione elasto-plastica di fine passo ( $\mathbf{f}_1[\mathbf{u}_1]$ ) si determina separatamente per ogni elemento di trave ricorrendo all'algoritmo iterativo descritto nel Paragrafo 2.2.

Successivamente, assegnato il vettore dei carichi nodali di fine passo ( $\mathbf{p}_1$ ), si determina il corrispondente vettore velocità ( $\dot{\mathbf{u}}_1$ ) tale che il vettore della reazione strutturale ( $\mathbf{s}_1$ ) soddisfi l'equazione di equilibrio dinamico globale (Eq. 28). La soluzione di tale problema può essere ottenuta utilizzando il seguente schema d'iterazione sui residui del tipo alla Newton-Raphson modificato [13]

$$\mathbf{r}^{(j)} = \mathbf{q}_1^{(j)} - \mathbf{q}_0 + \alpha_0\{\mathbf{s}_0 - \mathbf{p}_0\} + \alpha_1\{\mathbf{s}_1^{(j)} - \mathbf{p}_1\} \quad (34a)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_1^{(j+1)} = \dot{\mathbf{u}}_1^{(j)} - \mathbf{H}\mathbf{r}^{(j)} \quad (34b)$$

dove  $\mathbf{r}^{(j)}$  rappresenta l'errore che si commette, al j-esimo ciclo d'iterazione, scrivendo l'equazione di equilibrio dinamico sulla base della stima della velocità a fine passo, mentre  $\mathbf{H}$  è un'opportuna matrice d'iterazione simmetrica e definita positiva [8, 10]

$$\mathbf{H} = \{\mathbf{M} + \alpha_1\beta_1\mathbf{K} + \alpha_1\mathbf{C}\}^{-1} \quad (35)$$

#### 4. RISULTATI NUMERICI

Il procedimento descritto nei paragrafi precedenti è stato implementato in un codice di calcolo agli elementi finiti. Di seguito, si presentano alcuni risultati di un'indagine numerica, in regime dinamico non lineare, condotta con riferimento ad uno schema di struttura intelaiata spaziale in c.a., ad un piano ed una campata (Fig. 5). L'attenzione viene concentrata sulla valutazione della richiesta di duttilità dei pilastri al variare delle accelerazioni sismiche orizzontali, dello sforzo normale di compressione e della percentuale di armatura longitudinale. A tal fine, ipotizzate travi con elevate rigidità e resistenza a flessione, di lunghezza  $L_t=500$  cm, sono state considerate due tipologie di strutture aventi impalcato rigido nel proprio piano e pilastri di altezze  $L_p=300$  cm ed  $L_p=500$  cm, rispettivamente, e sezione quadrata di lato  $b_p=40$  cm. Per quanto riguarda i materiali si è fatto riferimento a calcestruzzo con resistenza di calcolo a compressione  $\sigma_{c0}=12.7$  N/mm<sup>2</sup> e ad acciaio con resistenza di calcolo  $\sigma_{s0}=326$  N/mm<sup>2</sup>. Indicata con  $m$  la massa concentrata in testa al generico pilastro e con  $g$  l'accelerazione di gravità, lo sforzo normale specifico  $n_v(=N_v/(A_c\sigma_{c0}))$ , dove  $N_v=mg$  ed  $A_c=b_p^2$ , è stato fatto variare nell'intervallo  $0.1\div 0.7$ . In particolare, i valori scelti per  $L_p$  ed  $n_v$  hanno consentito di ottenere strutture con periodi fondamentali di vibrazione nelle direzioni principali X e Y (Fig. 5), uguali ( $T_1\equiv T_2$ ) per la simmetria dello schema scelto, compresi nell'intervallo  $0.15s\div 1s$ . Infine, il fattore di smorzamento viscoso equivalente ( $\xi$ ) è stato assunto pari al 5% in corrispondenza dei primi tre modi di vibrazione di ciascuna struttura. In Tabella 2 sono riportati i valori della massa  $m_{tot}(=4m)$  e dei periodi  $T_1(=T_2)$  e  $T_3$  per ciascuna delle strutture test considerate nelle analisi.

Tabella 2 – Parametri dinamici delle strutture test.

$n_v$	$m_{tot}$ (kNs <sup>2</sup> /m)	$L_p=300$ cm		$L_p=500$ cm	
		$T_1\equiv T_2$ (s)	$T_3$ (s)	$T_1\equiv T_2$ (s)	$T_3$ (s)
0.1	71.8	0.171	0.167	0.361	0.340
0.2	143.6	0.241	0.235	0.507	0.478
0.3	215.4	0.294	0.287	0.620	0.584
0.4	287.2	0.340	0.331	0.715	0.674
0.5	358.9	0.380	0.370	0.799	0.753
0.6	430.7	0.416	0.405	0.875	0.824
0.7	502.5	0.449	0.438	0.945	0.890

In tutti i casi analizzati sono stati considerati quattro valori della percentuale geometrica di armatura longitudinale totale dei pilastri  $\rho_{s,tot}(=A_{s,tot}/A_c=1\%, 2\%, 3\%$  e  $4\%)$ , ipotizzando barre di diametro  $\phi_b(=16$  mm) uniformemente distribuite lungo il perimetro della sezione trasversale. I domini elastici di interazione sforzo normale-flessione biassiale sono stati ricavati a partire dai valori riportati nella Tabella 3 per le seguenti grandezze: momenti plastici di flessione retta in assenza di sforzo normale ( $M_p\equiv M_{py}\equiv M_{pz}$ ) ed in condizioni di rottura bilanciata ( $M_b\equiv M_{by}\equiv M_{bz}$ ); sforzi normali plastici di trazione semplice ( $N_{tp}$ ), di compressione semplice ( $N_{cp}$ ) e di rottura bilanciata ( $N_b\equiv N_b[M_{by}]\equiv N_b[M_{bz}]$ ).

Tabella 3 – Sforzi normali e momenti plastici per i pilastri.

	$\rho_{s,tot}=1\%$	$\rho_{s,tot}=2\%$	$\rho_{s,tot}=3\%$	$\rho_{s,tot}=4\%$
$M_p$	69	114	159	204
$M_b$	168	213	258	303
$N_{tp}$	397	661	925	1190
$N_{cp}$	2472	2736	3000	3265
$N_b$	1044	1044	1044	1044

(\*) Sforzi normali in kN e momenti flettenti in kNm.

Al fine di studiare la risposta sismica delle strutture test sono state utilizzate sette coppie di accelerogrammi registrati, reperibili nel database [14] predisposto dal R.E.L.U.I.S. (REte dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica). In Tabella 4 sono riportati, per ciascuno di tali eventi sismici, il numero identificativo della registrazione ed i picchi di accelerazione al suolo per le componenti orizzontali ( $PGA_{H1}$  e  $PGA_{H2}$ ). Tali accelerogrammi riproducono, in media, lo spettro di risposta elastico dell'Eurocodice 8 [15] per suolo di media consistenza (cat. C),  $PGA_H=1.15\times 0.25g$  e fattore di smorzamento  $\xi=5\%$ . La coerenza tra le ordinate spettrali medie e lo spettro normativo è stata verificata nell'intervallo di periodi  $0.15s\div 2s$  e per periodi inferiori a due volte il periodo fondamentale di vibrazione della struttura, valutato in campo elastico [16]. Il rispetto di quest'ultimo limite ha richiesto la scelta di strutture test con un periodo fondamentale inferiore a 1s (Tab. 2).

Tabella 4 – Registrazioni accelerometriche considerate nelle analisi.

Terremoto	Registrazione	$PGA_{H1}$	$PGA_{H2}$
Atene, 4/11/1973	42	0.52g	0.25g
Ankara, 1/10/1995	879	0.27g	0.32g
Ankara, 17/8/1999	1230	0.09g	0.13g
Istanbul, 17/8/1999	1257	0.30g	0.24g
Thessaloniki, 7/9/1999	1312	0.11g	0.16g
Ankara, 12/11/1999	1560	0.75g	0.80g
Ankara, 12/11/1999	1703	0.38g	0.51g

L'impegno plastico dei pilastri è stato valutato in termini di duttilità cinematica radiale delle sezioni critiche di estremità (Eq. 26). In particolare, nei casi di eccitazione sismica mono- e bidirezionale sono state considerate, rispettivamente, le medie dei massimi valori ottenuti per i quattordici accelerogrammi e per le corrispondenti sette coppie (Tab. 4).

Inizialmente, si è valutato l'impegno plastico per i pilastri, in presenza di una o di entrambe le componenti dell'input sismico. Nelle Figure 6 e 7 sono riportate, rispettivamente, per le strutture con pilastri di altezza  $L_p=300$  cm ed  $L_p=500$  cm, le curve che rappresentano la richiesta di duttilità al variare dello sforzo normale specifico ( $n_v$ ) nell'intervallo di valori  $0.1\div 0.7$ , con passo costante pari a 0.1. In particolare, si sono assunte le direzioni del sisma coincidenti con le direzioni principali della pianta della struttura ( $\gamma=0^\circ$ ) e  $\rho_{s,tot}$  pari all'1% e al 4%.

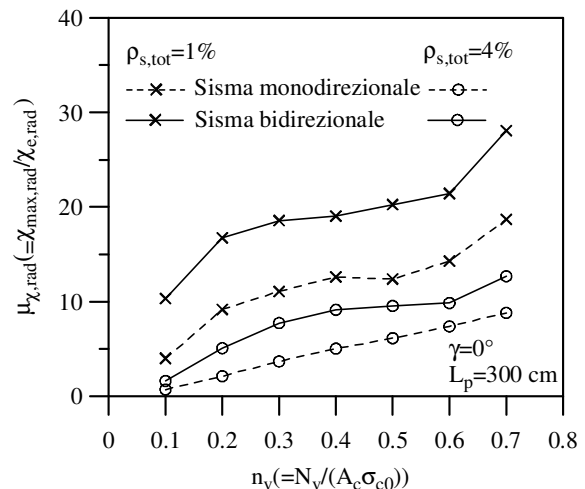


Figura 6 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=300$  cm) in presenza di accelerazioni sismiche monodirezionali e bidirezionali.

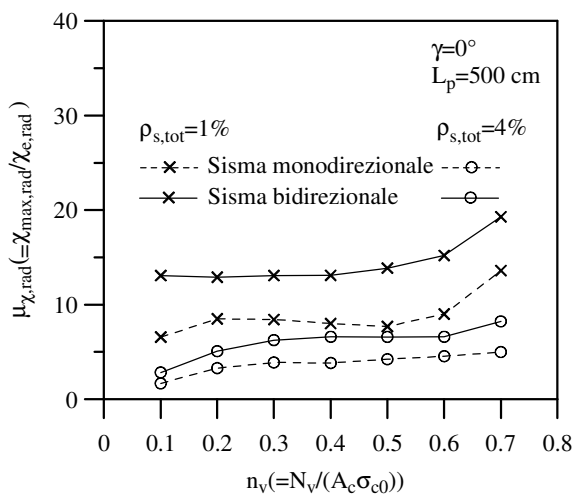


Figura 7 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=500$  cm) in presenza di accelerazioni sismiche monodirezionali e bidirezionali.

All'aumentare di  $n_v$ , la richiesta di duttilità per i pilastri cresce sensibilmente nel caso di  $L_p=300$  cm (Fig. 6) mentre subisce limitate variazioni per  $L_p=500$  cm (Fig. 7). Ciò si giustifica rilevando che, al crescere di  $n_v$ , la massa sismica delle strutture test aumenta (Tab. 2) mentre le accelerazioni spettrali corrispondenti ai periodi fondamentali di vibrazione, valutati in campo elastico, sono costanti per le strutture con  $L_p=300$  cm e decrescenti per le strutture con  $L_p=500$  cm. Inoltre, le curve riportate nelle Figure 6 e 7 evidenziano che le strutture soggette ad input sismico bidirezionale presentano, soprattutto nel caso di  $\rho_{s,tot}=1\%$ , richieste di duttilità maggiori di quelle relative alle medesime strutture eccitate dalle due componenti sismiche applicate separatamente.

Successivamente, si è valutata la sensibilità della risposta strutturale alle variazioni dell'angolo di incidenza ( $\gamma$ ) delle due componenti dell'azione sismica orizzontale rispetto alle direzioni principali delle strutture test. A tal fine, nelle Figure 8 e 9 sono riportate le curve che rappresentano la richiesta di duttilità per tre direzioni di ingresso dell'input sismico ( $\gamma=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ), al variare di  $n_v$ . Come si può osservare, l'influenza dell'angolo di incidenza  $\gamma$  è risultata modesta nel caso di  $L_p=300$  cm (Fig. 8), sia assumendo  $\rho_{s,tot}=1\%$  che  $\rho_{s,tot}=4\%$ , e praticamente trascurabile per  $L_p=500$  cm (Fig. 9). E' opportuno precisare che l'angolo di incidenza  $\gamma$  ha influito in misura maggiore sulle richieste di duttilità relative alle singole coppie di accelerogrammi considerate nelle analisi.

Infine, le curve riportate nelle Figure 10 e 11 descrivono, per un angolo di incidenza dell'azione sismica bidirezionale  $\gamma=0^\circ$ , la dipendenza della richiesta di duttilità radiale dalla percentuale geometrica di armatura totale dei pilastri  $\rho_{s,tot}$ , assunta variabile tra i valori minimo ( $\rho_{s,tot}=1\%$ ) e massimo ( $\rho_{s,tot}=4\%$ ) prescritti dall'Eurocodice 8. Per un assegnato valore di  $n_v$ , la richiesta di duttilità è diminuita al crescere di  $\rho_{s,tot}$  e tale effetto è risultato più evidente nel caso di  $L_p=300$  cm (Fig. 10). E' interessante osservare che in corrispondenza del valore  $n_v=0.65$ , imposto dall'Eurocodice 8 per classe di duttilità alta, la richiesta di duttilità per i pilastri si può ritenere ancora accettabile, soprattutto per valori di  $\rho_{s,tot} \geq 2\%$ . Analoghi risultati, omessi per brevità, sono stati ottenuti anche nei casi relativi a  $\gamma=30^\circ$  e  $\gamma=45^\circ$ .

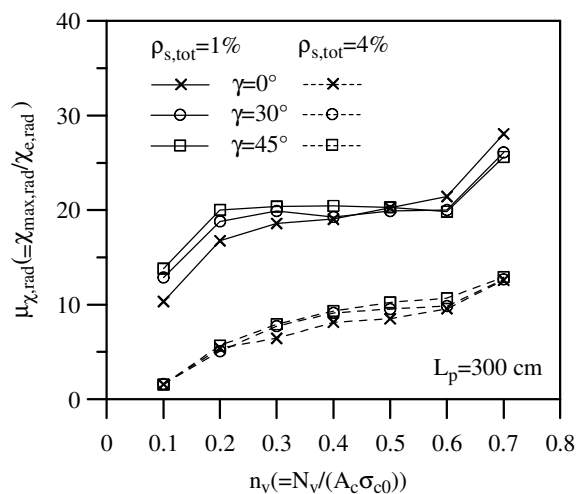


Figura 8 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=300$  cm) al variare dell'angolo di incidenza ( $\gamma$ ) del sisma bidirezionale.

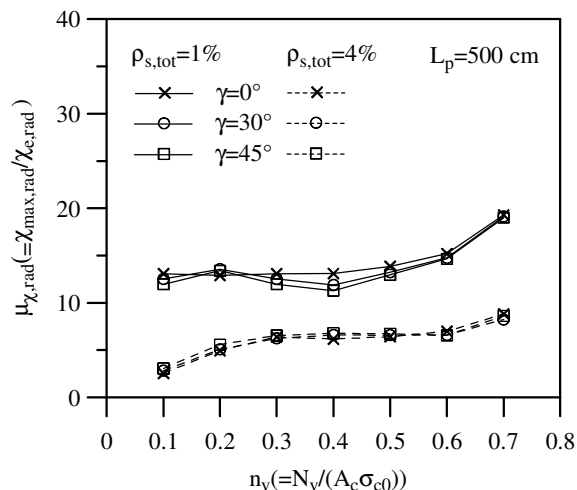


Figura 9 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=500$  cm) al variare dell'angolo di incidenza ( $\gamma$ ) del sisma bidirezionale.

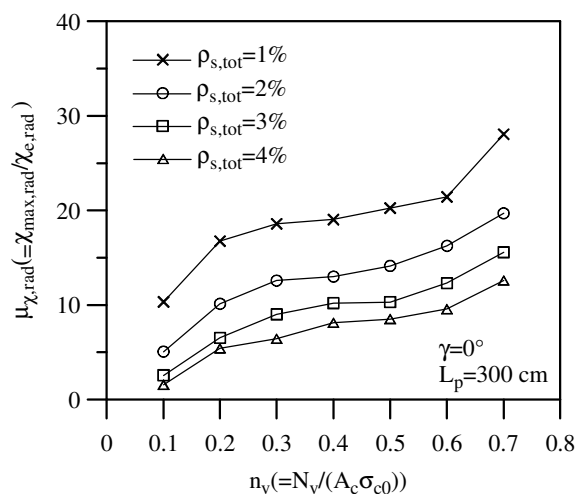


Figura 10 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=300$  cm) al variare della percentuale geometrica di armatura ( $\rho_{s,tot}$ ).

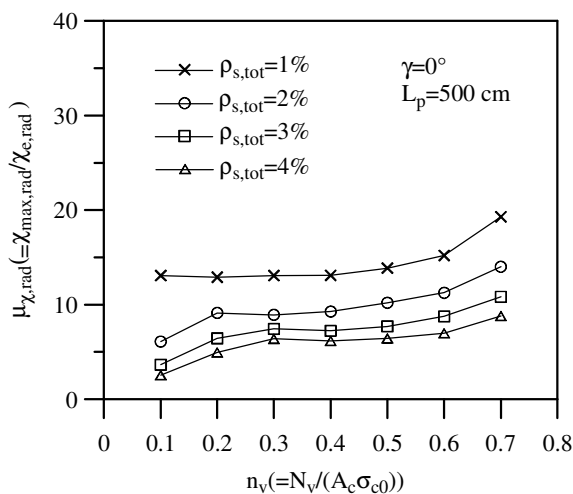


Figura 11 – Richiesta di duttilità per i pilastri ( $L_p=500$  cm) al variare della percentuale geometrica di armatura ( $\rho_{s,tot}$ ).

## 5. CONCLUSIONI

E' stato proposto un algoritmo iterativo di tipo "initial-stress", utilizzabile per l'analisi dinamica in campo elasto-plastico di strutture spaziali soggette ad accelerazioni sismiche orizzontali bidirezionali. Per ciascun elemento di trave si è tenuto conto dell'interazione tra sforzo normale e flessione biassiale utilizzando un modello a plasticità concentrata. Per la sua semplicità concettuale ed efficienza computazionale l'algoritmo proposto rappresenta una valida alternativa a metodi di analisi non lineare più elaborati ma di applicazione più onerosa.

Messo a punto un apposito codice di calcolo agli elementi finiti, è stata studiata la risposta sismica non lineare di un telaio spaziale in c.a., ad un piano ed una campata, soggetto a sette coppie di accelerogrammi, che riproducono in media lo spettro di risposta elastico. I risultati hanno confermato l'importanza dell'interazione biassiale nella valutazione della richiesta di duttilità per i pilastri, al variare dello sforzo normale di compressione, dell'angolo di incidenza dell'azione sismica orizzontale e della percentuale di armatura longitudinale.

Ulteriori sviluppi della ricerca riguardano la possibilità di mettere in conto la diffusione delle deformazioni plastiche nelle regioni critiche di estremità di ciascun elemento e la formazione di cerniere plastiche interne alle travi.

## RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato svolto nell'ambito di una ricerca parzialmente finanziata dal M.I.U.R..

## BIBLIOGRAFIA

[1] RUTENBERG A. – (1998), Behavior of irregular and complex structures – State of the art report: Seismic nonlinear response of code-designed asymmetric structures, EAEE Task Group (TG)8, 11th European Conference on Earthquake Engineering, Paris, Balkema, Rotterdam, CD-ROM.

- [2] KWON M., SPACONE E. – (2002), Three dimensional finite element analyses of reinforced concrete columns, *Computers and Structures*, vol. 80, 199-212.
- [3] PETRANGELI M., PINTO P.E., CIAMPI V. – (1999), Fiber element for cyclic bending and shear of r/c structures, part I: theory," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 125(9), 994-1001.
- [4] IZZUDIN B.A., SIYAM A.A.F.M., LLOYD SMITH D. – (2002), An efficient beam-column formulation for 3d reinforced concrete frames, *Computers and Structures*, vol. 80, 659-676.
- [5] MAZZA F. – (1998), Modelli di danneggiamento nell'analisi sismica non lineare di strutture intelaiate in c.a., *Tesi di dottorato in Meccanica Computazionale*, Dipartimento di Strutture, Università della Calabria.
- [6] LAI S.-S., WILL G.T., OTANI S. – (1984), Model for inelastic biaxial bending of concrete members, *Journal of Structural Engineering*, vol. 110(11), 2563-2584.
- [7] POWELL G.H., CHEN P.F.-S. – (1986), 3-D beam-column element with generalized plastic hinges, *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 112(7), 627-641.
- [8] ARISTODEMO M., BRUNO D., CASCIARO R. – (1980), Un metodo iterativo per l'analisi al passo di strutture elasto-plastiche, *Atti del 5° Congresso Nazionale di Meccanica Teorica e Applicata*, 105-116, Palermo, Italia.
- [9] ARGYRYS G.H., BALMER H., DOLTSINIS J.S., DUNNE P.C., HAASE M., KLEIBER M., MALEJANNAKIS G.A., MLEJNEK H.-P., MULLER M., SCHARPF D.W. – (1979), Finite element method - the natural approach, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 17/18, 1-106.
- [10] ARISTODEMO M., CASCIARO R., VULCANO A. – (1982), Earthquake response of plane frames exhibiting degrading hysteretic capacity, *Proceedings of the 7th European Conference on Earthquake Engineering*, Athens, Greece, 35-42.
- [11] Eurocode 2. Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, C.E.N., *European Committee for Standardisation*, 2004.
- [12] DE STEFANO M., FAELLA G. – (1993), Effetti dell'interazione biassiale sulla risposta sismica in presenza di input bidirezionale, *Atti del 6° Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia*, 1173-1182, Perugia, Italia.
- [13] CASCIARO R. – (1975), Time evolutionary analysis of nonlinear structures, *Meccanica*, n. 3, vol. X, 156-167, Tamburini Editore, Milano.
- [14] REte dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica (R.E.L.U.I.S.), <http://www.reluis.it> (on-line).
- [15] Eurocode 8. Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings, C.E.N., *European Committee for Standardisation*, 2003.
- [16] IERVOLINO I., MADDALONI G., COSENZA E. – (2006), Unscaled real record sets compliant with Eurocode 8, *Proceedings of the First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, Switzerland, paper n. 113.

# COMPORTAMENTO TEORICO-SPERIMENTALE DI TRAVI IN C.A. RINFORZATE CON CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO

Alberto Meda<sup>1</sup>, Giovanni A. Plizzari<sup>2</sup>, Zila Rinaldi<sup>3</sup>, Laura Maisto<sup>4</sup>

1 Dipartimento di Progettazione e Tecnologie, Università di Bergamo

2 Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Territorio e Ambiente (DICATA), Università di Brescia

3 Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Roma "Tor Vergata"

4 Tecnochem Italiana S.p.A.

## SOMMARIO

Una nuova metodologia di rinforzo basata sull'utilizzo di calcestruzzi fibrorinforzati ad alte prestazioni (High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites - HPFRCC) è stata studiata sia attraverso prove sperimentali su travi in scala reale sia con modellazioni numeriche ed analitiche. Tali materiali hanno recentemente suscitato grande interesse che ha consentito un notevole sviluppo per le loro caratteristiche prestazionali ed, in particolare, per la possibilità di avere un comportamento a trazione di tipo incoerente. Scopo del presente lavoro è quello di verificare la possibilità di utilizzare questi materiali per il rinforzo di travi in calcestruzzo armato.

## SUMMARY

The possibility of using a thin layer of concrete with a tensile hardening behaviour (High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites, HPFRCC) for strengthening R/C beams is investigated herein. In order to verify the effectiveness of the proposed solution, full scale tests have been performed on R/C beams. The experimental results show the effectiveness of the proposed technique for both the ultimate and serviceability limit states. The experimental results have been modelled by means of numerical FE analysis with a commercial program (DIANA) and of an analytical approach. The comparison of the results allowed several considerations on the effect of a HPFRCC layers on existing R/C beams.

## 1. INTRODUZIONE

Negli ultimi anni l'utilizzo di calcestruzzi fibrorinforzati (FRC) è progressivamente aumentato grazie alle interessanti proprietà di questi materiali, particolarmente in stadio fessurato [1, 2]. I calcestruzzi fibrorinforzati sono attualmente utilizzati in strutture dove il contributo delle fibre non è essenziale per la sicurezza strutturale, come nel caso di pavimentazioni industriali o del calcestruzzo proiettato per la realizzazione del rivestimento di prima fase nelle gallerie. Esistono, però, applicazioni in cui le fibre sono utilizzate in sostituzione dell'armatura tradizionale [3, 4]. Ad esempio, alcuni studi hanno dimostrato come le fibre possono sostituire, parzialmente o totalmente, l'armatura trasversale [5, 6]. In tutte queste applicazioni il dosaggio di fibre è relativamente basso (non superiore all'1% in volume) ed il calcestruzzo fibrorinforzato mostra un comportamento post-picco a trazione di tipo degradante.

Recentemente, sono stati sviluppati FRC altamente performanti che possono avere un comportamento incoerente a trazione. Questi calcestruzzi, chiamati High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composite (HPFRCC), permettono interessanti applicazioni [7-10]. Infatti, mentre i materiali degradanti (softening) possono sostituire l'armatura tradizionale in strutture con elevato grado di iperstaticità, la possibilità di avere materiali incoerenti a trazione permette di eliminare completamente l'armatura tradizionale [11, 12] e, quindi, di progettare strutture con nuove geometrie e forme, non più limitate dal posizionamento dell'armatura

tradizionale. Anche se il costo degli HPFRCC è notevolmente superiore a quello del calcestruzzo armato tradizionale, può essere interessante l'utilizzo di questi materiali per la riparazione o il rinforzo di strutture esistenti, con significativi vantaggi rispetto a soluzioni tradizionali quali il "beton plaque" o l'incamiciatura [13], o le recenti proposte che prevedono l'utilizzo di FRP (fiber reinforced polymer) [14].

Nel presente lavoro viene presentata una tecnica di rinforzo basata sull'applicazione di una camicia in HPFRCC su travi esistenti. Al fine di verificare l'efficacia dell'intervento proposto, sono state eseguite alcune prove su travi in scala reale (lunghe 4.55 m ed alte 0.50 m) rinforzate con uno spessore di 40 mm di HPFRCC.

Le travi sono state inoltre modellate numericamente con metodi non lineari agli elementi finiti, nei quali il legame costitutivo del HPFRCC è stato determinato sperimentalmente con la tecnica dell'analisi inversa. E' proposto, inoltre, un approccio analitico per la modellazione di questi tipi di strutture utile ad una più semplice progettazione.

Infine, viene presentato un semplice esempio di calcolo di queste strutture basate sull'utilizzo delle recenti linee guida CNR sui calcestruzzi fibrorinforzati [15].

## 2. INDAGINE SPERIMENTALE

L'efficacia della tecnica di intervento basata sull'applicazione di una camicia di HPFRCC è stata studiata attraverso prove in scala reale su tre travi con lunghezza di



4.55 m caratterizzate da una sezione rettangolare con base di 300 mm e altezza 500 mm (Fig. 1). Una delle travi è stata realizzata senza nessuna armatura mentre le altre due sono state rinforzate con 2 barre longitudinali inferiori  $\varnothing 16$  mm e 2  $\varnothing 12$  mm superiori e con staffe  $\varnothing 8$  mm ogni 150 mm, nelle parti terminali (Fig. 1) in modo da impedire rotture per taglio.

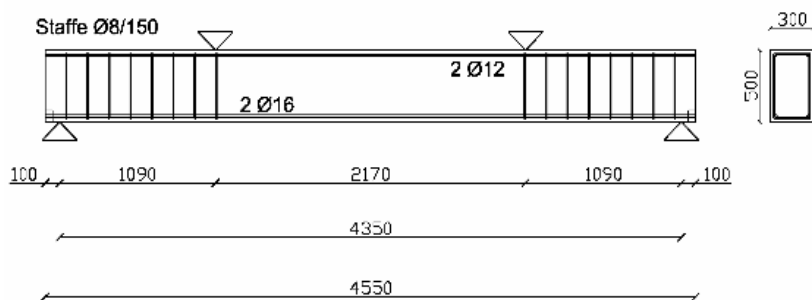


Figura 1. Geometria dei campioni

Una delle travi rinforzate con armatura tradizionale è stata usata come riferimento mentre alle altre due travi (quella gemella del riferimento e quella senza armatura) è stata applicata una camicia di HPRCC di 40 mm di spessore come mostrato in Figura 2.

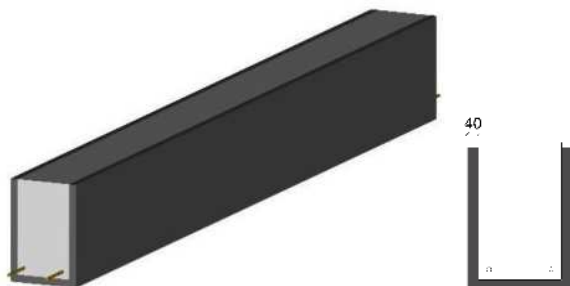


Figura 2. Tipologia di rinforzo in HPRCC

Il materiale utilizzato per il rinforzo è un calcestruzzo ad alte prestazioni contenente una percentuale volumetrica di fibre del 2.5%. Le fibre utilizzate sono in acciaio ed hanno una lunghezza di 12 mm ed un diametro di 0.18 mm.

Per caratterizzare il calcestruzzo fibrorinforzato sono state eseguite prove di trazione diretta e prove a flessione su travette, i cui risultati sono mostrati in Figura 3. La resistenza media a compressione del materiale, misurata su provini di 100 mm di diametro, è risultata pari a 176.8 MPa.

La camicia in HPRCC è stata applicata alle travi dopo aver sabbato la loro superficie in modo da avere una rugosità di 1-2 mm, in grado di assicurare una perfetta aderenza tra i

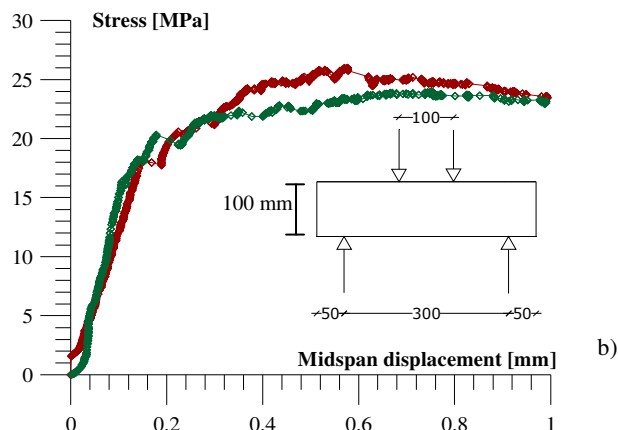
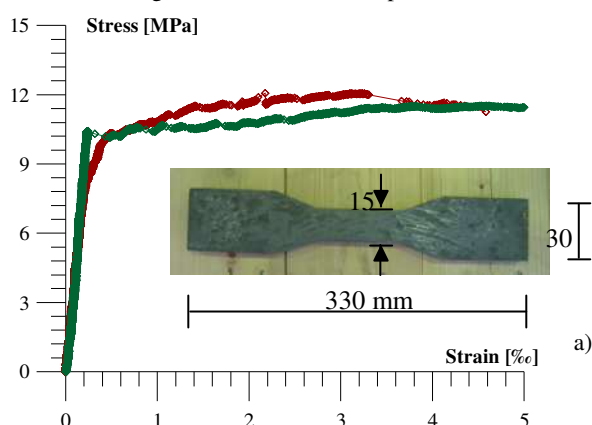


Figura 3. Caratterizzazione del materiale HPRCC ; a) prova a trazione; b) prova a flessione

Le travi in calcestruzzo armato sono state appositamente realizzate con calcestruzzo di modesta resistenza (C20/25). L'abbinamento di un calcestruzzo di bassa resistenza con una bassa percentuale di armatura (0.3%) è stato scelto per simulare una situazione reale di una trave che necessita un rinforzo.

due materiali (calcestruzzo originario e HPRCC) anche senza utilizzare "primer". Una serie di prove preliminari su piccole travette è stata eseguita per verificare l'efficacia dell'adesione tra i due materiali [16]. L'HPFRCC è stato preparato in miscelatori ad asse verticale, è stato gettato senza necessità di vibrazione (grazie alla sua elevatissima lavorabilità) ed è stato maturato in condizioni ambientali. Ulteriori informazioni sugli aspetti tecnologici dell'intervento sono descritti in [16].

Il confronto tra i risultati ottenuti dalle prove sulle tre travi sono mostrati in Figura 4. Nel presente lavoro vengono discussi solo i risultati ottenuti sulle due travi con armatura, con e senza camicia in HPRCC. Si può notare come la trave con la camicia di rinforzo abbia una capacità portante 2.15 volte superiore a quella senza rinforzo anche se, raggiunto il carico massimo, si verifica un ramo post-picco degradante che comunque si stabilizza ad un livello di carico superiore rispetto a quello della trave senza camicia.

Di particolare rilevanza risulta l'incremento di rigidità che si ottiene applicando la camicia di rinforzo in HPRCC che limita lo sviluppo delle microfessure. Si nota, infatti, che la rigidità della trave rinforzata è simile a quella della trave senza fibrorinforzo in stadio non fessurato (Fig. 4b). Se si considera un carico di esercizio pari ad 80 kN, l'applicazione della camicia di rinforzo porta ad un decremento della freccia massima di 12 volte (da 6 mm a 0.50 mm, Fig. 4b). Questo effetto è assimilabile a quello che si può ottenere con una precompressione esterna, che mantiene la sezione della trave interamente reagente.

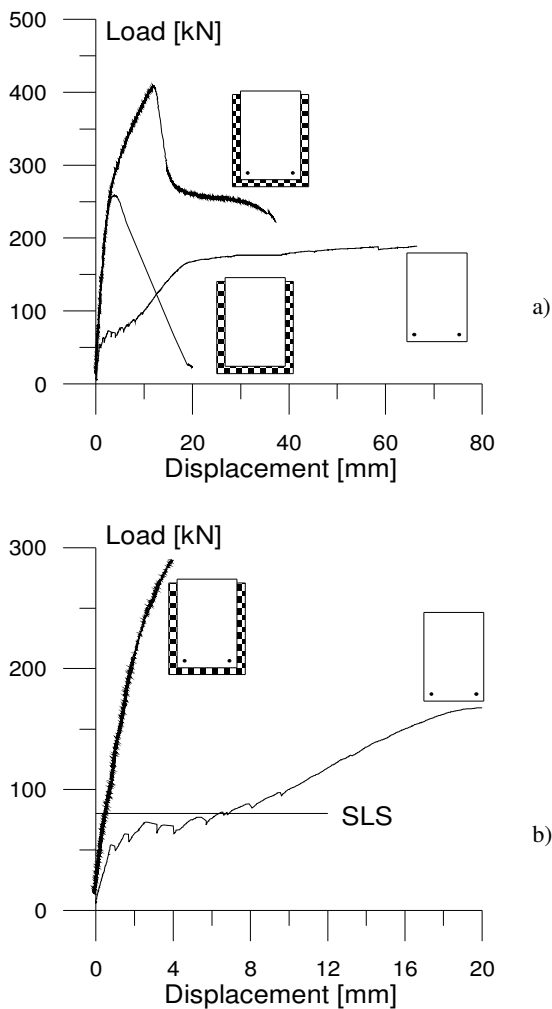


Figura 4. Curve carico-spostamento: risultati sperimentali

### 3. MODELLAZIONE NUMERICA

Le prove sperimentali sono state successivamente simulate con un'analisi numerica non lineare e con una modellazione analitica, al fine di definire i meccanismi che governano la risposta flessionale delle travi, con e senza rinforzo in HPRC. Lo scopo è quello di mettere in luce i parametri che influiscono sul comportamento globale al fine di ottimizzare la tecnica di rinforzo qui proposta.

#### 3.1 Analisi numerica della trave senza camicia di rinforzo

Le analisi numeriche sono state eseguite con il codice ad Elementi Finiti Diana 9 [17]. Inizialmente è stato studiato il comportamento della trave in calcestruzzo armato senza camicia di rinforzo, al fine di definire la corretta modellazione del calcestruzzo ordinario e delle barre di armatura.

Per il calcestruzzo è stato utilizzato il modello di Thorenfeld [18], i cui parametri sono definiti sulla base delle prove di compressione su cubi, che hanno fornito una resistenza media di 27 MPa. Partendo da tale dato, la resistenza a compressione cilindrica (22 MPa), il modulo elastico (28 GPa) e la resistenza a trazione (2.36 MPa) sono state determinate in accordo con le prescrizioni dell'Eurocodice 2. Il comportamento a trazione è stato definito attraverso un modello "multi-linear total strain rotating crack" che fornisce una relazione tensione-

deformazione per il comportamento pre-picco e tensione-apertura di fessura per il comportamento post-picco.

L'acciaio delle barre di armatura è stato modellato con un relazione elasto-incrudente i cui parametri (resistenza di snervamento = 560 MPa, resistenza ultima = 678 MPa e deformazione ultima = 10%) sono stati determinati sperimentalmente.

La mesh utilizzata ed i risultati ottenuti sono mostrati in Figura 5; si può notare come il modello riesca a simulare bene il comportamento della trave fino allo sviluppo della fessurazione. Successivamente, il modello numerico risulta leggermente più rigido della risposta sperimentale. Questo è dovuto allo sviluppo di fessure di splitting nella prova sperimentale che hanno causato una perdita di aderenza che non è stata presa in considerazione nel modello numerico nel quale, viceversa, si è ipotizzata una perfetta aderenza tra le barre di armatura ed il calcestruzzo.

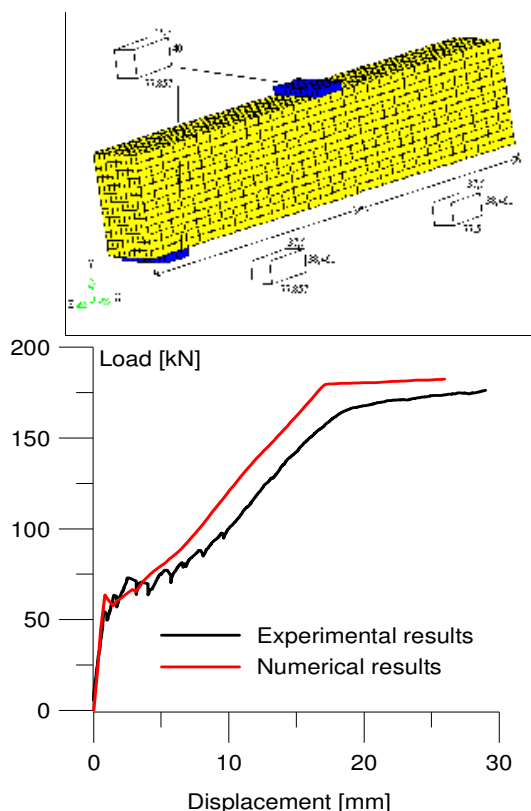


Figure 5. Confronto tra la modellazione numerica ed i risultati sperimentali ottenuti dalla trave non rinforzata

#### 3.2 Analisi numerica della trave con camicia di rinforzo

Per l'analisi della trave con camicia di rinforzo occorre prestare particolare attenzione alla definizione del legame a trazione per il calcestruzzo fibrorinforzato ad elevate prestazioni (HPRC). La caratterizzazione del legame è basata sulle prove a trazione diretta, utilizzando ancora un "multi-linear total strain rotating crack model" con un legame tensione-deformazione per il comportamento prima dello sviluppo della macrofessurazione e l'inizio del ramo degradante, ed una relazione tensione-apertura di fessura per il comportamento del ramo degradante (Fig. 6).

Occorre sottolineare che i materiali HPRC hanno un comportamento elasto-incrudente grazie allo sviluppo di molteplici microfessure. Questo fenomeno ha termine quando si inizia ad aprire una singola macro-fessura (effetto di localizzazione) e, di conseguenza, il comportamento diventa degradante.

Per una migliore definizione del ramo degradante si è eseguita una iniziale modellazione delle prova a flessione sulle travette (Fig. 3b). Il comportamento a compressione è stato modellato similmente a quanto fatto con il calcestruzzo ordinario (Thorenfeld [18]), con resistenza a compressione cilindrica pari a 177 MPa e modulo elastico pari a 44 GPa. I risultati numerici, riportati in Figura 7, risultano in buon accordo con i risultati sperimentali.

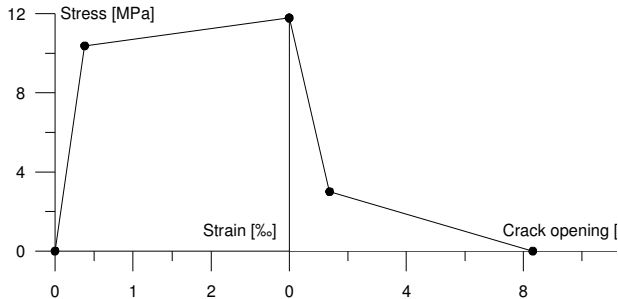


Figure 6. Modellazione numerica del legame costitutivo a trazione del HPRC

Una volta definiti i parametri caratterizzanti l'HPFRCC, si è passati alla modellazioni della trave in scala reale. In Figura 8 è riportata la mesh utilizzata per le analisi, nella quale si è ipotizzata la perfetta aderenza tra la trave da rinforzare e la camicia di rinforzo. Questa ipotesi si basa sulle prove preliminari svolte per definire l'aderenza tra HPFRCC e calcestruzzo ordinario [16].

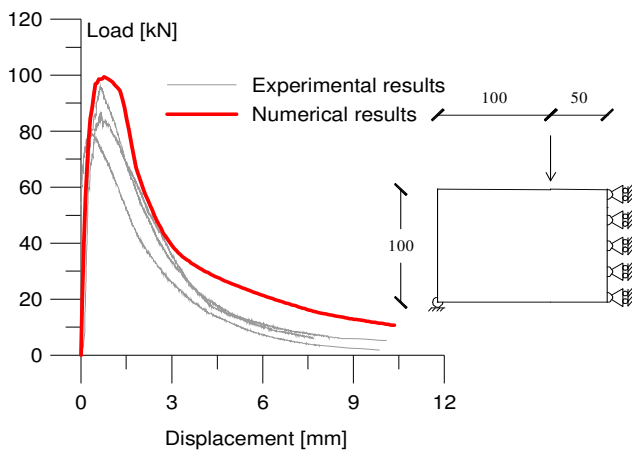


Figure 7. Validazione del legame costitutivo: simulazione del comportamento carico spostamento di travette in HPFRCC

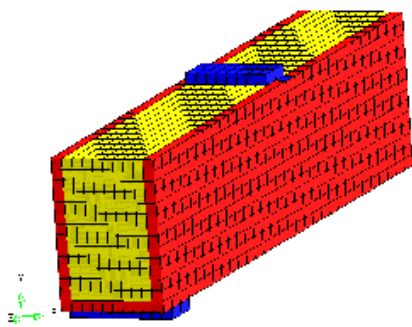


Figure 8. Mesh adottata per le analisi numeriche delle travi rinforzate con HPFRCC

Il confronto tra la curva carico spostamento numerica e quella sperimentale (Fig. 9) evidenzia un buon accordo nella parte iniziale, ma una significativa differenza nel carico di rottura.

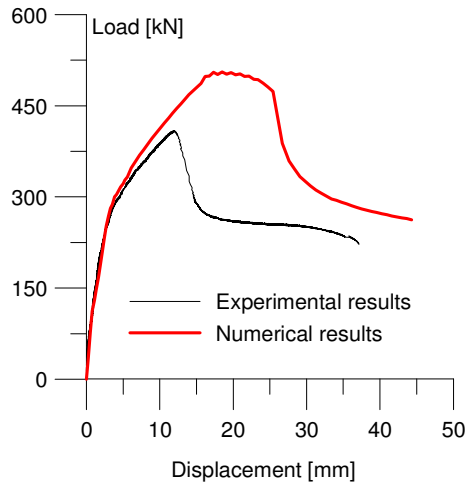


Figure 9. Trave con rinforzo esterno: confronto tra risultati numerici e sperimentali

Questo fenomeno può essere giustificato dal fatto che la formazione di macro-fessure nel calcestruzzo ordinario crea un "effetto intaglio" nel calcestruzzo fibrorinforzato che porta ad un anticipo della localizzazione. Ne consegue, quindi, che la presenza di un materiale fragile e meno resistente a contatto con l'HPFRCC ne limita la fase multi-fessurativa con un conseguente anticipo del ramo degradante. Basandosi su questa assunzione, il legame a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato è stato modificato, spostando il ramo degradante in modo da ridurre la fase incrudente, così come mostrato in Figura 10. L'adozione di questo ultimo legame porta alla risposta globale, in termini di curva carico-freccia, riportata in Figura 11; come si può notare, il confronto tra risultati numerici e sperimentali risulta ora soddisfacente. Anche il quadro fessurativo ottenuto con l'analisi numerica risulta simile a quello rilevato sperimentalmente.

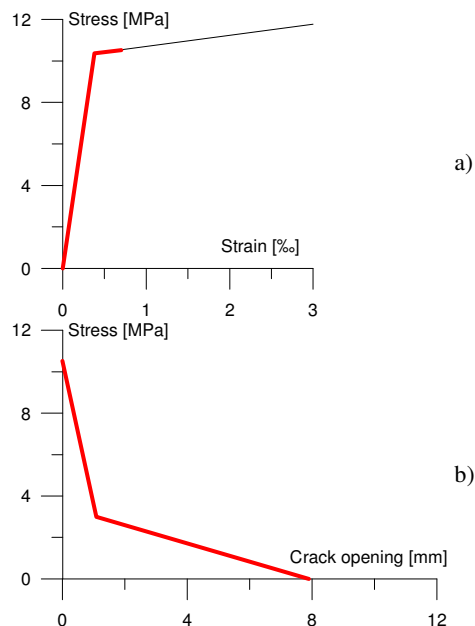


Figure 10. Legame a trazione del HPFRCC modificato; a) ramo pre-macrofessurazione; b) ramo post-macrofessurazione

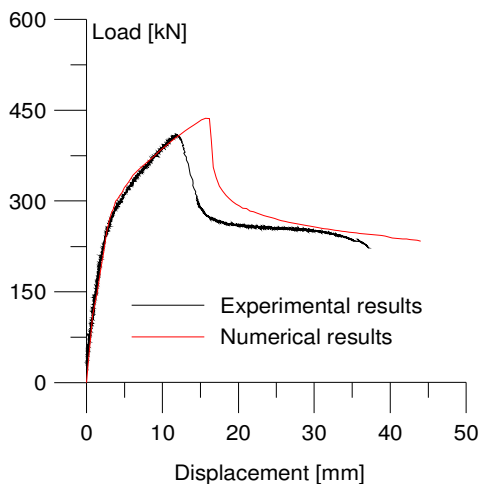


Figura 11. Curva carico-spostamento della trave rinforzata: confronto i risultati numerici e sperimentali

#### 4. MODELLAZIONE ANALITICA

L'influenza dello camicia di calcestruzzo fibrorinforzato è stata inoltre analizzata con una modellazione analitica sviluppata specificamente per la valutazione del comportamento non-lineare di elementi in calcestruzzo armato [19] ed estesa al caso di rinforzi esterni [20]. Lo scopo principale del modello è la definizione di una relazione costitutiva tra momento flettente e curvatura media di un elemento di riferimento, di lunghezza pari alla distanza tra le fessure, soggetto a flessione costante e sforzo assiale. L'ipotesi di perfetta aderenza alle interfacce tra calcestruzzo ed acciaio e calcestruzzo e strato di rinforzo in HPRFCC è rimossa in tutte le sezioni, eccetto quella fessurata.

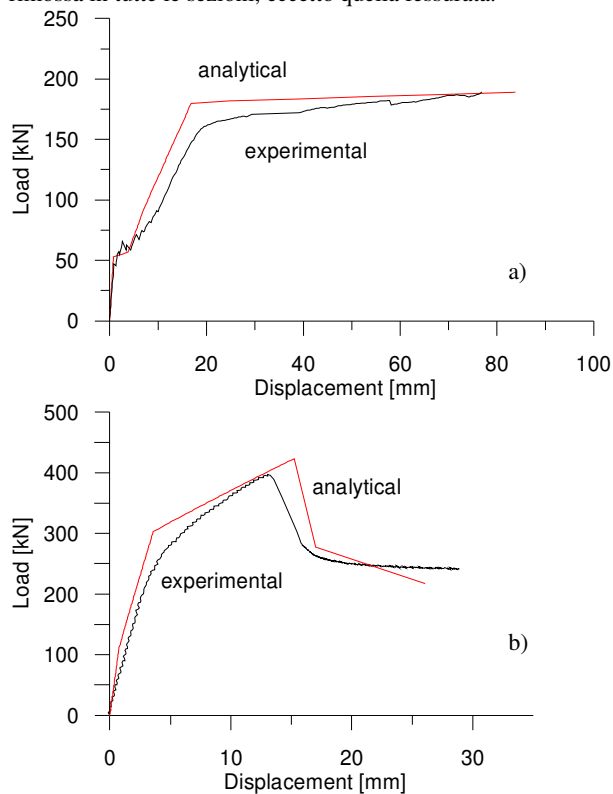


Figura 12. Curve carico spostamento: confronto analitico-sperimentale: a) trave non rinforzata; b) trave rinforzata

Al fine di ottenere formulazioni semplici, in forma chiusa, si assume un comportamento rigido-plastico con degrado della legge aderenza-scorrimento, mentre può essere utilizzato un qualsiasi tipo di relazione costitutiva non-lineare per il calcestruzzo, per il fibrorinforzo e per l'acciaio. Il comportamento non lineare dell'elemento di riferimento è analizzato per fasi successive partendo dalla fessurazione fino al collasso, definito dal raggiungimento della deformazione ultima in uno dei materiali. Il modello si basa sulla risoluzione di condizioni di equilibrio e congruenza, nelle sezioni e alle interfacce tra calcestruzzo ed acciaio e tra calcestruzzo e HPRFCC. Appare utile evidenziare che tale modellazione non richiede la definizione né del valore della resistenza limite di aderenza, né della distanza tra le fessure, poiché il prodotto di tali grandezze è un risultato della procedura.

Il legame momento-curvatura ottenuto può essere implementato per l'analisi di semplici strutture ed in particolare consente la valutazione di spostamenti e rotazioni attraverso integrazioni lungo l'asse della struttura analizzata. La descrizione della modellazione analitica è riportata in [19].

Il modello analitico è stato utilizzato per la simulazione delle travi in esame, adottando le stesse relazioni costitutive dei materiali utilizzate nel modello numerico, descritte nel precedente paragrafo. I confronti tra la modellazione analitica e la modellazione numerica appaiono molto soddisfacenti se, in accordo con la modellazione numerica, si considera il softening anticipato del materiale HPRFCC (Fig. 10).

Le curve analitiche forza-spostamento in mezzeria per le travi non rinforzate e rinforzate sono diagrammate e confrontate con i rispettivi andamenti sperimentali in Figura 12.

#### 5. ESEMPIO PROGETTUALE SECONDO LE ISTRUZIONI CNR - DT204/2006

Il documento CNR-DT204/2006 [15], di recente introduzione, fornisce linee guida per il calcolo di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato sia con comportamento degradante che incrudente.

Il primo passo da compiere per l'applicazione della procedura di calcolo e verifica proposta nel documento CNR-DT204-2006 è la definizione di un legame costitutivo per il calcestruzzo fibrorinforzato. Il documento [15] suggerisce, ai fini del progetto e della verifica strutturale, l'adozione di legami semplificati di trazione del calcestruzzo fibrorinforzato di tipo lineare o rigido-plastico. In questo lavoro, per la semplicità di applicazione e per l'affidabilità del risultato [21], si adotta quest'ultimo tipo di relazione costitutiva, che si basa sulla valutazione di un unico valore di resistenza  $F_{ftu}$  (Fig. 13). Tale valore limite può essere determinato da risultati ottenuti da prove di trazione diretta o di flessione, come descritto nell'Appendice A delle istruzioni CNR [15].

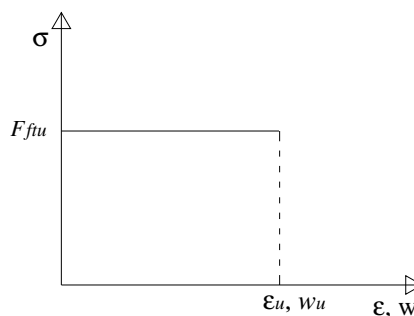


Figura 13. Legame rigido-plastico a trazione per il calcestruzzo fibrorinforzato [15]

Sulla base dei risultati delle prove di trazione eseguite (Fig. 3a) e conformemente al documento [15], il parametro costitutivo  $F_{ftu}$  per materiali a comportamento incrudente è definito dalla relazione:

$$F_{ftu} = F_{fts} - \frac{w_u}{w_{i2}} (f_{eq1} - f_{eq2}) \quad (1)$$

$$F_{fts} = f_{eq1} \quad (2)$$

essendo:

- $w_{i2} = w_u$  (Appendice C [15], caso di prova di trazione diretta);
- $f_{eq1}$  ed  $f_{eq2}$  le resistenze medie valutate, sulla base del legame a trazione sperimentale, in intervalli di ampiezza delle fessure pari rispettivamente a  $3w_1 \leq w \leq 5w_1$  e  $0.8w_u \leq w \leq 1.2w_u$ .

Il valore  $w_l$  rappresenta lo spostamento in corrispondente alla fessurazione, assunto convenzionalmente pari al carico massimo registrato durante la prova nell'intervallo  $0 \leq w \leq 0.05$  mm. Nel caso specifico,  $w_l = 0.05$  mm, ed essendo la base di misura della deformazione pari a 80 mm (Appendice C di [15]), l'intervallo in cui calcolare la tensione equivalente  $f_{eq1}$ , espresso in termini di deformazione, risulta pari a

$$3 \frac{0.05}{80} \leq \varepsilon \leq 5 \frac{0.05}{80}$$

che diventa

$$0.19\% \leq \varepsilon \leq 0.31\%$$

Il valore ultimo di  $w_u$  corrisponde ad una deformazione media dell'1%; nel caso in esame (cfr. Fig. 3a) si ottiene:

$$f_{eq1} \approx f_{eq2} = 11 \text{ MPa}$$

e quindi, dalla (Eq. 1):

$$F_{ftu} = 11 \text{ MPa}$$

Il calcolo del momento ultimo della sezione con camicia in calcestruzzo fibrorinforzato è effettuata nelle classiche ipotesi di comportamento rigido-plastico del calcestruzzo ordinario e fibrorinforzato in compressione (stress-block) e di comportamento rigido plastico del calcestruzzo fibrorinforzato in trazione (Fig. 14). In accordo con le attuali normative si assume un legame elastico perfettamente plastico dell'acciaio.

Una prima valutazione del carico ultimo è effettuata con riferimento ai valori medi delle resistenze e trascurando i coefficienti parziali dei materiali. Le condizioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione della sezione rinforzata

(Eqq. 3 e 4) forniscono la profondità di asse neutro ed il valore del momento ultimo  $M_u$ .

$$N = 0.8b \cdot f_c \cdot x + 2 \cdot 0.8 \cdot s_l \cdot f_{cFRC} \cdot (x - p) + f_y \cdot A_{sc} + - 2 \cdot s_l \cdot F_{ftu} \cdot (h - x) - (b + 2 \cdot s_l) \cdot s_i \cdot F_{ftu} - f_y \cdot A_{st} = 0 \quad (3)$$

$$M_u = 0.8b \cdot f_c \cdot x(0.6x) + 2 \cdot 0.8 \cdot s_l \cdot f_{cFRC} \cdot (x - p)^2(0.6) \quad (4)$$

$$+ f_y \cdot A_{sc} \cdot (x - \delta) + 2 \cdot s_l \cdot F_{ftu} \cdot \frac{(h - x)^2}{2} + (b + 2 \cdot s_l) \cdot s_i \cdot F_{ftu} \cdot \left( h - x + \frac{s_i}{2} \right) + f_y \cdot A_{st} \cdot (d - x)$$

essendo:

- $f_c$  resistenza cilindrica del calcestruzzo ordinario (0.8\*27 MPa, secondo EC2 [22]);
- $f_{cFRC}$  resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato (0.86\*177 MPa, secondo EC2);
- $F_{ftu}$  resistenza a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato (11 MPa);
- $f_y$  resistenza allo snervamento dell'acciaio (560 MPa).

Per il caso in esame le Eqq. 3 e 4 forniscono:

$$x = 65 \text{ mm};$$

$$M_u = 305 \text{ KNm}$$

corrispondente ad una forza ultima:

$$F_u = 560 \text{ kN.}$$

Come previsto, tale valore risulta più elevato di quello misurato sperimentalmente, a causa della localizzazione discussa nei precedenti paragrafi.

Volendo tener conto di tale fenomeno anticipando il ramo softening del materiale, come già applicato per le modellazioni analitiche e numeriche, i valori delle resistenze equivalenti  $f_{eq1}$  e  $f_{eq2}$  possono essere ricavati a partire dai legami di Figura 9, ottenendo:

$$f_{eq1} = 11 \text{ MPa}; f_{eq2} = 7 \text{ MPa}$$

cui corrisponde, applicando le Equazioni 1 e 2:

$$F_{ftu} = 7 \text{ MPa}$$

Le condizioni di equilibrio (Eqq. 3 e 4) forniscono, in questo caso:

$$x = 51; M_u = 232 \text{ KNm}$$

a cui corrisponde un carico ultimo:

$$F_u = 426 \text{ kN}$$

valore molto prossimo a quello ottenuto sperimentalmente ( $F_u = 440 \text{ kN}$ , Fig. 4).

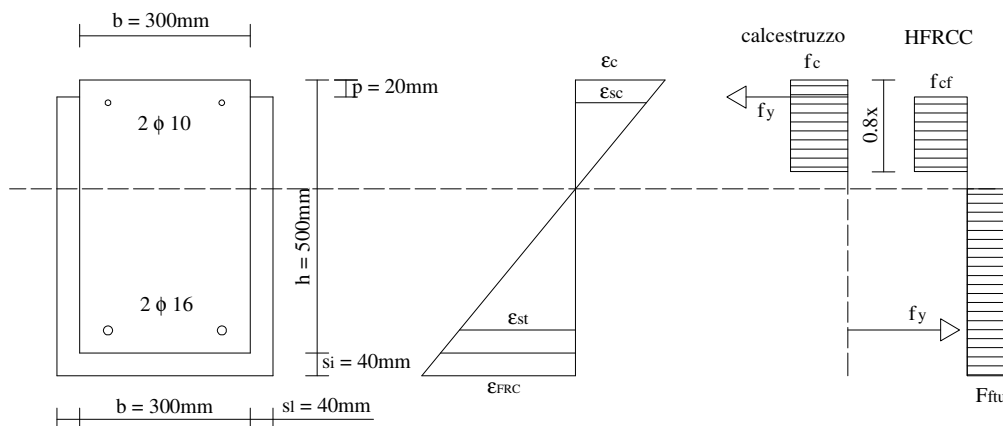


Figura 14. Sezione rinforzata: diagramma deformazioni e tensioni

Si considera, infine, l'ipotesi di eseguire il calcolo secondo le normative vigenti adottando, quindi, i valori caratteristici delle resistenze ed utilizzando i coefficienti parziali dei materiali  $\gamma_m$ , come indicato dalle attuali Norme Tecniche [15, 23] e riportato in Tabella 1. In particolare il calcestruzzo ordinario è appartenere alla classe di bassa resistenza ( $15 \leq R_{ck} \leq 30$  MPa), mentre il calcestruzzo fibrorinforzato in compressione può ritenersi ad alta resistenza con  $R_{ck} = 85$  MPa, valore massimo consentito da [23], pur presentando il materiale adottato resistenze più elevate. L'acciaio rientra nella classe B450C [23]. Nel calcolo secondo normativa non si tiene conto dell'effetto di localizzazione e si assume il valore medio della resistenza a trazione dell'HPFRCC pari a 11 MPa. Il valore caratteristico di tale grandezza, non discostandosi molto dal valore medio, viene assunto coincidente con esso.

Il valore di progetto delle resistenze è determinato come indicato in Tabella 1, in accordo con la normativa vigente [23] e con il documento CNR-DT204-2006 [15].

Tabella 1. Valori di progetto delle resistenze

	Valore caratteristico	Valore di progetto
cls compressione	$R_{ck}=25$ MPa	$f_{cd}=R_{ck}/1.9$ $f_{cd}=11.8$ MPa
HFRCC compressione	$R_{cfk} = 85$ MPa	$f_{cf}=R_{cfk}/1.9$ $f_{cd}=44.7$ MPa
HFRCC trazione	$F_{fuk} = 11$ MPa	$F_{fud}=F_{fuk}/1.3=8.5$ $F_{fud}=F_{fuk}/1.5=7.33$
acciaio	$f_y = 450$	$f_{yd}=f_y/1.15=391$ MPa

\* Per la resistenza a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato si assume il valore  $\gamma_f=1.3$  o  $\gamma_f=1.5$  per applicazioni rispettivamente con elevato o ordinario controllo di qualità del materiale [15].

Sulla base dei valori di progetto riportati in Tabella 1, nell'ipotesi di considerare applicazioni di fibrorinforzo con controllo di qualità ordinario ( $\gamma_f = 1.5$ ) le Equazioni 3 e 4 conducono ai seguenti risultati:

$$x = 80 \text{ mm};$$

$$M_u = 185 \text{ kNm};$$

$$F_u = 339 \text{ kN}.$$

Appare utile evidenziare che la stessa verifica, in assenza della camicia in fibrorinforzo, fornisce:

$$x = 22 \text{ mm}$$

$$M_u = 71 \text{ kNm}$$

$$F_u = 130 \text{ kN}.$$

## 6. CONCLUSIONI

La ricerca illustrata nel presente lavoro rappresenta una interessante applicazione per i calcestruzzi fibrorinforzati ad alte prestazioni (HPFRCC) nell'ambito del rinforzo strutturale.

Sulla base dei risultati ottenuti con modellazioni sperimentali e teoriche (analitiche e numeriche), si possono trarre le seguenti conclusioni:

- il rinforzo con camicie in HPFRCC ha fornito un incremento di capacità portante di una trave originaria in calcestruzzo armato pari a circa 2.15, ed un notevole incremento di rigidezza (circa 12 volte);
- l'applicazione della camicia in HPFRCC è un intervento relativamente semplice così come la preparazione della superficie della trave originaria in calcestruzzo armato (realizzabile in cantiere) sulla quale non è necessario l'utilizzo di resine;

- le simulazioni numeriche modellano accuratamente il comportamento dell'elemento non rinforzato e di quelli rinforzati;
- le analisi numeriche evidenziano lo sviluppo di premature localizzazioni nel fibrorinforzo, legate alla fessurazione del calcestruzzo ordinario, che possono essere tenute in conto nella modellazione riducendo il ramo incrudente del legame costitutivo a trazione del HPFRCC;
- una buona simulazione del comportamento non-lineare può essere ottenuta anche con una procedura analitica semplificata;
- l'applicazione della procedura di verifica proposta dal documento CNR-DT204/2006 appare adeguata nella valutazione del momento ultimo della trave rinforzata.

Occorre infine ricordare che l'applicazione di una camicia in HPFRCC può incrementare in modo significativo la durabilità e migliorare il comportamento globale di strutture danneggiate dall'esposizione al fuoco.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] ROSSI, P. AND CHANVILLARD, G. – (2000), 5th RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concretes (BEFIB 2000), RILEM Publications, Cachan (France).
- [2] DI PRISCO, M., PLIZZARI, G. A., FELICETTI, R. – (2004), 6th RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concretes (BEFIB 2004), RILEM Publications, Bagneaux (France).
- [3] FALKNER, H., HENKE, V., HINKE, U. – (1997), *Stahlfaserbeton für tiefe Baugruben im Grundwasser, Bauingenieur*, 72.
- [4] ACI 544.4R – (1988), Design consideration for steel fiber reinforced concrete (Reported by ACI Committee 544), *ACI Structural Journal*, 85 (5).
- [5] MEDA, A., MINELLI, F., PLIZZARI, G. A., RIVA, P. – (2005), Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams, *Materials and Structures*, 38 (277)
- [6] MINELLI, F., COMINOLI, L., MEDA, A., PLIZZARI, G. A., RIVA, P. – (2006), Full-scale tests on HPSFR prestressed roof elements subjected to longitudinal flexure, *RILEM – PRO 49 International Rilem Workshop on High performance fiber reinforced cementitious composites (HPFRCC) in structural applications*, Rilem Publications S.A.R.L.
- [7] LI, V.C. – (1993), From Micromechanics to Structural Engineering - the design of cementitious composites for civil engineering applications, *JSCE Journal Structural Mechanics and Earthquakes Engineering*, 10 (2).
- [8] ROSSI, P. – (1997), High Performance multimodal fiber reinforced fibre reinforced cement composite (HPMFRCC): the LPC experience, *ACI Materials Journal*, 94 (6)
- [9] RILEM – PRO 49 – (2006), International Rilem Workshop on High performance fiber reinforced cementitious composites (HPFRCC) in structural applications, Rilem Publications, Bagneaux (France).
- [10] VAN MIER, J. G. M. – (2004), Cementitious composites with high tensile strength and ductility through hybrid fibres, *6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes*, RILEM Publications, Bagneaux (France).
- [11] VICENZINO, E., CULHMAN, G., PERRY, V. H., ZAKARIASEN, D., CHOW, T. S. – (2005), The first use of UHPFRC in thin precast roof shell for LRT Canadian station, *PCI Journal*, September-October 2005.
- [12] SHIMOYAMA, Y., UZAWA, M. – (2002), Taiheiyō Cement Kenkyū Hokoku, *Journal of the Taiheiyō Cement Corporation*, Japan, 142.

- [13] BULLETIN D'INFORMATION 162 – (1983), Assessment of concrete structures and design procedures for upgrading (redesign), CEB, Losanne.
- [14] FIB BULLETIN 14 – (2001), Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, Fib, Losanne.
- [15] CNR DT 204/2006 – (2006), Guidelines for the Design, Construction and Production Control of Fibre Reinforced Concrete Structures", National Research Council of Italy.
- [16] MARTINOLA, G., MEDA, A., PLIZZARI, G.A., RINALDI, Z. (2007), – An application of high performance fiber reinforced cementitious composites for R/C beams strengthening, *6th Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Framcos VI*, Catania, 17-22 June 2007.
- [17] DIANA V. 9.1. – (2005), Material Library, TNO DIANA BV, Delft (The Netherlands).
- [18] THORENFELDT, E., TOMASZEWICZ, A., JENSEN, J.J. – (1987), Mechanical properties of high-strength concrete and applications in design, *In Proc. Symp. Utilization of High-Strength Concrete* Stavanger (Norway).
- [19] RINALDI, Z. – (2006), An analytical model for the evaluation of the local ductility of R/C members, *Studies and Researches-Politecnico di Milano*, ed. by A. Migliacci, P.G. Gambarova and F. Mola, publ. by Starrylink (Brescia, Italy), V.26, pp.75-102.
- [20] RINALDI, Z., GRIMALDI, A. OLIVITO, R. - (2004), Behaviour of R.C. beams reinforced with FRC material: analytical-experimental evaluation, 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes, RILEM Publications, Bagnaux (France).
- [21] MEDA, A., RINALDI, Z. – (2006), Applicazione del Documento CNR-DT204-2006 per la progettazione di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato, *Atti 16° Congresso CTE*, Parma, 9-11 Novembre.
- [22] EUROCODICE 2 – Progettazione delle strutture in calcestruzzo - Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici. UNI – EN 1992-1-1. Nov. 2005.
- [23] D.M. 14-9-05 "Norme tecniche per le costruzioni" G.U. n. 222 - 23-9-2005.

#### **RINGRAZIAMENTI**

La presente ricerca è stata finanziata dalla Tecnochem Italiana S.p.A. Gli autori desiderano ringraziare il Sig. Dario Rosignoli per aver creduto in questa applicazione.

Un particolare ringraziamento al Dr. Giovanni Martinola per aver curato gli aspetti tecnologici.

Gli autori ringraziano, infine l'ing. Cristina Zanotti per il lavoro svolto durante l'elaborazione della tesi di laurea.

# UN METODO NUMERICO PER LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA STRUTTURALE E DELLE CONDIZIONI DI ESERCIZIO DI STRUTTURE IN C.A.

**Elena Michellini<sup>1</sup>, Patrizia Bernardi<sup>1</sup>, Roberto Cerioni<sup>1</sup>, Ivo Iori<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, dell'Ambiente, del Territorio e Architettura, Università degli Studi di Parma

## SOMMARIO

In questo lavoro si propone un modello numerico per l'analisi non lineare di travi in conglomerato armato genericamente caricate e vincolate, basato sull'introduzione di un elemento finito "trave", stratificato, in cui il campo degli spostamenti lungo l'altezza della sezione è stato descritto attraverso una funzione polinomiale. Tale modello, che può essere utilizzato per lo studio tanto in fase di progettazione quanto di verifica, è in grado di fornire risultati numerici utili sia per le verifiche in esercizio, permettendo il controllo delle deformazioni e delle aperture di fessura, che per le verifiche nei riguardi degli stati limite ultimi, individuando le modalità e il carico ultimo di collasso.

## SUMMARY

In this work an advanced numerical model for the nonlinear analysis of reinforced concrete beams, subjected to general loading and constraint conditions, is presented. It includes a layered beam finite element where the displacement field through the cross section depth has been modelled by using a polynomial function. The model, which allows the analysis both of new and degraded structures, is able to provide numerical results useful for serviceability state verifications, in terms of deformations and crack openings, and for ultimate limit state verifications, predicting both the failure mode and the ultimate load.

## 1. INTRODUZIONE

Lo studio del comportamento in servizio delle strutture in conglomerato armato è un'attività articolata e complessa, che permette da un lato di valutare le condizioni di efficienza ed affidabilità nel tempo degli elementi esaminati, dall'altro di individuare tutti quei casi in cui le condizioni di degrado possono pregiudicare la sicurezza strutturale in senso lato. Questi importanti risultati vengono usualmente perseguiti sia ricorrendo al monitoraggio strutturale, basato sulla misurazione "in situ" di alcune grandezze fisiche fondamentali (come la distribuzione degli spostamenti e delle deformazioni), sia attraverso le analisi teoriche condotte con modelli matematici "raffinati", che permettono di interpretare – ma anche di predire – i risultati delle misurazioni effettuate.

In quest'ottica, nel presente lavoro si propone un modello numerico "avanzato" per l'analisi non lineare di travi in conglomerato armato genericamente caricate e vincolate; modello che, per le sue peculiari caratteristiche, si presta ad essere generalizzato anche allo studio di intere strutture intelaiate. Come è noto, la simulazione numerica delle strutture in conglomerato armato risulta piuttosto ardua a causa dei complessi fenomeni quali, ad esempio, il tension stiffening, l'ingranamento degli inerti, l'effetto biacca, che si attivano dopo la fessurazione e che rendono marcatamente non lineare la risposta della struttura sotto l'azione dei carichi esterni e delle distorsioni. Al fine di simulare con aderenza

alla realtà fisica il comportamento strutturale, tali fenomeni devono essere tenuti in giusto conto nei modelli teorici, soprattutto nello stato tensionale e deformativo riguardante gli stati limite di esercizio. Non solo, ma nel caso specifico di un procedimento numerico per lo studio delle travi in c.a. è necessario considerare in modo opportuno anche altri complessi aspetti, quali le interazioni N-V ed M-V, l'eventuale formazione di fessure diagonali dovute al taglio, la presenza di zone di "discontinuità" in corrispondenza dei vincoli e dei carichi concentrati (in cui viene meno l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane). Il metodo proposto permette di valutare la risposta di questi elementi strutturali sulla scorta di tutte le considerazioni precedentemente fatte, attraverso l'introduzione di un elemento finito "trave" stratificato, in cui il campo degli spostamenti lungo l'altezza della sezione è modellato attraverso una funzione polinomiale e il numero di termini da assumere viene regolato sulla base della complessità del problema in esame [1], [2]. Per descrivere il comportamento locale del calcestruzzo armato di ciascuno strato, è stato utilizzato il legame costitutivo PARC [3], [4], implementato sottoforma di matrice di rigidità all'interno di un programma ad elementi finiti. L'analisi così condotta fornisce risultati numerici utili per la verifica degli stati limite di esercizio, sia a livello "globale" (in termini di spostamenti e rotazioni), sia a livello "locale" (in termini di tensioni e deformazioni nel conglomerato e nelle barre



d'acciaio, o ampiezze di fessura), nonché per la verifica degli stati limite ultimi, individuando le modalità ed il carico ultimo di collasso. L'affidabilità e le capacità del modello proposto, che si presta ad essere utilizzato nell'analisi tanto di strutture nuove, quanto di elementi esistenti e degradati, sono state verificate attraverso il confronto con comprovate risultanze sperimentali disponibili nella letteratura tecnica [5], [6].

## 2. DESCRIZIONE DELL'ELEMENTO FINITO "TRAVE"

Il modello numerico proposto, implementato all'interno di uno specifico programma ad elementi finiti, prevede la discretizzazione della struttura in esame in elementi finiti "trave" stratificati, in cui il campo di spostamenti lungo l'altezza della sezione viene descritto mediante l'introduzione di opportune funzioni polinomiali, aventi la seguente espressione generale:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0(x) + \sum_{i=1}^N u_i(x) \cdot y^i \\ v(x, y) &= v_0(x) + \sum_{j=1}^M v_j(x) \cdot y^j, \end{aligned} \quad (1)$$

in cui con  $u$  e  $v$  si sono indicati gli spostamenti del generico punto della trave, mentre  $u_0$  e  $v_0$  rappresentano gli spostamenti della linea media, assunta coincidente con l'asse  $x$  di Figura 1.

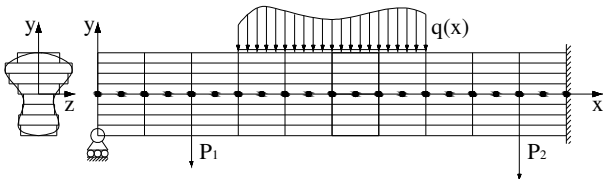


Figura 1 – Suddivisione della generica trave in elementi finiti stratificati a tre nodi.

Nell'ottica di una risoluzione del problema agli elementi finiti, la stessa relazione può essere più convenientemente riscritta in forma matriciale:

$$\{S(x, y)\} = [Y(y)] \{s(x)\}, \quad (2)$$

avendo posto rispettivamente:

$$\{S(x, y)\}^t = \{u(x, y), v(x, y)\}, \quad (3)$$

$$[Y(y)] = \begin{bmatrix} 1 & y & y^2 & \dots & y^N & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & y & y^2 & \dots & y^M \end{bmatrix} \quad (4)$$

e avendo raggruppato le incognite del problema, rappresentate dagli spostamenti generalizzati  $u_N$  e  $v_M$  (ovvero i coefficienti dello sviluppo in serie utilizzato), nel vettore:

$$\{s(x)\}^t = \{u_0(x), \dots, u_N(x), v_0(x), \dots, v_M(x)\}. \quad (5)$$

Tali incognite, dipendenti dalla sola variabile  $x$ , possono poi essere a loro volta espresse in funzione delle incognite nodali (raccolte nel vettore  $\{S_e\}$ ), tramite l'introduzione di funzioni di interpolazione note, la cui scelta dipende dal tipo di elemento utilizzato nella discretizzazione:

$$\{s(x)\} = [N(x)] \{S_e\}. \quad (6)$$

Sostituendo la (6) nella (2) si perviene quindi alla seguente espressione del campo degli spostamenti:

$$\{S(x, y)\} = [Y(y)] [N(x)] \{S_e\}, \quad (7)$$

effettivamente implementata all'interno del programma ad elementi finiti ed utilizzata per il calcolo dello stato tensionale e deformativo dell'elemento. Sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti, infatti, la relazione deformazioni-spostamenti può essere facilmente espressa nella forma:

$$\{\epsilon\} = [\partial] \{S(x, y)\} = [B(x, y)] \{S_e\}, \quad (8)$$

avendo indicato con  $[B(x, y)] = [\partial] [Y(y)] [N(x)]$  la matrice di congruenza interna. Una volta noto il campo deformativo, è quindi possibile determinare lo stato tensionale presente nell' $i$ -esimo strato dell'elemento attraverso il noto legame:

$$\{\sigma\}_i = [D]_i \{\epsilon\}_i \quad (9)$$

in cui  $[D]_i$  rappresenta la matrice di rigidità del materiale costituente l' $i$ -esimo strato, espressa nel sistema di riferimento globale (Oxy). Tale matrice, determinata mediante l'implementazione del legame costitutivo PARC [2] in un'apposita subroutine, viene dapprima calcolata nel sistema di riferimento individuato dagli assi di ortotropia del materiale (1,2) come somma dei singoli contributi dovuti al calcestruzzo e all'acciaio:

$$[D_{1,2}] = [D_{1,2}^c] + [D_{1,2}^s], \quad (10)$$

e quindi trasferita nel riferimento globale individuato dagli assi  $x, y$ . In particolare, nel caso di conglomerato armato non fessurato gli assi di ortotropia, assunti quale sistema di riferimento locale, sono ipotizzati coincidenti con gli assi principali di deformazione, considerando una relazione biassiale tra gli sforzi e le deformazioni di tipo elastico non lineare. Nel caso in cui, invece, il materiale si trovi in stadio fessurato, gli assi di ortotropia risultano individuati dalla direzione assunta dalle fessure all'insorgere della fessurazione stessa, mantenuta costante al crescere del carico applicato.

L'espressione completa delle matrici indicate nell'equazione (10), qui omessa per ragioni di sintesi, viene riportata nei lavori [3] e [4], a cui si rimanda per i dovuti approfondimenti relativi al modello implementato.

## 3. DESCRIZIONE DEL MODELLO NUMERICO

La soluzione del problema viene determinata attraverso la risoluzione del sistema di equilibrio:

$$\{F\} = [K] \{S\}, \quad (11)$$

in cui  $\{F\}$  rappresenta il vettore delle forze nodali, mentre  $[K]$  è la matrice di rigidità secante relativa all'intera struttura, ottenuta a partire dall'assemblaggio dei contributi relativi ai singoli elementi.

La matrice di rigidità dell'elemento,  $[K_e]$ , può a sua volta essere calcolata utilizzando la seguente relazione generale:

$$\begin{aligned} [K_e] &= \int_{V_e} [B(x, y)]^t [D] [B(x, y)] dV \\ &= \int_{V_e} ([\partial][Y(y)][N(x)]^t [D] ([\partial][Y(y)][N(x)]) dV; \end{aligned} \quad (12)$$

ovvero, sfruttando la suddivisione in strati:

$$\begin{aligned} [K_e] &= \sum_{i=1}^{n^{\text{strati}}} \int_{V_{e_i}} ([\partial][Y(y)][N(x)]^t [D]_i ([\partial][Y(y)][N(x)]) dV \\ &= \sum_{i=1}^{n^{\text{strati}}} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \left( \int_{S_{e_i}} [B(x, y)]^t [D]_i [B(x, y)] dS \right) dy, \end{aligned} \quad (13)$$

espressione, quest'ultima, ottenuta "spezzando" in modo opportuno l'integrale di volume in un integrale di linea sull'altezza della trave e in uno di superficie nel piano (x, z). Decomponendo ulteriormente l'integrale di superficie in due integrali di linea lungo x e z si ottiene poi:

$$[K_e] = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \int_{y_{i-1}}^{y_i} \left( \int_{x_j}^{x_{j+2}} [B(x, y)]^t [D]_i [B(x, y)] dx \right) dy, \quad (14)$$

avendo indicato rispettivamente con  $x_j$  la coordinata del primo nodo dell'elemento considerato e con  $b_i$  la larghezza della sezione della trave, in generale variabile da strato a strato. Proprio tale variabilità fa sì che il modello risulti applicabile a sezioni di forma qualsiasi, purché se ne vada ad approssimare il contorno con una spezzata e si attribuisca ad ogni strato una larghezza media, secondo la procedura sinteticamente illustrata in Figura 1.

L'espressione (14), tuttavia, mal si presta ad essere implementata all'interno di un programma ad elementi finiti, dal momento che sovente risulta preferibile (perché operativamente più semplice) esprimere le grandezze in gioco nel sistema di coordinate intrinseche ( $\xi, \eta$ ) avente origine nel punto medio dello strato. Con riferimento a tale sistema di riferimento e applicando le formule di quadratura gaussiana per il calcolo approssimato degli integrali, si perviene quindi alla relazione generale:

$$[K_e] = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J [B(\xi_k, \eta_j)]^t [D]_i [B(\xi_k, \eta_j)] \cdot |J(\xi_k)| \frac{y_i - y_{i-1}}{2} w_k w_j \quad (15)$$

utilizzata nel programma (Fig. 2), in cui K rappresenta il numero di punti di Gauss lungo l'asse della trave, J quello su ogni strato e  $w_i$  relativi pesi.

In modo del tutto analogo, anche la determinazione del vettore delle forze nodali,  $\{F\}$ , viene effettuata per assemblaggio dei contributi dovuti ai singoli elementi. Ciascuno di essi, a sua volta, può essere visto come somma di tre aliquote, rispettivamente legate alle forze di volume, alle forze di superficie e ai carichi concentrati eventualmente agenti sull'elemento stesso, secondo la relazione:

$$\{F_e\} = \int_{V_e} ([Y(y)] [N(x)])^t \{f\} dV + \int_{S_f} ([Y(y)] [N(x)])^t \{p\} dS + \sum_{m=1}^M ([Y(y_m)] [N(x_m)])^t \{W\}, \quad (16)$$

in cui  $\{f\}$  e  $\{p\}$  rappresentano il vettore delle forze di volume e di superficie agenti sull'elemento considerato, mentre  $\{W\}$  è il vettore dei carichi concentrati, che si suppongono applicati nei punti di coordinate  $(x_m, y_m)$ . Riscrivendo anche la (16) in funzione delle coordinate intrinseche e procedendo ancora una volta all'applicazione delle formule di quadratura gaussiane, si ottiene infine la relazione:

$$\{F_e\} = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J ([Y(\eta_j)] [N(\xi_k)])^t \{f\} |J| \frac{y_i - y_{i-1}}{2} w_k w_j + \sum_{h=1}^H b_h \sum_{k=1}^K ([Y(\eta_h)] [N(\xi_k)])^t \{p\} |J| w_k + \sum_{m=1}^M ([Y(\eta_m)] [N(\xi_m)])^t \{W\}, \quad (17)$$

in cui si è indicato con H il numero degli strati caricati con carico distribuito (in genere due, ovvero intradossato ed

estradossato della trave), con  $\eta_h$  e  $b_h$  rispettivamente la coordinata e la larghezza della sezione in corrispondenza della faccia caricata, con M il numero di nodi caricati con carico concentrato.

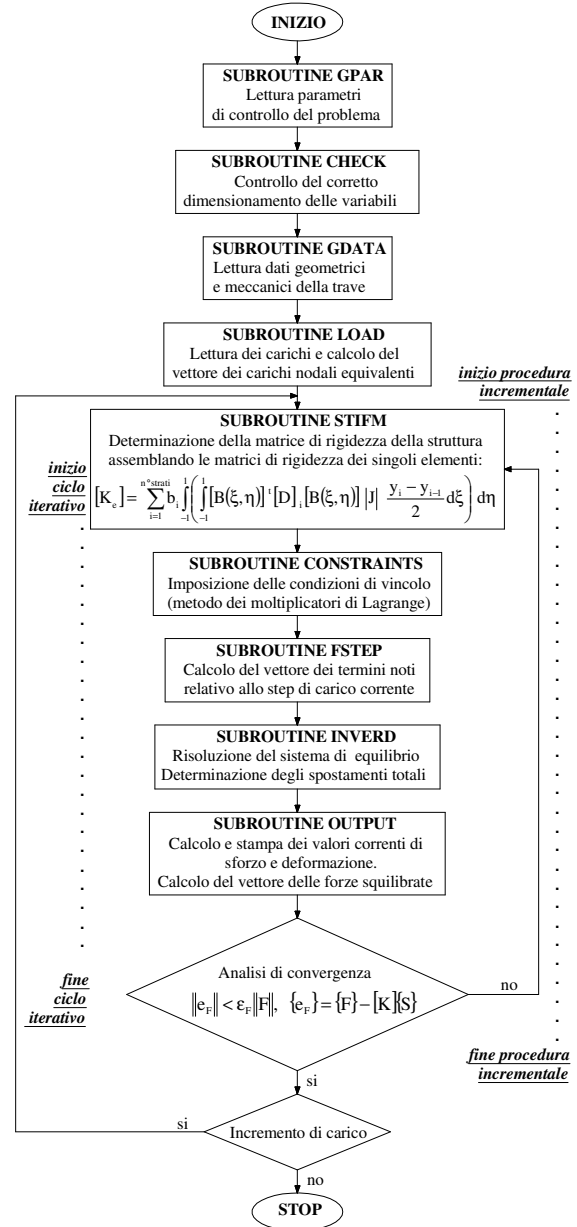


Figura 2 – Diagramma di flusso del programma principale.

Una volta calcolata la matrice di rigidezza dell'intera struttura (valutata sulla base del campo di deformazione ottenuto allo step di carico precedente) e determinato il vettore dei carichi nodali equivalenti relativo allo step di carico corrente, il programma individua la soluzione del problema non lineare seguendo la procedura di tipo incrementale-iterativo mostrata in Figura 2. Dalla soluzione del sistema di equilibrio vengono quindi ricavati gli spostamenti nodali  $\{S\}$ , da cui è possibile determinare, tramite le relazioni (8) e (9), lo

stato tenso-deformativo della trave. A partire dai risultati così ottenuti è poi possibile calcolare il vettore delle forze squilibrate,  $\{e_F\}$ , che viene a sua volta utilizzato per eseguire il test sulla convergenza:

$$\|e_F\| < \varepsilon_F \|F\|, \quad (18)$$

in cui  $\{e_F\} = \{F\} - [K]\{S\}$ , mentre  $\varepsilon_F$  rappresenta il valore di tolleranza prefissato per il problema in esame. Se questo controllo risulta soddisfatto, il programma raggiunge la convergenza ed è possibile passare all'incremento di carico successivo; in caso contrario, la matrice di rigidezza viene riaggiornata sulla base del campo di deformazione corrente ed il procedimento viene ripetuto fintanto che la relazione (18) risulti soddisfatta.

#### 4. CONFRONTO TRA RISULTATI NUMERICI E SPERIMENTALI: LE TRAVI "STORICHE" [5], [6]

Al fine di verificare la capacità del modello proposto di interpretare la complessa realtà fisica delle travi in conglomerato armato sotto l'effetto di un carico crescente in modo progressivo fino al valore ultimo, sono stati eseguiti alcuni confronti con prove sperimentali di comprovata validità. Fra i diversi programmi sperimentali presenti nella letteratura tecnica, in particolare ne sono stati considerati due ritenuti "fondamentali", sviluppati da Leonhardt e Walther all'inizio degli anni Sessanta, riguardanti rispettivamente il comportamento delle travi isostatiche (1962, [5]) e iperstatiche (1964, [6]). Tali campagne risultano di particolare interesse alla luce sia della grande quantità di travi esaminate (con l'obiettivo di indagarne il comportamento a taglio), che dell'ampia serie di condizioni rappresentative, in termini di quantità di armatura (longitudinale e trasversale), rapporto luce di taglio/altezza, forma della sezione trasversale, modalità di rottura.

I confronti con le travi isostatiche (serie ET e GT) sono stati omessi per brevità, in quanto già presentati in un precedente lavoro [4], in cui si era tuttavia fatto riferimento ad un diverso modello di calcolo. Si sottolinea comunque che i numerosi confronti eseguiti tra le curve numeriche e quelle sperimentali [2] hanno evidenziato le buone capacità del modello di cogliere il comportamento degli elementi considerati tanto a livello globale, fornendo una previsione sostanzialmente corretta del carico ultimo, quanto a livello locale, permettendo una valutazione approfondita sia degli sforzi nei materiali costituenti, sia delle aperture di fessura.

Nel seguito, l'attenzione verrà invece maggiormente focalizzata sull'analisi delle travi iperstatiche, anche se, per ragioni di sintesi, si è scelto di riportare in modo esaustivo i

risultati relativi ad uno solo degli elementi considerati, denominato HH4.

#### 4.1 La trave iperstatica HH4

La trave analizzata fa parte di un'estesa campagna sperimentale condotta a Stoccarda da Leonhardt, Walther e Dilger [6], volta ad investigare l'influenza di alcuni specifici parametri sulla resistenza al taglio di travi iperstatiche in c.a. In particolare, gli elementi della serie HH, di cui fa parte anche la trave considerata in modo approfondito nel seguito, sono stati testati allo scopo di indagare l'influsso esercitato dalla posizione del carico applicato (e quindi, in ultima analisi, dal rapporto tra momento e taglio agenti  $M/Qh$ , avendo indicato con  $h$  l'altezza utile delle travi) sulla capacità portante a taglio.

Le caratteristiche geometriche e lo schema di carico relativo alla trave HH4 sono stati riportati in Figura 3. Come si può notare, l'elemento, su tre appoggi, ha sezione rettangolare ed è armato con barre longitudinali  $\phi 14$  e staffe  $\phi 8$  a passo costante. Le caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati sono state riportate con maggior dettaglio in Tabella 1.

Tabella 1 – Proprietà dei materiali [6]

Calcestruzzo		Ferri longitudinali		Staffe	
$f_c$ (MPa)	$f_{ct,n}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)
23.0	4.18	417.0	210000	371.0	210000

Le simulazioni numeriche sono state condotte cercando di mantenere un giusto equilibrio tra la bontà dei risultati ottenuti e l'efficienza numerica; pertanto si è cercato un ragionevole compromesso tra accuratezza della mesh e "raffinatezza" del modello cinematico adottato. In generale si è scelto di privilegiare maggiormente quest'ultimo aspetto, utilizzando una funzione polinomiale del quarto ordine per la descrizione del campo degli spostamenti, unitamente ad una mesh non eccessivamente fitta lungo lo sviluppo longitudinale della trave (che è stata modellata soltanto per metà, sfruttando la simmetria strutturale).

I confronti eseguiti tra i dati sperimentali raccolti e i risultati ottenuti dall'analisi agli elementi finiti sono stati molteplici, dal momento che durante le prove, oltre alla "consueta" freccia in corrispondenza del carico applicato (indicato con  $P/2$  in Fig. 3), sono state monitorate anche altre grandezze, relative al comportamento locale dell'elemento, quali la tensione nelle barre longitudinali e nelle staffe, la tensione nel conglomerato al lembo superiore e inferiore della trave, l'andamento del quadro fessurativo.

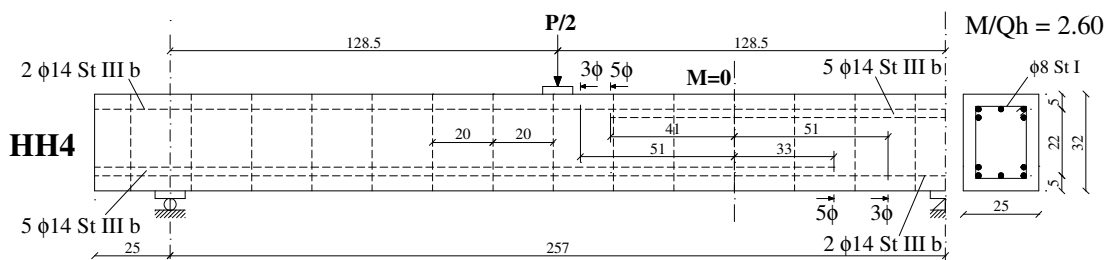


Figura 3 – Caratteristiche geometriche e schemi di carico relativi alla trave iperstatica HH4 [6].

Nel seguito sono quindi riportate le curve numeriche (e le relative sperimentali) ottenute in termini di carico applicato – freccia a un quarto della luce (Fig. 4), somma delle aperture di fessura (Figg. 5-6), massima apertura di fessura (Figg. 7-8), tensione nelle barre longitudinali (Figg. 9-10) e nelle staffe (Fig. 11).

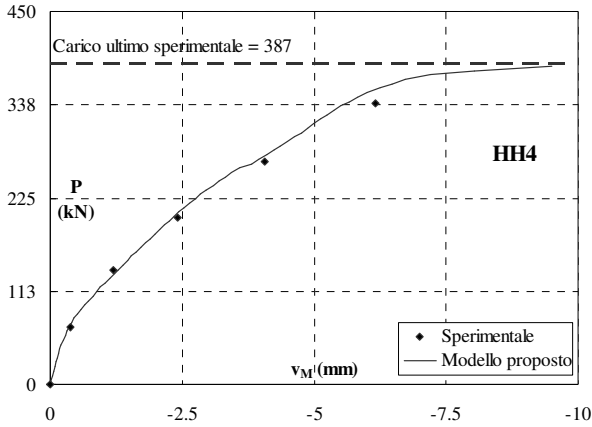


Figura 4 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – freccia in mezzeria,  $v_M$ .

Come si può evincere dai grafici presentati, il comportamento deformativo della trave è stato descritto con buona approssimazione dal programma proposto, sia a livello di stato limite di esercizio, sia a livello ultimo, data la sostanziale coincidenza tra il valore del carico ultimo numerico e quello sperimentale. Il modello è stato inoltre in grado di rappresentare l'andamento del quadro fessurativo lungo la trave, fornendo valori di apertura di fessura in buon accordo con quelli misurati nel corso delle prove, tanto per la zona compresa tra l'appoggio esterno e il punto di applicazione del carico (Figg. 5, 7), quanto per quella centrale della trave (Figg. 6, 8).

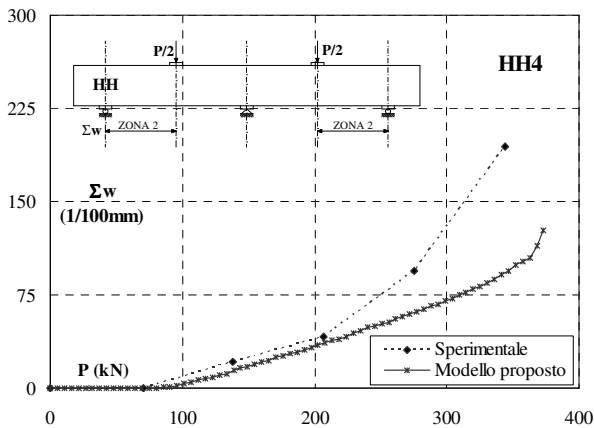


Figura 5 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – somma delle aperture di fessura,  $\Sigma w$ .

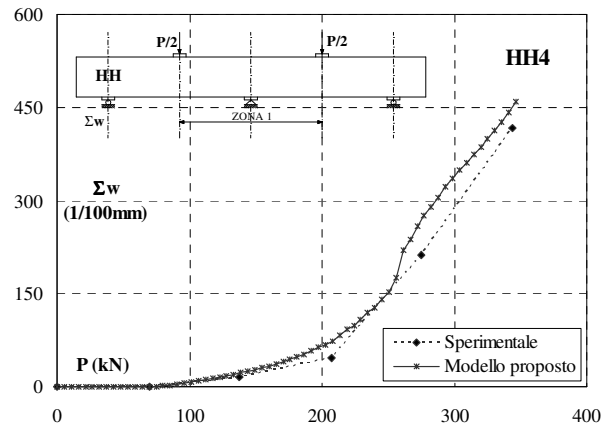


Figura 6 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – somma delle aperture di fessura,  $\Sigma w$ .

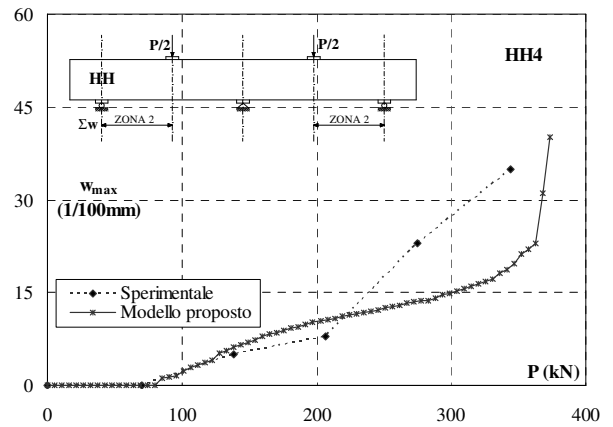


Figura 7 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – massima apertura di fessura,  $w_{max}$ .

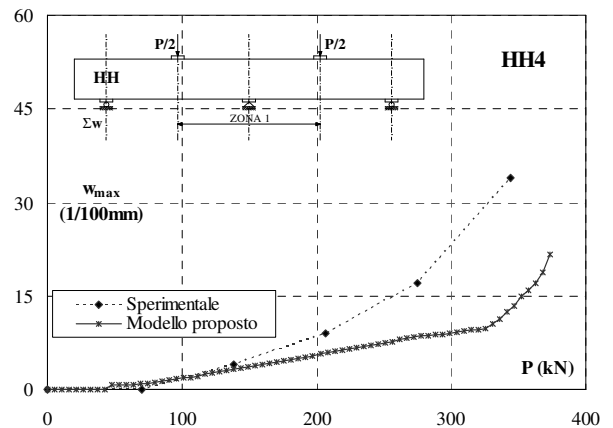


Figura 8 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – massima apertura di fessura,  $w_{max}$ .

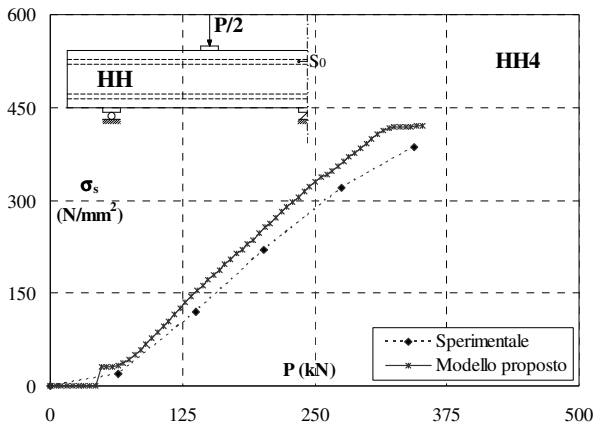


Figura 9 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – tensione nelle barre longitudinali,  $\sigma_s$ .

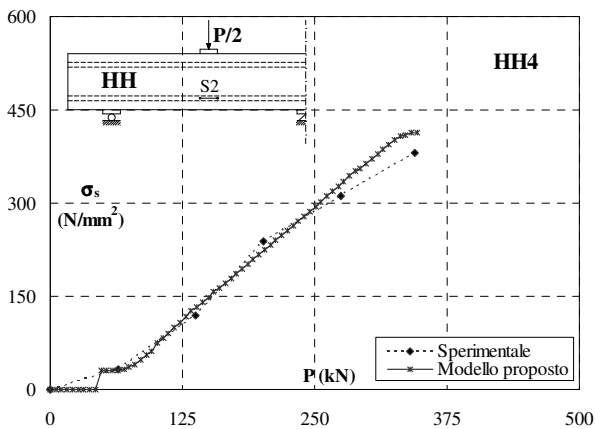


Figura 10 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – tensione nelle barre longitudinali,  $\sigma_s$ .

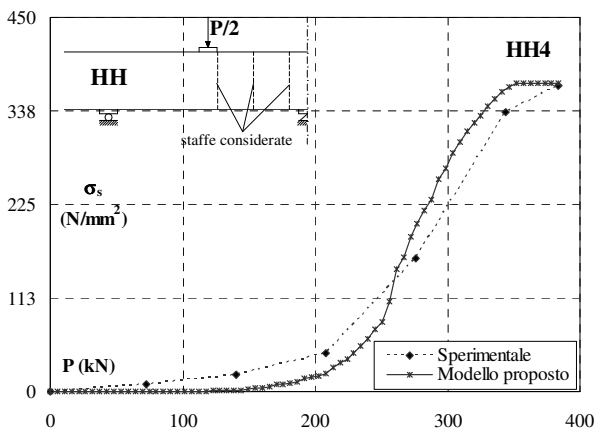


Figura 11 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – tensione nelle staffe,  $\sigma_s$  (massimo tra i valori registrati in corrispondenza delle staffe indicate in Figura).

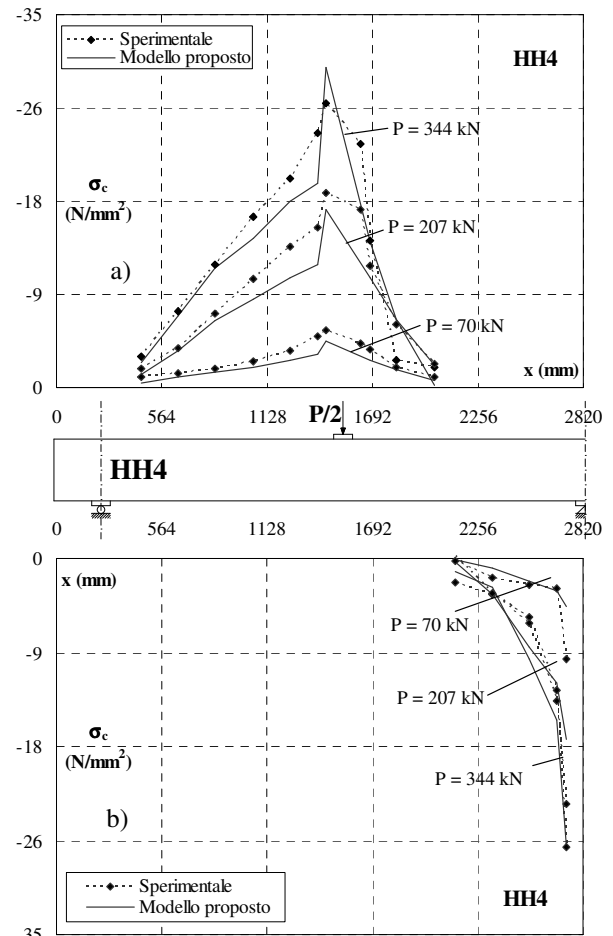


Figura 12 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali relativi all'andamento della tensione nel calcestruzzo al lembo a) superiore e b) inferiore della trave, in corrispondenza di livelli di carico prefissati.

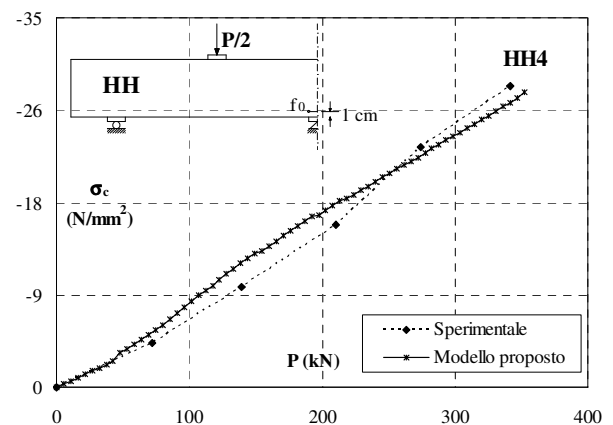


Figura 13 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato,  $P$  – tensione nel calcestruzzo compresso al lembo inferiore in corrispondenza dell'appoggio intermedio,  $\sigma_c$ .

Le analisi numeriche effettuate hanno permesso di studiare anche altre grandezze fondamentali per una corretta comprensione del comportamento strutturale, che risultano di grande utilità qualora si vogliano condurre analisi avanzate in fase di progetto. Particolare attenzione è stata rivolta, in tal senso, alla determinazione delle tensioni tanto nelle barre longitudinali (Figg. 9-10) e nelle staffe (Fig. 11), quanto nel calcestruzzo al lembo superiore ed inferiore della trave (Fig. 12) ed in corrispondenza dell'appoggio intermedio (Fig. 13).

In Figura 14, infine, vengono mostrati i valori assunti dalle deformazioni longitudinali della sezione trasversale della trave in corrispondenza dell'appoggio intermedio per valori prefissati del carico applicato.

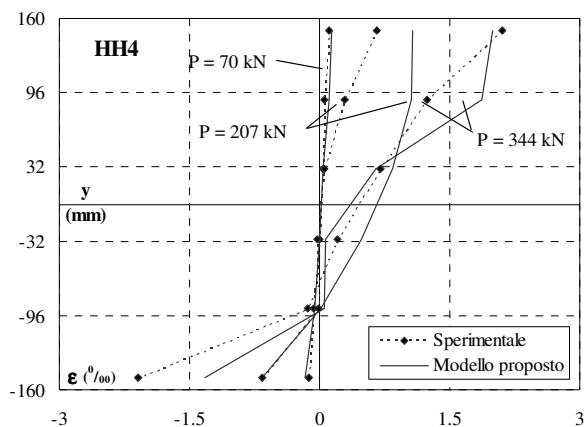


Figura 14 – Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali relativi all'andamento delle deformazioni longitudinali del calcestruzzo in corrispondenza dell'appoggio intermedio, per prefissati livelli di carico.

## 5. ESEMPI DI APPLICAZIONE DEL MODELLO PROPOSTO AL PROGETTO DI TRAVI IN C.A.

La modellazione delle prove sperimentali sopra riportate ha avuto come scopo principale quello di verificare l'efficacia della procedura numerica proposta nell'analisi del comportamento strutturale di travi in c.a. tanto isostatiche quanto iperstatiche.

Dal momento che in entrambi i casi il modello si è rivelato in grado di rappresentare in modo sostanzialmente corretto il reale comportamento fisico delle strutture esaminate, è lecito pensare che esso possa essere a tutti gli effetti utilizzato come valido ausilio alla progettazione corrente, specie in fase di verifica degli elementi strutturali. A titolo di esempio, viene allora presentato un caso di studio basato su ipotesi progettuali ricorrenti, specie nell'edilizia civile, che permette di comprendere meglio le effettive potenzialità della metodologia proposta.

Nello specifico, sono state considerate due travi, rispettivamente isostatica e iperstatica (su tre appoggi), aventi entrambe sezione rettangolare e luce pari a 5 m, predimensionate utilizzando il metodo delle tensioni ammissibili sulla base di alcune regole "correnti" di progettazione, non certo infrequenti nella abituale prassi ingegneristica. Tali elementi risultano soggetti a consueti carichi trasmessi da solai di civile abitazione, calcolati ipotizzando una maglia di 4.80 m x 5 m e considerando uno schema statico su quattro appoggi per i travetti (le travi in esame rappresentano quindi gli appoggi della spina centrale). La disposizione delle armature longitudinali (dimensionate con riferimento ai correnti valori di momento  $pl^2/8$  – esatto – per la trave isostatica e  $pl^2/10$  – forfettario – per quella iperstatica, tenendo conto, in quest'ultimo caso, degli effetti di redistribuzione) e delle staffe è riportata in Figura 15, ed è sostanzialmente – e volutamente – la medesima per entrambi i casi esaminati.

L'analisi numerica è stata condotta utilizzando un polinomio del terzo ordine per la rappresentazione del campo degli spostamenti, prevedendo una suddivisione in 13 strati della sezione trasversale delle travi. Longitudinalmente è stata ancora una volta sfruttata la simmetria strutturale, che ha permesso di modellare soltanto metà della struttura in esame; anche in questo caso, comunque, è stata utilizzata una mesh non eccessivamente fitta per non dilatare troppo i tempi di calcolo. Le travi in esame sono state quindi assoggettate a carichi uniformemente distribuiti, corrispondenti alle diverse situazioni di progetto, ovvero esercizio (in cui si è assunto  $p = g + q = 41.335 \text{ kN/m}$ ) e stato limite ultimo; quindi il carico è stato incrementato fino al verificarsi del "cedimento numerico" dell'elemento.

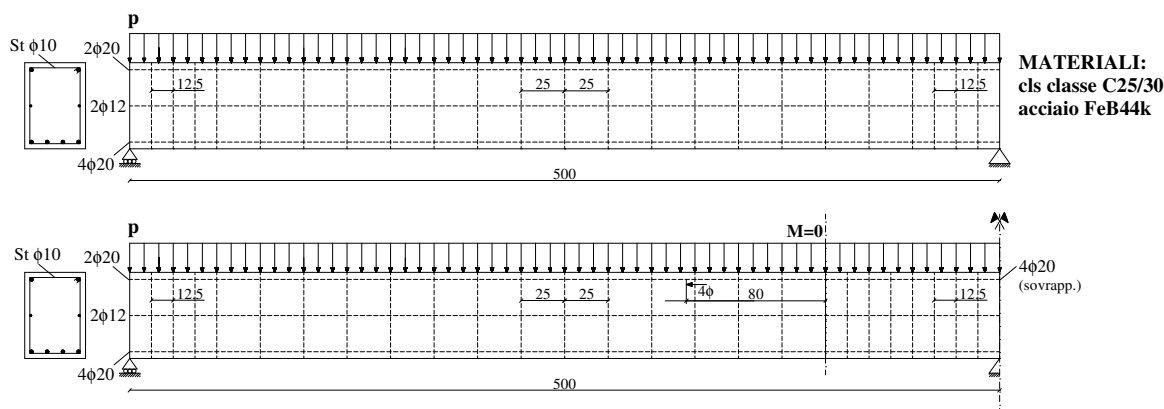


Figura 15 – Caratteristiche geometriche e schemi di carico relativi alle travi considerate.

La Figura 16 sintetizza i diversi comportamenti osservati numericamente, rispettivamente per la trave isostatica ed iperstatica, confrontando la risposta teorica, rappresentata in termini di carico applicato – abbassamento in mezzzeria della campata, con i valori del carico di servizio e del carico ultimo. Come si può osservare dall’esame di Figura 16, in entrambi i casi le travi esaminate si sono rivelate in grado di sopportare carichi superiori rispetto a quelli corrispondenti allo SLU; naturalmente, però, la trave iperstatica mostra un comportamento più rigido, associato ad una maggiore capacità portante. Come è lecito aspettarsi, inoltre, la trave isostatica evidenzia, a parità di carico applicato, una maggiore estensione del quadro fessurativo, rappresentato in Figura 17 in termini di carico applicato – somma delle aperture di fessura. La trave isostatica, in particolare, comincia a fessurarsi già sotto l’azione dei carichi di esercizio, anche se localmente l’apertura di fessura rimane comunque contenuta entro gli 0.4 mm previsti dall’EC2 per strutture “interne” al fabbricato; al contrario, l’iperstatica si fessura proprio in corrispondenza del raggiungimento di  $P_{SLE}$ .

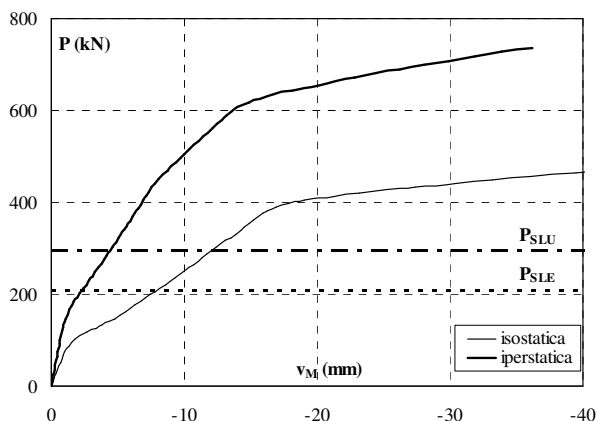


Figura 16 – Carico applicato,  $P$  – abbassamento nel punto di mezzzeria,  $v_M$ , per le due situazioni teoriche indagate.

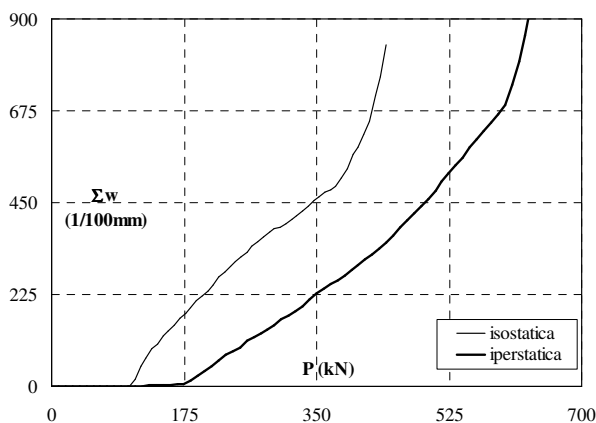


Figura 17 – Carico applicato,  $P$  – somma delle aperture di fessura,  $\Sigma w$ , per le due situazioni teoriche indagate.

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un modello teorico-numerico per l’analisi del comportamento strutturale di travi in c.a. genericamente caricate e vincolate; modello che è stato opportunamente verificato sulla base di un dettagliato programma sperimentale presente nella letteratura scientifica.

Il procedimento proposto è stato inoltre esteso ed applicato per analizzare problematiche concrete legate alla corrente progettazione strutturale, configurandosi come un valido strumento di verifica delle ipotesi progettuali seguite, in grado di fornire preziose informazioni concernenti l’efficacia e l’affidabilità nel tempo degli elementi considerati. L’analisi numerica, infatti, è in grado non solo di predire il carico ultimo della trave considerata, ma anche di rappresentarne con sufficiente realismo il comportamento locale sotto le azioni di esercizio, tanto in termini di sviluppo e distribuzione del quadro fessurativo, quanto a livello di stato tensionale e deformativo nei materiali costituenti. In virtù delle sue specifiche peculiarità, inoltre, il procedimento proposto si presta anche a descrivere particolari situazioni di rotture locali dovute a forti concentrazioni degli sforzi, che possono essere provocate dalla presenza di carichi e vincoli concentrati, casi di non semplice trattazione con riferimento agli usuali metodi di calcolo di tipo sezionale.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] MICHELINI, E., BERNARDI, P., CERIONI, R., IORI, I. (2006) – Un metodo per l’analisi non lineare di travi in conglomerato armato, Atti del 16° Congresso C.T.E., 9-11 Novembre, Parma.
- [2] MICHELINI, E., (2007) – Un modello non lineare per l’analisi in campo bidimensionale di strutture in conglomerato armato, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Parma.
- [3] BELLETTI, B., CERIONI, R., IORI, I. (2001) – A Physical Approach for Reinforced Concrete (PARC) membrane elements, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 127(12).
- [4] BELLETTI, B., CERIONI, R., IORI, I., PROVENZALE, L. (2002) – Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beams, *Studies and Researches*, Politecnico di Milano, Vol. 23.
- [5] LEONHARDT, F., WALTHER, R., (1962) – Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, H.151, Ernst & Sohn, Berlin.
- [6] LEONHARDT, F., WALTHER, R., DILGER, W. (1964) – Schubversuche an Durchlaufträgern (Zweifeldrige Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, H.163, Ernst & Sohn, Berlin.

# UN NUOVO MODELLO ANALITICO PER IL PROGETTO A TAGLIO DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO PRIVI DI ARMATURA TRASVERSALE

Fausto Minelli, Giovanni A. Plizzari

Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Ambiente e Territorio (DICATA), Università di Brescia.

## SOMMARIO

Il progetto di travi in calcestruzzo armato soggette a sollecitazioni taglianti continua ad essere materia di vivace dibattito nella comunità scientifica. Le formulazioni sulla resistenza a taglio presenti nelle diverse normative vigenti sono in continua evoluzione e in generale tendono a divenire più severe: uno stesso elemento strutturale può risultare ampiamente verificato o meno a seconda della normativa considerata. Diventa quindi necessario ed urgente uno studio approfondito che consenta di approfondire le conoscenze sui meccanismi resistenti, sulla rigidezza e sulla duttilità di strutture soggette ad azioni taglianti.

Molti sono i parametri che influenzano la resistenza a taglio di un elemento in calcestruzzo armato privo di rinforzo trasversale: la snellezza a taglio, la dimensione dell'elemento (per l'effetto scala), la presenza o meno di azione assiale (trazione o compressione), la percentuale di armatura longitudinale, la resistenza a compressione del calcestruzzo, le condizioni di carico, la forma della sezione trasversale e la distribuzione dell'armatura longitudinale all'interno della sezione.

L'aggiunta di fibre di acciaio in misura variabile alla matrice cementizia è pratica nota da tempo e ne è stata provata l'efficacia in termini di aumentata duttilità e resistenza in fase fessurata, in molteplici applicazioni strutturali e non, quali pavimentazioni industriali, pannelli prefabbricati e chiusini. Il fibrorinforzato può inoltre sostituire, parzialmente o totalmente, l'armatura a taglio in travi.

Questo lavoro presenta e discute una nuova formulazione analitica per il calcolo della resistenza a taglio di travi in fibrorinforzato prive di armatura a trasversale e per la determinazione dell'armatura minima a taglio costituita da fibre. Viene inoltre presentato un esempio di calcolo su un caso reale che evidenzia il notevole risparmio di armatura con l'utilizzo del fibrorinforzo.

## SUMMARY

The present paper deals with some crucial design aspects of Fiber Reinforced Concrete (FRC) beams under shear loading, with or without conventional transverse reinforcement. It focuses on shear critical beams made of plain concrete or FRC. A recent analytical proposal of the Authors predicting the shear strength of FRC members without stirrups is further developed and compared against 60 experiments available in the literature. Special emphasis is devoted to the actual resistance mechanism provided by fibers and to the development of design guidelines. A statement on the minimum shear reinforcement provided by steel fibers is also derived and critically discussed.

Last but not least, a practical design application is proposed using the methodology derived and it is compared with the classical design approach included in the European Standard. The ongoing research at the University of Brescia aims to provide a simple procedure allowing engineers to become familiar with FRC and to incorporate it in the shear-design formulations of building codes.

## 1 INTRODUZIONE

Il comportamento di travi in calcestruzzo armato soggette a sollecitazioni taglianti continua ad essere materia di vivace dibattito all'interno della comunità scientifica.

Park e Paulay [1] e Kani [2] furono tra i primi negli anni 60 a modellare il comportamento a taglio in maniera sistematica. I primi evidenziarono e descrissero i meccanismi resistenti a taglio (aggregate interlock - oggi più conosciuto come friction-, dowel action e calcestruzzo compresso) e distinsero tra comportamento a trave e ad arco; il secondo si interessò soprattutto dell'interazione taglio-momento, definendo la ben nota "Valley of diagonal shear failure", oggi anche conosciuta come "Valle del Kani", in cui si calcolarono i domini di rottura a taglio di travi semplicemente appoggiate prive di staffe, al variare della resistenza a compressione, della snellezza a taglio e della percentuale di armatura. Questi risultati sono ancora oggi tutti validi, anche se non esaustivi.

Già all'inizio dello scorso secolo, nel 1907, molti esperimenti a taglio furono condotti dal Professor Talbot [3] della University of Illinois, che concluse la sua imponente

campagna sperimentale asserendo che *"con questo considerevole numero di tests ci si sarebbe aspettata una comprensione del problema piuttosto completa. Tuttavia questo non è il caso nostro...c'è ancora molto da apprendere prima che il problema possa considerarsi risolto"*.

Molti sono infatti i parametri che influenzano la resistenza a taglio di un elemento in calcestruzzo armato privo di rinforzo trasversale: la snellezza a taglio, la dimensione dell'elemento (più noto come effetto scala o "size effect"), la presenza o meno di azione assiale (trazione o compressione), la percentuale di armatura longitudinale tesa, la resistenza a compressione del calcestruzzo, le condizioni di carico, le dimensioni degli aggregati, la forma della sezione trasversale e la distribuzione dell'armatura longitudinale all'interno della sezione.

Inserire l'influenza di tutti questi parametri in una formulazione che sia applicabile nella progettazione è pertanto alquanto complicato. Si può quindi riaffermare con forza quanto espresso da Talbot ormai un secolo fa.

Recentemente, Reineck et al. [4] hanno analizzato oltre 1000 tests su travi soggette a taglio, senza alcun rinforzo trasversale,



presenti in letteratura, evidenziando come molte normative vigenti siano di fatto basate su formulazioni empiriche tarate su campagne sperimentali molto limitate, e che la quasi totalità delle formulazioni presenti non tenga conto in maniera adeguata dell'effetto scala, visto che le prove sperimentali su provini in scala reale sono molto limitate e per lo più recenti. La presenza dell'effetto scala in travi senza armatura trasversale è di rilevante importanza, come dimostrato recentemente da Lubell et al. [5].

L'aggiunta di fibre di acciaio alla matrice cementizia in misura variabile si è dimostrata efficace in termini di aumentata duttilità e resistenza in fase fessurata (definita nel seguito come tenacità) [6], in molteplici applicazioni strutturali e non, quali pavimentazioni industriali su suolo elastico [7], pannelli di tamponamento [8] e piccoli elementi prefabbricati.

Il notevole interesse per il calcestruzzo fibrorinforzato risulta giustificato non solo dalle reali o potenziali applicazioni sopra delineate, ma anche in considerazione della sinergia derivante dall'impiego congiunto di fibre e calcestruzzo ad alta resistenza (HSC). In questo contesto si collocano numerosi studi finalizzati ad indagare la possibilità di una sostituzione, parziale o totale, dell'armatura a taglio con fibre in acciaio.

Casanova, Rossi e Schaller [9] hanno mostrato come fibre in percentuale volumetrica pari all'1,25%, utilizzate in un calcestruzzo ad alta resistenza, possano sostituire efficacemente le staffe.

I risultati sperimentali ottenuti da Williamson [10] hanno evidenziato che l'utilizzo di fibre rettilinee in percentuale volumetrica superiore all'1.5%, in sostituzione della classica armatura a taglio, ha comportato un aumento della resistenza a taglio del 45% rispetto al caso di medesimi provini senza alcun rinforzo. Aggiungendo, invece, fibre uncinato in percentuale volumetrica pari a circa l'1%, la resistenza a taglio è risultata superiore del 45-70%, tanto da portare ad un collasso per flessione dei provini. In generale, al crescere del contenuto di fibre, la resistenza per taglio aumenta considerevolmente.

Nonostante questa estesa sperimentazione e il fatto che il fibrorinforzato possa ormai ritenersi un materiale ben conosciuto (dopo trent'anni di ricerca), vi è ancor oggi una grande carenza di riferimenti normativi che includano il fibrorinforzo e permettano che esso venga utilizzato nella pratica edilizia.

Sulla base di numerosi risultati sperimentali condotti presso l'Università di Brescia [11,12], in questo lavoro viene presentata una nuova formulazione che adatta quella attualmente contenuta nell' EC2 [13] al fibrorinforzato per la resistenza a taglio di elementi privi di armatura trasversale. Viene inoltre presentato un approccio per la determinazione del quantitativo minimo di armatura trasversale costituita da fibre. Tali formulazioni sono state recentemente incluse nelle Linee Guida CNR DT 204/2006 [14].

Il lavoro si conclude con un esempio di progettazione a taglio di una trave in calcestruzzo fibrorinforzato.

## 2 PRESCRIZIONI NORMATIVE

Molte delle formulazioni presenti in letteratura per modellare il contributo delle fibre alla resistenza a taglio prevedono la determinazione di fattori e/o quantità non direttamente

correlate alle caratteristiche di tenacità che il rinforzo fibroso conferisce al composito.

La scuola nordamericana ha, in questi ultimi anni, prediletto il fattore di fibra  $F$ , che è funzione del rapporto d'aspetto, della percentuale volumetrica e della forma della fibra, secondo la formulazione seguente:

$$F = \left( \frac{L}{D} \right) \cdot V_f \cdot D_f \quad (1)$$

dove:

$L$  è la lunghezza della fibra;

$D$  è il diametro della fibra;

$L/D$  è il rapporto di aspetto della fibra;

$V_f$  è la percentuale volumetrica della fibra;

$D_f$  è il *bond factor* della fibra, che può variare da 0.5 a 1 a seconda della geometria della fibra e della matrice cementizia.

Essendo di non facile interpretazione, il fattore di aderenza  $D_f$  è spesso assunto. Di fatto, questo approccio semplice ed immediato non tiene conto dell'interazione tra la fibra e matrice cementizia. Infatti, fibre diverse possono avere un fattore  $F$  molto simile ma conferire al composito un comportamento post-picco del tutto differente. Le prestazioni del calcestruzzo fibrorinforzato vanno misurate sul composito, costituito dalla matrice cementizia, dalla fibra e dall'interfaccia tra la fibra e la matrice. Per fare un semplice esempio, se per ottenere la massima tenacità del composito occorre che la fibra si sfili dalla matrice (senza rompersi), è facile intuire che in matrici compatte e ad alta resistenza è bene usare fibre ad alta resistenza per evitare la rottura della fibra durante il processo di fessurazione del calcestruzzo. Il parametro  $F$ , che fa riferimento alla sola fibra, non è quindi un parametro prestazionale.

È pertanto più corretto correlare la resistenza a taglio ad una quantità parente con il composito costituito da calcestruzzo fibrorinforzato [11]. Questo è stato fatto attraverso l'introduzione, nella formulazione correntemente adottata dall'Eurocodice 2 [13], dei parametri di tenacità definiti dalla normativa italiana sul calcestruzzo fibrorinforzato UNI 11039 [15]. Tali parametri sono le resistenze equivalenti post-picco relative a piccole ampiezze di fessura (tipica per gli SLS) e ad ampiezze di fessura tipiche per gli stati limite ultimi (ULS), secondo la seguente definizione [15]:

$$f_{eq,(0-0.6)} = \frac{l}{b(h-a_0)^2} \cdot \frac{U_1}{0.6} \quad (2)$$

$$f_{eq,(0.6-3)} = \frac{l}{b(h-a_0)^2} \cdot \frac{U_2}{2.4} \quad (3)$$

dove i fattori in esse contenuti sono esemplificati in Figura 1.

Nella formula di progettazione proposta, è stata considerata la resistenza equivalente post-picco  $f_{eq(0.6-3)}$ . Infatti, nella vasta sperimentazione su provini a taglio condotta presso l'Università degli Studi di Brescia (per un totale di 42 prove sperimentali a taglio su elementi in scala reale [11]), si è dimostrata la capacità del rinforzo fibroso di conferire agli elementi strutturali un comportamento post-fessurativo molto stabile, fino ad aperture di fessura a taglio di 3-5 mm, a seconda della tenacità offerta dalle fibre. Si tenga conto che identici provini realizzati in calcestruzzo bianco hanno mostrato un comportamento molto fragile e il collasso si è

verificato per aperture di fessura a taglio inferiori a 0.3 mm (eccezione fatta per i provini precompressi).

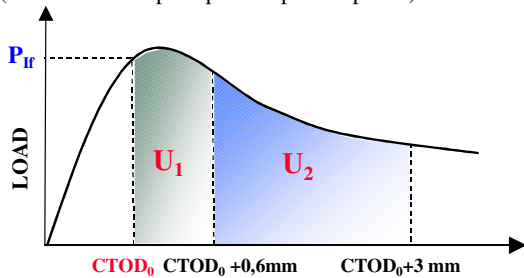


Figura 1. Calcolo degli indici di duttilità, Normativa Italiana Uni 11039 [15]

Un ulteriore aspetto significativo riguarda il modo in cui includere il contributo offerto dalle fibre nella formulazione corrente dell'Eurocodice 2 (EC2) [13]. Anche in questo caso, l'interpretazione dei risultati sperimentali è risultata essenziale per una corretta procedura analitica. Le fibre possono essere considerate come rinforzo diffuso presente nell'intero elemento strutturale. Esse permettono la trasmissione di significativi sforzi residui tra le facce di una fessura. In questo senso, esse possono essere considerate simili ad un rinforzo longitudinale secondario distribuito che, come osservato da Kuchma et al. [16], determina un comportamento strutturale molto più duttile (Figura 2), con un quadro fessurativo nella luce di taglio più articolato e diffuso. Ciò consente di evitare l'insorgere di un'unica macro fessura che scatena il "block mechanism" per bassi valori di apertura di fessura.

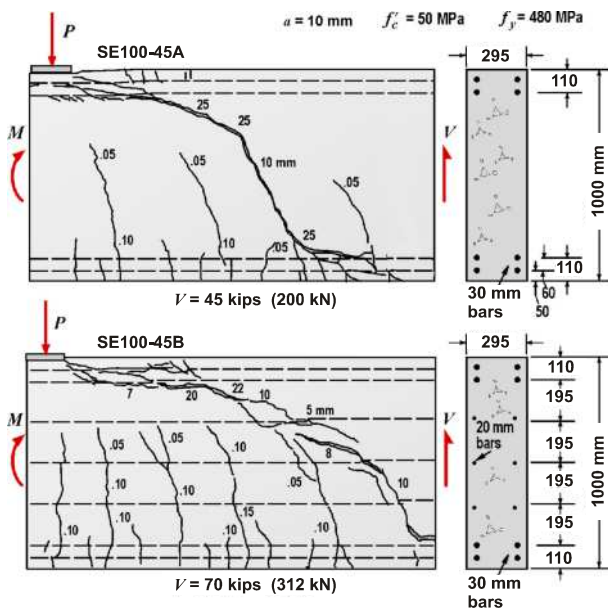


Figura 2: Quadri fessurativi relativi alla sperimentazione di Kuchma et al. [16]

Nella campagna sperimentale condotta da Kuchma et al. [16], l'aggiunta di armatura longitudinale diffusa (che non ha sostanzialmente modificato la percentuale d'armatura tesa a flessione) ha permesso il raggiungimento di una duttilità pressoché doppia e di una capacità portante maggiore del 50% rispetto al provino privo di tale armatura aggiuntiva (Figura

3). Tali risultati sono del tutto simili a quelli ottenuti con l'aggiunta di fibre, come evidenziato in Figura 4 e in Figura 5. La prima mostra le curve carico-spostamento di tre travi "shear-critical", prive di staffe, in cui il provino HSC-PC è stato confezionato senza fibre, il provino HSC-FRC1 con 50 kg/m<sup>3</sup> di fibre di acciaio a normale resistenza, mentre l'ultimo provino è stato confezionato con 50 kg/m<sup>3</sup> di fibre di acciaio ad alta resistenza [12]. La seconda immagine riporta un confronto tra i quadri fessurativi a collasso per gli stessi tre provini. Dall'osservazione delle due figure, è evidente l'influenza delle fibre nel determinare un quadro fessurativo più articolato e diffuso. Le fibre più resistenti hanno perfino evitato il collasso a taglio dell'elemento permettendo lo sviluppo della capacità massima della struttura, con un collasso flessionale associato a notevole duttilità globale [11].

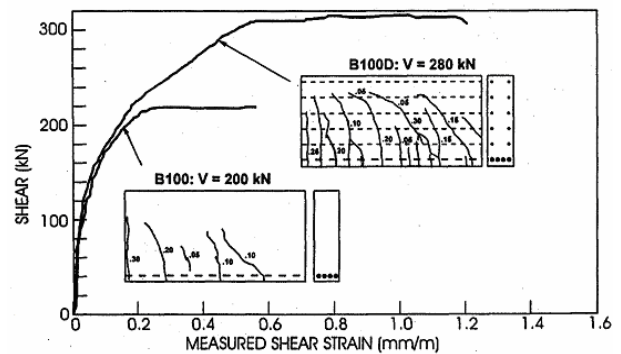


Figura 3. Risultati sperimentali di Kuchma et al. [16]

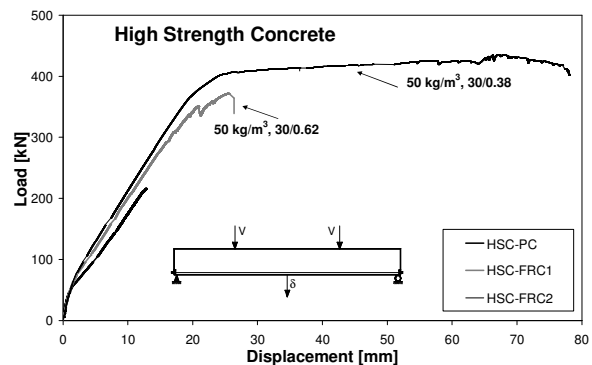


Figura 4. Risultati sperimentali, serie HSC [12]

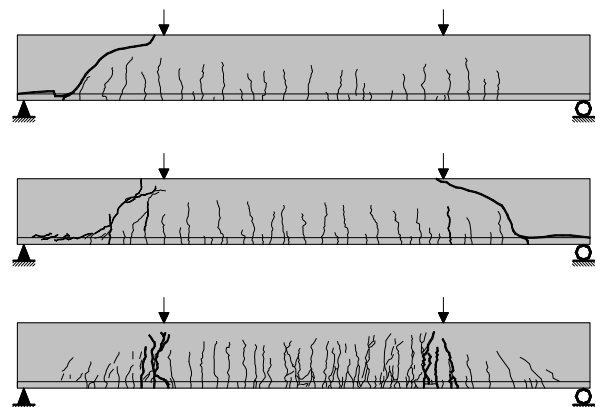


Figura 5. Quadri fessurativi a collasso, serie HSC [12]

È evidente che l'aggiunta di fibre migliora il comportamento post-fessurativo in maniera molto simile all'armatura longitudinale distribuita lungo l'altezza dell'elemento. È per questo motivo che si è pensato di includere il contributo della resistenza a taglio dovuto alle fibre con un coefficiente correttivo della percentuale di armatura longitudinale, che fosse strettamente legato alle prestazioni del FRC.

Si deve inoltre osservare che la definizione di un contributo a taglio (dovuto alle fibre) additivo a quello del calcestruzzo, come suggerito da molti modelli precedentemente citati [17], non sembra rispettosa del comportamento effettivo, in cui l'interazione matrice cementizia-fibra (miglioramento del meccanismo di tension-softening; [11]) risulta essere il meccanismo resistente fondamentale.

La formulazione corrente contenuta nell'EC2 per il progetto e verifica a taglio di elementi in calcestruzzo armato privi di armatura trasversale è la seguente:

$$V_{Rd,ct} = \left[ \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} + 0.15 \cdot \sigma_{CP} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4)$$

che, opportunamente modificata per includere il contributo delle fibre, diviene:

$$V_{Rd,ct,FIBERS} = \left[ \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot (1 + \frac{a}{d} \cdot \frac{f_{eq(0.6-3)}}{f_{ct}}))^{2/3} \cdot f_{ck} + 0.15 \cdot \sigma_{CP} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (5)$$

dove  $f_{ct}$  è la resistenza a trazione del calcestruzzo e  $a/d$  è la luce di taglio.

Il parametro  $a/d$  risulta essere di non facile applicazione nei casi reali (anche se, per un carico uniformemente distribuito, come dimostrato da Kani [2], la luce di taglio può essere assunta pari a  $l/4$  dove  $l$  è la luce della trave). Esso, nel caso più conservativo, può essere assunto pari a 2.5, corrispondente al rapporto  $a/d$  critica con minima resistenza a taglio.

Si ricorda che la formulazione precedente, sia per come è stata concepita nel corrente Eurocodice 2 [13], sia per come è stata ampliata nel caso del calcestruzzo fibrorinforzato, è da ritenersi valida all'interno di meccanismi a taglio del tipo "shear diagonal failure" ( $a/d \geq 2.5$ ), da distinguersi da quelli "strut and tie" ( $a/d < 2.5$ ).

Anche il parametro  $f_{ct}$  può essere di non facile determinazione, soprattutto a livello progettuale. In tal caso, la resistenza a trazione può essere definita in funzione di quella a compressione in accordo alla vigente normativa europea [13]. Considerando queste due ultime osservazioni, la formulazione proposta diviene:

$$V_{Rd,ct,FIBERS} = \left[ \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot (1 + 2.5 \cdot \frac{f_{eq(0.6-3)}}{0.30 \cdot (f_{ck})^{2/3}}))^{2/3} \cdot f_{ck} + 0.15 \cdot \sigma_{CP} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (6)$$

È importante sottolineare come il modello proposto dia risultati accurati e includa l'effetto del rinforzo fibroso in maniera rigorosa e razionale.

Tale formulazione è stata ampiamente discussa e verificata con risultati sperimentali. La Figura 6 evidenzia come, in un ampio range di valori di resistenza a trazione e sforzo equivalente  $f_{eq(0.6-3)}$ , la formulazione proposta comporti dei valori di progetto a taglio ( $V_{Rd,ct,FIBERS}$ ) plausibili, rispetto a

quelli calcolati su un medesimo provino non fibrorinforzato ( $V_{Rd,ct}$ ).

È bene sottolineare che gli altri fattori che influenzano la resistenza a taglio inclusi nella formulazione base dell'EC2 (percentuale di armatura longitudinale, resistenza a compressione, fattore di scala  $k$ ) non risultano influenzare il rapporto tra resistenza a taglio di un elemento fibrorinforzato e resistenza a taglio dello stesso elemento non fibrorinforzato. Una tale assunzione andrebbe verificata attentamente, specialmente per quanto riguarda l'effetto scala. Primi risultati fanno pensare che, in presenza di fibre, l'effetto scala si riduca significativamente. Mantenere pertanto la corrente formulazione del fattore  $k$  anche per gli elementi in fibrorinforzato risulta essere conservativo [18].

Si noti inoltre che i valori del rapporto  $V_{Rd,ct,FIBERS}/V_{Rd,ct}$  superiori a due sono ragionevoli e sono stati confermati anche dai risultati sperimentali (provino HSC-FRC2 in Figura 4).

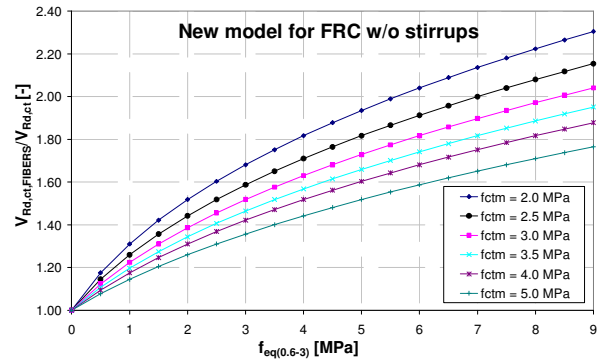


Figura 6. Il contributo aggiuntivo delle fibre come da modello proposto

La Figura 7 riporta il grafico  $V_{Rd,ct,FIBERS}/V_{Rd,ct}$  in funzione del rapporto  $f_{eq(0.6-3)}/f_{ct}$ ; anche in questo caso, considerando ampi intervalli nel rapporto tra resistenza equivalente e resistenza a trazione, si può osservare che il taglio resistente di un elemento fibrorinforzato assume valori in accordo con la sperimentazione effettuata; si noti che la curva analitica risulta essere conservativa rispetto ai risultati di 15 prove sperimentali riportati nel grafico.

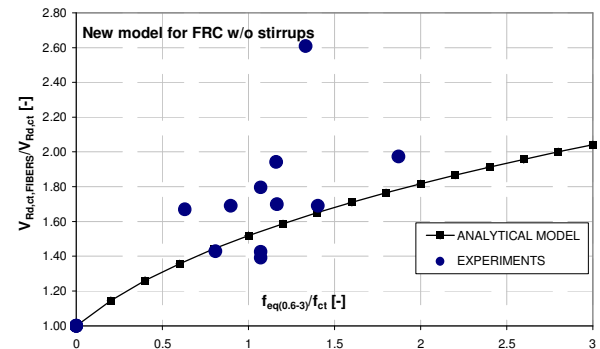


Figura 7. Curva  $V_{Rd,ct,FIBERS}/V_{Rd,ct} \cdot f_{eq(0.6-3)}/f_{ct}$ .

La Figura 8 mostra l'andamento della resistenza a taglio in funzione della percentuale d'armatura longitudinale, ottenuto da una analisi numerica parametrica condotta su travi shear-critical tramite il programma ad elementi finiti VecTor2, basato sulla "Modified Compression Field Theory" [19].

Prove sperimentali con percentuale di armatura dell'1,04% hanno opportunamente validato il programma e i legami costitutivi adottati [11].

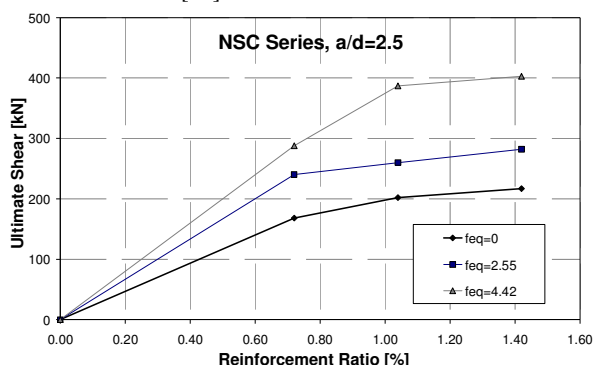


Figura 8. Incremento di resistenza a taglio all'aumentare della percentuale di armatura longitudinale e della resistenza equivalente post-picco

Si può osservare come, all'aumentare della percentuale di armatura longitudinale, la crescita del taglio ultimo sia più significativa per quantitativi di fibra crescenti. Tale evidenza conferma la bontà della scelta di modellare il contributo a taglio delle fibre come modificatore della percentuale di armatura longitudinale.

La Figura 9 mostra il confronto tra il modello qui proposto e la formulazione progettuale RILEM [17], con i risultati delle 60 prove sperimentali, di cui 43 presenti nel database RILEM.

È importante sottolineare che la caratterizzazione meccanica con il calcolo delle tensioni residue è stata eseguita utilizzando la normativa RILEM [17] per le prove svolte dalla RILEM, e la normativa UNI 11039 [15] per le prove condotte presso l'Università di Brescia. A tal fine si è ipotizzato che i corrispondenti parametri coincidessero, cioè che  $f_{eq(0,6-3)}=f_{eq,3}$ . Tale ipotesi è ragionevole e giustificata da studi comparativi tra le due normative presenti in letteratura [20].

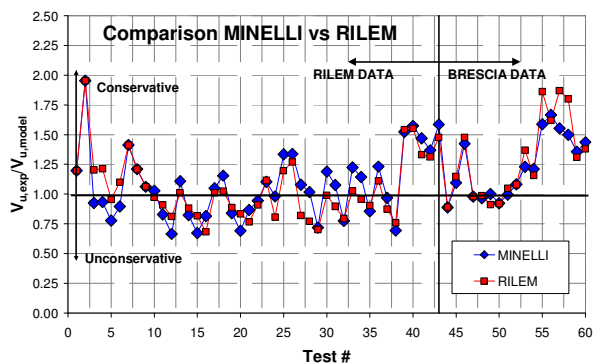


Figura 9. Confronto tra modello RILEM [17] e MINELLI [11]

Si può notare che il fitting dei risultati risulta soddisfacente in entrambi i casi; i risultati sono molto simili, con una leggera tendenza, per quanto concerne il modello qui proposto, ad essere più conservativo.

In conclusione, gli aspetti positivi di tale formulazione possono essere qui brevemente riassunti:

- Modella il contributo a taglio del fibrorinforzato come contributo incluso in quello del calcestruzzo senza utilizzare un contributo additivo separato.
- Considera l'incremento di duttilità e di tension-softening che le fibre conferiscono alla matrice cementizia definendolo in funzione della resistenza equivalente post-picco relativa agli stati limite ultimi (parametro prestazionale).
- Include il contributo delle fibre come armatura longitudinale integrativa. Aumentando l'armatura longitudinale si limita lo sviluppo delle fessure e pertanto si garantisce una maggior efficienza dei meccanismi resistenti a taglio. Essendo un'armatura distribuita, le fibre garantiscono un quadro fessurativo più complesso e articolato, evitando la localizzazione anticipata di una macro fessura a taglio.
- Dal confronto con 60 prove (43 da database RILEM e 17 da database Università di Brescia), si osserva che il modello proposto è in accordo con i risultati sperimentali, che sono comunque sempre affetti da significativa incertezza legata a meccanismi strettamente dipendenti dalla resistenza a trazione del calcestruzzo.
- Il modello RILEM [17], pur risultando in buon accordo con i risultati sperimentali, è prevalentemente empirico e non modella accuratamente il reale comportamento strutturale di travi fibrorinforzate non armate a taglio.

### 3 ARMATURA MINIMA A TAGLIO

Il ruolo principale dell'armatura minima a taglio è quello di limitare lo sviluppo di fessure da taglio, di aumentare la duttilità e di assicurare che il contributo resistente a taglio offerto dal calcestruzzo sia mantenuto fino al raggiungimento dello snervamento di tale armatura. In altre parole, c'è pressoché unanime accordo che, prima del collasso strutturale, una struttura in calcestruzzo armato debba dare opportuni segnali di cedimento, sia in termini di freccia che di fessurazione. Questo non avviene per le travi non armate a taglio, come ampiamente enfatizzato nei paragrafi precedenti, mentre viene assicurato dalla presenza di una minima quantità di armatura trasversale. Tale armatura può essere omessa quando la probabilità di fessurazione diagonale risulta significativamente remota, oppure in elementi strutturali di secondaria importanza statica, o infine in strutture ampiamente iperstatiche, nelle quali può avvenire una sostanziale redistribuzione degli sforzi con conseguente adeguata duttilità. Il problema dell'armatura minima a taglio è stato studiato sperimentalmente all'Università di Brescia, dove è stato messo a confronto l'effetto dell'armatura minima convenzionale a taglio dell'EC2 [13] con la risposta di provini fibrorinforzati e privi di staffe, al fine di verificare i parametri prestazionali del FRC che permettono di poter sostituire l'armatura minima convenzionale con fibre di acciaio.

La Figura 10 riporta la curva carico-spostamento relativa a tre medesime prove a taglio ( $a/d=2.5$ ,  $\rho_s=1.04\%$ ). Tutti i provini sono caratterizzati dalle stesse caratteristiche meccaniche dei materiali: resistenza cilindrica a compressione pari a 22.6 MPa, a trazione pari a 2.8 MPa e modulo elastico di 26100 MPa (misurati durante l'esecuzione delle prove). Le tre curve rappresentano la risposta strutturale del provino di riferimento (calcestruzzo bianco senza staffe), di quello con armatura minima convenzionale calcolata in accordo all'EC2,

e con  $20 \text{ kg/m}^3$  di fibre di acciaio aventi lunghezza e diametro rispettivamente pari a 50 mm e 1.0 mm. Il confronto più significativo è tra la trave con fibrorinforzo (“FRC-20 Test 2”) e quella con armatura minima di calcolo (“Minimum Shear Reinf”): si può osservare che la capacità portante, la duttilità e il comportamento post-fessurativo sono alquanto simili, con una non trascurabile sovrarresistenza del provino fibrorinforzato.

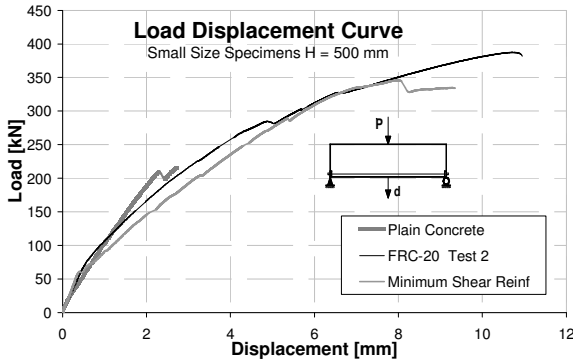


Figura 10. Risultati sperimentali, effetto dell’armatura minima

La Figura 11 evidenzia lo sviluppo del quadro fessurativo nella luce di taglio, confermando ulteriormente l’abilità delle fibre nel controllo e nello sviluppo stabile della fessurazione critica a taglio. L’andamento è ancora simile tra il provino fibrorinforzato (due misurazioni) e quello con armatura minima convenzionale, con una discreta prevalenza del primo. È pertanto possibile concludere che un quantitativo medio basso di fibre, se sufficientemente tenace, può essere utilizzato come armatura minima a taglio.

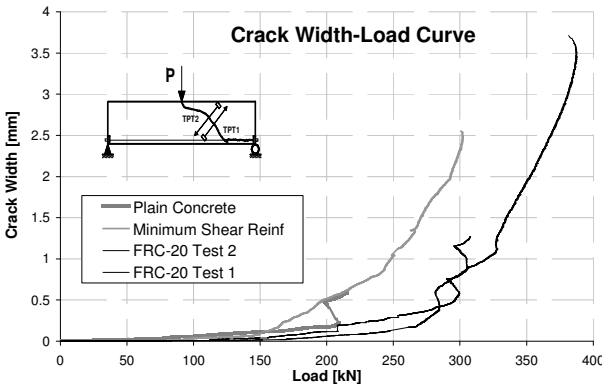


Figura 11. Curva apertura di fessura a taglio – Carico.

Tuttavia, è importante sottolineare come problematiche relative all’effetto scala siano state riportate anche per quanto concerne l’armatura minima. In altre parole, all’aumentare della dimensione dell’elemento strutturale, il quantitativo minimo di fibre da impiegare come armatura minima a taglio aumenta, contrariamente al caso di armatura minima classica (staffe), che non risente di alcun effetto scala [16].

La Figura 12, relativa ad i risultati di uno studio numerico con VecTor2 [19], evidenzia come la diminuzione dello sforzo ultimo a taglio risulti via via meno pronunciata all’aumentare della tenacità offerta dalle fibre. Se il fibrorinforzato viene

inserito nel getto in misura sufficiente e con caratteristiche di tenacità adeguate, i fenomeni di scala possono scomparire del tutto (caso HSC-FRC3 in Figura 12) e il collasso, pur in assenza di armatura classica a taglio, è flessionale ed estremamente duttile. Ulteriori dettagli a questo proposito sono disponibili in [18].

Come già anticipato nel paragrafo precedente, la modellazione qui proposta non tiene conto della riduzione dell’effetto scala dovuta al fibrorinforzo, risultando comunque conservativa.

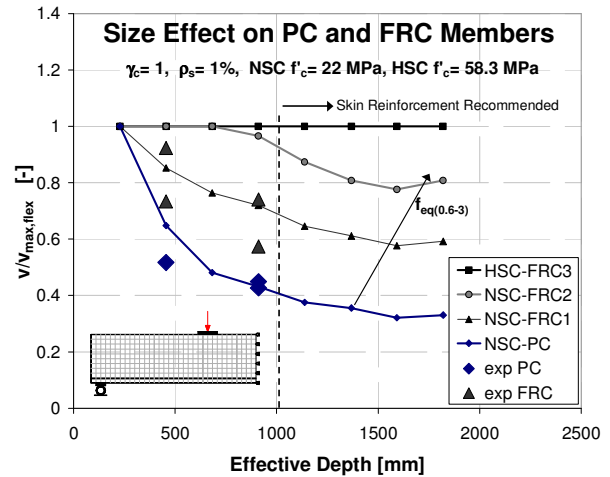


Figura 12: effetto scala in travi prive di staffe con diverse tipologie e quantitativi di fibre. Risultati da analisi numeriche (linee continue) e sperimentazioni (punti singoli) [18]

L’Eurocodice 2 [13] richiede che venga disposta un minimo di armatura a taglio, in modo da soddisfare la seguente relazione:

$$V_s = \frac{A_w \cdot f_{yk} \cdot d}{s} \geq 0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (7)$$

che, espressa in termini di percentuale di armatura trasversale, diviene:

$$\rho_{w,\min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (8)$$

Il medesimo approccio può essere seguito per quanto concerne il calcestruzzo fibrorinforzato, imponendo che il minimo quantitativo di taglio da affidare alle staffe sia resistito dal solo fibrorinforzo. In tal modo risulta:

$$V_{Rd,ct,FIBERS} - V_{Rd,ct} \geq 0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (9)$$

Dalla relazione precedente, opportunamente sviluppata in modo da esplicitare la resistenza equivalente post-picco, è possibile determinare il minimo valore di resistenza equivalente ( $f_{eq(0.6-3)}$ ) che soddisfi la richiesta minima di armatura trasversale in accordo all’EC2:

$$f_{eq,\min} \geq \frac{f_{ct}}{2.5} \cdot \left[ \left( \frac{0.008 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{0.18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}} + 1 \right)^3 - 1 \right] \quad (10)$$

L’equazione precedente può essere significativamente semplificata tarando tutti i parametri presenti in modo da massimizzare la richiesta di tenacità; si può ottenere pertanto:

$$f_{eq,\min} \geq 0.4 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{4.5} \quad (11)$$

Quest'ultima, resa più restrittiva con un opportuno coefficiente di sicurezza, prende la forma seguente, configurandosi come formula di progetto:

$$f_{eq,min} \geq 0.7 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{4.5} \quad (12)$$

Essa risulta semplice, efficace, facilmente applicabile nonché correttamente basata su di un approccio prestazionale. Le tre ultime equazioni sono plottate in Figura 13, dove la formulazione rigorosa, assieme a quella di progetto proposta, sono rappresentate rispetto ad un ampio range di valori di resistenza a compressione del calcestruzzo.

Va ricordato inoltre che tale richiesta minima di tenacità va confrontata con un contenuto minimo di fibre che, nelle istruzioni CNR DT 204/2006 [14], viene imposto in termini volumetrici pari a  $V_f = 0.3\%$  per garantire la presenza continua del rinforzo fibroso nella matrice di calcestruzzo.

Infine, relativamente ai valori di sforzo equivalente  $f_{eq(0.6-3)}$ , è bene ricordare che, ai fini progettuali, vanno calcolati nel loro valore caratteristico ( $f_{eq(0.6-3)k}$ ) che dipende dal numero di tests per la caratterizzazione del composito fibrinforzato, in accordo alla normativa UNI 11039 [15].

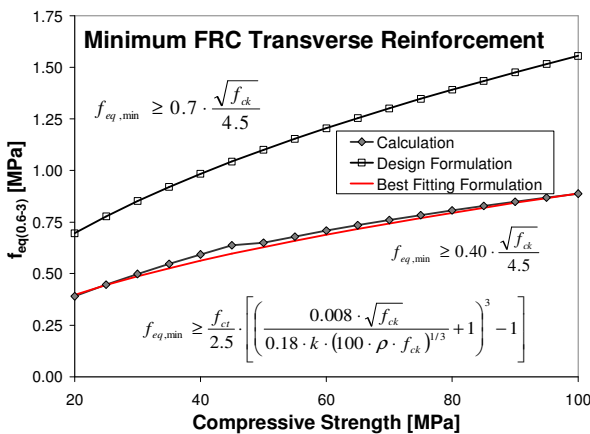


Figura 13. Validità della formulazione analitica per l'armatura minima costituita da fibre.

#### 4 ESEMPIO APPLICATIVO

In questo paragrafo viene esposto un esempio di progettazione di una trave, particolarmente impegnata a taglio, sia utilizzando l'armatura a taglio convenzionale sia impiegando il rinforzo fibroso.

Si consideri a tal fine la trave in c.a. di geometria mostrata in Figura 14, soggetta ad una carico totale, stimato agli Stati Limite Ultimi nella situazione più gravosa per carichi statici, di 35 kN/m.

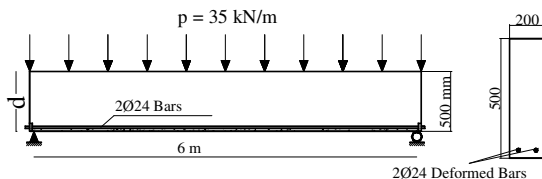


Figura 14. Geometria della trave.

Si assuma un'altezza utile di 460 mm, una resistenza a compressione di 30 MPa, una resistenza a trazione di 2 MPa, un valore di snervamento per le barre longitudinali e trasversali di 435 MPa.

Per quanto concerne il progetto convenzionale, si determini il contributo di resistenza a taglio del calcestruzzo:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0.12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \right] \cdot b_w \cdot d = 56 \text{ kN}$$

da cui deriva armatura minima (verificata con 2Ø6@300) per una lunghezza di 3.2 m e armatura di calcolo (verificata con 2Ø8@300) per i restanti 2.8 m (Figura 15a).

Per quanto concerne il progetto con calcestruzzo fibrinforzato, si assuma di utilizzare 30 kg/m<sup>3</sup> di fibre di acciaio aventi resistenza equivalente post-picco (valore caratteristico)  $f_{eq(0.6-3)k} = 2.7$  MPa. Si determina quindi il contributo resistente al taglio del calcestruzzo fibrinforzato:

$$V_{Rd,ct,FIBERS} = \left[ 0.12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot \left( 1 + 2.5 \cdot \frac{f_{eq(0.6-3)k}}{0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3}} \cdot f_{ck} \right)^{1/3} \right] \cdot b_w \cdot d = 92 \text{ kN}$$

a cui corrisponde una zona che richiede armatura minima pari a 5.2 m, mentre in soli 0.8 m va disposta armatura di calcolo. Inoltre, la richiesta di armatura minima è ampiamente soddisfatta con il quantitativo di fibra supposto: infatti risulta che:

$$f_{eq(0.6-3)k} \geq 0.7 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{4.5} = 0.7 \cdot \frac{\sqrt{30}}{4.5} = 0.85 \text{ MPa}$$

mentre, per l'armatura di calcolo, risultano sufficienti staffe 2Ø6@300.

La Figura 15 mostra il confronto nella disposizione dell'armatura trasversale nei due casi. L'aggiunta di fibre non solo diminuisce la porzione di trave in cui è richiesta armatura di calcolo, ma consente di omettere armatura tradizionale ove il taglio sollecitante sia minore di quello resistente lato calcestruzzo fibrinforzato.

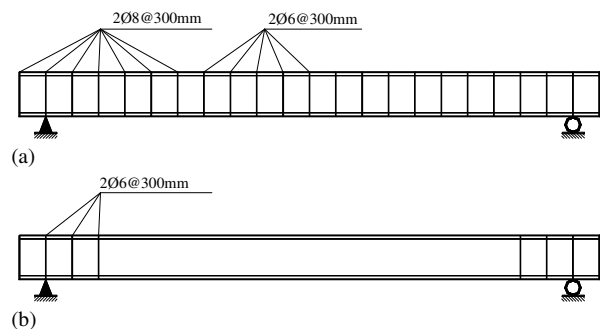


Figura 15. Detailing del rinforzo trasversale nel caso di armatura a taglio tradizionale (a) e in quello con calcestruzzo fibrinforzato (b).

Tale soluzione tecnologica risulta di particolare interesse in molte applicazioni, in primis quelle della prefabbricazione, in cui il posizionamento dell'armatura minima a taglio è un'operazione aggiuntiva e risulta difficoltoso per la complessità delle sezioni spesso utilizzate e per gli spessori ridotti.

## 5 CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Nel presente lavoro è stato proposto un nuovo modello analitico per il progetto a taglio di travi in calcestruzzo fibrorinforzato. Un'estesa campagna sperimentale condotta presso l'Università di Brescia ha evidenziato che le travi armate solo con fibre hanno un comportamento molto simile a quello di travi con armatura tradizionale minima e, soddisfatte opportune condizioni di quantitativo e tenacità, raggiungono la massima capacità flessionale anche senza alcun rinforzo trasversale. Le fibre sono particolarmente utili anche nel controllo della fessurazione a taglio in quanto consentono uno sviluppo stabile delle fessure, garantendone duttilità e adeguato sviluppo prima del collasso.

Il modello analitico proposto per la determinazione della resistenza a taglio di travi in fibrorinforzato, basato su un approccio prestazionale, si è dimostrato efficace e affidabile dal confronto con 60 prove sperimentali su elementi in scala reale.

Anche il modello per il calcolo della tenacità minima del FRC da assicurare un'armatura minima trasversale (senza staffe) si è verificato adeguato e rispondente alla sperimentazione presentata.

Il modello analitico proposto consente di aprire le frontiere a soluzioni tecnologicamente avanzate, sinora penalizzate da prescrizioni normative che non tenevano in debito conto i differenti contributi resistenti di materiali innovativi quali il calcestruzzo fibrorinforzato.

## 6 RINGRAZIAMENTI

Gli Autori desiderano esprimere il loro ringraziamento al Professor Frank Vecchio dell'Università di Toronto (Canada) per i numerosi consigli e le valide e puntuali discussioni.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] R. PARK, T. PAULAY. (1975) - Reinforced concrete structures, *Wiley-Interscience publication*, New York.
- [2] G.J.N. KANI. (1964) - The Riddle of Shear Failure and its Solution, *ACI Journal, Proceedings ACI*, 61, 4 441-467.
- [3] A.N. TALBOT. (1907) - Tests on Reinforced Concrete Beams, *Bulletin 14*, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana.
- [4] K. H. REINECK, D.A. KUCHMA, K.S. KIM, S. MARKX. (2003) - Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement, *ACI Structural Journal*, 2, 100, 240-249.
- [5] LUBELL, A., SHERWOOD, T., BENTZ, E., AND COLLINS. M. P. (2004) - Safe Shear Design of Large, Wide Beams, *Concrete International*, Vol 26, No 1, pp. 67-78.
- [6] J. WALRAVEN. (1999) - The evolution of Concrete, *Structural concrete*, 1, 3-11.
- [7] A. MEDA, G.A. PLIZZARI. (2004) - New Design Approach for Steel Fiber-Reinforced Concrete Slabs-on-Ground Based on Fracture Mechanics, *ACI Structural Journal*, 3, 101, 298-303.
- [8] COMINOLI L., FAILLA C., MANZONI M., PLIZZARI G.A., RIVA P. (2006) - Precast panels in Steel Fibre Reinforced Concrete, *Proceedings of The Second Fib Congress*, Naples, Italy, 5-8 June 2006, abstract on page 448-449, full length paper available on accompanied CD.
- [9] P. CASANOVA, P. ROSSI, I. SCHALLER. (1997) - Can steel fibers replace transverse reinforcement in reinforced concrete beams, *ACI Material Journal*, 94, 341-354.
- [10] G.R. WILLIAMSON (1978) - Steel Fibers as web reinforcement in Reinforced Concrete, *Proceedings, U.S. Army Service Conference*, West Point, N.Y., Vol. 3, pp. 363-377.
- [11] MINELLI, F. (2005) - Plain and Fiber Reinforced Concrete Beams under Shear Loading: Structural Behavior and Design Aspects, *Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Brescia*, pp. 430.
- [12] MINELLI, F., PLIZZARI, G.A. AND VECCHIO, F.J. (2005) - Influence of SFRC on Shear-Critical Beams: Towards a Consistent Design, *Proceedings of the International Conference ConMat '05*, Vancouver, Canada, 22-24 August 2005, abstract on p. 84, full length paper available on accompanied CD, pp.12.
- [13] EUROCODE 2. (2003) - Design of Concrete Structures, prEN 1992-1-1.
- [14] CNR DT 204/2006 (2006) - Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Strutture di Calcestruzzo Fibrorinforzato.
- [15] UNI 11039 (2003) - Steel Fiber Reinforced Concrete - Part I: Definitions, Classification Specification and Conformity - Part II: Test Method for Measuring First Crack Strength and Ductility Indices, *Italian Board for Standardization*.
- [16] KUCHMA, D., VÉGH, P., SIMIONOPOULOS, K., STANIK, B. AND COLLINS, M.P. (1997) - The Influence of Concrete Strength, Distribution of Longitudinal Reinforcement, and Member Size, on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams, *Concrete Tension and Size Effect*, *CEB Bulletin 237*, Lausanne, 258 pp.
- [17] RILEM Final Recommendation TC-162-TDF. (2003) - Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete;  $\sigma$ - $\epsilon$  Design Method, *Materials and Structures*, Vol 36, October 2003, pp. 560-567.
- [18] MINELLI, F., PLIZZARI, G.A. e VECCHIO, F.J. (2007) - Influence of Steel Fibers on Full-Scale R/C Beams under Shear Loading, *Proceedings of Framcos VI*, Catania, June 19-22, 2007, Vol III, pp. 245-252
- [19] VECCHIO, F.J., AND COLLINS, M.P. (1986) - Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Journal*, Proceedings 83 (2), 1986, 219-231.
- [20] MINELLI, F. AND PLIZZARI, G.A. (2005) - Round Panel Tests for Characterizing Steel Fiber Reinforced Concrete, *Proceedings of the Fib Symposium Keep Concrete Attractive*, Budapest, Hungary, 23-25 May 2005, Vol. 1, pp. 310-315.

# INFLUENZA DEL FIBRORINFORZO SULLA DUTTILITÀ LOCALE, GLOBALE E SULL'ADERENZA IN TRAVI IN C.A. SOGGETTE A FLESSIONE

Fausto Minelli<sup>1</sup>, Zila Rinaldi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Ambiente e Territorio (DICATA), Università di Brescia.

<sup>2</sup> Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Roma "Tor Vergata".

## SOMMARIO

L'interesse attualmente rivolto allo studio ed applicazione di calcestruzzi fibrorinforzati è testimoniato dalla recente bibliografia e dallo sviluppo di specifiche normative per la progettazione e controllo di strutture in c.a. rinforzate con fibre.

L'efficacia del rinforzo fibroso nell'incrementare la tenacità degli elementi e la resistenza in fase fessurata è provata in molteplici applicazioni strutturali e non, quali pavimentazioni industriali, pannelli prefabbricati e chiusini.

Obiettivo del presente lavoro è la valutazione dell'influenza delle fibre sulla duttilità strutturale di travi in c.a., attraverso modellazioni teoriche e sperimentali. In particolare un set di sette travi in scala reale realizzate in calcestruzzo con l'aggiunta o meno di fibre di acciaio, e con presenza o meno di aderenza delle barre longitudinali è stato soggetto a prove di flessione su quattro punti. I risultati ottenuti consentono di avere indicazioni sul comportamento in fase fessurata, sui meccanismi resistenti, sullo sviluppo del quadro fessurativo e sulle modalità di collasso. E' inoltre possibile evidenziare l'influenza delle fibre sulla localizzazione e sviluppo della fessurazione, in presenza o assenza di aderenza.

Le risposte sperimentali sono infine confrontate con i risultati di una modellazione analitica, sviluppata dagli autori. Il modello adottato si basa sullo studio del comportamento di un elemento tra due successive fessure e può tener conto della fessurazione, della non-linearità dei materiali, dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo e degli effetti di localizzazione in prossimità delle fessure.

L'indagine teorico-sperimentale consente di approfondire la conoscenza dell'influenza delle fibre sulla deformabilità e sulla duttilità locale di elementi trave.

## SUMMARY

Even though a lot of research studies have demonstrated the effectiveness of fibers in improving the structural response of R/C members under different loading conditions, some concerns recently arose on the sectional ductility under flexure, which can be compromised under certain circumstances. In fact, fibers do not significantly increase the ultimate moment of R/C members and, with rather tough fibers and low strain-hardening ratio of the longitudinal rebars, the rotation capacity can substantially decrease owing to a cracking localization at ultimate limits.

This paper will focus on this topic with a number of experimental results on full-scale fiber-reinforced concrete (FRC) beams tested under flexure. Experimental results evidence that fibers, if provided in sufficient amount, were able to move the failure from concrete crushing to steel rupture. In any case, the addition of fibers turned out to give a stiffer post-cracking behavior at service level.

In addition, an analytical model was compared against the experimental results: the model proposed is able to suitably take into account cracking, material non-linearity, steel-to-concrete bond and crack localization.

## 1 INTRODUZIONE

L'utilizzo del calcestruzzo fibrorinforzato (FRC) riscuote un crescente successo nelle applicazioni dell'Ingegneria Strutturale ([1] [2] e [3]). I principali utilizzi riguardano lo shotcrete, segmenti prefabbricati per la realizzazione di conci per gallerie, pavimentazioni industriali e strutture prefabbricate ([4] [5] e [6]), sia nel caso della prefabbricazione leggera (chiusini pedonali, chiusini carrabili, canalette di scolo e bocche di lupo), che di quella pesante (elementi di copertura, di tamponamento e travi). Le fibre, se aggiunte alla matrice in quantità sufficiente e con proprietà meccaniche adeguate, sono in grado di sostituire, parzialmente o totalmente, l'armatura minima spesso richiesta negli elementi della prefabbricazione leggera (per il controllo della fessurazione e per garantire un livello minimo di duttilità in caso di carichi inaspettati).

Recentemente sono state redatte in alcuni paesi, tra cui l'Italia [7-8], Linee Guida e istruzioni di calcolo per le strutture in calcestruzzo fibrorinforzato, e anche il prossimo Fib Model Code riconoscerà l'importanza del calcestruzzo

fibrorinforzato includendolo con alcune specifiche regole di progettazione strutturale. Di conseguenza si potrà prevedere ulteriormente l'utilizzo del FRC a livello strutturale, garantendone al contempo una sua applicazione normata e pertanto più sicura.

L'aggiunta di fibre (che possono essere di diverso materiale) alla matrice cementizia può modificare in modo sensibile, a seconda della quantità e proprietà meccaniche della fibra, il comportamento del materiale. A livello strutturale, l'effetto dell'incremento della tenacità a trazione si traduce in una maggior capacità di controllo e limitazione della fessurazione, e pertanto in un miglioramento della durabilità. Inoltre, l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo risulta ottimizzata. In generale, il fibrorinforzo consente di raggiungere buone performances strutturali per quanto concerne il comportamento in esercizio (SLS) con l'ottimizzazione in particolare del fenomeno del tension-stiffening [9].

L'aggiunta di fibre si è rivelata molto efficace anche in sostituzione, parziale o totale, dell'armatura a taglio in



elementi prefabbricati [10], nel miglioramento della diffusione dei carichi concentrati (e in generale nelle applicazioni strut&tie) incrementando l'aderenza e riducendo l'apertura delle fessure.

Tuttavia, recentemente si è affacciata l'ipotesi, nella comunità scientifica, che l'aggiunta di fibre non offra esclusivamente vantaggi ma, al contrario, risulti non sempre positiva rispetto ad alcune problematiche strutturali [11]. In particolare, alcuni ricercatori hanno sottolineato l'eventualità che l'utilizzo di fibre può determinare una riduzione della duttilità flessionale, a livello sezionale, di elementi in calcestruzzo armato. In altre parole, l'aggiunta di fibre, che non è generalmente mai finalizzata al miglioramento della risposta flessionale (piuttosto è giustificata e adottata per migliorare il comportamento a taglio, per la riduzione della fessurazione in esercizio, in qualità di armatura minima...) può limitare la duttilità flessionale dell'elemento.

Questa riduzione può essere più o meno significativa a seconda che alcuni fattori concorrano, primo fra tutti il rapporto di incrudimento dell'armatura flessionale: se quest'ultimo risultasse molto basso, prossimo all'unità, e se venisse accompagnato da fibre molto tenaci, causerebbe una significativa e anticipata localizzazione di una o poche macrofessure che, grazie anche alla pressoché ottima aderenza tra acciaio e calcestruzzo fibrorinforzato, porterebbero ad un collasso anticipato della struttura [11].

Scopo del presente lavoro è pertanto quello di analizzare l'effetto delle fibre sul comportamento strutturale e sulla duttilità a flessione, con particolare riferimento ad acciai e tipologie e quantitativi di fibra utilizzati nella pratica costruttiva italiana.

Lo studio è stato condotto su sette travi in scala reale confezionate con calcestruzzo di media resistenza e con due diversi contenuti in fibre di acciaio. Due differenti percentuali di armatura tesa e l'effetto della presenza o meno di aderenza sono stati altresì considerati.

I risultati sperimentali hanno permesso di evidenziare le peculiarità nel comportamento flessionale di travi fibrorinforzate, sia in esercizio (deformabilità, fessurazione e tension-stiffening) che allo stato limite ultimo (duttilità e modalità di collasso).

Le evidenze sperimentali sono state simulate e interpretate con l'ausilio di un modello analitico, basato sullo studio del comportamento non lineare di un elemento tra due successive fessure, capace di cogliere gli effetti di localizzazione della deformazione nelle barre di armatura e di tension-stiffening.

## 2 PROGRAMMA SPERIMENTALE

Il comportamento flessionale di travi in FRC è stato caratterizzato con prove sperimentali su 7 travi in scala reale sottoposte al classico schema di carico costituito da quattro punti. Tutte le travi hanno la medesima geometria: lunghezza pari a 3.6 m, altezza totale di 300 mm, altezza utile di 260 mm. La Figura 1 mostra la geometria della trave con i dettagli relativi all'armatura flessionale e a taglio. Staffe 2φ8 con passo pari 100 mm sono state posizionate tra i punti di appoggio e i due punti di carico, per limitare sia la fessurazione a taglio sia un prematuro collasso per taglio (Fig. 1).

Due travi sono caratterizzate dall'assenza di aderenza, ottenuta con il ricoprimento delle barre di armature tese con tubi in plastica di diametro poco superiore, limitatamente alla

parte centrale del provino. Tale schema è stato adottato al fine di valutare l'effetto dell'aderenza sulla duttilità flessionale. Infine, due diverse percentuali di armatura flessionale tesa ( $\rho_s$ ) sono state selezionate, rispettivamente pari allo 0.75% (2 barre φ16) e all'1.50% (4 barre φ16).

Per quanto concerne i materiali utilizzati, tutte le travi sono state confezionate con un medesimo getto, con calcestruzzo a normale resistenza (C30/37) che ha mostrato una resistenza cubica media a compressione pari a 40.37 MPa, misurata a 28 giorni dal getto. Durante l'esecuzione delle prove, la resistenza cubica media a compressione è risultata pari a 54.84 MPa.

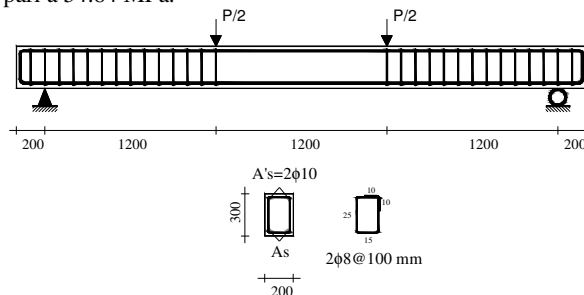


Figura 1: Geometria del provino (misure in mm)

Le fibre di acciaio adottate sono uncinato, di lunghezza pari a 50 mm e diametro di 1 mm, e quindi con un rapporto d'aspetto pari a 50 ( $L/\phi=50$ ). In quattro delle sette trave sono state aggiunte fibre in due distinti quantitativi (30 o 60 kg/m<sup>3</sup>). La Tabella 1 riassume le caratteristiche principali dei sette provini, in termini di armature longitudinali a flessione, quantitativo di fibre e aderenza. Nella stessa Tabella 1 viene anche presentata una semplice nomenclatura dei provini, in cui vi è indicazione dell'armatura tesa, dell'aderenza ("B" si riferisce a *bonded*, "UB" ad *unbonded*) ed infine al contenuto in fibre (PC indica *plain concrete*, 30 e 60 i due quantitativi di fibre usati).

Si noti che in tutte le travi è stato aggiunto uno stesso quantitativo di armature longitudinali superiori (2 barre φ10).

Le barre di acciaio adottate per il rinforzo longitudinale hanno le tipiche caratteristiche meccaniche del mercato italiano (B450C), con un valore medio di snervamento pari a 534 MPa e un valore di sforzo ultimo di 630 MPa (da cui deriva che il rapporto di incrudimento è pari a 1.18, tipico valore italiano, in particolare per applicazioni sismiche).

Tabella 1: Caratteristiche dei provini

PROVINO	A <sub>s</sub> [mm <sup>2</sup> ]	FIBRE	ADERENZA
2φ16-B-PC	402	-	SÌ
2φ16-B-30	402	30 kg/m <sup>3</sup> (V <sub>f</sub> =0.38 %)	SÌ
2φ16-B-60	402	60 kg/m <sup>3</sup> (V <sub>f</sub> =0.76 %)	SÌ
4φ16-B-PC	804	-	SÌ
4φ16-B-30	804	30 kg/m <sup>3</sup> (V <sub>f</sub> =0.38 %)	SÌ
2φ16-UB-PC	402	-	NO
2φ16-UB-30	402	30 kg/m <sup>3</sup> (V <sub>f</sub> =0.38 %)	NO

La caratterizzazione meccanica del calcestruzzo fibrorinforzato, per la determinazione delle proprietà a frattura, è stata eseguita in accordo alla normativa UNI 11039, che richiede l'esecuzione di prove a flessione su quattro punti

su travette intagliate di dimensioni 150\*150\*600 mm (luce di 450 mm) [12]. La Figura 2 mostra i risultati sperimentali, visualizzati in termini di sforzo nominale-CTOD (Crack Tip Opening Displacement). Si noti che l'aggiunta di 60 kg/m<sup>3</sup> di fibre ha determinato un comportamento incrudente a flessione delle travette.

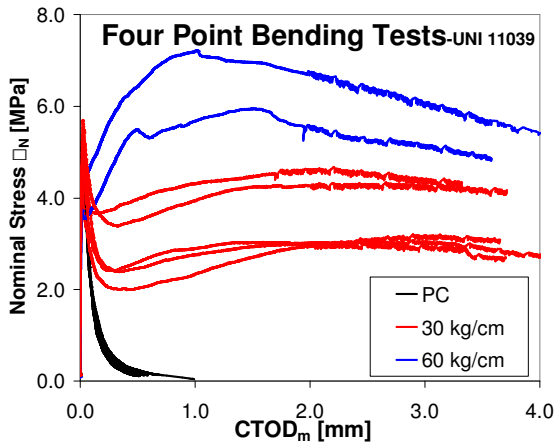


Figura 2: Curve sforzo nominale-CTOD su travette in fibrorinforzato in accordo alla normativa UNI 11039

Le travi sono state sperimentate in controllo di spostamento attraverso l'utilizzo di un martinetto elettromeccanico della capacità di 500 kN e caratterizzato da un controllo closed-loop (Fig. 3). La corsa del pistone è di 500 mm. Per quanto concerne la strumentazione, sono stati disposti strumenti induttivi (LVDTs) per la misurazione delle frecce verticali in mezzeria (fronte e retro, per monitorare eventuali torsioni), in corrispondenza dei due punti di carico e, infine, per monitorare i cedimenti degli appoggi. La misurazione delle deformazioni in corrispondenza dell'armatura longitudinale superiore e inferiore, assieme alla deformazione della fibra a metà altezza trave, sono state effettuate sulla sezione centrale, sia fronte che retro, attraverso 6 strumenti potenziometrici, consentendo la misurazione della curvatura sperimentale locale (Fig. 4).



Figure 3: Banco di prova e set-up di una tipica prova

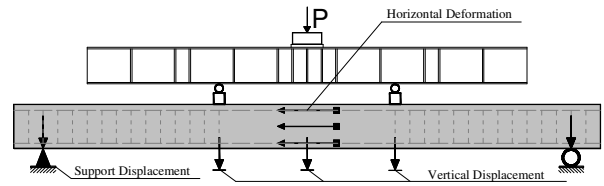


Figure 4: Strumentazione del provino

### 3 RISULTATI SPERIMENTALI E DISCUSSIONE

#### 3.1 Stati Limite Ultimi (ULS)

La Figura 5 e la Figura 6 mostrano le curve carico-spostamento rispettivamente per le 5 curve con percentuale d'armatura inferiore ( $2\phi 16$ ;  $\rho_s=0.75\%$ ) e per i due provini con  $\rho_s=1.5\%$ . La Tabella 2 riassume la modalità di collasso di ciascuna trave evidenziando l'effetto del fibrorinforzato.

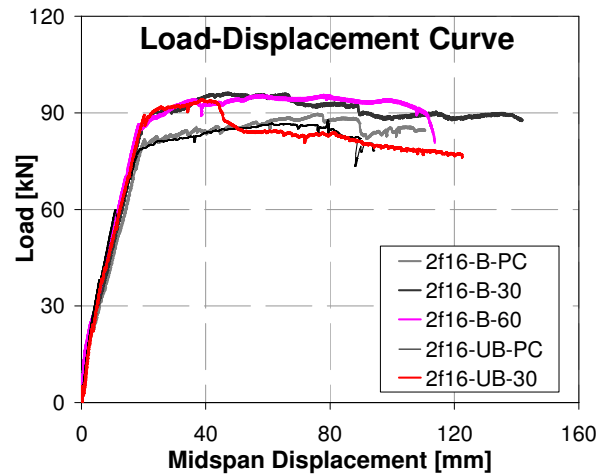


Figure 5: Curve Carico-Spostamento dei provini con  $\rho_s=0,75\%$

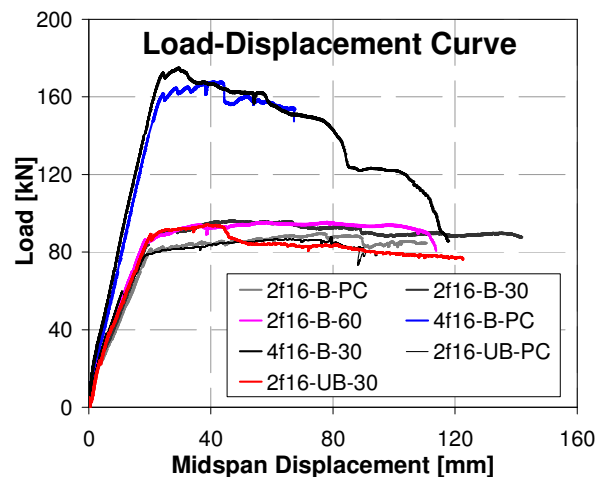


Figure 6: Curve Carico-Spostamento di tutti i provini testati

Sulla base dei risultati sperimentali, si possono schematicamente trarre le seguenti osservazioni:

- L'aggiunta di fibre alla matrice cementizia, come ampiamente dimostrato in precedenza, determina un relativo incremento di capacità ultima flessionale, stimabile in un massimo del 10%. Questo incremento non è correlabile in maniera netta ad un preciso trend di crescita in funzione della tenacità e/o quantitativo di fibre presente;
- La capacità portante delle travi prive di aderenza (solamente nella zona centrale, soggetta a pura flessione) è simile a quella delle travi con aderenza classica: in particolare, è interessante notare come il provino 2φ16-UB-30 abbia esibito un aumento di capacità portante, rispetto al medesimo elemento privo di fibre, solamente per un range di deformazioni relativamente limitato: successivamente, un improvviso calo del carico nel provino fibrorinforzato ha riportato le due travi sugli stessi livelli di carico. Questa evidenza è probabilmente imputabile al fatto che la fessurazione concentrata tipica delle travi prive di aderenza porta alla formazione di poche fessure molto sviluppate, in cui il contributo di resistenza residua offerto dalle fibre si concentra in modo significativo per deformazioni relativamente basse, per poi decrescere notevolmente qualora le stesse fessure raggiungano aperture molto ampie. Da questo momento in poi, l'influenza della fibra a trazione è del tutto trascurabile;
- La duttilità globale è influenzata dall'aggiunta di fibre. In particolare, come mostrato in Figura 5, si può osservare che la presenza di 30 kg/m<sup>3</sup> di fibre di acciaio ha notevolmente aumentato la duttilità (circa del 65% in termini di spostamenti, se confrontata con il corrispondente provino in calcestruzzo bianco). Al contrario, in presenza di un contenuto doppio di fibre (provino 2φ16-B-60), è stata evidenziata una riduzione della duttilità rispetto alla trave 2φ16-B-30, tornando su valori simili a quella del provino privo di fibre. Questo fenomeno può essere ragionevolmente giustificato considerando in primis che l'aggiunta di fibre migliora indubbiamente la tenacità e la duttilità post-picco del calcestruzzo a compressione [13], con effetti benefici sulla deformazione ultima del calcestruzzo. Inoltre, le fibre riducendo lo scorrimento migliorano l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo, e pertanto possono determinare una localizzazione delle deformazioni nell'armatura, che si traduce in una riduzione della porzione di barra che è soggetta a snervamento. La combinazione di questi fattori ha causato il cambiamento della modalità di collasso nelle travi: infatti, come mostrato in Tabella 2, nella trave confezionata in calcestruzzo bianco, il collasso è avvenuto per improvviso crushing del calcestruzzo compresso. Viceversa, nelle travi con fibre si è verificata una rottura lato acciaio, accompagnata da un danneggiamento del calcestruzzo graduale e molto più controllato. Nelle due travi prive di aderenza, compresa quella fibrorinforzata, il collasso è stato lato calcestruzzo, ad ulteriore supporto di quanto appena esposto: l'assenza di aderenza non ha consentito alla fibra di favorire la localizzazione delle deformazioni nelle barre. Il collasso a compressione è stato solamente più progressivo nel caso del provino fibrorinforzato, vista la maggiore tenacità del materiale composito;
- Per quanto riguarda le due travi con percentuale d'armatura superiore, è ancora possibile sottolineare l'effetto del fibrorinforzo: se da un lato si è avuta, come atteso, una improvvisa rottura lato calcestruzzo per la trave priva di fibra, con una netta diminuzione di duttilità rispetto alla

corrispondente trave con armatura inferiore (in accordo ai modelli classici), un danneggiamento progressivo del calcestruzzo a compressione si è verificato nel provino 4φ16-B-30, con un fenomeno di softening graduale del calcestruzzo. In altre parole, l'effetto confinante delle fibre a compressione, associato alla maggior tenacità insita nel materiale, hanno permesso all'elemento di sviluppare una notevole plasticità e rotazione nella sezione centrale, con un progressiva diminuzione della sezione resistente (dall'alto) per sgretolamento successivo, ma sempre controllato, del calcestruzzo. Come ben visualizzato anche dalle misurazioni degli strumenti potenziometrici, la posizione dell'asse neutro, dall'inizio del fenomeno di plasticizzazione a compressione, ha iniziato ad abbassarsi, segno che anche la sezione resistente tendeva a diminuire per sgretolamento del materiale a partire dalle fibre superiori. La Figura 7 mostra eloquentemente il quadro fessurativo al termine della prova per la trave fibrorinforzata, esemplificando quanto sopra detto. La Figura 8 presenta il relativo diagramma sperimentale locale momento-curvatura, evidenziando la particolare inversione di tendenza nella posizione dell'asse neutro, ampiamente giustificata.

Tabella 2: Modalità di collasso osservate

PROVINO	MODALITÀ DI COLLASSO
2φ16-B-PC	Crushing esplosivo del calcestruzzo
2φ16-B-30	Rottura barre acciaio
2φ16-B-60	Rottura barre acciaio
4φ16-B-PC	Crushing esplosivo del calcestruzzo
4φ16-B-30	Crushing progressivo del calcestruzzo
2φ16-UB-PC	Crushing esplosivo del calcestruzzo
2φ16-UB-30	Crushing progressivo del calcestruzzo



Figura 7: Quadro fessurativo a rottura del provino 4φ16-B-30

In conclusione, l'aggiunta di fibre, determinando un miglioramento dell'aderenza tra calcestruzzo e barre d'armatura e, al contempo, aumentando la tenacità del composito a compressione, determina localizzazioni delle deformazioni nelle armature, spostando spesso il collasso da crushing del calcestruzzo a rottura lato acciaio. Con percentuali di armatura maggiori, il collasso lato calcestruzzo può presentarsi anche in presenza di fibre: tuttavia esso non è improvviso ma graduale con un comportamento globalmente softening della struttura.

È infine utile sottolineare che, rispetto alla campagna sperimentale presentata in [11], nel presente studio la diminuzione in duttilità è stata generalmente meno evidente. Ciò è sicuramente imputabile ai diversi materiali impiegati, in particolare al diverso rapporto di incrudimento adottato che, nel caso in bibliografia, era prossimo all'unità. Una tale proprietà del materiale ha causato inevitabilmente un'ulteriore tendenza alla localizzazione delle deformazioni dell'acciaio in

una zona critica inferiore, determinando un'anticipazione del collasso lato acciaio e, conseguentemente, un'ulteriore diminuzione della duttilità strutturale.

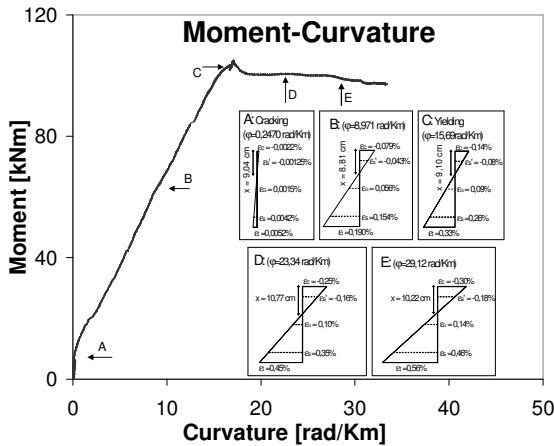


Figura 8: Diagramma sperimentale momento-curvatura locale del provino 4φ16-B-30

### 3.2 Stati Limite di Esercizio (SLS)

Come atteso, l'aggiunta di fibre ha dato ottime risposte in termini di miglioramento del comportamento strutturale in condizioni di esercizio, in particolare in termini di rigidezza post-fessurazione e conseguentemente di efficacia del fenomeno del tension-stiffening.

In corrispondenza di un valore dato di carico nel range di esercizio, le fessure sono risultate di minore entità e numero rispetto al corrispondente elemento in calcestruzzo bianco. La Tabella 3 riporta un confronto tra valori di spostamento relativi ai soli provini della serie "bonded" (dicitura B nella loro denominazione), evidenziando il contributo delle fibre. Due valori di carico sono stati considerati: uno in corrispondenza del 33% e uno dell'80% del carico di snervamento relativo al provino privo di fibre (dicitura "PC"). Mentre il primo valore di carico è sicuramente inquadrabile all'interno della vita in esercizio del provino, il secondo si riferisce ad una situazione vicina allo stato limite ultimo. In corrispondenza di questi due valori di carico, le frecce medie in mezzeria dei provini fibrinforzati ( $\delta_{PC,33}$  e  $\delta_{PC,80}$  rispettivamente) sono state lette e confrontate con i corrispondenti valori dei provini in calcestruzzo bianco. La differenza riscontrata è riportata in Tabella 3 sia in termini percentuali, che di spostamento ( $\delta$ ). La Figura 9 evidenzia il primo stato fessurato delle tre curve relative ai provini con minor armatura a flessione, mettendo in evidenza la nomenclatura e gli indici adottati in Tabella 3.

Differenze significative possono essere evidenziate, specialmente all'inizio dello stadio II-fessurato, in cui il provino 2φ16-B-60 ha mostrato uno spostamento inferiore del 25% se confrontato con il provino non fibroso.

Con lo svilupparsi successivo del fenomeno di fessurazione, come atteso, l'efficienza delle fibre nel controllare la fessurazione diminuisce, anche se è stata comunque misurata una notevole riduzione della freccia in mezzeria, pari al 17%, nel caso della trave 2φ16-B-60.

Tabella 3: Effetto delle fibre sulla deformazione dei provini

2φ16-B-PC	33% $P_{y,PC} = 27$ KN	80% $P_{y,PC} = 65$ KN		
$P_{y,PC} = 81$ KN	$\delta_{PC,33} = 4.94$ mm	$\delta_{PC,80} = 15.53$ mm		
4φ16-B-PC	33% $P_{y,PC} = 53$ KN	80% $P_{y,PC} = 128$ KN		
$P_{y,PC} = 161$ KN	$\delta_{PC,33} = 6.87$ mm	$\delta_{PC,80} = 17.83$ mm		
Provino	$\delta_{33}$ [mm]	$\Delta_{33} = \delta_{PC,33} - \delta_{33}$	$\delta_{80}$ [mm]	$\Delta_{80} = \delta_{PC,80} - \delta_{80}$
2φ16-B-30	4.57 (-7.5 %)	0.37 mm	14.33 (-7.7 %)	0.37 mm
2φ16-B-60	3.68 (-25.5 %)	1.26 mm	12.88 (-17.1 %)	2.57 mm
4φ16-B-30	5.83 (-15.1 %)	1.04 mm	16.35 (-8.3 %)	1.48 mm

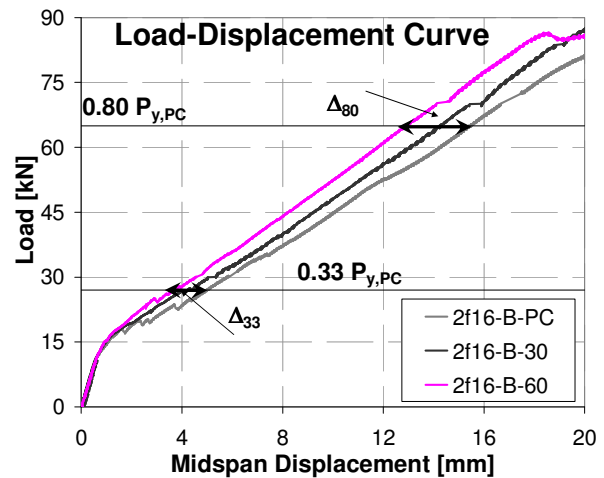


Figura 9: Efficacia del tension-stiffening per i provini con percentuale d'armatura  $\rho_s = 0.75\%$

Riguardo ai due elementi privi di armatura aderente, è utile sottolineare come entrambi abbiano raggiunto la prima fessurazione per valori di carico relativamente bassi, con una conseguente formazione di una profonda e visibile fessura, anche nel caso dell'elemento fibrinforzato. Un tale comportamento non è certamente auspicabile in esercizio. A parte questa iniziale instabilità, non sono state osservate significative differenze nel comportamento tra i due provini, così come non è possibile trovare una netta e chiara influenza positiva del fibrinforzo in esercizio: del resto, il fenomeno del tension-stiffening è completamente assente vista la mancanza di aderenza.

## 4 MODELLO ANALITICO ED INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

Il comportamento delle travi analizzate sperimentalmente è stato infine interpretato con l'ausilio di un modello analitico specificamente sviluppato per lo studio di elementi in cemento armato [14], ed esteso al caso di fibrinforzo [15]. Il principale scopo della modellazione è la definizione di un legame tra momento e curvatura media di un elemento di riferimento, di lunghezza pari alla distanza tra due successive fessure, soggetto a momenti flettenti e forza assiale. La necessità di considerare valori medi della deformazione, e non valori sezionali, nasce dall'esigenza di tener conto degli effetti di tension-stiffening e di eventuali localizzazioni di deformazione nell'armatura tesa che possono influire

notevolmente sulle modalità di rottura e sulle capacità plastiche degli elementi strutturali.

L'ipotesi di perfetta aderenza tra i materiali (calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura, nel caso specifico) è rimossa in tutte le sezioni, escluso quella di fessurazione. Al fine di ottenere semplici formulazioni in forma chiusa, si assume un comportamento rigido-plastico con degrado per la relazione aderenza-scorrimento, mentre può essere adottata qualsiasi legge costitutiva non lineare per il calcestruzzo e l'acciaio. Il modello si basa sulla risoluzione di condizioni di congruenza e di equilibrio nelle sezioni e all'interfaccia tra calcestruzzo ed acciaio, al crescere della deformazione imposta nella sezione fessurata. Il vantaggio della modellazione adottata è che questa non richiede la definizione della tensione di aderenza limite, né la distanza tra le fessure, in quanto queste costituiscono uno dei risultati della procedura. Il risultato finale, costituito dal legame momento-curvatura medio dell'elemento considerato, può essere implementato per l'analisi di strutture ed in particolare permette la valutazione di spostamenti e rotazioni in elementi trave, attraverso semplici integrazioni. La descrizione dell'intera procedura può essere trovata in [14].

Il modello analitico è adottato per la simulazioni delle travi oggetto di studio. In fase preliminare è stato analizzata la trave non fibrorinforzata 2φ16B-PC. Il comportamento del calcestruzzo in compressione è stato definito sulla base del legame proposto in [16]. Il comportamento a trazione è assunto di tipo elasto-fragile. Il legame costitutivo dell'acciaio è stato simulato con una bilaterata, caratterizzata dai punti di snervamento ed ultimi ottenuti da sperimentazione diretta delle barre di armatura. Il risultato finale, espresso in termini di relazione carico-spostamento è confrontato con il quello sperimentale in Figura 10. La modellazione adottata simula perfettamente sia la rigidità che la duttilità dell'elemento in esame. In accordo all'evidenza sperimentale, il collasso dell'elemento si verifica, secondo la modellazione analitica, per raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo in corrispondenza di uno spostamento della mezzeria di circa 100 mm.

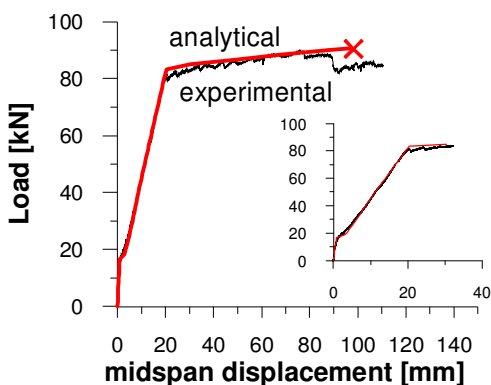


Figura 10: curva carico spostamento del campione 2φ16B-PC: confronto tra modello analitico e sperimentale

Nello studio delle travi fibrorinforzate, il legame costitutivo del calcestruzzo fibrorinforzato in compressione è simulato con la relazione proposta in [17], mentre il legame a trazione è stato ricavato con un'analisi inversa, tarata sui

risultati dei legami costitutivi flessionali disponibili. In Figura 11 sono diagrammate le relazioni tensione-deformazione ottenute, relative ad un dosaggio pari al 30 e 60 kg/m<sup>3</sup>.

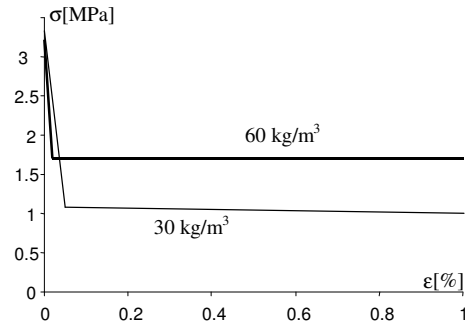


Figura 11: Legame costitutivo post-picco a trazione dei calcestruzzi fibrorinforzati

La curva carico-spostamento analitica, relativa alla trave 2φ16B-30, (dosaggio di fibre pari a 30 kg/m<sup>3</sup>) è diagrammata in Figura 12 e confrontata con il risultato sperimentale. Ancora una volta può notarsi un buon accordo tra i risultati, sia in condizioni di esercizio che di crisi. Lo spostamento ultimo ottenuto analiticamente è pari a circa 150 mm, mentre lo spostamento relativo allo snervamento delle barre di armatura è pressoché coincidente al caso della trave 2φ16B-PC. Si verifica quindi un incremento della duttilità in spostamento (rapporto tra spostamento ultimo e di snervamento) dell'ordine del 50% rispetto al caso non fibrorinforzato, e in accordo con i risultati sperimentali. La modellazione evidenzia infatti una maggiore zona di diffusione della plasticizzazione all'interno del cono ed una riduzione della distanza tra le microfessure.

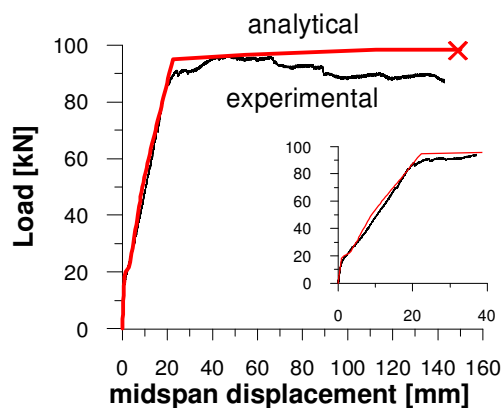


Figura 12: curva carico spostamento del campione 2φ16B-30: confronto tra modello analitico e sperimentale

E' infine analizzato il comportamento della trave 2φ16B-60, caratterizzata da un dosaggio di fibre pari a 60 kg/m<sup>3</sup>. Nell'ipotesi di adottare il legame costitutivo del calcestruzzo in trazione di Figura 11, la modellazione analitica simula molto bene la rigidità iniziale, ma fornisce valori più elevati, dell'ordine del 7-8%, del carico di snervamento ed ultimo. Lo

spostamento ultimo è pari a circa 120 mm, in buon accordo con i risultati sperimentali. In tal caso la modellazione evidenzia che la zona interessata dalla plasticizzazione dell'acciaio è più limitata rispetto al campione 2φ16B-30, e praticamente coincidente con il caso di trave realizzata con calcestruzzo ordinario.

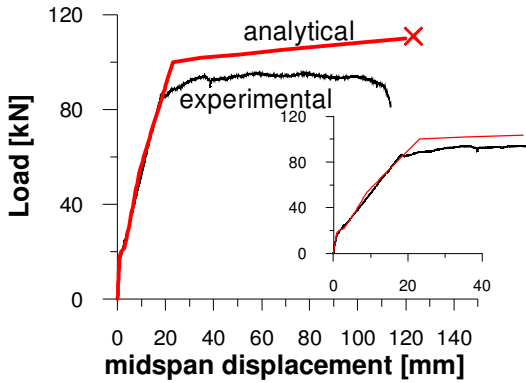


Figura 13: curva carico spostamento del campione 2φ16B-60: confronto tra modello analitico e sperimentale

Appare utile evidenziare che la modellazione analitica fornisce il valore del tratto interessato da deformazioni plastiche ( $\lambda_p$ ) dell'acciaio, all'interno dell'elemento di riferimento pari alla distanza tra due successive lesioni ( $\lambda$ ). In particolare questo risulta pari a:

$$\lambda_p(F) = (\varepsilon_s(F) - \varepsilon_y) \frac{E_y \cdot \phi}{\tau} \quad (1)$$

essendo:

- $\varepsilon_s(F)$  la deformazione nell'acciaio nella sezione fessurata sotto il carico F (maggiore di quello che induce il primo snervamento delle barre);
- $\varepsilon_y$  la deformazione di snervamento delle barre;
- $E_y$  il modulo di incrudimento dell'acciaio;
- $\tau$  il valore di aderenza limite in condizioni di degrado (si ricorda che il legame di aderenza nella modellazione analitica è rigido-plastico con degrado), ottenuto come risultato dal modello;
- $\phi$  diametro medio delle barre di armatura.

In condizioni di crisi la (1) diventa:

$$\lambda_{pu} = (\varepsilon_s^u - \varepsilon_y) \frac{E_y \cdot \phi}{\tau} \quad (2)$$

essendo  $\lambda_{pu}$  il tratto di elemento interessato dalla plasticizzazione dell'acciaio in condizioni prossime al collasso e  $\varepsilon_s^u$  la deformazione nell'acciaio nella sezione fessurata in condizioni di collasso.

Dalla Equazione (2) appare evidente come l'aggiunta di un notevole quantitativo di fibre possa ridurre  $\lambda_{pu}$  a causa di un incremento dell'aderenza tra i materiali. Il fenomeno di localizzazione risulta, però, fortemente influenzato dal modulo di incrudimento delle barre, e dunque può essere particolarmente significativo in travi fibrorinforzate in presenza di armature longitudinali caratterizzate da acciai con basso rapporto di incrudimento.

## CONCLUSIONI

Una campagna sperimentale consistente in prove a flessione su 7 prototipi in calcestruzzo armato è stata presentata in questo contributo, al fine di evidenziare l'effetto delle fibre nei confronti del comportamento in esercizio e agli stati limite ultimi di flessione. I risultati ottenuti sono stati interpretati sulla base di una modellazione analitica.

Le principali conclusioni che il presente lavoro ha consentito di raggiungere vengono schematicamente riportate nel seguito:

- 1) L'incremento di capacità portante a flessione legata all'aggiunta delle fibre è del tutto limitata e, da sola, non giustificerebbe il costo del materiale fibroso;
- 2) La duttilità globale dell'elemento è influenzata dalla presenza di fibre;
- 3) L'utilizzo di fibre in elementi strutturali con percentuali d'armatura relativamente alte evita una rottura lato calcestruzzo esplosiva, grazie alla tenacità a compressione e all'effetto confinante garantito dal fibrorinforzo;
- 4) Le fibre possono modificare le modalità di collasso a flessione di un elemento strutturale tendenzialmente spostando il collasso da lato calcestruzzo a lato acciaio;
- 5) Le fibre influenzano positivamente il comportamento dell'elemento strutturale in esercizio, garantendo minor fessurazione, lo sviluppo di un quadro fessurativo graduale e limitando l'apertura delle fessure.

Tra gli sviluppi del presente lavoro, merita sicuramente un cenno l'approfondimento circa l'effetto di diversi quantitativi di fibre e del rapporto di incrudimento sulla duttilità globale. Studi parametrici in questa direzione, sia sperimentali che numerici, seguiranno a breve.

## 5 RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare sinceramente il Prof. G.A. Plizzari e il Prof. A. Meda per il supporto nello svolgimento della presente ricerca. Un ringraziamento speciale va alle ditte Alfa Acciai (Brescia) e Tecnofer (Castrezzato, BS) per la fornitura dell'armatura per il confezionamento dei prototipi. Inoltre, l'assistenza dell'Ing. Marco Nodari nell'esecuzione delle prove e nella loro elaborazione ed interpretazione è stata particolarmente apprezzata.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] WALRAVEN, J. 1999. The evolution of Concrete. *Structural concrete* 1.
- [2] BALUGARU, P. & SHAH, S.P. 1992. *Fiber Reinforced Cement, Composites*. McGraw-Hill.
- [3] DI PRISCO, R., FELICETTI, R. e PLIZZARI, G.A. Eds. 2004. Proceedings of the 6th RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concretes (FRC). RILEM PRO 39, Bagneaux (France), 1514 pp.
- [4] FALKNER, H., HUANG, Z., & TEUTSCH, M. 1995. Comparative Study of Plain and Steel Fiber Reinforced Concrete Ground Slabs. *Concrete International*, 17(1).
- [5] SORELLI, L., A. MEDA e G. A. PLIZZARI. 2006. Steel fiber concrete slabs on grade: a structural matter. *ACI Structural Journal*. 103 (4) 2006.
- [6] DI PRISCO e M. & TONIOLO, G. 2000. Structural applications of steel fibre reinforced concrete. *Proceedings of the international workshop, Milan (Italy)*, April 4, 2000. CTE publ., Milan (Italy).

- [7] CNR DT 204/2006. 2006. Guidelines for the Design, Construction and Production Control of Fibre Reinforced Concrete Structures", *National Research Council of Italy*.
- [8] DAFSTB-RICHTLINIE STAHLFASERBETON DAFSTB UA SFB N 0171, Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton. 2005. German Guidelines for Fiber Reinforced Concrete, December 2005.
- [9] HOMAYOUN H. ABRISHAMI e DENIS MITCHELL. 1997. Influence of Steel Fibers on Tension Stiffening, *ACI Structural Journal*, Vol 94, No 6, pp. 769-776.
- [10] MINELLI, F. e PLIZZARI, G.A. 2006. Steel Fibers as Shear Reinforcement for Beams, *Proceedings of The Second Fib Congress*, Naples, Italy, 5-8 June, 2006, abstract on page 282-283, full length paper available on accompanied CD, pp.12.
- [11] SCHUMACHER P. 2006. Rotation Capacity of Self-Compacting Steel Fiber Reinforced Concrete. *PhD Thesis*. Delft University.
- [12] UNI 11039. 2003. Steel Fiber Reinforced Concrete - Part I: Definitions, Classification Specification and Conformity - Part II: Test Method for Measuring First Crack Strength and Ductility Indexes. Italian Board for Standardization.
- [13] CAMPIONE, G. e LA MENDOLA, L. 2004. Behavior in compression of lightweight fiber reinforced concrete confined with transverse steel reinforcement, *Elsevier Cement and Concrete Composites*, Vol 26, No 6, pp 645-656.
- [14] RINALDI, Z. 2006. An analytical model for the evaluation of the local ductility of R/C members, *Studies and Researches-Politecnico di Milano*, ed. by A. Migliacci, P.G. Gambarova and F. Mola, publ. by Starrylink (Brescia, Italy), V.26, pp.75-102.
- [15] RINALDI, Z., GRIMALDI, A. OLIVITO, R. - (2004), Behaviour of R.C. beams reinforced with FRC material: analytical-experimental evaluation, 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes, RILEM Publications, Bagnaux (France).
- [16] PARK, R., PRIESTLEY, M. J. N., GILL W. D. 1982. Ductility of Square-Confined Concrete Columns, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 108(4), pp. 929-950.
- [17] Nataraja, M.C., Dhang N., Gupta A.P. 1999. Stress-strain curves for steel fiber reinforced concrete under compression. *Cement & Concrete Composite* 21, Elsevier 1999, pp. 383-390.

# INFLUENZA DEL FILLER DI CALCARE E FLY-ASH SULLE CARATTERISTICHE REOLOGICHE E MECCANICHE DI SCC ALLE TEMPERATURE NORMALI E AD ALTE TEMPERATURE

Fausto Mistretta<sup>1</sup>, Daniel Meloni<sup>1</sup>, Monica Valdès<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Cagliari

## SOMMARIO

Una vasta sperimentazione condotta su 4 diverse miscele di calcestruzzo autocompattante, ottenute variando il rapporto acqua-cemento e utilizzando due diversi tipi di filler (calcereo e ceneri volanti), ha messo in luce le ottime prestazioni in termini di lavorabilità, di resistenza meccanica e di impermeabilità degli SCC. Le caratteristiche reologiche di ogni miscela sono state valutate in accordo con i metodi più diffusi (Slump-flow test, L-box, V-funnel test, Kajima test). La permeabilità è stata valutata testando 3 provini cilindrici per ogni miscela. La resistenza a trazione, a compressione a varie età di maturazione e la resistenza del calcestruzzo sottoposto ad altissime temperature, sono state misurate testando un totale di 12 provini cubici per ogni miscela.

## SUMMARY

A large experimentation on four different mixes of self compacting concrete, manufactured varying the water-cement ratio, and with two different filler – calcareous and PFA – pointed out the optimum performance of the SCC in terms of workability, strengths, and impermeability. Reological properties were evaluated by classical tests like Slump-flow test, L-box, V-funnel test, Kajima test.

Permeability has been evaluated by testing 3 cylindrical specimens for each mix. Tensile strength, compressive strength at different curing time and compressive strength of concrete exposed to high temperature, has been evaluated by testing a total of 12 cube specimens for each mix.

## 1. PREMESSA

Il calcestruzzo autocompattante (SCC) necessita ancora di sperimentazione in particolare per definire l'influenza che, la miscela di base esercita sul comportamento reologico, sulla resistenza meccanica nel tempo e in presenza di temperature elevate, sulla permeabilità, nell'ottica di garantire opere durevoli. Per ottenere queste prestazioni è necessario che il calcestruzzo autocompattante venga studiato, sperimentato e realizzato con grande professionalità per garantire la costanza dei risultati.

Stimolati dall'esigenza di uno stabilimento di prefabbricazione di studiare un calcestruzzo autocompattante, che potesse sostituire il tradizionale calcestruzzo vibrato, nella produzione di tegoli ad "U" di 20 m di luce, abbiamo condotto un'estesa campagna di indagini per definire il mix-design ottimale. L'obiettivo era di ottimizzare il processo produttivo con l'adozione di un calcestruzzo, che tra le sue caratteristiche avesse l'alta resistenza (essenziale per la realizzazione di strutture prefabbricate di elevata qualità), la rapidità di presa (necessaria per favorire lo scasseramento in tempi brevi, ottimizzando quindi la produttività del sistema) e una lavorabilità durevole (indispensabile date le dimensioni degli elementi strutturali da realizzare).

In questo lavoro si riportano le risultanze della sperimentazione condotta per valutare le differenze sulle caratteristiche reologiche e meccaniche di SCC confezionati con filler calcereo o ceneri volanti e differenti rapporti acqua-cemento, esposti alle normali ed alte temperature.

## 2. LA SPERIMENTAZIONE

Sono state sperimentate 4 miscele suddivise in 2 gruppi:

- 1° gruppo, miscele (A e B) con filler di calcare macinato;
- 2° gruppo, miscele (A' e B') con ceneri volanti.

Le miscele (A e B) e (A' e B') si differenziano tra loro solo per la percentuale di additivo e quindi di rapporto acqua-cemento.

Per ciascuna miscela sono stati realizzati 12 cubetti di 15 cm di lato, dei quali:

- 2 per la prova a compressione monoassiale 7 giorni
- 2 per la prova a compressione monoassiale 28 giorni
- 2 per la prova a compressione monoassiale 90 giorni
- 2 per la prova a compressione monoassiale 120 giorni
- 2 per la prova a trazione indiretta 7 giorni
- 2 per la prova a compressione alle alte temperature 120 giorni



Per ciascuna miscela sono stati realizzati 3 provini cilindrici 15 x 30 cm per i quali è stata valutata alla pressione atmosferica:

- l'acqua assorbita in %
- l'acqua totale di saturazione in %

Per la prova di compressione ad alta temperatura i provini, stagionati 120 giorni, sono stati riscaldati sino a 400°C con un gradiente di 4° gradi al minuto. Poi raffreddati e provati a compressione per valutare la resistenza residua.

Per ogni prova a compressione è stato ricavato il diagramma sforzi deformazioni per tutte le scadenze ed il modulo elastico medio.

Per le prove reologiche sono stati utilizzati i test seguenti:

- Slump-flow test
- L-box
- V-funnel test
- Kajima test

## 2.1 Inerti

Per tutti gli impasti sono stati adottati stessi inerti e stessa curva granulometrica, interna al fuso di Bolomey relativo a Dmax 30 mm, abitualmente utilizzata dallo stabilimento ospite. Gli aggregati sono stati raggruppati in base alle caratteristiche petrografiche ed alla provenienza:

- sabbia fine (Ømax 2.5 mm) lapidea – Arbus;
  - sabbia grossa (Ømax 6.5 mm) lapidea – Serdiana;
  - risone (Ømax 8.0 mm) calcareo – Segariu;
  - pietrischetto (Ømax 20 mm) calcareo – Segariu;
- Le percentuali di utilizzo di ogni singolo inerte sono:
- sabbia fine 30% (1.7%);
  - sabbia grossa 28% (1.6%);
  - risone 20% (1.4%);
  - pietrischetto 22% (1.3%).

Tra parentesi è riportata l'umidità totale come percentuale in peso di acqua che, ciascun tipo di inerte assorbe per portarsi nella condizione di saturo a superficie asciutta.

## 2.2 Cemento, additivi e filler

Il cemento utilizzato per gli impasti, fornito dallo stabilimento, è un Cem I 52.5 (*Ultracem I 52.5R*) della Italcementi; si tratta di un cemento Portland con una percentuale di clinker compresa tra il 95 ed il 100%.

Sono stati utilizzati gli additivi *Superflux 2003 AC* come superfluidificante e *Collamix L2* come viscosizzante, entrambi prodotti dalla Axim Italia.

Sono stati inoltre testati, due tipi di filler: di calcare macinato e di ceneri volanti.

## 2.3 Mix Design

Le caratteristiche delle 4 miscele preparate per la sperimentazione sono riassunte nella seguente Tabella 1.

Tabella 1 – Composizione delle miscele testate

Mix	A	B	A'	B'
Sabbia fine [kg/m <sup>3</sup> ]	440	440	440	440
Sabbia grossa [kg/m <sup>3</sup> ]	420	420	420	420
Risone [kg/m <sup>3</sup> ]	300	300	300	300
Pietrischetto [kg/m <sup>3</sup> ]	340	340	340	340
Cemento [kg/m <sup>3</sup> ]	380	380	380	380
Filler [kg/m <sup>3</sup> ]	190 <sup>(1)</sup>	190 <sup>(1)</sup>	190 <sup>(2)</sup>	190 <sup>(2)</sup>
Acqua [l/m <sup>3</sup> ]	180	160	180	160
Superfluidificante [%]	1,25	1,50	1,25	1,50
Viscosizzante [%]	1,00	1,00	1,50	1,00
Rapporto acqua/cemento	0,41	0,36	0,41	0,36

<sup>(1)</sup> Filler calcareo; <sup>(2)</sup> Ceneri volanti

Le miscele A e B (come le A' e B') differiscono solo per la quantità di superfluidificante e per il contenuto d'acqua, quindi per il rapporto a/c; le A e A' (come le B e B') differiscono invece solo per il differente tipo di filler.

## 3. RISULTATI

### 3.1 Prove reologiche

Ogni miscela è stata testata per verificarne la fluidità, la mobilità in presenza di sezioni congestionate e la resistenza alla segregazione. Le prove sono state effettuate in accordo con i metodi più diffusi già citati [12-18]. Le Tabelle 2 e 3 mostrano i risultati istantanei ed a 90 minuti dalla preparazione.

Tabella 2 – Risultati prove di lavorabilità a tempo T=0

Mix	A	B	A'	B'
Slump flow test (cm)	78	80	82	83
L-box T40 (sec)	4,5	2,8	2,9	3,1
V-funnel test(sec)	8,5	8,2	4,9	9,5
Kajima test (cm)	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabella 3 – Risultati prove di lavorabilità a tempo T=90 min

Mix	A	B	A'	B'
Slump flow test (cm)	72	80	73	77
L-box T40 (sec)	4,7	3,0	3,1	3,7
V-funnel test(sec)	10,5	10,9	6,3	10,5
Kajima test (cm)	0,0	0,0	0,0	0,0

Tutte le miscele hanno soddisfatto le specifiche prestazionali richieste ai calcestruzzi autocompattanti [3, 5], dimostrando la capacità di mantenere un'elevata lavorabilità anche a distanza di tempo.

### 3.2 Prove di resistenza

Da ogni miscela sono stati confezionati una serie di provini cubici [19], per misurare la resistenza a compressione a varie età di maturazione (Tab. 4), la resistenza a trazione (Tab. 5) e la resistenza alle alte temperature (Tab. 6).

Tabella 4 – Risultati prove a compressione (valori medi N/mm<sup>2</sup>).

giorni/Mix	A	B	A'	B'
7	52,95	54,91	47,28	62,75
28	63,41	71,91	66,46	82,59
90	64,72	78,23	76,26	93,26
120	71,47	85,21	85,20	107,21

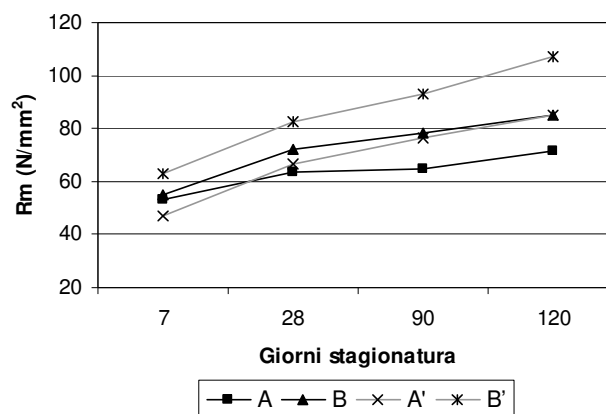


Figura 1 – Sviluppo delle resistenze medie nel tempo.

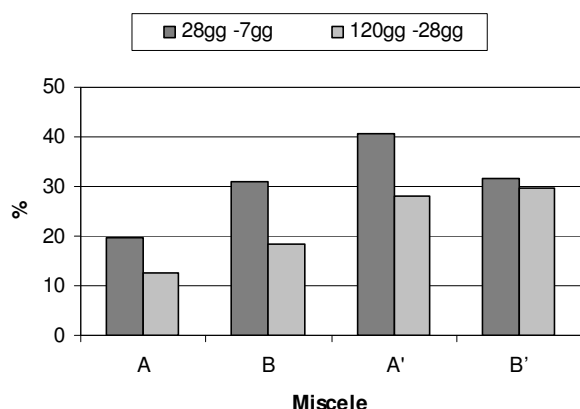


Figura 2 – Percentuale di incremento della resistenza media..

Si osserva un incremento di resistenza delle miscele a base di ceneri volanti superiore di circa il 50% rispetto a quello delle miscele a base di calcare macinato (Fig. 1). In particolare nell'intervallo di tempo 28-120 giorni tale differenza è ancora più marcata, a conferma che le miscele a base di ceneri volanti impiegano più tempo a completare il processo di indurimento (Fig. 2). Risulta evidente come la diversità di comportamento delle 4 miscele, sia dovuta essenzialmente al differente tipo di filler con cui sono confezionate. Si nota, infatti, che le difformità nello sviluppo delle resistenze tra le miscele confezionate con lo stesso filler sono qualitativamente simili.

Tabella 5 – Risultati prove a trazione indiretta(  $N/mm^2$ ).

Mix	A	B	A'	B'
Rtm	3,21	3,78	3,34	3,14

I valori della resistenza a trazione risultano coerenti con quelli teorici calcolati secondo la normativa italiana.

Si sono inoltre valutati gli effetti di una esposizione alle alte temperature. A tal fine sono stati utilizzati 2 provini cubici standard per ogni miscela. Sono stati testati a 120 giorni, ipotizzando che un eventuale incendio si sviluppi quando la struttura è ormai nel pieno della sua vita utile. I campioni sono stati riscaldati con un gradiente termico di 4° al minuto.

Degli 8 provini esaminati, 5 sono esplosi alla temperatura di circa 400 gradi. È da notare che, i tre campioni rimasti integri sono realizzati con le miscele che hanno il rapporto acqua – cemento maggiore.

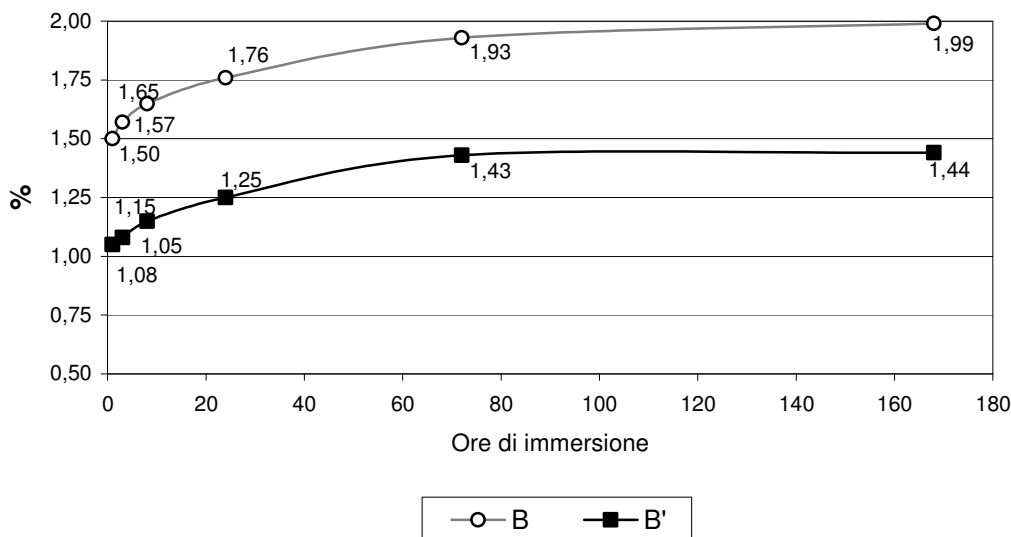


Figura 3 – Percentuale d'acqua totale di saturazione.

Tabella 6 – Risultati prove di resistenza al calore a 120gg..

Mix	A	B	A'	B'
Rm ( $N/mm^2$ ) <sup>(1)</sup>	53,38	-	58,83	-
Rm ( $N/mm^2$ ) <sup>(2)</sup>	71,47	85,21	85,20	107,21
Variazione %	- 28,8		- 22,4	

<sup>(1)</sup>Provini riscaldati a 400°; <sup>(2)</sup>Provini non riscaldati

Nei provini andati a rottura si riconosce un nucleo centrale rimasto integro, con distacco della parte esterna. I frammenti erano suddivisi tra poche parti di dimensioni apprezzabili e una grande quantità di parte fine. La superficie di rottura ha evidenziato che il distacco è avvenuto per rottura della pasta, con l'inerte quasi totalmente integro.

I valori di resistenza a compressione hanno evidenziato una perdita di resistenza dell'ordine del 20%, rispetto agli stessi provini non riscaldati, in linea quindi con quanto indicato dalla normativa [22].

### 3.3 Permeabilità

Le prove per la determinazione dell'assorbimento d'acqua alla pressione atmosferica [23] sono state condotte su provini cilindrici realizzati con le miscele B e B', a più basso rapporto acqua/cemento. Entrambe sono risultate estremamente impermeabili (Tab. 7).

Tabella 7 – % di assorbimento d'acqua alla pressione atmosferica.

Mix/ore	1	3	8	24	72	168
B	0,32	0,37	0,44	0,56	0,72	0,78
B'	0,21	0,25	0,31	0,43	0,60	0,62

I valori ultimi dell'acqua totale di saturazione alla pressione atmosferica, sono largamente inferiori di quelli massimi previsti dalla normativa (entrambi sotto il 2% contro il 12% della norma) (Fig. 3). Inoltre si nota che, già dopo le 72 ore, la curva dell'assorbimento tende ad un asintoto (Fig. 4); ciò significa che la quasi totalità del fenomeno si esplica nei primi tre giorni, indice dell'elevata durabilità dei calcestruzzi proposti.

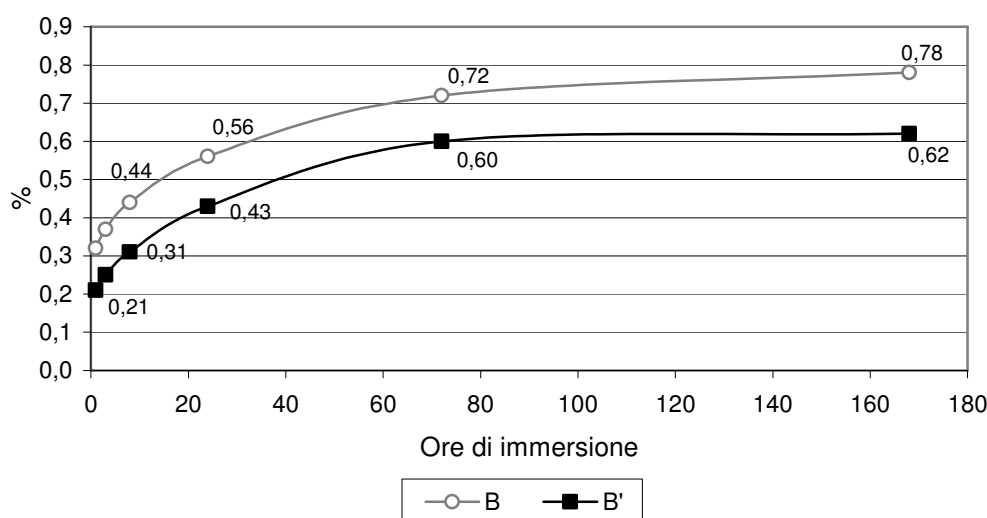


Figura 4 – Percentuale d'assorbimento d'acqua in riferimento alla massa.

#### 4. CONCLUSIONI

La sperimentazione ha portato a risultati rilevanti. Si sono ottenuti dei calcestruzzi caratterizzati da un'elevata lavorabilità, anche persistente nel tempo, senza pregiudicare la qualità meccaniche e resistive.

Tutte le miscele hanno dato risultati sufficientemente omogenei. Il ridotto margine di errore nel proporzionamento dei componenti, ha consentito di dedurre che le proprietà del calcestruzzo autocompattante, sono in parte dovute alle caratteristiche dei materiali, ma principalmente dalla formulazione di un corretto mix.

Non si sono riscontrate particolari differenze tra le varie miscele, a parte lo sviluppo della resistenza durante la fase di maturazione, che nei calcestruzzi realizzati con ceneri volanti risulta più lenta, mentre viene confermato che il parametro che incide maggiormente sulla resistenza è il rapporto acqua-cemento, qualunque siano i componenti dell'SCC.

Sono stati ottenuti manufatti caratterizzati da un'eccellente aspetto superficiale, privo di asperità e specialmente con l'utilizzo del filler calcareo, di colore omogeneo, esente da macchie superficiali e sufficientemente chiaro da poter essere anche colorato.

L'elevata impermeabilità all'acqua misurata, costituisce senza dubbio un grande vantaggio in termini di durabilità. La grande compattezza consente inoltre di ottenere superfici faccia vista di ottima finitura.

#### BIBLIOGRAFIA

[1]. UNI 11040-2003, Calcestruzzo autocompattante; specifiche, caratteristiche e controlli,.  
 [2]. OKAMURA H., OUCHI M. - (2003), Self-Compacting Concrete. *Journal of Advanced Concrete Technology*; 1(1): 5-15.  
 [3]. ATECAP - (2003) Linee guida per la produzione del calcestruzzo autocompattante SCC,.  
 [4]. OZAMA K., NORNOTO T. - (1999), Recommendation for Self-Compacting Concrete, *Japan Society of Civil Engineers*, Tokio,.  
 [5]. EFNARC - (2002), Specification and Guidelines for Self-Compacting Concrete, Farnham, UK,.  
 [6]. SKARENDAHL A., PETERSSON Ö. - (2000), State of the art, report of Rilem T. C., 174 SCC, Self-Compacting Concrete, France,.  
 [7]. DE NICOLA B., MISTRETTA F., MURTAS S. -

(2004), Prestazioni del Self-Compacting Concrete nelle strutture in c.a.p prefabbricate, *Proc. of Giornate A.I.C.A.P. 2004*, Verona.  
 [8]. B. DE NICOLA, L. PANI, F. MISTRETTA - (2006), "Profit of medium-low strength Self Compacting Concrete", *The Second fib Congress 2006*.  
 [9]. UNI 7163 Calcestruzzo preconfezionato - (1979).  
 [10]. EN 206-1 Concrete. - Specification, performance, production, and conformity - (2001).  
 [11]. EN 197-1 Cement, Composition, specifications and conformity criteria - (2001).  
 [12]. EN 450 Fly ash for concrete - Definition, requirements and quality control.  
 [13]. EN 12350-1 Testing fresh concrete: Part 1: Sampling.  
 [14]. HAYKAMA, M. - (1993) Development and Application of Super Workable Concrete, *Proc. of International Rilem Workshop on Special Concretes, Workability and Mixing*.  
 [15]. EN 12350-2 Testing fresh concrete: Part 2: Slump test.  
 [16]. UNI 11041-2003. Prova sul calcestruzzo autocompattante fresco, determinazione dello spandimento e del tempo di spandimento,.  
 [17]. UNI 11042-2003. Prova sul calcestruzzo autocompattante fresco, determinazione del tempo di efflusso all'imbuto (V-funnel),.  
 [18]. OZAMA, K., SAKATA, N., OKAMURA, H. - (1995), Evaluation of Self-Compacting of Fresh Concrete using the funnel test, *Concrete Library of ISCE*, (25): 59-75.  
 [19]. UNI EN 12390-3 Prova sul calcestruzzo indurito. Resistenza alla compressione.  
 [20]. EN 12620 Aggregates for concrete.  
 [21]. EN 934-2 AdMixtures for concrete - Definitions and requirements, 2000.  
 [22]. UNI 9502:2001 - Procedimento analitico per valutare la resistenza al fuoco degli elementi costruttivi di conglomerato cementizio armato, normale e precompresso.  
 [23]. UNI 7699:2005 - Prova sul calcestruzzo indurito - Determinazione dell'assorbimento di acqua alla pressione atmosferica.  
 [24]. DE NICOLA B., MISTRETTA F., MURTAS S., ODONI Z. - (2002), Prestazioni di calcestruzzi commerciali additivati con superfluidificanti, *Proc. of Giornate A.I.C.A.P. 2002*, Bologna.

# FORMULE PER LA VERIFICA ED IL PROGETTO DI PILASTRI RETTANGOLARI IN C.A. SOGGETTI A PRESSO FLESSIONE DEVIATA

Giorgio Monti<sup>1</sup>, Silvia Alessandri<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, "Sapienza" Università di Roma

## SOMMARIO

Il presente lavoro propone una procedura semplificata per la verifica di pilastri rettangolari in c.a. soggetti a pressoflessione deviata, al fine di facilitare un tipo di verifica che è sempre necessario effettuare, anche negli edifici regolari. Tale procedura si basa su una approssimazione del dominio tridimensionale di interazione a rottura mediante sezioni ottenute con piani a sforzo assiale costante. Il metodo, originariamente proposto da Bresler, è stato implementato in modo da consentire la costruzione in forma chiusa delle curve approssimanti, in funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione e dello sforzo normale agente; tale metodo consente di evitare la procedura classica che necessita della soluzione iterativa delle equazioni di equilibrio sulla sezione.

## SUMMARY

This paper proposes a simplified procedure for the assessment of rectangular columns with two – way steel reinforcement under biaxial bending and axial load, this for the aim of make easier a kind of assessment that is always necessary. This procedure is based on an analytical approximation of the tridimensional failure domain by plains at constant axial load. The method, originally proposed by Bresler, has been implemented: closed - form equations have been developed to express the intersection curves between the 3D failure domain and the plain at constant axial load as a function of the geometrical and mechanical section's parameters. In this way the iterative solution of the equilibrium equations of the classical approach is avoided.

## 1 APPROCCIO CLASSICO

Il metodo classico per la verifica e/o il progetto a pressoflessione deviata di pilastri in c.a. si basa sulla costruzione per punti del dominio di interazione a rottura  $N_{Sd}$ ,  $M_{xRd}$ ,  $M_{yRd}$ . Questa costruzione richiede l'integrazione dei diagrammi delle tensioni associati alla distribuzione delle deformazioni, per ciascuna combinazione di valori che l'angolo e la posizione dell'asse neutro possono assumere sulla sezione (Figura 1).

L'analisi allo stato limite ultimo a pressoflessione deviata di una sezione rettangolare, con armatura doppia simmetrica, si basa sulle consuete ipotesi di:

- conservazione delle sezioni piane (deformazioni lineari)
- perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo
- nessuna resistenza a trazione del calcestruzzo
- diagramma non lineare tensioni – deformazioni per acciaio (bilineare) e calcestruzzo (parabola-rettangolo).

Lo stato deformativo sulla sezione è pertanto unicamente definito dalla deformazione di compressione del calcestruzzo  $\epsilon_c$  e dalla deformazione di trazione dell'acciaio  $\epsilon_s$ . Il collasso

flessionale si verifica quando viene raggiunta una delle seguenti condizioni:  $\epsilon_c = \epsilon_{cu} = 0.0035$ , deformazione ultima del calcestruzzo, o  $\epsilon_s = \epsilon_{su}$ , deformazione ultima dell'acciaio.

Riferendosi alla Figura 2, il collasso della sezione può verificarsi secondo uno dei modi seguenti (dove  $\epsilon_s = 0.002$  = deformazione di snervamento dell'acciaio):

- $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$  e  $\epsilon_s = \epsilon_{su}$  (modo 1)
- $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$  e  $\epsilon_{yd} \leq \epsilon_s < \epsilon_{su}$  (modo 2)
- $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$  e  $0 \leq \epsilon_s < \epsilon_{yd}$  (modo 3).

Il Modo di collasso 1 è usualmente suddiviso in due sub – modi: modo 1a e modo 1b, che differiscono nello stato deformativo dell'acciaio compresso, che nel primo caso è elastico e nel secondo è snervato.

Ciascun diagramma limite è definito dall'angolo d'inclinazione dell'asse neutro rispetto all'asse orizzontale della sezione,  $\beta$ , e dalla sua posizione sulla sezione, definita dalla distanza dal lembo compresso,  $d'$ . Ciascuna terna limite,  $N_{Sd}$ ,  $M_{xRd}$ ,  $M_{yRd}$ , corrispondente a un punto sulla superficie di collasso, viene calcolata modificando con continuità la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso,  $d'$ , per ciascun valore dell'angolo  $\beta$  e risolvendo, a ciascun

passo, le seguenti equazioni di equilibrio:

$$N_{Sd} = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s \quad (1)$$

$$M_{xRd} = \int_{A_c} \sigma_c y dA_c + \int_{A_s} \sigma_s y dA_s \quad (2)$$

$$M_{yRd} = \int_{A_c} \sigma_c x dA_c + \int_{A_s} \sigma_s x dA_s \quad (3)$$

in cui  $\sigma_c$  è la tensione nel calcestruzzo,  $\sigma_s$  la tensione nelle armature,  $A_c$  l'area di calcestruzzo compresso e  $A_s$  l'area complessiva delle barre di rinforzo.

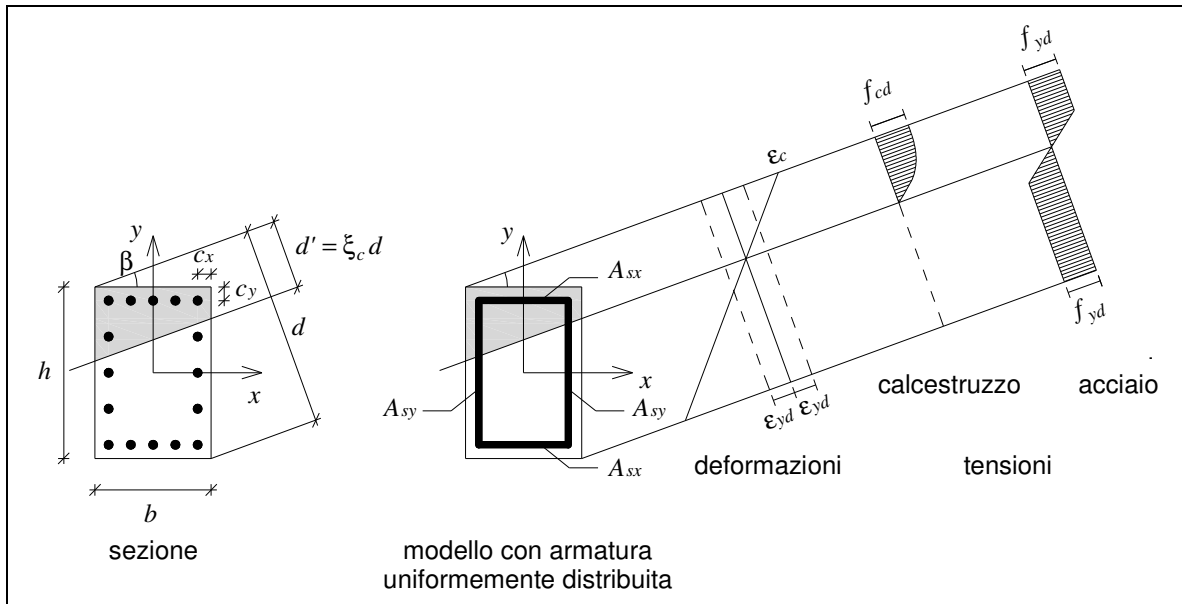


Figura 1 - Stato tensionale e deformativo in una sezione rettangolare con armatura doppia simmetrica soggetta a pressoflessione deviata

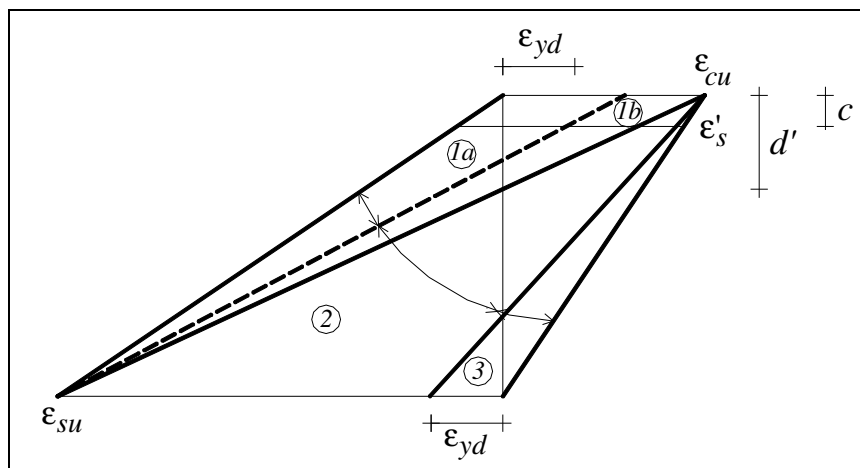


Figura 2 - Modi di collasso in una sezione in c.a

## 2 APPROCCIO APPROSSIMATO

### 2.1 Curve a sforzo assiale costante

Alcuni metodi numerici semplificati sono stati sviluppati per eseguire l'integrazione delle equazioni di equilibrio. Questi metodi sono basati sulla discretizzazione del dominio di integrazione (come il metodo di discretizzazione a fibre [1]) oppure sulla discretizzazione della funzione integranda (come il metodo di interpolazione di Gauss [2]); in ogni caso essi richiedono considerevoli sforzi computazionali.

Una procedura iterativa per analizzare lo stato tensionale – deformativo delle sezioni sottoposte a pressoflessione deviata è stata proposta da Menegotto e Pinto [3].

Al fine di evitare l'integrazione, il metodo sviluppato (basato su quello proposto da Bresler [4] detto “the load contour method”) approssima analiticamente la superficie di collasso con sezioni a sforzo assiale costante (si veda Figura 3), tramite l'equazione:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{0x}}\right)^{\alpha_1} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{0y}}\right)^{\alpha_2} = 1 \quad (4)$$

in cui  $M_{0x}$  e  $M_{0y}$  sono i momenti resistenti secondo gli assi principali della sezione,  $x$ ,  $y$ , e sotto lo sforzo assiale  $N_{Sd}$ ;  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  sono esponenti che dipendono dalla geometria della sezione, dalla percentuale di armatura e dallo sforzo assiale,  $N_{Sd}$ .

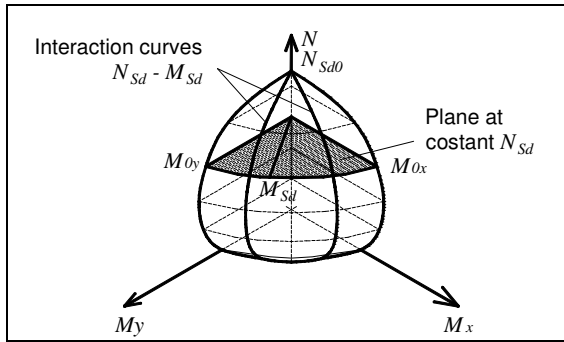


Figura 3 – Superficie di interazione biassiale.

L'equazione (4) può essere posta in forma adimensionale:

$$\left(\frac{m_{ux}}{m_{0x}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{m_{uy}}{m_{0y}}\right)^{\alpha} = 1 \quad (5)$$

in cui  $m_{ux}$  e  $m_{uy}$  sono le componenti, rispetto agli assi  $x$  e  $y$  della sezione, del momento flettente normalizzato  $m_{ud}$ ; mentre  $m_{0x}(n_{Sd})$  e  $m_{0y}(n_{Sd})$  sono i momenti flettenti normalizzati, sempre rispetto agli assi principali  $x$  e  $y$  della sezione, sotto il carico assiale applicato,  $n_{Sd}$ , forniti, rispettivamente dalle:

$$m_{ux} = \frac{M_{ux}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h^2} \quad (6)$$

$$m_{uy} = \frac{M_{uy}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b^2 \cdot h} \quad (7)$$

$$m_{0x} = \frac{M_{0x}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h^2} \quad (8)$$

$$m_{0y} = \frac{M_{0y}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b^2 \cdot h} \quad (9)$$

$$n_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (10)$$

Gli esponenti  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  possono assumere lo stesso valore,  $\alpha$ , come lo stesso Bresler indicò; esso può essere ricavato

analiticamente in funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione tramite l'equazione:

$$\alpha = c \cdot \left(\frac{b}{h}\right)^{\gamma} \cdot \mu_{sx}^{\eta_{sx}} \cdot \mu_{sy}^{\eta_{sy}} \cdot n_{Sd}^{\omega} \quad (11)$$

in cui  $b$  è la larghezza della sezione,  $h$  l'altezza,  $\mu_{sx}$  e  $\mu_{sy}$  sono le percentuali meccaniche di armatura poste, rispettivamente, in direzione parallela agli assi  $x$  e  $y$ ; gli ultimi due parametri indicati sono forniti dalle seguenti equazioni:

$$\mu_{sx} = \frac{A_{sx} \cdot f_{yd}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (12)$$

$$\mu_{sy} = \frac{A_{sy} \cdot f_{yd}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h} \quad (13)$$

con  $A_{sx}$  e  $A_{sy}$ , area di armatura parallela agli assi  $x$  e  $y$ , (come illustrato nella Figura 4);  $f_{cd}$  è la resistenza a compressione di progetto del calcestruzzo (0.85 tiene conto dei carichi di lunga durata),  $f_{yd}$  è la tensione di snervamento di progetto dell'acciaio.

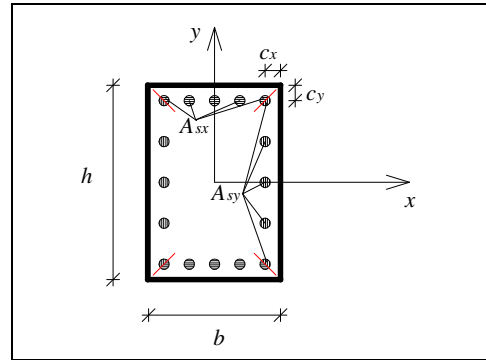


Figura 4 – Parametri della sezione trasversale

I valori del coefficiente  $c$  e degli esponenti  $\gamma$ ,  $\eta_{sx}$ ,  $\eta_{sy}$  e  $\omega$  nell'equazione (11) sono stati ottenuti mediante applicazione del metodo dei minimi quadrati. A questo scopo le curve che rappresentano l'intersezione del dominio di interazione a rottura normalizzato sono state costruite per punti mediante il metodo di discretizzazione a fibre, per diversi tipi di sezione (ottenuti variando i parametri  $b/h$ ,  $\mu_{sx}$ ,  $\mu_{sy}$ ). Il metodo dei minimi quadrati è stato applicato due volte: la prima per minimizzare la distanza tra le curve ottenute tramite l'equazione (5) e quelle ottenute con il metodo di discretizzazione a fibre; la seconda per minimizzare le differenze tra i valori degli esponenti  $\alpha$  ottenuti al passo precedente e quelli ottenuti tramite l'equazione (11). I valori ottenuti sono riportati nella Tabella 1.

La Figura 5 mostra la comparazione tra valori esatti (ottenuti mediante approssimazione a fibre della sezione) ed approssimati di domini di collasso ottenuti per diversi valori dei parametri di base ( $b/h$ ,  $\mu_{sx}$ ,  $\mu_{sy}$ ,  $n_{Sd}$ ). Si nota come l'equazione approssimata rappresenti correttamente il dominio di interazione della sezione.

Tabella 1 - Parametri per il calcolo dell'esponente  $\alpha$

$N_{Sd}$	$c$	$\gamma$	$\eta_{sx}$	$\eta_{sy}$	$\omega$
$> 0$	1.15	-0.01	-0.03	-0.03	-0.07
$= 0$	1.18	-0.02	-0.06	-0.14	
$< 0$	1.30	-0.06	-0.13	-0.30	0.18

Noto il parametro  $\alpha$  la verifica della sezione a pressoflessione deviata può essere eseguita facilmente verificando la seguente disequaglianza:

$$\left(\frac{m_{Sx}}{m_{0x}(n_{Sd})}\right)^\alpha + \left(\frac{m_{Sy}}{m_{0y}(n_{Sd})}\right)^\alpha \leq 1 \quad (14)$$

in cui  $m_{Sx}$  e  $m_{Sy}$  sono le componenti, rispetto agli assi  $x$  ed  $y$  della sezione, del momento flettente normalizzato agente  $m_{Sd}$ ; mentre  $m_{0x}(n_{Sd})$  e  $m_{0y}(n_{Sd})$  sono i momenti flettenti normalizzati sotto il carico assiale applicato,  $n_{Sd}$ , rispetto agli assi principali della sezione,  $x$  ed  $y$ .

## 2.2 Calcolo dei momenti resistenti

Per una sezione rettangolare in c.a. con armatura doppia simmetrica i momenti resistenti normalizzati  $m_{0x}(n_{Sd})$  e  $m_{0y}(n_{Sd})$ , rispetto agli assi principali  $x$  ed  $y$  della sezione, possono essere ottenuti mediante equazioni approssimate in funzione dello sforzo normale agente normalizzato  $n_{Sd}$ . In accordo alle notazioni di Figura 6, le equazioni di equilibrio (1), (2) e (3) possono essere scritte nella forma normalizzata seguente:

$$\alpha_c \xi_c + \frac{2\mu_{s\perp}}{1-2\delta_y} (\alpha_{s\perp}^+ \xi_{s\perp}^+ - \alpha_{s\perp}^- \xi_{s\perp}^-) + \mu_{s\parallel} (\alpha_{s\parallel}^+ - \alpha_{s\parallel}^-) = n_{Sd} \quad (15)$$

$$\alpha_c \xi_c (0.5 - k_c \xi_c) + \frac{2\mu_{s\perp}}{1-2\delta_y} \left[ \alpha_{s\perp}^+ \xi_{s\perp}^+ (0.5 - \delta_y - k_{s\perp}^+ \xi_{s\perp}^+) + \alpha_{s\perp}^- \xi_{s\perp}^- (0.5 - \delta_y - k_{s\perp}^- \xi_{s\perp}^-) \right] + \mu_{s\parallel} (0.5 - \delta_y) (\alpha_{s\parallel}^+ + \alpha_{s\parallel}^-) = m_{xRd} \quad (16)$$

$$\alpha_c \xi_c (0.5 - k_c \xi_c) + \frac{2\mu_{s\perp}}{1-2\delta_x} \left[ \alpha_{s\perp}^+ \xi_{s\perp}^+ (0.5 - \delta_x - k_{s\perp}^+ \xi_{s\perp}^+) + \alpha_{s\perp}^- \xi_{s\perp}^- (0.5 - \delta_x - k_{s\perp}^- \xi_{s\perp}^-) \right] + \mu_{s\parallel} (0.5 - \delta_x) (\alpha_{s\parallel}^+ + \alpha_{s\parallel}^-) = m_{yRd} \quad (17)$$

in cui il coefficiente  $\alpha_c$  definisce il diagramma equivalente delle tensioni per il calcestruzzo, il cui valore dipende dalla deformazione al lembo compresso del calcestruzzo,  $\epsilon_c$ ; i rapporti  $\mu_{s\parallel}$  e  $\mu_{s\perp}$  rappresentano i rapporti meccanici di armatura disposta, rispettivamente, parallelamente ed ortogonalmente all'asse neutro.

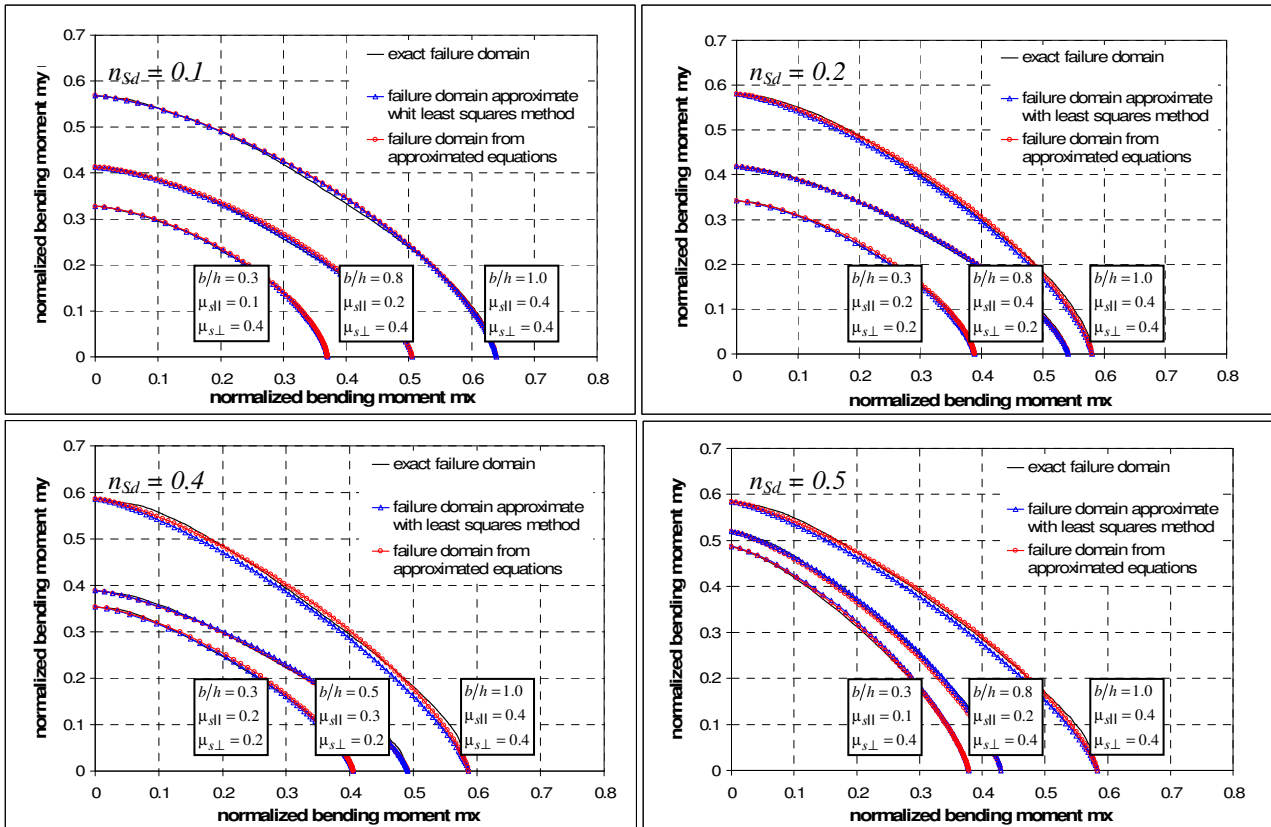


Figura 5 - Comparazione tra approccio esatto (metodo della scomposizione a fibre della sezione) e approccio approssimato per una sezione in c.a. soggetta a pressoflessione deviata

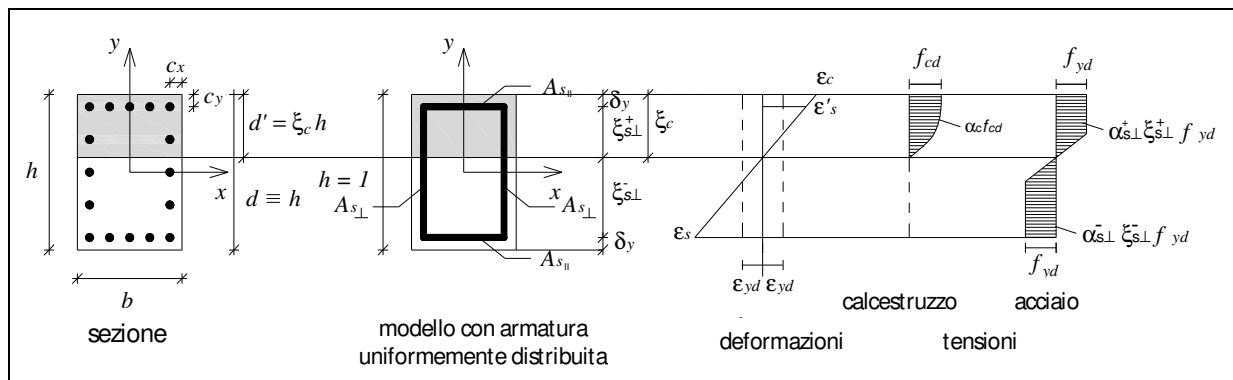


Figura 6 - Quantità adimensionali che descrivono la geometria e lo stato deformativo e tensionale (sia nel calcestruzzo che nell'acciaio) di una sezione rettangolare in c.a. con armatura doppia simmetrica.

Il parametro adimensionale  $\xi_c = d'/d$  definisce la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso;  $k_c$  fornisce la posizione della risultante di compressione per il calcestruzzo. L'armatura si considera uniformemente distribuita lungo il perimetro della sezione; i parametri adimensionali  $\xi_{s\perp}^+ = \xi_c - \delta$  e  $\xi_{s\perp}^- = 1 - \xi_c - \delta$  definiscono, rispettivamente, la porzione equivalente di armatura compressa e tesa disposta in direzione ortogonale all'asse neutro, essendo  $\delta$  il rapporto di copriferro ( $\delta_x = c/b$ ,  $\delta_y = c/h$  in cui  $c$  è lo spessore del copriferro). I coefficienti  $\alpha_{s\perp}^+$ ,  $\alpha_{s\perp}^-$  definiscono, rispettivamente, il diagramma equivalente di armatura compressa e tesa ortogonale all'asse neutro. I coefficienti  $\alpha_{s\parallel}^+$ ,  $\alpha_{s\parallel}^-$  definiscono, rispettivamente, il diagramma equivalente di armature compressa e tesa disposta parallelamente all'asse neutro. I valori/espressioni di questi coefficienti sono riportati nella Tabella 2, nella Tabella 3 e nella Tabella 4 per i modi di collasso 1a, 1b e 2.

Tabella 2 - Valori ed espressioni dei coefficienti nelle equazioni (15), (16) e (17).

Modo di collasso	$\xi_{s\perp}^+$	$\xi_{s\perp}^-$
1a		
1b	$\xi_c - \delta_{\perp}$	$1 - \xi_c - \delta_{\perp}$
2		

Tabella 3 - Valori ed espressioni dei coefficienti nelle equazioni (15), (16) e (17).

Modo di collasso	$\alpha_c$	$\alpha_{s\parallel}^+$	$\alpha_{s\parallel}^-$	$\alpha_{s\perp}^+$	$\alpha_{s\perp}^-$
1a		$\frac{\epsilon_{su} - \xi_c - \delta_{\perp}}{\epsilon_{yd} - \xi_c - \delta_{\perp}}$		0.5	$1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{yd}}{\epsilon_{su}}$
1b	0.8		1	$1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{yd} (1 - \xi_c - \delta_{\perp})}{\epsilon_{su} - \xi_c - \delta_{\perp}}$	
2		1		$1 - 0.5 \frac{\epsilon_{yd}}{\epsilon_{cu}} \frac{\xi_c}{\xi_c - \delta_{\perp}}$	$1 - 0.5 \frac{\epsilon_{yd}}{\epsilon_{cu}} \frac{\xi_c}{1 - \xi_c - \delta_{\perp}}$

Tabella 4 - Valori ed espressioni dei coefficienti nelle equazioni (15), (16) e (17).

Modo di collasso	$k_c$	$k_{s\perp}^+$	$k_{s\perp}^-$
1a		1/3	
1b	0.4	$1 - \frac{0.5 - 0.67(1 - \alpha_{s\perp}^+)^2}{\alpha_{s\perp}^+}$	$1 - \frac{0.5 - 0.67(1 - \alpha_{s\perp}^-)^2}{\alpha_{s\perp}^-}$
2		$\alpha_{s\perp}^+$	$\alpha_{s\perp}^-$

Per risolvere le equazioni di equilibrio (15), (16) e (17) occorre determinare la distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso,  $\xi_c$ . Con la sola eccezione del modo di collasso 2, in cui tale parametro può essere calcolato direttamente, in tutti gli altri modi deve essere determinato risolvendo iterativamente, per tentativi, l'equazione (15).

Al fine di evitare tale approccio iterativo la posizione dell'asse neutro può essere determinata in forma chiusa in funzione dello sforzo assiale normalizzato utilizzando il metodo della secante; i valori,  $n_i$ , che lo sforzo assiale normalizzato assume in corrispondenza dei limiti dei modi di collasso possono essere calcolati utilizzando le espressioni contenute nella Tabella 5, Tabella 6 e nella Tabella 7.

Alcune semplificazioni possono essere fatte ai limiti del campo 1a (corrispondente alla condizione di sezione interamente tesa con distanza dell'asse neutro dal lembo compresso  $\xi_c = 0$ ): la tensione nell'armatura superiore tesa viene trascurata, mentre l'armatura posta in direzione ortogonale all'asse neutro è assunta interamente snervata.

Tabella 5 - Parametri dei diagrammi delle tensioni per acciaio (bilineare) e calcestruzzo (parabola-rettangolo) per i limiti dei diversi modi di collasso.

Limiti dei modi di collasso	$\xi_c$	$\xi_{s\perp}^+$	$\xi_{s\perp}^-$
0-1a	0	0	
1a-1b	$\frac{\epsilon_{su} \delta_{\perp} + \epsilon_{yd} (1 - \delta)}{\epsilon_{su} + \epsilon_{yd}}$		
1b-2	$\frac{\epsilon_{cu} (1 - \delta)}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{su}}$	$\xi_c - \delta$	$1 - \xi_c - \delta$
2-3	$\frac{\epsilon_{cu} (1 - \delta)}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{yd}}$		



Tabella 6 - Parametri dei diagrammi delle tensioni per acciaio (bilineare) e calcestruzzo (parabola-rettangolo) per i limiti dei diversi modi di collasso.

Limiti dei modi di collasso	$\alpha_c$	$\alpha_{sll}^+$	$\alpha_{sll}^-$	$\alpha_{s\perp}^+$	$\alpha_{s\perp}^-$
0-1a	0	0	1	0	1
1a-1b	0.8	1		0.5	$1 - 0.5 \frac{\xi_c - \delta_{\perp}}{1 - \xi_c - \delta_{\perp}}$
1b-2				$1 - 0.5 \frac{\epsilon_{yd}}{\epsilon_{cu}} \frac{\xi_c}{\xi_c - \delta_{\perp}}$	$1 - 0.5 \frac{\epsilon_{yd}}{\epsilon_{cu}} \frac{\xi_c}{1 - \xi_c - \delta_{\perp}}$
2-3					0.5

Tabella 7 - Parametri dei diagrammi delle tensioni per acciaio (bilineare) e calcestruzzo (parabola-rettangolo) per i limiti dei diversi modi di collasso.

Limiti dei modi di collasso	$k_c$	$k_{s\perp}^+$	$k_{s\perp}^-$
0-1a	0	0	$1 - \frac{0.5 - 0.67(1 - \alpha_{s\perp}^-)^2}{\alpha_{s\perp}^-}$
1a-1b	1/3	1/3	
1b-2	0.4	$1 - \frac{0.5 - 0.67(1 - \alpha_{s\perp}^+)^2}{\alpha_{s\perp}^+}$	$\alpha_{s\perp}^-$
2-3			1/3

$$n_0 = -2\mu_{s\perp} - \mu_{sll} \quad (18)$$

$$n_1 = 0.8\xi_1 + 2 \frac{\mu_{s\perp}}{(1 - 2\delta_{\perp})} (2\xi_1 - 1) \quad (19)$$

$$n_2 = 0.8\xi_2 + 2 \frac{\mu_{s\perp}}{(1 - 2\delta_{\perp})} (2\xi_2 - 1) \quad (20)$$

$$n_3 = 0.8\xi_3 + 2 \frac{\mu_{s\perp}}{(1 - 2\delta_{\perp})} (1.215\xi_3 - 0.5 - 0.5\delta_{\perp}) \quad (21)$$

Assumendo il valore tipico per il rapporto di copriferro  $\delta_{\perp} = 0.05$ , le equazioni che forniscono i limiti,  $n_i$ , dello sforzo assiale normalizzato in corrispondenza dei limiti dei modi di collasso assumono le seguenti espressioni:

$$n_0 = -2\mu_{s\perp} - \mu_{sll} \quad (22)$$

$$n_1 = 0.8\xi_1 + 2.2\mu_{s\perp} (2\xi_1 - 1) \quad (23)$$

$$n_2 = 0.8\xi_2 + 2.2\mu_{s\perp} (2\xi_2 - 1) \quad (24)$$

$$n_3 \cong 0.8\xi_3 + 2.2\mu_{s\perp} (2\xi_3 - 1) \quad (25)$$

Applicando il metodo della secante si ottengono le equazioni dell'asse neutro in funzione dello sforzo normale agente per i diversi modi di collasso; tali equazioni sono riportate nella Tabella 8.

Tabella 8 - Valori/espressioni della distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso  $\xi_c$  per i diversi modi di collasso.

Modo di collasso	$\xi_c$
1a	$\frac{(n_{sd} + 2\mu_{s\perp} + \mu_{sll})}{(0.8 + 4.4\mu_{s\perp}) + \frac{\mu_{sll}}{\xi_1}}$
1b	$\frac{n_{sd} + 2.2\mu_{s\perp}}{0.8 + 4.4\mu_{s\perp}}$
2	

Sostituendo il valore trovato per  $\xi_c$  nelle espressioni contenute nella Tabella 2, nella Tabella 3 e nella Tabella 4 e,

poi, nelle equazioni (16) e (17), si ricavano, finalmente i momenti resistenti normalizzati  $m_{0,x}(n_{sd})$  and  $m_{0,y}(n_{sd})$ .

La Figura 7 mostra la comparazione tra il dominio esatto, realizzato utilizzando un modello di discretizzazione a fibre della sezione, e quello approssimato. Tale confronto mostra come il modello proposto approssimi bene quello esatto.

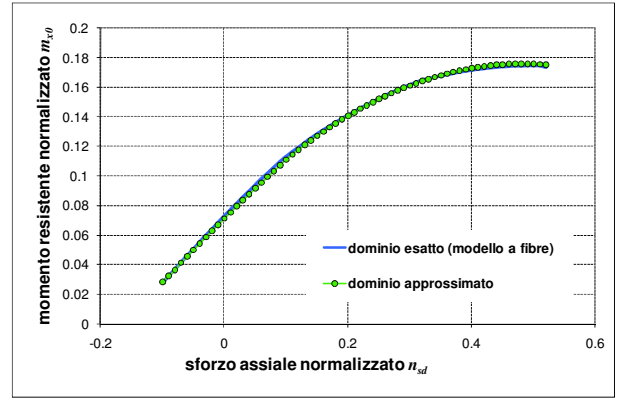


Figura 7 - Comparazione tra approccio esatto (metodo della scomposizione a fibre della sezione) e approccio approssimato per una sezione in c.a. soggetta a pressoflessione deviata

### 3 PROCEDURA DI VERIFICA PER I PILASTRI

Si consideri un pilastro esistente in c.a. con sezione rettangolare, soggetto ad un carico assiale  $N_{sd}$  e ad un momento flettente  $M_{sd}$ .

**Passo 1.** Si calcolano i valori che lo sforzo assiale normalizzato,  $n_i$ , assume in corrispondenza dei limiti tra i modi di collasso della sezione, utilizzando l'equazione (15), con i coefficienti desunti dalla Tabella 5 e dalla Tabella 6.

**Passo 2.** Mediante comparazione dello sforzo assiale normalizzato agente,  $n_{sd}$ , con i valori  $n_i$  trovati al Passo 1, si determina, mediante la Tabella 8, la funzione pertinente per la valutazione della distanza adimensionale dell'asse neutro dal lembo compresso,  $\xi_c$ .

**Passo 3.** Si calcolano i momenti resistenti mediante le equazioni (16) e (17), con i coefficienti desunti dalla Tabella 2, dalla Tabella 3 e dalla Tabella 4.

**Passo 4.** Si calcola l'esponente  $\alpha$  mediante l'equazione (11) con i coefficienti dati nella Tabella 1.

**Passo 5.** Si verifica la disuguaglianza (14).

### 4 ESEMPIO

Un pilastro non snello è soggetto a uno sforzo assiale di progetto  $N_{sd} = 475KN$ , ad un momento flettente di progetto  $M_{xsd} = 75KN$ , rispetto all'asse  $x$ , e ad un momento flettente di progetto  $M_{ysd} = 63KN$ , rispetto all'asse  $y$ .

Le caratteristiche geometriche della sezione sono illustrate nella Figura 8.

Si verifichi il pilastro dati: resistenza caratteristica del calcestruzzo  $f_{ck} = 24.9MPa$  e coefficiente parziale  $\gamma_c = 1.5$ , tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio  $f_{yk} = 440MPa$  e coefficiente parziale  $\gamma_s = 1.15$ .

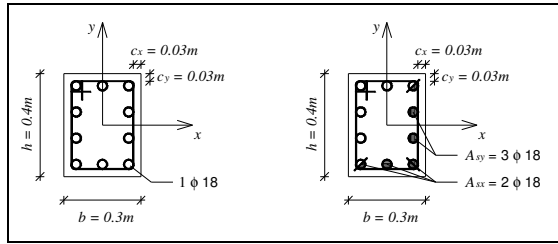


Figura 8 - Caratteristiche geometriche della sezione

#### 4.1 Calcolo del momento resistente adimensionale $m_{0x}$ :

I parametri adimensionali sono:  $\delta = \delta_y = 0.075$ ,

$$\mu_{s||} = \mu_{sx} = 0.11, \mu_{s\perp} = \mu_{sy} = 0.17$$

**Passo 1.** Si calcolano i valori che lo sforzo assiale normalizzato,  $n_i$ , assume in corrispondenza dei limiti tra i modi di collasso della sezione, utilizzando l'equazione (15), con i coefficienti desunti dalla Tabella 5 e dalla Tabella 6; i valori ottenuti sono ripostati nella Tabella 9.

Tabella 9 - Valori/espressioni della distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso  $\xi_c$  per i diversi modi di collasso.

Limiti dei modi di collasso	$n_i$
0-1a	-0.46
1a-1b	-0.04
1b-2	-0.005
2-3	0.538

**Passo 2.** Mediante comparazione dello sforzo assiale normalizzato agente,  $n_{Sd}$ , con i valori  $n_i$  trovati al Passo 1, si trova che la sezione collassa in campo 2; la funzione relativa per la determinazione della distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso della sezione,  $\xi_c$ , si ricava dalla Tabella 9:

$$\xi_c = \frac{n_{Sd} + 2\mu_{sy}}{0.8 + 4\mu_{sy}} = 0.4 \quad (26)$$

**Passo 3.** Sostituendo il valore di  $\xi_c$  nelle espressioni contenute nella Tabella 2, nella Tabella 3 e nella Tabella 4 e poi nell'equazione (16) si determina il momento resistente adimensionalizzato  $m_{0x}(n_{Sd})$ :

$$m_{0x}(n_{Sd}) = 0.269 \quad (27)$$

#### 4.2 Calcolo del momento resistente adimensionale $m_{0y}$ :

I parametri adimensionali sono:  $\delta = \delta_x = 0.1$ ,

$$\mu_{s||} = \mu_{sx} = 0.17, \mu_{s\perp} = \mu_{sy} = 0.11$$

**Passo 1.** Procedendo come nella sezione precedente si calcolano i valori dello sforzo assiale normalizzato,  $n_i$ ; i valori ottenuti sono ripostati nella Tabella 10.

Tabella 10 - Valori/espressioni della distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso  $\xi_c$  per i diversi modi di collasso.

Limiti dei modi di collasso	$n_i$
0-1a	-0.4
1a-1b	0.051
1b-2	0.051
2-3	0.49

**Passo 2.** Mediante comparazione dello sforzo assiale normalizzato agente,  $n_{Sd}$ , con i valori  $n_i$  trovati al Passo 1, si trova che la sezione collassa in campo 2; la funzione relativa per la determinazione della distanza adimensionalizzata dell'asse neutro dal lembo compresso della sezione,  $\xi_c$ , si ricava dalla Tabella 9:

$$\xi_c = \frac{n_{Sd} + 2\mu_{sy}}{0.8 + 4\mu_{sy}} = 0.39 \quad (28)$$

**Passo 3.** Sostituendo il valore di  $\xi_c$  nelle espressioni contenute nella Tabella 2, nella Tabella 3 e nella Tabella 4 e poi nell'equazione (17) si determina il momento resistente adimensionalizzato  $m_{0y}(n_{Sd})$ :

$$m_{0y}(n_{Sd}) = 0.28 \quad (29)$$

#### 4.3 Verifica della sezione

**Passo 4.** Si calcola l'esponente  $\alpha$  mediante l'equazione (11) con i coefficienti dati nella Tabella 1.

$$\alpha = c \cdot \left(\frac{b}{h}\right)^{\gamma} \cdot \mu_{sx}^{n_{sx}} \cdot \mu_{sy}^{n_{sy}} \cdot n_{Sd}^{\omega} = \frac{1.15}{0.75^{0.01} \cdot 0.11^{0.03} \cdot 0.17^{0.03} \cdot 0.28^{0.07}} = 1.417 \quad (30)$$

**Passo 5.** Si verifica la disuguaglianza (14):

$$\left(\frac{m_{Sdx}}{m_{0x}(n_{Sd})}\right)^{\alpha} + \left(\frac{m_{Sdy}}{m_{0y}(n_{Sd})}\right)^{\alpha} = \left(\frac{0.11}{0.27}\right)^{1.417} + \left(\frac{0.12}{0.28}\right)^{1.417} = 0.59 \leq 1 \quad (31)$$

La sezione risulta verificata.

## 5 CONCLUSIONI

In questo lavoro viene proposto un metodo semplificato per la verifica a pressoflessione deviata di pilastri rettangolari con armatura doppia simmetrica. Questo metodo impiega un'equazione originariamente proposta da Bresler, per l'approssimazione della superficie tridimensionale di rottura della sezione, giungendo ad una definizione esplicita dell'esponente contenuto nell'equazione in funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione e dello sforzo assiale agente.

In aggiunta, per facilitare ulteriormente la verifica, vengono definite equazioni in forma chiusa per il calcolo dei momenti resistenti uniassiali della sezione. I risultati ottenuti testando il metodo proposto mediante confronto con il metodo di approssimazione a fibre della sezione mostrano che i domini di rottura ottenuti con il metodo proposto approssimano bene quelli ottenuti con il metodo a fibre (considerato esatto).

Tale confronto dimostra quindi il vantaggio nell'utilizzo del metodo semplificato che consente, a partire dallo sforzo assiale agente sulla sezione, di definire il modo di collasso della sezione e calcolare agevolmente i momenti resistenti uniassiali.

## 6 RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro è stato sviluppato nell'ambito del programma "Dipartimento di Protezione Civile – Consorzio RELUIS", firmato l'11-07 (n. 540), Linea di Ricerca 2, il cui supporto finanziario è stato grandemente apprezzato.

## 7 RIFERIMENTI

[1] Hsu, C.T.T (1974). Behaviour of structural concrete subjected to biaxial flexure and axial compression. PhD. thesis, McGill University, Montreal.

- [2] Fafitis, A. (2001). Interaction surfaces of reinforced-concrete sections in biaxial bending. *J. Struct. Eng.* 127(7), 840-846.
- [3] Menegotto, M. e Pinto, P.E. (1977). Slender RC Compressed Members in Biaxial Bending. *Journal of the Structural Division*. Vol. 103, No. 3, March 1977, pp 587-605.
- [4] Bresler, B. (1960). Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending. *Journal of the American Concrete Institute.*, 57(5), Farmington Hills, Mi., November 1960, 481-490.

# IL RINFORZO FLESSIONALE DI TRAVI IN CEMENTO ARMATO MEDIANTE FOGLI IN FRP PRE-TESI ESTERNAMENTE ADESI: METODI ED EQUAZIONI DI PROGETTO

Giorgio Monti<sup>1</sup>, Marc'Antonio Liotta<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università "La Sapienza" di Roma, Via Gramsci, 53 – 00197 Roma

## SOMMARIO

L'uso di rinforzi in FRP pre-teso per il rinforzo a flessione è molto aumentato negli ultimi dieci anni, in particolare sotto forma di elementi laminati. Al contrario, l'uso di tessuti non ha visto un pari incremento, per via della difficoltà ad afferrare il tessuto stesso senza rischiare di lacerarlo. Viene proposto un dispositivo innovativo per afferrare ed applicare efficacemente la pre-tensione sui tessuti di FRP. Il dispositivo di presa/pre-tensionamento consente anche di applicare una pre-tensione gradiente lungo l'asse della trave, garantendo una maggior efficienza del rinforzo ed inibendo pertanto il rischio di distacco del tessuto alle estremità. Infine, vengono presentate alcune considerazioni riguardo il progetto di un intervento di rinforzo mediante tessuti di FRP pre-tesi

## SUMMARY

Use of prestressed FRP reinforcement for flexural strengthening of RC beams in shape of laminated strips has increased widely over the past ten years. However, use of prestressed fabrics has not increased as widely as that of laminated strips. This is mostly due to the difficulty of seizing the fabric when prestressing it, without ripping the fibres. A new device is proposed to effectively seize and prestress FRP fabrics. The main advantage of the seizing-tensioning device is that it may also allow gradient prestressing of the fabric along the beam axis, thus inhibiting the risk of debonding at the free ends of the fabric, in case the fabric is not mechanically end-restrained. Finally, some consideration regarding design of a strengthening intervention through prestressed FRP are presented.

## 1. STATO DELL'ARTE

Relativamente poche sono le ricerche condotte sugli FRP pre-tesi, a conoscenza degli Autori. Indipendentemente dal tipo (lamine o tessuti), si possono distinguere due metodi fondamentali per pre-tendere il rinforzo esterno: il metodo indiretto e quello diretto. Il primo applica la pre-tensione al rinforzo inflettendo la membratura stessa (Saadmanesh and Ehsani, 1991). Il secondo applica la tensione alla lamina o tessuto, esplicando le reazioni contro un telaio esterno (Deuring, 1993) o direttamente alle estremità dell'elemento stesso (Andrä and Maier 1999, Wight, Green and Erki, 2001).

Nel metodo indiretto, la regione a momento positivo della membratura viene controflessa utilizzando martinetti idraulico che inducono curvatura negativa. L'FRP viene adesivo alla faccia inferiore della trave, e quando l'adesivo ha polimerizzato, i martinetti vengono rimossi. Non appena la membratura si inflette sotto il peso proprio ed i sovraccarichi permanenti, una deformazione di tensione viene applicata (anche) al rinforzo esterno. Il livello di pre-tensione così applicato è piuttosto modesto, se comparato alla resistenza tensionale del materiale.

Nel metodo diretto, proposto da Deuring (1993) e Triantafillou et al. (1992), il rinforzo in FRP viene messo in tensione su un *letto di trazione*, indipendente dalla trave. Nuovamente, gli strati di FRP vengono adesi all'intradosso della trave, e quando l'adesivo ha polimerizzato, la forza di tensionamento viene rimossa. Per via dell'elevato livello di tensione che con questo metodo può essere raggiunto, il trasferimento di tensione dal rinforzo al calcestruzzo mobilita tensioni di taglio particolarmente elevate all'interfaccia: per evitare collassi per peeling, alle estremità del rinforzo debbono essere previsti ancoraggi meccanici addizionali.

Nel metodo diretto, quando il rinforzo viene messo in tensione reagendo direttamente contro le estremità della trave, un ulteriore vantaggio può essere offerto dallo stesso dispositivo di tensionamento che può essere lasciato in opera come ancoraggio terminale.

## 2. IL DISPOSITIVO DI TENSIONAMENTO DELL'FRP

La principale difficoltà tecnologica nel pre-tendere tessuti in FRP consiste nell'afferrare correttamente il tessuto stesso: l'unico modo affidabile di farlo è di avvolgere il tessuto

diverse volte attorno ad un profilo metallico tondo, impregnarlo di resina, ed attendere che la resina polimerizzi. In alternativa, si può vincolare meccanicamente con una sorta di ganascia attorno ad una parte di profilo curvo, ma questo metodo risulta affidabile solo per larghezze modeste. In ogni caso, una volta vincolato alle estremità, il tessuto può anche essere adesivo all'intradosso della trave, in modo da trarre vantaggio dalla completa interazione delle sezioni resistenti così realizzate. Si possono applicare più strati con lo stesso metodo, tuttavia nei primi applicati si avrà una parziale perdita di tensione, non più recuperabile se questi sono adesivi.

Viene proposto un nuovo dispositivo per afferrare e prendere correttamente l'FRP sotto forma di tessuto. Il vantaggio principale di questo dispositivo risiede nel fatto che, con un'apposita procedura, può applicare una tensione con gradiente lungo l'asse della trave, inibendo così il rischio di debonding del tessuto anche in assenza di ancoraggi terminali meccanici.

Il dispositivo consiste in un cilindro di appropriato diametro (colorato in rosso nell'illustrazione) attorno al quale il tessuto può essere avvolto senza resina. Questo cilindro è montato su di una slitta mobile (azzurro) che può scorrere in una slitta fissa (blu scuro), fissata direttamente all'intradosso della trave. (Figura 1). Il cilindro può ruotare intorno al proprio asse, ed avvolgere così la quantità necessaria di tessuto perché questo sia vincolato per semplice attrito e metterlo in uno stato di leggera tensione. All'aumentare della tensione nel tessuto, le molle (colorate in nero) visibili ai lati del dispositivo vengono compresse ed il cilindro –essendo montato su una slitta mobile- scorre di alcuni centimetri indietro, verso la mezzeria della trave, finché i denti delle ruote dentate montate sulle basi del cilindro ingranano sui denti fissi di blocco montati sulla slitta fissa, impedendo così ogni ulteriore rotazione.

Impedita la rotazione del cilindro, viene applicata pressione all'olio dei martinetti idraulici (in verde ai lati del dispositivo, Figura 2 e Figura 3) e viene finalmente applicata la tensione al rinforzo in FRP.

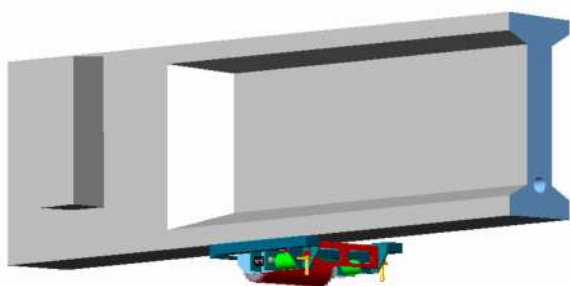


Figura 1 - Il dispositivo di tensionamento dell'FRP montato sotto una trave da ponte

I martinetti sono anche equipaggiati con celle di carico. Monitorando sia la pressione dell'olio che le celle di carico, viene monitorata anche la tensione nell'FRP fino al valore di progetto.

In tutte queste fasi il dispositivo lascia dello spazio tra il tessuto e l'intradosso della trave, per prevenire il rischio di lacerazione del tessuto contro possibili scabrosità del calcestruzzo.

Infine l'FRP viene reso aderente al calcestruzzo spingendolo verso l'alto mediante il serraggio dei bulloni (gialli) della ghigliottina con bordo in gomma (rossa); possono infine essere applicati dei vincoli meccanici (se necessari) e può essere lasciato del tempo perché la resina (se utilizzata) polimerizzi. La parte finale in eccesso del tessuto può essere deviata verso l'alto sulla testata della trave o semplicemente tagliata via, ed il dispositivo può venire finalmente rimosso.

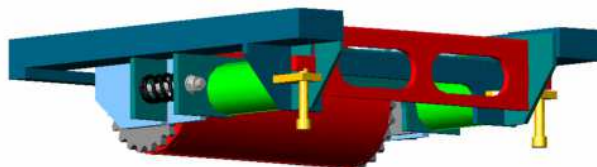


Figura 2 - Il dispositivo di tensionamento dell'FRP (visto dalla mezzeria della trave)

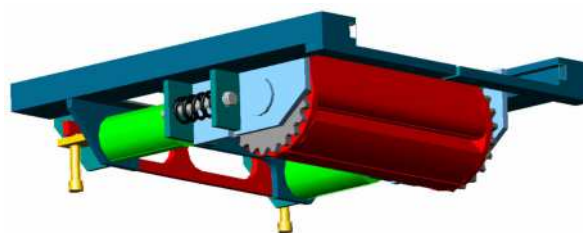


Figura 3 - Il dispositivo di tensionamento dell'FRP (visto dalla testata della trave)

Durante il tensionamento, l'estremità opposta del tessuto può essere vincolata alla trave con dispositivi meccanici o ad un secondo dispositivo di tensionamento, simmetricamente disposto rispetto alla mezzeria della trave. Se necessario, l'uso congiunto dei due dispositivi permette l'applicazione di una pre-tensione differenziale ad ogni strato di FRP: la tensione viene applicata al valore desiderato al tessuto, la cui zona centrale viene poi vincolata od incollata alla trave, e – semplicemente riducendo la pressione nei martinetti – si può impostare una progressiva diminuzione della tensione nelle rimanenti porzioni di tessuto verso le testate della trave. Questo metodo permette di tendere il tessuto fino al suo valore di resistenza ultima, piuttosto che fermarsi al valore di debonding, normalmente più basso.

### 3. PROGETTO DEL RINFORZO FLESSIONALE AGLI S.L.U. MEDIANTE FRP PRE-TESO

In questa sezione viene trattato il caso di una sezione in c.a. con insufficiente capacità flessionale. Gli sviluppi analitici presentati qui di seguito seguono i passi comunemente percorsi quando si vuol ottenere il rinforzo di tali situazioni, e cioè: dopo aver valutato la capacità resistente della trave, viene valutata la differenza rispetto alla domanda, e finalmente viene progettata la quantità di materiale di rinforzo necessario, ed il suo livello di pre-tensione, facendo uso di equazioni in forma chiusa.

### 3.1 Geometria e proprietà dei materiali

La Figura 4 mostra una sezione in c.a. rettangolare, a T o ad I soggetta a momento flettente, con applicato un FRP preteso all'intradosso. Vengono mostrate anche le distribuzioni di tensioni e deformazioni lungo l'altezza, e le corrispondenti risultanti.

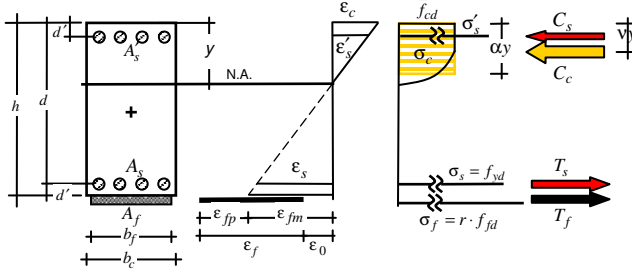


Figura 4 - Geometria della trave con profili di deformazioni e tensioni

Le proprietà geometriche e dei materiali sono:  $b_c$  = larghezza della sezione,  $h$  = altezza della sezione,  $d'$  = spessore del copriferro,  $d = h - d'$  = altezza utile,  $A_s$  = area dell'acciaio in trazione,  $A_s' = u \cdot A_s$  = area dell'acciaio in compressione,  $f_{ck}$  = resistenza caratteristica del cls,  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$  = resistenza di progetto del cls (con  $\gamma_c = 1.5$  ed il coefficiente per gli effetti a lungo termine  $\alpha_{cc}$  preso = 1, in accordo con EN1992-1-1, EC2, par. 3.1.6),  $E_c = 22000(f_{cm}/10)^{0.3}$  = modulo del cls (in MPa, in accordo all'EC2, Tabella 3.1; viene successivamente utilizzato per valutare la deformazione iniziale del cls),  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa = resistenza media del cls (secondo l'EC2, Tabella 3.1),  $\epsilon_{cu} = 0.0035$  = deformazione di schiacciamento del cls,  $f_{yk}$  = resistenza caratteristica a snervamento dell'acciaio,  $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$  = resistenza di progetto a snervamento dell'acciaio (con  $\gamma_s = 1.1$ ),  $\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$  = deformazione di snervamento dell'acciaio (nessun controllo viene eseguito sulla deformazione ultima, in accordo con l'EC2, par. 3.2.7).

### 3.2 Formulazione adimensionale

Per gli scopi dei prossimi sviluppi analitici è utile definire le seguenti quantità adimensionali:

- a) altezza adimensionalizzata dell'asse neutro (incognita):

$$\xi = \frac{y}{d} \quad (1)$$

- b) copriferro adimensionalizzato:

$$\delta = \frac{d'}{d} \quad (2)$$

- c) altezza adimensionalizzata:

$$\eta = h/d = 1 + \delta \quad (3)$$

- d) rapporto tra le armature in trazione/compressione, ed il suo complemento:

$$u = A_s' / A_s \quad \text{e} \quad w = 1 - u \quad (4)$$

- e) percentuali meccaniche d'armatura, rispettivamente in tensione e compressione:

$$\mu_s = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b_c d} \quad \text{e} \quad \mu_s' = \frac{A_s' f_{yd}}{f_{cd} b_c d} = u \cdot \mu_s \quad (5)$$

dove:  $A_f$  = area del foglio/lamina di FRP (di larghezza  $b_f$  e spessore  $t_f$ ),  $f_{jd} = E_f \epsilon_{fd}$  = resistenza di progetto del foglio di FRP (dove:  $E_f$  = modulo dell'FRP,  $\epsilon_{fd}$  = deformazione ultima di progetto dell'FRP). Finalmente, tutti i momenti possono essere normalizzati come segue:

$$m = \frac{M}{f_{cd} b_c d^2} \quad (6)$$

La notazione adimensionale verrà usata in tutti i successivi sviluppi, le equazioni risultanti diverranno così più compatte e leggibili. Per di più, il senso fisico di queste equazioni è immediatamente evidente osservando la Figura 5, dove la stessa sezione illustrata in Figura 4 è ridisegnata sostituendo tutte le quantità di interesse con le corrispondenti quantità adimensionali.

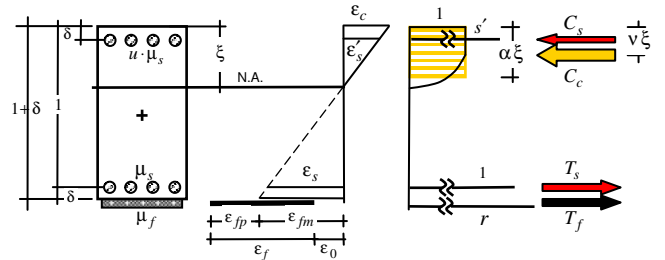


Figura 5 - Geometria della trave con profili di deformazioni e tensioni: identica alla Figura 4, con quantità adimensionali

### 3.3 Compatibilità

Con le precedenti posizioni, imposto che il collasso della trave occorra quando, le corrispondenti deformazioni nelle armature di trazione e compressione vengono facilmente trovate, attraverso la compatibilità, rispettivamente da:

$$\epsilon_s(\xi) = \epsilon_{cu} \frac{d-y}{y} = \epsilon_{cu} \left( \frac{1}{\xi} - 1 \right) \quad (7)$$

$$\epsilon_s'(\xi) = \epsilon_{cu} \frac{y-d'}{y} = \epsilon_{cu} \left( 1 - \frac{\delta}{\xi} \right) \quad (8)$$

mentre il livello di tensione nell'acciaio compresso è scritto in forma adimensionale come:

$$s'(\xi) = \frac{\sigma_s'}{f_{yd}} = \min \left[ \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{yd}} \left( 1 - \frac{\delta}{\xi} \right), 1 \right] \quad (9)$$

### 3.4 Valutazione delle condizioni iniziali

In forma adimensionale, il momento resistente esistente si trova risolvendo la seguente formula di equilibrio alla traslazione per l'altezza dell'asse neutro  $\xi$ :

$$0 = \alpha \cdot \xi + s'(\xi) \cdot u \cdot \mu_s - \mu_s \quad (10)$$

dove  $\alpha = 0.8$  è la risultante del cls compresso. La soluzione della precedente equazione viene usata per trovare il momento resistente adimensionalizzato, sostituendolo nella seguente equazione:

$$m_{Rd} = s'(\xi) \cdot u \cdot \mu_s (v \xi - \delta) + \mu_s (1 - v \xi) \quad (11)$$

dove  $v=0.4$  è l'altezza del punto d'applicazione della risultante del cls compresso, e dove:  $s'(\xi)$  viene dato da (9),  $u$  da (4),  $\mu_s$  da (5), e  $\delta$  da (2).

### 3.5 Condizioni iniziali prima dell'applicazione del rinforzo

Prima di applicare il rinforzo in FRP, è necessario conoscere lo stato di deformazione all'intradosso della trave. Nel caso in cui la trave sia puntellata, questo è uguale a zero, mentre se la trave è lasciata sotto il peso proprio (medio)  $G_k$  delle condizioni di servizio, la deformazione iniziale  $\varepsilon_0$  viene valutata come:

$$\varepsilon_0 = \min(\varepsilon_{0,cr}, \varepsilon_{0,id}) \quad (12)$$

dove  $\varepsilon_{0,cr}$  e  $\varepsilon_{0,id}$  sono le deformazioni iniziali valutate usando rispettivamente la rigidezza fessurata o quella ideale. La prima si ottiene dividendo per  $2.0 \div 2.5$  la rigidezza della sezione intera, mentre la seconda si ottiene considerando la sezione come costituita dal solo cls compresso e le barre omogeneizzate. La deformazione è data da:

$$\varepsilon_0 = \frac{M_{G_k}}{E_c I_{(cr \text{ or } id)}} (h - y) \quad (13)$$

dove  $M_{G_k}$  = momento flettente dato dal momento flettente dovuto al valore caratteristico (medio) del peso proprio delle condizioni di servizio (uguale a zero se puntellata),  $I_{(cr \text{ or } id)}$  = momento di inerzia della sezione, valutato con la sezione fessurata o ideale.

### 3.6 Progetto del rinforzo in FRP

Lo scopo della procedura di rinforzo mediante FRP presi è di soddisfare la richiesta che:

$$m_{RD,f} = incr \cdot m_{RD} \geq m_{SD} \quad (14)$$

cioè di incrementare di un fattore  $incr$  il momento resistente  $m_{RD}$  valutato con la (11) in maniera da ottenere un momento resistente finale  $m_{RD,f}$  maggiore del momento agente  $m_{SD}$ .

Il progetto dovrebbe anche mirare a soddisfare la condizione che la deformazione  $\varepsilon_f$  nell'FRP non ecceda la massima deformazione di progetto  $\varepsilon_{fd}$ , possibilmente ridotto da un fattore di efficienza (o incertezza)  $r \leq 1$ , da assegnarsi basandosi sul dispositivo di tensionamento utilizzato:

$$\varepsilon_f(\xi) = \varepsilon_{fm}(\xi) + \varepsilon_{fp} \leq r \cdot \varepsilon_{fd} \quad (15)$$

dove si può notare che la deformazione totale nell'FRP si ottiene sommando la deformazione meccanica  $\varepsilon_{fm}(\xi)$  più quella iniziale di pre-tensione  $\varepsilon_{fp}$ . La prima è indotta dall'incremento di momento ( $M_{RD,f} - M_{G_k}$ ) meno la deformazione iniziale  $\varepsilon_0$  in (12), e si trova basandosi sulla compatibilità, come segue:

$$\varepsilon_{fm}(\xi) = \varepsilon_{cu} \left( \frac{\eta}{\xi} - 1 \right) - \varepsilon_0 \quad (16)$$

### 3.7 Rinforzo con FRP pre-teso

Il primo passo è di seguire il materiale FRP appropriato solo sulla base della deformazione ultima di progetto  $\varepsilon_{fd}$ . Altre proprietà, come resistenza e modulo, verranno selezionate dopo che la procedura è completata.

Il fattore di efficienza (o incertezza) si può esprimere come:

$$r = \frac{\varepsilon_{fm}(\xi)}{\varepsilon_{fd}} + p_f \leq 1 \quad (17)$$

dove  $\varepsilon_{fm}(\xi)$  si trova con la (16), mentre:

$$p_f = \frac{\varepsilon_{fp}}{\varepsilon_{fd}} \quad (18)$$

è il rapporto tra la deformazione di pre-tensione dell'FRP rispetto a quella ultima.

La quantità appena definita è l'obiettivo del progetto, assieme alla percentuale meccanica di armature in FRP  $\mu_f$ , definita come:

$$\mu_f = \frac{A_f f_{fd}}{f_{cd} b_c d} \quad (19)$$

dove  $f_{fd}$  = FRP resistenza di progetto dell'FRP.

Le equazioni di equilibrio della sezione in questo caso sono:

$$0 = \alpha \cdot \xi + s'(\xi) \cdot u \cdot \mu_s - \mu_s - r \cdot \mu_f \quad (20)$$

$$m_{RD,f} = s'(\xi) \cdot u \cdot \mu_s (v \xi - \delta) + \mu_s (1 - v \xi) + r \cdot \mu_f (\eta - v \xi) \quad (21)$$

dove il valore-obiettivo  $m_{RD,f}$  dipende dal al valore scelto per  $incr$  in (14), ed  $\eta$  è dato in (3).

Risolviendo le due equazioni appena citate, assieme alla limitazione (17) dove bisogna stabilire un valore per  $r$ , vengono trovate le tre incognite:  $\mu_f$ ,  $p_f$ ,  $\xi$ .

### 3.8 Progetto mediante equazioni in forma chiusa

Semplici equazioni di progetto possono ottenersi facendo la (non restrittiva) assunzione che  $s'(\xi) = 1$ . Tale assunzione è non restrittiva in quanto: a) il contributo dell'acciaio compresso è generalmente sensibilmente minore di quello teso più l'FRP, b) l'acciaio compresso generalmente è snervato:

$$\varepsilon'_s(\xi) = \varepsilon_{cu} \left( 1 - \frac{\delta}{\xi} \right) \geq \varepsilon_{yd} \quad (22)$$

cioè quando:

$$\xi \geq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} \delta \quad (23)$$

che è quasi sempre il caso.

Le due equazioni di equilibrio (20) e (21) allora divengono:

$$0 = \alpha \cdot \xi - w \cdot \mu_s - r \cdot \mu_f \quad (24)$$

$$m_{RD,f} = \mu_s \cdot (1 - u \cdot \delta - w \cdot v \xi) + r \cdot \mu_f (\eta - v \xi) \quad (25)$$

dove sono state utilizzate le posizioni in (3) e (4).

Dalla (24) si trova l'espressione di  $\xi$ , come:

$$\xi = \frac{w \mu_s + r \mu_f}{\alpha} \quad (26)$$

che può esser sostituita nella (25) per ottenere:

$$m_{Rd,f} = \mu_s(1-u\delta) + r \mu_f \eta - \frac{v}{\alpha} (w \mu_s + r \mu_f)^2 \quad (27)$$

dalla quale si può trovare la quantità di FRP  $\mu_f$ :

$$\mu_f = \frac{1}{2vr} \left[ \frac{\alpha \cdot \eta - 2vw \cdot \mu_s -}{-\sqrt{\alpha^2 \cdot \eta^2 - 4v \alpha [m_{Rd,f} - \mu_s(u-\delta)]}} \right] \quad (28)$$

assieme alla pretensione  $p_f$  da applicare:

$$p_f = r - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{fd}} \left( \frac{\alpha \cdot \eta}{w \mu_s + r \mu_f} - 1 \right) + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{fd}} \quad (29)$$

### 3.9 Calcolo della quantità di FRP

Avendo determinato la quantità di FRP in termini adimensionali di percentuale meccanica di armatura  $\mu_f$ , l'area dell'FRP si trova scegliendo la resistenza di progetto  $f_{fd}$  (ed implicitamente il modulo dell'FRP:

$E_f = f_{fd} / \epsilon_{fd}$ ):

$$A_f = \frac{\mu_f f_{cd} b_c d}{f_{fd}} \quad (30)$$

La pre-tensione applicata è:

$$\sigma_{fp} = p_f \cdot r \cdot f_{fd} \quad (31)$$

e la forza da applicare all'FRP mediante il dispositivo di pre-tensionamento è:

$$P_{fp} = \sigma_{fp} \cdot A_f \quad (32)$$

### 4. FENOMENI A LUNGO TERMINE

Per quanto a conoscenza degli Autori, fenomeni a lungo termine possono essere un problema specifico nel caso di applicazione di livelli elevati di pre-tensione a travi in cui il rinforzo non sia ancorato meccanicamente alle estremità, ma solamente adesivo. Evidenza sperimentale di creep ed esposizione a cicli di temperatura sotto condizioni di tensione elevata non è ben chiara. Sono in corso di indagine ulteriori studi.

### 5. CONCLUSIONI

E' stato sviluppato un innovativo dispositivo per afferrare e tendere in maniera adeguata tessuti in FRP. Il dispositivo è facilmente maneggevole, riutilizzabile ed adattabile alle

condizioni locali di lavoro. Sia il livello di pre-tensione che il livello di tensione totale nel tessuto vengono continuamente tenuti sotto controllo e possono essere facilmente essere adattati alle locali condizioni di progetto. E' stata anche proposta una procedura di progetto di facile ed immediato utilizzo per i professionisti. Questa permette di determinare, facendo uso di equazioni in forma chiusa, la quantità di FRP ed il livello di pre-tensione che permette a sezioni in c.a. insufficientemente armate di raggiungere l'incremento di capacità flessionale richiesto.

### 6. RICONOSCIMENTI

Un particolare ringraziamento va alla T.I.S. S.p.A. di Roma, rappresentata dall'ing. Roberto Marnetto, per lo sviluppo e la realizzazione del dispositivo.

Questo lavoro è stato condotto con il supporto finanziario del programma "Dipartimento di Protezione Civile - Consorzio RELUIS", firmato il 7-11-2005 (n. 540), Linea di ricerca 8.

### 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] ANDRÄ, H-P, AND MAIER, M (1999). Poststrengthening of RC structures by prestressed externally bonded CFRP strips. *Structural faults and repair 99* M.C. Forde Ed.
- [2] DEURING, M. (1993). *Bericht Nr 224*. Verstärken von Stahlbeton mit gespanntem Faserverbundwerkstoffen. EMPA, Dubendorf.
- [3] EN1992-1-1, EC2, par. 3.1.6
- [4] LUKE, P. S., LEEMING, M. B. AND SKWARSKI, A. J. (1998), ROBUST results for carbon fibre. *Concrete Engineering International*, 2(2), 19-21.
- [5] SAADTMANESH, H AND EHSANI, M. R. (1991): RC beams strengthened with GFRP plates. I: Experimental study. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 117(11), 3417-3433.
- [6] TRIANTAFILLOU, T.C. AND DESKOVIC N. (1991). Innovative Prestressing with FRP Sheets: Mechanics of Short-Term Behavior. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 7, July 1991, pp. 1652-1672.
- [7] TRIANTAFILLOU, T.C., DESKOVIC N. AND DEURING, M (1992). Strengthening of concrete structures with prestressed fibre reinforced plastic sheets. *ACI Structural Journal* 89(3), 235-244.
- [8] WIGHT R G, GREEN M F AND ERKI M A: Prestressed FRP sheets for poststrengthening reinforced concrete beams. *Journal of Composites for Construction*, November 2001;215-220.



# COMPORTAMENTO ALLE ALTE TEMPERATURE DI SOLETTE DI CALCESTRUZZO ARMATO CON BARRE DI FRP

**Emidio Nigro , Gaetano Manfredi , Edoardo Cosenza, Giuseppe Cefarelli**

DIST - Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Napoli "Federico II", Via Claudio n. 21, 80125-Napoli

## SOMMARIO

La memoria affronta l'aspetto della resistenza al fuoco di solette di calcestruzzo armate con barre o griglie di FRP. Sono stati esaminati i dati sperimentali disponibili sul comportamento dei materiali FRP e delle solette armate con barre di FRP alle alte temperature, deducendo curve di degrado delle proprietà meccaniche con la temperatura rappresentative di classi omogenee di materiali compositi. E' stata poi implementata e validata una procedura accurata per l'analisi termo-meccanica, che ha consentito di costruire le curve di degrado della capacità portante di solette armate con FRP in funzione dei parametri geometrici e meccanici più significativi e di suggerire metodi semplificati di verifica, utili anche per la messa a punto di eventuali linee-guida sull'argomento.

## SUMMARY

The paper deals with the structural behaviour of concrete slabs reinforced with FRP bars or grids in the case of high temperature. The experimental data available in the literature about the behaviour of fiber-reinforced composites materials as well as of concrete slabs reinforced with FRP bars or grids at high temperature have been carefully examined, determining deterioration curves of bars mechanical properties as a function of the temperature. An accurate calculation procedure has been implemented and validated in order to assess the deterioration curves of the FRP reinforced concrete slabs bearing capacity depending on the main geometrical and mechanical parameters. Some simplified design methods have been also suggested.

## 1. INTRODUZIONE

Una delle principali problematiche esibite dalle usuali solette in calcestruzzo armato con barre metalliche, soprattutto appartenenti a strutture esposte agli agenti atmosferici, è costituita dalla durabilità e dalla reale vita utile.

Un'applicazione innovativa, già utilizzata in alcuni paesi nell'ambito delle solette da ponte, è rappresentata dall'uso di griglie di barre o profili in FRP in sostituzione delle armature tradizionali. I vantaggi della soluzione tecnologica di griglie di barre in FRP annegate nel getto di calcestruzzo, in luogo delle usuali armature metalliche, sono numerosi: eccellente resistenza alla corrosione ed agli agenti atmosferici, quali attacchi chimici e cicli di gelo-disgelo, possibilità di realizzare la griglia di barre in stabilimento (standardizzazione del processo), facilità di movimentazione e bassi costi di trasporto per la leggerezza del materiale, semplicità della costruzione. La rapida installazione, consentendo un'interruzione di breve durata dei servizi, offre significativi vantaggi economici e sociali per le infrastrutture dell'area interessata, ma risulta utile anche per la realizzazione di impalcati per edifici.

Tuttavia, un aspetto rilevante del comportamento di solette armate con FRP è costituito dagli effetti di incendi all'estradosso o all'intradosso della soletta, possibili sia all'esterno per solette da ponte, sia all'interno per solette di edifici residenziali o industriali. In tali casi, il decadimento delle caratteristiche meccaniche delle barre in materiale polimerico fibro-rinforzato e delle caratteristiche dell'aderenza in

presenza di alte temperature determina una riduzione della resistenza e della rigidità delle membrature inflesse durante l'incendio. Ovviamente gli effetti delle alte temperature risultano critici in strutture di calcestruzzo rinforzate esternamente con FRP (Nigro et Al., 2006, [14]), ma risultano comunque rilevanti anche nel caso di membrature di calcestruzzo rinforzate con armature interne di FRP.

Dal punto di vista normativo, esistono allo stato attuale alcuni codici e linee-guida, sia nazionali (Istruzioni CNR-DT 203/2006, [4]), che internazionali, per il progetto di strutture di calcestruzzo armate con barre di FRP ([5],[6],[7]). Tra queste solo le norme canadesi (CAN/CSA-S806-02,[5]) forniscono specifiche progettuali concrete per quanto riguarda gli effetti delle alte temperature, mediante una serie di abachi che consentono di stimare il ricoprimento di calcestruzzo necessario per mantenere la temperatura nelle barre di FRP entro limiti accettabili; tuttavia, per l'applicabilità della metodica è necessario conoscere la cosiddetta "temperatura critica" della specifica armatura di rinforzo, che in genere non è nota. Altre normative, come ad esempio le linee-guida ACI 440.1R-04 ([7]) suggeriscono di non utilizzare armature di FRP nei casi in cui la resistenza al fuoco costituisce un requisito essenziale.

In tale ambito, la presente memoria è finalizzata ad esaminare l'aspetto della resistenza al fuoco di solette di calcestruzzo armate con barre o griglie di FRP non protette, al fine di individuare i principali parametri influenti e di suggerire metodiche di progetto/verifica semplificate, utili anche per la messa a punto di eventuali linee-guida sull'argomento.

## 2. CARATTERIZZAZIONE TERMICA E TERMO-MECCANICA DEI MATERIALI

Per lo studio del comportamento alle alte temperature di elementi strutturali in calcestruzzo armati con barre di materiale composito fibrorinforzato occorre definire, per ogni materiale costituente la struttura, le proprietà termiche e termomeccaniche al variare della temperatura. Nei successivi paragrafi vengono richiamate le proprietà utilizzate nel presente lavoro per la caratterizzazione dei materiali.

### 2.1. Calcestruzzo

Per il calcestruzzo si fa riferimento alle formulazioni proposte dall'Eurocodice 2 - Parte 1-2 [2], sia per quanto riguarda le proprietà termiche (*conducibilità termica, calore specifico e densità*), sia per quanto concerne quelle meccaniche, rappresentate dal *legame costitutivo*  $\sigma$ - $\varepsilon$  del materiale in funzione della temperatura.

Per esigenze di brevità si riportano solo le rappresentazioni grafiche del legame costitutivo del calcestruzzo (Figura 1) e della curva di riduzione della resistenza a compressione (Figura 2).

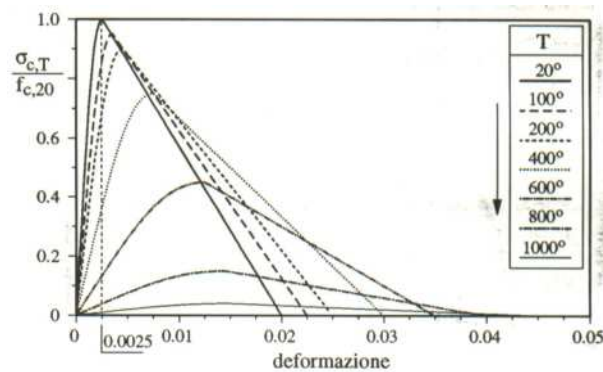


Figura 1 - Legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  del calcestruzzo al variare della temperatura

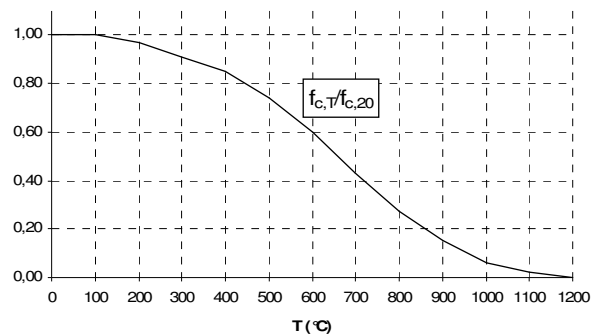


Figura 2 - Riduzione della resistenza a compressione del calcestruzzo

### 2.2. Barre in materiale composito fibrorinforzato (FRP)

Uno stato dell'arte sul comportamento in caso di incendio di strutture di calcestruzzo armate con FRP è riportato in una recente pubblicazione di Bisby, Green e Kodur ([12]). Sono allo stato attuale disponibili prove sperimentali per la caratterizzazione delle proprietà termo-meccaniche delle barre in FRP ed alcune prove su elementi inflessi in calcestruzzo rinforzati con barre di FRP ed esposti a condizioni di incendio convenzionali ([10],[11],[12],[13],[15]).

L'esame dei dati sperimentali disponibili evidenzia diffe-

renze nel comportamento termomeccanico delle barre anche all'interno della stessa categoria, in dipendenza del tipo di fibra o di resina, della quantità di fibra presente e della tessitura superficiale della barra stessa: si veda, ad esempio, la Figura 3, che riporta i valori della resistenza  $f_{fu}$  di barre di CFRP di diverso tipo al variare della temperatura  $T$  (i valori sono adimensionalizzati rispetto alla resistenza a  $T=20^\circ\text{C}$ ). Pertanto, per ciascuna tipologia di barra si deve richiedere anche una specifica definizione delle proprietà meccaniche in funzione della temperatura.

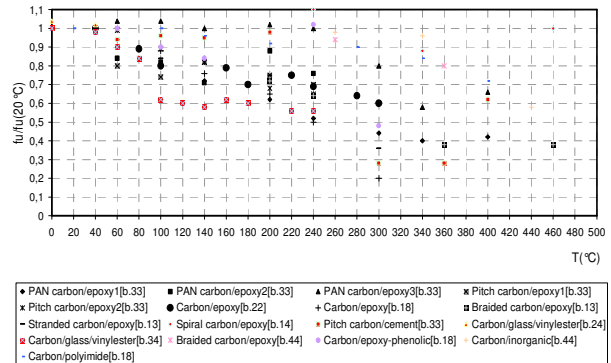


Figura 3 - Dati sperimentali resistenza adimensionalizzata-temperatura per barre di CFRP

Tuttavia, allo scopo di ottenere indicazioni sintetiche sull'andamento della resistenza e del modulo elastico delle barre di FRP al variare della temperatura, sono state ricavate nel presente lavoro, similmente a quanto fatto in [12], curve comportamentali "medie" per le varie macro-tipologie di materiali compositi utilizzati per le barre (CFRP, GFRP, AFRP). Le curve ottenute per il parametro  $\rho_f(T)$  (rapporto tra la resistenza a rottura  $f_{fu}$  della barra al variare della temperatura ed il valore a freddo) sono caratterizzate tutte dalla stessa espressione formale

$$\rho_f(T) = \frac{f_{fu}(T)}{f_{fu}} = \frac{A}{B + C \cdot T^D} \quad (1)$$

dove A, B, C, D sono parametri determinati caso per caso in funzione dei dati sperimentali e  $T$  è la temperatura in gradi centigradi. Un'espressione formalmente analoga è stata utilizzata per valutare la variazione  $\rho_E(T)$  del modulo elastico.

Tali espressioni consentono di definire il *legame costitutivo*  $\sigma$ - $\varepsilon$  delle barre di materiale composito in funzione della temperatura  $T$ , assunto ancora di tipo elasto-fragile, come quello in condizioni normali (Figura 4).

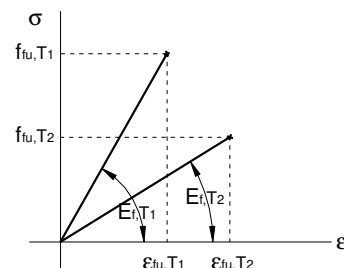


Figura 4- Legame costitutivo FRP per due differenti temperature

La curva interpolante resistenza-temperatura per barre in fibra di carbonio (CFRP), dedotta applicando il metodo dei

minimi quadrati, presenta la seguente espressione e viene rappresentata in Figura 5 con i dati sperimentali di riferimento:

$$\rho_f(T) = \frac{f_{fu}(T)}{f_{fu}} = \frac{A}{B + C \cdot T^D} = \frac{0,06}{0,06 + 1,99E^{-10} \cdot T^{3,33}} \quad (2)$$

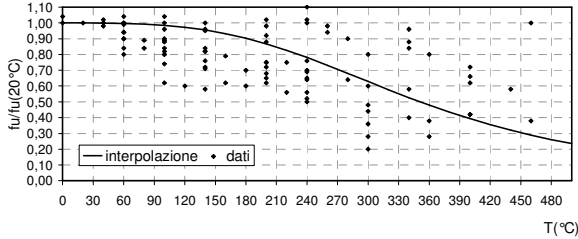


Figura 5 – Diagrammi resistenza -temperatura per barre di CFRP

La curva interpolante resistenza-temperatura per barre in fibra di vetro (GFRP) è la seguente (cfr. Figura 6):

$$\rho_f(T) = \frac{f_{fu}(T)}{f_{fu}} = \frac{A}{B + C \cdot T^D} = \frac{0,05}{0,05 + 8,0E^{-11} \cdot T^{3,55}} \quad (3)$$

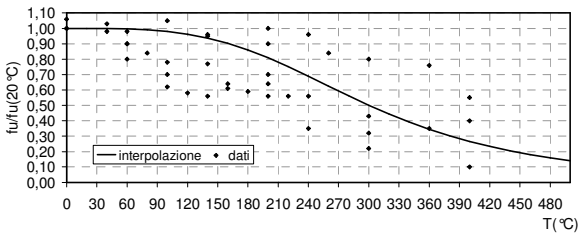


Figura 6 - Diagrammi resistenza-temperatura per barre di GFRP

La curva interpolante resistenza-temperatura per barre in fibra di aramide (AFRP) è la seguente (cfr. Figura 7):

$$\rho_f(T) = \frac{f_{fu}(T)}{f_{fu}} = \frac{A}{B + C \cdot T^D} = \frac{9951}{10048 + 1,83E^{-03} \cdot T^{2,799}} \quad (4)$$

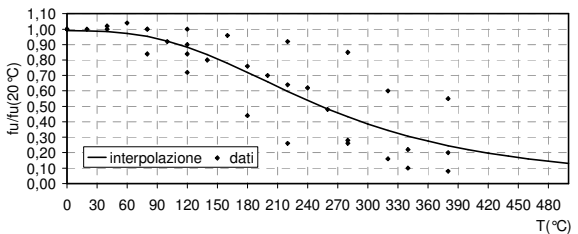


Figura 7 - Diagrammi resistenza-temperatura per barre di AFRP

Il confronto tra le tre curve determinate è rappresentato nella Figura 8, dalla quale si evince che le barre in fibra di carbonio presentano mediamente una riduzione di resistenza con la temperatura minore rispetto a quelle delle altre due macro-tipologie.

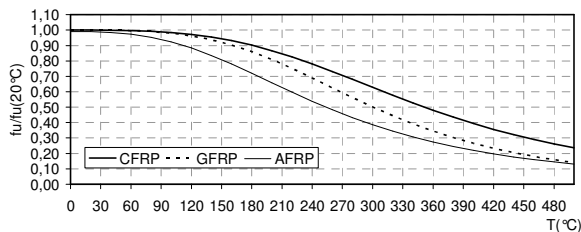


Figura 8 - Confronto diagrammi resistenza-temperatura

### 3. ANALISI TERMICA

Per la valutazione del campo termico indotto dall'incendio nelle solette si fa l'ipotesi di disaccoppiamento del problema termico da quello meccanico, come suggerito anche negli Eurocodici ([1], [2]). Per i casi esaminati (solette investite da incendio all'intradosso o all'estradosso) è possibile particolareggiare il problema termico ad un caso monodimensionale di diffusione del calore, considerando assenti eventuali fenomeni di generazione di calore interno. Data la variabilità delle proprietà termofisiche dei materiali con la temperatura, si utilizza un codice di calcolo agli elementi finiti (FIRES-T3, [8]).

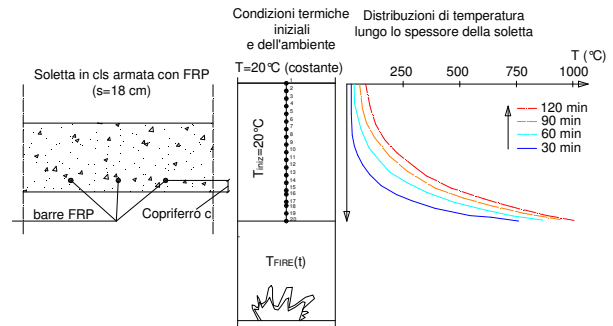


Figura 9 – Esempio di soletta soggetta ad incendio all'intradosso

Le condizioni al contorno sono introdotte mediante una modellazione lineare o non lineare, che tiene conto dei meccanismi di scambio del calore attraverso le superfici (convezione e irraggiamento); le superfici sono di due tipi: "superfici esposte all'incendio" e "superfici esposte all'aria". I flussi termici sono stati definiti secondo le indicazioni dell'Eurocodice 1, Parte 1-2 ([1]). La Figura 9 riporta un esempio di discretizzazione di una soletta e l'andamento della temperatura nello spessore della soletta per effetto di incendio all'intradosso per vari tempi di esposizione.

### 4. ANALISI MECCANICA

L'analisi termica fornisce il campo di temperatura nella sezione per i prefissati tempi di esposizione all'incendio. A ciascun elemento in cui è stata discretizzata la sezione corrisponde uno specifico legame ( $\sigma-\epsilon; T_i$ ), che tiene conto della variazione delle proprietà meccaniche in funzione della temperatura locale (cfr. par. 2).

La valutazione del momento resistente allo stato limite ultimo di un elemento inflesso in condizioni di incendio viene sviluppata nel seguito secondo due differenti metodiche: la prima, denominata *procedura incrementale-iterativa*, è basata sulla costruzione del diagramma momento-curvatura; la seconda, denominata *metodo semplificato*, è ispirata al cosiddetto metodo dell'isoterma 500°C suggerito anche dall'Eurocodice 2-Parte 1-2 per le membrature in c.a. ([2]). In entrambi i casi, la resistenza delle sezioni si ricava, come è usuale nell'ambito delle verifiche in condizioni di incendio, assumendo valori unitari per i fattori parziali di sicurezza dei materiali.

#### 4.1. Procedura incrementale-iterativa

La valutazione della resistenza a flessione della soletta in caso di incendio viene effettuata determinando il diagramma

momento-curvatura ( $M-\chi;N$ ) della sezione critica per l'assegnato valore dello sforzo normale  $N$  ( $N=0$  nei casi in esame) e per la corrente distribuzione di temperature nella sezione. La procedura numerica implementata è iterativa e si sviluppa attraverso i seguenti passi:

- 1) Per una assegnata curvatura  $\chi_j$ , si assume un valore di tentativo per la deformazione media baricentrica  $\epsilon_{med}$  della sezione, da cui si deducono le corrispondenti distribuzioni di deformazione  $\epsilon_i$  e di tensione  $\sigma_i = \sigma(\epsilon_i)$  sulla base dei legami costitutivi funzione della temperatura.
- 2) Lo sforzo normale interno  $N$  viene ricavato sulla base della distribuzione di tensioni:

$$N = \sum_1^{n_c} A_{c,i} \cdot \sigma_{c,i} + \sum_1^{n_f} A_{f,i} \cdot \sigma_{f,i} \quad (5)$$

- 3) Si effettuano iterazioni variando la deformazione media  $\epsilon_{med}$  fino al soddisfacimento dell'equilibrio alla traslazione longitudinale:

$$|N_{int} - N_{est}| \leq \delta \rightarrow \epsilon_{med} \quad (6)$$

- 4) Se le deformazioni ultime dei materiali, funzione delle temperature locali, non vengono superate:

$$\epsilon_{c,i} \leq \epsilon_{c,u}(T_i) \quad , \quad \epsilon_{f,i} \leq \epsilon_{f,u}(T_i) \quad (7)$$

allora è possibile ricavare il momento flettente  $M_j$  corrispondente all'assegnata curvatura  $\chi_j$ :

$$M_j = \sum_1^{n_c} A_{c,i} \cdot \sigma_{c,i} \cdot (y_{c,i} - y_G) + \sum_1^{n_f} A_{f,i} \cdot \sigma_{f,i} \cdot (y_{f,i} - y_G) \quad (8)$$

I passi precedenti vengono ripetuti per un numero sufficiente di curvature  $\chi_j$ , determinando l'intero diagramma momento-curvatura. Il valore massimo del momento in tale diagramma può essere assunto come il momento resistente allo s.l.u.  $M_{u,t}$  della sezione retta per l'assegnato sforzo normale  $N_{est}$  e il prefissato tempo  $t$  di esposizione all'incendio.

Nella procedura implementata la crisi della sezione di calcestruzzo armata con FRP capita quando la deformazione ultima viene raggiunta in almeno uno dei due materiali. Per la deformazione ultima nel calcestruzzo, dipendente dalla temperatura locale, si utilizzano i valori suggeriti dall'Eurocodice 2-Parte 1-2 ([2]), mentre per l'armatura di FRP si assumono le deformazioni ultime modificate in funzione dei coefficienti riduttivi della resistenza e del modulo elastico (par. 2.2, [16], [17]).

#### 4.2. Metodo semplificato

Il metodo semplificato proposto consiste nel calcolare direttamente il momento ultimo  $M_{u,t}$  della sezione retta con una procedura ispirata al cosiddetto metodo dell'isoterma 500°C, suggerito anche dall'Eurocodice 2-Parte 1-2 per le membrature in calcestruzzo armate con barre metalliche ([2]).

Tale metodo consiste nel calcolare il momento ultimo della sezione inflessa con distribuzione di temperatura nota, assumendo una sezione "ridotta" costituita dal calcestruzzo con temperatura inferiore ai 500°C, per il quale si assumono le caratteristiche meccaniche a freddo, e dalle barre di FRP per le quali si considera la resistenza ridotta in funzione della temperatura raggiunta dalle barre stesse all'interno della sezione.

In tal modo il calcolo del momento resistente allo s.l.u. può effettuarsi in maniera molto simile all'usuale calcolo a freddo, determinando la profondità dell'asse neutro  $y_c$  dall'equilibrio alla traslazione

$$\psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{ck} - \rho_f(T) \cdot \sigma_{fu} \cdot A_f = 0 \quad (9)$$

e calcolando il valore del momento ultimo in condizioni di incendio dall'equilibrio alla rotazione:

$$M_{Rd,fi,t} = \rho_f(T) \cdot \sigma_{fu} \cdot A_f \cdot (d - \lambda \cdot y_c) \quad (10)$$

essendo  $\rho_f(T)$  il coefficiente di riduzione della resistenza della barra dipendente dalla temperatura nella barra (cfr. formule (2),(3),(4)).

### 5. VALIDAZIONE DEI MODELLI DI CALCOLO

Per validare i modelli di calcolo per l'analisi termomeccanica, vengono effettuati alcuni confronti tra i risultati ottenuti con le metodologie descritte precedentemente e dati presenti in bibliografia. In particolare, per la valutazione del transitorio termico, vengono considerati sia risultati sperimentali, che derivanti da modelli analitici. Ovviamente, i confronti sono stati effettuati utilizzando le medesime caratteristiche dei materiali e le medesime condizioni al contorno dichiarate dagli autori. Nel presente lavoro vengono riportati solo alcuni dei confronti effettuati. Ulteriori dettagli possono essere trovati in [16] e [17].

#### 5.1. Modello di calcolo termico

Un primo confronto viene effettuato con i risultati delle prove sperimentali condotte da Kodur et Al. ([13]) su solette armate con barre di CFRP, AFRP o di acciaio e soggette all'incendio standard ASTM E 119. La Figura 10 riporta alcune caratteristiche geometriche delle prove riportate in [13].

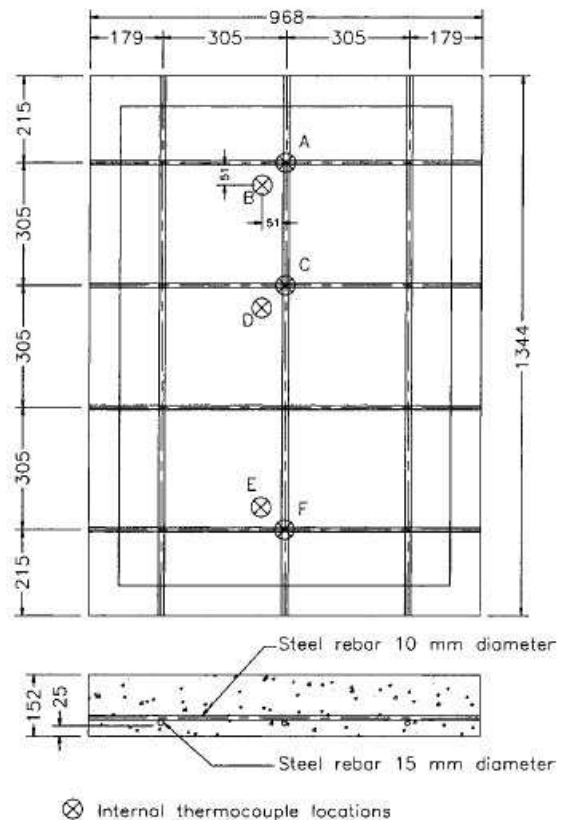


Figura 10 – Prove sperimentali su solette armate con barre ([13])

Le proprietà termiche del calcestruzzo sono desunte da uno studio di Lie ([9]), come suggerito dagli stessi autori, ed ai

fini del confronto vengono utilizzate le medesime ipotesi di calcolo. Il confronto tra la temperatura nel baricentro delle barre valutata mediante il modello di analisi termica adottato nel presente lavoro e quella misurata sperimentalmente è rappresentato in Figura 11, che mostra un ottimo accordo tra il valore stimato e quello sperimentale, nonostante il modello adottato trascuri la presenza delle barre e quindi l'influenza del materiale di cui sono fatte sulla trasmissione del calore.

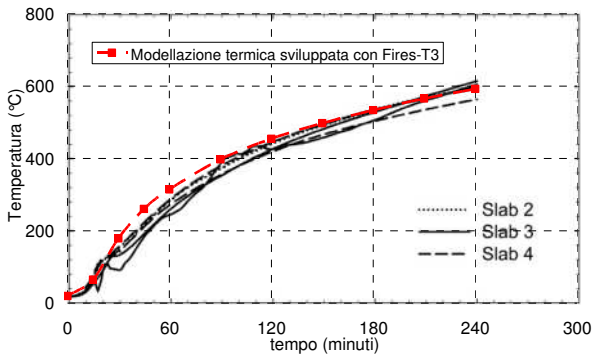


Figura 11 – Confronto teorico-sperimentale con [13] (temperatura nel baricentro delle barre)

Un ulteriore interessante confronto viene effettuato con le curve proposte dalla normativa canadese CAN/CSA-S806-02 ([5]) e basate su alcuni studi di Kodur e Baingo.

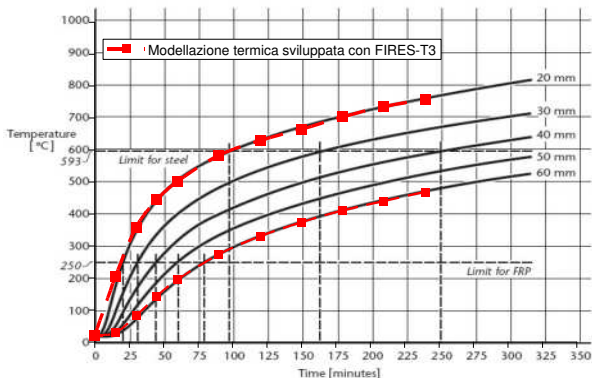


Figura 12 - Confronto con diagrammi contenuti in CAN/CSA-S806-02 ([5] - soletta alta 180mm, aggregati calcarei)

Gli autori hanno determinato diagrammi (temperatura-tempo) che forniscono la temperatura nelle barre di armatura in funzione del tempo di esposizione all'incendio standard ASTM E 119 e per diversi valori del copriferro delle barre e dello spessore della soletta, nonché per calcestruzzi confezionati con aggregati silicei o calcarei. La Figura 12 mostra un ottimo accordo tra i risultati ottenuti dal modello adottato nel presente lavoro ed i diagrammi forniti della norma canadese.

## 5.2. Modello di calcolo meccanico

Bisby e Kodur (2007, [15]) hanno proposto una procedura numerica per la valutazione della resistenza flessionale di solette di calcestruzzo armate con FRP ed esposte all'incendio sulla superficie di intradosso. Lo studio parte dall'usuale ipotesi che sia noto il campo di temperature nella soletta durante il transitorio termico. La sezione viene discretizzata in un numero sufficiente di strisce e le condizioni ultime sono definite

dal raggiungimento della deformazione limite nei materiali.

La Figura 13 mostra il confronto in termini di temperature nelle barre in funzione del tempo di esposizione all'incendio ed evidenzia l'ottima concordanza dei risultati (la linea tratteggiata in rosso rappresenta i risultati ottenuti con la metodologia adottata nel presente lavoro). La Figura 14 riporta invece l'evoluzione del momento resistente allo s.l.u. in funzione del tempo di esposizione all'incendio di tre delle solette analizzate, caratterizzate rispettivamente da armature in CFRP, GFRP ed acciaio. Si osserva il buon accordo con i risultati del modello proposto, soprattutto per la soletta armata con barre di FRP.

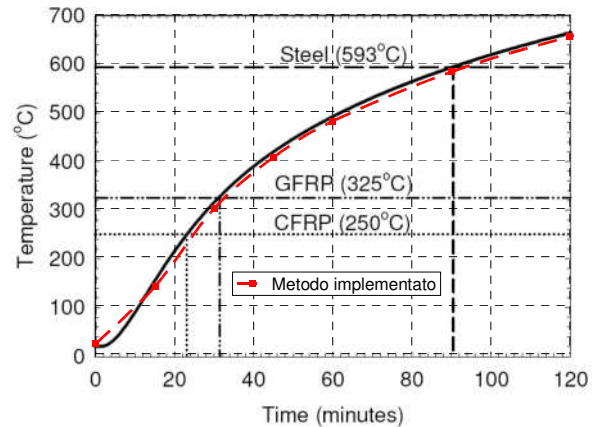


Figura 13 - Temperature al livello delle armature di solette soggette ad incendio standard ASTM E 119 (solette 1,2,3 di [15])

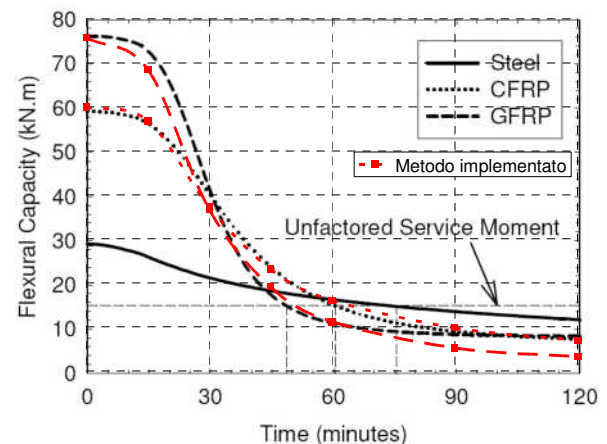


Figura 14 - Curve di riduzione di  $M_u$  (solette 1,2,3 di [15])

## 6. LA VERIFICA DI SICUREZZA IN CASO DI INCENDIO DI MEMBRATURE IN CALCESTRUZZO ARMATE CON BARRE DI FRP

La verifica di resistenza al fuoco degli elementi strutturali o della struttura nel suo complesso può in generale essere effettuata, secondo l'Eurocodice 1 e le recenti norme nazionali ([1],[3]), nel dominio delle resistenze o nel dominio delle temperature o nel dominio del tempo.

La verifica nel dominio delle resistenze consiste nel verificare la disuguaglianza:

$$E_{fi,d,t} \leq R_{fi,d,t} \quad (11)$$

in cui  $E_{fi,d,t}$  ed  $R_{fi,d,t}$  rappresentano i valori di progetto delle sol-

lecitazioni e delle capacità di resistenza in condizioni di incendio per una durata  $t$  di esposizione al fuoco. L'incendio costituisce una condizione di carico eccezionale per una struttura (il Testo Unitario lo definisce come *azione accidentale*), per cui le azioni meccaniche da considerare per le verifiche di resistenza in caso di incendio corrispondono sostanzialmente alla combinazione di carico "quasi permanente". Quando non occorre valutare esplicitamente le azioni indirette dovute al fuoco, come nel caso di analisi per singoli elementi strutturali, le sollecitazioni di progetto  $E_{fi,d,t}$  possono essere determinate a partire dai valori  $E_d$  ricavati in condizioni normali di temperatura, applicando a questi ultimi un coefficiente riduttivo forfettario  $\eta_{fi}$  (livello di progetto in caso di incendio) funzione del rapporto tra i carichi:

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} \cdot E_d \quad , \quad \left( \eta_{fi} = \frac{G_k + \psi_{fi} \cdot Q_{k,1}}{\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1}} \right) \quad (12)$$

Nell'ambito della verifica di singoli elementi strutturali o di sottostrutture la valutazione della resistenza al fuoco  $R_{fi,d,t}$  di una membratura viene condotta con riferimento a storie tempo-temperatura convenzionali, quali la curva standard ISO 834 per gli elementi situati in ambienti interni, la curva nominale per elementi in ambiente esterno o la curva degli idrocarburi (Figura 15). Si tiene conto della riduzione di resistenza dei materiali (cfr. par. 2) a partire dai rispettivi valori caratteristici a  $T = 20^\circ\text{C}$ , assumendo il valore unitario per i fattori parziali di sicurezza ( $\gamma_{M,fi} = 1.0$ ).

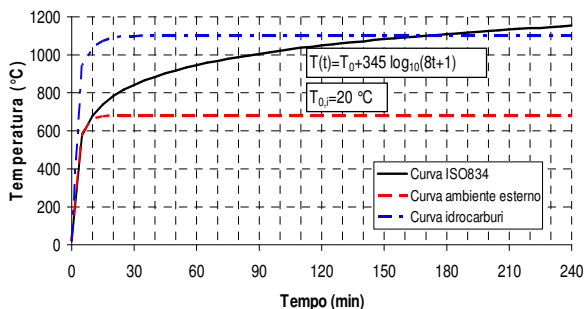


Figura 15 - Curve di incendio nominali

La verifica nel dominio delle temperature viene proposta dalla norma canadese CAN/CSA-S806-02 ([5]) per le solette armate con barre di FRP: in tale norma si fissa come limite di resistenza in condizioni di incendio il tempo necessario affinché la temperatura all'interno della barra di FRP raggiunga il valore  $T_{cr}$  (temperatura critica), definita come quella temperatura alla quale il rinforzo di FRP perde il 50% della sua resistenza. La stessa norma contiene una serie di grafici che forniscono i valori della temperatura nelle barre di solette esposte all'incendio ASTM E119 in funzione del tempo di esposizione all'incendio, del copriferro, dello spessore della soletta e del tipo di calcestruzzo.

## 7. ANALISI PARAMETRICHE E METODI SEMPLIFICATI PER SOLETTE INVESTITE DA INCENDIO ALL'INTRADOSSO

La procedura descritta nel par. 4 viene applicata alla verifica in condizioni di incendio di solette armate con barre o griglie di FRP, al fine di valutare la possibilità di applicazione di metodi semplificati di vario tipo.

Nelle analisi svolte viene esaminata l'influenza dei alcuni parametri sul comportamento sia termico che meccanico di solette soggette ad incendio all'intradosso di tipo ISO834:

- copriferro  $c$  (definito come distanza del baricentro delle barre di FRP dalla superficie del calcestruzzo);
- tipo di barre in FRP (CFRP, GFRP, AFRP);
- altezza della soletta  $h$ ;
- percentuale meccanica di armatura  $\left( \omega_f = \frac{A_s \cdot f_{fu}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} \right)$ .

### 7.1. Abachi della temperatura nelle barre in funzione del copriferro e del tempo di esposizione all'incendio

L'analisi termica delle solette armate viene effettuata secondo quanto illustrato nel par. 3, assumendo la curva di incendio nominale ISO834 e considerando per il calcestruzzo la curva "limite superiore" per la conducibilità termica ([2]), che massimizza i valori della temperatura raggiunta dalle barre di FRP nel transitorio termico.

Le curve ottenute per la temperatura nelle barre di FRP  $T(t,c)$  sono riportate in Figura 16 in funzione del tempo di esposizione  $t$  all'incendio per vari valori del copriferro  $c$ . L'altezza complessiva  $h$  della soletta, invece, non risulta essere un parametro influente sulla diffusione del calore tra la superficie investita dall'incendio e la posizione delle barre, che dipende principalmente dal copriferro  $c$ .

Le curve temperatura-tempo sono analoghe a quelle della norma canadese (cfr. par. 5.1), ma sono ricavate con riferimento alla curva di incendio standard ISO834 e le proprietà termiche del calcestruzzo suggerite dagli eurocodici. Esse possono essere interpolate mediante le seguenti espressioni (cfr. Figura 16):

$$\begin{aligned} t \leq 30 \text{ min} : & \quad T(t,c) = A_1(c) \cdot t + 20 \\ t \geq 30 \text{ min} : & \quad T(t,c) = A_2(c) + A_3(c) \cdot t^{A_4(c)} \end{aligned} \quad (13)$$

essendo i coefficienti  $A_i(c)$  funzione del copriferro  $c$ , come è desumibile dalla Tabella 1. Le curve interpolanti sono sostanzialmente coincidenti con quelle derivanti dall'analisi termica di riferimento.

Tabella 1 – Coefficienti delle espressioni interpolanti (13)

$c$ [mm]	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
20	11,538	-4586,1	4221,2	0,0470
30	8,032	-2326,8	1935,7	0,0854
40	5,685	-892,3	592,2	0,1774
50	3,997	-509,4	271,7	0,2561
60	2,792	-312,0	130,8	0,3400

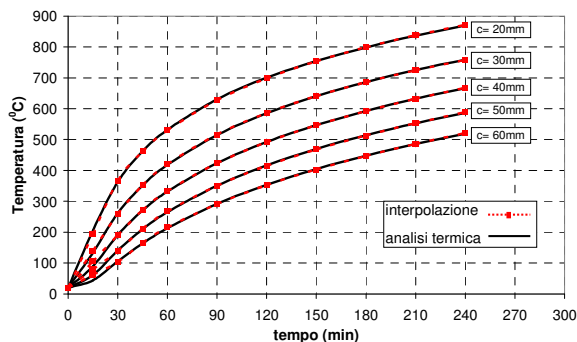


Figura 16 - Diagrammi temperatura-tempo in funzione del copriferro

L'utilizzazione delle curve  $T(t,c)$  può essere duplice.

Definita la *temperatura critica* della barra, ad esempio sulla base delle curve di riduzione della resistenza definite nel par. 2.2, diagrammi di Figura 16 o dalle relazioni (13) si può ricavare una stima del tempo necessario affinché la barra raggiunga la temperatura critica.

Sono, inoltre, utilissime anche per l'applicazione del metodo semplificato descritto nel par. 4.2, fornendo la temperatura nelle barre in funzione del tempo di esposizione all'incendio, dalla quale si può ricavare il corrispondente coefficiente di riduzione della resistenza  $\rho_f(T)$  da utilizzare nell'applicazione delle relazioni (9) e (10).

In entrambi i casi si consegue il notevole vantaggio di evitare il calcolo del campo termico nella soletta.

## 7.2. Curve adimensionali della resistenza in funzione del copriferro e del tempo di esposizione all'incendio

Il momento resistente allo s.l.u. di solette armate con FRP e soggette ad incendio all'intradosso viene valutato nel presente paragrafo sia con la procedura di calcolo accurata, basata sulla soluzione agli elementi finiti del problema termico e sulla costruzione del diagramma momento-curvatura in presenza di temperature elevate (par. 4.1), che con il metodo analitico semplificato descritto nel par. 4.2. In particolare, vengono rappresentate in Figura 17, in funzione del tempo di esposizione, le curve del parametro adimensionale

$$\rho_M(t) = \frac{M_u(t)}{M_u(t_0)} = \frac{M_{Rd,fi,t}}{M_u(t_0)} \quad (14)$$

rapporto tra il momento ultimo  $M_u(t) = M_{Rd,fi,t}$  dipendente dal tempo di esposizione al fuoco ed il momento ultimo  $M_u(t_0)$  all'inizio del transitorio termico (valutato con fattori parziali di sicurezza unitari).

Si osserva anzitutto la contenuta differenza tra il metodo semplificato e quello accurato nella stima del momento resistente allo s.l.u. al variare del tempo di esposizione all'incendio. Lo scarto, più apprezzabile per copriferri maggiori, è associabile al maggior braccio della coppia interna che risulta dall'applicazione del metodo semplificato. Tale metodo, tuttavia, accoppiato alla disponibilità delle curve  $T(t,c)$  dedotte nel paragrafo precedente, affranca totalmente la valutazione del momento resistente delle solette in caso di incendio dal calcolo del campo termico nella soletta, in tutti i casi, invero frequenti, in cui la zona compressa della sezione ha temperature inferiori ai 500°C.

Nella stessa Figura 17 viene rappresentata anche la retta orizzontale corrispondente al valore del momento sollecitante  $M_{Sd,fi} = \eta_{fi} \cdot M_{Rd}$  in condizioni di incendio, dipendente dal livello di progetto in caso di incendio  $\eta_{fi}$  (assunto pari a 0.7) e dalla posizione ( $M_{Sd} \equiv M_{Rd}$ ), essendo  $M_{Rd}$  il momento resistente a freddo (calcolato con i coefficienti di sicurezza dei materiali). L'intersezione di tale retta con le curve adimensionali di resistenza pone in evidenza la notevole influenza del copriferro  $c$  dell'armatura sul tempo massimo di esposizione all'incendio, che passa da circa 30 min a circa 130 min per  $c$  variabile da 20 a 60 mm.

Le curve adimensionali di resistenza a flessione  $\rho_M(t)$  sono, inoltre, dipendenti dal materiale usato per le barre (CFRP, GFRP, AFRP), in funzione delle diverse curve di riduzione della resistenza (cfr. par. 2.2). L'analisi parametrica effettuata, che non si riporta per brevità, evidenzia, infine, la trascurabile

influenza dell'altezza  $h$  della soletta e della percentuale meccanica di armatura  $\omega_f$  sulle curve  $\rho_M(t)$ .

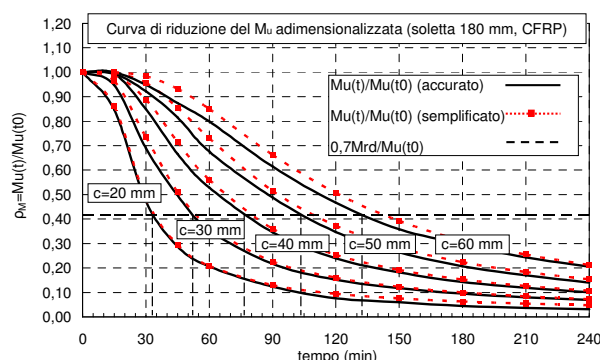


Figura 17 - Confronto tra metodo accurato e metodo semplificato

La regolarità esibita dalle curve del parametro  $\rho_M$  rende agevole la loro interpolazione mediante relazioni analitiche funzione del tempo di esposizione al fuoco  $t$ , del copriferro  $c$  e del tipo di FRP adottato per le barre ( $c$  in mm):

$$\text{- CFRP: } \rho_M(t,c) = \frac{5,00}{5,00 + 18,244 \cdot c^{-2,5946} \cdot t^{1,954}} \quad (15)$$

$$\text{- GFRP: } \rho_M(t,c) = \frac{5,11}{5,11 + 8,295 \cdot c^{-2,5647} \cdot t^{2,248}} \quad (16)$$

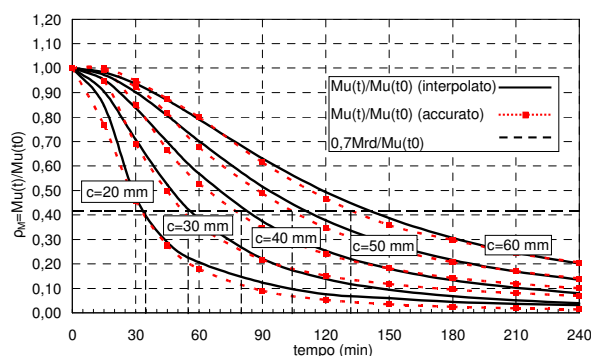


Figura 18 - Interpolazione curve di riduzione del momento (CFRP)

Nella Figura 18 (solette con barre di CFRP) si osserva come le espressioni (15) e (16) interpolino con sufficiente approssimazione le curve di riferimento. In tal modo, noto il valore del momento ultimo all'inizio del transitorio termico  $M_u(t_0)$  (calcolato con i coefficienti di sicurezza dei materiali pari ad 1.0), è possibile calcolare il valore del momento resistente allo s.l.u. in condizione di incendio per qualsiasi valore di  $t$  e di  $c$ , senza effettuare l'analisi termica e semplificando molto l'analisi meccanica:

$$M_{Rd,fi,t} = \rho_M(t,c) \cdot M_u(t_0) \quad (17)$$

## 7.3. Abachi progettuali

Sulla base delle stesse analisi sviluppate in precedenza è possibile costruire abachi progettuali che correlano il tempo di esposizione  $t$  all'incendio con il copriferro  $c$  ed il livello di progetto  $\eta_{fi} = M_{Sd,fi,t}/M_{Sd}$  in condizioni di incendio (nella costruzione degli abachi si è assunto  $M_{Sd} \equiv M_{Rd}$ ). Gli abachi sono rappresentati in Figura 19 e Figura 20 per solette armate

rispettivamente con barre di CFRP e GFRP. Gli abachi consentono, ad esempio, noti il copriferro e il livello di progetto in condizioni di incendio  $\eta_{fi}$  di ricavare la resistenza al fuoco della soletta in minuti.

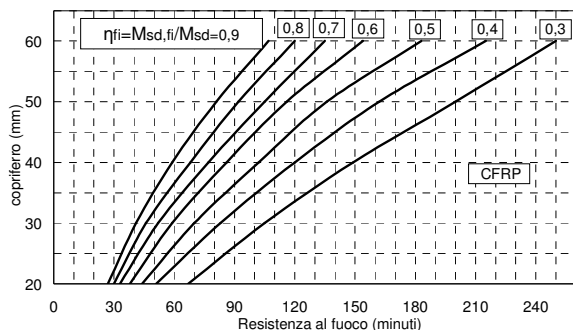


Figura 19 - Abaco progettuale (CFRP)

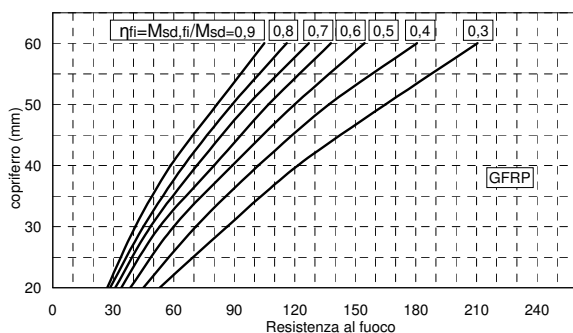


Figura 20 - Abaco progettuale (GFRP)

## 8. CONCLUSIONI

L'analisi dei risultati sperimentali di bibliografia inerenti il comportamento alle alte temperature dei materiali compositi e di solette armate con barre di FRP ha evidenziato da un lato la necessità di una specifica caratterizzazione termo-meccanica dei materiali, stanti le differenze esistenti tra i diversi tipi di FRP presenti in commercio, ed ha consentito dall'altro di verificare l'affidabilità di una procedura di calcolo accurata orientata a membrature inflesse di calcestruzzo armate con barre di FRP in condizioni di incendio.

Le analisi termiche e meccaniche, condotte con riferimento a solette armate con barre di FRP esposte ad incendio all'intradosso ed utilizzando curve di riduzione della resistenza delle barre caratteristiche di classi omogenee di materiali, hanno consentito anzitutto di dedurre diagrammi che forniscono la temperatura nelle barre al variare del tempo di esposizione all'incendio e del copriferro, utili per la verifica delle solette nel dominio delle temperature (metodo della temperatura critica).

Il confronto con la procedura accurata di riferimento ha permesso, poi, di verificare l'applicabilità alle solette armate con barre di FRP di un metodo semplificato ispirato al ben noto metodo dell'isoterma 500°C. Sono state proposte anche ulteriori metodiche semplificate, legate all'interpolazione delle curve dimensionali di riduzione della resistenza flessionale di solette esposte all'incendio, che semplificano notevolmente sia l'analisi termica che l'analisi meccanica. Tali curve sono funzioni di pochi parametri, quali il copriferro  $c$  delle barre, il tipo di materiale ed il tempo  $t$  di esposizione all'incendio.

## RINGRAZIAMENTI

La presente memoria si inquadra nelle attività svolte dall'U.R. dell'Università di Napoli "Federico II" per il Progetto di Ricerca COFIN 2006 (*Effetti delle alte temperature sulle prestazioni di solette di calcestruzzo armato con barre o griglie di FRP*).

## BIBLIOGRAFIA

- [1] EUROCODICE 1 (2004) – Actions on structures - Part 1-2: General Actions- Actions on structures exposed to fire.
- [2] EUROCODICE 2 (2004) – Design of concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design.
- [3] NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI (2005) – G.U. N° 222 del 23/09/2005 di cui al D.M. 14/09/2005.
- [4] CNR-DT 203/2006 (2006), Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione e il Controllo di Strutture di Calcestruzzo armato con Barre di Materiale Composito Fibrorinforzato.
- [5] CAN/CSA-S806-02 (2002) – Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers.
- [6] FIB (2005) – FRP Reinforcement for RC Structures.
- [7] ACI 440.1R-04 (2004) – Guide for the design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars.
- [8] IDING R., BRESLER R., NIZAMUDDIN Z., (1997) – FIRES-T3 - A computer program for the fire response of structures-thermal, Fire Research Group, University of California, Berkeley.
- [9] LIE, T.T. (1992) – Structural Fire Protection, American Society of Civil Engineers Manuals and Reports on Engineering Practice, No. 78. ASCE, New York, NY.42.
- [10] BLONTROCK H., TAERWE L., MATTHYS S. (1999) – Properties of Fiber Reinforced Plastics at Elevated Temperatures with Regard to Fire Resistance of Reinforced Concrete Members, 4th International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Baltimore, SP 188-5.
- [11] BISBY L.A., (2003)- Fire Behaviour of Fibre-Reinforced polymer (FRP) Reinforced or confined concrete, PhD Thesis, Queen's University Kingston, Ontario, Canada.
- [12] BISBY L.A., GREEN M.F., KODUR V.K.R. (2005) – Response to fire of concrete structures that incorporate FRP, Prog. Struct. Engng. Mater., 7:136-149.
- [13] KODUR V., BISBY L., FOO S., (2005) – Thermal Behaviour of Fire-Exposed Concrete Slabs Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars, ACI Structural Journal, Vol. 102, n. 6.
- [14] NIGRO, E., MANFREDI, G., COSENZA, E., ZAPPOLI, M. (2006) – Effects of High Temperature on the Performances of RC Bridge Decks Strengthened with Externally Bonded FRP Reinforcement, Proceedings of 2<sup>nd</sup> International fib Conference, Naples, Italy, June 5–8.
- [15] BISBY L.A., KODUR V.K.R. (2007) – Evaluating the fire endurance of concrete slabs reinforced with FRP bars: Considerations for a holistic approach, in publication on Composites Part B.
- [16] NAPOLITANO A. (2006) – Comportamento alle alte temperature di elementi di calcestruzzo armato con barre di FRP, Tesi di Laurea in Ingegneria Civile (Relatori Proff. E. Nigro e G. Manfredi), Univ. di Napoli "Federico II".
- [17] COMUNE A. (2007) – Verifica di sicurezza in caso di incendio di membrature inflesse armate con barre di FRP, Tesi di Laurea in Ingegneria Civile (Relatore Prof. E. Nigro), Università di Napoli "Federico II".



# L'EFFETTO DEI CARICHI MOBILI INTRODOTTI DALLE NORME TECNICHE DEL 2005 SULLE SOLETTE DA PONTE

**Antonio Occhiuzzi<sup>1</sup>, Nicola Caterino<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento per le tecnologie, Università di Napoli "Parthenope"

## SOMMARIO

La parte dedicata ai ponti stradali delle nuove "Norme tecniche per le costruzioni" introduce alcune innovazioni sulla tipologia dei carichi mobili da prendere in considerazione nelle analisi strutturali e prescrive dei nuovi limiti per la verifica allo stato limite di apertura delle fessure. L'effetto combinato di tali prescrizioni è, da un lato, l'aumento dei valori nominali delle caratteristiche della sollecitazione e dall'altro una limitazione dell'importanza delle verifiche agli stati limite di esercizio. Una serie di applicazioni progettuali relative ad una tipologia esecutiva molto diffusa nella rete stradale italiana permette di esaminare l'effetto globale delle nuove norme tecniche, che consiste essenzialmente nella riduzione delle armature nelle sezioni in c.a.

## SUMMARY

The new Italian code on reinforced concrete structures deals with bridge also. It introduces some innovations about live loads, as well as new, relaxed limits on serviceability limit states. The combined effect is that, according to the new code, in the design of concrete slabs for bridges the ultimate limit state will play a bigger role compared to serviceability limit states. The calculations summarized in the paper show that according to the new code, a smaller amount of reinforcing steel bars will be needed in the design of concrete slabs for road bridges.

## 1. INTRODUZIONE

Le "norme tecniche per le costruzioni" emanate con il D.M. 14 settembre 2005 [1] presentano anche una parte dedicata ai ponti stradali, che si propone di sostituire ed aggiornare quanto precedentemente disposto dal D.M. 4 maggio 1990 [2]. I due testi normativi presentano numerose differenze sia nella determinazione delle azioni associate ai carichi mobili (accidentali) che nelle modalità di verifica.

In particolare, morfologia ed intensità dei carichi mobili risultano significativamente cambiati nel passaggio dal precedente corpo normativo (di seguito indicato con la dizione "norme '90") a quello recentemente emanato (di seguito "norme '05"). Inoltre, risultano diversi anche i valori di riferimento prescritti per le verifiche agli stati limite (l'utilizzo del metodo dei coefficienti parziali era possibile secondo le norme '90 ed è imposto dalle norme '05): pertanto, anche per tale motivo, risulta difficile valutare l'effetto del nuovo corpo normativo sulla progettazione delle opere d'arte stradali senza approfondire, fino ai dettagli esecutivi, le fasi di analisi strutturale e di verifica. Con particolare riferimento alle verifiche strutturali, le caratteristiche della sollecitazione determinate secondo il precedente impianto normativo vanno utilizzate per le verifiche secondo i criteri del D.M. 9 gennaio 1996 [3]: nel caso dell'impianto normativo più recente, viceversa, sono presenti nello stesso documento sia le

indicazioni per la valutazione degli stati di sollecitazione che quelle per definire i valori delle resistenze disponibili.

Il presente lavoro si propone di mostrare l'effetto del nuovo corpo normativo con riferimento ad una delle tipologie costruttive più comuni nell'ambito delle strutture da ponte, ossia le solette in c.a. ordite in direzione trasversale rispetto all'asse stradale. Molte delle considerazioni che saranno svolte nel seguito, tuttavia, possono facilmente estendersi ad altri tipi di solette in c.a.

L'impalcato cui ci si riferisce, scelto perché rappresenta una geometria stradale piuttosto comune, ha una larghezza pari a 12.50 m ed è stato analizzato in tre diverse varianti esecutive, corrispondenti al caso di 2, 3 o 4 travi longitudinali principali, così come rappresentato in Figura 1. Lo spessore delle solette è stato assunto rispettivamente pari a 32, 28 e 25 cm, nei tre casi considerati. E' stata ipotizzata la presenza di elementi trasversali capaci di mantenere la sezione di impalcato indeformata nel proprio piano; la luce delle travi principali è stata considerata molto maggiore del corrispondente interasse. Pertanto, le analisi strutturali sono state condotte utilizzando un modello di trave continua (appoggiata con sbalzi nel caso di due travi principali). Le finalità delle analisi svolte (paragone degli effetti dei due corpi normativi considerati) hanno suggerito di escludere tutti i possibili effetti locali di cui usualmente si tiene conto nel dimensionamento delle solette da ponte, quali effetti di bordo,

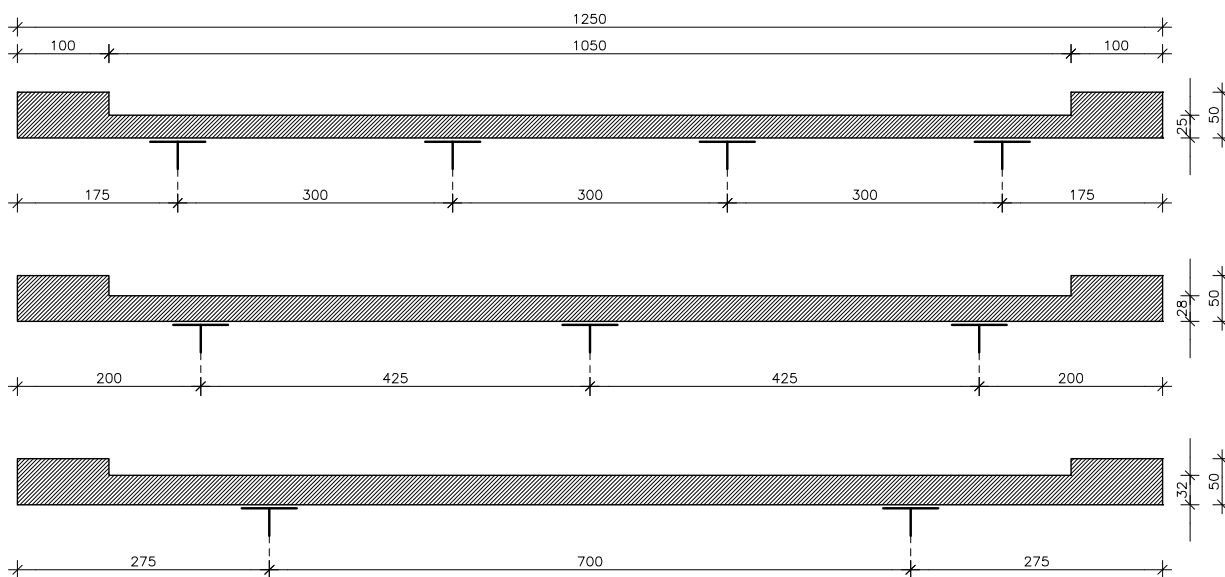


Figura 1 – Schemi strutturali considerati (dimensioni in cm)

urti di veicoli in svio, etc. Le analisi strutturali sono state condotte in termini di momento flettente, che risulta essere la caratteristica della sollecitazione di gran lunga più significativa per gli elementi strutturali in esame.

## 2. CARICHI MOBILI, ANALISI STRUTTURALI E CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE

I carichi mobili associati a ciascun corpo normativo sono stati disposti sulle linee di influenza delle sezioni più significative (appoggi e mezzerie), secondo le relative prescrizioni. La Figura 2 mostra i carichi mobili principali da

prendere in considerazione per le solette da ponte, secondo le norme '90 e le norme '05. I valori indicati per le rispettive intensità non tengono conto dei coefficienti di amplificazione dinamica (in entrambi i casi posti pari a 1.4), ma considerano la riduzione del 10% rispetto ai valori nominali prevista dalle norme '05 per le strutture secondarie di impalcato. I carichi, moltiplicati per il coefficiente di amplificazione dinamica, sono stati diffusi come d'uso fino al piano medio delle solette, mentre è stata considerata una fascia di soletta collaborante, da ciascun lato, pari a  $\frac{1}{4}$  della luce di calcolo. Con tali accorgimenti e considerando uno spessore della pavimentazione pari a 10 cm, si ottengono, per ciascun veicolo

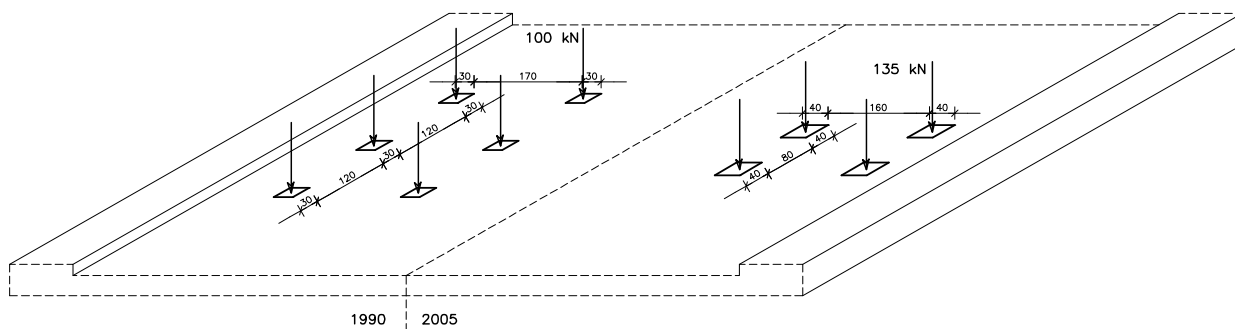


Figura 2 – Carichi mobili principali

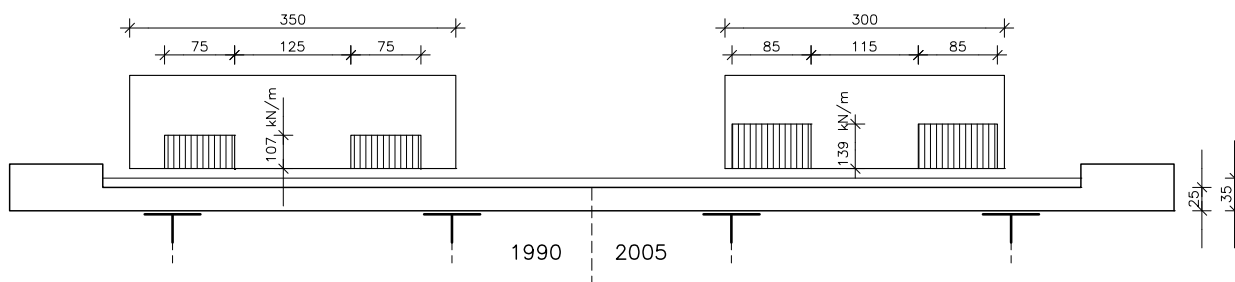


Figura 3 – Schemi di carico (tipologia esecutiva a 4 travi)

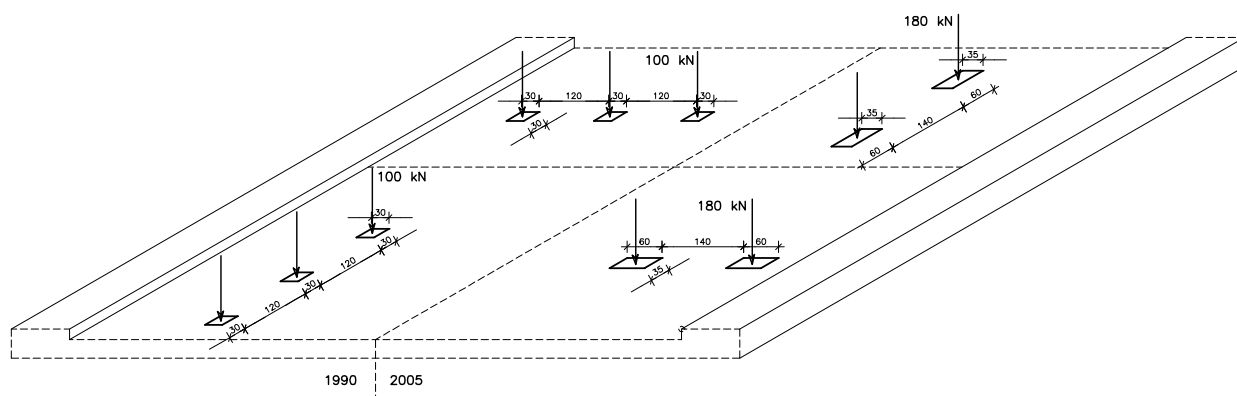


Figura 4 – Carichi mobili alternativi

convenzionale, i carichi uniformemente distribuiti descritti in Figura 3 (tipologia a 4 travi), che mostra anche l'ingombro associato a ciascuna colonna di carico. Il numero di colonne di carico prese in considerazione è pari a 3 in entrambi i casi: le corrispondenti intensità, rispetto a quelle nominali prima indicate, sono descritte nella seguente Tabella 1:

Tabella 1 – Intensità delle colonne di carico rispetto ai valori nominali

	norme '96	norme '05
I colonna	100%	100%
II colonna	50%	67%
III colonna	35%	33%

In alternativa, le linee di influenza del momento flettente sono state caricate prendendo in considerazione le ulteriori possibilità proposte dai due corpi normativi, schematicamente rappresentate nella Figura 4.

I minimi e massimi valori del momento flettente calcolati, rispettivamente, per le sezioni di appoggio e per le sezioni di campata sotto l'azione dei carichi permanenti e di quelli accidentali, considerati nei loro valori nominali (caratteristici), sono sinteticamente rappresentati nella Figura 5, per le tre tipologie esecutive esaminate e con riferimento ad entrambi i corpi normativi. I valori ivi rappresentati sono quelli di volta

in volta più gravosi, per ciascuna sezione, tra quelli determinati esaminando le varie condizioni e tipologie di carico prescritte da ciascun corpo normativo. Si precisa che, in generale, la condizione di carico più significativa risulta essere quella associata ad una singola colonna di carico principale, con le seguenti eccezioni:

- nella valutazione dei minimi momenti negativi per la tipologia esecutiva a 3 travi e nel caso delle norme '05, è risultato significativo aggiungere l'effetto indotto da una seconda colonna di carico longitudinale;
- nella valutazione del momento massimo positivo per la tipologia esecutiva a 4 travi e nel caso delle norme '90, la peggiore condizione di carico è risultata quella corrispondente ad una sola file di tre ruote del mezzo convenzionale disposte in senso trasversale;
- nella valutazione dei massimi momenti positivi per la tipologia esecutiva a 2 travi, attesa la luce dell'unica campata, la condizione di carico più significativa corrisponde a due colonne di carico longitudinali, sia per le norme '90 che per le norme '05.

Il paragone tra i diagrammi riportati in Figura 5 mostra chiaramente che le ipotesi di carico associate al nuovo corpo normativo comportano un aumento delle caratteristiche della sollecitazione globali (valori nominali dei carichi permanenti e accidentali) compreso tra il 10% ed il 30%.

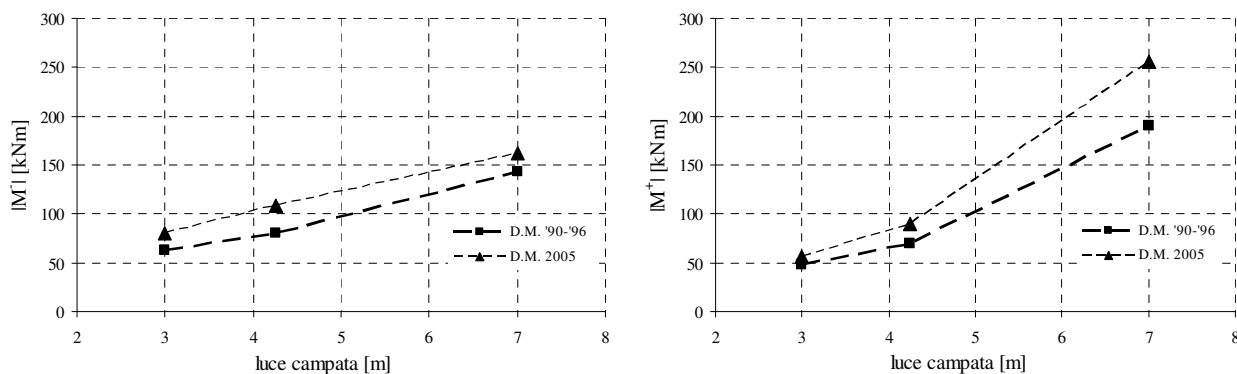


Figura 5 – Valori estremi del momento flettente (sinistra: momenti negativi – destra: momenti positivi)

### 3. ANALISI ALLO STATO LIMITE ULTIMO

I valori previsti dai due corpi normativi presi in considerazione per i coefficienti parziali delle azioni allo stato limite ultimo, riportati in Tabella 2, sono analoghi eccetto una modesta differenza per quanto concerne i carichi permanenti che, nel caso specifico delle solette da ponte, assumono una rilevanza secondaria. Allo stato limite ultimo, pertanto, le differenze riscontrate in termini di valori caratteristici del momento flettente si ripropongono praticamente immutate, con incrementi variabili tra il 10% ed il 30% nel passaggio tra il precedente ed il nuovo corpo normativo.

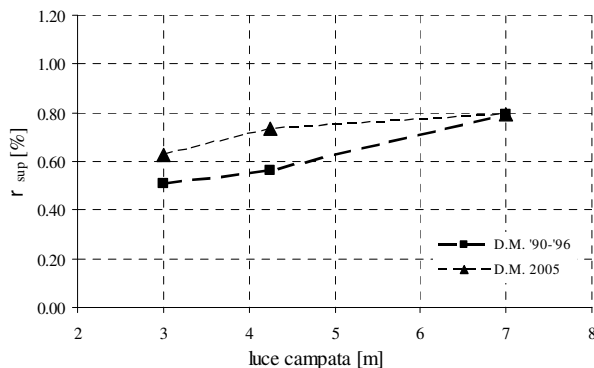
Tabella 2 – Coefficienti parziali per le azioni - SLU

	norme '96	norme '05
Carichi permanenti	1.5	1.4
Carichi accidentali	1.5	1.5
Amplificazione dinamica	1.5	1.5

Sulla scorta dei corrispondenti valori di progetto, per le tipologie esecutive prese in considerazione sono state determinate le armature trasversali necessarie a soddisfare le verifiche di resistenza utilizzando i seguenti criteri, tipici nella progettazione delle solette da ponte:

- adozione di un interasse costante in senso longitudinale;
- adozione di un medesimo diametro per tutte le barre disposte superiormente e di un medesimo diametro per tutte le barre disposte inferiormente;
- limitazione al minimo indispensabile di armature aggiuntive in corrispondenza di sezioni particolarmente impegnate (es. appoggi).

Nel caso del precedente corpo normativo, è stato assunto un calcestruzzo di classe Rck 37 MPa (C 30/37) ed un acciaio FeB44k; le resistenze di progetto dei materiali sono state determinate sulla scorta di quanto previsto dal D.M. 9.1.1996. Nel caso delle norme '05, il calcestruzzo è stato assunto ancora di classe Rck 37 MPa (C 30/37), mentre è stato considerato un acciaio B450C; le resistenze di progetto dei materiali sono state determinate sulla scorta di quanto previsto nel medesimo D.M. 14.9.2005. La progettazione delle armature trasversali ha permesso di calcolare i valori dei rapporti di armatura superiore  $\rho_{sup}$  e inferiore  $\rho_{inf}$  per le verifiche allo stato limite ultimo mostrati in Figura 6 e definiti



come:

$$\rho_{sup} = \frac{A_{sup}}{A_c} ; \quad \rho_{inf} = \frac{A_{inf}}{A_c} \quad (1)$$

in cui

- $A_{sup}$  è la quantità di armatura disposta superiormente;
- $A_{inf}$  è la quantità di armatura disposta inferiormente;
- $A_c$  è l'area della sezione di calcestruzzo.

La Figura 6 mostra come gli andamenti dei rapporti di armatura, calcolati per lo stato limite ultimo, risultino analoghi a quelli dei valori caratteristici del momento flettente della Figura 5, a meno degli inevitabili adattamenti nella definizione dei diametri e degli interassi delle barre di armatura operati secondo i criteri anzidetti.

### 4. ANALISI ALLO STATO LIMITE DI FESSURAZIONE

Secondo il precedente assetto normativo, come noto, lo stato limite di apertura delle fessure rappresentava, nella generalità dei casi, la condizione progettuale più significativa per la progettazione delle solette da ponte in calcestruzzo armato. Le norme '90 prevedevano tre diverse combinazioni di verifica, denominate "F I", "F II" e "F III" e sostanzialmente corrispondenti a combinazioni di carico quasi permanenti, rare e frequenti, rispettivamente. Le norme '05 prevedono solo due combinazioni di verifica, corrispondenti alle combinazioni quasi permanenti e frequenti. La Tabella 3 riassume i rispettivi coefficienti parziali per le azioni:

Tabella 3 – Coefficienti parziali per le azioni – SLE (fessurazione)

	norme '96		norme '05	
	c. perm.	c. acc.	c. perm.	c. acc.
Comb. quasi perm.	1.0	0.0	1.0	0.0
Comb. frequenti	1.0	0.7	1.0	0.7
Comb. rare	1.0	1.0	-	-

Si osserva che i coefficienti parziali delle azioni allo stato limite di fessurazione previsti dai due corpi normativi sono analoghi; le nuove prescrizioni, tuttavia, non contemplano la verifica per le combinazioni di azioni rare. Le caratteristiche della sollecitazione di progetto allo stato limite di fessurazione risultano pertanto avere lo stesso andamento dei corrispondenti valori nominali rappresentati in Figura 5, con

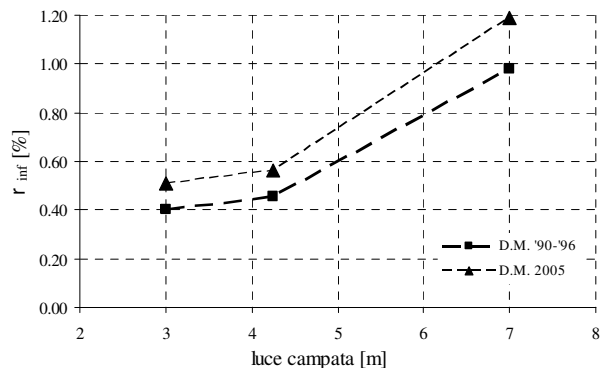


Figura 6 – Valori dei rapporti di armatura allo SLU (sinistra: armature superiori – destra: armature inferiori)

incrementi variabili tra il 10% ed il 30% nel passaggio dal precedente al nuovo corpo normativo, per le combinazioni di carico previste da entrambi.

Molto diversi risultano, invece, i limiti proposti dai due assetti normativi per l'apertura delle fessure, mostrati in Tabella 4. Attesi i valori dei coefficienti parziali delle azioni ed i limiti di apertura delle fessure previsti dalle norme '90, la verifica allo stato limite di fessurazione per combinazioni quasi permanenti risulta in genere non significativa. Poiché la verifica per combinazioni rare, viceversa, non è prevista dalle norme '05, l'unica combinazione direttamente paragonabile è quella per carichi frequenti. In questo caso, nel passaggio tra precedente ed attuale corpo normativo, a fronte di un incremento di sollecitazioni compreso tra il 10% ed il 30% si registra un aumento dei limiti di apertura delle fessure pari al 200% per gli estradossi delle solette e pari al 100% per gli intradossi.

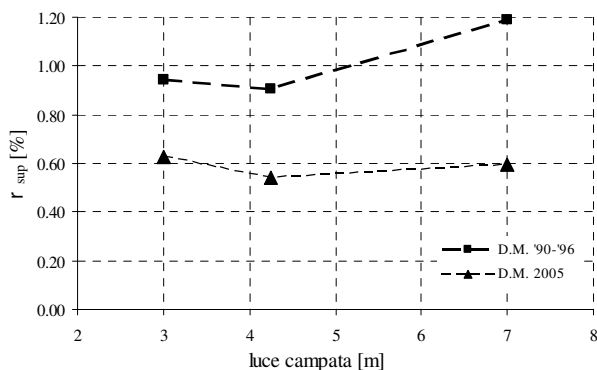
Tabella 4 – Limiti di apertura delle fessure

	norme '96		norme '05	
	estrad. [mm]	intrad. [mm]	estrad. [mm]	intrad. [mm]
Comb. quasi perm.	0.1	0.2	0.2	0.3
Comb. frequenti	0.1	0.2	0.3	0.4
Comb. rare	0.2	0.3	-	-

La Figura 7 riporta i rapporti di armatura calcolati per barre proporzionate, in sezione ed in numero, secondo i criteri introdotti al punto precedente e in modo da soddisfare strettamente le verifiche a fessurazione, secondo le modalità indicate nei D.M. 9.1.1996 per il precedente assetto normativo e D.M. 14.9.2005 per quello nuovo. Si osserva che, in questo caso, le richieste di armatura associate al precedente corpo normativo sono molto più forti di quelle relative alle norme '05, con incrementi compresi tra il 25% ed il 100%. Inoltre, in tutti i casi esaminati, le verifiche allo stato limite di fessurazione risultano dominanti rispetto a quelle allo stato limite ultimo nel caso delle norme '90, mentre accade esattamente il contrario nel caso delle norme '05.

## 5. EFFETTO COMPLESSIVO SULLA PROGETTAZIONE DELLE SOLETTE DA PONTE

Combinando le considerazioni ed i risultati mostrati nei



paragrafi precedenti, è possibile osservare quanto segue:

- l'aumento dei valori delle caratteristiche della sollecitazione nelle solette da ponte associato al nuovo impianto normativo rispetto a quello precedente risulta, considerando sia i carichi permanenti che quelli accidentali, compreso tra il 10% ed il 30% (almeno per le luci più diffuse nelle applicazioni pratiche) sia allo stato limite ultimo che agli stati limite di esercizio;
- nel precedente impianto normativo, le verifiche allo stato limite di apertura delle fessure risultavano essere quelle maggiormente significative per le solette da ponte in calcestruzzo armato e tali da governare il dimensionamento delle sezioni e delle armature; nel caso del nuovo impianto normativo, attraverso il significativo rilassamento dei limiti di apertura delle fessure e dell'eliminazione delle combinazioni di carico rare dal novero di quelle da considerare ai fini della fessurazione, il ruolo dominante è trasferito alle verifiche allo stato limite ultimo;
- l'adozione del nuovo corpo normativo permette di ridurre le armature superiori delle solette da ponte in un intervallo compreso tra il 10% ed il 33% rispetto a quanto previsto dal precedente corpo normativo;
- tale riduzione è generalmente registrabile anche per le armature inferiori, seppure in misura inferiore, con l'eccezione del campo delle luci maggiori.

Ai fini del paragone degli effetti progettuali associati al nuovo ed al precedente assetto normativo, è possibile definire un rapporto di armatura complessivo

$$\rho = \frac{A_{sup} + A_{inf}}{A_c} \quad (2)$$

ipotizzando armature costanti sia superiormente che inferiormente. La Figura 8 mostra detto rapporto di armatura per le tre tipologie esecutive considerate e per entrambi gli assetti normativi. Si osserva che la riduzione nelle armature associata al nuovo corpo normativo è in questo caso compresa tra il 10% ed il 40% rispetto a quanto ottenibile applicando le norme '90.

## 6. CONCLUSIONI

Alcune delle previsioni contenute nelle Norme tecniche per le costruzioni emanate nel 2005 e riferite alle strutture da

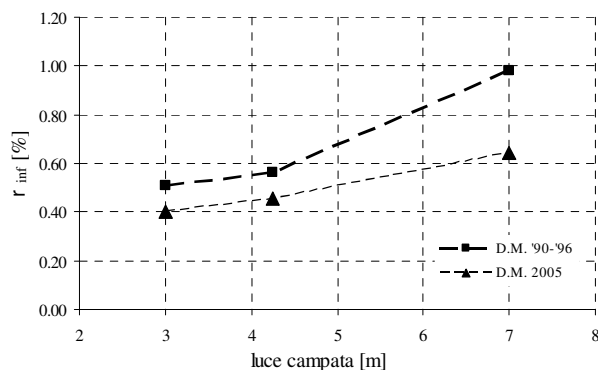


Figura 7 – Valori dei rapporti di armatura allo SLE (sinistra: armature superiori – destra: armature inferiori)

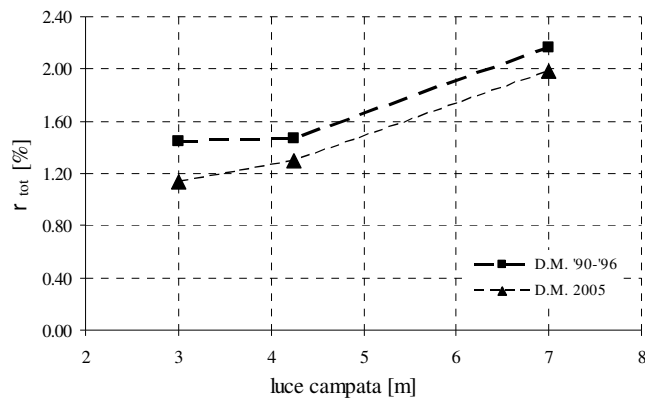


Figura 8 – Valori del rapporto di armatura complessivo

ponete, segnatamente le solette in calcestruzzo armato che rappresentano una delle tipologie costruttive più diffuse nel nostro paese, sono difficilmente comprensibili.

L'aggiornamento della forma e delle intensità dei carichi mobili convenzionali, che in qualche modo si avvicinano a quelli previsti negli Eurocodici, sarebbe giudicabile favorevolmente, se non si fossero aggiunti i coefficienti di amplificazione dinamica che, già inclusi nei valori nominali proposti dagli Eurocodici, comportano nel caso delle norme '05 un ingiustificato aumento dei valori nominali dei carichi accidentali. I risultati presentati nel paragrafo 2 mostrano che, in assenza di tale incremento, i valori nominali delle caratteristiche della sollecitazione associate ai due corpi normativi esaminati sarebbero molto simili.

L'esperienza degli enti gestori della rete stradale italiana e dei progettisti che si dedicano ai problemi di manutenzione dei ponti stradali è concorde nel rilevare che gran parte dei dissesti e degli ammaloramenti associati alle opere d'arte stradali sono riconducibili alle solette da ponte in calcestruzzo armato. Nella quasi totalità dei casi, tuttavia, i problemi riscontrabili sono associati alla durabilità delle strutture e specificamente ai fenomeni di ossidazione delle armature superiori delle solette, soggette all'azione aggressiva dei sali utilizzati all'estradosso dell'impalcato stradale per mitigare la formazione del ghiaccio che, disciolti nell'acqua, si infiltrano nelle solette in calcestruzzo attraverso le fessure; solo in rarissimi casi, sono riscontrabili problemi associabili alla sicurezza strutturale in senso stretto. Per tale motivo, dunque, risulta veramente di difficile comprensione che, nel passaggio dal precedente all'attuale assetto normativo, il ruolo dominante nel dimensionamento degli elementi strutturali sia stato trasferito dallo stato limite di fessurazione allo stato limite ultimo. In particolare, l'aumento pari al 200% dei limiti

di apertura delle fessure all'estradosso delle solette da ponte, fenomeno responsabile di una quota significativa dei costi di gestione della rete stradale italiana, dei corrispondenti rallentamenti alla circolazione veicolare e della incidentalità associata ai cantieri di manutenzione, sembra materializzare una negazione della realtà sperimentale.

Risulta veramente oscura, infine, la *ratio* per la quale il nuovo assetto normativo comporta, in assenza

- di significativi progressi nella qualità dei materiali strutturali;
- delle metodologie di analisi e verifica strutturale;
- di apprezzabili variazioni nella quantità e qualità del traffico veicolare pesante sulla rete stradale italiana;

una riduzione delle armature metalliche complessivamente compresa tra il 10% ed il 40%, con i valori di riduzione maggiori nel campo delle luci (3 m) di maggiore diffusione applicativa.

L'auspicio del presente lavoro è quello di poter contribuire alla correzione dei nuovi limiti di apertura delle fessure per le solette da ponte in c.a., che a prima vista si presentano essere come una sorta di refuso di stampa.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] D.M. 14.9.2005 – (2005), Norme tecniche per le costruzioni.
- [2] D.M. 4.5.1990 – (1990), Criteri generali e prescrizioni tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo dei ponti stradali.
- [3] D.M. 9.1.1996 – (1996), Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche.



# INTERAZIONE DI TELAI IN C.A. CON PANNELLI IN MURATURA

Zaira Odoni<sup>1</sup>, Giovanna Concu<sup>1</sup>, Daniel Meloni<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università di Cagliari

## SOMMARIO

Si è analizzata l'interazione statica di 8 sistemi Telaio in calcestruzzo - pannello in muratura, al variare delle dimensioni del telaio e dello spessore del pannello, sottoposti ad un carico orizzontale nell'estremo superiore sinistro. E' stato valutato il carico di prima fessurazione e l'instabilità, alla luce della normativa nazionale e di formulazioni reperite in letteratura. Sono state inoltre evidenziati gli effetti sulla rigidezza globale del sistema dovuti alla presenza di aperture di varie forme e posizione all'interno del pannello murario.

## SUMMARY

Static interaction of eight Rc frame-masonry panel has been analyzed, according to variation of the dimensions of the frame and of the thickness of the masonry panel, while subjected to an horizontal load applied in the upper-left corner. The cracking and buckling loads have been estimated, in the light of National Code and of some relations traced in the literature. Moreover the effects upon the global stiffness of the system has been underlined, due to the presence of openings of different shapes within the masonry panel.

## 1. PREMESSA

Gli edifici civili, realizzati con strutture intelaiate in c.a., sono completati da vari elementi che li rendono atti all'uso cui sono destinati (i.e. isolamento termico e acustico, infissi, chiusure verticali, impianti tecnici, ecc.). In genere, agli elementi di completamento non è affidata alcuna funzione strutturale e sono valutati, nell'analisi dei carichi, solo come "dead load".

Questa ipotesi, accettabile nella maggior parte dei casi, non sempre rispecchia il reale comportamento della struttura, spesso influenzato da elementi non propriamente strutturali, quali impianti tecnici, tamponature, tramezzi, ecc. Le tamponature in particolare possiedono un'elevata rigidezza nei confronti delle azioni che agiscono nel loro piano e quindi, se nella loro realizzazione si è curato il contatto con i pilastri e le travi fra cui sono inserite, sarà inevitabile una loro compartecipazione sia nel regime statico che dinamico con gli elementi portanti. Ignorare questo apporto può creare delle macroscopiche differenze tra quello che è il comportamento della struttura in sede di progetto e quello reale dell'edificio in esercizio.

Nella pratica progettuale non è semplice tuttavia mettere in conto l'influenza delle tamponature sul regime statico e dinamico globale della struttura.

Le difficoltà più significative possono essere così schematizzate:

- ipotizzare correttamente le caratteristiche meccaniche e geometriche della muratura, in quanto essa non è un materiale omogeneo ed isotropo ma costituito da elementi, i mattoni, assemblati tra loro tramite la malta,

- scegliere un modello che sia in grado di rappresentare in maniera realistica il comportamento globale del pannello e la sua interazione con la struttura,
- schematizzare in modo realistico, ma anche semplice, gli elementi di contatto tra pannello e struttura.

Attualmente qualche aiuto sulla definizione delle caratteristiche della muratura si ha dalla certificazione di qualità del prodotto. Oggi sono sul mercato mattoni con caratteristiche meccaniche e geometriche pressoché invariabili perciò, determinate le caratteristiche della malta e imponendo delle tecniche di esecuzione accurate e costanti, è possibile conoscere con una certa accuratezza le caratteristiche medie della muratura nel suo complesso. La scelta, invece, del modello e la schematizzazione degli elementi di contatto è affidata essenzialmente alla abilità, sensibilità e conoscenze tecniche del progettista strutturale. In questo studio si è analizzata l'interazione statica tra la muratura di laterizio e il telaio in cui essa è inserita, valutando gli effetti che tale interazione provoca, in diverse condizioni di progetto. Per la schematizzazione sono stati utilizzati programmi commerciali di analisi strutturale.

## 2. GENERALITÀ

### 2.1 Ipotesi sui materiali e criterio di rottura

Al calcestruzzo sono state assegnate le seguenti caratteristiche meccaniche:  $R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ , Modulo di elasticità  $E = 30000 \text{ N/mm}^2$ , Modulo di Poisson  $\nu = 0,15$ .

All'interno dei telai sono state inserite delle tamponature in muratura, considerata come un materiale omogeneo,



mediando il contributo degli elementi in laterizio e della malta, secondo le prescrizioni normative [1]. Questa semplificazione contribuisce positivamente in termini di velocità di modellazione e di interpretazione dei risultati. Si è scelto di assumere una resistenza a compressione della muratura  $f_k = 5,3 \text{ N/mm}^2$ .

Per la muratura del pannello si è ipotizzato un comportamento elastico lineare in stato di sforzo piano. Un criterio di rottura frequentemente utilizzato il Mohr – Coulomb con Tension cut off, assume come stato di sforzo limite quello caratterizzato dal cerchio di Mohr tangente con quello della torsione pura. A causa delle difficoltà di correlare gli sforzi principali punto per punto, nel calcolo si è adottato come semplificazione il *criterio della massima tensione*, quindi si considera raggiunta la fessurazione appena localmente la tensione principale di trazione risulterà pari a  $\sigma_{tmax} = 0,1 \text{ N/mm}^2$ . Inoltre nei calcoli si è assunto un Modulo elastico  $E = 2450 \text{ N/mm}^2$  e un Modulo di Poisson  $\nu = 0,25$ .

## 2.2 Metodo ed ipotesi di calcolo

E' stato utilizzato il Programma F.E.M. Ansys, che consente di ipotizzare il contatto monolatero tramite elementi specifici e di utilizzare una procedura detta "Design optimization" per l'ottimizzazione strutturale. Sono stati utilizzati l'elemento Plane 42 2-D, definito da 4 nodi con due gradi di libertà ciascuno, il Contact 48 2-D, per la simulazione del contatto tra telaio in cemento armato e muratura, per lo studio dell'instabilità il Solid 45 3-D, con otto nodi a tre gradi di libertà ciascuno e il Contact 49 3D, estensione nello spazio del Contact 48.

## 2.3 Casi di studio

In questo lavoro sono stati esaminati 8 telai rettangolari chiusi in cemento armato, con travi e pilastri di uguale sezione per cui il classico rapporto  $k$  tra i pesi elastici del pilastro e della trave si riduce a  $k = h_p/l_t$  ed è stato supposto variabile tra 0,5 e 1. Gli stessi telai sono stati studiati con l'inserimento delle tamponature.

I vincoli applicati ai telai sono di cerniera e carrello agli estremi inferiori. All'estremo superiore sinistro del telaio è stata applicata una forza orizzontale  $F = 50 \text{ kN}$ . La rigidezza della struttura è stata valutata come rapporto tra la forza orizzontale  $F$  e lo spostamento massimo del telaio  $\delta_{max}$ .

La Tabella 1 riporta le caratteristiche geometriche dei telai esaminati.

Tabella 1 – Dimensioni geometriche telai senza tamponatura

Telaio	base (mm)	altezza (mm)	R
1	5100	5100	1
3	5100	3900	0,76
4	5400	3900	0,72
5	6000	3900	0,65
6	6600	3900	0,59
7	7200	3900	0,54
8	7800	3900	0,50

## 3. ANALISI DEI RISULTATI

### 3.1 Telai senza tamponatura

In Tabella 2 si riportano i risultati relativi ai vari telai; sono indicati gli spostamenti  $\delta_{max}$  e le rigidezze  $F/\delta_{max}$ .

Tabella 2 – Spostamenti e rigidezze dei telai senza tamponatura

Telaio	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$ (kN/mm)	Telaio	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$ (kN/mm)
1	2,52	19852	2	1,45	34390
3	1,18	42280	4	1,23	40450
5	1,34	37194	6	1,45	34393
7	1,56	31967	8	1,67	29849

### 3.2 Telai con tamponatura

Gli stessi telai sono stati calcolati inserendo al loro interno tamponature con 3 spessori differenti:

$$S_1 = 80 \text{ mm}, S_2 = 120 \text{ mm}, S_3 = 250 \text{ mm}.$$

Si riportano in Tabella 3 gli spostamenti e le rigidezze  $F/\delta_{max}$  dei telai senza e con tamponatura per ciascuno degli spessori utilizzati.

Tabella 3 – Spostamenti e rigidezze telai con tamponatura

Telaio 1	$\delta_{max}$	$F/\delta_{max}$	Telaio 2	$\delta_{max}$	$F/\delta_{max}$
vuoto	2,51	19852	Vuoto	1,45	34390
con $S_1$	1,17	42510	con $S_1$	0,82	60630
con $S_2$	0,96	51872	con $S_2$	0,69	72637
con $S_3$	0,62	80418	con $S_3$	0,46	108010
Telaio 3	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$	Telaio 4	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$
vuoto	1,18	42280	Vuoto	1,23	40450
con $S_1$	0,69	72079	con $S_1$	0,75	66196
con $S_2$	0,59	83997	con $S_2$	0,64	78130
con $S_3$	0,42	118739	con $S_3$	0,44	113911
Telaio 5	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$	Telaio 6	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$
vuoto	1,34	37194	Vuoto	1,45	34393
con $S_1$	0,81	61796	con $S_1$	0,87	57291
con $S_2$	0,68	73246	con $S_2$	0,73	67767
con $S_3$	0,46	107659	con $S_3$	0,49	101002
Telaio 7	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$	Telaio 8	$\delta_{max}$ (mm)	$F/\delta_{max}$
vuoto	1,56	31967	Vuoto	1,67	29849
con $S_1$	0,93	53687	con $S_1$	0,99	50133
con $S_2$	0,78	63823	con $S_2$	0,84	59604
con $S_3$	0,53	94384	con $S_3$	0,57	89176

$S_1 = 80 \text{ mm}, S_2 = 120 \text{ mm}, S_3 = 250 \text{ mm},$

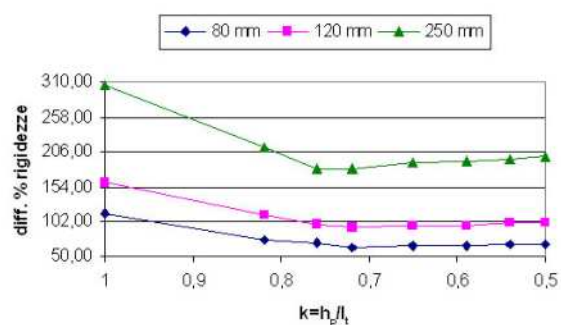


Figura 1 – Differenze percentuali rigidezze telai con tamponatura su telai vuoti

Se si osserva la Figura 1 si nota il notevole incremento percentuale delle rigidezze dei telai con tamponature rispetto ai telai vuoti, oltre al fatto che l'incremento rimane circa costante per valori di  $k < 0,75$ , corrispondenti tutti a telai della medesima altezza.

#### 4 INTERAZIONE TELAI E PANNELLI

Sarà ora esaminata l'interazione telaio-pannelli con riferimento alla determinazione del puntone equivalente al pannello, del carico limite di fessurazione e del carico critico.

##### 4.1 Dimensione del puntone equivalente

Nei telai in cemento armato nei quali sono inseriti pannelli murari, la normativa italiana [1], sotto determinate condizioni, propone di valutare il contributo irrigidente delle tamponature considerando, nel calcolo, un puntone diagonale equivalente. Questo deve avere lo stesso spessore  $t$  della muratura e larghezza  $l = 1/10$  della diagonale. Si può quindi considerare un sistema equivalente formato da travi e pilastri del telaio e puntoni diagonali incernierati alle estremità. Ogni puntone avrà una rigidezza equivalente:

$$(EA/d)_{eq} = 0,1E_m t \quad (1)$$

dove  $d$  = lunghezza diagonale del pannello,  $E_m$  = modulo di elasticità della muratura. In questo lavoro è valutata la larghezza del puntone equivalente per tutti i pannelli, anche laddove non sono rispettate le limitazioni dimensionali previste in [1].

I sistemi telaio-puntone sono stati quindi modellati con Ansys. La biella compressa è stata simulata con un elemento tipo Link 1. Con la procedura Design optimization è stata calcolata la sezione del puntone che produce lo stesso effetto irrigidente della tamponatura.

Nella Tabella 4 sono riportate le dimensioni dei telai in cemento armato e delle tamponature inserite al loro interno.

Nella Tabella 5 sono riportati i valori dell'area della sezione del puntone equivalente ricavati con la formula proposta in [1] e quella ricavata con ANSYS.

Tabella 4 – Dimensioni geometriche telai e pannelli murari

	Telaio		pannello	
	base (mm)	altezza (mm)	base (mm)	altezza (mm)
1	5100	5100	3900	3900
2	5100	4200	3900	3000
3	5100	3900	3900	2700
4	5400	3900	4200	2700
5	6000	3900	4800	2700
6	6600	3900	5400	2700
7	7200	3900	6000	2700
8	7800	3900	6600	2700

Tabella 5 – Area della sezione del puntone equivalente (mm<sup>2</sup>)

Area della sezione del puntone equivalente (mm <sup>2</sup> )					
D.M. 1996			ANSYS		
80 mm	120 mm	250 mm	80 mm	120 mm	250 mm
44123	66185	137886	109050	156870	313680
39363	59044	123009	93880	139580	279650
37947	56921	118585	98200	139580	267560
39944	59916	124825	86000	127770	260570
44058	66087	137682	86470	128550	262250
48299	72449	150935	85400	126020	263190
52636	78954	164488	86665	128950	263360
57047	85571	178273	86676	128850	267870

La Fig. 2 mostra le differenze percentuali tra i valori delle sezioni dei puntoni calcolati con il D.M. 96 e con ANSYS, appare evidente come la norma italiana sia sempre molto

cautelativa e che il rapporto  $k = 0,75$  (Telaio 3) segni una inversione di tendenza anche in questo caso: i telai 1, 2, 3 hanno uguale base (5100 mm) i successivi hanno uguale altezza (3900 mm).

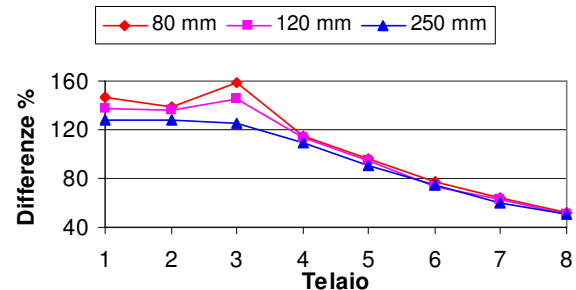


Figura 2 – Differenze % tra le aree dei puntoni calcolati con il D.M. 96 e con ANSYS

##### 4.2 Carico limite di fessurazione

Si è ora valutata, per ogni sistema telaio-pannello, il valore della forza orizzontale che porta localmente al raggiungimento della tensione limite di trazione prefissata. Tale forza non rappresenta un limite oltre il quale il pannello è fuori servizio, in quanto ciò dipende dal tipo di lesione che si instaura. L'analisi lineare condotta mira a individuare le zone di massima concentrazione degli sforzi e la determinazione della forza esterna per la quale è possibile lo sviluppo dei primi effetti non lineari.

In alcuni pannelli, in particolare in quelli di forma molto allungata, si è verificato che la tensione di trazione limite è stata raggiunta prima ai bordi, cioè in zone non interessate dalla biella compressa. Si ammette che tali fessurazioni marginali non influenzino il comportamento meccanico del pannello. In Tabella 6 sono stati riportati i valori della forza di fessurazione sia ai bordi che al centro.

Tabella 6 – Forza di prima fessurazione (kN)

Telaio	Forza di prima fessurazione (kN)					
	Centro		bordo		centro	
	80 (mm)	80 (mm)	120 (mm)	120 (mm)	250 (mm)	250 (mm)
1	75,52	470,24	98,23	632,80	169,95	1197,38
2	93,83	293,61	115,06	381,32	184,31	680,17
3	109,65	187,22	131,03	235,27	200,28	382,50
4	115,53	128,55	138,43	156,14	213,60	230,91
5	126,85	80,78	153,87	99,87	238,59	145,99
6	138,23	60,86	165,77	71,68	257,11	110,27
7	141,04	53,46	173,53	63,54	274,08	101,38
8	149,35	48,53	185,94	59,59	297,88	91,90

A titolo di esempio la Fig. 3 mostra l'andamento della forza di prima fessurazione per i pannelli di 80 mm di spessore. Si nota che il valore della forza che provoca la fessurazione al centro diminuisce con l'aumentare del rapporto  $k = h_p/l_i$ ; questo è dovuto ad un'immaginaria decomposizione del carico orizzontale nelle due componenti, in asse con la biella compressa e normale ad essa. La componente normale, a parità di forza, aumenta all'aumentare dell'inclinazione della

biella compressa rispetto alla direzione orizzontale, per cui per raggiungere il limite di fessurazione è necessaria una forza di minore intensità.

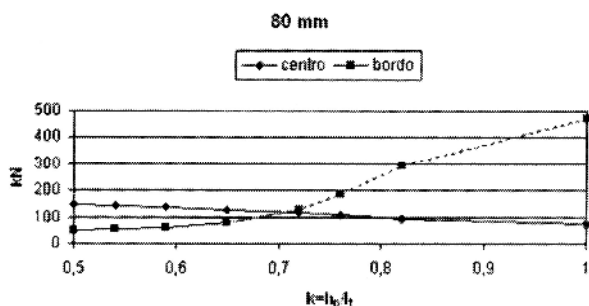


Figura 3 – Forze di prima fessurazione

### 4.3 Instabilità

Si vuole ora stabilire se prima del raggiungimento della forza di prima fessurazione il pannello possa aver raggiunto il suo carico critico e quindi l'instabilità, a causa della forza di compressione nel puntone, soprattutto nel caso di spessori del pannello molto limitati. Questo potrebbe portare il pannello a rottura, con modalità diverse da quelle classiche per trazione limite e per valori di carico inferiori.

#### 4.3.1 Instabilità pannello

Per il calcolo del carico critico dei soli pannelli caricati secondo la diagonale si è fatto riferimento alla teoria di Pùbal [2]. Il pannello è schematizzato secondo due bielle incernierate ai vertici del telaio, delle quali quella compressa è chiamata ad assorbire le azioni orizzontali, l'altra contrasta le deformazioni ortogonali al piano del pannello della prima, per la congruenza degli spostamenti nel punto d'intersezione al centro del pannello.

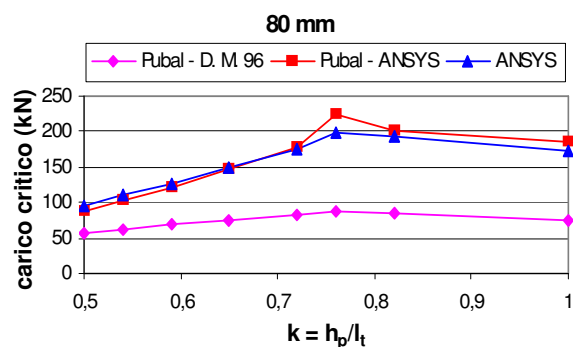


Figura 4 – Carico critico per pannello da 80 mm

Il carico critico è valutato come:

$$P_{crit} = \frac{4\pi^2 E_v J_v}{d^2} \quad (2)$$

dove  $d$  = lunghezza diagonale del pannello,  $E_v$  = modulo di elasticità della muratura,  $J_v$  = momento d'inerzia della biella equivalente.  $P_{crit}$  è stato calcolato, secondo la (2) assumendo

come larghezza della biella equivalente quella valutata secondo la norma italiana [1] e quella ottenuta con ANSYS. Inoltre il  $P_{crit}$  è stato ricavato direttamente dal calcolo eseguito con ANSYS con la procedura *Buckling Analysis* sul pannello.

In questa sede si riportano i risultati ottenuti per il pannello da 80 mm.

Dal grafico (Fig. 4) si osserva che i valori del carico critico valutati con la formula di Pùbal, utilizzando la larghezza del puntone equivalente determinata con ANSYS, sono quasi coincidenti con quelli ricavati con la *Buckling Analysis*; mentre quelli ottenuti utilizzando la larghezza ricavata applicando la (1) (D.M. 96) sono fortemente cautelativi.

#### 4.3.2 Instabilità sistema telaio-pannello

Si è determinato il carico critico, utilizzando la procedura *Buckling Analysis* di ANSYS per ogni sistema telaio-pannello, modellandolo con elementi Solid 45 3-D e Contact 49 3-D con l'accortezza di vincolare lo spostamento perpendicolare al piano dei telai dei nodi posti agli estremi della diagonale compressa. Per i dati geometrici dei sistemi telai-pannelli si rimanda alla Tabella 4. Si sono successivamente modellati i sistemi telaio-pannello utilizzando sia la schematizzazione proposta dal D.M. 96, inserendo cioè all'interno del telaio vuoto la biella equivalente, sia quella proposta da Pùbal e si sono caricati con una forza orizzontale all'estremo superiore sinistro. Si è determinato il carico critico sia con le sezioni derivanti dall'ottimizzazione che dall'applicazione del D. M. 96. Nella Tabella 7 sono riportati i carichi critici per il pannello da 80 mm per la schematizzazione di Pùbal insieme ai carichi di prima fessurazione.

Tabella 7 – Carichi di prima fessurazione e critici (kN), Pùbal

	Fessurazione (kN)	Carico critico (kN)		
		ANSYS <i>Buckling analysis</i>	Pùbal D.M. 96	Pùbal ANSYS
1	75,53	440,63	268,24	460,27
0,82	93,83	639,93	408,01	630,83
0,76	109,65	739,00	484,28	756,67
0,72	115,53	673,02	448,63	640,90
0,65	126,85	564,19	391,06	540,95
0,59	138,24	484,78	345,65	457,34
0,54	141,04	418,458	308,76	396,51
0,5	149,35	339,86	278,14	344,08

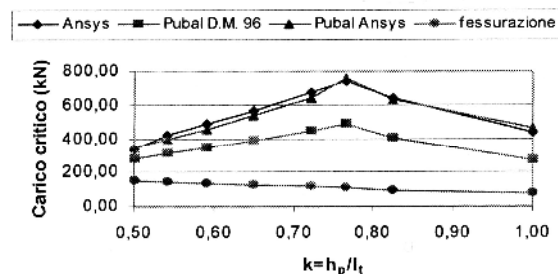


Figura 5 – Carico critico e di fessurazione per pannello da 80 mm

La Figura 5 mostra come il comportamento dei sistemi telaio-pannello è analogo a quello dei semplici pannelli (Fig. 4): i valori del carico critico valutati con la formula di Pùbal,

utilizzando la larghezza del puntone equivalente determinata con ANSYS, sono quasi coincidenti con quelli ricavati con la *Buckling Analysis*, mentre quelli ottenuti utilizzando la larghezza ricavata applicando la (1) (D.M. 96) sono ancora fortemente cautelativi.

Tabella 8 – Carichi critici (kN), D.M 96

	Carichi critici (kN)					
	Biella D.M. 96			Biella ANSYS		
	80 mm	120 mm	250 mm	80 mm	120 mm	250 mm
1	41,51	108,79	688,63	61,67	172,13	1220,81
0,82	68,57	168,72	999,97	90,03	246,84	1658,38
0,76	80,18	200,75	1157,19	108,99	289,67	1851,52
0,72	72,90	183,64	1072,76	93,06	250,39	1651,99
0,65	61,36	156,23	933,64	76,94	207,84	1379,83
0,59	52,54	135,03	822,68	64,04	172,38	1161,99
0,54	45,62	118,23	732,43	54,59	147,85	986,45
0,5	40,09	104,65	657,89	46,77	126,62	855,08

E' inoltre evidente che la forza di prima fessurazione, è sempre inferiore al carico critico. Si deduce quindi che, molto probabilmente, il pannello entri in crisi per fessurazione e non per instabilità, salvo l'insorgere di altre concause come l'eccentricità dei carichi o la presenza di forze perpendicolari al piano del pannello, non considerate in questo studio. Dal grafico si nota anche che il carico critico ha una inversione di tendenza in corrispondenza del valore  $k = 0,75$ . Nella Tabella 8 sono riportati, per la schematizzazione del D.M. 96, i carichi critici e nelle Figure 6, 7 e 8, insieme ai carichi critici, i carichi di prima fessurazione al centro dei pannelli (Tabella 6). La Figura 6 mostra come, per il pannello da 80 mm, i carichi critici calcolati con il pannello sostituito dalla biella equivalente con larghezza determinata con la (1) (D.M: 96) o con la *Design optimization* di Ansys sono tutti inferiori al carico di prima fessurazione.

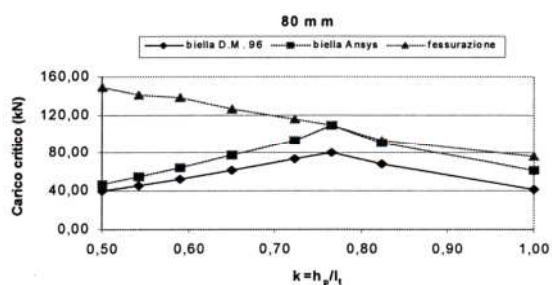


Figura 6 – Carichi critici con schematizzazione D.M. 96 (s=80 mm)

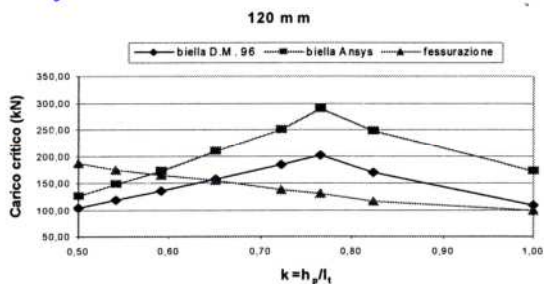


Figura 7 – Carichi critici con schematizzazione D.M. 96 (s=120 mm)

La Figura 7 mostra che, per il pannello da 120 mm, solo per alcuni telai il carico di fessurazione è superiore al carico critico, come accade invece per tutti i telai con pannello da 250 mm (Fig. 8), e che la larghezza del puntone equivalente calcolata con il D.M. 96 è più penalizzante di quella determinata con la *Design optimization*. Questi risultati portano a dire che la schematizzazione del pannello con la sola biella compressa, a prescindere dalla sua larghezza, è fortemente cautelativa.

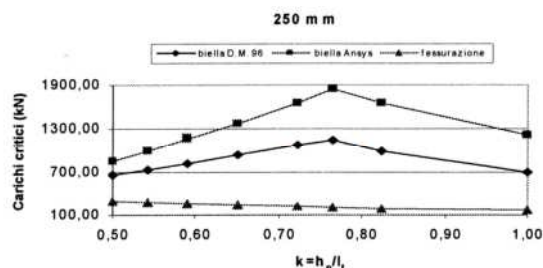


Figura 8 – Carichi critici con schematizzazione D.M. 96 (s=250 mm)

## 5. INFLUENZA DELLE APERTURE

La presenza di aperture influisce in modo rilevante sul comportamento del pannello: diminuisce la rigidità e facilita la formazione di lesioni.

Si vuole evidenziare l'influenza delle dimensioni e della forma dell'apertura nel Telaio 3 (5100 x 3900) e relativo pannello interno (3900 x 2700 mm) nel caso degli spessori 120 mm e 250 mm.

La cornice, realizzata in calcestruzzo, ha lo stesso spessore del pannello ed è stato previsto il suo inserimento con due modalità: contatto monolatero cioè cornice non solidale con il pannello o continuità cioè cornice solidale con il pannello. Sono stati esaminati i seguenti casi:

Finestra 1500 x 1500 mm in posizione centrata:

- apertura semplice
- apertura con cornice da 15 mm non solidale
- apertura con cornice da 15 mm solidale
- apertura con cornice da 30 mm non solidale
- apertura con cornice da 30 mm solidale

Porta 900 x 2100 mm in posizione centrata

- apertura semplice
- apertura con cornice da 15 mm non solidale
- apertura con cornice da 15 mm solidale
- apertura con cornice da 30 mm non solidale
- apertura con cornice da 30 mm solidale

Finestra 900 x 900 mm in posizione centrata, ma a 600 mm dal bordo superiore del pannello

- apertura semplice
- apertura con cornice da 15 mm non solidale
- apertura con cornice da 15 mm solidale
- apertura con cornice da 30 mm non solidale
- apertura con cornice da 30 mm solidale

Apertura circolare 600 mm in posizione centrata

- apertura circolare senza cornice
- apertura circolare con cornice da 15 mm solidale

Nelle Tabelle seguenti (Tabella 9 ÷ Tabella 12) sono riportate le rigidezze ed i decrementi percentuali rispetto al telaio pieno, causate dalla presenza delle varie tipologie di apertura esaminate.

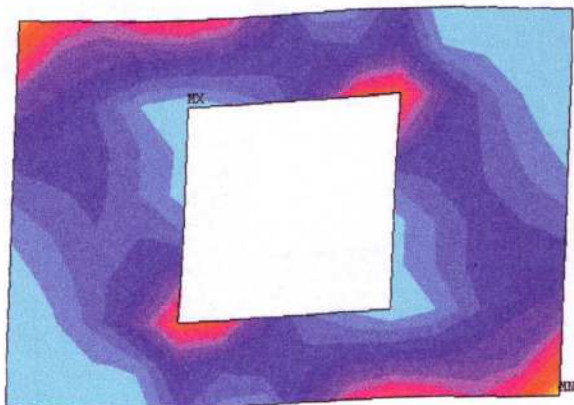


Figura 9 –Puntone apertura 1500 x 1500 mm in posizione centrale

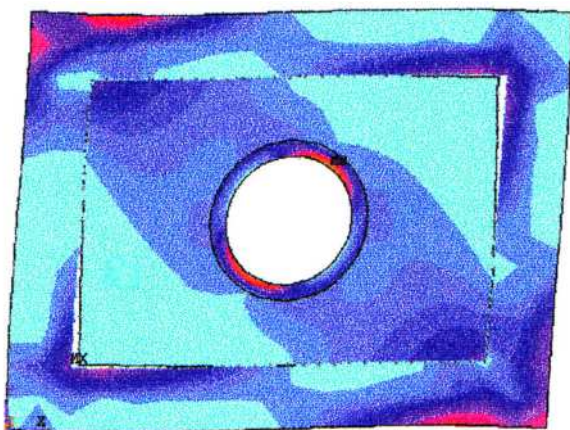


Figura 10 –Puntone apertura 600 mm in posizione centrale

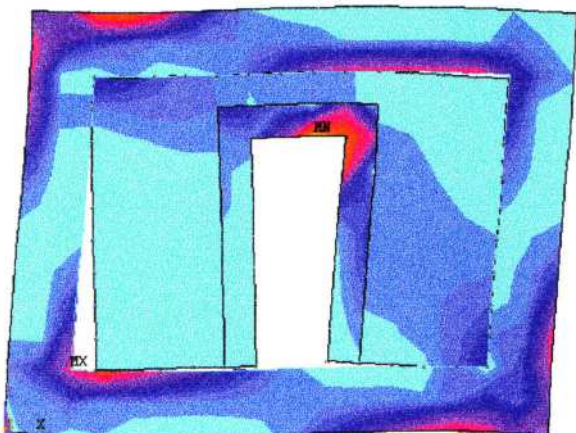


Figura 11 –Puntone apertura 900 x 2100 mm in posizione eccentrica

La presenza delle aperture modifica il flusso delle forze interne al pannello: nel caso di apertura in posizione centrata (Fig. 9)), si determina un sistema di puntone che aggira l'apertura con una forma notevolmente allargata; nel caso di apertura circolare questo effetto è meno evidente (Fig. 10); nel caso della porta e dell'apertura non centrata (Fig. 11 e Fig. 12) lo schema è simile, ma con le logiche modificazioni nel flusso delle tensioni.

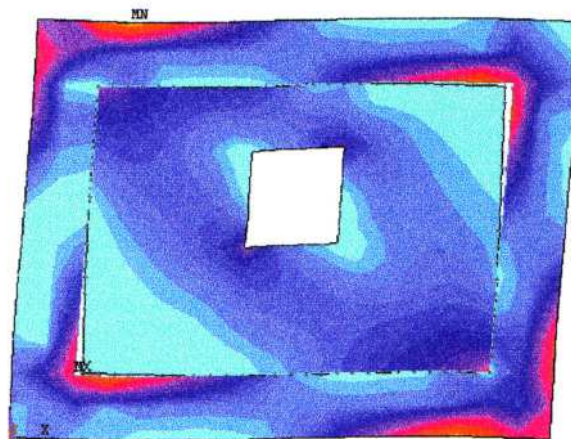


Figura 12 –Puntone apertura 900 x 900 mm in posizione eccentrica

Tabella 9 – Rigidezze e decrementi % rispetto al telaio pieno

Tipologia	Finestra 1500 × 1500 mm in posizione centrale			
	Rigidezze (kN/mm)		Decremento %	
Spessori pannelli (mm)	250	120	250	120
Telaio pieno	118,74	84,00		
senza cornice	71,15	56,79	-40	-32
cornice 150 mm	66,89	54,88	-44	-35
cornice 150 mm solidale	83,61	62,98	-48	-25
cornice 300 mm	76,93	59,54	-35	-29
cornice 300 mm solidale	96,95	70,11	-18	-17

Tabella 10 – Rigidezze e decrementi % rispetto al telaio pieno

Tipologia	Porta 900 × 2100 mm in posizione centrale			
	Rigidezze (kN/mm)		Decremento %	
Spessori pannelli (mm)	250	120	250	120
Telaio pieno	118,74	84,00		
senza cornice	60,21	52,27	-49	-38
cornice 150 mm	55,50	50,63	-53	-40
cornice 150 mm solidale	67,56	56,21	-43	-33
cornice 300 mm	57,02	50,31	-52	-40
cornice 300 mm solidale	72,11	59,44	-39	-29

Dalle Tabelle 9 ÷ 12 emerge che la rigidezze con cornici non solidali può risultare inferiore a quella dei telai con aperture senza cornice.

Questo risultato è giustificato dal fatto che, ad esempio, nel caso della finestra di 1500 mm di lato, per inserire la cornice da 150 mm si è eliminata una striscia di muratura di uguale altezza, si ha quindi temporaneamente una apertura di 1800 mm di lato.

L'inserimento della cornice, se di dimensioni modeste e quindi gli elementi di cui è costituita sono snelli, non riesce a ripristinare il decremento di rigidezza causato dalla eliminazione della striscia di muratura.

Tabella 11 – Rigidezze e decrementi % rispetto al telaio pieno

Finestra 900 × 900 mm in posizione eccentrica				
Tipologia	Rigidezze (kN/mm)		Decremento %	
Spessori pannelli (mm)	250	120	250	120
Telaio pieno	118,74	84,00		
senza cornice	97,22	69,98	-18	-17
cornice 150 mm	95,58	69,24	-20	-18
cornice 150 mm solidale	109,38	78,55	-8	-6
cornice 300 mm	103,04	72,96	-13	-13
cornice 300 mm solidale	120,42	82,78	1	-1

Tabella 12 – Rigidezze e decrementi % rispetto al telaio pieno

Apertura circolare Φ 600 mm in posizione centrale				
Tipologia	Rigidezze (kN/mm)		Decremento %	
Spessori pannelli (mm)	250	120	250	120
Telaio pieno	118,74	84,00		
senza cornice	94,56	68,52	-20	-18
cornice 150 mm solidale	109,55	76,70	-8	-9

Per analizzare questo aspetto è stato preso in esame sempre il Telaio 3, con relativo pannello interno nei due spessori 120 mm e 250 mm, nel caso della finestra di 1500 mm di lato. Sono stati considerati i seguenti casi:

- caso 1: cornice da 100 mm, apertura 1700 mm
- caso 2: cornice da 150 mm, apertura 1800 mm
- caso 3: cornice da 200 mm, apertura 1900 mm
- caso 4: cornice da 250 mm, apertura 2000 mm
- caso 5: cornice da 300 mm, apertura 2100 mm

nelle tre condizioni:

- apertura semplice (A)
- apertura allargata (B)
- inserimento della cornice non solidale (C)

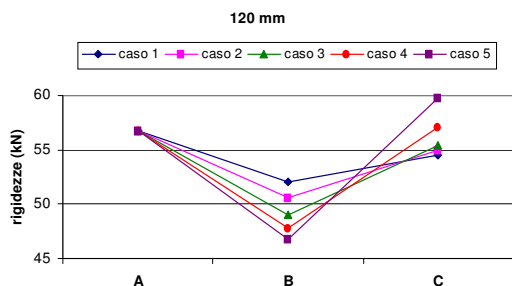


Figura 13 – Rigidezze apertura 1500 mm al variare della cornice

Come è possibile osservare dalle Figure 13 e 14 la dimensione della cornice influenza la rigidezze globale del pannello. Per recuperare rigidezze, nel caso di murature di modesto spessore, è necessario utilizzare cornici con spessori superiori (pannello da 120 mm, cornice almeno da 250 mm), mentre nel caso di murature con spessori non modesti è sufficiente una cornice dello stesso spessore della muratura (pannello da 250 mm, cornice da 250 mm). Da questi risultati

si deduce che, volendo irrigidire un pannello in cui sono presenti delle aperture, è necessario introdurre delle cornici con spessore opportunamente calcolato.

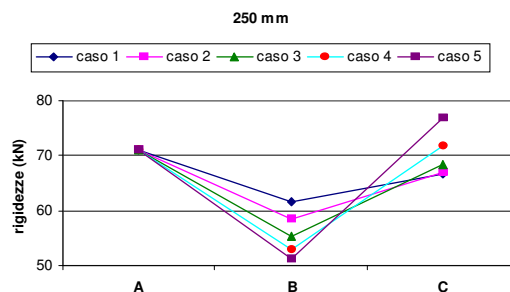


Figura 14 – Rigidezze apertura 1500 mm al variare della cornice

Il diagramma a barre (Fig. 15) evidenzia maggiormente il repentino decremento della rigidezze provocata dalla presenza dell'apertura allargata per l'inserimento della cornice. La linea di tendenza evidenzia l'effetto irrigidite della cornice nel caso degli spessori maggiori.

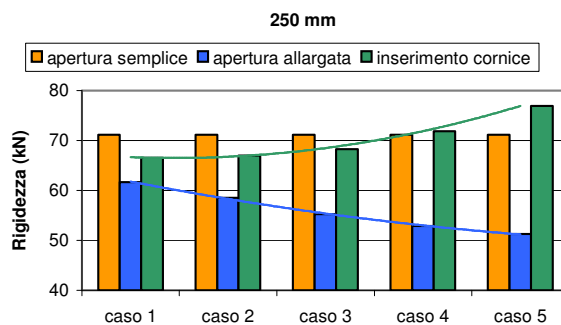


Figura 15 – Rigidezze e linee di tendenza per apertura 1500 mm al variare della cornice

Si è quindi cercato di stabilire la relazione tra la rigidezze del sistema con apertura semplice e con cornice, in funzione della snellezza della cornice, valutata in via semplificativa, con riferimento ai soli montanti verticali della stessa. Si è assunta pertanto come luce libera l'altezza della cornice al netto dei traversi ed il raggio d'inerzia nel piano del pannello.

La Fig. 16 mostra le differenze percentuali tra la rigidezze dei sistemi con apertura semplice e con cornice rispetto a quelli con cornice, per gli spessori 250 mm, in funzione della snellezza dei montanti verticali. Si nota come la snellezza dei montanti verticali è determinante ai fini della rigidezze del sistema telai-pannelli con aperture: il recupero di rigidezze si registra sempre in corrispondenza delle snellezze più basse (cornici di spessore maggiore).

Alla luce dei risultati simili a questi, ottenuti con tutti gli altri tipi di aperture prese in esame in questo lavoro, si può affermare che non è la forma o la posizione delle aperture la causa del decremento di rigidezze nel passaggio tra apertura semplice ad apertura con cornice ma il tipo di cornice utilizzata.

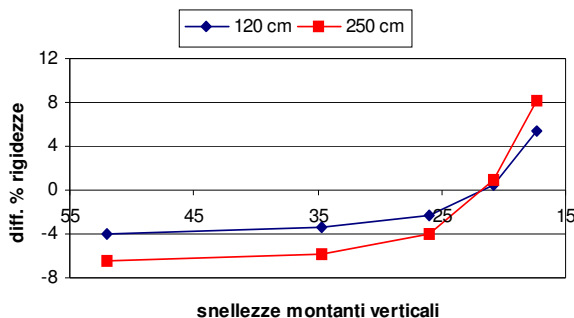


Figura 16 – Rapporti tra rigidezze apertura semplice e con cornice al variare della cornice

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro si è voluto analizzare l'interazione telaio in cemento armato e pannello murario, con l'uso del FEM e in particolare con il programma Ansys, che permette agevolmente la simulazione del contatto monolatero. I risultati ottenuti sono stati confrontati con le indicazioni offerte dalla normativa nazionale evidenziando, come noto, che queste sono sempre molto cautelative. Si è in particolare investigato il rapporto intercorrente tra il carico critico di fessurazione e quello di buckling del pannello, con risultati del tutto coerenti con le prescrizioni di normativa. Interessanti spunti di riflessione sono emersi circa l'influenza sulla rigidezza globale del sistema telaio-pannello, della forma e posizione all'interno del pannello di aperture e gli effetti di un'eventuale cornice di irrigidimento.

Sono state analizzate tre configurazioni: apertura semplice, apertura con cornice solidale e non solidale con la muratura. La riduzione di rigidezza che deriva alla struttura in presenza di aperture con cornice solidale rispetto a quella con cornice solidale è ragguardevole.

L'incremento di rigidezza che deriva dal miglioramento del materiale costituente la cornice, può risultare non sufficiente a compensare la riduzione della rigidezza del pannello dovuta all'inserimento della apertura. Si è mostrato che un ruolo determinante nella compensazione della rigidezza è legato alle dimensioni degli elementi costituenti la cornice

## BIBLIOGRAFIA

- [1] D.M. 20/11/1987 - Norme tecniche per la progettazione, esecuzione, collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento.
- [2] PÚBAL, Z., (1988) - Theory and calculation of frame structures with stiffening walls, Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York-Tokio.
- [3] ZARRI, F. (1994) - Parametri di resistenza e di deformabilità meccanica di murature di laterizio, *Costruire in Laterizio*, 7, 41, pp. 452-455.
- [4] ZARRI, F. (1995) - Caratteristiche meccaniche di pannelli di muratura di laterizio a doppio strato, *Costruire in Laterizio*, 8, 48, pp. 466 -469.
- [5] PAPIA, M. (1988) - Analysis of infilled frames using a coupled finite element and boundary element solution scheme, *Int. J. Numerical Meth. in Engrg.*, 26, pp. 731-772.
- [6] MADAN, A., REINHORN, A. M., MANDER J. B., VALLES, R. E. (1997) - Modeling of masonry infill panels for structural analysis, *J. Struct. Engrg., ASCE*, 123, pp. 1295-1302.
- [7] BECONCINI, M., BURATTI, M. L., (1999) - Infuenza dei pannelli di tamponamento sul comportamento degli edifici intelaiati, *Costruire in Laterizio*, XII, pp. 58-63





# UN CONTRIBUTO ALLA MODELLAZIONE ANALITICA DELL'ADERENZA CALCESTRUZZO-FRP

**Carlo Pellegrino<sup>1</sup>, Pamela Gaspari<sup>2</sup>, Claudio Modena<sup>3</sup>**

1 Ricercatore, Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università di Padova

2 Ingegnere, Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università di Padova

3 Professore Ordinario, Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università di Padova

## SOMMARIO

L'aderenza tra rinforzi FRP (Fiber Reinforced Polymer) applicati sulla superficie esterna del calcestruzzo e supporto è di basilare importanza soprattutto nelle applicazioni a taglio [1], [2] e a flessione, in quanto essa è necessaria per il trasferimento delle tensioni tra il calcestruzzo e il rinforzo e influenza la capacità portante della struttura. I modelli costitutivi tensione di aderenza-scorrimento ("slip")  $\tau$ - $s$  disponibili in letteratura, nella maggior parte dei casi, non sono calibrati con una sufficiente quantità di risultati sperimentali anche per la difficoltà di ottenere sperimentalmente diagrammi  $\tau$ - $s$ . Il lavoro vuole contribuire all'approfondimento e alla comprensione dei fenomeni di aderenza FRP-calcestruzzo con una revisione critica delle principali formulazioni presenti in letteratura e la proposta di nuovo modello analitico tensione di aderenza-scorrimento  $\tau$ - $s$ , calibrato sulla base dei risultati sperimentali disponibili, che tiene conto dell'influenza della rigidezza del rinforzo.

## SUMMARY

Bond behaviour between externally bonded Fiber Reinforced Polymer (FRP) strengthening and concrete supports is essential in shear [1], [2] and flexural applications to transfer stress between concrete and external reinforcement and influences nominal capacity of the structural element. In the majority of cases, constitutive models  $\tau$ - $s$  (shear/bond stress-slip) available in literature, are not calibrated with experimental results also due to the difficulty in experimentally obtaining  $\tau$ - $s$  diagrams. This paper aims to improve the knowledge about bond behaviour between FRP and concrete with a critical review of the principal models of the literature and a new proposal calibrated on the basis of experimental diagrams  $\tau$ - $s$  taking into account the influence of the strengthening rigidity.

## 1. INTRODUZIONE

Negli ultimi anni l'uso dei materiali compositi fibrorinforzati FRP (Fiber Reinforced Polymers) si è ampiamente diffuso soprattutto nel campo del ripristino, rinforzo e adeguamento di strutture in cemento armato ed elementi in muratura. A testimonianza di tale diffusione sono state recentemente pubblicate le "Istruzioni per la progettazione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati" (documento CNR-DT 200/2004) [3] che migliorano in diversi punti le linee guida preesistenti del fib e dell'ACI (fib T.G. 9.3 2001 [4], ACI 440-02 [5]).

Il legame d'aderenza tra FRP e calcestruzzo è di fondamentale importanza in quanto permette il trasferimento delle tensioni tra calcestruzzo e fibra e influenza sia la capacità portante degli elementi strutturali rinforzati, potendo causare fenomeni di crisi prematura per "debonding", che il comportamento in esercizio intervenendo sulle modalità di fessurazione e di deformazione dell'elemento rinforzato. Il fenomeno dell'aderenza FRP-calcestruzzo è influenzato da numerosi parametri, fra cui le proprietà meccaniche del

rinforzo, le proprietà dell'adesivo, le proprietà del substrato e la sua preparazione superficiale, nonché le condizioni ambientali.

In letteratura sono state proposte svariate relazioni tra la tensione tangenziale  $\tau$  all'interfaccia e lo scorrimento  $s$  ("slip") che si registra tra le due facce collegate. Tutti gli studi disponibili in letteratura propongono formulazioni che prospettano il raggiungimento di un valore massimo della tensione tangenziale e quindi una diminuzione della stessa fino ad annullarsi. La maggior parte dei modelli teorici presenti in letteratura non sono supportati da prove sperimentali che forniscano direttamente il diagramma  $\tau$ - $s$ , ma si basano su semplificazioni del comportamento del collegamento e su assunzioni talvolta arbitrarie.

Il diagramma tensione di aderenza-scorrimento, oltre a descrivere il fenomeno dell'aderenza, permette il calcolo dell'energia di frattura  $G_f$ , definita come l'area sottesa dalla curva  $\tau$ - $s$ .

L'aderenza tra supporto in calcestruzzo e FRP è stata diffusamente studiata in questi ultimi anni [6÷25] e alcuni di questi studi sono stati utilizzati per la stesura delle linee guide

per le strutture in calcestruzzo rinforzate con FRP (CNR-DT 200/2004 [3], fib T.G. 9.3 2001 [4], ACI 440-02 [5]). In particolare, una serie di espressioni semiempiriche sono state proposte per la forza massima trasmissibile dal legame di aderenza, la lunghezza effettiva d'aderenza e i modelli aderenza-scorrimento.

Tuttavia la conoscenza dell'argomento non sembra sufficientemente avanzata e alcune questioni rimangono ancora aperte.

Questo lavoro si prefigge lo scopo di contribuire ad una maggiore comprensione del comportamento dell'aderenza calcestruzzo-FRP e di confrontare ed analizzare in maniera critica alcune delle più comuni formulazioni dei modelli  $\tau$ - $s$  sulla base di un ampio programma sperimentale sviluppato presso il Laboratorio Prove sui Materiali del Dipartimento di Costruzioni e Trasporti dell'Università di Padova [6], [7], [8].

I provini sono costituiti da calcestruzzo avente resistenza a compressione cilindrica variabile tra 58 e 63 MPa e sono stati rinforzati con differenti tipi e strati di CFRP, coprendo un ampio intervallo della rigidità (variabile tra 38 e 386 GPamm) e sono stati soggetti sia a "double shear tests" che a "bending tests" con una serie di strain gages distribuiti lungo la zona di aderenza. In Fig. 1a, b e c sono rispettivamente rappresentati la distribuzione tipica degli estensimetri elettrici nella zona di aderenza, il setup di prova per i "double shear tests" e quello per i "bending tests".

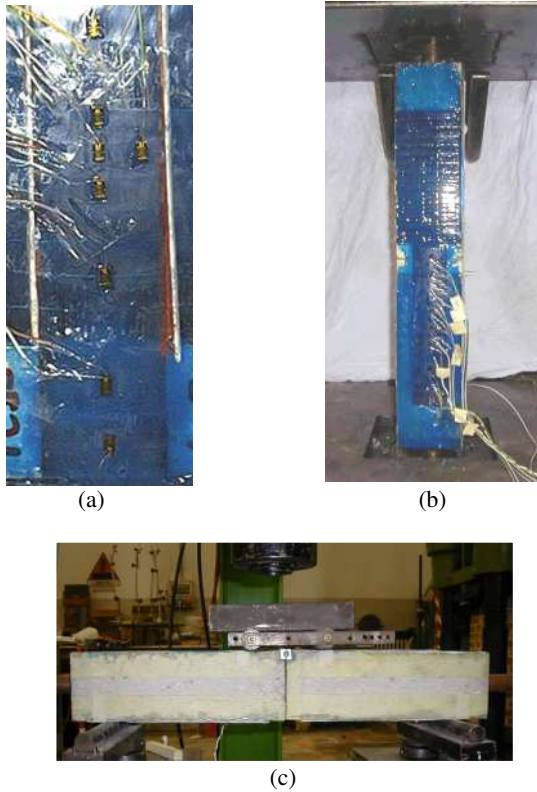


Figura 1 – Distribuzione strain gages nella zona di aderenza (a), double shear test (b), bendino test (c)

Utilizzando tre nuove formulazioni per la tensione di aderenza massima  $\tau_{max}$  per lo scorrimento di picco  $s_{peak}$  e per

lo scorrimento ultimo  $s_{ult}$  [8], si propone un nuovo modello teorico tensione di aderenza-scorrimento  $\tau$ - $s$  calibrato sulla base delle prove sperimentali descritte in [8], che tiene conto dell'influenza della rigidità della fibra.

## 2. MODELLI ANALITICI ESISTENTI

In letteratura sono presenti diverse formulazioni per rappresentare l'andamento delle tensioni d'aderenza  $\tau$  rispetto allo scorrimento  $s$ , talvolta molto differenti tra loro e spesso non supportate da prove di laboratorio.

Alcuni dei modelli teorici  $\tau$ - $s$  presenti in letteratura sono riportati in [9], [10], [11], [12], [13], [14]. Questi modelli, descritti di seguito, sono caratterizzati dai tre parametri fondamentali:

- la massima tensione tangenziale d'aderenza  $\tau_{max}$ ;
- lo scorrimento di picco  $s_{peak}$  in corrispondenza del valore massimo della tensione tangenziale  $\tau$ ;
- lo scorrimento ultimo  $s_{ult}$  in corrispondenza dell'annullamento della tensione tangenziale  $\tau$ .

Si riportano i sei modelli analitici analizzati.

Neubauer and Rostasy (1999):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_p} \right) \quad \text{per } s \leq s_p \quad (1)$$

$$\tau = 0 \quad \text{per } s > s_p \quad (2)$$

dove:

$$k_b = \sqrt{1.125 \cdot \frac{2 - b_f / b_c}{1 + b_f / 400}} \quad (3)$$

$$s_p = 0.202 \cdot k_b \quad (4)$$

$$\tau_{max} = 1.8 \cdot k_b \cdot f_{ctm} \quad (5)$$

Nakaba et al. (2001):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_p} \right) \cdot \left[ 3 / \left( 2 + \left( \frac{s}{s_p} \right)^3 \right) \right] \quad (6)$$

$$s_{peak} = 0.065 \quad (7)$$

$$\tau_{max} = 3.5 \cdot f_c^{0.19} \quad (8)$$

Monti et al. (2003):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \frac{s}{s_p} \quad \text{per } s \leq s_p \quad (9)$$

$$\tau = \tau_{max} \cdot \frac{s_{ult} - s}{s_{ult} - s_p} \quad \text{per } s > s_p \quad (10)$$

con:

$$k_b = \sqrt{1.5 \cdot \frac{2 - b_f / b_c}{1 + b_f / 100}} \quad (11)$$

$$s_p = 2.5 \cdot \tau_{max} \cdot (t_a / E_a + 50 / E_c) \quad (12)$$

$$s_{ult} = 0.33 \cdot k_b \quad (13)$$

$$\tau_{max} = 1.8 \cdot k_b \cdot f_{ctm} \quad (14)$$

Savoia et al. (2003):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_p} \right) \cdot \left[ 2.86 / \left( 1.86 + \left( \frac{s}{s_p} \right)^{2.86} \right) \right] \quad (15)$$

$$s_p = 0,051 \quad (16)$$

$$\tau_{max} = 3,5 \cdot f_c^{0,19} \quad (17)$$

Lu et al. (2005):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \sqrt{\frac{s}{s_p \cdot A}} + B^2 - B \right) \text{ per } s \leq s_p \quad (18)$$

$$\tau = \tau_{max} \cdot \exp[-\alpha(s/s_p - 1)] \text{ per } s > s_p \quad (19)$$

con:

$$A = (s_p - s_e) / s_p \quad (20)$$

$$s_p = 0,0195 \cdot k_b \cdot f_{cm} \quad (21)$$

$$B = s_e / [2(s_p - s_e)] \quad (22)$$

$$\tau_{max} = 1,5 \cdot k_b \cdot f_{cm} \quad (23)$$

$$s_{ult} = 2G_f / \tau_{max} \quad (24)$$

$$G_f = 0,308 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{0,5} \quad (25)$$

Dai e Ueda (2003):

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_p} \right)^{0,575} \text{ per } s \leq s_p \quad (26)$$

$$\tau = \tau_{max} \cdot e^{-\beta(s-s_p)} \text{ per } s > s_p \quad (27)$$

con:

$$\tau_{max} = \frac{-1,575 \cdot \alpha \cdot K_a + \sqrt{2,48\alpha^2 K_a^2 + 6,3\alpha\beta^2 K_a G_f}}{2 \cdot \beta} \quad (28)$$

$$s_{peak} = \tau_{max} / (\alpha K_a) \quad (29)$$

Per i dettagli sui modelli ed il significato dei simboli si veda [9], [10], [11], [12], [13], [14]. Si osservi che in questi modelli la rigidità del rinforzo non è considerata come parametro. In Fig. 2 si rappresenta l'andamento dei sei modelli teorici.

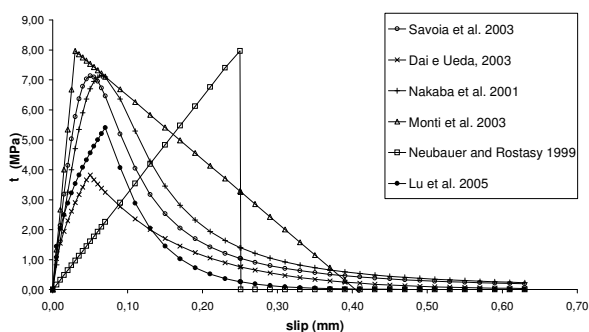


Figura 2 – I sei modelli teorici  $\tau$ - $s$

Sulla base dei risultati della sperimentazione descritta nel dettaglio in [8] si procede con una analisi critica dei modelli teorici.

### 3. INFLUENZA DELLA RIGIDEZZA DEL RINFORZO SULL'ADERENZA

Sulla base della campagna sperimentale, descritta nel dettaglio in [8], relativa a 39 provini, soggetti sia a "double shear tests" che a "bending tests", di cui 20 strumentati con una serie di strain gages per lo studio delle deformazioni nella zona di aderenza (v. Fig. 1a) ed aventi un rinforzo con

rigidezza variabile, è stata osservata una certa influenza della rigidità del rinforzo sui tre parametri fondamentali del legame  $\tau$ - $s$ :  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$ .

In Tabella 1 vengono elencate le caratteristiche di rigidità del rinforzo, la resistenza cilindrica a compressione media del calcestruzzo ed i risultati, per i 20 provini strumentati, in termini di  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$ . In alcuni casi a causa di problemi tecnici in fase di misurazione non sono stati presi in considerazione i valori registrati dagli strumenti.

Tabella 1 – Principali dati e risultati della sperimentazione riportata in [8].

provini	n t E (GPamm)	$f_{cm}$ (MPa)	$\tau_{max}$ (MPa)	$s_{ult}$ (mm)	$s_{peak}$ (mm)
S1C1a	37,95	63	15,360	1,190	0,032
B1C1c	37,95	58	10,160	0,937	0,057
S1C5c	64,30	58	15,470	0,885	0,036
S1C5d	64,30	58	5,990	-	0,034
S2C1a	75,90	63	17,800	0,810	0,027
S2C1b	75,90	58	9,550	-	0,022
S2C1c	75,90	58	18,870	0,859	0,031
B2C1b	75,90	63	10,520	0,804	0,034
B1C5-1C1a	102,25	58	12,523	0,557	0,044
S3C1a	113,85	63	9,230	0,712	0,025
S3C1b	113,85	58	10,130	0,668	0,022
S3C1c	113,85	58	10,890	0,606	0,024
S2C5a	128,70	63	18,880	0,671	0,046
S2C5b	128,70	58	10,230	0,483	0,034
B2C5c	128,70	58	12,980	0,852	0,025
S3C5a	193,05	63	23,710	0,352	0,019
S3C5b	193,05	63	11,250	0,614	0,027
S3C5c	193,05	58	22,920	0,466	0,030
B3C1-3C1a	227,70	63	20,860	0,390	0,026
B3C5-3C1b	386,10	63	24,400	0,237	0,028

Dal confronto con le formulazioni teoriche presenti in letteratura per il calcolo dei tre parametri (Fig. 3, 4 e 5) è evidente una sottostima della tensione massima e dello scorrimento ultimo e una sovrastima dello scorrimento di picco. Inoltre l'influenza della rigidità della fibra è evidente nei tre casi.

Utilizzando le prove sperimentali disponibili sono state ricavate tre nuove espressioni per il calcolo dei tre parametri  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  in funzione della rigidità della fibra.

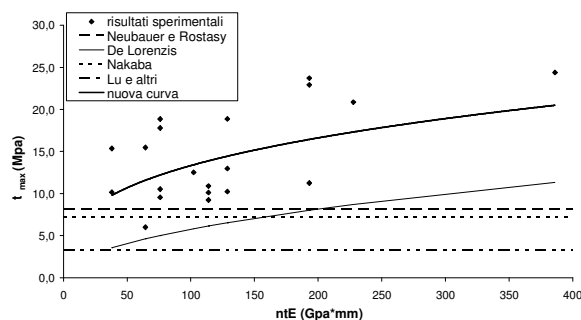


Figura 3 – Andamento di  $\tau_{max}$  in funzione della rigidità  $n t E$

Per quanto riguarda la tensione massima è evidente dal grafico (Fig. 3) che i valori calcolati con le espressioni riportate in [9], [10], [13], [15] sottostimano i valori

sperimentali. L'unica espressione che considera il valore di  $\tau_{max}$  in funzione della rigidezza è quella riportata in [15] che, però sottostima comunque i valori riscontrati nelle prove sperimentali.

Viene proposta quindi una nuova espressione per il calcolo di  $\tau_{max}$  in funzione della rigidezza:

$$\tau_{max} = 3,1 \cdot (ntE)^{0,32} \quad (30)$$

Nel caso di  $s_{peak}$  le formule teoriche in [10], [12], [13] sovrastimano il valore sperimentale considerandolo costante in funzione della rigidezza.

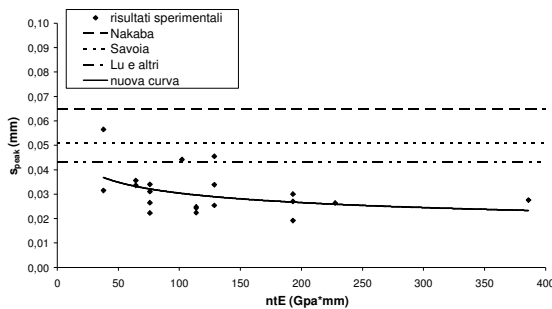


Figura 4 – Andamento  $s_{peak}$  in funzione della rigidezza  $ntE$

Si propone quindi, anche in questo caso, una nuova espressione per definire il valore dello scorrimento quando viene raggiunta la massima tensione d'aderenza al variare della rigidezza del rinforzo:

$$s_{peak} = 0,075 / (ntE)^{0,2} \quad (31)$$

Nel caso dello scorrimento ultimo  $s_{ult}$  i valori calcolati con le formule in [11] e [13] sottostimano i valori sperimentali. In questo caso si può osservare come  $s_{ult}$  decresca in maniera evidente all'aumentare della rigidezza del rinforzo.

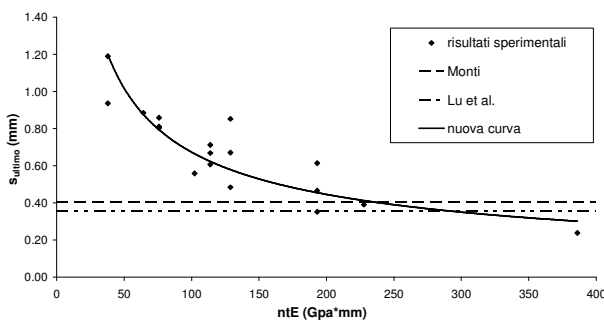


Figura 5 – Andamento  $s_{ult}$  in funzione della rigidezza  $ntE$

Viene proposta quindi una nuova formulazione per calcolare lo scorrimento ultimo in corrispondenza del quale la tensione d'aderenza è pari a zero:

$$s_{ult} = 10,5 / (ntE)^{0,6} \quad (32)$$

#### 4. NUOVO MODELLO TEORICO

Si è eseguito un confronto teorico-sperimentale tra i 20 provini descritti nel dettaglio in [8] ed i sei modelli teorici esistenti in letteratura, descritti precedentemente.

Ogni provino è stato strumentato con estensimetri che rilevano la deformazione in maniera discreta lungo la zona di aderenza. Tramite una integrazione numerica sono stati ricavati i valori della tensione  $\tau$  e dello scorrimento  $s$ . Per ogni provino si sono ottenuti i diagrammi deformazione–posizione, scorrimento–posizione e tensione–posizione, per diverse percentuali di carico. Dall'unione dei grafici scorrimento–posizione e tensione–posizione sono stati ricavati i diagrammi tensione–scorrimento. In Fig. 6a e b sono riportati due esempi per uno dei provini soggetti a “double shear test” (S3C1a) e uno di quelli soggetti a “bending test” (B1C5-1C1a) considerando diverse percentuali del carico ultimo.

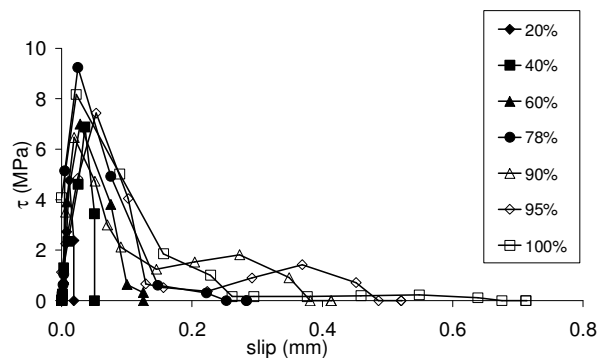


Figura 6a – Andamento tensione di aderenza-scorrimento sperimentale per il provino S3C1a con  $ntE = 113,85 \text{ GPamm}$

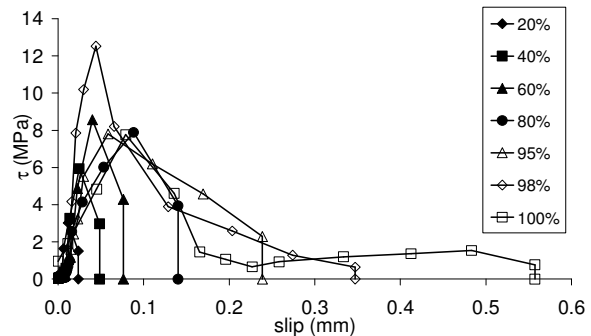


Figura 6b – Andamento tensione di aderenza-scorrimento sperimentale per il provino B1C5-1C1a con  $ntE = 102,3 \text{ GPamm}$

Per i 20 provini è stata effettuata una sovrapposizione tra le sei curve proposte dai modelli teorici e i diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali osservando che i modelli teorici si discostano dai diagrammi sperimentali, soprattutto a causa della sottostima del valore della tensione massima (molto evidente per rigidzze del rinforzo elevate). A titolo d'esempio si rappresenta, in Fig. 7, il caso del provino B1C5-1C1a con  $ntE=102,3 \text{ GPamm}$ .

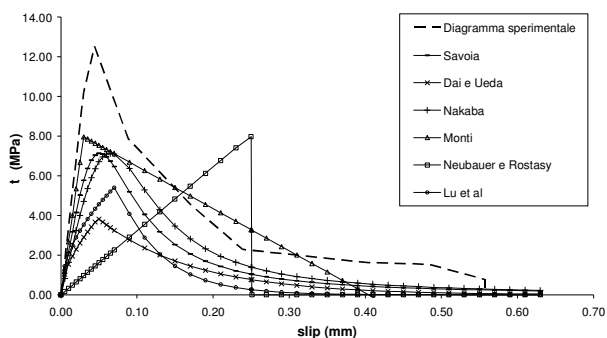


Figura 7 – Andamento tensione scorrimento per il provino B1C5-1C1a  $nE=102,3$  con i sei modelli teorici originali

Si sono inseriti, nei sei modelli, i tre parametri fondamentali  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  calcolati in funzione della rigidezza della fibra tramite le espressioni (30), (31) e (32) ottenendo le curve rappresentate in Fig. 8 (sempre per il provino B1C5-1C1a).

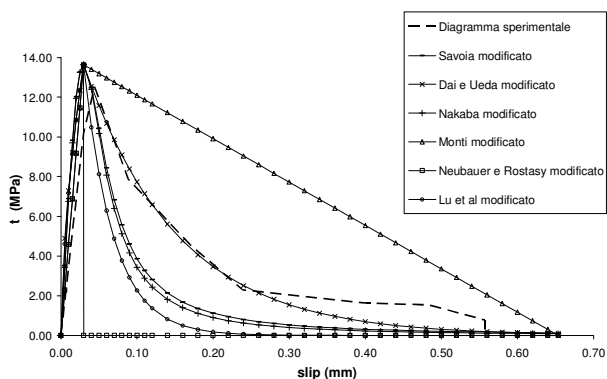


Figura 8 – Andamento tensione scorrimento per il provino B1C5-1C1a  $nE=102,3$  con i sei modelli teorici modificati sulla base delle Eq. (30), (31) e (32).

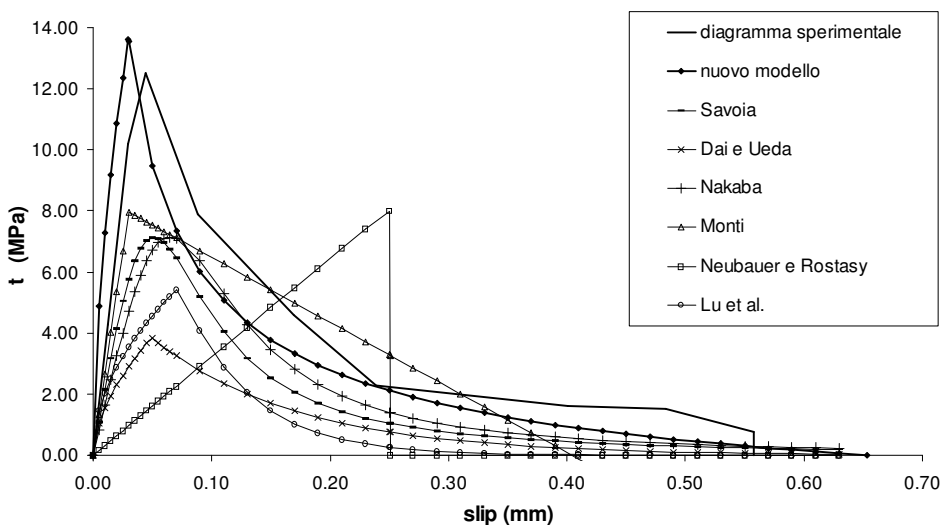


Figura 9 – Andamento tensione scorrimento con il nuovo modello proposto e i sei modelli teorici originali per il provino B1C5-1C1a  $nE=102,3$  GPamm

Confrontando i diagrammi teorici forniti dai sei modelli con quelli sperimentali ricavati per tutti i provini si osserva che il modello più preciso sembra quello di Dai e Ueda [14] in cui i parametri fondamentali  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  sono calcolati in funzione della rigidezza della fibra tramite le espressioni (30), (31) e (32).

A partire dal modello di Dai e Ueda, in cui i parametri fondamentali  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  sono calcolati in funzione della rigidezza della fibra tramite le espressioni (30), (31) e (32), si propone di mantenere l'espressione del primo ramo crescente del diagramma  $\tau$ - $s$ , fino al valore dello scorrimento di picco, e di definire una nuova espressione per il ramo decrescente della curva che termini con un valore dello scorrimento ultimo in corrispondenza del quale il valore della tensione tangenziale risulti nullo (cosa che non si verifica per il modello di Dai e Ueda originario) sempre con l'obiettivo di tener conto dell'influenza della rigidezza del rinforzo e di approssimare nel modo migliore i diagrammi sperimentali.

Da un'analisi statistica e accurata delle prove di laboratorio ed anche dell'energia di frattura ottenuta sperimentalmente come area sottesa della curva  $\tau$ - $s$  si sono ricavate le espressioni per il nuovo modello teorico:

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left( \frac{s}{s_{peak}} \right)^{0,575} \quad \text{per } s \leq s_{peak} \quad (33)$$

$$\tau = \left( \frac{\tau_{max}}{s_{peak}^\alpha - s_{ult}^\alpha} \right) \cdot (s^\alpha - s_{ult}^\alpha) \quad \text{per } s \geq s_{peak} \quad (34)$$

con

$$\alpha = - \frac{1,3162}{(nE)^{0,187}} \quad (35)$$

Come si può osservare in Fig. 9, in cui è rappresentato un andamento sperimentale  $\tau$ - $s$  tipico (in questo caso è rappresentato il caso del provino B1C5-1C1a con  $ntE=102,3$  GPamm) il nuovo modello approssima bene il diagramma sperimentale.

Dall'espressione del nuovo modello teorico proposto è stato possibile ricavare una nuova espressione anche per l'energia di frattura  $G_f$  sulla base dell'integrale del modello teorico  $\tau$ - $s$  (v. Fig. 10).

$$G_f = \int_0^{s_u} \tau(s) ds \quad (36)$$

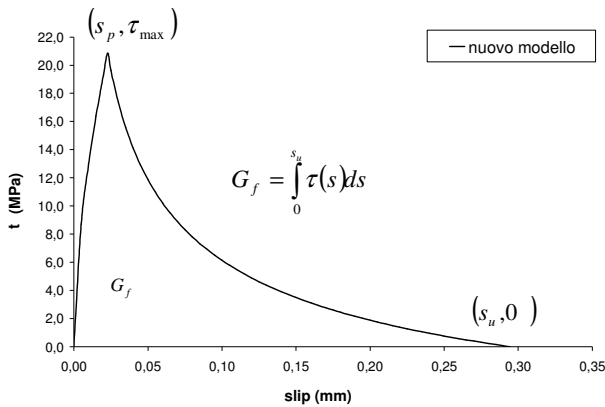


Figura 10 – Definizione dell'energia di frattura.

Nel caso in questione si ha:

$$G_f = \int_0^{s_p} \tau_{max} \cdot \left(\frac{s}{s_p}\right)^{0,575} ds + \int_{s_p}^{s_u} \frac{\tau_{max}}{(s_p^\alpha - s_u^\alpha)} \cdot (s^\alpha - s_u^\alpha) ds \quad (38)$$

Risolvendo i due integrali in modo chiuso si ottiene:

$$G_f = \frac{\tau_{max} \cdot s_p}{1,575} + \frac{\tau_{max}}{(s_p^\alpha - s_u^\alpha)(\alpha+1)} (s_u^\alpha \cdot s_p - s_p^{\alpha+1}) \quad (39)$$

In letteratura sono presenti diverse formulazioni per il calcolo dell'energia di frattura; la maggior parte delle suddette relazioni quantifica l'energia di frattura in funzione delle sole caratteristiche del calcestruzzo.

Anche in questo caso in base ai diagrammi sperimentali disponibili [8] è stato possibile effettuare una analisi critica delle formulazioni teoriche riguardanti l'energia di frattura. Le espressioni che sono state prese in considerazione sono evidentemente collegate al modello  $\tau$ - $s$  cui fanno riferimento e sono riportate nel seguito.

Lu et. al. [13]:

$$G_f = 0,308 \cdot k_b^2 \cdot f_{ctm}^{0,5} \quad (40)$$

Dai e Ueda [14]:

$$G_f = 7,554 \cdot K_a^{-0,449} \cdot f_c^{0,343} \quad (41)$$

fib bulletin 14 [4]:

$$G_f = 0,02645 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} \quad (42)$$

CNR-DT 200/2004 [3]

$$G_f = 0,064 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} \quad (43)$$

Monti et al. [11]:

$$G_f = 0,297 \cdot k_b^2 \cdot f_{ctm} \quad (44)$$

Le ultime tre formulazioni considerano un modello tensione scorrimento di tipo bilineare. In particolare, l'espressione più recente è quella del CNR [3] che è stata calibrata sulla base dei valori sperimentali della forza massima trasmissibile per aderenza secondo l'espressione seguente [25]:

$$F_{max} = [2G_f (ntE)]^{1/2} b \quad (45)$$

e non sulla base dei diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali.

Il motivo di ciò è probabilmente dovuto al fatto che la forza massima trasmissibile per aderenza è facilmente misurabile e, per essa, è disponibile una grande quantità di valori sperimentali. L'utilizzo della (45) porta però con sé l'assunzione di un modello di tipo bilineare per il legame tensione di aderenza-scorrimento che risulta molto comoda ma, come mostrato in precedenza, talvolta non approssima in maniera soddisfacente i diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali.

Nella Fig. 11 si riporta infine, a titolo di esempio, un confronto tra i valori teorici dell'energia di frattura forniti dai modelli (40), (41), (42), (43), (44), dall'Eq. (45) sulla base della forza massima trasmissibile, dal nuovo modello (39) e i valori ottenuti dai diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali (provino S1C5c).

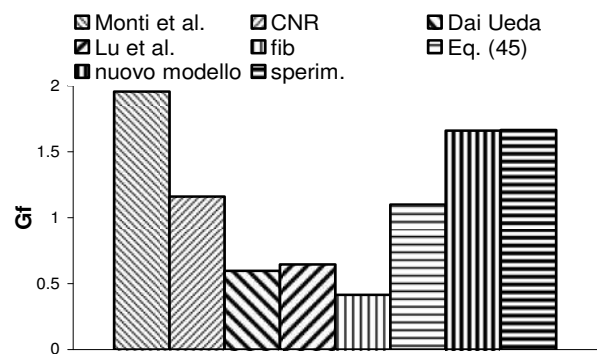


Figura 11 – Confronto tra i valori teorici dell'energia di frattura forniti dai modelli (40), (41), (42), (43), (44), dal nuovo modello (39) e i valori ottenuti sulla base dei diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali.

Come si può osservare l'espressione (39) approssima bene, nel caso considerato, il valore sperimentale dell'energia di frattura.

## 5. CONCLUSIONI

L'obiettivo principale di questo lavoro è l'approfondimento di alcuni aspetti peculiari dei fenomeni di aderenza tra calcestruzzo e FRP, e, in particolare, il legame costitutivo tensione di aderenza-scorrimento  $\tau$ - $s$ .

Sulla base di un'ampia campagna sperimentale eseguita presso il Laboratorio Prove sui Materiali del Dipartimento di Costruzioni e Trasporti dell'Università di Padova è stato possibile, grazie alla strumentazione di misura utilizzata, ottenere i diagrammi sperimentali tensione di aderenza-scorrimento ed avere informazioni sui meccanismi che stanno alla base dei fenomeni di aderenza calcestruzzo-FRP [8].

Il programma sperimentale è consistito in 39 prove sviluppate con due diversi setup ("double shear test" e "bending test") di cui 20 prove sono state eseguite con una serie di strain gages distribuiti lungo la zona di aderenza per la determinazione del legame di aderenza-scorrimento. I provini presentavano un ampio intervallo di rigidità della fibra (da 37,95 a 386,1 GP/mm), mentre le caratteristiche del calcestruzzo risultavano praticamente costanti. Per questo motivo sono stati studiati i tre parametri fondamentali  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  che governano il legame di aderenza  $\tau$ - $s$ . Lo scopo era quello di individuare una correlazione dei tre parametri con la rigidità del rinforzo non presente nella maggior parte delle espressioni proposte in letteratura (infatti tutte le relazioni teoriche esistenti considerano i tre parametri dipendenti dalle sole caratteristiche del calcestruzzo). Sono state quindi proposte tre nuove formulazioni per la quantificazione dei parametri  $\tau_{max}$ ,  $s_{peak}$  e  $s_{ult}$  in funzione della rigidità del rinforzo.

A partire da queste nuove espressioni è stato proposto un nuovo modello teorico tensione di aderenza-scorrimento  $\tau$ - $s$ , supportato da prove di laboratorio, che prende in considerazione la rigidità del rinforzo. I modelli teorici esistenti non sono, infatti, formulati sulla base di prove di laboratorio, ma si basano talvolta su assunzioni aprioristiche e semplificazioni del comportamento reale.

A partire dal nuovo modello, calcolando l'integrale in forma chiusa della curva, è stata proposta un'espressione anche per l'energia di frattura  $G_f$ . A tale proposito si è evidenziato come l'espressione recente del CNR [3] è stata calibrata sulla base dei valori sperimentali della forza massima trasmissibile per aderenza (facilmente misurabile) e non sulla base dei diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali, assumendo quindi un modello di tipo bilineare per il legame tensione di aderenza-scorrimento che, come mostrato in precedenza, talvolta non approssima in maniera soddisfacente i diagrammi  $\tau$ - $s$  sperimentali.

Risulta comunque necessario un approfondimento dei meccanismi che stanno alla base dei fenomeni di aderenza calcestruzzo-FRP, utili al miglioramento dei modelli proposti in letteratura. Sono inoltre necessarie ulteriori prove di laboratorio da svilupparsi con procedure standardizzate (talvolta, a parità di condizioni, si sono ottenuti risultati diversi con setup di prova differenti) e con opportuna strumentazione relative sia a valori diversi della resistenza del calcestruzzo che a differenti valori della rigidità della fibra.

Si evidenzia infine come uno dei problemi che possono manifestarsi nell'ambito dello sviluppo di prove sperimentali di aderenza sia dato dal tipo di strumentazione. In [8] sono stati utilizzati infatti degli estensimetri elettrici abbastanza ravvicinati tra loro, che rilevano le deformazioni solo in

maniera puntuale e quindi i risultati sono discontinui e possono essere influenzati da imperfezioni locali del supporto. In questo senso potrebbe essere auspicabile l'utilizzo di tecniche più sofisticate per la misurazione del campo deformativo in modo da ottenere dei risultati con un maggiore grado di attendibilità.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] PELLEGRINO, C., MODENA, C. – (2002). FRP shear strengthening of RC beams with transverse steel reinforcement, *ASCE Journal of Composites for Construction*, 6(2), pp. 104-111.
- [2] PELLEGRINO, C., MODENA, C. – (2006). FRP shear strengthening of RC beams: experimental study and analytical modeling, *ACI Structural Journal*, 103(5), pp. 720-728.
- [3] CNR Consiglio nazionale delle Ricerche – (2004) *Istruzioni per la progettazione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati*, CNR-DT 200/2004.
- [4] fib Task Group 9.3 – 2001. *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*, fib bulletin 14, Lausanne, Switzerland.
- [5] ACI Committee 440 – (2002). *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures* (ACI 440.2R-02), American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, USA.
- [6] PELLEGRINO C., BOSCHETTO G., TINAZZI D., MODENA C. – (2005). Progress on understanding bond behaviour in RC elements strengthened with FRP, *Proc. of International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures*, Hong Kong, China.
- [7] BOSCHETTO G., PELLEGRINO C., TINAZZI D., MODENA C. – (2006). Bond behaviour between FRP sheets and concrete: an experimental study, *Proc. of the 2nd fib Congress*, Naples, Italy.
- [8] PELLEGRINO C., TINAZZI D., MODENA C. – (2007) An experimental study on bond between concrete and FRP reinforcement, *ASCE Journal of Composites for Construction* (in corso di stampa).
- [9] NEUBAUER, U., ROSTASY, F.S. – (1999). Bond failure of concrete fiber reinforced polymer plates at inclined cracks – experiments and fracture mechanics model, *Proc. of 4th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete Structures*, SP-188, American Concrete Institute, Farmington Hills (MI), USA, pp. 369-382.
- [10] NAKABA K., KANAKUBO T., FURUTA T., YOSHIZAWA H. – (2001) Bond behavior between Fiber-Reinforced Polymer laminates and concrete. *ACI Structural Journal*, 98(3), pp. 359-367
- [11] MONTI G., RENZELLI M. LUCIANI P. – (2003) FRP adhesion in uncracked and cracked concrete zones. *Proc. of 6th International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures, FRPRCS-6*, World Scientific Publications, Singapore, pp. 183-192.
- [12] SAVOIA M., FERRACUTI B., MAZZOTTI M. – (2003) Non linear bond-slip law for FRP-concrete interface *Proc. of 6th International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures, FRPRCS-6*, World Scientific Publications, Singapore, pp. 163-172.

- [13] LU, X.Z., TENG, J.G., YE L.P., JIANG J.J. – (2005), Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. *Engineering Structures*, 27, pp. 920-937.
- [14] UEDA T., SATO J., ASANO J. – (1999) Experimental study on bond strength of continuous Carbon Fiber Sheets. *Proc. of 4th International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures, FRPRCS-4*, SP-188, ACI, Farmington Hills, pp. 407-416.
- [15] DE LORENZIS L., MILLER B., NANNI A. – (2001) Bond of Fiber-Reinforced Polymer laminates to concrete. *ACI Materials Journal*, 98(3), pp. 256-264.
- [16] CHEN J.F., TENG J.G – (2001), Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering* 127(7), pp. 784-791
- [17] MILLER B., NANNI A., BAKIS C. – (1999) Analytical model for CFRP sheets bonded to concrete. *Proc. 8th Int. Structural Faults and Repair Conference*, M. C. Forde Ed., Engineering Technics Press, Edinburgh, Scotland.
- [18] BIZINDAVYI L., NEALE K. W. – (1999) Transfer lengths and bond strengths for composites bonded to concrete. *ASCE Journal of Composites for Construction*, 3(4), pp. 153-160.
- [19] MAEDA T., ASANO Y., SATO Y., UEDA T., KAKUTA Y. – (1997). A study on bond mechanism of carbon fiber sheet. *Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Proceedings, 3rd Int. Symp.*, Japan Concrete Institute, Sapporo, 1, pp. 279-285.
- [20] KHALIFA, A., GOLD, W. J., NANNI, A., AND ABDEL AZIZ, M. I. – (1998). Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members. *Journal of Composites for Construction*, 2(4), pp. 195-202.
- [21] BROSENS K., VAN GEMERT D. – (1997). Anchoring stresses between concrete and carbon fibre reinforced laminates. *Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Proceedings, 3rd Int. Symp.*, Japan Concrete Institute, Sapporo, 1, pp. 271-278.
- [22] TALJSTEN B. – (1997). Defining anchor lengths of steel and CFRP plates bonded to concrete. *Int. Journal Adhesion and Adhesives*, 17(4), pp. 319-327.
- [23] YAO, J., TENG, J. G., CHEN, J. F. – (2005). Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints. *Composites Part B: engineering*, 36, pp. 99-113.
- [24] YI, W.-H., KANG, D.-E., WOO, H.-S. CHOI, K.-S., YOO, Y.-C., KEUNG-HWAN, K. – (2006). A Study on Bond Mechanism of Fiber Reinforced Polymer Bonded to Concrete. *Proc. of the 2nd fib Congress*, Naples, Italy.
- [25] FAELLA C., MARTINELLI E., NIGRO E. – (2002). Aderenza tra calcestruzzo e lamine FRP utilizzate come placcaggio di elementi inflessi. Parte II: Modelli teorici ed elaborazioni numeriche. Atti del XIV Congresso C.T.E., Bologna.



# L'ADEGUAMENTO SISMICO DELLE STRUTTURE ESISTENTI INTELAIATE IN C.A. MEDIANTE L'IMPIEGO DI DISSIPATORI VISCOSI: METODOLOGIE OTTIMALI DI PROGETTO DEI DISPOSITIVI

Luigi Petti<sup>1</sup>, Massimiliano De Iuliis<sup>2</sup>, Bruno Palazzo<sup>3</sup>

1 Ricercatore, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

2 Dottore di ricerca, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

3 Professore Ordinario, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno

## SOMMARIO

Il lavoro propone una nuova metodologia di progetto di interventi di miglioramento o adeguamento sismico delle strutture in c.a. basati sull'impiego di dissipatori viscosi. A tal proposito, viene illustrata una nuova formulazione matematica del comportamento dinamico dei sistemi intelaiati piani che consente di valutare in forma esplicita il moto relativo dei singoli piani mediante l'uso di oscillatori semplici fittizi. La particolare descrizione matematica proposta permette di stimare, mediante analisi modale con spettro di risposta assegnato, la riduzione della risposta sismica dei singoli piani che si ottiene per una definita distribuzione in elevazione delle risorse dissipative disponibili. L'efficacia del metodo di progetto proposto è indagata comparando la risposta sismica di strutture campione nell'ipotesi di differenti distribuzioni di un prefissato numero di dissipatori.

## SUMMARY

A new retrofit design methodology of concrete framed structures is herein proposed by using viscous dissipation devices. Such a design methodology is based on a particular math formulation of the MDOF dynamic problem which allow to describe stories drift by equivalent SDOF systems, the available dissipation resource can be then arranged by using spectral modal analysis. The effectiveness of the proposed design methodology has been tested by means of linear numerical analysis to comparatively evaluate the seismic behaviour of a benchmark structure equipped with viscous damping systems designed according to different methodologies.

## 1. INTRODUZIONE

Le esperienze maturate negli ultimi decenni attraverso l'analisi dei danni prodotti dai terremoti nelle aree urbanizzate di paesi evoluti ha determinato un ampio sviluppo delle ricerche finalizzate all'individuazione di criteri di progetto in zona sismica più adeguati alle esigenze delle moderne strutture societarie.

In tale ambito nasce la filosofia cosiddetta del "Performance Based Seismic Engineering" (PBSE) che si fonda sulla definizione di criteri prestazionali che vanno oltre il controllo degli aspetti puramente strutturali, nonché sull'individuazione di differenti strategie di protezione sismica in funzioni della pericolosità del territorio e della rilevanza strategica delle costruzioni.

Nel caso di strutture di rilievo strategico le prestazioni sismiche richieste sono particolarmente stringenti e, spesso, non è possibile assicurarle mediante metodologie progettuali classiche. In questi casi, il ricorso a strategie avanzate di protezione sismica quali l'isolamento sismico o la dissipazione extra strutturale di energia sembrano particolarmente adatte, sia al progetto di nuove costruzioni che all'adeguamento sismico di quelle esistenti.

In tale contesto, studi recenti [3,6,7,12,17] hanno evidenziato come l'impiego di dissipatori di natura puramente viscosa può attualmente considerarsi una strategia efficace e matura, particolarmente adatta anche per interventi di

recupero sul patrimonio edilizio esistente.

Il problema di progetto relativo al dimensionamento ed al posizionamento di dissipatori viscosi è stato oggetto di diversi studi, tra i quali si citano quelli di Zhang e Soong [16], Shukla e Datta [10], Wu et al. [15], Gluck et al. [2], Takewaki [13], e più recentemente quelli di Singh e Moreschi [11] e di Levy e Lavan [4]. Allo stato, pur tuttavia, non è disponibile una procedura di progetto affidabile e di facile applicazione che consenta ai progettisti il ricorso diffuso a tale tecnica di protezione sismica.

Nel presente lavoro si propone un metodo di progetto che permette, attraverso strumenti di calcolo immediati, di ottenere una allocazione ottimale delle risorse dissipative in elevazione nel caso di strutture intelaiate.

La metodologia proposta si basa sull'uso di una particolare formulazione matematica del comportamento dinamico dei sistemi intelaiati piani che consente di valutare in modo diretto, attraverso una analisi modale, l'effetto che si ottiene sul moto relativo di un determinato livello per una particolare disposizione dei dispositivi di dissipazione. Tale metodologia di progetto consente, nota la domanda sismica in forma spettrale, di distribuire le risorse dissipative disponibili in modo da minimizzare gli spostamenti relativi di piano.

Di seguito, dopo aver descritto gli aspetti teorici della metodologia di progetto proposta, si illustrano i risultati dell'applicazione della stessa a due strutture campione. In particolare, è discussa l'efficacia della strategia di progetto

proposta mediante la comparazione dei risultati ottenuti con quelli previsti dall'uso di differenti strategie di allocazione dei dissipatori, alcune delle quali proposte dagli stessi autori [9].

## 2. FORMULAZIONE DEL PROBLEMA DINAMICO E DESCRIZIONE DELLA PROCEDURA

Si consideri un telaio shear-type ad "n" livelli, il moto sismico di tale struttura è descritto, come è noto, dal sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 = m_1 \ddot{u}_g \\ \dots\dots\dots \\ m_{n-2} \ddot{x}_{n-2} + m_{n-2} \ddot{x}_{n-3} + m_{n-2} \ddot{x}_{n-4} + \dots + m_{n-2} \ddot{x}_i + \dots + m_{n-2} \ddot{x}_1 + c_{n-2} \dot{x}_{n-2} + \\ \quad + k_{n-2} x_{n-2} - c_{n-1} \dot{x}_{n-1} - k_{n-1} x_{n-1} = -m_{n-2} \ddot{u}_g \quad (1) \\ m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + m_{n-1} \ddot{x}_{n-2} + m_{n-1} \ddot{x}_{n-3} + \dots + m_{n-1} \ddot{x}_i + \dots \\ \quad + m_{n-1} \ddot{x}_1 + c_{n-1} \dot{x}_{n-1} + k_{n-1} x_{n-1} - c_n \dot{x}_n - k_n x_n = -m_{n-1} \ddot{u}_g \\ m_n \ddot{x}_n + m_n \ddot{x}_{n-1} + m_n \ddot{x}_{n-2} + \dots + m_n \ddot{x}_i + \dots + m_n \ddot{x}_1 + c_n \dot{x}_n + k_n x_n = -m_n \ddot{u}_g \end{cases}$$

dove  $m_i$ ,  $c_i$  e  $k_i$  rappresentano rispettivamente massa, coefficienti di smorzamento e rigidezza relativi al piano i-esimo, lo stato del sistema è rappresentato dagli spostamenti interpiano  $x_i$ , ed  $\ddot{u}_g$  è l'accelerazione sismica in ingresso.

Il sistema (1) può essere riscritto isolando in ogni equazione il termine relativo alle azioni elastiche e viscoso trasferite dal piano superiore. In tal modo si perviene a:

$$\begin{cases} m_n \ddot{x}_n + c_n \dot{x}_n + k_n x_n = -(m_n \ddot{x}_{n-1} + m_n \ddot{x}_{n-2} + \dots + m_n \ddot{x}_i + \dots + m_n \ddot{x}_1 + m_n \ddot{u}_g) \\ m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + c_{n-1} \dot{x}_{n-1} + k_{n-1} x_{n-1} + (m_i \ddot{x}_n + m_i \ddot{x}_{n-1} + \dots + m_i \ddot{x}_i + m_i \ddot{u}_g) = \\ \quad = -(m_{n-1} \ddot{x}_{n-2} + m_{n-1} \ddot{x}_{n-3} + \dots + m_{n-1} \ddot{x}_i + m_{n-1} \ddot{u}_g) \quad (2) \\ \dots\dots\dots \\ m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + k_i x_i + (m_n \ddot{x}_n + (m_n + m_{n-1}) \ddot{x}_{n-1} + \dots \\ \quad \dots + (m_n + m_{n-1} + \dots + m_2) \ddot{x}_i + (m_n + m_{n-1} + \dots + m_2) \ddot{u}_g) = m_i \ddot{u}_g \end{cases}$$

Le equazioni (2) possono essere ancora riscritte come:

$$\begin{cases} m_n (1 + \frac{\ddot{x}_{n-1}}{\ddot{x}_n} + \dots + \frac{\ddot{x}_i}{\ddot{x}_n} + \dots + \frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_n}) \ddot{x}_n + c_n \dot{x}_n + k_n x_n = -m_n \ddot{u}_g \\ (m_n + m_{n-1}) (\frac{m_n}{m_n + m_{n-1}} \frac{\ddot{x}_n}{\ddot{x}_{n-1}} + 1 + \frac{\ddot{x}_{n-2}}{\ddot{x}_{n-1}} + \dots + \frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_{n-1}}) \ddot{x}_{n-1} + \\ \quad + c_{n-1} \dot{x}_{n-1} + k_{n-1} x_{n-1} = -(m_n + m_{n-1}) \ddot{u}_g \quad (3) \\ \dots\dots\dots \\ (m_1 + \dots + m_n) (\frac{m_n}{m_n \dots + m_1} \frac{\ddot{x}_n}{\ddot{x}_1} + \frac{m_n + m_{n-1}}{m_n \dots + m_1} \frac{\ddot{x}_{n-1}}{\ddot{x}_1} + \dots + 1) \ddot{x}_1 + \\ \quad + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = -(m_n + m_{n-1} + \dots + m_1) \ddot{u}_g \end{cases}$$

Definiti i coefficienti di accoppiamento del moto,  $\chi_{M,i}$ :

$$\begin{aligned} \chi_{M,n} &= (1 + \frac{\ddot{x}_{n-1}}{\ddot{x}_n} + \dots + \frac{\ddot{x}_i}{\ddot{x}_n} + \dots + \frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_n}) \\ \chi_{M,n-1} &= (\frac{m_n}{m_n + m_{n-1}} \frac{\ddot{x}_n}{\ddot{x}_{n-1}} + 1 + \frac{\ddot{x}_{n-2}}{\ddot{x}_{n-1}} + \dots + \frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_{n-1}}) \\ \dots\dots\dots \\ \chi_{M,1} &= (\frac{m_n}{m_n \dots + m_1} \frac{\ddot{x}_n}{\ddot{x}_1} + \frac{m_n + m_{n-1}}{m_n \dots + m_1} \frac{\ddot{x}_{n-1}}{\ddot{x}_1} + \dots + 1) \end{aligned} \quad (4)$$

le equazioni (3) si riscrivono infine in forma adimensionale nella seguente maniera:

$$\begin{cases} \ddot{x}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{x}_n + \omega_n^2 x_n = -\ddot{u}_g / \chi_{M,n} \\ \ddot{x}_{n-1} + 2\xi_{n-1} \omega_{n-1} \dot{x}_{n-1} + \omega_{n-1}^2 x_{n-1} = -\ddot{u}_g / \chi_{M,n-1} \\ \dots\dots\dots \\ \ddot{x}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = -\ddot{u}_g / \chi_{M,1} \end{cases} \quad (5)$$

dove la pulsazione naturale e lo smorzamento di ogni grado di libertà sono rispettivamente definite come:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{(m_n + \dots + m_i) \chi_{M,i}}}, \xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i (m_n + \dots + m_i) \chi_{M,i}}} \quad (6)$$

Le relazioni (5) e (6) descrivono il comportamento del moto sismico di ogni livello mediante oscillatori semplici fittizi le cui caratteristiche dinamiche sono definite in considerazione dei coefficienti di accoppiamento  $\chi_{M,i}$ .

È necessario osservare che tale formulazione del problema dinamico non rappresenta un disaccoppiamento del moto del sistema in quanto i coefficienti  $\chi_{M,i}$  sono essi stessi funzione delle variabili dinamiche. È evidente, però, che è possibile stimare la massima risposta relativa dei singoli livelli sulla base di una stima di tali coefficienti. A tal proposito, si consideri che le accelerazioni relative di piano possono esprimersi in forma modale come segue:

$$\ddot{x}^{(i)}(t) = -\sum_{k=1}^n \omega_k^2 p_k(t) x_k^{(i)} \quad (7)$$

dove  $p_k(t)$ ,  $\omega_k$ ,  $x_k^{(i)}$  rappresentano rispettivamente la coordinata principale, la pulsazione naturale ed il contributo al moto del piano i-esimo della k-esima forma modale.

Mediante le relazioni (7), nell'ipotesi di valori dello smorzamento non elevati ed adottando una combinazione CQC (Complete Quadratic Combination) dei massimi contributi relativi alle singole forme modali, è possibile stimare il rapporto tra le accelerazioni di piano come segue:

$$\frac{\ddot{x}_{\max}^{(i)}}{\ddot{x}_{\max}^{(j)}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{w=1}^n \rho_{kw} g_k g_w \omega_k^2 \omega_w^2 x_k^{(i)} x_w^{(i)}}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{w=1}^n \rho_{kw} g_k g_w \omega_k^2 \omega_w^2 x_k^{(j)} x_w^{(j)}}} \quad (8)$$

con  $\rho_{kw}$  coefficiente di correlazione definito in [14]. Sulla base delle relazioni (8) è possibile quindi valutare i coefficienti di accoppiamento  $\chi_{M,i}$  dalle equazioni (4).

Valutati, quindi, i parametri dinamici che regolano la risposta degli oscillatori fittizi rappresentati nelle (5) è possibile stimare lo spostamento relativo di ogni livello in funzione della domanda sismica espressa in forma spettrale e la riduzione dello stesso che ne consegue dall'aggiunta di dispositivi viscosi.

La distribuzione ottimale delle risorse dissipative disponibili si ottiene allocando sequenzialmente i dissipatori in modo da ridurre ad ogni passo la risposta del livello cui compete la domanda di spostamento massima. La procedura si ferma quando tutte le risorse dissipative sono state allocate ovvero quando il massimo spostamento relativo di piano soddisfa il target di progetto.

Si osserva, infine, che un limite della metodologia di progetto proposta risiede nella incapacità della stessa di valutare gli effetti che l'allocazione di una risorsa dissipativa ad un determinato livello comporta sugli altri livelli. Pur tuttavia, per bassi valori dello smorzamento complessivo,

minori del 20-25% del valore critico, l'errore che si compie è limitato.

### 3. ESEMPI APPLICATIVI

La metodologia discussa è stata testata considerando due strutture intelaiate piane delle quali sono disponibili in letteratura i risultati ottenuti per differenti procedure di allocazione ottimale di dissipatori viscosi. In particolare, sono stati considerate le seguenti due strutture intelaiate piane:

- **Struttura A** [13]: Telaio share-type a 6 livelli in cui vi è assenza di smorzamento proprio. Il sistema si presenta con una distribuzione fortemente irregolare della rigidità in elevazione. I primi tre modi di vibrare del sistema sono caratterizzati dai seguenti periodi: 1.168 sec, 0.503 sec e 0.313 sec;
- **Struttura B** [2]: Telaio share-type a 7 livelli dotato di uno smorzamento proprio pari al 1% sulle prime due forme modali. I primi tre modi di vibrare del sistema sono caratterizzati dai seguenti periodi: 0.736 sec, 0.264 sec e 0.161 sec;

Per tali strutture sono stati valutati i coefficienti di accoppiamento  $\chi_{M,i}$  dalle relazioni (4) considerando la domanda sismica descritta dagli spettri di risposta definiti nell'Eurocodice 8 [1] e da quelli rappresentativi di alcuni eventi sismici notevoli (Figura 1).

Ai fini della stima della massima risposta di piano, l'aggiunta di dispositivi di dissipazione comporterà una diminuzione della domanda sismica che, nello studio è stata valutata mediante la relazione riportata nell'Eurocodice 8 [1]:

$$q_{\xi} = \frac{1}{\eta} = \sqrt{\frac{5 + \xi}{10}} \quad (9)$$

Lo spirito del metodo di progetto proposto consiste, come detto, nel distribuire volta per volta le singole risorse dissipative in corrispondenza del piano cui compete la massima risposta relativa.

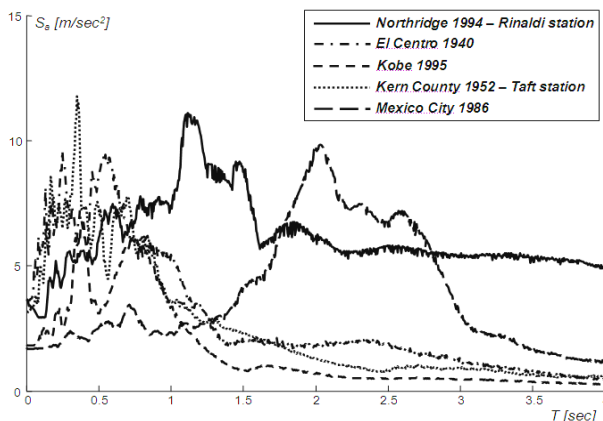


Figura 1: Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione delle eccitazioni sismiche considerate

Nelle figure 2-3 si riporta la stima della risposta massima di piano delle strutture indagate agli eventi sismici descritti dallo spettro di risposta Eurocodice 8 – suolo classe A, avendo assunto un'accelerazione di picco al suolo pari a 0,35g. In particolare, per ogni livello, la risposta massima viene

determinata sulla base della domanda spettrale e dello smorzamento che compete ai singoli oscillatori fittizi valutato dalle relazioni (6) in funzione dei coefficienti di accoppiamento  $\chi_{M,i}$  riportati nelle tabelle 1 e 2.

Tabella 1 – Coefficienti di accoppiamento – struttura A

Livello	1	2	3	4	5	6
Soil A-EC8	3.47	5.43	7.27	5.64	4.58	2.47
Soil B-EC8	3.45	5.16	7.41	6.16	4.54	2.42
Soil C-EC8	3.48	5.09	7.09	6.10	4.59	2.47
Soil D-EC8	3.50	5.02	6.79	6.03	4.64	2.53
Soil E-EC8	3.45	5.16	7.41	6.16	4.54	2.42
Rinaldi	3.67	4.39	5.10	5.39	5.12	3.42
El Centro	3.44	5.01	7.49	6.55	4.52	2.39
Kobe	3.52	5.11	6.59	5.61	4.73	2.60
Taft	3.45	5.24	7.50	6.00	4.55	2.42
Mexico	3.59	4.67	5.85	5.80	4.89	2.82

Tabella 2 – Coefficienti di accoppiamento – struttura B

Livello	1	2	3	4	5	6	7
Soil A-EC8	3.25	5.57	7.11	5.70	5.87	4.82	5.69
Soil B-EC8	3.24	5.48	7.13	5.64	5.96	4.84	5.90
Soil C-EC8	3.23	5.17	7.27	5.81	5.93	4.86	6.26
Soil D-EC8	3.24	5.03	7.07	5.80	6.02	4.99	6.44
Soil E-EC8	3.24	5.48	7.13	5.64	5.96	4.84	5.90
Rinaldi	3.27	4.74	6.57	5.63	6.42	5.38	7.06
El Centro	3.19	5.10	7.92	6.23	5.58	4.66	6.26
Kobe	3.31	4.27	5.90	5.76	6.65	6.38	8.36
Taft	3.23	5.29	7.14	5.55	6.13	4.89	6.23
Mexico	3.29	4.54	6.39	5.82	6.35	5.61	7.37

A tali strutture campione è stata quindi applicata la procedura di progetto illustrata distribuendo una risorsa dissipativa complessiva tale da ottenere uno smorzamento sulla prima forma modale pari al 20% rispetto a quello critico.

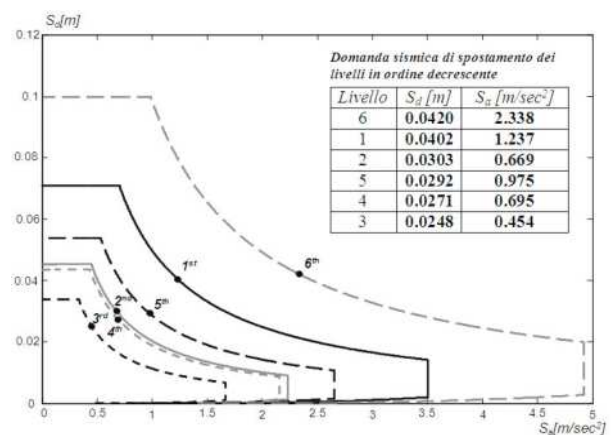


Figura 2: Domanda di spostamento di interpiano relativa alla struttura A

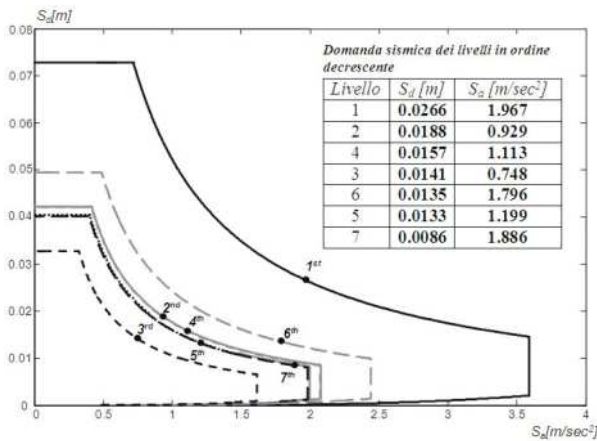


Figura 3: Domanda di spostamento di interpiano relativa alla struttura B

Nelle tabelle 3-4 si riporta per le due strutture e per ogni domanda sismica considerata la distribuzione ottimale delle risorse dissipative ottenuta.

Nelle figure 4-5 sono riportati, invece, i confronti tra la stima degli spostamenti relativi di piano con e senza l'aggiunta dei dissipatori allocati in elevazione in modo ottimale per una domanda sismica descritta dallo spettro dell'Eurocodice 8 relativo alla tipologia di suolo A.

Tabella 3 – Disposizione ottimale dei dispositivi viscosi – Struttura A –  $c_{tot}=41.58 \text{ KNsec/cm}$  (56 dispositivi)

Livello	1	2	3	4	5	6
Spettro						
Soil A-EC8	28	11	3	5	4	5
Soil B-EC8	28	12	3	4	4	5
Soil C-EC8	27	12	4	4	4	5
Soil D-EC8	26	13	4	4	4	5
Soil E-EC8	28	12	3	4	4	5
Rinaldi	28	14	6	4	4	0
El Centro	29	8	0	0	9	10
Kobe	30	2	0	0	6	18
Taft	26	12	0	3	5	10
Mexico	20	15	14	4	2	1

Tabella 4 – Disposizione ottimale dei dispositivi viscosi – Struttura B –  $c_{tot}=124.6 \text{ KNsec/cm}$  (56 dispositivi)

Livello	1	2	3	4	5	6	7
Spettro							
Soil A-EC8	30	14	4	5	2	1	0
Soil B-EC8	31	14	4	5	1	1	0
Soil C-EC8	31	15	4	5	1	1	0
Soil D-EC8	31	15	4	5	1	0	0
Soil E-EC8	31	14	4	5	1	1	0
Rinaldi	22	21	9	4	0	0	0
El Centro	25	19	4	3	3	2	0
Kobe	26	19	7	4	0	0	0
Taft	31	15	4	4	2	0	0
Mexico	34	13	3	5	1	0	0

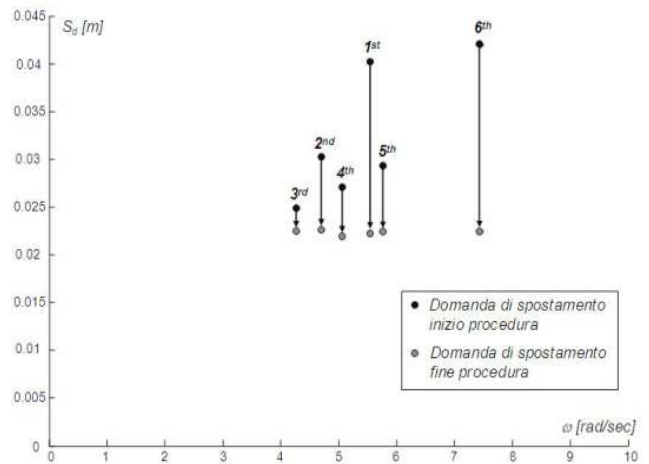


Figura 4: Domanda di spostamento interpiano dei livelli della struttura A prima e dopo il progetto dei dissipatori viscosi – Spettro EC8, suolo classe A

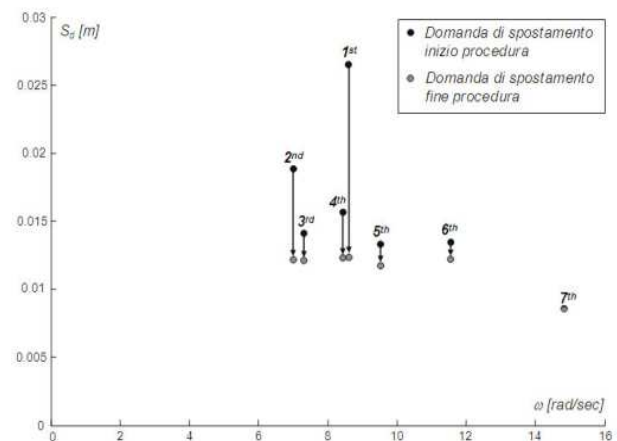


Figura 5: Domanda di spostamento interpiano dei livelli della struttura B prima e dopo il progetto dei dissipatori viscosi – Spettro EC8, suolo classe A

L'analisi dei risultati ottenuti evidenzia che la forma spettrale dell'evento sismico di progetto gioca un ruolo importante nel progetto della disposizione ottimale dei dispositivi dissipativi. Le maggiori differenze si osservano dal confronto delle distribuzioni ottimali ottenute per gli spettri descrittivi di eventi reali rispetto a quelle relative agli spettri definiti nell'Eurocodice 8. Nel caso dello spettro associato all'evento di Mexico City, caratterizzato da un particolare elevato contenuto energetico sulle basse frequenze, la distribuzione ottima della risorsa dissipativa è sensibilmente differente rispetto a quella degli altri casi.

Le figure 4 e 5 evidenziano, inoltre, che la metodologia di progetto proposta consente di ridurre le risposte relative di piano maggiori in modo da uniformare l'impegno deformativo lungo tutta l'altezza dell'edificio.

Nelle figure 6-7 si riporta l'andamento della risposta nel tempo delle strutture considerate all'evento di Kobe nel caso di risorsa dissipativa distribuita in base alla metodologia proposta. Tali risposte sono state ottenute mediante analisi dinamica al passo nelle ipotesi di comportamento lineare del sistema. Al fine di evidenziare l'efficacia dell'approccio descritto nel presente lavoro, nella medesima figura sono indicati i valori di spostamento interpiano massimi relativi ai casi di distribuzione uniforme tra i diversi livelli dei dissipatori, ovvero di assenza di quest'ultimi.

Nella tabella 5 si riporta il confronto tra i massimi valori degli spostamenti relativi ottenuti per la struttura B per le seguenti distribuzioni dei dissipatori:

- metodologia spettrale proposta  $x_{i,max}^{ott}$  ;
- distribuzione uniforme tra i livelli  $x_{i,max}^{unif}$  ;
- distribuzione proporzionale alle componenti della prima forma modale,  $x_{i,max}^{fp}$  ;
- distribuzione proporzionale al quadrato delle componenti della prima forma modale,  $x_{i,max}^{offp}$  ;
- assenza di dispositivi di dissipazione,  $x_{i,max}^{nodev}$  ;

L'analisi dei risultati evidenzia che la metodologia di progetto proposta consente di ridurre significativamente la domanda sismica in termini di massimo spostamento relativo di piano e risulta più efficace rispetto alle altre strategie di allocazione considerate. Inoltre, i valori massimi delle risposte valutate mediante analisi dinamica al passo risultano coerenti con le stime ottenute dall'analisi spettrale (Figura 5).

Tabella 5 – Confronto spostamenti massimi di interpiano - Struttura B – Analisi dinamica al passo

Sisma	$x_{i,max}^{ott}$	$x_{i,max}^{unif}$	$x_{i,max}^{fp}$	$x_{i,max}^{offp}$	$x_{i,max}^{nodev}$
Soil A	<b>0.0124</b>	0.0150	0.0141	0.0135	0.0335
Soil B	<b>0.0167</b>	0.0207	0.0194	0.0184	0.0437
Soil C	<b>0.0243</b>	0.0304	0.0283	0.0269	0.0672
Soil D	<b>0.0282</b>	0.0360	0.0334	0.0316	0.0779
Soil E	<b>0.0218</b>	0.0270	0.0252	0.0240	0.0572
Rinaldi	<b>0.0203</b>	0.0234	0.0224	0.0216	0.0494
El Centro	<b>0.0177</b>	0.0209	0.0198	0.0189	0.0251
Kobe	<b>0.0175</b>	0.0207	0.0198	0.0192	0.0272
Taft	<b>0.0168</b>	0.0206	0.0190	0.0183	0.0458
Mexico	<b>0.0088</b>	0.0111	0.0105	0.0099	0.0192

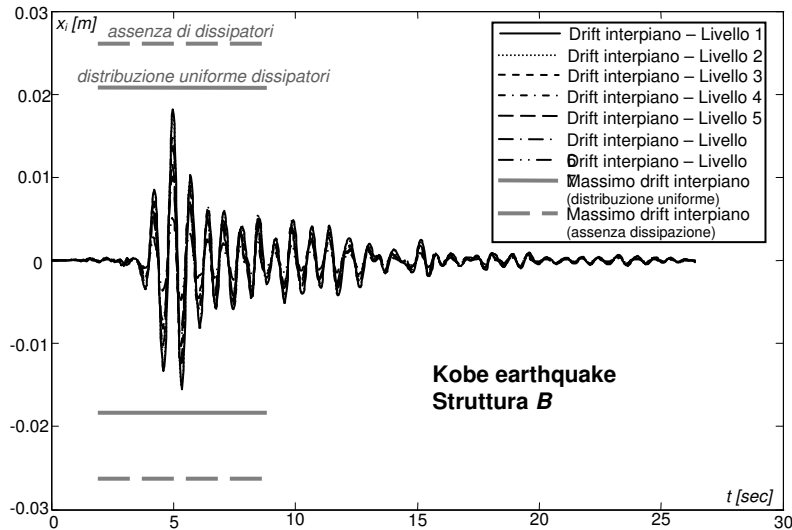


Figura 6: Time-history dello spostamento di interpiano per la struttura B – disposizione ottimale dei dispositivi viscosi

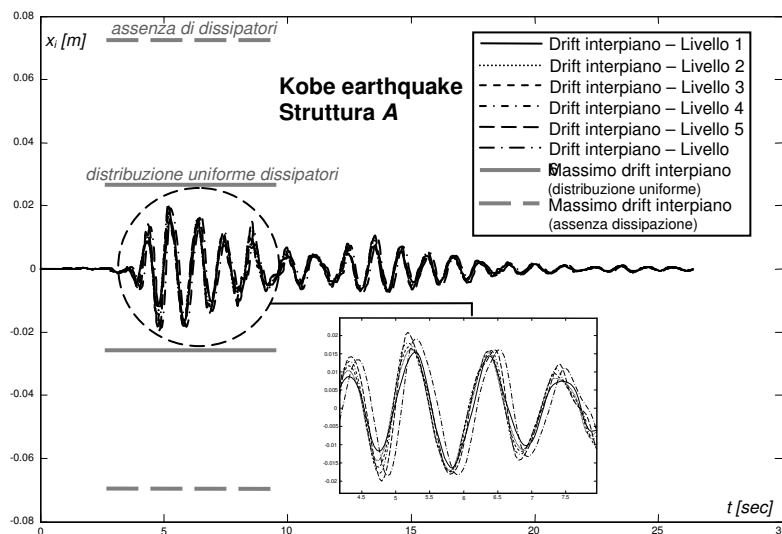


Figura 7: Time-history dello spostamento di interpiano per la struttura A – disposizione ottimale dei dispositivi viscosi

#### 4. ANALISI DELL'EFFICACIA DEL METODO

Le strutture analizzate nel presente lavoro sono state già oggetto di analisi rispettivamente negli studi di Takewaki [13] e di Gluck et al. [2] e, successivamente, nel lavoro di Lopez Garcia [5]. Quest'ultimo autore propone un metodo semplificato di progetto di carattere ricorsivo in cui la successiva allocazione dei dispositivi di dissipazione extrastrutturale risulta funzione dei risultati che si ottengono da analisi dinamiche lineari al passo per una predeterminata eccitazione sismica in ingresso [SSSA – Simplified Sequential Search Algorithm]. Nelle tabelle 12-15 si riporta il confronto tra le distribuzioni di una fissata risorsa dissipativa extrastrutturale ottenute utilizzando la metodologia di progetto di Lopez Garcia (SSSA) ovvero quella proposta nel presente lavoro.

Nelle figure 8-9 si riporta il confronto tra le risposte temporali per i casi di progetto indagati in termini di involucro dello spostamento di interpiano massimo.

Tabella 6: Distribuzioni dispositivi struttura A (8 dispositivi –  $c_{unif}=11.25$  KNsec/cm)

Livello	1	2	3	4	5	6
Metodologia/Sisma						
SSSA/El Centro	0	1	1	2	2	2
Spectral approach El Centro	3	2	0	1	1	1
SSSA/Kobe	0	1	1	2	2	2
Spectral approach Kobe	3	1	0	1	1	2
SSSA/Taft	2	2	1	1	1	1
Spectral approach Taft	3	1	1	1	1	1
SSSA/Rinaldi	2	2	1	1	1	1
Spectral approach Rinaldi	2	2	1	1	1	1

Tabella 7: Confronto massimi spostamenti di interpiano ottenuti con le differenti metodologie di progetto – Struttura A

Sisma	El Centro	Kobe	Taft	Rinaldi
Metodologia				
SSSA	0.0234	0.0168	0.0224	0.0602
Spectral	0.0231	0.0178	0.0227	0.0602

Tabella 8: Distribuzioni dispositivi struttura B (9 dispositivi)

Livello	1	2	3	4	5	6	7
Metodologia/Sisma							
SSSA/El Centro	6	3	0	0	0	0	0
Spectral/El Centro	4	3	0	1	1	0	0
SSSA/Kobe	5	4	0	0	0	0	0
Spectral/Kobe	4	3	1	1	0	0	0
SSSA/Taft	5	4	0	0	0	0	0
Spectral/Taft	5	2	1	1	0	0	0
SSSA/Rinaldi	4	3	0	2	0	0	0
Spectral/Rinaldi	3	3	2	1	0	0	0

Tabella 9: Confronto massimi spostamenti di interpiano ottenuti con le differenti metodologie di progetto – Struttura B

Sisma	El Centro	Kobe	Taft	Rinaldi
Metodologia				
SSSA	0.0190	0.0177	0.0176	0.0197
Spectral	0.0197	0.0183	0.0180	0.0204

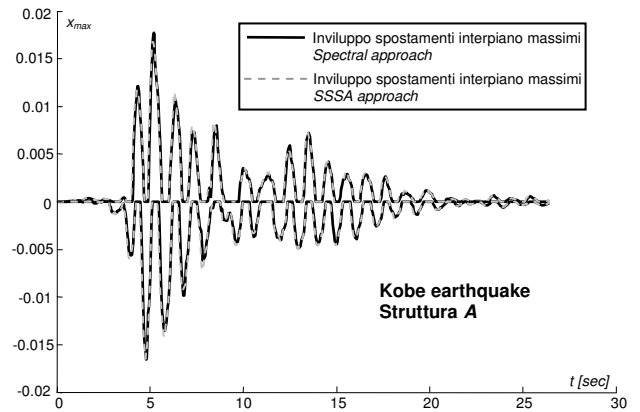


Figura 8: Time-history dello spostamento di interpiano per la struttura A – SSSA vs spectral method

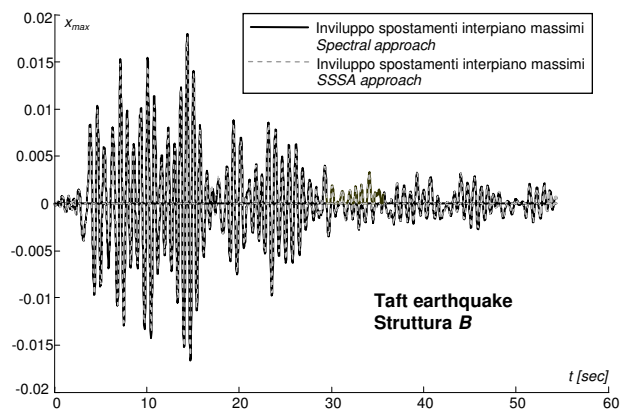


Figura 9: Time-history dello spostamento di interpiano per la struttura B – SSSA vs spectral method

Come è possibile riscontrare dalle tabelle 6 e 8, le configurazioni di progetto ottenute risultano essere prossime a quelle individuate da Garcia Lopez, in generale si nota una tendenza del metodo proposto a distribuire i dissipatori su più livelli, invece di concentrarli nei livelli inferiori.

L'analisi dei risultati contenuti nelle tabelle 7 e 9 evidenzia, che, a fronte della immediata applicabilità della metodologia proposta e dei semplici strumenti numerici adoperati, le configurazioni di progetto dei dissipatori extrastrutturali ottenute consentono di perseguire prestazioni molto vicine a quelle ottenute mediante una procedura di progetto decisamente più complicata e laboriosa.

#### 5. CONCLUSIONI

Nel lavoro è stato proposto un nuovo metodo di progetto che consente, attraverso strumenti di calcolo immediati, di individuare una allocazione ottimale delle risorse dissipative in elevazione per strutture intelaiate piane in considerazione di una definita domanda sismica descritta in forma spettrale.

La metodologia di progetto proposta si basa su di una formulazione matematica del comportamento dinamico di sistemi intelaiati che consente di valutare in modo diretto la risposta di piano in considerazione di una determinata disposizione di dissipatori per mezzo di oscillatori semplici fittizi.

L'efficacia del metodo è stata indagata analizzando in modo comparato la risposta dinamica di strutture campione per differenti metodologie di distribuzione delle risorse dissipative.

L'analisi dei risultati ottenuti evidenzia, che, a fronte della immediata applicabilità della metodologia proposta e dei semplici strumenti numerici adoperati, le configurazioni di progetto dei dissipatori extrastrutturali ottenute consentono di perseguire prestazioni superiori rispetto a quelle conseguibili con metodi di complessità comparabile.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] EUROCODE 8 [ENV 1998-1-1] (2005), Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, draft version
- [2] GLUCK N., REINHORN A.M., GLUCK J., LEVY R. (1996) – Design of supplemental dampers for control of structures. *Journal of structural engineering; ASCE*, 112(12), 1394-1399.
- [3] KIM J., CHOI H. (2006) – Displacement-Based Design of Supplemental Dampers for Seismic Retrofit of a Framed Structure.. *Journal of structural engineering; ASCE*, 132(6), 873-883.
- [4] LAVAN O., LEVY R. (2006) – Optimal design of supplemental viscous dampers for linear framed structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35, 337-356.
- [5] LOPEZ GARCIA D. (2001) – A Simple Method for the Design of Optimal Damper Configurations in MDOF Structures. *Earthquake Spectra*, 17(3), 387-398.
- [6] MARTINEZ-RODRIGO M., ROMERO M.L. (2003) – An optimum retrofit strategy for moment resisting frames with nonlinear viscous dampers for seismic applications. *Engineering Structures*, 25, 913-925.
- [7] MIYAMOTO H.K., SCHOLL R.E (1996) –Case study: seismic rehalitation of non-ductile soft story concrete structure using viscous dampers. *Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, June 23-28*, Elsevier Science Ltd, Paper N°315.
- [8] MORESCHI L.M., SINGH M.P. (2003) – Design of yielding metallic and friction dampers for optimal seismic performance. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32 (8), 1291-1311.
- [9] PETTI L., DE IULIIS M. (2003) – Optimal design of supplemental dampers in framed structures. *European Earthquake Engineering*, 18(1), 37-45.
- [10] SHUKLA A.K., DATTA T.K. (1999) – Optimal use of viscoelastic dampers in building frames for seismic force. *Journal of Structural Engineering*, 125 (4), 401-409.
- [11] SINGH M.P., VERMA N.P., MORESCHI L.M (2003) – Seismic analysis and design with Maxwell dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 129 (3), 273-282.
- [12] SOONG T.T., DARGUSH G.F. (1997) – Passive energy dissipation systems in structural engineering. Chichester, 356 pp.
- [13] TAKEWAKI I. (1997) – Optimal damper placement for minimum transfer function. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26(11), 1113-1124.
- [14] WILSON E.L., DER KIUREGHIAN A., BAYO E.P.. (1981) – A Replacement for SRSS Method in Seismic Analysis, Earthquake. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 187-194.
- [15] WU B., OU J.P., SOONG T.T. (1997) – Optimal placement of energy dissipation devices for three-dimensional structures. *Engineering Structures*, 19(2), 113-125.
- [16] ZHANG R-H, SOONG T.T. (1992) – Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications. *Journal of structural engineering; ASCE*, 118(5), 1375-1392.
- [17] URIZ P., WHITTAKER A.S. (2002) – Retrofit of pre-Northridge steel moment-resisting frames using fluid viscous dampers. *The Structural Design of Tall Buildings*, 10(5), 371-390.

# L'INFLUENZA DELLA MODELLAZIONE SULL'ANALISI DELLA RISPOSTA SISMICA DELLE STRUTTURE ESISTENTI IN C.A. VALUTATA MEDIANTE PROCEDURE STATICHE NON LINEARI

**Luigi Petti, Ivana Marino, Massimiliano De Iuliis, Giovanni Giannattasio**

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli studi di Salerno, Via Ponte don Melillo, 84084 Fisciano, Salerno

## SOMMARIO

Nel lavoro sono discusse alcune problematiche connesse all'uso delle metodologie di analisi statica non lineare per lo studio del comportamento sismico delle costruzioni esistenti. In particolare è indagata la risposta statica non lineare, ottenuta per mezzo di procedure semplificate a controllo di forza, al variare della modellazione numerica delle strutture e dei parametri di controllo delle procedure stesse. A tal fine nel lavoro si illustrano in forma comparata i risultati di analisi push-over condotte su strutture prese a riferimento al variare della descrizione delle caratteristiche meccaniche dei materiali, della modellazione del comportamento plastico degli elementi strutturali, dei vincoli interni adottati per la descrizione degli orizzontamenti, delle metodologie e delle procedure di analisi.

## SUMMARY

The use of simplified static non-linear analysis for behaviour assessment of existing structures is herein discussed. The aim of the research is to evaluate the model parameters which mainly affect numerical response carried out by force-based static non-linear analysis. In particular, by varying the mechanical characteristics of materials, the plastic behaviour of structural primary elements, the constraint considered in describing floors and the methodology and analysis procedures, static non-linear analyses have been carried out by means of two benchmark structures.

## 1. INTRODUZIONE

Nell'ambito dell'ingegneria sismica il metodo di riferimento per la valutazione della risposta strutturale è l'analisi modale con spettro di risposta assegnato. Tale metodologia, come noto, non permette di valutare le reali capacità deformative di una struttura in campo post-elastico, tuttavia ciò non rappresenta un limite per l'analisi degli edifici di nuova concezione progettati nel rispetto del criterio della gerarchia delle resistenze ed in modo da assicurare una prestabilita duttilità.

Diverso è il caso degli edifici esistenti di cui non è possibile prevedere a priori il comportamento in campo post-elastico in quanto generalmente progettati in assenza di adeguati criteri antisismici. In tal caso, l'esigenza di valutarne la risposta anche nei confronti di eventi sismici di forte magnitudo richiede necessariamente l'impiego di procedure di analisi di tipo non lineare [7; 6]. Tra queste, quelle semplificate di analisi statica non lineare (Nonlinear Static Procedures - NSP) a controllo di forza stanno divenendo le metodologie di riferimento nelle moderne norme sismiche: Capacity Spectrum Method [ATC40], Coefficient Method [FEMA-274, NEHRP], N2 Method [EC8, OPCM 3274/03-3431/05].

Tali metodologie di analisi possono tuttavia dare risultati fortemente approssimati nel caso di strutture alte e/o irregolari,

nelle quali il contributo dei modi di vibrare superiori al primo è significativo, ovvero di strutture nelle quali il danno indotto dall'azione sismica modifica sensibilmente il comportamento dinamico. A tal proposito, sono state avanzate di recente proposte relative a metodologie alternative tra cui quelle di tipo "evolutivo" o "adattivo" [1] che risultano particolarmente adatte alle strutture esistenti in quanto consentono di portare in conto l'evoluzione del danneggiamento.

Indipendentemente dalla metodologia adottata, i risultati che si ottengono da tali analisi sono notevolmente influenzati dalla modellazione numerica del sistema strutturale nel suo complesso [15]. In tale ambito, scopo della ricerca è quello di individuare i parametri descrittivi del modello che più influenzano la risposta globale che si ottiene utilizzando metodi semplificati di analisi statica non lineare.

A tal fine, scelte alcune strutture di riferimento, sono state condotte analisi statiche non lineari a controllo di forza per differenti descrizioni del comportamento meccanico dei materiali, della modellazione del comportamento plastico degli elementi strutturali principali, dei vincoli interni adottati per la descrizione degli orizzontamenti, delle procedure e delle metodologie di analisi. Le analisi numeriche sono state condotte con il programma agli elementi finiti OPENSEES [9].



## 2. DESCRIZIONE DELLE STRUTTURE INDAGATE

Ai fini dello studio sono state considerate due strutture campione:

- la prima rappresentativa di edifici esistenti bassi ed irregolari in pianta ed in elevazione, progettati con le norme tecniche italiane dell'inizio degli anni '80 (Edificio A);
- la seconda descrittiva del modello in scala reale ICONS-FRAME [4] di cui si dispone dei risultati di una vasta sperimentazione [13]. Tale modello è rappresentativo di strutture progettate negli anni '60 senza criteri sismici (Edificio B).

La prima struttura presenta pianta rettangolare e si sviluppa su due livelli fuoriterza per un'altezza totale di 8,25m. La struttura portante è intelaiata in c.a. con telai disposti in entrambe le direzioni, orizzontamenti realizzati con elementi predalle collegati attraverso una soletta gettata in opera e fondazioni del tipo a travi rovesce. I materiali utilizzati sono calcestruzzo Rck 250 ed acciaio FeB44k. Nelle figure 1 e 2 si riportano gli schemi delle carpenterie dei due livelli.

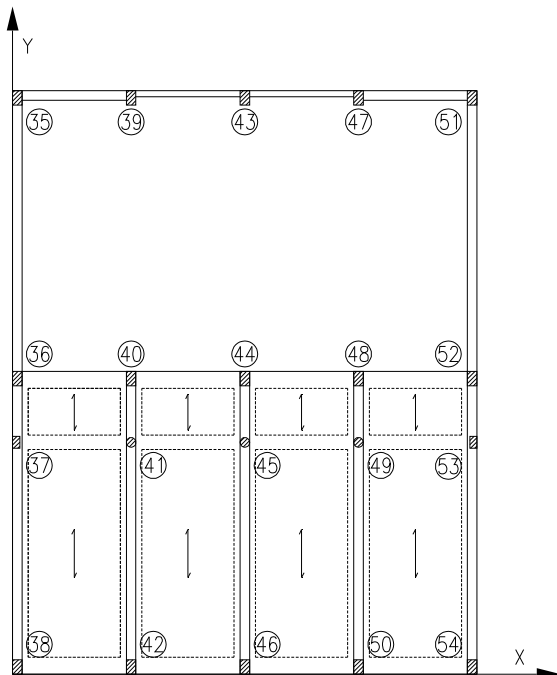


Figura 1 - Carpenteria Primo Livello

Di tale struttura, si evidenzia che al solo primo livello il solaio è interrotto in corrispondenza di una corte interna. Complessivamente sono presenti 5 telai in direzione Y, su cui poggiano i solai, posti ad interasse di 4,75 m. Tali telai sono composti da tre campate che misurano rispettivamente 11,70m, 2,65m e 9,35m (figure 3 e 4).

I telai disposti in direzione X sono realizzati per mezzo di travi a spessore. Ai fini dello studio si considera la sola direzione Y.

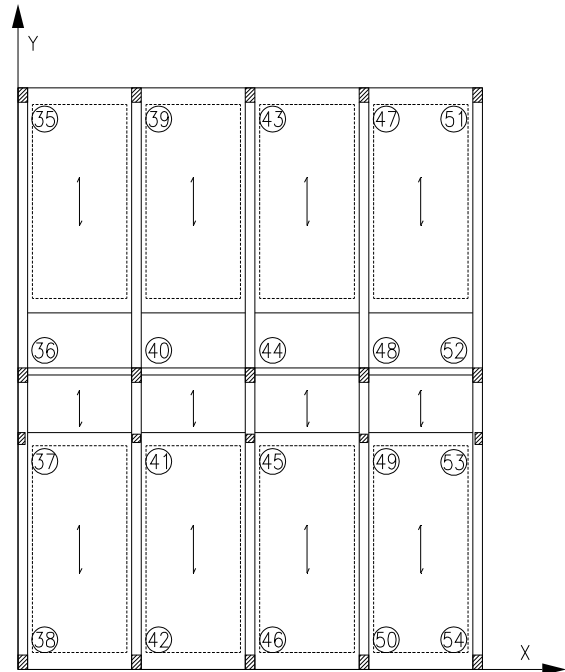


Figura 2 - Carpenteria Secondo Livello

Pil. 60x40	Tra. 40x100	Pil. 60x40	Tra. 40x80	Pil. 35x35	Tra. 40x80	Pil. 60x40
Pil. 60x40	Tra. 40x100	Pil. 60x40	Tra. 40x80	Pil. Φ40	Tra. 40x80	Pil. 60x40

Figura 3 - Telai di Bordo

Pil. 60x40	Tra. 40x100	Pil. 60x40	Tra. 40x80	Pil. 35x35	Tra. 40x80	Pil. 60x40
			Tra. 40x80			

Figura 4 - Telai Interni

Di seguito si riportano, tabelle 1 e 2, le armature degli elementi principali in c.a..

Tabella 1 - Armature Pilastri (simmetrica)

PILASTRO\ORD.	1°	2°
40 - 44 - 48	6F16	6F16
38 - 54	10F16	10F16
42 - 46 - 50	14F16	14F16
36 - 52	8F16	8F16
39 - 43 - 47	18F20	18F20
35 - 51	16F16	16F16
37 - 53	4F16	4F16
41 - 45 - 49	10F16	10F16

Tabella 2 - Armature Travi (superiore/inferiore)

CAMP.	1°			2°			3°		
	Sx	Mz	Dx	Sx	Mz	Dx	Sx	Mz	Dx
35-36 37-38	6F	3F	6F	6F	3F	7F	7F	4F	4F
	16	16	16	16	16	16	16	16	16
40-41 42	---	---	---	8F	6F	10F	10F	4F	4F
	---	---	---	16	16	16	16	16	16
44-45 46	---	---	---	7F	7F	7F	6F	6F	6F
	---	---	---	16	16	16	16	16	16
48-49 50	---	---	---	8F	6F	10F	10F	4F	4F
	---	---	---	16	16	16	16	16	16
51-52 53-54	6F	3F	6F	6F	3F	7F	7F	4F	4F
	16	16	16	16	16	16	16	16	16
	5F	5F	5F	5F	5F	5F	5F	7F	7F
	16	16	16	16	16	16	16	16	16

Per quanto attiene, invece, il modello ICONS-FRAME, esso è costituito da un telaio di quattro livelli e tre campate i cui schemi sono riportati in figure 5 e 6 [4].

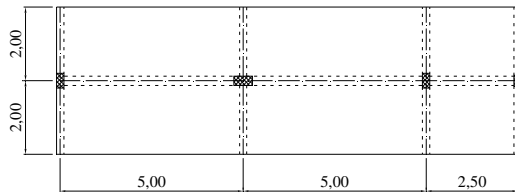


Figura 5 - Pianta ICONS-FRAME

Tale struttura è stata progettata secondo la pratica costruttiva adottata nei paesi dell'Europa meridionale negli anni '50-'60 [4].

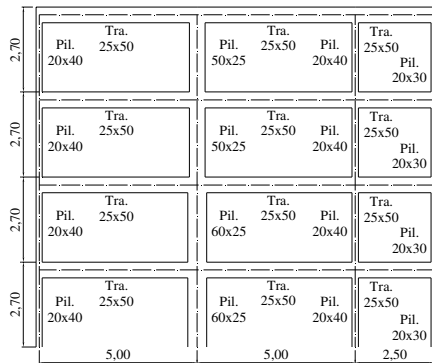


Figura 6 - Telaio ICONS-FRAME

### 3. ASPETTI INERENTI LA PROCEDURA NUMERICA ADOTTATA PER LE ANALISI NON LINEARI

Le analisi sono state condotte con il programma OPENSEES che consente di descrivere un sistema strutturale complesso mediante un linguaggio di programmazione aperto in ambiente Tcl. Tale programma è stato scelto in quanto

consente di governare le procedure di integrazione e gli aspetti della modellazione indagati nello studio.

Ai fini delle analisi è stato scelto di adottare una procedura numerica di integrazione basata sull'algoritmo di "Newton-Raphson with line search" e sul solutore "SparseGeneral with pivot" che consente di gestire matrici delle rigidità sparse [9]. Tale procedura, sebbene richiede generalmente tempi maggiori, si è dimostrata la più stabile ed efficiente nel risolvere i problemi considerati ed, inoltre, permette di controllare in modo esplicito la convergenza delle analisi, verificando ad ogni iterazione l'errore compiuto sugli incrementi degli spostamenti assunto nel lavoro al massimo pari a  $10^{-6}$ . La sperimentazione condotta ha tuttavia evidenziato alcune difficoltà numeriche nel gestire legami costitutivi del calcestruzzo con resistenza a trazione non nulla.

Sui modelli descritti sono state condotte analisi statiche non lineari a controllo di forza con distribuzioni uniformi, triangolare ed adattiva. In particolare, nel primo caso è applicata alla struttura una distribuzione costante di azioni orizzontali incrementata ad ogni step secondo la relazione seguente:

$$\Delta F_i = \frac{\Delta V_b}{N} \quad (1)$$

dove  $\Delta V_b$  è l'incremento del taglio alla base e N il numero totale di piani della struttura.

Nel caso di distribuzione triangolare delle azioni, è applicata uno schema di forze crescenti linearmente in elevazione in considerazione dell'altezza e del peso sismico di ogni livello, incrementata ad ogni step secondo la legge:

$$\Delta F_i = \frac{W_i \cdot h_i}{\sum_{l=1}^N W_l \cdot h_l} \cdot \Delta V_b \quad (2)$$

dove  $W_i$  e  $h_i$  rappresentano rispettivamente il peso e l'altezza del piano,  $\Delta V_b$  l'incremento del taglio alla base.

Nel caso, invece, di distribuzione modale adattiva, ad ogni step le forze applicate ai diversi livelli sono incrementate in accordo all'evoluzione che la prima forma modale subisce a causa del danneggiamento. In particolare, l'incremento di forza ad ogni livello è descritto dalla relazione:

$$\Delta F_i = \frac{W_i \cdot \phi_{i1}}{\sum_{l=1}^N W_l \cdot \phi_{l1}} \cdot V_b - F_i^{old} \quad (3)$$

dove  $\Phi_1$  rappresenta il contributo della prima forma modale al piano  $i$ esimo,  $V_b$  è il taglio alla base della struttura e  $F_i^{old}$  rappresenta la forza al piano  $i$ esimo nello step di carico precedente.

### 4. DESCRIZIONE DEI MODELLI ADOTTATI

Ai fini del lavoro, le strutture campione considerate sono state descritte per mezzo di modelli numerici bidimensionali e tridimensionali. Il comportamento non lineare degli elementi strutturali è stato descritto sia per mezzo di modelli a plasticità concentrata che distribuita. In tutti i casi analizzati, il comportamento non lineare delle sezioni è stato valutato per

mezzo di modelli a fibre e sono stati portati in conto gli effetti dovuti alla non linearità geometrica.

Nel caso di modelli a plasticità concentrata, gli elementi strutturali sono descritti da un modello elastico-lineare nella zona centrale e da cerniere plastiche nelle zone terminali nell'ipotesi di distribuzione uniforme della flessibilità. In particolare, la lunghezza della cerniera plastica è stata valutata in accordo all'Eurocodice 8 (par. A.3.1.1) ovvero alle norme alleghe all'Ordinanza P.C.M 3431/05 (All. 11A). In tutti i casi la flessibilità delle aste tiene conto della reale distribuzione delle sollecitazioni ad ogni passo.

Nei modelli a plasticità distribuita è stata invece considerata un'opportuna discretizzazione degli elementi estendendone il comportamento plastico lungo l'intera lunghezza. In particolare, per i pilastri sono stati adottati elementi del tipo force-based element e per le travi displacement-based element [10, 11]. In tal modo è stato possibile controllare in modo diretto la deformazione assiale delle travi in considerazione dei vincoli imposti dagli orizzontamenti.

Nelle analisi il comportamento del calcestruzzo è stato descritto per mezzo dei seguenti legami costitutivi [8]:

- modello di Kent-Scott-Park, nell'ipotesi di materiale non resistente a trazione, figura 7 (*Concrete 01*);
- modello di Kent-Scott-Park, nell'ipotesi di materiale resistente a trazione, figura 8 (*Concrete 02*);
- modello di Popovics nell'ipotesi di materiale resistente a trazione fino al raggiungimento della massima resistenza a trazione, figura 9 (*Concrete 04*).

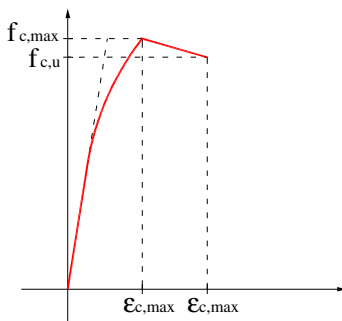


Figura 7 - Modello calcestruzzo Concrete01

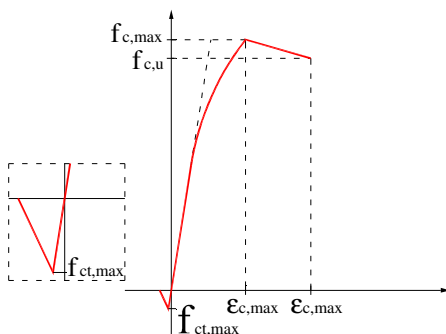


Figura 8 - Modello calcestruzzo Concrete02

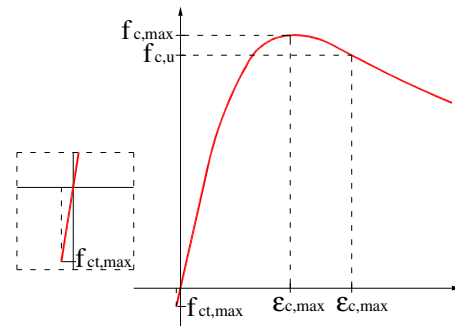


Figura 9 - Modello calcestruzzo Concrete04

Per l'acciaio si considera, invece, un legame costitutivo elastico - perfettamente plastico.

Per l'edificio A è stato assunto per il calcestruzzo non confinato un valore di 33,5 MPa per la resistenza massima a compressione in corrispondenza di una deformazione del 0,2% e di 28,45 MPa in corrispondenza della massima deformazione (0,35%). L'effetto del confinamento è stato valutato considerando il modello di Richart.

Per l'acciaio è stata assunto un comportamento elasto-plastico con resistenza al limite elastico pari a 430 MPa.

Per l'edificio B è stato invece utilizzato per il calcestruzzo non confinato un valore di 16,0 MPa per la resistenza massima a compressione in corrispondenza di una deformazione pari a 0,2% e di 13,60 MPa in corrispondenza della massima deformazione (0,35%). Anche in tal caso, l'effetto del confinamento è stato valutato considerando il modello di Richart. Per l'acciaio è stato assunto un comportamento elasto-plastico con una resistenza al limite elastico pari a 343 MPa.

I modelli bidimensionali sono stati costruiti disponendo in serie i telai longitudinali delle strutture indagate secondo le seguenti modalità:

- telai collegati ad ogni livello imponendo lo stesso spostamento orizzontale rispettivamente per il nodo finale e quello iniziale di ogni coppia di telai consecutivi (*pendoli*);
- telai collegati imponendo spostamenti orizzontali identici per tutti i nodi di uno stesso livello (*diaframma rigido*);
- telai collegati imponendo spostamenti orizzontali identici per tutti i nodi di uno stesso livello ma considerando le travi non vincolate nei confronti delle deformazioni longitudinali (*travi sconnesse*).

Per i modelli tridimensionali, gli orizzontamenti sono stati descritti attraverso elementi piastra di opportuna rigidità (*shell*) ovvero con vincoli cinematici rappresentativi di impalcati infinitamente rigidi nel proprio piano (*diaframma*).

## 5. DESCRIZIONE DEI PRINCIPALI RISULTATI

Di seguito si riportano i risultati delle analisi condotte sul modello bidimensionale rappresentativo dell'Edificio A per distribuzione di forze uniforme al variare del legame costitutivo del calcestruzzo, della descrizione delle zone rigide in corrispondenza dei nodi, dei vincoli dovuti agli orizzontamenti e del tipo di plasticità.

Le analisi statiche non lineari condotte hanno mostrato, come era da attendersi, che nel caso particolare dell'edificio A la risposta risulta poco influenzata dalla distribuzione di forze adottata. Si veda, ad esempio, nella figura 10 il confronto tra

le risposte valutate per le diverse distribuzioni di carico per il modello bidimensionale (*diaframma rigido*) a plasticità distribuita nel caso di calcestruzzo non resistente a trazione (*concrete 01*) ed aste con estremi rigidi in corrispondenza dei nodi.

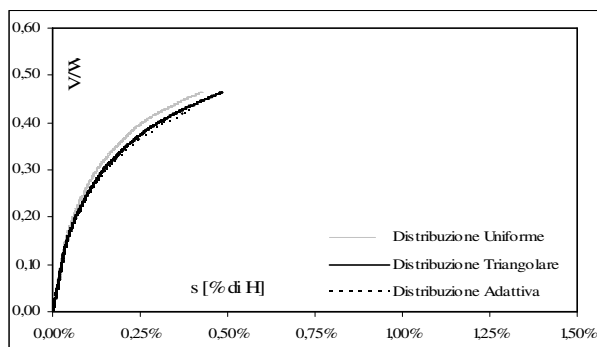


Figura 10 - Edificio A, Influenza sulla risposta della distribuzione di forze adottata

Nelle figure 11-12 si riporta l'andamento della risposta statica non lineare al variare della modellazione del comportamento del calcestruzzo nel caso di plasticità distribuita e presenza o meno di zone rigide nelle aste in corrispondenza dei nodi.

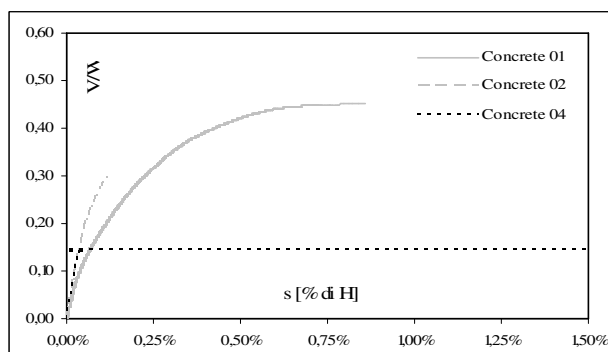


Figura 11. Edificio A - Diaframma Rigido, Influenza sulla risposta del legame costitutivo del calcestruzzo nel caso di plasticità distribuita e senza zone rigide

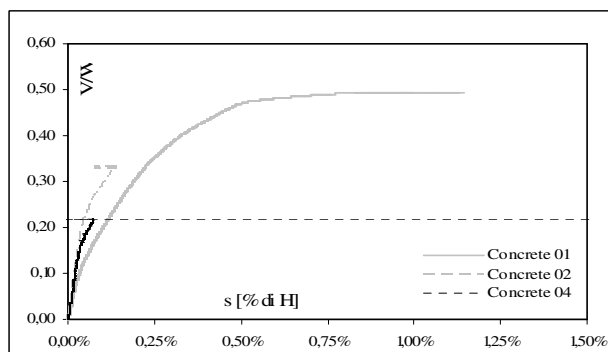


Figura 12 - Edificio A - Diaframma Rigido, Influenza sulla risposta del legame costitutivo del calcestruzzo nel caso di plasticità distribuita e in presenza di zone rigide

I risultati ottenuti mostrano che generalmente nel caso di modelli in cui si considera la resistenza a trazione del calcestruzzo l'analisi, a causa di problemi di convergenza numerica della procedura di integrazione adottata, sottostima il valore della resistenza massima della struttura. Inoltre, si osserva che l'analisi risulta fortemente instabile quando non si modella il comportamento del calcestruzzo dopo il raggiungimento della massima resistenza a trazione (*Concrete 04*). Ciò trova riscontro nei risultati delle analisi descritte in figura 13 ottenute adottando tolleranze più ampie per gli errori commessi nella procedura numerica di integrazione al passo. In tal caso, avendo adottato un errore massimo pari a  $10^{-3}$  ed utilizzando un legame costitutivo del tipo *Concrete 02* si ottengono risultati confrontabili a quelli ottenuti utilizzando un legame costitutivo di calcestruzzo non resistente a trazione. Si osserva, inoltre, che considerare la resistenza a trazione del calcestruzzo produce un leggero irrigidimento del comportamento nella fase iniziale ma lascia inalterata la risposta in termini di resistenza massima e spostamento ultimo corrispondente.

Modellare le aste in corrispondenza dei nodi per mezzo di zone rigide comporta in generale una leggera sovrastima della resistenza complessiva del sistema.

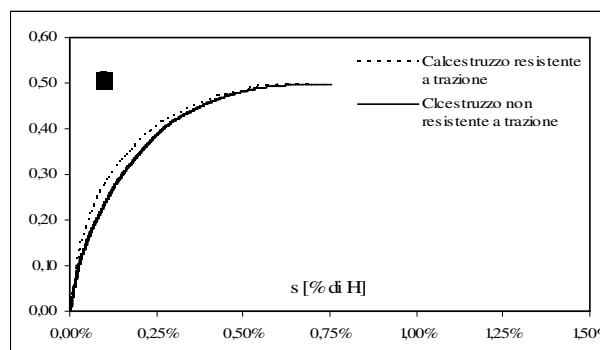


Figura 13 - Edificio A - Diaframma Rigido, Influenza sulla risposta del legame costitutivo del calcestruzzo nel caso di plasticità distribuita, presenza di zone rigide e tolleranze maggiori sugli errori compiuti

Analoghi risultati si ottengono nel caso di modelli a plasticità concentrata.

Nelle figure 14-15 si riporta il confronto tra le risposte numeriche al variare dei vincoli considerati per gli orizzontamenti nel caso si consideri o meno la presenza di zone rigide nelle aste in corrispondenza dei nodi. Le analisi sono state condotte considerando il calcestruzzo non resistente a trazione (*Concrete 01*) e modelli a plasticità concentrata.

Le analisi mostrano che la presenza di un diaframma rigido comporta, indipendentemente dalla presenza di zone rigide, valori della resistenza superiori anche del 20%. I valori minori della resistenza si ottengono nel caso si considerino vincoli del tipo pendoli. Vincoli del tipo travi sconnesse determinano un comportamento in termini di resistenza intermedio. Pur tuttavia, in quest'ultimo caso si attingono spostamenti ultimi maggiori rispetto al caso di vincoli del tipo diaframma o pendoli.

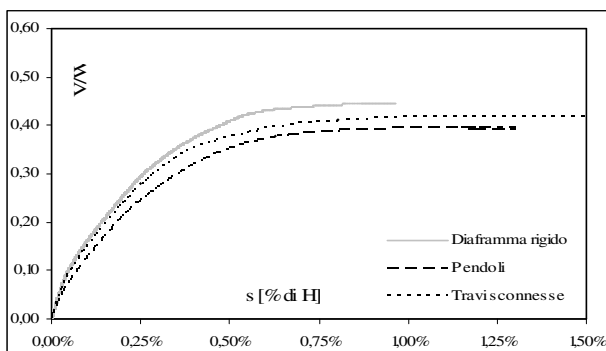


Figura 14 - Edificio A – Concrete 01, Influenza sulla risposta della modellazione degli orizzontamenti nel caso di modelli a plasticità concentrata e senza zone rigide nelle aste in corrispondenza dei nodi

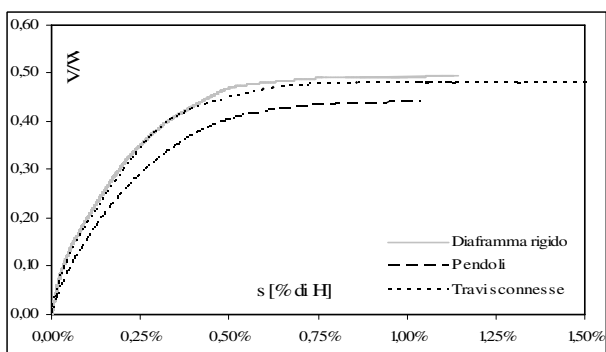


Figura 15 - Edificio A – Concrete 01, Influenza sulla risposta della modellazione degli orizzontamenti nel caso di modelli a plasticità concentrata e in presenza di zone rigide nelle aste in corrispondenza dei nodi

Va inoltre osservato che in generale considerare le estremità delle aste rigide in corrispondenza dei nodi comporta il raggiungimento di valori della resistenza maggiori, anche del 20%, indipendentemente dai vincoli considerati per descrivere gli orizzontamenti. Analoghi risultati si ottengono nel caso di modelli a plasticità distribuita.

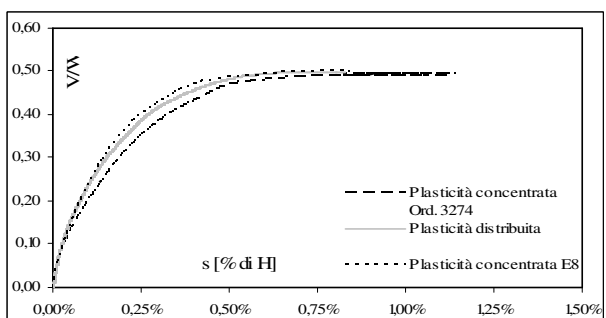


Figura 16 - Edificio A – Concrete 01 - Diaframma rigido - Zone rigide, Influenza sulla risposta della modellazione di plasticità degli elementi

Nella figura 16 si riporta il confronto tra le risposte numeriche al variare del tipo di modellazione adottata per descrivere il comportamento plastico degli elementi principali. Le analisi sono state condotte considerando il calcestruzzo non

resistente a trazione (*Concrete 01*), orizzontamenti rigidi (*diaframma rigido*) e presenza di zone rigide nelle aste in corrispondenza dei nodi. L'analisi dei risultati mostra che la modellazione della plasticità non influenza il valore della resistenza complessiva del sistema.

Nella figura 17 si riporta il confronto tra le risposte statiche non lineari ottenute, invece, dal modello tridimensionale al variare delle condizioni di vincolo rappresentative degli orizzontamenti nel caso di plasticità distribuita. In particolare, gli orizzontamenti sono stati descritti adottando un diaframma rigido nel proprio piano ovvero elementi bidimensionali piastra in calcestruzzo di spessore equivalente 4 o 10cm. In tutti i casi si è considerata la presenza di zone rigide nelle aste in prossimità dei nodi.

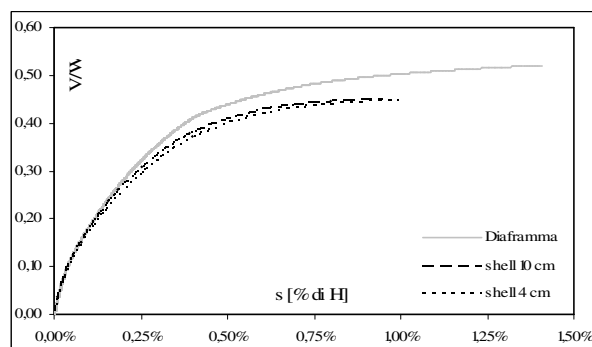


Figura 17 - Edificio A – Concrete 01 - Diaframma rigido - Zone rigide, Influenza sulla risposta della modellazione dei vincoli che descrivono gli orizzontamenti

L'analisi dei risultati evidenzia che l'adozione di un diaframma rigido comporta una sovrastima delle massime resistenze. Le differenze che si ottengono invece dall'adozione di elementi piastra di spessore equivalente 4 ovvero 10 cm risultano trascurabili.

Di seguito si riportano i confronti tra gli spostamenti di piano valutati per l'edificio A al variare del modellazione della plasticità e degli orizzontamenti. In particolare, nelle figure 18 e 19 si riportano i confronti per i modelli bidimensionali, nella figura 20 quelli per il modello tridimensionale. I risultati ottenuti mostrano che una modellazione della plasticità di tipo concentrata comporta l'attingimento di deformazioni maggiori rispetto al caso di plasticità distribuita nel caso del modello bidimensionale. Inoltre, dal confronto tra le figure 18 e 20 risulta evidente che la modellazione degli orizzontamenti influenza in maniera significativa i risultati ottenuti.

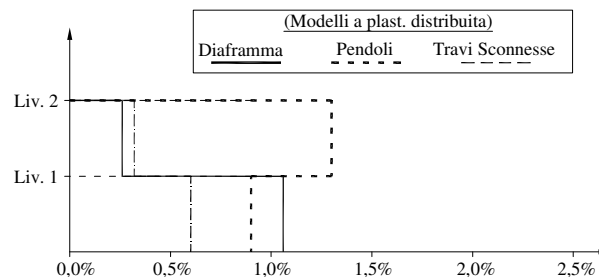


Figura 18 - Edificio A – Confronto tra gli spostamenti relativi di piano per i modelli bidimensionali a plasticità distribuita

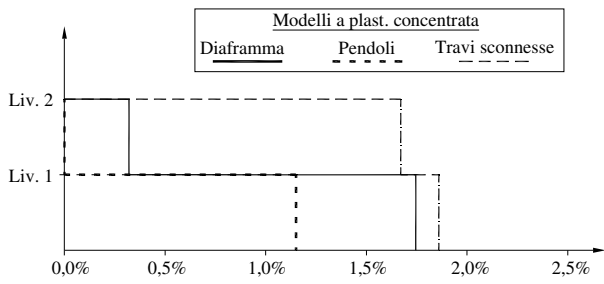


Figura 19 - Edificio A - Confronto tra gli spostamenti relativi di piano per i modelli bidimensionali a plasticità concentrata

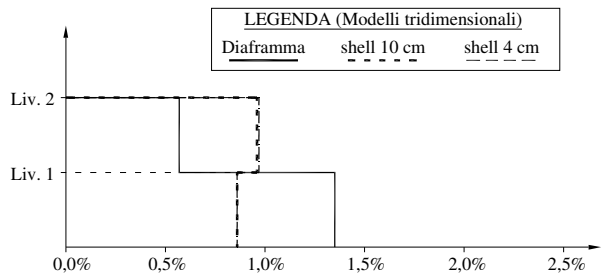


Figura 20 - Edificio A - Confronto tra gli spostamenti relativi di piano per i modelli tridimensionali a plasticità distribuita

Per quanto attiene l'Edificio B, si riporta nella figura 21 il confronto tra le risposte valutate per le diverse distribuzioni di carico per il modello bidimensionale (*diaframma rigido*) a plasticità distribuita nel caso di calcestruzzo non resistente a trazione (*Concrete 01*) ed aste con estremi rigidi in corrispondenza dei nodi.

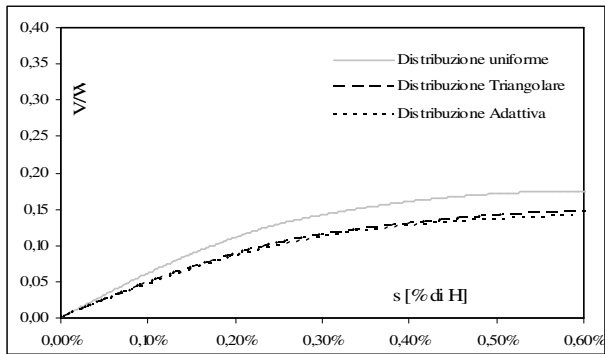


Figura 21 - Edificio B - Concrete 01 - Diaframma rigido - Zone rigide - Modello bidimensionale, Influenza sulla risposta della distribuzione di forze adottata

In tal caso, i risultati mostrano che la resistenza minore si attinge nel caso di distribuzione delle forze del tipo adattivo con una risposta paragonabile a quella che si ottiene nel caso di distribuzione triangolare.

Di seguito si riportano i risultati di analisi condotte mediante un controllo misto forze-spostamenti che consente di cogliere il tratto a degrado di resistenza (fig. 22). Le analisi sono state condotte fino al raggiungimento della rotazione ultima valutata secondo quanto previsto dall'Ord. 3431.

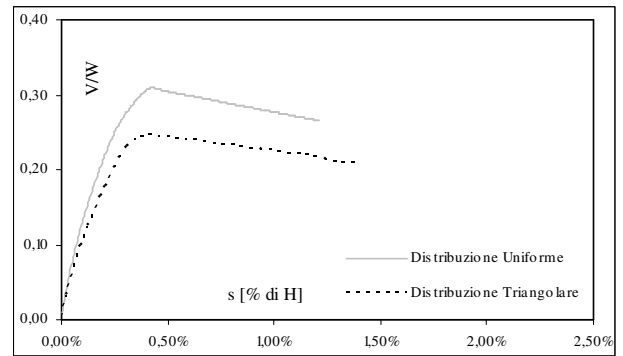


Figura 22 - Edificio B - Concrete 01 - Diaframma rigido - Zone rigide - modello tridimensionale, Influenza sulla risposta della distribuzione di forze adottata

Nelle figure 23-26 si riportano, infine, i confronti tra gli spostamenti relativi di piano ottenuti dalla sperimentazione numerica condotta sui modelli bidimensionale e tridimensionale, rispettivamente in corrispondenza del massimo tagliante e del massimo spostamento, e quelli ottenuti dalla sperimentazione sul modello in scala [Pinho and Elnashai, 2002].

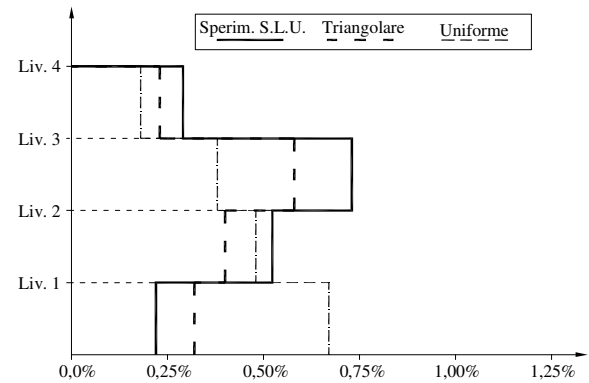


Figura 23 - Edificio B - Confronto tra gli spostamenti relativi di piano - sperimentazione sul modello in scala - analisi numeriche condotte sul modello tridimensionale (drift valutati in corrispondenza della resistenza massima).

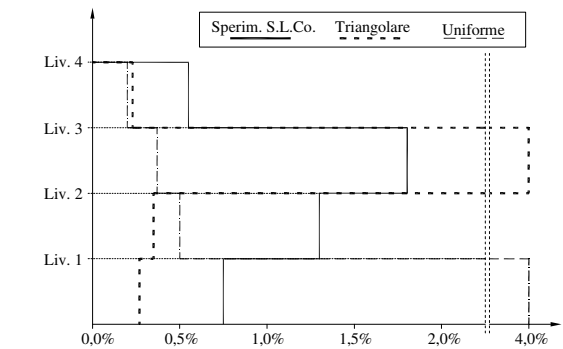


Figura 24 - Edificio B - Confronto tra gli spostamenti relativi di piano - sperimentazione sul modello in scala - analisi numeriche condotte sul modello tridimensionale (drift valutati in corrispondenza del massimo spostamento della struttura).

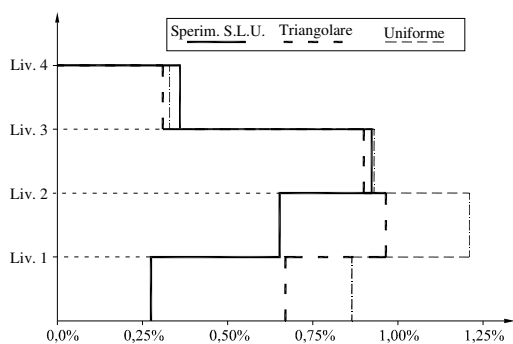


Figura 25 - Edificio B – Confronto tra gli spostamenti relativi di piano – sperimentazione sul modello in scala – analisi numeriche condotte sul modello bidimensionale (drift valutati in corrispondenza della resistenza massima).

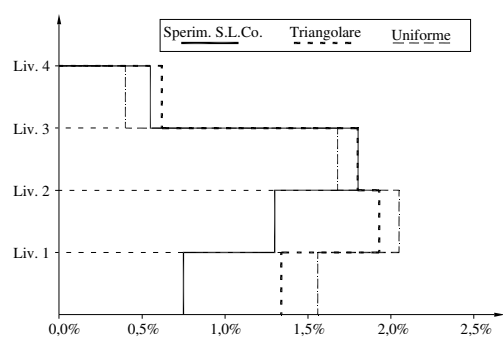


Figura 26 - Edificio B – Confronto tra gli spostamenti relativi di piano – sperimentazione sul modello in scala – analisi numeriche condotte sul modello bidimensionale (drift calcolati in corrispondenza del massimo spostamento della struttura).

Il confronto mostra che in tutti i casi l'adozione di una distribuzione triangolare delle forze descrive meglio il comportamento della struttura ed, in generale, il modello tridimensionale riporta risultati più accurati.

## 6. CONCLUSIONI

Il lavoro ha illustrato i risultati di una ampia sperimentazione numerica condotta al fine di evidenziare l'influenza della modellazione sulla risposta sismica valutata per mezzo di procedure semplificate di analisi statica non lineare a controllo di forza.

Le indagini condotte hanno evidenziato che la modellazione degli orizzontamenti influenza in modo marcato la risposta. In particolare, modellare gli orizzontamenti come infinitamente rigidi determina un sensibile aumento della resistenza massima. Un analogo risultato lo si ottiene considerando la presenza di zone rigide agli estremi degli elementi strutturali.

Sensibili differenze sono state inoltre riscontrate sulla capacità deformativa delle strutture indagate a seconda che il comportamento non lineare degli elementi strutturali sia descritto mediante modelli a plasticità distribuita ovvero concentrata. Alla modellazione a plasticità concentrata corrispondono capacità deformative notevolmente maggiori. Minore risulta, invece, l'effetto della diversa modellazione della plasticità sulla risposta in termini di resistenza.

Il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali

mostra inoltre che, in generale, i modelli tridimensionali risultano più accurati.

Le indagini hanno infine evidenziato che considerare la resistenza a trazione del calcestruzzo non influenza in maniera significativa la risposta numerica mentre comporta un notevole aggravio di natura computazionale.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Antoniou, S. and Pinho, R. [2004]. Advantages and limitations of adaptive and non-adaptive force-based pushover procedures, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 8, no. 4.
- [2] ATC40 [1996] Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Vol. 1, ATC 40, Redwood City: Applied Technology Council.
- [3] Bathe, K.J. [1982], *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc
- [4] Carvalho EC, Coelho E. [1999] Preparation of the full-scale tests on reinforced concrete frames/Characteristics of the tests specimens, materials and testing conditions. Lisbon: ICONS, LNEC Report
- [4] FEMA 274, NEHRP [1997] guidelines for the seismic rehabilitation of buildings, FEMA 273, and NEHRP Commentary, FEMA 274. Washington, D.C.: Federal Emergency Management Agency,.
- [5] FIB [2003] Task Group 7.1, Assessment and retrofit of reinforced concrete buildings, FIB
- [6] Krawinkler, H. and Seneviratna, G.D.P.K. [1998]. Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation, *Engineering Structures*, 20(4-6), pp 452-464.
- [7] Lawson, R.S., Vance, V. and Krawinkler, H. [1994]. Nonlinear static push-over analysis - why, when, and how?, *Proceedings of the Fifth U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, California, I, Vol I:283-292.
- [8] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R. [1988]. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 114(8), 1804-1825.
- [9] S. Mazzoni, F. McKenna, G.L. Fenves, [2006] *OpenSees Command Language Manual*, University of California,
- [10] A. Neuenhofer, F.C. Filippou, [1997] Evaluation of nonlinear frame finite – element models, *Journal of Structural Engineering*, July 1997, pp. 958 – 966
- [11] A. Neuenhofer, F.C. Filippou, Geometrically nonlinear flexibility – based frame finite element, *Journal of Structural Engineering*, June 1998, pp. 704 – 711
- [12] Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 e succ., Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica, 20 marzo 2003.
- [13] Pinho and Elnashai, [2002], Dynamic Collapse Testing of a Full-Scale Four Story RC frame, *ISET Journal of Earthquake Technology*, Vol. 37, No. 4, Special Issue, pp. 143-164.
- [14] Popovics, S., [1973], A numerical approach to the complete stress strain curve for concrete. *Cement and concrete research*, 3(5), 583-599.
- [15] Reddy, J.N. [2004] *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis* Oxford University Press, USA

# L'ANALISI DEL COMPORTAMENTO SISMICO DELLE STRUTTURE INTELAIATE IRREGOLARI IN PIANTA MEDIANTE ANALISI STATICA NON LINEARE

**Luigi Petti, Ivana Marino, Bruno Palazzo**

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Salerno, Via Ponte don Melillo, 84084 Fisciano, Salerno

## SOMMARIO

L'analisi statica non lineare si sta sempre più affermando quale metodo di riferimento per il progetto e la verifica delle costruzioni sismoresistenti. Le correnti procedure contenute nei moderni codici sismici, sebbene calibrate per lo studio di strutture piane, permettono anche l'analisi di sistemi tridimensionali purchè regolari in pianta. Ad oggi non sono ancora disponibili procedure standardizzate, basate su di un approccio statico, per valutare la risposta sismica non lineare di strutture irregolari. In tale ambito, il lavoro propone i primi risultati di indagini tese ad individuare, attraverso analisi statiche non lineari, il contributo latero-torsionale di strutture asimmetriche in pianta sulla risposta globale del sistema mediante la costruzione di domini limite in termini di resistenza e spostamenti.

## SUMMARY

Simplified based-force static non-linear analysis represent the key seismic design and assessment methods in the modern-day seismic code. These types of assessment methodologies, calibrated on plane framed systems, can be also used for plan-symmetric system. No standard static procedures are today available to analyze the no-linear seismic response of the plan-asymmetric structures. In this framework, this study will present and discuss the first results of the simplified based-force static non linear analysis to evaluate of the latero-torsional response of plan-asymmetric structures. In particular, the subject of this research is to characterize the directions of minor seismic strength by plotting strength and displacement domain in the plan.

## 1. INTRODUZIONE

Nella progettazione antisismica tradizionale il metodo di riferimento per la valutazione della risposta strutturale è l'analisi dinamica lineare con spettro di risposta assegnato. Il ricorso ad analisi più accurate, quali quella non lineare al passo, è raramente perseguito a causa delle difficoltà legate alla scelta dei modelli isteretici, capaci di interpretare il comportamento ciclico non lineare degli elementi strutturali, ed alla scelta degli accelerogrammi descrittivi delle reali condizioni di sito, aspetti che condizionano fortemente l'affidabilità dei risultati.

L'esigenza di valutare le prestazioni sismiche e, quindi, studiare il comportamento dell'edificio in campo non lineare per eventi di elevata intensità, ha visto negli ultimi anni lo sviluppo di procedure semplificate per condurre analisi non lineari in ambito statico (Nonlinear Static Procedures-NSP). Tali procedure, consentendo di valutare le capacità deformative in campo elasto-plastico delle strutture, permettono di collegare in modo esplicito i livelli di rischio attesi con gli obiettivi prestazionali predefiniti nell'ambito dei moderni codici sismici (Performance Based Design-PBD).

L'analisi statica non lineare si sta inoltre affermando quale metodo di riferimento per la valutazione della risposta sismica delle strutture esistenti. Tale metodo consente, infatti, di individuare i meccanismi di collasso attesi e, quindi, di valutare la resistenza e le capacità deformative di costruzioni esistenti progettate in assenza di criteri sismici. Pur tuttavia le procedure di analisi statica non lineare possono condurre a risultati non soddisfacenti se applicati a modelli tridimensionali di strutture non regolari in pianta, ciò in

considerazione della difficoltà di portare in conto gli effetti dinamici latero-torsionali che possono essere particolarmente accentuati proprio nel caso di tali strutture. Come è noto, infatti, una distribuzione asimmetrica delle masse e delle rigidità ovvero delle resistenze in pianta determina richieste elevate, in termini di duttilità, agli elementi strutturali posti in prossimità del bordo flessibile ovvero meno resistente [14,15].

In tale ambito, in anni recenti sono state avanzate diverse proposte tese ad estendere le tradizionali analisi push-over calibrate per lo studio del comportamento piano al caso tridimensionale [1,2,3,9,13,22,23]. Pur tuttavia, ad oggi non sono ancora disponibili procedure di analisi semplificate capaci di portare in conto con accuratezza il comportamento torsionale di strutture asimmetriche in pianta. Alcune delle principali problematiche ancora irrisolte sono quelle relative alla scelta di come combinare il carico nelle due direzioni e di come portare in conto eventuali domande addizionali di duttilità per gli elementi resistenti posti lungo il lato flessibile della struttura dovute agli effetti dinamici torsionali propri di questi sistemi [18].

Tra le prime metodologie di analisi proposte, si cita quella di [17] che si basa sullo studio del comportamento statico non lineare dei soli controventi sismici più critici individuati per mezzo di analisi dinamiche lineari condotte su modelli tridimensionali. Successivamente Fajfar ha esteso il metodo N2 alle strutture tridimensionali [9,10]. Altri studi hanno indagato il comportamento di strutture intelaiate in presenza di pareti [4] e l'accuratezza dei risultati al variare della disposizione in pianta delle distribuzioni di carico [5]. Infine, Chopra ha presentato un'estensione della procedura



MPA (*modal push over analysis*) a strutture asimmetriche in pianta. I confronti disponibili tra i risultati ottenuti con i metodi di analisi statica non lineare proposti ed i risultati di analisi dinamiche non lineari sembrano mostrare, in generale, un limitato successo delle metodologie proposte [3].

Obiettivo dello studio è indagare il comportamento sismico di strutture asimmetriche in pianta ed individuarne le direzioni di minor resistenza sismica per mezzo di analisi statiche non lineari. A tal fine vengono illustrati i primi risultati di tali analisi condotte su modelli tridimensionali al variare della direzione della distribuzione di carico applicata. In particolare, per ognuno dei casi studio indagati sono stati costruiti domini limite in termini di resistenza e spostamenti. Le analisi push-over sono state condotte variando nel piano la direzione delle distribuzioni di carico, assunte triangolari ovvero uniformi, ad intervalli di 15°. Dalle curve di capacità ottenute, che riportano il legame tra lo spostamento del nodo di controllo, assunto nel centro di massa dell'ultimo livello, ed il tagliante alla base nella direzione considerata, sono state ricavate le curve bilineari forza-spostamento in accordo alle FEMA356.

## 2. DESCRIZIONE DEI CASI STUDIO

Come casi studio sono state analizzate tre strutture di riferimento:

- la prima e la seconda struttura sono edifici esistenti bassi ed irregolari in pianta ed in elevazione, progettati con le norme tecniche italiane dell'inizio degli anni '80 (*Edificio A ed Edificio B*);
- la terza rappresenta uno schema di edificio alto irregolare sismoresistente.

L'*edificio A* presenta pianta rettangolare e si sviluppa su due livelli fuoriterra per un'altezza totale di 8,25m (figg. 1 e 2). La struttura portante è intelaiata in c.a. In particolare, longitudinalmente (direzione X) sono presenti 5 telai, composti da tre campate di luci rispettivamente pari a 11,70, 2,65 e 9,35m e posti ad interasse di 4,75 m. Trasversalmente (direzione Y) sono presenti telai di quattro campate. In generale i pilastri hanno sezione 60x40 e le travi sezioni 40x80 e 40x100 nella direzione trasversale ed a spessore nella direzione longitudinale.

I solai, realizzati con predalles e getto di completamento sono orditi in direzione trasversale ed al primo livello è presente una corte interna.

I materiali utilizzati per la struttura sono calcestruzzo Rck 250 ed acciaio FeB44k.

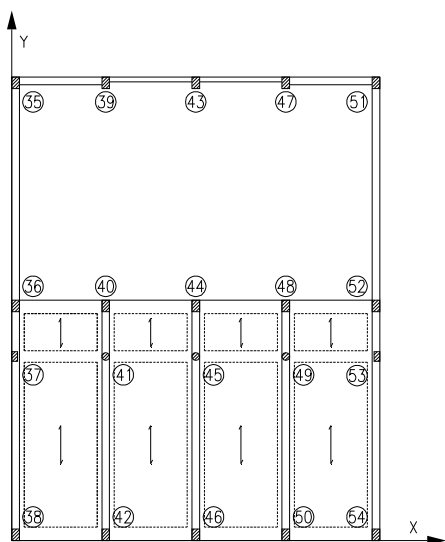


Figura 1 - Carpenteria Primo Livello Edificio A

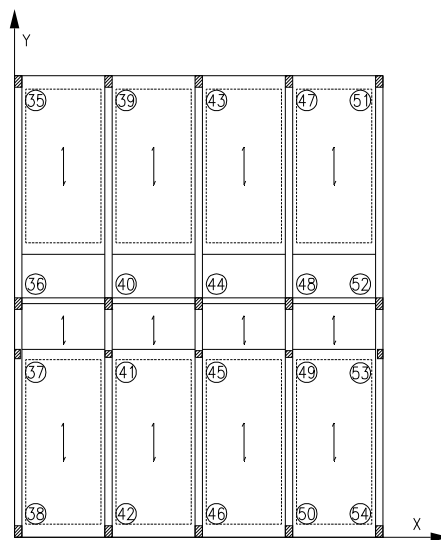


Figura 2 - Carpenteria Secondo Livello Edificio A

L'*edificio B* presenta una configurazione compatta in pianta e si sviluppa su un solo livello per un'altezza complessiva di circa 3,5m. La struttura portante è intelaiata in c.a. con telai disposti in entrambe le direzioni e orizzontamenti in laterocemento realizzati con travetti prefabbricati in c.a.

I materiali risultano di scarsa qualità per gli elementi verticali, calcestruzzo Rck50, e di buona qualità per le travi, calcestruzzo Rck 250. L'acciaio è del tipo FeB44k.

Nella figura 3 si riporta lo schema di carpenteria dell'edificio. Nella parte centrale è presente una corte interna caratterizzata da una quota del solaio di copertura pari a 4,80m, in corrispondenza del quale c'è un ulteriore ordine di travi a supporto dello stesso. Complessivamente sono presenti 6 telai in entrambe le direzioni principali. I telai disposti lungo la direzione longitudinale sono costituiti generalmente da 5 campate di luci variabili tra 3,10 e 4,45m, quelli in direzione trasversale da 5 campate con luci variabili tra 4,80 e 7,25m. I pilastri hanno sezione 35x35 e le travi emergenti 35x60.

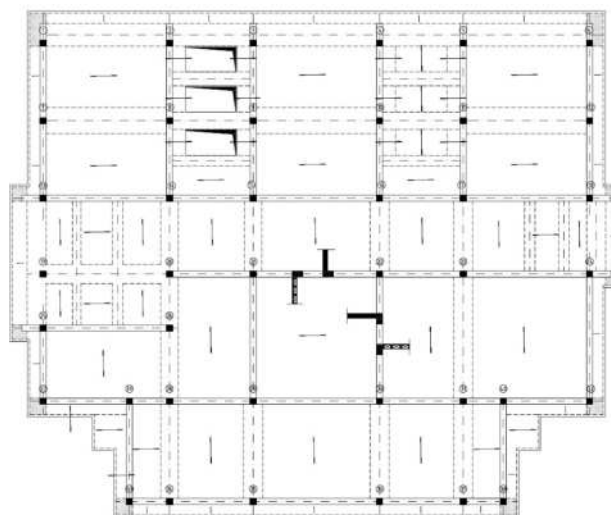


Figura 3 - Carpenteria Edificio B

L'*Edificio C* presenta pianta ad L e si sviluppa su cinque livelli fuoriterra per un'altezza complessiva di circa 18m. La struttura portante è intelaiata in c.a. e presenta orizzontamenti in laterocemento. Complessivamente la struttura presenta 5 telai in entrambe le direzioni principali (fig. 4). Le travi che supportano i solai hanno generalmente sezione 30x60, mentre quelle che corrono parallelamente agli stessi hanno sezione

25x50. I pilastri hanno sezioni variabili tra 40x40 e 70x40. I materiali utilizzati sono calcestruzzo Rck 250 ed acciaio FeB44k.

Tale modello è uno dei tre casi studio proposti nell'ambito delle attività del progetto ReLUIIS - linea 2 - task 3 finalizzate allo studio del comportamento sismico delle costruzioni irregolari mediante analisi non lineari.

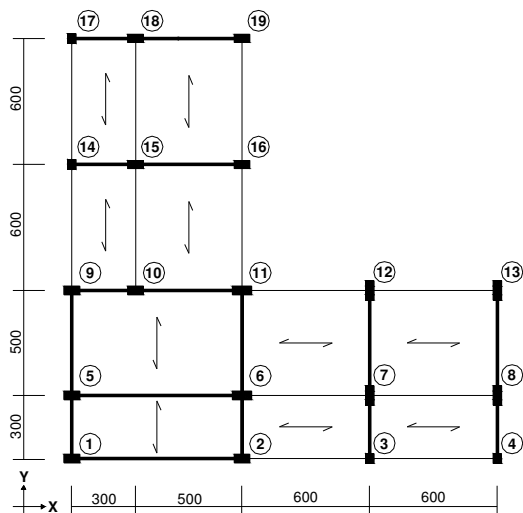


Figura 4 - Schema di carpenteria Edificio C

### 3. MODELLI NUMERICI E PROCEDURE DI ANALISI

Le strutture considerate sono state descritte mediante modelli numerici tridimensionali con il programma di calcolo SAP2000.

Per gli orizzontamenti sono stati considerati elementi piastra nel caso degli Edifici A e C mentre per l'Edificio B è stato considerato un vincolo di solaio infinitamente rigido nel proprio piano. Per tutti i modelli è stato considerato un vincolo d'incastro alla base.

Ai fini delle analisi sono state disposte in prossimità degli estremi delle travi e dei pilastri cerniere concentrate definite in accordo a quanto previsto nelle FEMA356 per gli elementi inflessi e pressoinflessi. In particolare, il legame momento-rotazione delle singole cerniere è descritto dal modello riportato nell'ATC-40 (Fig. 5). Tale legame è lineare a tratti e presenta discontinuità in corrispondenza di ogni variazione significativa del comportamento della sezione: passaggio dal comportamento elastico a quello plastico (B), caduta di resistenza (C), attingimento della resistenza residua (D) e collasso (E).

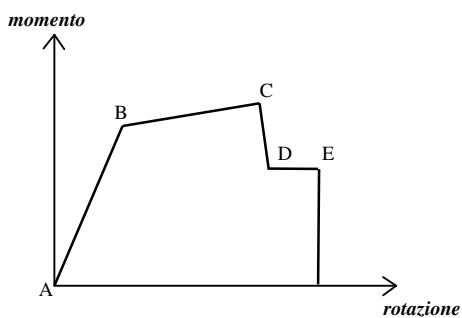


Figura 5 - Legame momento-rotazione descrittivo del comportamento delle cerniere plastiche

Ai fini dello studio, sono state condotte analisi pushover a controllo di forza utilizzando sia distribuzioni di carico uniformi che triangolari. In particolare, nel primo caso è

applicata alla struttura una distribuzione uniforme del carico orizzontale incrementato ad ogni step secondo la relazione seguente:

$$\Delta F_i = \frac{\Delta V_b}{M} m_i \quad (1)$$

dove  $\Delta V_b$  rappresenta l'incremento del taglio alla base che compete al piano i-mo,  $m_i$  la massa dell'i-mo piano ed  $M$  la massa complessiva della struttura.

Nel caso di distribuzione triangolare, è stato applicato uno schema di carico crescente linearmente in elevazione in considerazione dell'altezza e del peso sismico di ogni livello, incrementato ad ogni step secondo la legge:

$$\Delta F_i = \frac{W_i \cdot h_i}{\sum_{l=1}^N W_l \cdot h_l} \cdot \Delta V_b \quad (2)$$

dove  $W_i$  e  $h_i$  rappresentano rispettivamente il peso e l'altezza del piano e  $\Delta V_b$  l'incremento del taglio alla base.

Nel caso dell'Edificio B, poiché la struttura è ad un sol livello, le due distribuzioni coincidono.

Per le singole strutture indagate, è stato valutato il comportamento statico non lineare nel piano mediante analisi statiche non lineari variando la direzione di applicazione della distribuzione di carico con incrementi di 15°. In particolare, le forze considerate per ogni livello sono state applicate ai centri di massa ed ai fini della costruzione delle curve push-over è stato scelto quale nodo di controllo il centro delle masse del piano di copertura.

Per ognuna delle distribuzioni di carico utilizzate ed ogni direzione indagata è stata costruita una curva di capacità bi-lineare in accordo alla procedura prevista nel FEMA 356 (fig. 6) che, assunto il principio dell'equivalenza energetica, individua il punto di snervamento del sistema equivalente imponendo che il ramo elastico incroci la curva di push-over originaria in corrispondenza del 60% del valore della resistenza al limite elastico.

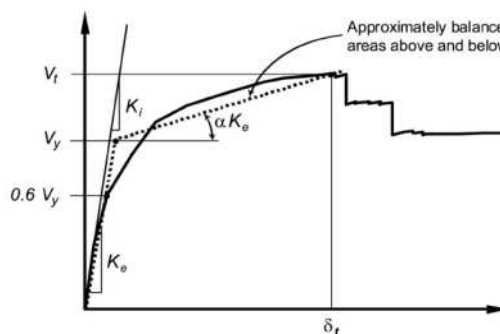


Figura 6 - Costruzione della curva push-over bi-lineare in accordo a FEMA 356

### 4. DESCRIZIONE DEI RISULTATI

Di seguito si riportano i principali risultati ottenuti dalle analisi push-over condotte sull'Edificio A sia nel caso di distribuzioni di carico uniformi che triangolare.

In particolare, nella figura 7 si riportano i domini limite in termini di spostamenti ultimi. Su tali domini sono evidenziati gli spostamenti del nodo di controllo al crescere del carico per ognuna delle direzioni considerate.

Nella figura 8 si riporta, invece, il dominio limite in termini di resistenza.

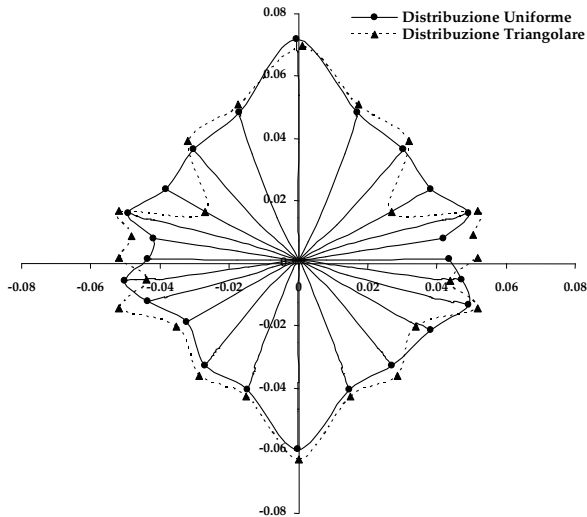


Figura 7 – Confronto tra i domini limite in termini di spostamenti ultimi [m] per le distribuzioni di carico uniforme e triangolare – Edificio A

L'analisi delle figure mostra che l'Edificio A presenta un comportamento non uniforme nel piano. In particolare, la struttura presenta per la distribuzione uniforme di forze la minima resistenza e capacità deformativa nelle direzioni 15° e 165°, mentre per la distribuzione triangolare le direzioni di minima resistenza e capacità deformative sono 45° e 135°. Generalmente i domini limite per le due distribuzioni di carico risultano comparabili a meno delle direzioni 45° e

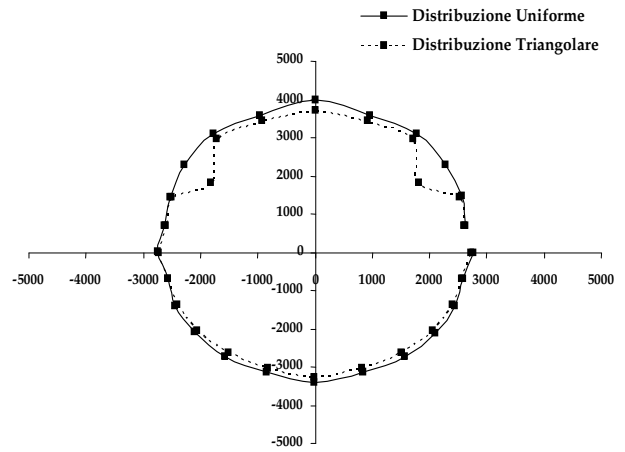


Figura 8 – Confronto tra i domini limite in termini di resistenza [kN] per le distribuzioni di carico uniforme e triangolare – Edificio A

135° quando la distribuzione triangolare conduce a valori sensibilmente inferiori.

L'analisi dei domini limite consente di individuare le direzioni di minor resistenza verso cui tende l'edificio al crescere del carico. In tali direzioni, l'edificio mostra una resistenza sensibilmente minore anche rispetto a quella che si attinge lungo le direzioni principali per le quali sono tradizionalmente condotte le analisi push-over.

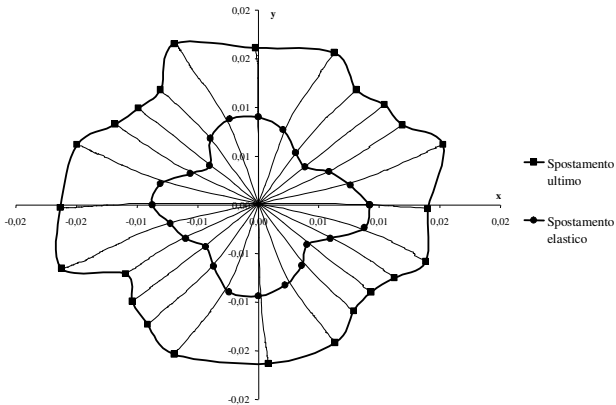


Figura 9 – Domini limite in termini di spostamenti ultimi ed al limite elastico [m] – Edificio B

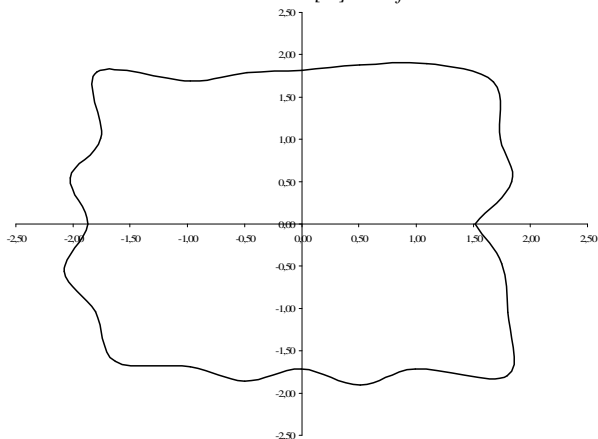


Figura 11 – Dominio limite in termini di duttilità – Edificio B

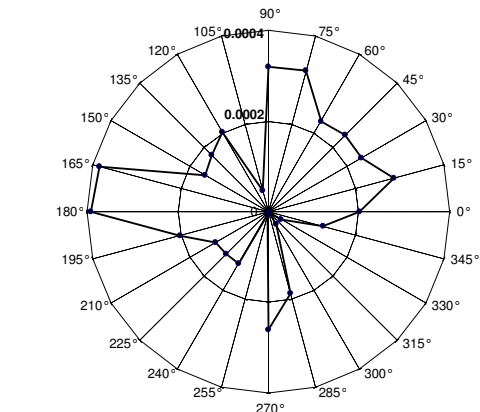


Figura 10 – Rotazioni del nodo di controllo (rad) per le differenti direzioni di carico in prossimità del collasso – Edificio B

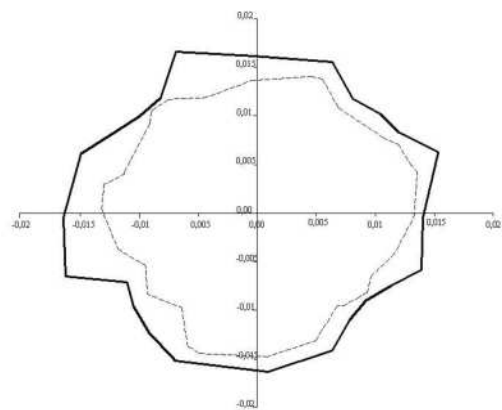


Figura 12 - Confronto domini limite in termini di spostamenti ultimi [m] valutati con carico applicato nel centro delle masse (tratto continuo) e nel caso di una eccentricità geometrica del centro delle masse del  $\pm 5\%$  (tratto discontinuo) – Edificio B

Nelle figure 9-12 si riportano i principali risultati ottenuti per l'Edificio B.

In particolare, nella figura 9 sono rappresentati i domini limite in termini di spostamento al limite elastico e spostamento ultimo. Dall'analisi dei risultati si evidenzia che, anche in questo caso, la struttura manifesta un comportamento non uniforme nel piano e presenta capacità deformative minori lungo le bisettrici dei quadranti nel piano, per le quali, pur tuttavia, si attinge la maggiore duttilità (figura 11). Tale comportamento risulta anche evidente dalla figura 10 in cui si riportano le rotazioni del nodo di controllo in prossimità del collasso per le differenti direzioni di carico considerate. Dall'analisi dei risultati sono evidenti le direzioni per le quali la struttura presenta i maggiori effetti latero-torsionali. In generale, l'edificio tende a deformarsi verso le direzioni di minore resistenza sismica.

Nella figura 12 si riporta il confronto tra il dominio limite in termini di spostamenti ultimi ottenuto applicando il carico nel centro delle masse e quello calcolato considerando una eccentricità geometrica del centro delle masse del  $\pm 5\%$  rispetto alle massime dimensioni in pianta nelle direzioni principali. L'analisi dei risultati mostra come in tale caso si rilevano riduzioni delle capacità deformative del 10-20%.

Nelle figure 13-15 si riportano i risultati delle analisi condotte per l'Edificio C. In particolare, nella figure 13 e 14 si riportano i domini limite in termini di spostamenti nel caso di distribuzioni di carico uniformi e triangolari. Nella figura 15 si riporta il dominio limite in termini di duttilità per entrambe le distribuzioni di carico considerate. Si evidenzia che per tale edificio sono stati riscontrati, per alcune delle

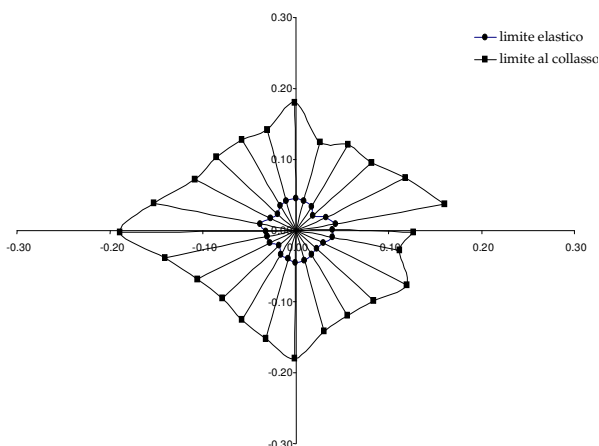


Figura 13 – Domini limite in termini di spostamenti ultimi e spostamenti al limite elastico [m] nel caso di distribuzione di carico uniforme – Edificio C

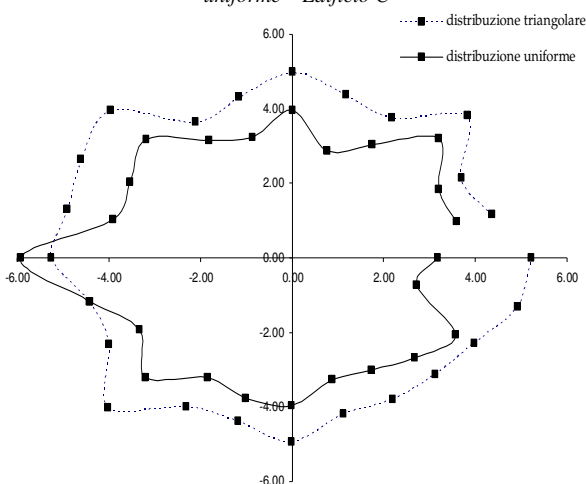


Figura 15 – Confronto tra i domini limite in termini di duttilità per le distribuzioni di carico uniforme e triangolare – Edificio C

direzioni indagate, problemi di convergenza numerica delle analisi.

L'analisi delle figure mostra che, ancora una volta, i domini limite non sono simmetrici. Anche in tal caso è possibile individuare direzioni di minima resistenza che non coincidono con le direzioni principali in pianta. In particolare, per la distribuzione uniforme di carico risulta che le direzioni di minor resistenza sismica sono  $75^\circ$  e  $345^\circ$ . Per la distribuzione triangolare, le direzioni di minor resistenza tendono alle bisettrici dei quadranti nel piano.

Si riporta, infine, nella figura 16 l'andamento delle rotazioni del nodo di controllo in prossimità del collasso per le differenti direzioni delle distribuzioni di carico considerate. L'analisi dei risultati mostra le direzioni per le quali l'edificio presenta i maggiori effetti latero-torsionali.

In definitiva, per tutti i casi descritti, si evidenzia che le direzioni di minor resistenza non coincidono generalmente con le direzioni principali e che tali direzioni rappresentano un percorso preferenziale verso cui le strutture tendono al crescere del carico.

Si evidenzia, inoltre, che considerare una eccentricità del centro delle masse conduce a risultati sensibilmente diversi in termini di capacità deformative. In particolare, variazioni del centro delle masse del  $\pm 5\%$  rispetto alle massime dimensioni in pianta nelle direzioni principali comportano riduzioni di tali capacità dell'ordine del 10-20% per le strutture indagate.

Infine, si evidenzia che il collasso non avviene sempre per la stessa distribuzione di carico lungo le direzioni indagate.

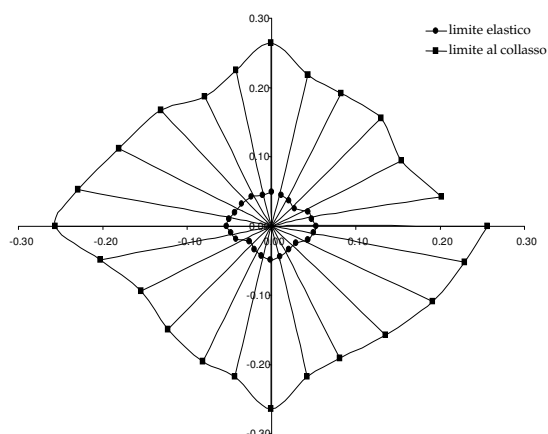


Figura 14 – Domini limite in termini di spostamenti ultimi e spostamenti al limite elastico [m] nel caso di distribuzione di carico triangolare – Edificio C

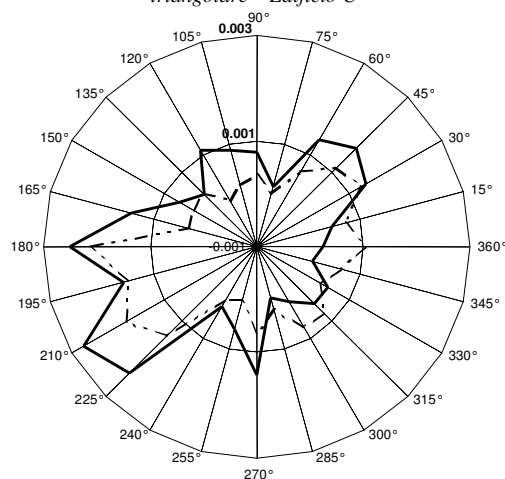


Figura 16 – Rotazioni del nodo di controllo (rad) per le distribuzioni di carico triangolare (tratto continuo) ed uniforme (tratto discontinuo)

## 5. CONCLUSIONI

Lo studio presenta i primi risultati di analisi statiche non lineari condotte su strutture asimmetriche in pianta per indagarne il comportamento sismico latero-torsionale.

A tal proposito sono stati descritti i risultati ottenuti da sperimentazioni numeriche condotte su tre strutture campione per le quali sono stati costruiti domini limite in termini di resistenza e capacità deformative.

L'analisi dei risultati ottenuti mostra che, in generale, è possibile individuare direzioni di minore resistenza sismica non coincidenti in generale con quelle principali. Per tali direzioni, che rappresentano percorsi preferenziali lungo i quali la struttura tende ad evolvere, si registrano diminuzioni della resistenza ovvero delle capacità deformative anche dell'ordine del 30%.

La complessità dei risultati ottenuti induce a proseguire le ricerche, anche mediante analisi dinamiche non lineari, per indagare l'influenza di tali direzioni di minore resistenza sismica sul collasso.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] AYALA, A. G. and TAVERA, E. A. [2002], A new approach for the evaluation of the seismic performance of asymmetric buildings, Proc. of the 7th National Conference on Earthquake Engineering, Boston.
- [2] AYDINOGLU, M. N. [2003], An incremental response spectrum analysis procedure based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation, Bulletin of Earthquake Engineering 1(1), 3-36.
- [3] CHOPRA, A. K. and GOEL, R. K. [2004], A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 33(8), 903-927.
- [4] DE STEFANO, M. and RUTENBERG, A. [1998], Predicting the dynamic response of asymmetric multistory wall-frame structures by pushover analysis: two case studies, Proc., 11th Eur. Conf. Earth. Engrg., A.A. Balkema, Rotterdam.
- [5] FAELLA, G. and KILAR, V. [1998], Asymmetric multistory R/C frame structures: push-over versus nonlinear dynamic analysis, Proc., 11th Eur. Conf. Earth. Engrg., A.A. Balkema, Rotterdam.
- [6] FAJFAR, P. [2000], A nonlinear analysis method for performance-based seismic design, Earthquake Spectra 16(3), 573-592.
- [7] FAJFAR, P. [2002], Structural analysis in earthquake engineering - a breakthrough of simplified nonlinear methods, Proc. of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, London, UK, Keynote lecture.
- [8] FAJFAR P. and GAŠPERŠIČ P. [1996], The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 25, 23-67.
- [9] FAJFAR, P. and KILAR [1997], Simple push-over analysis of asymmetric buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 233-249.
- [10] FAJFAR, P., KILAR, V., MARUŠIĆ, D., PERUŠ, I. and MAGLIULO, G. [2002], The extension of the N2 method to asymmetric buildings, Proc. of the fourth forum on Implications of recent earthquakes on seismic risk, Technical report TIT/EERG, 02/1, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, pp. 291-308.
- [11] FAJFAR, P., MARUŠIĆ, D. and PERUŠ, I. [2004], Influence of ground motion intensity on the inelastic torsional response of asymmetric buildings, Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, Paper No. 3496.
- [12] FAJFAR, P., MARUŠIĆ D. and PERUŠ I. [2005], Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 9, No. 6, 831-854.
- [13] FUJII, K., NAKANO, Y. and SANADA, Y. [2004], Simplified nonlinear analysis procedure for asymmetric buildings, Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, Paper No. 149.
- [14] HEJAL, R. and CHOPRA, A. (1987). Earthquake response of torsionally-coupled buildings. Report UCB/EERC-87/20.
- [15] KAN, C. L. and CHOPRA, A. K. (1979). Linear and nonlinear earthquake responses of simple torsionally coupled systems. Report UCB/EERC-79/03.
- [16] KILAR, V. and FAJFAR, P. [2001], On the applicability of pushover analysis to the seismic performance evaluation of asymmetric buildings, European Earthquake Engineering 15, 20-31.
- [17] MOGHADAM, A. S. and TSO, W. K. [2000], Pushover analysis for asymmetric and set-back multistory buildings, Proc. of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand, Paper No. 1093.
- [18] RUTENBERG, A. [2002], EAEE Task Group (TG) 8: Behaviour of irregular and complex structures asymmetric structures - progress since 1998, Proc. of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, London, UK, Paper No. 832.
- [19] RUTENBERG, A., LEVY, R. and MAGLIULO, G. [2002], Seismic response of asymmetric perimeter frame steel buildings, Proc. of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, London, UK, Paper No. 107.
- [20] TSO W. K. and MOGHADAM A. S. [1997], Seismic response of asymmetrical buildings using pushover analysis, in Proc. of the International Workshop on Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes, Bled, Slovenia, eds. P. Fajfar and H. Krawinkler (A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield), pp. 311-321.
- [21] TSO, W. K. and MYSLIMAJ B. [2002], Effect of strength distribution on the inelastic torsional response of asymmetric structural systems, Proc. of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, London, UK, Paper No. 081.
- [22] YU, Q.S.K., PUGLIESI, R., ALLEN M. and BISCHOFF C. [2004], Assessment of modal pushover analysis procedure and its application to seismic evaluation of existing building, Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, Paper No. 1104.
- [23] ZÁRATE, A. and AYALA, A. G. [2004], Validation of single storey models for the evaluation of seismic performance of multi-storey asymmetric buildings, Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, Paper No. 2213.

# VARIAZIONI DIMENSIONALI DI MALTE AUTOLIVELLANTI A RITIRO COMPENSATO A DIFFERENTI TEMPERATURE E CON DIFFERENTI ARMATURE DI CONTRASTO

Carlo Pistolesi<sup>1</sup>, Cristiano Maltese<sup>1</sup>, Alberto Lolli<sup>1</sup>, Gianluca Bianchin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Mapei S.p.A. – Via Cafiero, 22 – 20158 Milano - Italia

## SOMMARIO

Il ritiro igrometrico è una delle cause principali della fessurazione delle strutture in calcestruzzo. Queste fessure consistono nella formazione di crepe nelle nuove costruzioni e nel distacco della malta da ripristino dal substrato, nei lavori di riparazione. L'uso di malte a ritiro compensato è efficace nella riduzione del ritiro igrometrico per effetto dell'espansione della matrice cementizia che produce una lieve benefica precompressione interna, contrastata dalle armature metalliche. La compensazione del ritiro avviene per l'effetto sinergico tra un agente espansivo a base di ossido di calcio (EA) e un additivo riduttore del ritiro (SRA). Nelle reali condizioni d'utilizzo, il comportamento dimensionale di questo sistema può dipendere da vari fattori, quali: temperatura, umidità relativa, armature metalliche di rinforzo. In questo studio, l'effetto della temperatura e della percentuale di armatura è stato indagato attraverso la misura del ritiro contrastato in malte autolivellanti a ritiro compensato. I risultati ottenuti mostrano che la temperatura influenza in maniera significativa le variazioni dimensionali dei provini realizzati. Con l'intenzione di spiegare questo fenomeno, l'idratazione di campioni di pasta di cemento è stata monitorata attraverso un'analisi termogravimetrica.

## SUMMARY

Drying shrinkage is one of the main causes of failures formation in concrete structures. These failures consist in the formation of cracks in new construction or the detachment of concrete repair mortars from the substrate, during restoration works. The use of shrinkage compensating mortars is very effectiveness in the drying shrinkage reduction due to the expansion of cementitious matrix that produce an internal pre-stressed tension, restrained by metallic bars. Shrinkage compensation is possible for the synergic effect due to the interaction between calcium oxide as expanding agent (EA), and a shrinkage reducing admixture (SRA). In normal working condition the dimensional behaviour of this system can be influenced by: temperature, relative humidity, reinforced steel bars. In this paper, the effect of temperature and the percentage of reinforced bars was studied by measure of restrained shrinkage of shrinkage compensating self levelling mortars. The results show that temperature strongly influence the dimensional variation of specimens. To explain this phenomena, hydration of cement paste specimens were studied by TGA analysis.

## 1. INTRODUZIONE

La fluidità di calcestruzzi autocompattanti (SCC) ne permette l'utilizzo per la costruzione di nuovi edifici, per la realizzazione di manufatti prefabbricati [1-3] e per il ripristino di strutture esistenti. I vantaggi legati all'utilizzo di calcestruzzi autocompattanti possono essere schematizzati come segue: 1) assicurare una buona compattazione e riempimento dei casseri (specialmente nelle zone poco accessibili dove la vibrazione è difficile); 2) eliminare il rumore dovuto alle vibrazioni; 3) migliorare l'adesione tra il substrato esistente, costituito dal vecchio calcestruzzo, e il nuovo getto.

Ogni volta che è richiesto un sottile strato di materiale da ripristino, dovrebbero essere utilizzate le malte autocompattanti (SLM) [4-6]. In questo caso molte fessure potrebbero apparire sulla superficie, durante la fase di asciugatura superficiale. Questo fenomeno è causato dalle differenti variazioni dimensionali, che si verificano tra lo strato superficiale della SLM e il substrato di calcestruzzo, che danno origine a tensioni di sforzo [5-7]. Quando viene superata la resistenza a trazione della SLM, si verifica la formazione di fessure diffuse. Le fessure sono vie di accesso preferenziali per gli agenti aggressivi ambientali ( $SO_3$ ,  $CO_2$ ,  $NO_x$ ,  $Cl^-$ ) che possono ridurre in maniera significativa la durabilità della malta da ripristino [8]. L'utilizzo di malte autocompattanti a ritiro compensato (SCSLM) riduce lo

sforzo di taglio e previene la formazione di fessure. Queste sono malte speciali basate su una tecnologia di sviluppo recente che prevede la combinazione di un agente espansivo (EA) e di un agente antiritiro (SRA) [5, 9, 10]. Questi sistemi sono caratterizzati dall'elevata stabilità dimensionale, anche in presenza di bassa umidità ambientale. Solamente pochi studi sulle SCSLM si possono trovare in letteratura e nessuno di essi tiene in considerazione l'influenza delle variazioni dimensionali in funzione delle condizioni di lavoro. Nel presente lavoro è stato studiato l'effetto della temperatura (tra 5 e 35°C) e della percentuale di rinforzo (tra 0.28 e 8.04%) sulla stabilità dimensionale di SCSLM.

## 2. SPERIMENTAZIONE

### 2.1. Materiali

Per la preparazione di paste cementizie e malte sono stati usati un legante idraulico premiscelato, costituito principalmente da cemento Portland (nome commerciale Stalbecem SCC/RV prodotto da Mapei S.p.A), un etere polipropilene glicole come additivo riduttore del ritiro (SRA) e un agente espansivo a base di ossido di calcio (EA). Per la preparazione delle malte è stata anche usata una sabbia silicea di fiume (0 – 2.5 mm). Le proprietà chimico fisiche di EA e SRA sono mostrate nella Tabella 1.

Tabella 1 – Proprietà chimico-fisiche di EA e SRA

	EA	SRA
Stato fisico	Solido (polvere)	Liquido
CaO	93 [%]	//
CaCO <sub>3</sub>	7 [%]	//
Polipropilene glicol etere	//	100 [%]
Densità	2.65 [kg/l]	0.91 [kg/l]

## 2.2 Programma di prova

Il lavoro sperimentale è stato realizzato su malte e paste di cemento. Le proprietà fisiche (massa volumica e fluidità) e quelle meccaniche (resistenza meccanica a compressione e ritiro- espansione) sono state valutate sui provini di malta. Le variazioni dimensionali sono state monitorate su provini contrastati con barre di rinforzo in acciaio con tre differenti diametri (Ø 3, Ø 6 e Ø 16 mm). Le analisi chimiche (TG – termogravimetria) sono state invece eseguite su provini di pasta cementizia.

Le malte (M35-M20-M5) e le paste (P35-P20-P5) sono state condizionate a tre differenti temperature 35, 20 e 5°C con umidità relativa compresa tra 55 e 65%. Le materie prime

sono state miscelate usando un miscelatore automatico in accordo alla EN 191-1. La composizione degli impasti è riportata in Tabella 2.

Massa volumica (EN 1015-6) e fluidità (EN 13395-2) sono determinate sulle malte allo stato fresco M5, M20, M35 (Tabella 3). La resistenza a compressione è stata determinata (con una pressa automatica Advantest 9 – prodotta da Controls) in accordo alla EN 191-1 su provini 40x40x160 mm, sulle malte M5, M20 e M35 dopo 24-48 ore, 3, 7 e 28 giorni di stagionatura.

Le variazioni dimensionali sono state controllate immediatamente dopo il confezionamento su provini contrasti 50x50x250 mm di malta (M5, M20, M35) con barre di rinforzo in acciaio con tre differenti diametri (Ø 3, Ø 6 and Ø 16 mm).

I dati sono stati raccolti tramite un comparimetro digitale, inizialmente connesso ad un computer per l'acquisizione simultanea (per un massimo di 4 giorni). In particolare, i valori a 35°C, 20°C e 5°C sono stati continuamente registrati rispettivamente per 24 ore, 48 ore e 4 giorni, in modo tale da raggiungere la stessa resistenza meccanica a compressione. Successivamente i provini sono stati scasserati e sono state effettuate le seguenti misure usando lo stesso comparatore con una frequenza di una volta al giorno per i primi 7 giorni e una volta a settimana fino a tre mesi.

Il contenuto di idrossido di Calcio, tra 4 ore e 7 giorni di stagionatura, è stato determinato su paste di cemento (P35, P20, P5) attraverso un'analisi termogravimetrica (modello STA 409 Netzsch).

Tabella 2 - Composizione degli impasti e condizioni di stagionatura

	M35	M20	M5	P35	P20	P5
Temperature [°C]	35	20	5	35	20	5
Umidità relativa [%]	55-65	55-65	55-65	55-65	55-65	55-65
STABILCEM SCC RV [%]	42	42	42	94.5	94.5	94.5
EA [%]	2.3	2.3	2.3	5.5	5.5	5.5
Sabbia 0-2.5mm [%]	55.7	55.7	55.7	0	0	0
Dosaggio SRA sul peso delle polveri [%]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Rapporto Acqua/Legante	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34

Tabella 3 – Proprietà malte allo stato fresco

	Metodo	M 35	M 20	M 5
Temperatura [°C]	///	35	20	5
Massa volumica [kg/m <sup>3</sup> ]	EN 1015-6	2263	2266	2270
Fluidità [cm]	EN 13395-2	58	68	79

### 3. ANALISI DEI RISULTATI

#### 3.1. Proprietà meccaniche

I risultati in Tabella 4 mostrano come, a breve stagionatura, più alta è la temperatura di stagionatura, maggiore è lo sviluppo delle resistenze meccaniche [11]. Infatti, la malta M35 (condizionata a 35°C) dopo 24 ore è caratterizzata da una resistenza meccanica a compressione di 41 N/mm<sup>2</sup>, che è molto più alta del valore trovato sulla malta M5 (3.2 N/mm<sup>2</sup>).

#### 3.2. Effetto delle barre di acciaio di armature sulle variazioni dimensionali delle malte

I risultati dei ritiri contrastati, riportati in Figura 1, mostrano due principali variazioni dimensionali: una iniziale espansione delle malte (fino a 48 ore), dovuta all'immediata idratazione di EA [12], seguita da un progressivo ritiro

correlato all'evaporazione dell'acqua (fenomeno noto con il nome di ritiro igrometrico) [13]. A 20°C tutti i provini di malta iniziano (dopo 7-8 ore) e finiscono (circa a 48 ore) ad espandersi allo stesso tempo d'idratazione.

L'espansione iniziale è dovuta all'idratazione di EA che forma idrossido di calcio. La trasformazione dell'ossido di calcio in idrossido di calcio determina un aumento del volume molare di circa il 90% [12]. Dopo 2 giorni, l'effetto dell'agente espansivo (EA) finisce e il ritiro igrometrico diventa dominante. Comunque dopo tre mesi si osserva come il ritiro finale di tutte le malte è molto basso (< 300 µm/m) [14]. Un così basso ritiro si origina dall'effetto sinergico tra additivo riduttore del ritiro e agente espansivo [9-10]. La massima espansione è strettamente legata alla sezione delle barre di rinforzo: più larga è la sezione, più bassa è la massima espansione. Un comportamento del tutto simile è stato osservato anche a 5 e 35°C.

Tabella 4 – Sviluppo della resistenza a compressione

		Metodo	M 35	M 20	M 5
Temperatura	[°C]	///	35	20	5
Rapporto Acqua/Legante	///	///	0.34	0.34	0.34
Rm a compressione 24 ore			41.0	25.2	3.2
Rm a compressione 48 ore			46.0	41.8	17.1
Rm a compressione 3 gg	[MPa]	EN196-1	50.3	45.0	23.0
Rm a compressione 7 gg			61.0	51.1	43.0
Rm a compressione 28 gg			65.7	64.3	59.2

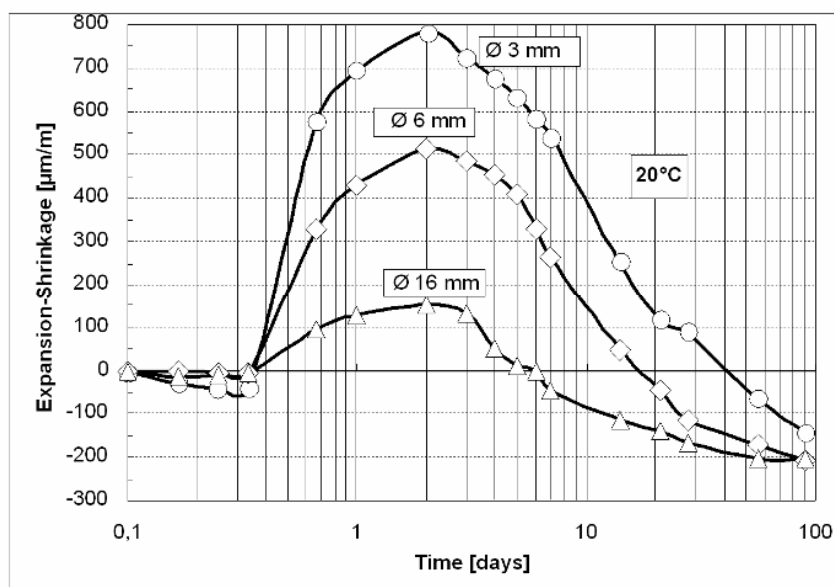


Figura 1 – Misura del ritiro contrastato a 20°C



A parità di temperatura (Figura 2), la massima espansione nelle malte è linearmente correlata al logaritmo della percentuale di rinforzo [15] e può essere calcolata in accordo alla formula (1):

$$Rf = \frac{As}{Am} \times 100 \quad (1)$$

Dove:

Rf: percentuale di armatura;

As: area delle barre di rinforzo;

Am: area del provino.

A 20°C. con Rf pari a 0,28 (Ø 3 mm) l'espansione massima è 856 µm/m; incrementando la percentuale di armatura (1,13% con Ø 6 mm), la massima espansione è ridotta a 506 µm/m e diventa 156 µm/m con barre di rinforzo da Ø 16 mm (8,04%).

I risultati in Figura 2 enfatizzano inoltre che all'aumentare della percentuale di armatura, la massima espansione (a differenti temperature) tende allo stesso valore minimo.

### 3.3. Effetto della temperature sulle variazioni dimensionali delle malte

Come precedentemente osservato [11] per lo sviluppo delle resistenze meccaniche, le variazioni dimensionali sono influenzate dalla temperatura di stagionatura. In particolare, maggiore è la temperatura, più veloce è l'espansione iniziale. La Figura 3 mostra che a 35, 20 e 5°C l'espansione in malta (contrastata con barra di armatura da Ø 3mm) inizia rispettivamente a 2, 8 e 36 ore. Nel campione stagionato a 35°C (M35) la massima espansione è stata osservata dopo 1 giorno. Al contrario, M20 e M5 raggiungono la loro massima espansione rispettivamente dopo 2 e 7 giorni. La temperatura influenza anche le variazioni dimensionali durante la fase di ritiro (Figura 3). Infatti, anche se M35 e M20 hanno un comportamento dimensionale simile, M5 ritira molto più lentamente, probabilmente a causa della più lenta evaporazione dell'acqua a bassa temperatura (più basso ritiro igrometrico).

Altri due prove simili sono state effettuate usando barre d'acciaio di rinforzo con Ø 6 and Ø 16 mm (Figure 4 and 5). I risultati ottenuti mostrano un analogo comportamento delle malte contrastate con barre di Ø 3 mm. Le differenze che si osservano sono relative alla massima espansione e ritiro finale raggiunto.

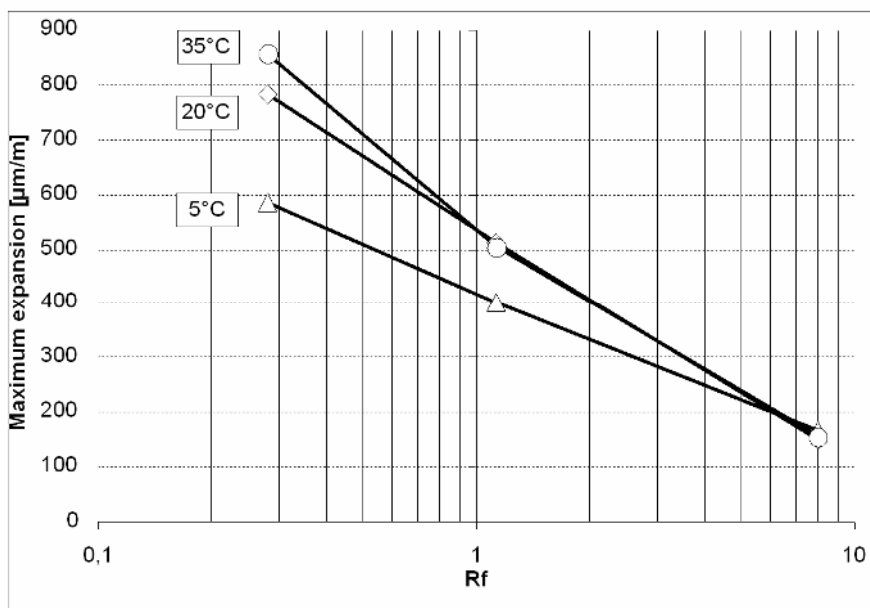


Figura 2 - Correlazione tra massima espansione in malta e percentuale di armatura

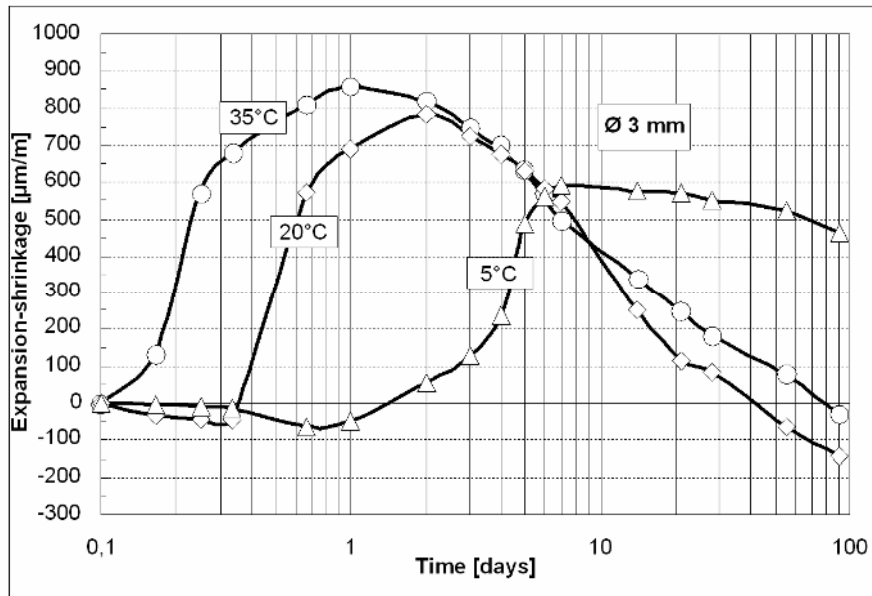


Figura 3 - Variazioni dimensionali delle malte contrastate con armature di Ø 3 mm, stagionate a diverse temperature

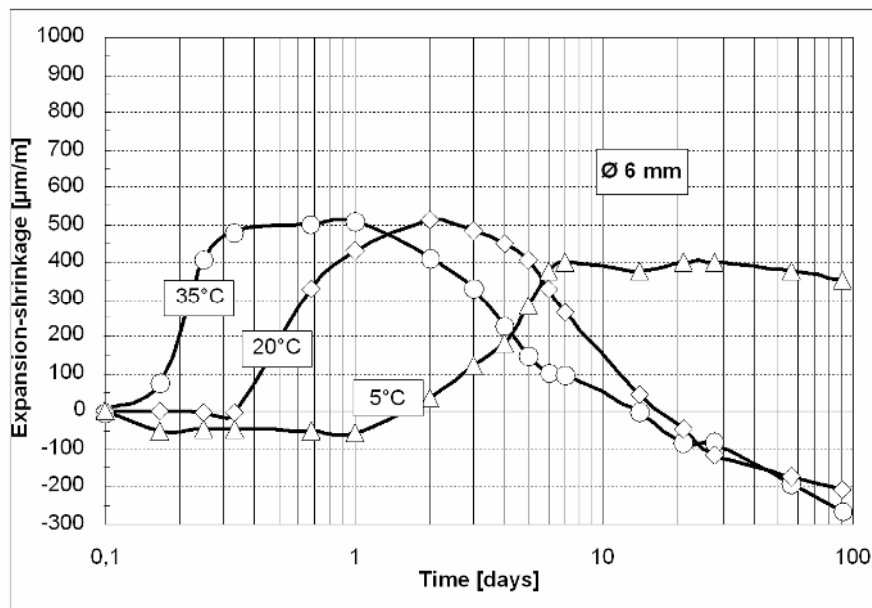


Figura 4 - Variazioni dimensionali delle malte contrastate con armature di Ø 6 mm, stagionate a diverse temperature

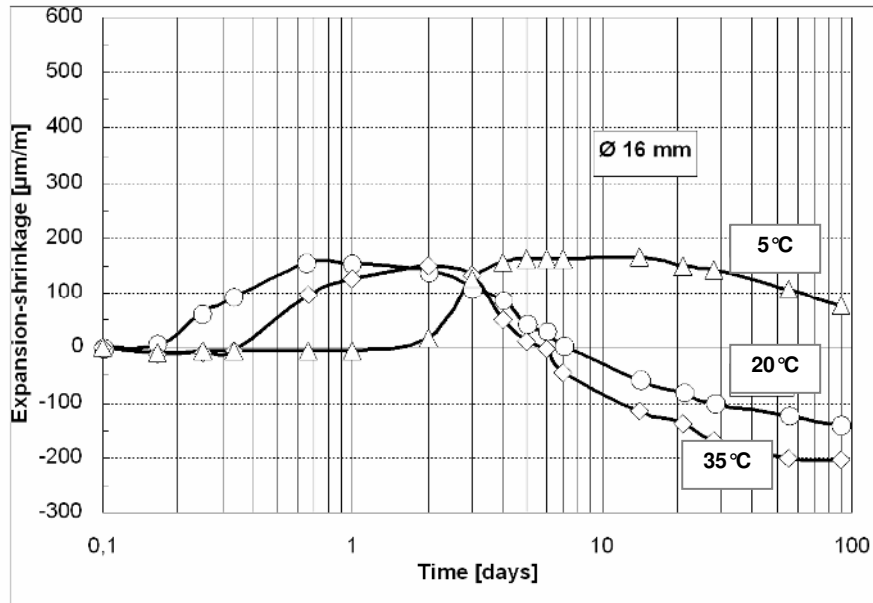


Figura 5 - Variazioni dimensionali delle malte contrastate con armature di Ø 16 mm, stagionate a diverse temperature

### 3.4. Analisi chimiche

Come precedentemente menzionato, l'idratazione dell'agente espansivo a base di ossido di calcio da origine a idrossido di calcio, che causa l'espansione iniziale della malta [12]. La Figura 6 mostra che l'incremento del contenuto di idrossido di calcio è influenzato dalla temperatura: maggiore è la temperatura, più rapida è la velocità di formazione dell'idrossido di calcio. Questo risultato suggerisce che l'aumento del grado di espansione all'aumentare della

temperatura potrebbe essere correlato al grado di formazione dell'idrossido di calcio.

La relazione tra quantità di idrossido di calcio e espansione in malta (Ø 3mm) è riportata in Figura 7. I risultati enfatizzano che, senza considerare la temperatura, l'espansione iniziale inizia quando la concentrazione dell'idrossido di calcio è circa del 5% sul peso del cemento. Questo risultato sperimentale è confermato dalle prove fatte con le malte contrastate con barre aventi Ø 6 and Ø 16 mm.

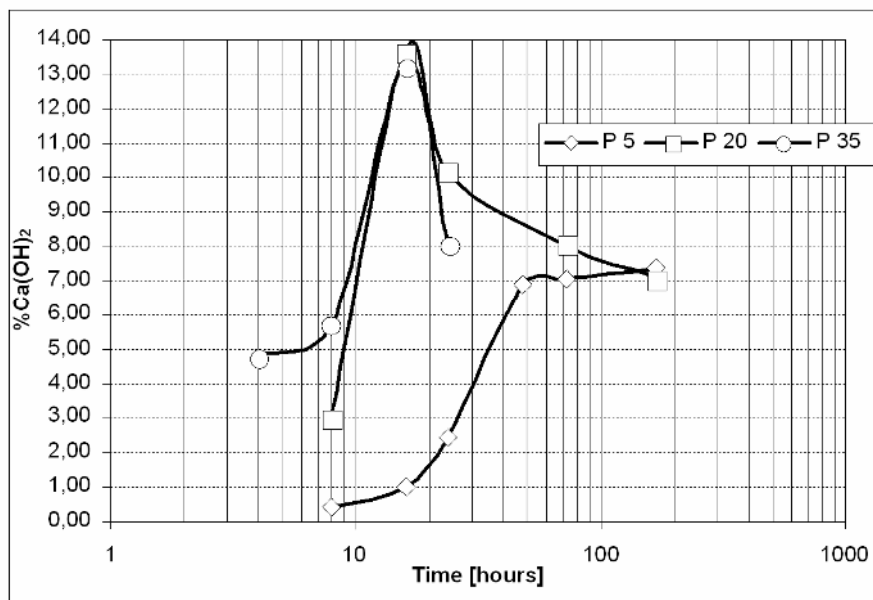


Figura 6 - Contenuto di idrossido di calcio in paste di cemento stagionate a differenti temperature

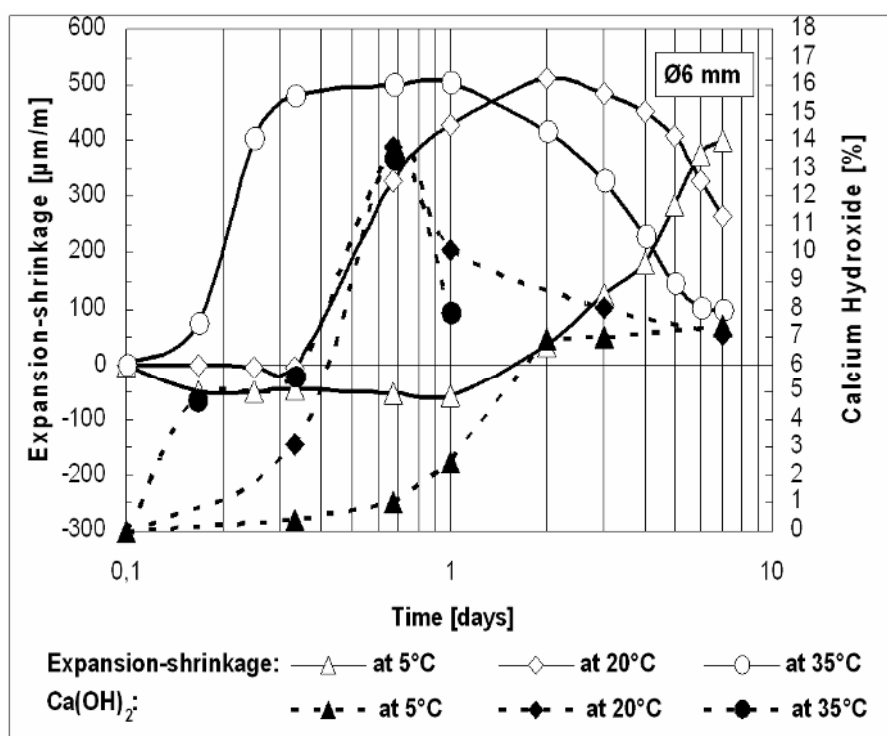


Figura 7 - Correlazione tra quantità di idrossido di calcio ed espansione in malta ( $\varnothing 3\text{mm}$ )

#### 4. CONCLUSIONI

Le malte cementizie sono caratterizzate da un'elevata resistenza a compressione e una bassa resistenza a trazione. Quando questi materiali sono contrastati (armati), il ritiro igrometrico causa uno sforzo di trazione che può dare origine ad una pericolosa fessurazione superficiale. Malte a ritiro compensato (additate con agenti espansivi) o a basso ritiro (additate con additivi riduttori del ritiro), possono ridurre lo sforzo di trazione e il collegato rischio di formazione delle fessure.

Il presente studio è stato realizzato su malte speciali (SCSLM) contenenti sia un agente espansivo sia un additivo riduttore del ritiro. Questi sistemi hanno una elevata stabilità dimensionale anche in presenza di bassa umidità (ritiro igrometrico molto basso). In particolare è stato valutato l'effetto che barre di contrasto-rinforzo, con varie sezioni, hanno sulla stabilità dimensionale, a differenti temperature di stagionatura.

E' stato osservato che la temperatura influenza in maniera significativa le variazioni dimensionali delle malte studiate: minore è la temperature meno pronunciato è il ritiro e minore è la velocità di espansione. Dopo tre mesi a 5°C, tutti i provini realizzati si trovano ancora in condizioni di espansione. Per questa ragione lo sforzo di trazione non risulta essere ancora operativo e il rischio di formazione di fessure è nullo.

Il rapporto tra la sezione delle barre di acciaio di rinforzo e la sezione del provino di malta determinano il livello di contrasto. E' stato osservato che maggiore è il contrasto minore è la massima espansione. Queste informazioni

possono essere utili per determinare lo sviluppo dello sforzo nella matrice cementizia nelle condizioni reali di lavoro.

Inoltre, all'aumentare della velocità di formazione dell'idrossido di calcio è stato osservato un aumento del grado di espansione. Per questo motivo, la temperatura potrebbe influenzare la cinetica della formazione dell'idrossido di calcio che controlla l'espansione iniziale dei provini. A tutte le temperature, l'espansione inizia quando la concentrazione dell'idrossido di calcio raggiunge il valore di circa 5% sul peso del cemento.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] OKAMURA H, OUCHI M. (2003) - Application of self-compacting concrete in Japan. *3<sup>rd</sup> International Symposium on Self-Compacting concrete*, Wallevik O, Nielsson Editor, 3-14.
- [2] WALRAVEN JC. (2001) - State of the Art on Self Compacting Concrete in The Netherlands. *Proc. Of the Second International Symposium on Self-Compact Concrete*, 13-24, Tokio.
- [3] OBLADEN B. (2002) - Experiences with Self-Compacting Concrete, *Cement*, Nr. 8, 70-75.
- [4] BERTOLINI L; CARSA M, GASTALDI M. (2003) - Lightweight Self-Compacting Mortar for the Repair of Reinforced Concrete Structures. *Proc. International Workshop on Management of Durability in the Building Process*, Politecnico di Milano.
- [5] PISTOLESI C, MALTESE C, LOLLI A, ZAFFARONI P. (2005) - High Dimensional Stability Self-Compacting

Concretes for the Repair of Deteriorated Concretes.  
*Proc. XV Int. Symposium SANACE*, Brno.

- [6] CHIKAMATSU R, SHINKAI C, KUSHIGEMACHI (1999) - Application of low shrinkage Type Self-Compacting Concrete to an Advanced Large Water Purification Plant. *Self-Compacting Concrete – Proc. of the First Int. RILEM Symposium*, Stockholm, 659-668.
- [7] ABBASIA R, GODOSSI P, AHMADI J. (2005) - Prediction of restrained shrinkage based on restraint factors in patching repair mortar. *Cem. Concr. Res.*, 35 (2005), 1909-1913.
- [8] FIDJESTØL P LEWIS R. - Durability of hardened Concrete. *Lea's Chemistry of Cement and Concrete Fourth Ed.*, 685-692.
- [9] MALTESE C, PISTOLESI C, LOLLI A, BRAVO A, CERULLI T, SALVIONI D. (2005) - Combined effect of expansive and shrinkage reducing admixtures to obtain stable and durable mortars. *to be published on Cem. Concr. Res.*.
- [10] MALTESE C, PISTOLESI C, CERULLI T, COPPOLA L. - Combined effect of Expansive and Shrinkage Reducing Admixtures in Stable and Durable Mortars and Concretes. *In Concreto*, 59, 101-111.
- [11] LOCHER F, RICHARTZ W. (1974) - Study of the Hydration Mechanism of Cement. *Principal Paper VI Congress on Cement Chemistry*, Moskow.
- [12] CHATTERJI CD. (1995) - Mechanism of Expansion of Concrete due to the Presence of Dead Burnt CaO and MgO. *Cem. Concr. Res.*, 25, (1995), 51-56.
- [13] NEUBAUER CM, JENNINGS HM, GARBOCZI EJ. (1997) - Mapping Drying Shrinkage Deformation in Cement Based Materials. *Cem. Concr. Res.* 27 (1997) 1603-1612.
- [14] NEVILLE AN. (1996) - *Properties of Concrete*. J. Wiley & Sons, 4<sup>th</sup> Edition, 429-442.
- [15] ACI (1986) - *Manual of Concrete Practice*. Vol. I.

# UN'APPLICAZIONE DI LOGICA FUZZY PER VALUTARE LA VULNERABILITÀ STATICA DI EDIFICI IN C.A.

**Maria Polese<sup>1</sup>, Gaetano Manfredi<sup>1</sup>, Gerardo Mario Verderame<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli "Federico II"

## SOMMARIO

Questo lavoro presenta una metodologia per un'individuazione rapida di edifici a rischio statico. Il metodo, messo a punto per edifici in C.A., si basa sulla valutazione delle condizioni degli edifici in funzione sia di fattori osservazionali (es. presenza di lesioni negli elementi o nei riempimenti, dissesti nei solai, evidenze di cedimenti differenziali) sia dei risultati dall'analisi statica sviluppata al livello degli elementi strutturali a rischio. Tali elementi di valutazione hanno sorgenti diverse (osservazione, valutazione di esperti, calcolo per modelli semplificati) e diverso grado di attendibilità, nonché diversa significatività ai fini del giudizio finale sull'edificio. Per combinarli tra loro, quindi, si adotta lo strumento di composizione del fuzzy integral, che consente di esprimere un indice numerico sintetico per edificio.

## SUMMARY

This paper presents a methodology for rapid individuation of R:C: buildings that are hazardous even for the sole static loads. The method evaluates building conditions based both on observational factors (cracks in the elements or in infills, diseases in the horizontal slabs, differential displacements) and on static analysis performed at the element level. These different evaluation factors have heterogeneous sources (observation, expert opinion, simple model analyses) as well as reliability level and significance for the final judgement. In order to combine these factors the fuzzy integral is adopted, that allows to evaluate a synthetic index for each building.

## 1. INTRODUZIONE

A seguito del collasso repentino di alcuni edifici in cemento armato in Italia [1,2], apparentemente attribuito ai soli carichi gravitazionali, si è manifestata l'urgenza di procedere ad una verifica delle condizioni statiche degli edifici esistenti. Nell'ambito degli edifici in C.A., costituisce una classe potenzialmente vulnerabile l'insieme degli edifici costruiti nel periodo che va dal 1950 al 1970, ventennio caratterizzato da una forte espansione urbana in molte zone d'Italia. All'epoca il sistema strutturale "innovativo" Cemento Armato, è stato prediletto per la sua relativa economicità e versatilità. Purtroppo, però, la conoscenza delle caratteristiche prestazionali di tale materiale non era ancora consolidata: non era evidente l'importanza dell'armatura trasversale e dei dettagli costruttivi né erano noti i problemi di carbonatazione del calcestruzzo e ossidazione delle armature, fenomeni che possono seriamente compromettere la durabilità della struttura. La tendenza al risparmio su materiali e mano d'opera, inoltre, portava sovente alla realizzazione di interi lotti di edifici costruiti contemporaneamente ed in tempi brevi senza badare alla qualità delle opere.

In un recente lavoro [3] è stato proposto un approccio metodologico per l'individuazione rapida di edifici a rischio statico. La metodologia di valutazione è tarata per

accertamenti su scala urbana, ed è basata su modelli strutturali molto semplici. In particolare, lo stato dell'edificio è valutato in relazione all'attingimento di 3 stati limite di elemento (di colonna, di trave e di solaio). Ognuno di tali stati può essere innescato a causa di diversi eventi negativi (es. cedimento differenziale, carbonatazione/corrosione, pilastri sottodimensionati ecc.) la cui probabilità di accadimento, tuttavia, è difficilmente valutabile. Essendo emersa solo di recente la necessità di indagare sulla vulnerabilità statica degli edifici, infatti, non esiste ancora un database di osservazioni relativo ai dissesti e carenze strutturali e non strutturali che possa costituire da riferimento per analisi probabilistiche. Per ovviare alla carenza di informazione in tal senso, in [3] è stato adottato un approccio deterministico, ed il giudizio finale sulla vulnerabilità statica dipende dal valore di un indice di danno globale da calcolarsi in funzione di caratteristiche strutturali di semplice individuazione.

In questo lavoro, utilizzando gli strumenti propri della logica fuzzy, si estende l'approccio presentato in [3] dandone una formalizzazione complessiva che consente di portare in conto sia l'incertezza sulle informazioni alla base della valutazione sia il diverso grado di importanza che le stesse rivestono. Partendo dal presupposto che la metodologia non consentirà di eseguire analisi di dettaglio sui singoli edifici,

ma dovrà fornire una valutazione in base alla semplice osservazione ed elaborazione di alcuni parametri, il criterio di giudizio per il raffronto delle condizioni statiche di diversi edifici tiene conto di elementi desunti tanto dal rilievo dello stato di fatto dei manufatti (eventuali lesioni presenti, sintomi di cedimenti differenziali, di degrado materiali ecc.) quanto da un calcolo speditivo basato su semplici modelli di elemento e su ipotesi inerenti carichi agenti e resistenze dei materiali.

In tal modo, eliminando l'arbitrarietà connessa ad un approccio deterministico, è possibile stilare una graduatoria completa di vulnerabilità statica fra edifici adottando una piattaforma valutativa di validità generale.

Nel seguito si illustrerà il metodo di valutazione, preceduto da una breve sintesi degli strumenti utilizzati (misure fuzzy, integrale fuzzy). Un'applicazione finale mostra le potenzialità del metodo.

## 2 MISURA FUZZY E INTEGRALE FUZZY

La logica fuzzy, introdotta da Zadeh [4], è uno strumento logico-matematico che permette di trattare in modo organico informazioni il cui stato è definibile solo approssimativamente. La *teoria degli insiemi fuzzy* consente di risolvere problemi espressi da nozioni linguistiche dai confini imprecisi sfruttando le nozioni di funzione di appartenenza e la definizione degli insiemi fuzzy. Un insieme fuzzy  $A$  nell'universo  $X$  è definito da una funzione di appartenenza  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ .  $\mu_A(x)$  è il grado di appartenenza di  $x \in X$  all'insieme  $A$ , ovvero il grado con cui  $x$  appartiene all'insieme  $A$ . L'incertezza, o fuzziness, in questa teoria è proprio costituita dalla mancanza di confini precisi, ma non dalla mancanza di informazioni.

Gli insiemi fuzzy definiti nell'insieme  $R$  dei numeri reali si chiamano *numeri fuzzy*; questi ultimi sono sempre *normali*, ovvero il valore massimo della loro funzione di appartenenza è uno. Le più comuni rappresentazioni delle funzioni di appartenenza di numeri fuzzy sono di tipo triangolare o trapezoidale. In figura 1 sono rappresentati, rispettivamente con una funzione triangolare e trapezoidale, i numeri fuzzy "circa 0.5" (a) e "intervallo fra 1.30 e 1.35" (b) (fuzzy interval).

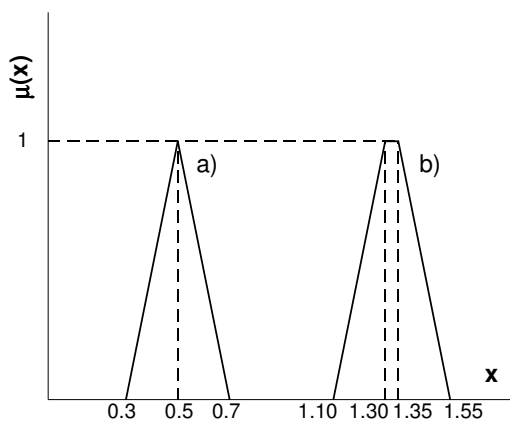


Figura 1 – Esempi di numeri fuzzy

La *teoria delle misure fuzzy* [5], invece, tratta problemi in cui l'incertezza deriva da mancanza di informazione, ed è quindi diversa dall'incertezza intesa come fuzziness.

In particolare, le misure fuzzy e gli integrali fuzzy sono stati introdotti da Sugeno [6].

### 2.1 Misura fuzzy

Formalmente, una misura fuzzy generalizza la comune definizione di una misura cumulativa attraverso la sostituzione del requisito di additività con la condizione di monotonicità. Sia  $X$  un insieme finito,  $P(X)$  il powerset di  $X$ , ovvero l'insieme di tutti i sottoinsiemi fuzzy definiti in  $X$ , e  $A, B$  sottoinsiemi di  $P(X)$ . Una misura fuzzy sull'insieme  $X$  è una funzione  $g: P(X) \rightarrow [0, 1]$  che ha le seguenti proprietà:

- Condizione al contorno:  $g(\emptyset) = 0$ ,  $g(X) = 1$ .
- Monotonicità: se  $A$  e  $B \in P(X)$  e  $A \subseteq B$  allora  $g(A) \leq g(B)$ .

Esistono due particolari misure fuzzy: la misura di *belief* (quanto si crede in una cosa) e la misura di *plausibility* (quanto una cosa è plausibile) che consentono di definire gli estremi inferiore e superiore di un intervallo di probabilità [7].

Tali misure possono essere ricavate a partire da una funzione  $m$  definita come *assegnazione basilare di probabilità*:  $m: P(X) \rightarrow [0,1]$  tale che  $m(\emptyset) = 0$  e

$$\sum_{A \in P(X)} m(A) = 1 \quad (1)$$

Per ogni insieme  $A \in P(X)$   $m(A)$  rappresenta la proporzione in cui l'evidenza disponibile e rilevante supporta l'affermazione che un dato elemento di  $X$ , la cui caratterizzazione in termini di attributi rilevanti è deficitaria, appartiene ad  $A$  [8]. Per la funzione  $m$  si osserva:

- Non è richiesto  $m(X) = 1$ ;
- Non è richiesto  $m(A) \leq m(B)$  per  $A \subseteq B$

e quindi la  $m$  non è una misura fuzzy. Tuttavia, a partire dalla  $m$  si determinano univocamente le misure fuzzy di *belief* e *plausibility*:

$$Bel(A) = \sum_{B|B \subseteq A} m(B) \quad (2)$$

$$Pl(A) = \sum_{B|A \cap B \neq \emptyset} m(B) \quad (3)$$

Il significato della (2) è il seguente: mentre  $m(A)$  caratterizza il grado di evidenza con cui l'elemento in questione appartiene ad  $A$  (ad  $A$  soltanto)  $Bel(A)$  rappresenta la totale evidenza disponibile che l'elemento appartiene ad  $A$  ed ai vari sottoinsiemi di  $A$ . Analogamente, la (3) sta a significare che la  $Pl(A)$  rappresenta non solo il grado di evidenza con cui l'elemento in questione appartiene ad  $A$  ed a tutti i suoi sottoinsiemi, ma anche l'evidenza aggiuntiva per gli insiemi che si sovrappongono ad  $A$ .

Da ciò consegue:

$Pl(A) \geq Bel(A)$  per tutti gli  $A \in P(X)$ , dunque  $Bel(A)$  è una misura fuzzy di tipo pessimistico mentre  $Pl(A)$  è una misura fuzzy ottimistica.

Un particolare tipo di misure fuzzy è costituito dalle Sugeno  $\lambda$ -fuzzy measures, che hanno la proprietà di consentire la valutazione della misura dell'unione di più attributi a partire dal valore dei singoli attributi:

$$g(A \cup B) = g(A) + g(B) + \lambda g(A) \cdot g(B) \quad (\lambda > -1)$$

$$\forall A, B \in P(X), A \cap B = \emptyset$$

Il parametro  $\lambda$  rappresenta l'interazione fra i criteri avendo il seguente significato:

- Se  $\lambda > 0$   $g(A \cup B) > g(A) + g(B)$

- Se  $\lambda=0$   $g(A \cup B) = g(A) + g(B)$
- Se  $\lambda < 0$   $g(A \cup B) < g(A) + g(B)$

Nel caso di  $\lambda > 0$  si ha la super-additività, proprietà delle misure di belief, che indica un effetto di sinergia, rafforzativo, fra i criteri considerati assieme rispetto ai singoli. Se  $\lambda < 0$ , invece, vale la sub-additività, proprietà delle misure di plausibility, per cui l'effetto combinato dei criteri è minore dei criteri presi singolarmente.

Le Sugeno  $\lambda$ -fuzzy measures possono essere generalizzate per  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  come:

$$g(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) = \frac{1}{\lambda} \left[ \prod_{i=1}^n (1 + \lambda g_i) - 1 \right], \quad \lambda \neq 0$$

in cui  $g_i = g(\{x_i\})$ . Il valore di  $\lambda$  si ottiene dalla condizione al contorno  $g(X) = 1$  che porta alla scrittura dell'equazione:

$$1 + \lambda = \prod_{i=1}^n (1 + \lambda g_i) \quad (4)$$

Un possibile significato di una misura fuzzy può esser definito come il livello d'importanza o grado di verità di un singolo test di verifica (criterio di valutazione) nella valutazione generale di un sistema. Quindi la misura  $g_i$  quantifica la risposta alla domanda: "quanto contribuisce il criterio  $x_i$ , preso singolarmente, alla valutazione dello stato del sistema?". D'altra parte, non avrebbe senso considerare i criteri autonomamente gli uni rispetto agli altri, e quindi va senz'altro valutata l'importanza relativa degli stessi. L'importanza relativa  $w_{ij}$  di un criterio  $x_i$  rispetto ad uno  $x_j$  può essere agevolmente calcolata costruendo una matrice di comparazione a coppie i cui termini  $a_{ij}$  sono le risposte alla domanda "quanto è importante il criterio  $x_i$  in confronto al criterio  $x_j$ ?" ed applicando la tecnica AHP (Analytical Hierarchy Process) [9].

## 2.2 Integrale fuzzy

L'integrale fuzzy si utilizza quale strumento di aggregazione fra informazioni fuzzy basandosi sulle proprietà delle misure fuzzy.

Data una funzione  $h: X \rightarrow [0,1]$ , supponendo che  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  sia un insieme finito ed ordinato in maniera tale che  $h(x_i) \leq h(x_{i+1})$ , il Choquet integral su  $K \subset X$  rispetto alla misura fuzzy  $g$  è definito come:

$$\int_K h(x) \circ g(x) = \sum_{i=1}^n [h(x_i) - h(x_{i-1})] g(K_i) \quad (5)$$

in cui  $K_i = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_n\}$ .

Esistono diverse interpretazioni dell'integrale fuzzy. In questo lavoro si utilizza il Choquet integral come interpolatore lineare [10] fra diversi criteri considerati al fine di valutare un indice di stato per edifici. I diversi criteri vengono pesati tramite l'importanza  $g$  espressa dalla Sugeno  $\lambda$ -fuzzy measure.

## 3 STRUTTURA GERARCHICA DEL SISTEMA DI VALUTAZIONE

Il metodo di valutazione si basa sul presupposto che ogni edificio può essere soggetto ad un rilievo visivo, sia pur speditivo e parziale. Dal rilievo è possibile dedurre una serie di informazioni che riguardano sia lo stato di fatto dell'edificio (eventuale degrado dei materiali, fenomeni fessurativi di elemento/i isolati o riconducibili a cinematismi globale ecc.)

sia caratteristiche geometriche e strutturali (dimensioni campate, dimensioni elementi strutturali, tipologia e spessore solai ecc.) utili per la formulazione del giudizio sintetico sulle condizioni del manufatto. Avendo generalmente a disposizione pochi dati rilevati, insufficienti per modellare adeguatamente il comportamento non-lineare dell'edificio nel suo complesso, il metodo è implementato in modo tale da consentire di effettuare una valutazione dello stato di un edificio senza ricorrere ad analisi strutturali di dettaglio. Piuttosto, mutuando i processi logici e decisionali alla base del giudizio di un esperto, si combinano opportunamente le informazioni sullo stato di fatto ed i risultati di analisi numeriche semplificate per esprimere un giudizio sintetico finale. Il metodo è formalizzato in un sistema di valutazione integrato in cui si conferisce una classificazione gerarchica ai diversi criteri che concorrono a stabilire lo stato finale dell'edificio. Un approccio simile è stato adottato in [11] con lo scopo di valutare lo stato di edifici a seguito di regolari ispezioni previste in un programma di manutenzione ordinaria degli stabili (adottando, quindi, solo dati rilevati e non elaborazioni numeriche). Seguendo la logica del giudizio esperto, la valutazione avviene considerando un criterio che porta a giudizi sulla capacità strutturale (sulla base di analisi strutturale o considerando fenomeni di danneggiamento, segnale di una carenza strutturale) ed uno che riguarda l'interazione fra struttura e terreno di fondazione, ovvero il cedimento differenziale. Entrambi i criteri di valutazione (cedimento differenziale e capacità strutturale) concorrono alla valutazione dello stato dell'edificio, seppure l'importanza (peso) di ciascuno di essi sul giudizio finale è diversa. Allo stesso modo ciascuno di questi criteri può essere riguardato come uno stato finale di valutazione in base a dei sottocriteri che ne determinano il valore. Così, l'eventualità che possa accedere o essere accaduto un cedimento differenziale viene valutata sulla base dell'osservazione dei quadri fessurativi compatibili con un movimento da cedimento (lesioni sui tompagni ad arco di parabola, lesioni sugli elementi strutturali adiacenti al pilastro che ha ceduto), ma anche considerando la ammissibilità del cedimento sulla base di informazioni inerenti il tipo di terreno di fondazione (eventuale eterogeneità in fondazione, maggiore o minore compressibilità ecc.), il tipo di fondazioni (plinti isolati, collegati, platee, pali...) ecc. In Figura 2 è riportata la struttura gerarchica dell'intero sistema di valutazione. L'importanza dei singoli criteri, come verrà descritto meglio nell'applicazione, è valutata in un intervallo che definisce l'importanza inferiore e superiore  $[w_{inf}, w_{sup}]$  determinato a partire dall'importanza relativa dei singoli criteri corretta in funzione delle misure di belief e plausibility di ciascun criterio.

Nel seguito si descrivono i due criteri principali *cedimento differenziale* e *capacità strutturale* ed i sottocriteri che concorrono alla loro determinazione.

### 3.1 Cedimento differenziale

Per valutare se sia possibile che avvenga o che sia avvenuto un cedimento differenziale si considerano criteri di tipo osservazionale (quadro fessurativo da cedimento) e deduzioni logiche sull'ammissibilità dello stesso in relazione alle informazioni disponibili. Un quadro fessurativo da cedimento è identificato, a sua volta, in base alle lesioni che si riscontrano sui tompagni e/o sugli elementi strutturali [12]. D'altra parte si può ipotizzare l'ammissibilità di un cedimento



differenziale se concorrono situazioni sfavorevoli riguardo la categoria del suolo in fondazione e la eventuale eterogeneità dello stesso (es. depositi di materiale sciolto poco addensato intervallati a roccia), se il tipo di fondazioni non è adeguato a contrastare il cedimento (es. fondazioni dirette isolate) e se, addirittura, sono presenti cavità al di sotto dell'edificio.

### 3.2 Capacità strutturale

La capacità strutturale è esaminata facendo riferimento agli elementi portanti dell'edificio, pilastri travi e solai. Va premesso che, trattando telai in C.A., quindi strutture iperstatiche, non è possibile individuare a priori gli elementi più sollecitati o che più probabilmente possano presentare un danneggiamento. Per tale motivo la valutazione, sia pur speditiva ed effettuata in via semplificata a livello del singolo elemento, va ripetuta, in linea di principio, per tutti gli elementi, pilastri travi e solai, presenti nell'edificio ed estraendo, ai fini della valutazione, i valori più gravosi del relativo indice di stato. Qualora per motivi di inaccessibilità o limitatezza temporale non fosse possibile esaminare tutti gli elementi si dovrebbe procedere esaminandone un certo numero a campione prediligendo quelli ai piani inferiori ed avendo cura, nel confrontare i risultati con quelli di altri edifici, di esaminare lo stesso numero di elementi in proporzione al totale per il singolo edificio.

In particolare, per ciascun elemento si considerano criteri di valutazione di tipo osservazionale (eventuali quadri fessurativi per pilastri e travi, tipologia ed eventuale stato di danno per i solai) nonché elementi di valutazione basati su calcoli speditivi (analisi allo stato limite).

Così, ad esempio, per lo *stato pilastri* si esaminano i *quadri fessurativi* (da ossidazione, da presso flessione, sintomi di schiacciamento), verificandone presenza ed entità (diffusione ed ampiezza delle lesioni); parallelamente, seguendo la procedura messa a punto in [3], se ne calcola il *tasso di lavoro* con la valutazione di un opportuno indice di danno  $d_i$ .

Seguendo un approccio agli stati limite [13], il calcolo dei  $d_i$  si esegue amplificando le sollecitazioni degli elementi e confrontandole con le capacità. La capacità della colonna può determinarsi mediante la definizione del dominio di interazione  $N_u$ - $M_u$  ( $u$ =ultimo) in funzione delle proprietà dei materiali (tensione e deformazione ultima del calcestruzzo; tensione di snervamento dell'acciaio) e dalla geometria dell'elemento (sezione trasversale e armatura presente). Per la determinazione, dello stato sollecitativo dell'elemento, è adottata una metodologia approssimata basata sulla sola conoscenza del numero di piani, dell'area media dell'impalcato, e del numero di pilastri. Per maggiori dettagli si rimanda a [3].

Un approccio analogo è seguito per il criterio *stato trave*.

Per lo *stato solai* da osservazione si considera, oltre al *danneggiamento*, anche la *tipologia*. Quest'ultima ha un ruolo importante nella valutazione in quanto alcune tipologie, quali ad esempio il tipo SAP [14], hanno manifestato serie deficienze, dal distacco della parte inferiore del laterizio fino, in alcuni casi, al collasso inaspettato dell'intero solaio. Le *condizioni di lavoro* si possono valutare dall'analisi agli stati limite di una campata di solaio.

## 4 LA FORMALIZZAZIONE DEI CRITERI DI VALUTAZIONE

La struttura gerarchica del sistema di valutazione consente di considerare dapprima i criteri elementari, per i quali è possibile effettuare un rilievo od un calcolo diretto, ed in base ad essi valutare lo "stato" dei criteri di livello superiore. La logica di passaggio dai criteri di livello inferiore a quelli superiori è quella dell'aggregazione multi-fase. È necessario, innanzitutto, omogeneizzare la rappresentazione formale dei criteri in una stessa scala. La formulazione quantitativa è stata effettuata facendo riferimento ad indicazioni normative, ricerche pregresse e giudizio esperto. Laddove risultasse complessa la rappresentazione quantitativa dei criteri, sono state introdotte delle variabili linguistiche secondo l'approccio fuzzy. Queste ultime sono state suddivise in 5 categorie: molto buono, buono, discreto, cattivo, molto cattivo, cui corrispondono, rispettivamente, i valori numerici 0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1. Nelle tabelle 1 e 2 sono riportate, a titolo di esempio, le formalizzazioni dei criteri *quadri fessurativi pilastro* e *tasso di lavoro pilastro da analisi*.

Tabella 1 – formalizzazione del criterio *Quadri fessurativi pilastro*

Variabile linguistica	Stato di "Quadri fessurativi pilastro"	Indice di valutazione
Molto buono	Nessun danno evidente	0.9
Buono	Lesioni di qualsiasi andamento $\leq 2$ mm	0.7
Discreto	Lesioni da ossidazione delle barre ( $\leq 3$ mm) e/o lesioni da presso flessione alle estremità pilastri $\leq 3$ mm	0.5
Cattivo	Lesioni da ossidazione delle barre ( $> 3$ mm) con scalzamento copriferro e/o sintomi di schiacciamento pilastri (lesioni presunte da schiacciamento $\leq 3$ mm)	0.3
Molto Cattivo	lesioni presunte da schiacciamento $> 3$ mm e/o espulsione del copriferro pilastri	0.1

Tabella 2 – formalizzazione del criterio *Tasso di lavoro pilastro*

Variabile linguistica	Stato di "Tasso di lavoro pilastro/i da analisi"	Indice di valutazione
Molto buono	Indice di danno* $\leq 0.2$	0.9
Buono	Indice di danno $> 0.2$ e $\leq 0.4$	0.7
Discreto	Indice di danno $> 0.4$ e $\leq 0.6$	0.5
Cattivo	Indice di danno $> 0.6$ e $\leq 0.8$	0.3
Molto Cattivo	Indice di danno $> 0.8$	0.1

\* L'indice di danno si calcola con procedura numerica che tiene conto degli altri fattori legati alle condizioni lavoro pilastro/i

Vale la pena osservare che, secondo la formalizzazione dei criteri implementata, i valori numerici che è possibile attribuire a ciascun criterio base nella gerarchia di valutazione appartengono ad intervalli dai confini netti, precisamente identificati.

Tabella 3 – formalizzazione di Stato edificio

Classe	Indice di stato	Giudizio sintetico su stato di edificio
A	$0.8 \leq I \leq 1$	Buono
B	$0.6 \leq I < 0.8$	Discreto
C	$0.4 \leq I < 0.6$	Medio
D	$0.2 \leq I < 0.4$	Cattivo
E	$0 \leq I < 0.2$	Pessimo

In realtà, però, i fenomeni fisici osservati nella fase di rilievo di un edificio spesso non sono codificabili in maniera così definita. Ad esempio, considerando il criterio Quadri fessurativi pilastri, in base all’osservazione dello stato di fatto del generico pilastro bisogna scegliere in quale dei cinque insiemi classificarlo. Orbene, è possibile che l’andamento e l’ampiezza delle lesioni non consenta di attribuire in maniera chiara il pilastro ad una delle 5 classi; tale problema si può superare trattando gli indici di valutazione come numeri fuzzy ed attribuendo al dato di rilievo l’opportuno valore della funzione di appartenenza per ciascuno di essi. Così facendo

l’integrale fuzzy stesso diviene un numero fuzzy di cui è possibile valutare il valore della funzione di appartenenza [15].

In questo lavoro si applica del Choquet integral nel senso classico, considerando gli indici di valutazione dei diversi criteri come numeri reali e non come numeri fuzzy.

Anche l’indice di stato dell’edificio derivante dall’aggregazione multifase di tutti i criteri va formalizzato; in Tabella 3 è riportata la formalizzazione di Stato edificio.

## 5 L’AGGREGAZIONE MULTIFASE

L’opportuna aggregazione dei criteri di ordine inferiore consente di passare a quelli di ordine immediatamente superiore, calcolandone l’indice di stato relativo. In sostanza, si effettua una sorta di somma pesata dei valori numerici attribuiti a ciascun criterio di livello inferiore (desunti, quindi, dal rilievo o dal calcolo) “pesati” in funzione della loro importanza nei confronti della determinazione del criterio di ordine superiore. L’importanza dei singoli criteri, in particolare, viene valutata tramite gli estremi di un intervallo  $[w_{inf}, w_{sup}]$  determinato a partire dall’importanza relativa dei singoli criteri corretta in funzione delle misure fuzzy di belief e plausibility di ciascun criterio (corrispondenti ad una valutazione pessimistica ed ottimistica dello stato delle cose). Lo strumento di aggregazione utilizzato è il Choquet fuzzy integral. In tal modo si ottengono 2 valori finali dell’indice di valutazione per lo stato dell’edificio: uno pessimistico derivante dall’importanza di ordine inferiore (calcolata grazie a  $w_{inf}$  dipendente dalla misura di belief) ed uno ottimistico derivante dall’importanza di ordine superiore (calcolata grazie a  $w_{sup}$  dipendente dalla misura di plausibility).

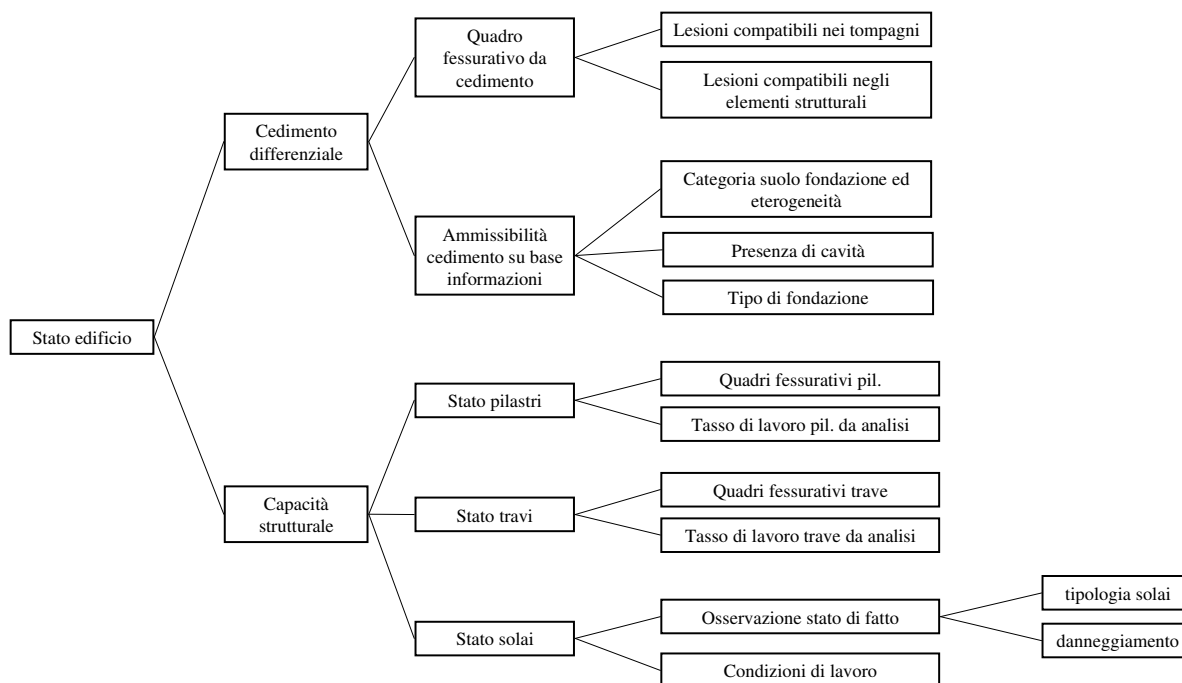


Figura 2 – Gerarchia dei criteri di valutazione

### 5.1 Esempio di calcolo del Choquet integral

Una volta stabilita la struttura gerarchica del sistema di valutazione (Fig. 2), seguendo l'approccio di aggregazione multifase il calcolo dello stato di un edificio viene effettuato seguendo i passi elencati di seguito:

- Valutazione dell'importanza relativa dei criteri allo stesso livello gerarchico (i criteri che concorrono alla valutazione di uno stesso indice di stato immediatamente superiore) tramite la tecnica AHP [9]
- assegnazione basilare di probabilità ( $m$ ) per tutti i criteri e calcolo delle corrispondenti misure di belief e plausibility nell'insieme  $P(X)$  corrispondente a ciascun livello della valutazione
- calcolo del  $\lambda_{bel}$  e  $\lambda_{pl}$  dall'applicazione della (4) per le misure di belief e plausibility viste come Sugeno  $\lambda$ -fuzzy measures
- correzione dell'importanza relativa imponendo il soddisfacimento delle condizioni al contorno sulla base di  $\lambda_{bel}$  e  $\lambda_{pl}$  e conseguente determinazione delle misure "corrette" dell'importanza di ordine inferiore e superiore
- calcolo del Choquet integral partendo dai livelli inferiori (primo livello) con l'input numerico  $h_i$  corrispondente al valore attribuito al generico criterio di valutazione ed aggregando i criteri in base all'importanza di ordine inferiore e superiore
- applicazione del Choquet integral ai livelli superiori fino alla determinazione dell'indice pessimistico e ottimistico al livello dello stato edificio. Gli input ai livelli diverso dal primo corrispondono a 2 valori di indice calcolato nello step precedente in base all'importanza di ordine inferiore e superiore attribuita ai criteri del primo livello.

A titolo di esempio si mostra il procedimento per i criteri  $x_1$  lesioni compatibili nei tompagni e  $x_2$  lesioni compatibili negli elementi strutturali quali primo livello del ramo competente al cedimento differenziale.  $P(X)$  contiene i 2<sup>o</sup> elementi riportati in Tabella 4. Nella medesima tabella sono riportati i valori del vettore  $w_{rel}=\{w_1, w_2\}$  delle importanze relative ottenuto con il metodo AHP, l'assegnazione basilare di probabilità  $m$  per gli insiemi di  $P(X)$ , le misure di belief e plausibility e l'importanza di ordine inferiore e superiore derivata dalla correzione di  $w_{rel}$ .

Tabella 4 – Importanze relative ed assolute per i criteri  $x_1$  ed  $x_2$

$P(X)$	$w_{rel}$	$m$	$Bel$	$Pl$	$w_{inf}$	$w_{sup}$
$\emptyset$	-	0	0	0	0	0
$x_1$	0.75	0.35	0.35	0.85	0.39	0.95
$x_2$	0.25	0.15	0.15	0.65	0.13	0.32
$x_1 x_2$	-	0.5	1	1	1	1

Le  $\lambda_{bel}$  e  $\lambda_{pl}$  corrispondenti alle rispettive misure valgono 9.6 e -0.9 rispettivamente. La  $w_{inf}$ , in particolare, è stata ottenuta moltiplicando la  $w_{rel}$  per una costante  $c_{inf}$  derivata imponendo che la condizione al contorno fosse soddisfatta per  $\lambda_{bel}$ :

$$(1 + 0.75 \cdot c_{inf} \cdot \lambda_{bel}) \cdot (1 + 0.25 \cdot c_{inf} \cdot \lambda_{bel}) = 1 + \lambda_{bel}$$

Ciò equivale a trasformare la  $w_{rel}$  in una misura di belief che abbia lo stesso grado di super-additività determinato per la  $Bel$  calcolata in base all'assegnazione basilare di probabilità.

Analogamente si ricava  $w_{sup}$  imponendo il soddisfacimento della condizione con  $\lambda_{pl}$

Ricavate le misure fuzzy rappresentative di importanza inferiore e superiore attribuite ai criteri, ed assegnati gli input numerici  $h_1$  ed  $h_2$  in base alla formalizzazione degli stessi criteri, è possibile procedere all'aggregazione. Nelle (6) e (7) è mostrato il processo di aggregazione che porta alla valutazione di *quadro fessurativo da cedimento* in base ai criteri  $x_1$  e  $x_2$  su menzionati, nell'ipotesi che i valori di input siano  $h_1= 0.3$  (sono presenti evidenti lesioni - > 2 mm e < 5 mm - compatibili con cedimento) e  $h_2= 0.9$  (non sono presenti lesioni negli elementi strutturali). Gli indici di stato ricavati divengono input per la valutazione, rispettivamente pessimistica ed ottimistica, al livello superiore. In particolare, applicando la (5) ed utilizzando quali misure fuzzy le  $w_{inf}$  e  $w_{sup}$  si ha:

$$I_{inf} = h(x_1) \cdot w_{inf}(x_1, x_2) + [h(x_2) - h(x_1)] \cdot w_{inf}(x_2) = 0.3 \cdot 1 + [0.9 - 0.3] \cdot 0.13 = 0.38 \quad (6)$$

$$I_{sup} = h(x_1) \cdot w_{sup}(x_1, x_2) + [h(x_2) - h(x_1)] \cdot w_{sup}(x_2) = 0.3 \cdot 1 + [0.9 - 0.3] \cdot 0.32 = 0.49 \quad (7)$$

### 6 APPLICAZIONE

L'applicazione presentata ha lo scopo di mostrare la sensibilità del sistema di valutazione nei confronti della diversa importanza attribuita ai vari criteri di valutazione. A tal fine si effettua il calcolo dello stato edificio per diversi casi "limite", ipotizzando, cioè, di avere edifici per i quali i criteri di base assumano tutti valore molto buono (indice di stato 0.9) tranne uno, che assume, invece, valore molto cattivo (0.1). In tabella 5 sono sintetizzati gli indici attribuiti ai criteri di base per tre casi posti a confronto.

Tabella 5 – Indici dei criteri base per i tre cas, A, B e C considerati

Categoria di valutazione	Criteri base	Indice di valutazione		
		A	B	C
Cedimento differenziale	Lesioni tompagni	<b>0,1</b>	0,9	0,9
	Lesioni elem.strutturali	0,9	0,9	0,9
	Categoria suolo fondazioni	0,9	0,9	0,9
	Presenza cavità	0,9	0,9	0,9
	Tipo fondazioni	0,9	0,9	0,9
Capacità strutturale	Quadro fessurativo pil.	0,9	<b>0,1</b>	0,9
	Tasso di lavoro pil.	0,9	0,9	0,9
	Quadro fessurativo trave	0,9	0,9	0,9
	Tasso di lavoro trave	0,9	0,9	0,9
	Tipologia solai	0,9	0,9	0,9
	Danneggiamento solai	0,9	0,9	<b>0,1</b>
	Condizioni di lavoro solai	0,9	0,9	0,9

In sintesi, si analizzano la situazione più sfavorevole per il criterio Cedimento in fondazione, rappresentata da uno stato fessurativo nei tompagni che si possa interpretare come sintomo di cedimento differenziale (caso A), la situazione più sfavorevole per il criterio Capacità strutturale, rappresentata

da un quadro fessurativo pilastro molto gravoso (caso B), ed infine una situazione di danno grave per i solai che rappresenta un fattore di importanza intermedia per il criterio Capacità strutturale (caso C).

Come anticipato nelle sezioni 2.1 e 3, i diversi criteri possono avere un diverso peso o "importanza" nel giudizio finale; tale importanza, che rientra nell'aggregazione con il fuzzy integral, viene espressa tramite le misure fuzzy pessimistiche ed ottimistiche  $w_{inf}$  e  $w_{sup}$  ottenute dalla opportuna correzione dell'importanza relativa  $w_{rel}$  di ciascun criterio. In tabella 6 sono sintetizzati i  $w_{rel}$ ,  $w_{inf}$  e  $w_{sup}$  per le principali categorie di valutazione, mentre nelle tabelle 7 e 8 si considerano i sottocriteri immediatamente inferiori per le stesse. Si sottolinea che le assegnazioni basilari di probabilità utilizzate per il calcolo delle misure di belief e plausibility che rientrano nella valutazione derivano dal giudizio espresso da un solo esperto ( $m_1$ ); tuttavia, è possibile diminuire l'arbitrarietà di tale giudizio interpellando altri esperti e considerando assegnazioni congiunte  $m_{1,2}$  tramite l'applicazione della regola di Dempster [8]

Tabella 6 – Importanza delle categorie di valutazione Cedimento differenziale e Capacità strutturale

Importanza	Cedimento differenziale	Capacità strutturale
$w_{rel}$	0.25	0.75
$w_{inf}$	0.14	0.41
$w_{sup}$	0.32	0.95

Tabella 7 – Importanza delle categorie di valutazione Quadro fessurativo da cedimento e Ammissibilità cedimento

Importanza	Quadro fessurativo da cedimento	Ammissibilità su base informazioni
$w_{rel}$	0.80	0.20
$w_{inf}$	0.44	0.11
$w_{sup}$	0.97	0.24

Tabella 8 – Importanza delle categorie di valutazione Stato pilastri, Stato travi e Stato solai

Importanza	Stato pilastri	Stato travi	Stato solai
$w_{rel}$	0.71	0.07	0.23
$w_{inf}$	0.23	0.02	0.07
$w_{sup}$	0.97	0.09	0.31

Come si vede si attribuisce maggiore importanza al criterio Capacità strutturale rispetto a Cedimento differenziale. Analizzando i sottocriteri, si vede come venga attribuito maggior peso all'evidenza osservazionale per quanto concerne il cedimento differenziale (quadro fessurativo da cedimento più importante rispetto all'ammissibilità dello stesso), mentre riguardo la capacità strutturale si attribuisce maggior peso ai pilastri.

Assegnati i valori di base ad i criteri di valutazione (Tabella 5) e le importanze  $w_{inf}$  e  $w_{sup}$  per tutti i criteri (tabelle 6, 7 e 8) si può procedere all'aggregazione multifase tramite il Choquet fuzzy integral. Si otterranno 2 indici di stato per ciascun caso, rappresentativi, rispettivamente, di una valutazione pessimistica ed una ottimistica della condizione dell'edificio. In tabella 9 sono riassunti i risultati per i 3 casi esaminati.

Tabella 9 – Valori stimati per ciascuna categoria di valutazione

Categoria di valutazione	CASO A		CASO B		CASO C	
	$I_{inf}$	$I_{sup}$	$I_{inf}$	$I_{sup}$	$I_{inf}$	$I_{sup}$
Cedimento differenziale	0,28	0,48	0,9	0,9	0,9	0,9
Capacità strutturale	0,9	0,9	0,25	0,48	0,44	0,89
Stato finale	0,53	0,88	0,33	0,61	0,5	0,89
Classe	C	A	D	B	C	A

La situazione in assoluto più gravosa corrisponde al caso B, ovvero uno stato fessurativo avanzato del pilastro; la condizione dell'edificio viene stimata come cattiva in senso pessimistico e discreta in senso ottimistico. Negli altri 2 casi (A e C) lo stato dell'edificio viene stimato come buono in senso ottimistico e discreto in senso pessimistico.

Va osservato che l'elevata discrepanza fra le valutazioni pessimistiche ed ottimistiche si può senz'altro ridurre ricorrendo all'opinione di più esperti per l'attribuzione delle importanze dei singoli criteri. Ancora, è possibile esprimere la valutazione in maniera più esaustiva se i singoli criteri di valutazione vengono formalizzati come numeri fuzzy anziché semplici numeri reali.

## 7 CONCLUSIONI

In questo lavoro è presentato un metodo semplificato per la valutazione delle condizioni statiche di edifici esistenti. Il metodo è strutturato in un sistema di tipo gerarchico in cui i criteri principali che vengono considerati per la valutazione sono decomposti in più sottocriteri elementari, di semplice identificazione. Basandosi sulla logica del giudizio esperto, il peso dei singoli criteri nella valutazione complessiva viene stimato attraverso l'importanza attribuita agli stessi, espressa come misura fuzzy di tipo pessimistico o ottimistico. L'aggregazione dei singoli criteri in un approccio modulare bottom-up è eseguita con il Choquet fuzzy integral. Le misure fuzzy hanno il vantaggio di poter rappresentare l'interazione presente fra alcuni criteri; ciò non è possibile, invece, quando si utilizza il classico metodo di aggregazione della somma pesata.

Il metodo messo a punto ha il vantaggio di consentire la valutazione dello stato di un edificio basandosi su criteri elementari, direttamente misurabili in una ispezione del fabbricato o determinabili con calcoli speditivi. Qualora non fosse possibile risalire alla valutazione elementare di qualcuno dei criteri di base, sarebbe comunque possibile concludere la

stima per l'edificio riformulando il sistema di valutazione senza i criteri mancanti [11].

Esiste, evidentemente, un certo grado di soggettività nel giudizio finale per l'edificio, dipendente dall'importanza attribuita dall'esperto ad ogni singolo criterio. Tuttavia, interpellando più esperti è possibile ridurre tale fattore di soggettività. Va sottolineato, peraltro, che l'applicazione ideale di tale metodologia è per stime preliminari sulle priorità di manutenzione in ambiti urbani; il giudizio finale sullo stato di un edificio, quindi, viene considerato comparativamente per più casi, consentendo di stilare una graduatoria in una popolazione di edifici esistenti.

#### RINGRAZIAMENTI

Questo studio è stato svolto grazie ad un contributo di ricerca del Comune di Napoli finalizzato alla valutazione delle condizioni statiche di edifici in C.A. costruiti nel ventennio 1950-1970. Si ringrazia, in particolare, il dirigente del Servizio Sicurezza Abitativa, l'ing. Salvatore Capuozzo, che ha messo a disposizione la sua specifica esperienza per indirizzare opportunamente lo studio.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Augenti N., (2003) Il crollo dell'edificio in Napoli al rione Arenella. *Convegno internazionale Crolli e Affidabilità delle Strutture*, Maggio 2003, Napoli.
- [2] Palmisano F., Vitone A., Vitone C., Vitone V., (2001) Il caso del crollo dell'edificio di Viale Giotto, Foggia. *Convegno Nazionale "Crolli e affidabilità delle strutture civili"*, Dicembre 2001 Venezia.
- [3] Cosenza C., Manfredi G., Capuozzo S., Fisciano R., Polese M., Verderame G.M., (2006) Una metodologia semplificata per la valutazione della vulnerabilità statica di edifici in c.a. esistenti, *Convegno Nazionale "Crolli e affidabilità delle strutture civili"*, Aprile 2006 Messina
- [4] Zadeh L.A. Fuzzy Sets. *Information and Control* 1965; 8:338–53.
- [5] Wang Z., Klir G.T.J., 1992, *Fuzzy measure theory*, Plenum Press, New York
- [6] Sugeno M. 1974 *Theory of fuzzy integrals and its applications*. Ph.D. dissertation. Tokyo Institute of Technology
- [7] Campos F., Cavalcante S., 2003, An extended approach for Dempster-Shafer theory, *IEEE International Conference on Information Reuse and Integration*, IRI 2003.
- [8] Klir G. J., Yuan B., 1995, *Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and applications*, Prentice-Hall PTR
- [9] Triantaphyllou E., *Multi-criteria decision making methods: a comparative study*, 2000, Kluwer Academic Publishers
- [10] M. Grabisch, The Choquet integral as a linear interpolator. *10th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU 2004)*, Perugia, Italy, July 2004, 373-378
- [11] Kim Y.M., Kim C.K., Hong S.G., , (2006) Fuzzy based state assessment for reinforced concrete building structures, *Engineering Structures* 28 (2006) 1286–1297
- [12] Mastrodicasa S., *Dissesti statici delle strutture edilizie*, Hoepli 1993
- [13] Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, EN 1992-1-1: 2004
- [14] Verderame G., Polese M., Fisciano R., Manfredi G., Cosenza E., 2007, Tipologie e metodologie di progettazione dei solai misti in C.A. e laterizio, 24° *Convegno Nazionale AICAP*, Salerno
- [15] Yang R., Wang Z., Heng P.A., Leung K.S., 2005, Fuzzy numbers and fuzzification of the Choquet integral, *Fuzzy Sets and Systems* 153 (2005) 95–113

# AUMENTO DELL’AFFIDABILITÀ STRUTTURALE DOVUTO ALLA MAGGIORE OMOGENEITÀ DEL CONGLOMERATO IN OPERA, OTTENUTA MEDIANTE L’IMPIEGO DI COMPONENTI POZZOLANICI FILLERIZZANTI, QUALI LE CENERI VOLANTI (MICRO POZZ PFA), NELLE MISCELE IN CALCESTRUZZO

**Michele Valente<sup>1</sup>, Felice Liberatore<sup>2</sup>, Marco Bressan<sup>2</sup>, Giuseppe Sforza<sup>2</sup>, Angelo Sechi<sup>3</sup>,  
Alessandro Allasia<sup>4</sup>**

1 G.A. *General Admixtures S.p.A.*

2 Divisione Ingegneria G.A. *General Admixtures S.p.A.*

3 Responsabile del Servizio Tecnologico *Monfardini S.p.A. (MN)*

4 Responsabile del Servizio Tecnologico *Beton S.p.A. (CN)*

## SOMMARIO

Mentre cresce la domanda di affidabilità e durabilità delle strutture, aumenta la difficoltà di ottenere in opera calcestruzzi con caratteristiche costanti a causa di una maggior variabilità dei suoi componenti. Si rilevano così, in cantiere, inattese variazioni di comportamento delle miscele con conseguenti “aggiustamenti” improvvisati quali aggiunte di acqua, di additivi o degli altri componenti. Lo scopo del presente lavoro è quello di verificare come la “Robustezza” della miscela, ossia la sua capacità di assorbire tali variazioni conservando le iniziali prestazioni sia allo stato fresco che indurito, possa essere notevolmente aumentata, e con essa l’affidabilità globale della struttura, mediante l’utilizzo di componenti fillerizzanti pozzolanici quali le ceneri volanti.

## SUMMARY

While questions regarding construction reliability and durability are rising, due the large variability of the materials used, more complex is to make concrete with continuous characteristics. For this reason is found on construction sites unexpected concrete behaviour, with consequently “mix adjustments” needed, such as water and chemical admixtures addition. The aim of this work is to evaluate how the “robustness” of the mixtures, which means the concrete capacity absorbing the materials variability that leads in the preservation of the stability of the initial performance on the fresh and hard concrete, can be improved through the use of pozzolanic materials such fly ash.

## 1. INTRODUZIONE

All’aumento della domanda di affidabilità e durabilità delle strutture, in particolare ad opera della recente normativa italiana [1], non corrisponde una riduzione delle difficoltà di ottenere in cantiere gli standard di qualità e costanza delle caratteristiche del materiale, richiesti dalla normativa stessa.

Negli ultimi tempi, infatti, a causa di comportamenti imprevedibili delle miscele di conglomerato cementizio, si sono riscontrati numerosi problemi sia nella fase di produzione che durante la messa in opera dei conglomerati stessi.

Tali imprevedibilità sono imputabili, nella maggior parte dei casi, alla variabilità dei loro componenti (cemento, aggregati, additivi) o delle condizioni di confezionamento, trasporto e messa in opera.

In particolare, ragioni ambientali o relative alla salute degli operatori, hanno imposto modifiche continue nella composizione dei cementi e nelle fonti di approvvigionamento degli aggregati.

Per quanto riguarda questi ultimi, si riscontrano spesso notevoli variazioni nei contenuti di parti fini all’interno delle sabbie, con conseguenti difficoltà operative nella produzione e gestione delle miscele.

Fissate, infatti, le proporzioni dei singoli ingredienti da utilizzare per una determinata miscela, a causa della variabilità di cui sopra, si potranno ottenere, in diversi periodi, calcestruzzi con grandi quantità di parti fini e, di conseguenza, più coesivi (fluidità più *lenta*) o calcestruzzi con pochi elementi fini e, quindi, più scabri.

La variabilità nella composizione chimica dei cementi ha assunto importanza fondamentale dopo l’avvento dei recenti superfluidificanti acrilici.

Dotati di maggiore complessità chimica rispetto ai vecchi additivi naftalinici, questi innovativi prodotti in alcuni casi possono risultare incompatibili con la tipologia di cemento utilizzata.

Tali incompatibilità si manifestano o con scarsa deflocculazione dei granuli di cemento (fase fluidificante o di riduzione di acqua) o con difficoltà della miscela di conservare

la lavorabilità iniziale, in particolare in climi caldi, durante il periodo necessario al trasporto e messa in opera del conglomerato cementizio.

Se le variabilità sono tante, la conseguenza è spesso una sola: le inattese variazioni di comportamento delle miscele vengono *gestite* in cantiere con *aggiustamenti improvvisati*, ed in particolar modo, con ripetute aggiunte di acqua per far fronte, ad esempio, alla perdita di lavorabilità registrata durante il trasporto o alla eccessiva viscosità dell'impasto che ne rende difficoltosa la messa in opera.

Al fine di comprendere meglio l'influenza delle variabilità delle singole materie prime costituenti il conglomerato cementizio, appare utile soffermarsi brevemente sulle modalità delle reciproche interazioni che tali componenti hanno nelle miscele.

### 1.1 Compatibilità additivi acrilici – cementi - aggregati

Questo tipo di fenomeno è diventato rilevante a partire dai primi anni '90, a seguito dell'avvento degli innovativi additivi acrilici.

A differenza dei vecchi additivi basati su poli-naftalen-solfonati (PNS), prestazionalmente più limitati e caratterizzati da una maggiore semplicità chimica, i recenti additivi acrilici consentono una maggiore possibilità di intervento sulla loro struttura fisico-chimica (tipo e dimensioni delle catene polimeriche principali, lunghezza e numero delle catene laterali, quantità e disposizione delle cariche elettriche, struttura e collocazione dei diversi gruppi funzionali) al fine di migliorarne prestazioni nelle varie condizioni di utilizzo.

Questa potenzialità se da un lato rende gli additivi acrilici tecnologicamente più avanzati rispetto ai precedenti PNS, dall'altro determina una loro maggiore sensibilità nei confronti dei componenti del conglomerato, quali il cemento e gli aggregati.

Per quanto riguarda il *cemento*, piccole variazioni nella composizione chimica del clinker (costituente essenziale di qualsiasi tipo di cemento) o nelle combinazioni delle aggiunte utilizzate per loro produzione, possono portare a variazioni assolutamente imprevedibili del comportamento dell'intera miscela: l'azione deflocculante dell'additivo e il mantenimento di lavorabilità nel tempo possono essere compromesse.

Ad oggi non è ancora disponibile un additivo a base acrilica che riesca ad adattarsi, di volta in volta, alle diverse condizioni di utilizzo (tipo di materie prime e modalità operative) e, di conseguenza, inaspettati comportamenti anomali possono verificarsi a seguito di piccole variazioni nei componenti del calcestruzzo o nelle modalità operative.

Non meno importante è l'influenza degli *aggregati*.

Alcune tipologie di aggregati possono addirittura inibire anche il migliore additivo superfluidificante; questo può avvenire, ad esempio, a causa di una loro eccessiva porosità che determina, nel caso di un utilizzo improprio dell'additivo (introdotto in autobetoniera all'inizio del ciclo di carico, assieme alla prima acqua di impasto, e messo direttamente in contatto con l'inerte asciutto), un suo parziale assorbimento da parte dell'inerte stesso.

Spesso poi, per motivi economico-gestionali, nella ordinaria produzione si utilizzano aggregati provenienti da più fonti di approvvigionamento e questo comporta inevitabili variazioni delle loro caratteristiche (principalmente fisiche).

Anche aggregati provenienti da una stessa fonte possono comunque presentare caratteristiche di volta in volta diverse, con particolare riguardo al contenuto di parti fini.

Questo può succedere quando, ad esempio, varia il fronte di scavo nella cava di approvvigionamento.

### 1.2 Effetti indesiderati

Anche piccole variabilità nei componenti del conglomerato, quasi sempre inevitabili, possono comportare differenze di comportamento delle miscele.

Ne risultano evidenti difficoltà nell'ottenimento, in opera, di strutture che rispondano ai più recenti requisiti di affidabilità e di durabilità nel tempo richiesti dalle norme [1].

Tra i problemi che possono derivare da queste variabilità o incompatibilità nelle materie prime, il principale è sicuramente il mantenimento della *lavorabilità nel tempo*.

Grazie alla accennata possibilità di intervenire direttamente sulla chimica dell'additivo acrilico, è possibile oggi adattare l'additivo stesso alla singola situazione (es. un particolare cemento) ma questo non risolve il problema in quanto rimane la possibilità delle suddette variazioni ed incostanze nel cemento stesso e negli aggregati.

Il problema della perdita di lavorabilità nel tempo viene *gestito* quasi sempre in cantiere, da parte di personale non qualificato, attraverso improvvisati *aggiustamenti* della miscela, in particolare con dannose riaggiunte di acqua.

Tale provvedimento comporta essenzialmente due conseguenze negative: aumento del rapporto acqua/cemento e il possibile ottenimento, in opera, di un materiale disomogeneo.

Per quanto riguarda il primo aspetto, è noto che all'aumentare del rapporto acqua/cemento, diminuiscono le prestazioni meccaniche e di durabilità del conglomerato.

Oltre a questo, si ottiene, in opera, un calcestruzzo caratterizzato da un maggior ritiro igrometrico con conseguenti maggiori fessurazioni da ritiro impedito e da maggiori deformazioni viscosse [2].

Relativamente all'ottenimento di un materiale in opera disomogeneo, succede spesso che, grazie alle eccezionali prestazioni degli attuali additivi acrilici, anche piccole aggiunte di acqua in cantiere possono portare ad una parziale/totale segregazione della miscela.

Tale situazione, non sempre visibile sul calcestruzzo fresco, può comportare importanti conseguenze negative sulla generale affidabilità statico-funzionale dell'opera.

Una miscela anche solo parzialmente segregata, se messa in opera, può determinare l'ottenimento di getti disomogenei, caratterizzati da notevoli variazioni, al suo interno, delle prestazioni.

Analoghi risultati si possono ottenere quando, in presenza di eccessiva viscosità dell'impasto (data da un dosaggio elevato di additivo e contemporanea eccessiva riduzione di acqua), si vuole ottenere una lavorabilità più "fluida" attraverso aggiunte di acqua.

In generale, quindi, gli effetti della variabilità delle materie prime, incidendo sul comportamento *reologico* dell'impasto, determinano effetti negativi sul calcestruzzo indurito.

I maggiori problemi che si osservano sulle strutture finite dipendono nella quasi totalità dei casi dalla notevole sensibilità nei confronti dell'acqua dovuta alla scarsa robustezza degli impasti.

Le accennate aggiunte di acqua per far fronte a perdite di lavorabilità o viscosità eccessive determinano, oltre alla discussa disuniformità interna del materiale, difetti legati al fatto che l'acqua, migrando all'interno del calcestruzzo (soprattutto quando sottoposto ad intensa vibrazione), porta a difetti ben visibili quali macchie di colore, nidi di ghiaia o dilavamenti superficiali (Fig. 1).



Figura 1 – Effetto dovuto ad aggiunte di acqua in miscele poco robuste, a sinistra, e molto robuste grazie all'utilizzo di cenere volante Micro Pozz PFA, a destra

Questo, da un punto di vista strutturale è certamente un risultato molto negativo.

Anche gli eventuali controlli a campione eseguiti sulla struttura, fatti per valutare le caratteristiche del calcestruzzo in opera, divengono inutili vista l'impossibilità, a causa della disuniformità prestazionale di cui sopra, di estenderne i risultati ("puntuali") a tutta la struttura.

## 2. ROBUSTEZZA DI UNA MISCELA

Da quanto riportato si evince come sia importante tenere in considerazione, nella fase del progetto e del confezionamento delle miscele, le inevitabili variabilità che possono subire le singole componenti del calcestruzzo e, di conseguenza, il conglomerato stesso in fase di getto ed in opera.

Risulta fondamentale quindi considerare la robustezza delle miscele come un parametro essenziale.

Volendone dare una definizione, si può semplicemente affermare che la robustezza rappresenta la capacità di una miscela di assorbire eventuali modifiche composizionali successive al suo confezionamento (in particolare aggiunte successive di acqua) mantenendo prestazioni costanti, sia allo stato fresco che allo stato indurito.

Da un punto di vista reologico si richiede essenzialmente che una miscela di calcestruzzo, a seguito di eventuali aggiunte di acqua, riesca a conservare una uniformità interna in modo da garantire, in opera, una uniformità delle prestazioni meccaniche in tutte le parti della struttura.

Per quanto riguarda invece lo stato indurito, la robustezza di una miscela si traduce nella sua capacità di pervenire alle previste prestazioni meccaniche nonostante il maggior quantitativo di acqua introdotto.

Relativamente al primo aspetto, è chiaro che la soluzione è quella di incrementare il contenuto di parti fini attraverso l'utilizzo di un materiale fillerizzante che riesca, con le sue

particelle di ridotte dimensioni, a mantenere la miscela più coesa, evitando segregazioni interne.

Per quanto attiene al secondo aspetto, la questione è più complessa in quanto ogni aggiunta di acqua al calcestruzzo determina inevitabilmente una penalizzazione delle prestazioni meccaniche e di durabilità [2].

L'immediata soluzione sarebbe quella di considerare nella miscela leggeri aumenti nei dosaggi di cemento in modo da avere maggiori prestazioni iniziali.

Questo rappresenterebbe una garanzia in quanto tali prestazioni maggiorate terrebbero conto dei decrementi causati da potenziali aggiunte e consentirebbero di pervenire comunque alle prestazioni richieste.

Risulta evidente però che una soluzione di questo tipo oltre ad essere economicamente non percorribile, risulta tecnicamente scorretta.

Prima di tutto perché il cemento rappresenta uno dei componenti potenzialmente suscettibili delle variazioni prima discusse e quindi un suo incremento potrebbe portare ad un peggioramento dei fenomeni inattesi.

In secondo luogo, maggiori contenuti di cemento determinano, a parità delle altre condizioni, un maggiore ritiro ed un maggiore sviluppo di calore, responsabili entrambi di fessurazioni nel calcestruzzo, nonché maggiori deformazioni viscosi (deformazioni causate dall'applicazione protratta nel tempo di un carico) [2].

I due aspetti della robustezza, sopra introdotti, possono essere contemporaneamente affrontati e risolti facendo uso, nella miscela, di un componente fillerizzante dal comportamento *pozzolanico* (cenere volante Micro Pozz PFA) piuttosto che di semplice filler di natura calcarea.

La dimensione ridotta delle particelle di cenere volante consente loro di potersi allocare tra i granuli di cemento portando ad una struttura più compatta e di poter evitare, nel calcestruzzo, segregazione e bleeding potenzialmente ottenibili con aggiunte di acqua.

Grazie poi al suo comportamento pozzolanico, la cenere volante Micro Pozz PFA, reagendo con il  $\text{Ca(OH)}_2$  prodotto nella reazione di idratazione del cemento, contribuisce ad incrementare le prestazioni del conglomerato, analogamente a quanto farebbe un quantitativo leggermente maggiore di cemento, ma senza le controindicazioni sopra descritte, legate appunto, ad un aumento del contenuto di clinker nella miscela.

Inoltre, come si vedrà meglio più avanti, la presenza di cenere volante nel conglomerato garantisce, in generale, un maggiore mantenimento della lavorabilità nel tempo grazie all'azione mitigatrice delle eventuali incompatibilità tra additivo superfluidificante, cemento ed aggregati.

Questo significa che viene già in partenza ridotta/eliminata la necessità di operare ulteriori aggiunte di acqua in cantiere.

## 3. PROVE SU MISCELE DI CALCESTRUZZO

### 3.1 Descrizione delle prove

Volendo verificare come l'utilizzo di un materiale fillerizzante dal comportamento pozzolanico, quale la cenere volante Micro Pozz PFA, possa aiutare ad incrementare la robustezza della miscela, così come è stata definita al punto 2, sono stati realizzati in laboratorio ed in cantiere una serie di impasti, modificando, di volta in volta, i parametri che influenzano la variabilità delle miscele.



In particolare, sono stati utilizzati: due distinte sabbie, caratterizzate da differenti valori dei moduli di finezza, due cementi, diversi per composizione chimica e finezza di macinazione e due diversi tipi di additivo superfluidificante, uno a base naftalinica ed uno a base acrilica (*Primum RM30* di G.A.).

I due additivi sono stati utilizzati ciascuno con due dosaggi diversi al fine di valutare l'influenza del loro dosaggio sulla robustezza della miscela.

Per ogni impasto sono state valutate le caratteristiche reologiche quali la lavorabilità iniziale ed il suo mantenimento nel tempo, la presenza di bleeding/segregazione e l'aria inglobata.

Di ogni miscela è stato poi esaminato il comportamento, sia allo stato fresco che indurito, in risposta ad aggiunte di acqua.

In particolare, sono state eseguite successive riaggiunte, con incrementi di  $10 \text{ kg/m}^3$  per volta, fino a portare ciascun impasto di riferimento (confezionato senza aggiunta pozzolanica) al limite di segregazione (Fig. 2).



Figura 2 – Limite di segregazione raggiunto da una miscela poco robusta (senza cenere volante) a seguito di una riaggiunta di acqua

Lo stesso quantitativo di acqua è stato aggiunto poi ai corrispondenti impasti (Fig. 3) contenenti, appunto, cenere volante Micro Pozz PFA, al fine di comparare i loro comportamenti nei riguardi dei fenomeni di segregazione/bleeding con quelli registrati sugli impasti di riferimento.



Figura 3 – Stessa miscela di figura 2 con l'aggiunta di  $80 \text{ kg/m}^3$  di cenere volante Micro Pozz PFA. Con la stessa riaggiunta di acqua l'impasto rimane omogeneo.

Sui calcestruzzi induriti, oltre al rilevamento delle resistenze meccaniche di compressione è stata valutata l'eventuale segregazione di ogni miscela all'interno di provini

cilindrici realizzati, per ciascun impasto, successivamente alla riaggiunta di acqua.

Tali carote (Fig. 4), dal diametro di 90 mm ed altezza di 500 mm, sono state confezionate con procedura standardizzata e, in particolare, ad ognuna di esse è stata applicata una vibrazione della durata di 5 secondi al fine di accentuare l'eventuale segregazione interna al getto e, comunque, simulare la vibrazione del calcestruzzo in opera.

La valutazione della segregazione è stata fatta ricavando da ciascuna carota quattro provini con rapporto  $h/d \approx 1$  (Fig. 4).

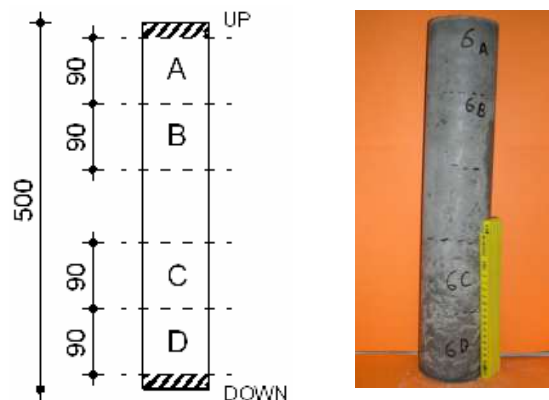


Figura 4 – A sinistra, schema delle carote usate per la valutazione della segregazione sul calcestruzzo indurito; a destra l'immagine di una delle carote

Tali provini, essendo estratti in posizione diverse, hanno fornito una indicazione sul grado di segregazione subito dal singolo getto.

In particolare, su ciascuno di questi provini, sono state fatte letture ultrasoniche, valutazione della massa volumica e della resistenza a compressione.

La variazione di queste grandezze lungo l'altezza della carota originaria ha fornito una indicazione sul grado di segregazione del singolo calcestruzzo testato.

### 3.2 Risultati ottenuti

Per valutare l'influenza della finezza di macinazione del cemento sulla robustezza della miscela, sono stati utilizzati un cemento di classe 32.5R ed uno 42.5R.

In generale si è verificato che la presenza di un cemento di più fine macinazione (42.5R) ha conferito alle miscele una leggera migliore coesività.

Per quanto riguarda le sabbie, si è visto come l'utilizzo di una sabbia caratterizzata da un modulo di finezza ridotto contribuisca notevolmente ad accrescere la robustezza di una miscela.

In particolare, con l'utilizzo della sabbia a maggiore modulo di finezza si sono ottenuti da subito impasti scabri e poco robusti (Fig. 5).

Relativamente all'additivo, si è verificato che i più alti dosaggi di additivo, sia acrilico che naftalinico, hanno determinato una riduzione della robustezza della miscela con conseguente maggiore sensibilità alle variazioni finora discusse.

A causa dell'impossibilità di riportare i risultati numerici relativi a tutte le varie combinazioni dei singoli componenti



Figura 5 – Aspetto visivo di un impasto poco robusto (a sinistra) e dello stesso impasto con 80 kg/m<sup>3</sup> di cenere volante Micro Pozz PFA

utilizzati, verranno riportati qui di seguito solo i risultati delle prove realizzate nelle condizioni più sfavorevoli: cemento 32.5R, sabbia con maggiore modulo di finezza e dosaggio maggiore di additivo, sia acrilico che naftalinico.

Sono stati realizzati quattro gruppi di impasti con contenuti diversi di cemento.

Ciascun gruppo è costituito da un impasto di riferimento, cioè senza cenere volante Micro Pozz PFA e da due impasti ottenuti aggiungendo al cemento utilizzato nel riferimento, due diversi quantitativi di cenere volante.

Il dosaggio di additivo (1% di acrilico e 1.5% di naftalinico) è stato calcolato sul legante e, cioè, sulla somma dei quantitativi di cemento e cenere volante.

In Tabella 1 si riportano i principali dati relativi alla composizione delle diverse miscele.

Tabella 1 – Mix design realizzati

Mix	Cemento [kg/m <sup>3</sup> ]	Cenere [kg/m <sup>3</sup> ]	Acqua [kg/m <sup>3</sup> ]	Additivo Tipo	Additivo [kg/m <sup>3</sup> ]
1	218	0	150	A	2.31
2	219	80	147	A	3.17
3	219	119	145	A	3.58
4	248	0	152	A	2.63
5	250	81	146	A	3.51
6	250	120	142	A	3.92
7	282	0	153	A	3.00
8	285	81	154	A	3.88
9	286	122	140	A	4.32
10	283	0	150	N	3.25
11	284	81	156	N	4.20
12	285	119	143	N	4.65
13	316	0	154	A	3.35
14	314	80	152	A	4.18
15	315	120	149	A	4.61

In Tabella 2 vengono riportati, per ogni miscela, i risultati relativi alla percentuale di aria sviluppata, alla lavorabilità iniziale ed al suo mantenimento nel tempo (temperatura ambiente di 30°C).

Seguono poi i dati relativi alle riaggiunte di acqua effettuate e, conseguentemente, il risultato visivo ottenuto in termini di segregazione dell'impasto.

Come accennato al punto 3.1, tale quantitativo di acqua è stato determinato valutando, con successive aggiunte da 10 kg/m<sup>3</sup> ciascuna, la quantità di acqua necessaria per portare il singolo impasto di riferimento ad un principio di segregazione.

Tale valore è stato sempre pari a 30 kg/m<sup>3</sup> nel caso di additivo acrilico e di 50 kg/m<sup>3</sup> nel caso di additivo naftalinico.

Tabella 2 – Reologia degli impasti testati

Mix	Aria [%]	Slump (0') [mm]	Slump (30') [mm]	Slump (60') [mm]	Acqua riaggiunta [kg/m <sup>3</sup> ]	Segreg. [SI/NO]
1	1.8	210	180	170	30	SI
2	1.4	210	190	180	30	NO
3	1.1	210	190	180	30	NO
4	1.7	210	190	170	30	SI
5	1.5	210	190	180	30	NO
6	1.2	210	200	180	30	NO
7	1.2	210	190	170	30	SI
8	0.9	210	200	180	30	NO
9	0.8	210	200	190	30	NO
10	2.1	210	180	120	50	SI
11	1.8	210	180	140	50	NO
12	1.6	210	190	150	50	NO
13	1.2	210	200	180	30	SI
14	0.9	210	200	190	30	NO
15	0.9	210	200	190	30	NO

Per ciascuno degli impasti realizzati, sono state fatte determinazioni relative alle resistenze meccaniche di compressione valutate in corrispondenza di diversi giorni di stagionatura.

Tali prestazioni meccaniche sono state valutate sia prima che dopo le aggiunte di acqua, al fine di determinare la riduzione di resistenza registrata e il valore della prestazione finale (28 giorni di maturazione) ottenuta, per ogni impasto, dopo l'aggiunta di acqua.

Nelle Tabelle 3-4 sono riportate le prestazioni meccaniche prima e dopo le aggiunte di acqua.

Tabella 3 – Resistenze meccaniche prima delle riaggiunte d'acqua

Mix	Resistenze meccaniche di Compressione				
	3 giorni [MPa]	7 giorni [MPa]	14 giorni [MPa]	21 giorni [MPa]	28 giorni [MPa]
1	12.41	18.90	20.52	22.58	23.70
2	21.84	24.63	30.44	30.36	29.59
3	24.33	29.87	29.56	36.51	33.27
4	15.72	21.88	24.29	26.39	27.75
5	21.92	28.24	34.56	35.60	36.32
6	26.75	38.08	37.80	40.64	42.13
7	18.27	27.38	30.19	30.28	32.55
8	25.35	35.90	39.36	40.15	41.52
9	31.16	43.71	46.13	45.20	47.92
10	20.65	28.53	31.55	32.79	34.46
11	25.35	34.16	37.31	39.12	40.29
12	29.27	37.31	42.78	43.57	44.72
13	21.65	30.46	30.78	33.73	35.33
14	31.29	35.19	38.05	41.23	42.72
15	35.06	44.21	42.83	47.46	48.53

Al fine di evitare confusione, nella Tabella 4, relativa agli impasti dopo le aggiunte di acqua, la nomenclatura dei mix è stata modificata aggiungendo al numero dell'impasto la lettera "a".

Dopo le aggiunte di acqua sono state confezionate, per ogni impasto, le carote di cui al punto 3.1 e, da tali carote, sono stati ricavati quattro provini secondo le modalità già descritte al punto 3.1 (Fig. 1).

Dall'analisi visiva di tali provini si è potuta osservare la maggiore o minore omogeneità del conglomerato lungo l'altezza della carota.

In Figura 6 si riporta tale analisi relativa agli impasti 7 (riferimento con solo cemento) e 8 (con aggiunta di cenere volante Micro Pozz PFA). Su ciascuno dei 4 provini relativi a ciascuna carota sono state eseguite, previa valutazione della

Tabella 4 – Resistenze meccaniche dopo le riaggiunte d'acqua

Mix	Resistenze meccaniche di Compressione				
	3 giorni [MPa]	7 giorni [MPa]	14 giorni [MPa]	21 giorni [MPa]	28 giorni [MPa]
1a	11.85	13.85	16.91	19.30	20.22
2a	12.69	17.02	22.89	25.96	26.99
3a	17.04	22.22	28.46	26.44	27.55
4a	9.73	14.04	17.33	17.67	19.75
5a	16.50	21.60	26.73	27.98	28.90
6a	20.24	26.10	30.97	30.85	31.97
7a	12.06	19.34	22.36	24.45	25.00
8a	18.68	27.09	31.81	30.86	33.08
9a	21.28	32.71	37.88	40.40	39.36
10a	12.94	16.88	19.70	23.13	23.36
11a	16.46	24.70	28.69	25.83	29.53
12a	17.99	23.95	27.64	29.58	30.79
13a	15.76	20.50	23.30	24.54	26.73
14a	20.92	29.07	29.80	31.74	33.89
15a	25.27	33.61	35.94	39.35	39.61

massa volumica e velocità degli ultrasuoni, prove di rottura a compressione.



Figura 6 – Provini ricavati dalle carote relative agli impasti 7 (solo cemento) e 8 (cemento più cenere volante Micro Pozz PFA).

Attraverso il valore della velocità degli ultrasuoni e della massa volumica del singolo provino è stato possibile ricavare in maniera indiretta il valore del modulo elastico dinamico attraverso l'equazione (1).

$$E_d = \frac{m_v \cdot v^2 \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}{1 - \nu} \quad (1)$$

dove  $E_d$  = modulo elastico dinamico;  $v$  = velocità degli ultrasuoni;  $\nu$  = coefficiente di Poisson, assunto nei calcoli pari a 0.24.

Nelle Tabelle 5-6 sono appunto riportati, per ciascun impasto oggetto di riaggiunta di acqua i valori delle resistenze meccaniche di compressione e dei moduli elastici dinamici dei quattro provini costituenti le singole carote ed i loro valori medi.

Tabella 5 – Resistenze meccaniche dei provini estratti dalle carote di cui al punto 3.1

Mix	Resistenze a Compressione (28 giorni)					s.q.m.
	A [MPa]	B [MPa]	C [MPa]	D [MPa]	$R_{cm}$ [MPa]	
1a	13.74	20.40	21.24	18.89	18.57	3.36
2a	27.92	26.32	22.47	26.62	25.83	2.35
3a	28.32	24.72	26.27	27.47	26.70	1.56
4a	19.09	17.29	13.39	14.49	16.07	2.60
5a	29.59	27.09	30.69	32.09	29.87	2.11
6a	28.51	30.61	32.28	31.01	30.60	1.57
7a	26.53	20.63	22.33	-	23.16	3.03
8a	35.09	35.09	32.69	33.59	34.12	1.18
9a	38.03	38.43	37.93	36.03	37.61	1.07
10a	22.55	20.85	20.35	23.35	21.78	1.41
11a	27.79	26.99	29.89	29.29	28.49	1.33
12a	29.80	28.40	30.70	30.40	29.83	1.02
13a	24.66	20.76	24.16	29.96	24.89	3.80
14a	31.72	33.82	31.27	33.22	32.51	1.21
15a	37.85	36.95	38.65	39.15	38.15	0.96

Tabella 6 – Modulo elastico dinamico dei provini estratti dalle carote di cui al punto 3.1

Mix	Modulo elastico dinamico (28 giorni)					s.q.m.
	A [MPa]	B [MPa]	C [MPa]	D [MPa]	$E_{dm}$ [MPa]	
1a	27565	35402	35352	35323	33411	3897
2a	32086	34116	35634	37320	34789	2227
3a	33086	33369	35421	37399	34819	2010
4a	24989	32568	34257	30296	30528	4033
5a	31957	33497	32834	39943	34558	3646
6a	37521	38897	43123	44019	40890	3167
7a	26477	38457	43959	-	36298	8939
8a	41712	37280	38713	37659	38841	2008
9a	39081	43891	40617	41227	41204	2006
10a	29932	35449	36225	41868	35868	4883
11a	37743	41811	37076	38155	38696	2123
12a	38124	42356	37789	39939	39552	2094
13a	31230	32584	37749	35269	34208	2897
14a	35570	38459	37998	38308	37584	1356
15a	38727	40335	41633	40455	40287	1194

Per valutare la uniformità di tali valori all'interno della stessa carota, sono stati riportati i valori dello scarto quadratico medio delle grandezze di cui sopra.

### 3.3 Discussione dei risultati

La discussione dei risultati inizia dall'analisi dell'influenza della presenza di cenere volante sulla *robustezza reologica* degli impasti studiati, cioè sulla loro capacità di assorbire le riaggiunte di acqua senza manifestare segregazione e/o bleeding.

Dai dati riportati in Tabella 2 si può osservare che aggiungendo agli impasti contenenti cenere volante Micro Pozz PFA la stessa quantità di acqua utilizzata per portare in principio di segregazione i corrispondenti calcestruzzi di riferimento (senza cenere volante), non si sono manifestati effetti di segregazione e, cioè, di separazione dei singoli componenti della miscela (Figg. 2-3).

È importante sottolineare che effetti di segregazione non si sono manifestati nonostante che negli impasti contenenti cenere volante si sia fatto uso di un maggiore quantitativo di additivo rispetto ai corrispondenti impasti senza cenere, perché, come prassi, in generale il dosaggio di additivo

superfluidificante viene calcolato, come già detto, in percentuale sul peso di legante.

Questo risultato, evidente da un punto di vista visivo sul calcestruzzo fresco, è stato confermato dai risultati registrati dall'analisi delle carote di cui al punto 3.1

In Figura 6 si può vedere come la carota relativa all'impasto 7 presenti una grande variazione nella composizione del calcestruzzo lungo l'altezza della carota stessa.

In particolare, man mano che ci si sposta verso la parte bassa della carota aumenta la frazione di parte grossa mentre nella parte superiore è presente molta pasta di cemento e solo alcune frazioni di aggregato.

La carota relativa all'impasto 8 presenta invece una maggiore omogeneità che si ripercuote in una più uniforme distribuzione delle caratteristiche prestazionali in tutto l'elemento (Tabb. 5-6).

Si può ancora osservare come il problema del rischio di segregazione in miscele poco robuste sia maggiore quando si faccia uso di additivo acrilico piuttosto che naftalinico.

Tale fenomeno è in parte da attribuire al maggior quantitativo di aria sviluppato da questi ultimi.

La maggiore robustezza reologica registrata con l'aggiunta di cenere volante Micro Pozz PFA è assolutamente da imputare al notevole effetto fillerizzante esercitato, e ben evidente in impasti, come quelli realizzati, utilizzando sabbie grossolane.

Da un punto di vista reologico appare importante sottolineare come l'aggiunta di cenere volante agli impasti abbia determinato sempre una diminuzione del contenuto percentuale di aria inglobata rispetto all'impasto di riferimento.

Questo risultato è positivo non solo in termini di migliore finitura del facciavista ma soprattutto in termini di migliori prestazioni meccaniche.

Da un punto di vista meccanico, la presenza della cenere volante, utilizzata in aggiunta al cemento, costituisce una buona garanzia nei confronti di eventuali riaggiunte di acqua in cantiere.

Come si può osservare in Figura 7, la presenza della cenere volante consente di aumentare, grazie al suo comportamento pozzolanico, le prestazioni del conglomerato a parità di rapporto acqua/cemento.

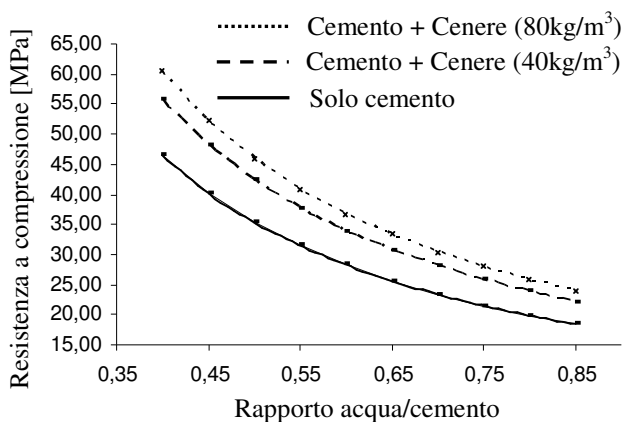


Figura 7 – Curve Resistenza – Rapporto acqua/cemento con e senza cenere volante Micro Pozz PFA

Si vedano in proposito i risultati riportati nelle Tabelle 3-4.

In Tabella 3 vengono riportate le prestazioni meccaniche degli impasti prima delle riaggiunte di acqua mentre in Tabella 4 quelle relative agli stessi impasti ma con le riaggiunte di cui alla Tabella 2.

La chiave di lettura del notevole risultato è il seguente. Considerando l'impasto 1 (Tabella 3), si nota che a 28 giorni di maturazione esso dovrebbe garantire, senza riaggiunte di acqua, una resistenza media di 23.70 MPa e, quindi, un valore di  $R_{CK}$  pari a 20 (applicando un controllo di tipo A).

A seguito della riaggiunta di acqua, il valore medio ottenuto a 28 giorni risulta essere di 20.22 MPa ed il corrispondente valore caratteristico assume valore di circa 16 (Tabella 4).

Aggiungendo 80 kg/m<sup>3</sup> di cenere volante all'impasto 1, si ottiene l'impasto 2 che, per quanto visto prima, con la stessa riaggiunta di acqua non segrega (Tabella 2) e, a 28 giorni, garantisce comunque una resistenza media di 26.99 MPa e, quindi, un valore di  $R_{CK}$  di circa 23 MPa (addirittura superiore, in questo caso, ai 20 MPa che si volevano raggiungere).

L'impasto 4 simula un  $R_{CK}$  di circa 25 MPa.

La riaggiunta di acqua comporta una riduzione della sua resistenza media a circa 19.75 MPa ( $R_{CK} \approx 16$  MPa).

Aggiungendo a tale impasto 80 kg/m<sup>3</sup> di cenere (impasto 5) si ottiene a 28 giorni, nonostante la stessa riaggiunta di acqua, una resistenza media di compressione di 28.90 MPa e, quindi, un  $R_{CK} \approx 25$  MPa.

L'impasto 7 (Tabella 3) simula un  $R_{CK}$  di circa 30 MPa.

La riaggiunta di acqua determina, a 28 giorni una resistenza media di 25 MPa (Tabella 4, impasto 7a) e, quindi, un  $R_{CK}$  di circa 21 MPa.

Aggiungendo, anche in questo caso, 80 kg/m<sup>3</sup> di cenere volante, si ottiene a 28 giorni, nonostante la stessa riaggiunta di acqua, una resistenza media di compressione di 33.08 MPa e, quindi, un  $R_{CK} \approx 30$  MPa.

Discorso del tutto analogo vale per l'impasto 13.

L'utilizzo della cenere volante come aggiunta fillerizzante pozzolanica non ha determinato solo il raggiungimento delle prestazioni previste nonostante le riaggiunte di acqua, ma, ha consentito di ottenere, all'interno delle carote di cui al punto 3.1, una uniformità di tali prestazioni, a differenza di quanto è avvenuto negli impasti privi di cenere volante.

Si osservino, in proposito, i risultati riportati nelle Tabelle 5-6.

I dati contenuti nella Tabella 5 danno un'idea di come variano le prestazioni meccaniche (resistenza a compressione e modulo elastico dinamico) all'interno delle carote di cui sopra.

La variazione di tali grandezze è riassunta dal valore del loro scarto quadratico medio, che rappresenta appunto la dispersione dei dati.

Si può osservare che per ogni gruppo di impasti, caratterizzati dallo stesso contenuto di cemento, il valore dello scarto quadratico medio è più elevato nel caso dell'impasto con solo cemento mentre diminuisce all'aumentare del contenuto di cenere volante Micro Pozz PFA.

Questo risultato conferma quanto osservato sui calcestruzzi freschi e cioè che l'uso della cenere volante come agente fillerizzante garantisce minore segregazione all'interno dei getti ed una maggiore uniformità delle prestazioni

meccaniche all'interno di una struttura con conseguente maggiore affidabilità strutturale.

Nel caso degli impasti realizzati senza cenere volante la variazione delle prestazioni meccaniche è notevole ed è funzione, appunto, della *locale* composizione del calcestruzzo.

È chiaro che con questi presupposti risultano vani anche i normali controlli distruttivi o non distruttivi normalmente eseguiti su una struttura per verificare le caratteristiche del materiale in opera.

Tali controlli, infatti, essendo puntuali, danno informazioni locali e, quindi, se il materiale messo in opera ha subito una pur lieve segregazione non è possibile estendere i risultati locali trovati a tutta la struttura.

È importante ribadire che i calcestruzzi di riferimento utilizzati nelle prove qui riportate non erano completamente segregati ma si trovavano in una condizione reologica che spesso si incontra nei nostri cantieri.

#### **4. CONCLUSIONI**

L'utilizzo di un componente fillerizzante dal comportamento pozzolanico, quale la cenere volante Micro Pozz PFA, negli impasti di calcestruzzo aumenta notevolmente la loro *robustezza*.

Grazie a questo, le miscele riescono a conservare le loro caratteristiche prestazionali, sia allo stato fresco che indurito, nonostante eventuali "aggiustamenti" che possano modificare la loro iniziale composizione.

In particolare, a seguito di successive riaggiunte di acqua, gli impasti contenenti cenere volante tendono a rimanere omogenei e non mostrano segni di segregazione o bleeding.

La capacità di contribuire allo sviluppo delle resistenze grazie alla attività pozzolanica, fa sì che la cenere volante, utilizzata in aggiunta al cemento previsto per una determinata ricetta, consenta al calcestruzzo di pervenire alle resistenze inizialmente attese con il solo cemento anche nel caso si verificano aggiunte di acqua in cantiere.

Tutto questo determina, in opera, una evidente migliore affidabilità statico-funzionale.

L'utilizzo, poi, di un materiale derivante da altre lavorazioni, garantisce uno sviluppo sostenibile del settore delle costruzioni.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- [1] MINISTERO DELLE INFRASTRUTTURE E DEI TRASPORTI (2005) – Norme tecniche per le costruzioni
- [2] MARIO COLLEPARDI (2006) – The new concrete, Tintoretto, 104, 246, 265

# I CALCESTRUZZI AD ALTE PRESTAZIONI ED ALTA RESISTENZA CONTENENTI FLY ASH (CENERE VOLANTE – MICRO POZZ PFA) NELLA PRATICA DELLA PROGETTAZIONE E DEL CANTIERE

Michele Valente<sup>1</sup>, Felice Liberatore<sup>2</sup>, Marco Bressan<sup>2</sup>, Giuseppe Sforza<sup>2</sup>, Ennio Strazzer<sup>3</sup>

1 G.A. *General Admixtures S.p.A.*

2 Divisione Ingegneria G.A. *General Admixtures S.p.A.*

3 Responsabile del Servizio Tecnologico *General Beton Triveneta S.p.A.*

## SOMMARIO

L'utilizzo di aggiunte minerali pozzolaniche particolarmente efficaci, quali le ceneri volanti (Micro Pozz PFA), permette di realizzare calcestruzzi ad alte prestazioni, sia in termini meccanici che di durabilità. In particolare, relativamente a quest'ultimo aspetto, le ceneri volanti conferiscono al calcestruzzo elevata resistenza nei confronti dell'attacco da parte di cloruri e solfati. Utilizzate all'interno delle miscele, consentono di limitare gli eccessivi dosaggi di cemento e, di conseguenza, ridurre sia l'eccessivo sviluppo del calore di idratazione, con le conseguenti fessure, sia la possibile reazione ASR dovuta alla presenza di aggregati alcali-reattivi. L'utilizzo di un materiale pozzolanico derivante da altre produzioni contribuisce, infine, a rendere il nostro sviluppo più sostenibile.

## SUMMARY

The use of fly ash, allows to realize concretes to tall performances, both in mechanical terms and of durability. Flying ashes's use increase the resistance of the concrete to the attacks of chlorides and sulfates. The use of flying ash limits excessive dosing of cement. Accordingly it reduces both the development of the heat of hydration and the reaction ASR owed aggregate's alkali-reagents. The use of a pozzolanic material, derives from other productions, makes sustainable our development.

## 1. INTRODUZIONE

La recente normativa tecnica [1], ha finalmente introdotto la possibilità di utilizzare, nella corrente progettazione e realizzazione di opere in conglomerato cementizio armato, calcestruzzi con resistenza caratteristica superiore ai 55 MPa.

In particolare, d'ora in poi, sarà possibile utilizzare conglomerati con  $R_{CK}$  fino a 85 MPa.

Anche se il calcestruzzo ad alta resistenza spesso è considerato un materiale relativamente nuovo, il suo sviluppo è stato graduale negli anni.

Con l'evoluzione delle tecnologie, la definizione di calcestruzzo ad alta resistenza è via via cambiata.

Negli anni '50, calcestruzzi con resistenza a compressione di 34 MPa erano considerati ad alta resistenza.

Negli anni '60, la soglia di resistenza a compressione minima necessaria per definire un calcestruzzo come "calcestruzzo ad alta resistenza" è passata a intervalli compresi tra i 40 e 50 MPa fino ad arrivare ai 60 MPa degli anni '70.

Più recentemente, sono stati confezionati, in cantiere, conglomerati cementizi con resistenze a compressione di circa 140 MPa.

Lo sviluppo di tale tecnologia è stato possibile grazie alle recenti innovazioni riguardanti i materiali costituenti il

conglomerato cementizio, le tecniche di confezionamento e quelle di posa in opera.

Una più precisa classificazione di questi conglomerati può essere fatta suddividendoli in due categorie [2]: calcestruzzi ad *alte prestazioni*, caratterizzati da  $R_{CK}$  compresi tra 55 e 75 MPa, e calcestruzzi ad alta resistenza, caratterizzati da  $R_{CK}$  compresi tra 75 e 115 MPa.

La realizzazione di calcestruzzi ad alte prestazioni con il solo utilizzo di cemento comporterebbe elevati dosaggi.

Questo per poter abbassare adeguatamente il valore del rapporto acqua/cemento e consentire nel contempo una lavorabilità adeguata all'esecuzione dei getti.

È noto però che l'utilizzo di elevati contenuti di cemento, oltre ad essere economicamente svantaggioso, è tecnicamente dannoso [3].

In particolare la reazione chimica che determina l'idratazione del cemento e che dà, come prodotto, fibre di silicati idrati di calcio (C – S – H), responsabili di tutte le proprietà fisico – meccaniche del calcestruzzo, è di tipo esotermica e, cioè, avviene con sviluppo di calore.

Lo sviluppo di calore dipende dal tipo di cemento e dal quantitativo con il quale viene utilizzato nella miscela.

Cementi finemente macinati e contenenti elevati quantitativi di clinker, (es. CEM I 52.5R) sviluppano molto calore.

Questo fenomeno crea problemi nelle situazioni in cui si ritiene concreto il rischio che in una struttura, per la sua geometria, si possano sviluppare gradienti termici tali da indurre fessurazione.

Si può limitare tale fenomeno utilizzando particolari aggiunte minerali quali il fumo di silice, la cenere volante o la loppa d'altoforno caratterizzate dalla cosiddetta attività pozzolanica, cioè dalla capacità di contribuire alla formazione di fibre C-S-H, in modo del tutto analogo a quanto fa il cemento durante la sua idratazione.

Le reazioni pozzolaniche che interessano la cenere volante Micro Pozz PFA sono accompagnate da un modesto sviluppo di calore e, pertanto, sostituendola a parte del cemento si ottengono notevoli riduzioni del calore prodotto pur pervenendo alle stesse resistenze meccaniche a lungo termine.

Nella presente memoria vengono esaminate le caratteristiche di calcestruzzi ad elevate prestazioni [2] realizzati utilizzando elevati volumi di cenere volante o Fly Ash o, ancora, PFA (Pulverised fuel ash).

Questa tecnologia è stata impiegata, con lo scopo appunto di ridurre il calore di idratazione, sin dal 1930 nella realizzazione di dighe massive a gravità (calcestruzzi terra umida).

La percentuale di PFA sulla massa di legante impiegata era circa del 30%.

Attualmente, con lo sviluppo tecnologico degli ultimi anni, specialmente nel settore degli additivi superfluidificanti acrilici, la presenza di PFA nella miscela è salita fino al 50% della massa di legante utilizzata.

Prima di riportare e discutere le prove di laboratorio svolte, ci si vuole soffermare brevemente sulle proprietà di tale aggiunta minerale, del suo meccanismo di funzionamento all'interno del calcestruzzo e delle motivazioni principali che stanno alla base di un suo sempre maggiore utilizzo in Italia.

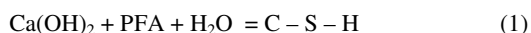
## 2. CENERE VOLANTE (MICRO POZZ PFA)

Le Ceneri Volanti sono particolari prodotti minerali derivanti dal processo di produzione dell'energia elettrica ed utilizzati principalmente nel settore delle costruzioni come aggiunte pozzolaniche per il confezionamento di conglomerati cementizi.

Costituite da micro-particelle di forma sferoidale (di dimensioni paragonabili a quelle del cemento), hanno una natura essenzialmente silico alluminosa ed una struttura principalmente amorfa o vetrosa.

Queste caratteristiche conferiscono a questo prodotto minerale la cosiddetta attività pozzolanica, cioè la capacità di reagire con l'acqua e l'idrossido di calcio per formare prodotti C - S - H (silicati di calcio idrati) del tutto analoghi a quelli che derivano dalla reazione di idratazione del cemento.

Qui di seguito si riporta l'espressione schematica della reazione pozzolanica.



Oggi c'è sempre maggiore tendenza ad utilizzare, nella produzione di calcestruzzo, cenere volante in aggiunta o parziale sostituzione del cemento Portland.

Questo è dovuto principalmente a tre aspetti principali.

Il primo è di tipo meramente ambientale: essendo la cenere volante un sottoprodotto derivante da altre lavorazioni, il suo utilizzo nel confezionamento del calcestruzzo ne consente un *riutilizzo efficiente e sostenibile*.

A questo poi si aggiungono gli importanti benefici tecnici ed economici conseguenti al suo utilizzo.

Durante le ore iniziali, subito dopo l'impasto del conglomerato cementizio, la cenere volante, aggiunta in sostituzione parziale del cemento, agisce principalmente da suo diluente a causa della sua bassa reattività iniziale.

L'effetto diluente si traduce in una riduzione di pasta di legante idratata e quindi in una minor perdita di lavorabilità della miscela.

Migliora inoltre la reologia in quanto la presenza di queste particelle ottimizza la curva granulometrica dei componenti costituenti fornendo caratteristiche di coesività, *robustezza* e minor sensibilità ai fenomeni di segregazione e bleeding.

L'attività pozzolanica promossa dalle ceneri si manifesta attraverso incrementi di resistenza meccanica alle lunghe stagionature del calcestruzzo (14÷28 giorni).

Questo consente di ottimizzare, anche con benefici economici, il quantitativo di cemento utilizzato per il confezionamento di un determinato calcestruzzo.

Il conglomerato risulta inoltre meno permeabile all'acqua, più durabile nei confronti degli agenti aggressivi esterni, in particolare ai cloruri ed ai solfati.

Con l'avvento di additivi superfluidificanti di nuova generazione a base acrilica (es. linea Primium di G.A.) con leggera azione accelerante di indurimento, si può ridurre notevolmente il rapporto acqua legante in calcestruzzi con alti volumi di cenere volante e favorirne così lo sviluppo delle resistenze meccaniche anche alle brevi stagionature.

Si è arrivati quindi a realizzare calcestruzzi ad alte prestazioni con alti dosaggi di cenere volante.

## 3. DESCRIZIONE DELLE PROVE

Al fine di valutare le caratteristiche di calcestruzzi ad alte prestazioni realizzati facendo uso di elevati quantitativi di cenere volante, sono state realizzate una serie di prove, di laboratorio e di cantiere.

Per quanto riguarda le prove di laboratorio, i cui risultati vengono di seguito riportati, sono stati confezionati alcuni impasti con quantità variabili di cemento e cenere volante.

In particolare, è stato fatto uso di un cemento Portland 52.5R, della cenere volante Micro Pozz PFA e dell'additivo acrilico superfluidificante Primium RM30, dall'alto potere di mantenimento della lavorabilità.

Si riportano di seguito le caratteristiche chimico-fisiche della cenere volante utilizzata nelle prove (Tabb. 1-2).

In Tabella 3 vengono riportate le principali informazioni relative alla composizione delle miscele di calcestruzzo testate.

Come si può osservare, sono state prese in considerazione tre prove *bianche*, realizzate, cioè, senza l'utilizzo di cenere volante.

Tali prove, dal rapporto acqua/cemento via via decrescente, sono servite come riferimento per valutare le caratteristiche prestazionali (sia sul calcestruzzo fresco che indurito) ottenibili utilizzando solo cemento, in quantità tecnologicamente "accettabili".

Tabella 1 – Composizione chimica della cenere volante Micro Pozz PFA utilizzata nelle prove.

Composto chimico	%
Ossido di Silicio (SiO <sub>2</sub> )	46.9
Ossido di Alluminio (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	28.5
Ossido di Calcio (CaO)	2.30
Ossido di ferro (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	6.22
Ossido di Magnesio (MgO)	1.23
Ossido di Potassio (K <sub>2</sub> O)	0.65
Ossido di Sodio (Na <sub>2</sub> O)	0.27
Ossido di Zolfo (SO <sub>3</sub> )	0.04
Carbonio Incombusto	6.20

Tabella 2 – Finezza della cenere volante Micro Pozz PFA utilizzata nelle prove.

Grandezza	%
Passante al setaccio 45µm	80.12

Tabella 3 – Mix design realizzati

Mix	Cemento [kg/m <sup>3</sup> ]	Cenere [kg/m <sup>3</sup> ]	Acqua [kg/m <sup>3</sup> ]	Additivo [kg/m <sup>3</sup> ]	a/leg
1	338	0	170	3.04	0.50
2	311	133	170	4.00	0.38
3	255	255	170	4.60	0.33
4	402	0	180	3.62	0.45
5	363	155	180	4.66	0.35
6	300	300	180	5.40	0.30
7	454	0	180	4.10	0.40
8	411	176	180	5.28	0.31

Partendo da ciascuna delle tre prove di riferimento, sono state poi provate le altre miscele, riducendo via via il quantitativo di cemento ed aumentando contemporaneamente il contenuto di cenere volante Micro Pozz PFA.

Si può osservare che il quantitativo di acqua di impasto, in questo passaggio, è rimasto uguale e questo per due motivi essenziali.

Il primo dovuto al fatto che le particelle costituenti la cenere volante hanno, a differenza di quelle del cemento, una forma sferica o pseudo-sferica e, quindi, a parità di volume la superficie specifica risulta minima.

Questo si traduce, appunto, in una riduzione della richiesta di acqua necessaria per raggiungere una determinata lavorabilità.

In secondo luogo, avendo dosato l'additivo acrilico Primium RM30 in percentuale sul legante, cioè sulla somma dei quantitativi di cemento e cenere volante, il suo quantitativo per metro cubo di miscela è risultato, per gli impasti con cenere, maggiore rispetto a quello presente negli impasti di riferimento senza cenere.

L'utilizzo della cenere volante con questa modalità, ha consentito di abbassare sempre più il rapporto acqua/legante e, conseguentemente, di aumentare le prestazioni del conglomerato evitando, al tempo stesso, un elevato contenuto di cemento.

Su ciascuna miscela realizzata, sono stati valutati i più significativi parametri relativi al comportamento reologico ed alle prestazioni del calcestruzzo indurito.

In particolare, per quanto riguarda il calcestruzzo fresco, sono state valutate la lavorabilità iniziale ed il suo mantenimento nel tempo (con una temperatura esterna di 28°C

circa), la presenza di eventuale bleeding/segregazione e il quantitativo di aria inglobata dalla singola miscela.

Sul calcestruzzo indurito sono state invece fatte valutazioni relativamente alle prestazioni meccaniche ed alla durabilità.

Sono state valutate le resistenze meccaniche di compressione a breve e lungo termine ed i moduli elastici dinamici, ricavati in via indiretta attraverso la lettura della velocità degli ultrasuoni.

Per quanto riguarda la durabilità, sono state fatte misurazioni per valutare la resistenza alla penetrazione ai principali agenti degradanti: anidride carbonica, cloruri e solfati.

## 4. RISULTATI

### 4.1 Prestazioni reologiche

Nella Tabella 4 si riportano i risultati relativi alle lavorabilità ottenute subito dopo la miscelazione e l'andamento della perdita di lavorabilità nel tempo.

Allo scopo, gli impasti sono stati realizzati in ambiente con temperatura di circa 28°C al fine di simulare il clima estivo.

Chiaramente, per tali condizioni di prova è stato utilizzato di un idoneo additivo superfluidificante acrilico, specifico per climi caldi (Primium RM30 di G.A.).

Come già detto, tale additivo è stato dosato, per ciascuna miscela, in percentuale sul legante (cemento più cenere).

Tale percentuale è stata mantenuta costantemente pari al valore dello 0.9%.

Si aggiungono poi i valori relativi alle misure di aria inglobata e la valutazione della segregazione, peraltro mai verificatasi, grazie agli elevati contenuti di legante.

Tabella 4 – Proprietà reologiche degli impasti realizzati

Mix	Aria [%]	Slump (0') [mm]	Slump (30') [mm]	Slump (60') [mm]	Segreg. [SI/NO]
1	1.6	230	210	180	NO
2	0.9	240	230	210	NO
3	0.8	230	220	210	NO
4	1.9	240	230	190	NO
5	1.1	240	240	220	NO
6	0.9	240	240	230	NO
7	1.8	240	220	170	NO
8	1.2	240	220	200	NO

### 4.2 Prestazioni sull'indurito

In Tabella 5 si riportano i valori relativi alle prestazioni meccaniche di compressione a breve e lungo termine.

Tali valori sono stati determinati realizzando, per ogni impasto, una serie di provini cubici, delle dimensioni 15x15x15.

Ciascun valore di resistenza riportato è il risultato della media di tre valori ottenuti dalla rottura di appunto tre provini per ogni scadenza.

Durante il periodo precedente alla rottura, ciascun provino è stato fatto maturare in una adeguata camera con condizioni termo-igrometriche controllate.

Più precisamente, la maturazione è avvenuta ad una temperatura di 20°C e con una umidità relativa del 95%.



Tabella 5 – Resistenze meccaniche di compressione

Mix	Resistenze meccaniche di Compressione				
	1 giorno [MPa]	7 giorni [MPa]	28 giorni [MPa]	60 giorni [MPa]	90 giorni [MPa]
1	33.70	45.81	53.33	55.08	55.21
2	29.71	48.01	55.85	57.67	58.96
2	23.50	47.22	56.11	58.11	60.70
4	35.83	52.15	58.78	60.18	60.32
5	32.78	51.44	63.27	64.89	66.11
6	30.24	54.12	62.47	62.88	65.21
7	39.65	57.95	63.14	64.42	65.50
8	39.14	60.30	69.55	70.95	70.70

Analogamente a quanto fatto per le resistenze a compressione, su ogni calcestruzzo, sono stati valutati i moduli elastici dinamici a 28 giorni di maturazione.

Tale valore è stato ottenuto misurando la velocità di attraversamento, da parte di onde ultrasonore, dei singoli provi ed applicando poi la nota relazione (2).

$$E_d = \frac{m_v \cdot v^2 \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}{1 - \nu} \quad (2)$$

dove  $E_d$  = modulo elastico dinamico;  $v$  = velocità degli ultrasuoni;  $\nu$  = coefficiente di Poisson, assunto nei calcoli pari a 0.24.

Nella seguente Tabella 6 vengono riportati i risultati.

È stato registrato, infine, l'aumento di temperatura nei calcestruzzi indagati, conseguente alla reazione di idratazione del cemento in essi contenuto.

A tale scopo, per ogni impasto è stato confezionato un provino cubico con spigolo pari a 500 mm.

Tabella 6 – Moduli elastici dinamici

Mix	$E_d$ [MPa]
1	38216
2	41112
3	43093
4	42886
5	42684
6	43294
7	42884
8	43225

Nella parte più interna di ciascuno di questi provini è stato introdotta una sonda per misurare il valore massimo di temperatura raggiunto durante i primi giorni di maturazione.

Al fine di limitare il più possibile le dispersioni di calore verso l'ambiente, ciascun provino è stato rivestito con materiale isolante.

In Tabella 7 si riportano i valori di temperatura massima registrati.

### 4.3 Valutazione di durabilità

Come detto, al fine di verificare come la presenza della cenere volante Micro Pozz PFA influenzi la resistenza dei calcestruzzi ad alte prestazioni sono state valutate le permeabilità di tutti i calcestruzzi realizzati ai principali agenti aggressivi quali l'anidride carbonica, i cloruri ed i solfati.

Tabella 7 – Temperatura massima registrata negli impasti

Mix	$\Delta T$ [°C]
1	38
2	35
3	28
4	46
5	42
6	35
7	54
8	48

#### 4.3.1 Penetrazione dell'anidride carbonica

I provini di ciascun impasto, dopo essere stati maturati per 28 giorni in camera umida alla temperatura di 20°C e con umidità relativa del 95%, sono stati introdotti in una camera ad elevata concentrazione di anidride carbonica, al fine di accelerarne il processo di carbonatazione.

Successivamente, in corrispondenza di ciascuna scadenza, i provini sono stati sezionati e trattati con fenolftaleina al fine di valutare la profondità del fronte di carbonatazione (Fig. 1).



Figura 1 – Test con fenolftaleina per la determinazione della profondità di carbonatazione

Nella Tabella 8 vengono riportati i dati relativi alle misurazioni effettuate.

Tabella 8 – Profondità del fronte di carbonatazione

Mix	Profondità di carbonatazione (mm)			
	28 giorni [mm]	60 giorni [mm]	90 giorni [mm]	365 giorni [mm]
1	1.0	1.5	2.0	3.0
2	0.0	1.0	1.5	2.5
2	0.0	1.0	1.5	2.0
4	0.0	1.0	1.5	2.5
5	0.0	1.0	1.5	2.0
6	0.0	1.0	1.0	1.5
7	0.0	0.5	1.0	1.5
8	0.0	0.0	0.0	0.0

Le prime letture sono state fatte dopo 28 giorni di permanenza in camera di carbonatazione accelerata in quanto, data la estrema compattezza dei calcestruzzi testati, prima di tale scadenza sarebbe stato difficile apprezzare il fenomeno.

L'ultima colonna riporta valori interpolati.

Per realizzare tale interpolazione, la relazione tra la profondità del fronte carbonatato ed il tempo, è stata modellata con la seguente relazione:

$$x = K \cdot \sqrt{t} \quad (3)$$

Dove  $x$  = profondità di carbonatazione,  $K$  = costante e  $t$  = tempo (anni); ricavato il valore di  $K$  per ciascuno dei calcestruzzi testati, è stato estrapolato il valore di  $x$  in corrispondenza di 1 anno.

#### 4.3.2 Penetrazione dei cloruri

La profondità di penetrazione dei cloruri è stata valutata immergendo i provini di ciascun impasto in una soluzione acquosa di NaCl con concentrazione del 3.5%.

Tale immersione è stata fatta dopo aver maturato i provini in camera umida (umidità relativa del 95% e temperatura di 20°C) per 7 giorni.

La profondità di penetrazione dei cloruri è stata valutata, trascorsi 7 e 28 giorni dall'immersione, trattando ciascun provino con due soluzioni.

Una a base di fluoresceina ed una a base di nitrato di argento.

In Tabella 9 vengono riportati i risultati ottenuti.

Tabella 9 – Profondità di penetrazione dei cloruri

Mix	Penetrazione Cloruri	
	7 giorni [mm]	28 giorni [mm]
1	1.5	3.5
2	0.0	1.0
2	0.0	1.0
4	1,0	3.0
5	0.0	1.0
6	0.0	1.0
7	0.0	0.5
8	0.0	0.0

#### 4.3.3 Penetrazione dei solfati

Per ciascun impasto è stata realizzata una coppia di provini prismatici che, dopo 28 giorni di stagionatura umida, sono stati immersi in una soluzione al 5% di Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

La concentrazione della soluzione è stata mantenuta costante per 90 giorni, monitorando, in questo periodo, le lunghezze dei prismi.

Dopo una serie di letture, non sono state riscontrate apprezzabili variazioni dimensionali dei prismi.

## 5. DISCUSSIONE DEI RISULTATI

Da un punto di vista reologico, i dati della Tabella 4 danno due principali indicazioni.

La prima riguarda il mantenimento della lavorabilità nel tempo. In particolare si può osservare come la presenza della cenere volante Micro Pozz PFA negli impasti consenta di ridurre, in climi caldi, la perdita della lavorabilità nel tempo.

Questo è dovuto principalmente al fatto che, essendo la cenere volante inizialmente inattiva (per poter avvenire, la reazione pozzolanica ha bisogno che parte del cemento cominci ad idratarsi producendo Ca(OH)<sub>2</sub>), contribuisce ad aumentare il volume della pasta di cemento senza essere interessata dal fenomeno della presa.

Il secondo risultato degno di considerazione è quello relativo alla riduzione dei valori di aria intrappolata nei calcestruzzi contenenti cenere volante.

Questo è un aspetto molto importante in quanto è noto in letteratura che ogni punto percentuale di aria inglobata nel calcestruzzo determina, su di esso, un abbattimento di resistenza di circa il 5%.

Per quanto riguarda il calcestruzzo indurito, in termini di resistenza media a compressione raggiunta a 28 giorni, si può osservare (Tab. 5) che gli impasti numero 4 e 7, realizzati con solo cemento (402 e 454 kg/m<sup>3</sup> rispettivamente) consentono di pervenire, a 58.78 MPa il primo e 63.14 MPa il secondo.

L'impasto numero 5 dimostra come sia possibile arrivare, utilizzando la cenere volante Micro Pozz PFA (155 kg/m<sup>3</sup>) e soli 363 kg/m<sup>3</sup> di cemento, ad una resistenza media di compressione a 28 giorni pari a 63.27 MPa.

È da notare come, a causa del ritardo con il quale la reazione pozzolanica si attiva, rispetto alla reazione di idratazione del cemento, l'impasto numero 5, pur pervenendo alle stesse resistenze degli impasti 4 e 7 a 28 giorni, manifesta, alle brevi stagionature, leggerissimi deficit di resistenza meccanica (Fig. 2).

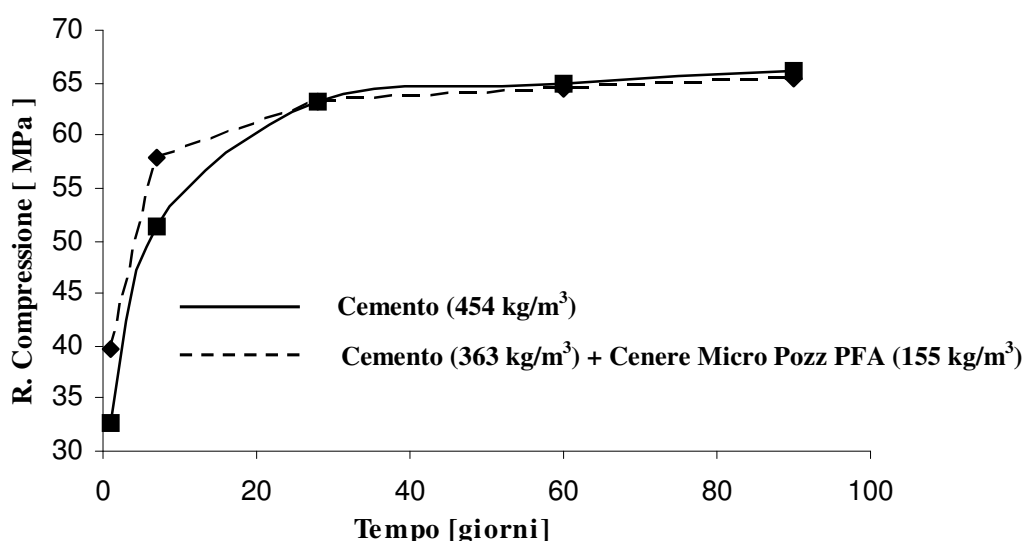


Figura 2 – Confronto tra le resistenze a compressione dell'impasto 7 (solo cemento) e l'impasto 5 (con cenere volante Micro Pozz PFA)

Tuttavia, tali differenze sono minime e vengono tranquillamente recuperate in corrispondenza dei 28 giorni di maturazione.

Inoltre, superati i 28 giorni di stagionatura, la reazione pozzolanica continua e, come si può osservare, tra i 60 ed i 90 giorni, la resistenza a compressione dell'impasto numero 5 continua a crescere e supera quella degli impasti 4 e 7 (Fig. 1).

Per quanto riguarda i valori del modulo elastico, i risultati trovati non consentono alcuna considerazione e sembrerebbe che la presenza della cenere volante, in sé, non influenzi tale grandezza, che rimane esclusiva funzione del rapporto acqua/legante.

Una interessantissima considerazione va fatta sul calore di idratazione.

Analizzando i dati riportati in Tabella 7, si può osservare come, gli impasti realizzati sostituendo parte del cemento con cenere volante, abbiano registrato, durante il loro indurimento, un valore di temperatura massima, raggiunta all'interno dei provini di cui al punto 4.2, inferiore a quello manifestato dai calcestruzzi confezionati con solo cemento.

Questo risultato è notevole in quanto, come detto in precedenza, l'eccessivo sviluppo di calore può determinare, soprattutto nelle strutture massive, elevati gradienti termici tra la parte interna del nucleo e la zona corticale, con conseguenti fessurazioni.

Relativamente alla durabilità, importanti considerazioni possono essere fatte relativamente ai risultati qui ottenuti.

Cominciando dal fenomeno della carbonatazione, dai dati riportati in Tabella 8, si evince come la presenza della cenere volante, consentendo di abbassare il valore del rapporto acqua/legante, determina l'ottenimento di un calcestruzzo dalla struttura più compatta, molto impermeabile alla CO<sub>2</sub>.

I valori di penetrazione della CO<sub>2</sub> registrati sugli impasti con cenere volante, con particolare riferimento al valore relativo ad un tempo di 365 giorni (valore estrapolato), consente di affermare che con tali calcestruzzi è possibile realizzare opere con vita utile di servizio superiore ai 100 anni.

Questo ovviamente nel caso in cui, durante tale vita utile, il fenomeno degradante principale sia la carbonatazione.

Ad esempio, con riferimento all'equazione (3), l'impasto numero 5 possiede un valore di K pari a 2.0 mm·anno<sup>-1/2</sup>.

Applicando l'equazione (3) per un tempo t = 100 anni, si ottiene una profondità di carbonatazione (teorica) pari a 20 mm.

Tale valore risulta essere ben inferiore agli usuali copriferri consigliati dalle normative per le strutture soggette a carbonatazione.

Pertanto, anche dopo 100 anni di vita utile, con tale calcestruzzo l'anidride carbonica non riuscirebbe ad arrivare alle armature depassivandole.

Notevole è il risultato che si è ottenuto nei riguardi della penetrazione dei calcestruzzi da parte dei cloruri.

Risulta evidente (Tab. 9), infatti, che i calcestruzzi confezionati utilizzando cenere volante risultano essere più

impermeabili ai cloruri di quanto lo siano gli impasti realizzati con solo cemento.

Relativamente all'attacco solfatico, pur non essendo riusciti ad apprezzare sensibilmente, attraverso valutazioni quantitative, la maggiore resistenza dei calcestruzzi contenenti cenere volante, è risultato evidente, da un punto di vista visivo che, alla fine del trattamento dei singoli provini con la soluzione di Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, quelli relativi ad impasti realizzati con cenere volante sono risultati meno degradati di quelli realizzati con il solo cemento.

Il risultato è spiegabile con il fatto che l'attacco solfatico del calcestruzzo prende le mosse dalla reazione tra lo ione SO<sub>4</sub><sup>=</sup> e il Ca(OH)<sub>2</sub> che si produce a seguito della reazione di idratazione del cemento.

Come visto, la reazione pozzolanica operata dalla cenere volante Micro Pozz PFA comporta una importante riduzione del Ca(OH)<sub>2</sub> e, di conseguenza, limita il fenomeno dell'attacco solfatico.

## 6. CONCLUSIONI

L'utilizzo di una aggiunta minerale pozzolanica quale la cenere volante MICRO POZZ PFA ha consentito di realizzare calcestruzzi ad alte prestazioni sia in termini meccanici (R<sub>CK</sub> di circa 60 MPa) che di durabilità e caratterizzati, da un punto di vista reologico, da eccellenti proprietà quali l'elevato mantenimento della lavorabilità nel tempo ed il ridotto sviluppo di aria.

Tale risultato è stato raggiunto limitando il quantitativo di cemento nelle miscele con conseguente riduzione di effetti potenzialmente dannosi quali, ad esempio, l'eccessivo aumento di temperatura dovuto alla reazione di idratazione del clinker.

I calcestruzzi ottenuti si sono rivelati estremamente durabili nei confronti dei principali agenti aggressivi.

In particolare, la presenza di cenere volante MICRO POZZ PFA ha determinato evidenti incrementi di resistenza agli attacchi da parte di cloruri e solfati.

La tecnologia della cenere volante consente quindi di rispondere alle sempre maggiori richieste di innovazione tecnologica e consente di farlo contribuendo, nel contempo, ad uno sviluppo sostenibile del settore.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] MINISTERO DELLE INFRASTRUTTURE E DEI TRASPORTI (2005) – Norme tecniche per le costruzioni, 109-110
- [2] PRESIDENZA DEL CONSIGLIO SUPERIORE DEI LAVORI PUBBLICI (2003) – Raccolta di linee guida su calcestruzzo preconfezionato, calcestruzzo strutturale ad alta resistenza e calcestruzzo strutturale, 28
- [3] MARIO COLLEPARDI (2006) – The new concrete, Tintoretto, 228

# RESISTENZA AL FUOCO DI SOLAI ALVEOLARI IN CALCESTRUZZO LEGGERO AD ALTE PRESTAZIONI

**Ilaria Venanzi, Annibale Luigi Materazzi**

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università di Perugia

## SOMMARIO

Nel presente lavoro sono riportati i risultati di indagini sperimentali e numeriche sul comportamento al fuoco di solai alveolari realizzati con calcestruzzi leggeri ad alta resistenza (HPLWC). In particolare sono state effettuate prove al forno su prototipi di lastre alveolari per valutare le caratteristiche del campo termico al loro interno durante l'esposizione all'incendio, la loro durata al fuoco e indagare i possibili meccanismi di collasso. Sono state inoltre condotte analisi numeriche per la valutazione del campo termico nella sezione trasversale delle lastre. L'attenzione è stata posta in particolare sulla simulazione del meccanismo di trasferimento del calore all'interno della cavità tenendo conto di convezione, conduzione e irraggiamento. La valutazione analitica della resistenza meccanica della sezione è stata effettuata utilizzando il metodo avanzato proposto dagli Eurocodici, considerando leggi di decadimento della resistenza disponibili in letteratura. Il confronto tra i risultati delle analisi numeriche e quelli delle indagini sperimentali ha fornito utili indicazioni sul comportamento a caldo di lastre alveolari realizzate con HPLWC ed ha contribuito a chiarire alcuni dei fenomeni che governano la loro resistenza al fuoco.

## SUMMARY

This paper reports the results of experimental and numerical investigations on the behaviour of high performance lightweight concrete (HPLWC) hollow core slabs under fire conditions. A series of full-scale furnace tests has been performed to assess the slabs' load bearing capacity under fire conditions along with the characteristics of the thermal field. Numerical simulations of the heat diffusion process were also carried out using finite element models of the panel's cross section. In particular the attention has been paid to correctly simulate the heat transfer inside the holes, considering conduction, convection and radiation. Then, the ultimate strength was evaluated according to the advanced calculation methods suggested by the Eurocodes, using decay laws of the mechanical properties found in literature. The comparison between the experimental and numerical investigations gave insight into the fire performance of HPLWC hollow core slabs and enlightened on the phenomena governing their fire resistance.

## 1. INTRODUZIONE

La tipologia strutturale delle lastre alveolari realizzate in calcestruzzo armato precompresso sta avendo un'ampia diffusione per la costruzione di solai prefabbricati, data la facilità di posa in opera e di finitura, unitamente alla possibilità di raggiungere luci elevate con spessori relativamente contenuti.

I calcestruzzi leggeri ad alte prestazioni (HPLWC), che presentano favorevoli caratteristiche legate al peso specifico ridotto, alla elevata resistenza ed alla ottima durabilità, si prestano bene ad essere usati per la produzione di solai alveolari.

Al di là dei problemi tecnologici legati alla messa a punto di calcestruzzi aventi caratteristiche reologiche compatibili con la delicata tecnologia di produzione dei solai alveolari, occorre rilevare che numerosi aspetti del comportamento meccanico delle lastre alveolari realizzate con questo materiale innovativo richiedono ancori ulteriori approfondimenti, sia teorici, che sperimentali.

In particolare la conoscenza del comportamento al fuoco delle lastre è ancora incompleta, e la bassa porosità del materiale, unitamente agli elevati gradienti termici, dovuti alla presenza degli aggregati leggeri, che in essi si realizzano in caso di incendio, può favorire l'insorgere del pericoloso fenomeno dello spalling esplosivo. L'assenza poi di armature

trasversali, tipica della tipologia strutturale in oggetto, non contribuisce di certo a migliorare il comportamento in caso di incendio.

In questo quadro di riferimento, il presente studio è volto al miglioramento della conoscenza del comportamento al fuoco di lastre alveolari realizzate in calcestruzzo leggero ad alta resistenza. La ricerca, portata avanti nel corso dell'ultimo quadriennio presso l'Università di Perugia, ha previsto lo svolgimento sia di indagini sperimentali che di indagini numeriche.

## 2. INDAGINI SPERIMENTALI

### 2.1 Programma delle prove sperimentali

La campagna di prove sperimentali è consistita nello svolgimento di due prove al forno su prototipi di lastre alveolari. Nel corso di ogni prova, due lastre alveolari sono state sottoposte simultaneamente al ciclo di riscaldamento ISO 834. Una di esse è stata caricata secondo uno schema su quattro punti, mentre l'altra è stata lasciata scarica per valutare, tramite una apposita prova di carico, la capacità resistente residua dopo il raffreddamento.

Le prove sono state eseguite presso il laboratorio dell'Istituto Giordano S.p.A, Laboratorio di Resistenza al Fuoco a Gatteo (FC).



Figura 1. Configurazione sperimentale relativa alla seconda prova al forno. E' visibile la sigillatura dei fori.

Per valutare l'effetto della maturazione del calcestruzzo sulla possibile insorgenza dello spalling, la seconda prova è stata svolta ad un anno circa di distanza dalla prima. Nel periodo di tempo tra la prima e la seconda prova i pannelli sono stati conservati in prossimità del forno che nel frattempo è stato utilizzato e quindi hanno completato la loro maturazione in un ambiente a bassa umidità relativa.

Entrambi i prototipi sono stati realizzati il 29 Giugno 2002. La prima prova al forno ha avuto luogo il 23 Settembre 2004 mentre la seconda il 12 Ottobre 2005.

Occorre precisare che le condizioni al contorno di tipo termico alle estremità delle lastre sono state modificate tra la prima e la seconda prova. Mentre durante la prima prova i fori di alleggerimento delle lastre sono stati lasciati aperti, nel corso della seconda i fori sono stati sigillati con materiale isolante (Figura 1).

## 2.2 Prototipi utilizzati

Le lastre analizzate sono lunghe 4,3 m, sono spesse 20 cm e sono larghe 1,20 m. Esse sono state realizzate utilizzando calcestruzzo di classe C48/58 N/mm<sup>2</sup> avente peso di volume di 1.9 kN/m<sup>3</sup>. L'armatura di precompressione è costituita da 7 trefoli da 3/8 di pollice. Il mix design del calcestruzzo è riportato in Tabella 1.

Tabella 1. Mix design utilizzato per le lastre alveolari.

Materiale	Quantità
Cemento	380 kg/m <sup>3</sup>
Acqua	100 kg/ m <sup>3</sup>
Argilla espansa T8	578 kg/ m <sup>3</sup>
Sabbia fine	526 kg/ m <sup>3</sup>
Sabbia	279 kg/ m <sup>3</sup>
Slurry	41 kg/ m <sup>3</sup>

Le lastre sono state appoggiate sulle pareti del forno realizzando vincoli a cerniera.

Per assicurare un comportamento a taglio analogo a quello che si realizza in condizioni di esercizio, è stata disposta alle estremità di ogni lastra un'armatura aggiuntiva costituita da staffe posizionate all'interno di scasse realizzate

nelle lastre in corrispondenza degli alveoli e successivamente chiuse con un getto di completamento.

Il carico verticale applicato durante le prove ad una delle due lastre è stato tale da determinare in mezzera della lastra un momento flettente pari al 60% del corrispondente valore in esercizio. In particolare è stato applicato un carico di 40 kN corrispondente ad un momento flettente di 33.7 kNm.

Gli spostamenti verticali della lastra caricata sono stati monitorati per l'intera durata delle prove.

Ogni lastra è stata strumentata con 10 termocoppie posizionate a diverse profondità.

In Figura 1 è rappresentata, a titolo di esempio, la configurazione sperimentale relativa alla seconda prova. Sono visibili il sistema oleodinamico utilizzato per l'applicazione del carico e le termocoppie.

## 2.3 Risultati delle prove al forno

I risultati sperimentali sono mostrati nelle Figure 2 - 4. In particolare nelle Figure 2 e 3 sono rappresentati gli abbassamenti e le velocità di abbassamento delle lastre caricate durante le due prove al forno.

Nel corso della prima prova si è avuta una rottura fragile per taglio dopo 76 minuti, anticipata al 40° minuto dalla formazione di un foro passante verticale e dalla espulsione

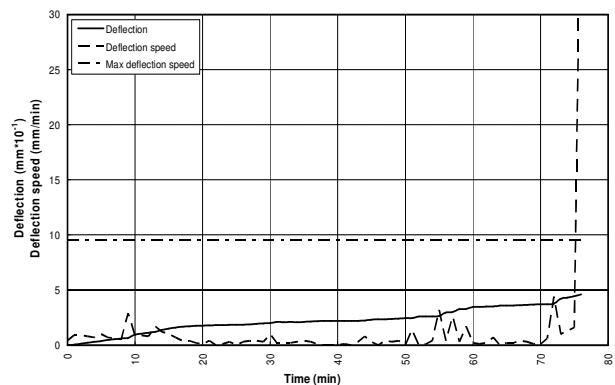


Figura 2. Abbassamento (z) e velocità di abbassamento (dz/dt) della lastra caricata durante la prima prova al forno.

del copriferro (spalling) in diversi punti. Il foro è stato subito chiuso per poter portare a termine la prova.

Nel corso della seconda prova non si sono evidenziati fenomeni di spalling e non si è avuta rottura fragile. La lastra caricata è stata considerata collassata, in accordo alla UNI-EN 1363-1 [15] quando la velocità di abbassamento ha raggiunto il valore limite espresso da:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{L^2}{9000 \cdot d} \quad (\text{mm/min}) \quad (1)$$

in cui L è la luce e d è l'altezza utile della lastra.

La velocità limite di abbassamento pari a 8.89 mm/min, è stata raggiunta dopo circa 90 minuti (Figura 3).

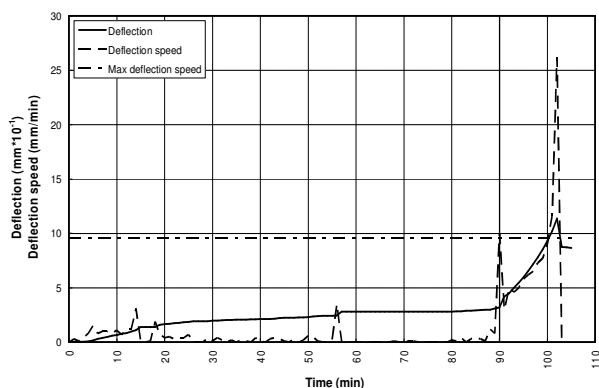


Figura 3. Abbassamento (z) e velocità di abbassamento (dz/dt) della lastra caricata durante la seconda prova al forno.

In Figura 4 sono rappresentati gli andamenti delle temperature relativi ad entrambe le prove di alcune delle termocoppie installate nella lastra scarica, in termini di differenza rispetto alla temperatura ambiente. Si può notare nella prima figura anche la temperatura del forno e la curva obiettivo rappresentante il programma termico ISO 834. Dal confronto dei risultati delle due prove si osserva che la quasi totalità delle temperature misurate dalle termocoppie posizionate nelle lastre scariche mostrano una buona corrispondenza. Fanno eccezione le temperature misurate dalle termocoppie n°5 e 9, probabilmente a causa di differenze termo-meccaniche locali tra le lastre. La presenza di materiale isolante alle estremità dei fori non sembra invece influenzare in maniera significativa la temperatura interna delle lastre, probabilmente a causa della ridotta quantità di calore scambiata dalle lastre con l'atmosfera esterna per convezione, dato che gli assi dei fori sono orizzontali.

In Figura 5 sono mostrati gli andamenti delle temperature per alcune delle termocoppie installate nelle lastre cariche. Si evidenzia anche in questo caso una buona corrispondenza tra i risultati delle due prove. Alcune irregolarità negli andamenti delle temperature possono essere notate relativamente alle termocoppie n°18, 21 e 26, probabilmente a causa dell'effetto di fenomeni di spalling manifestatisi durante la 1° prova. Controlli visivi durante l'esecuzione della 1° prova hanno confermato che nelle zone in cui erano state posizionate tali termocoppie si sono effettivamente verificati fenomeni di spalling esplosivo.

## 2.4 Resistenza residua dopo il raffreddamento

La valutazione della capacità portante residua dopo il raffreddamento è stata effettuata sulle lastre non caricate durante le prove al forno tramite prova di carico su 4 punti.

I momenti flettenti che hanno provocato la rottura delle lastre sono stati 51.17 kNm e 54.08 kNm rispettivamente per le due prove.

Si può osservare che la capacità portante residua delle

lastre è piuttosto piccola in confronto con quella della lastra non riscaldata, pari a 101.5 kNm (circa pari al 50%). Inoltre, i risultati hanno mostrato che la capacità portante residua delle lastre scaldate durante le due prove al forno è circa la stessa (la differenza è circa il 5%), indipendentemente dalla maturazione e dal contenuto d'acqua del calcestruzzo e che quindi, la diversa durata dell'esposizione al fuoco ha avuto nel complesso un effetto non troppo rilevante.

## 3. MODELLAZIONE NUMERICA DELLE PROVE SPERIMENTALI

La seconda fase dello studio ha riguardato la messa a punto di un modello numerico capace di predire in maniera realistica il comportamento al fuoco delle lastre alveolari. Infatti, data la difficoltà pratica di effettuare prove al forno su componenti strutturali in vera grandezza, è evidente l'importanza di simulare in modo realistico il comportamento al fuoco tramite metodi analitici. Il modello di calcolo sviluppato è in grado di analizzare il campo termico all'interno della lastra e valutare il comportamento meccanico globale tenendo conto della propagazione del calore in mezzi diversi quali il calcestruzzo e le cavità interne, attraverso le quali il calore si trasmette per conduzione, convezione e irraggiamento.

Per la valutazione della resistenza ultima a caldo delle lastre, è stato impiegato un metodo di calcolo avanzato come suggerito dagli Eurocodici, tenendo conto della forza di pretensione e del degrado delle proprietà meccaniche dei materiali dovute al riscaldamento.

### 3.1 Analisi del campo termico

L'aria all'interno delle cavità nelle lastre è un mezzo attraverso cui avviene un scambio termico per conduzione, convezione e irraggiamento. La valutazione della temperatura del calcestruzzo sulla superficie del mantello dei fori costituisce un reale problema nelle applicazioni.

Una realistica modellazione del problema richiede che, non solo il calcestruzzo, ma anche l'aria all'interno dei fori venga discretizzata, per esempio utilizzando la tecnica degli elementi finiti, come un mezzo avente specifiche proprietà termiche. D'altra parte una ipotesi semplificativa spesso adottata è quella di non modellare l'aria all'interno dei fori, considerandola quindi come un fluido a temperatura costante e assumendo che la trasmissione del calore all'interno della cavità avvenga esclusivamente per effetto di moti convettivi.

Nel presente lavoro sono stati confrontati i risultati delle diverse modellazioni al fine di valutare l'opportunità di utilizzare ipotesi semplificative che, da un lato permettono un maggiore rapidità di esecuzione, ma dall'altro possono condurre a risultati poco realistici.

Per le analisi numeriche è stato utilizzato il software Comsol Multiphysics 3.2, un ambiente di programmazione capace di simulare l'accoppiamento tra i diversi meccanismi di trasferimento del calore risolvendo le equazioni differenziali che regolano i diversi meccanismi di scambio termico una volta assegnate opportunamente le condizioni al contorno sulle frontiere delle superfici interessate dagli scambi.

Le analisi numeriche sono state svolte su due diversi modelli di calcolo. Il primo è il modello completo in cui l'aria all'interno dei fori è discretizzata agli elementi finiti mentre il secondo è un modello semplificato che non considera la presenza di aria nelle cavità. In Figura 6 sono mostrate le mesh di calcolo rispettivamente del modello completo e di quello semplificato. Sui due modelli, che rappresentano la sezione trasversale della lastra, sono state svolte analisi bidimensionali, avendo assunto l'ipotesi di

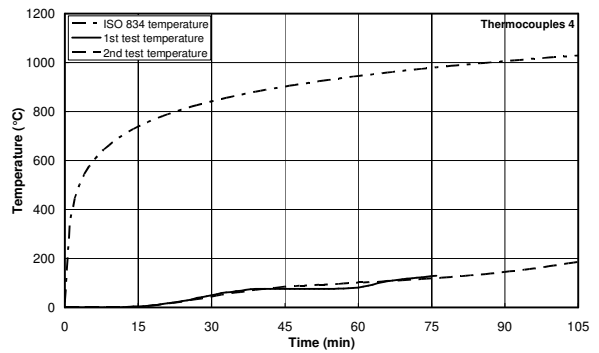
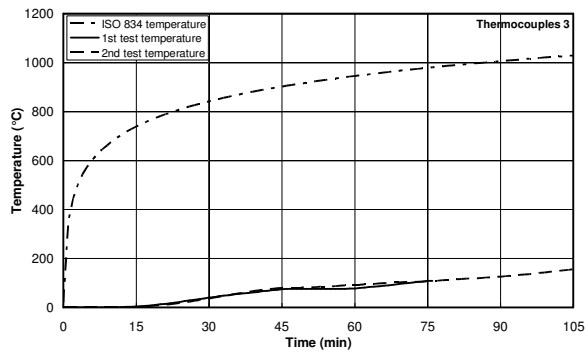
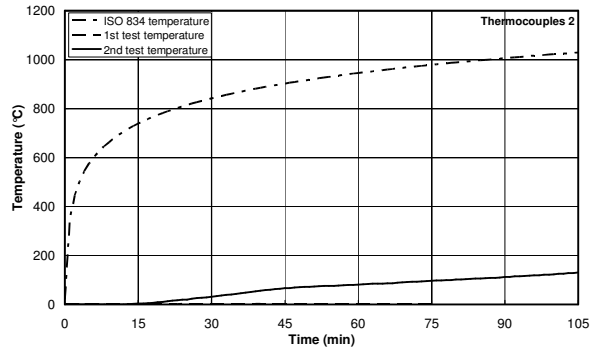
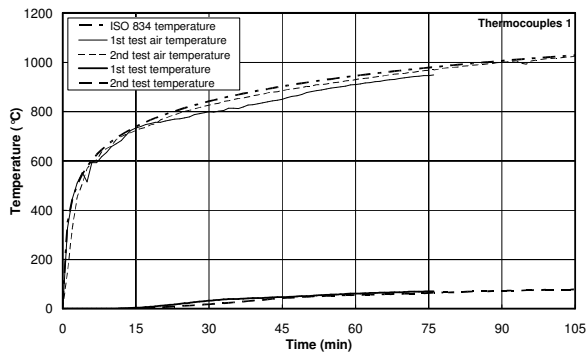


Figura 4. Temperature misurate da alcune delle termocoppie installate nelle lastre scariche durante le prove.

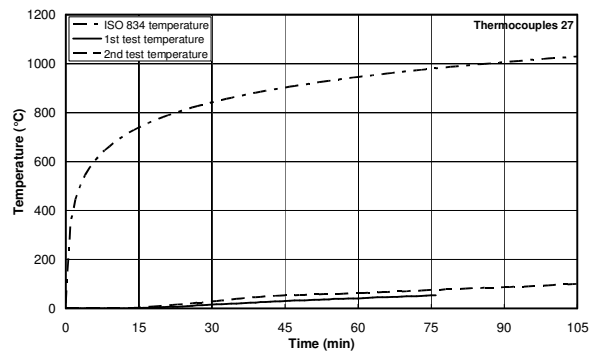
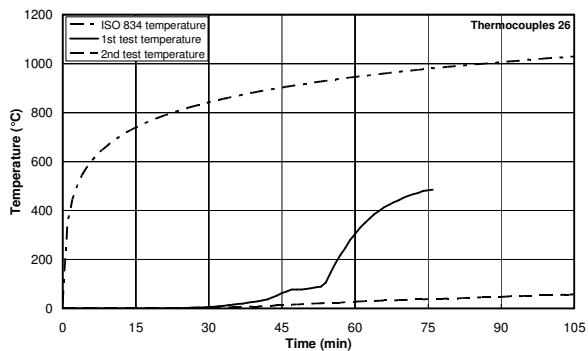
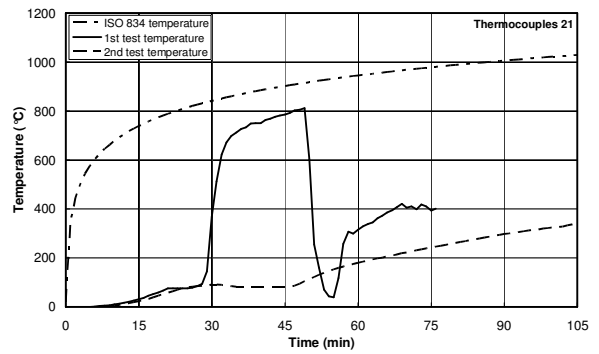
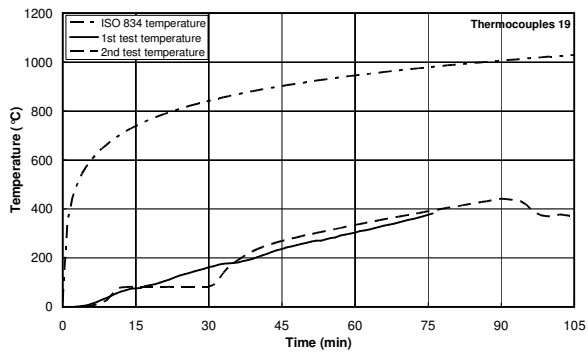
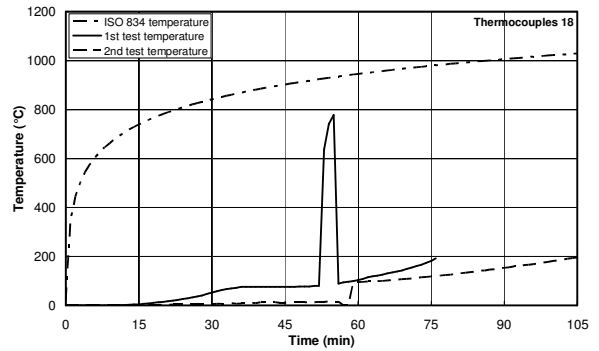
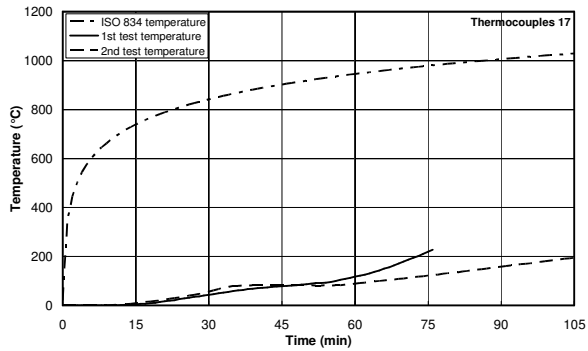


Figura 5. Temperature misurate da alcune delle termocoppie installate nelle lastre caricate durante le prove

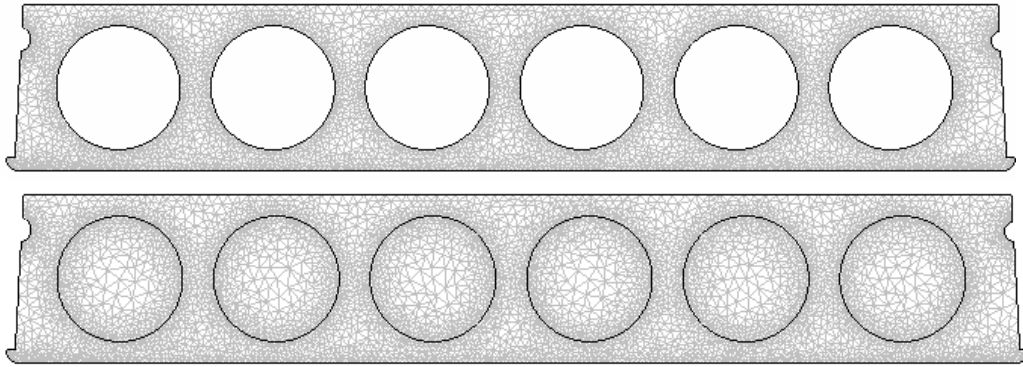


Figura 6. Modelli agli elementi finiti della lastra alveolare. La figura in basso si riferisce al modello completo in cui l'aria all'interno dei fori è stata discretizzata agli elementi finiti mentre la figura in alto si riferisce al modello semplificato in cui l'aria non è stata inclusa nella modellazione.

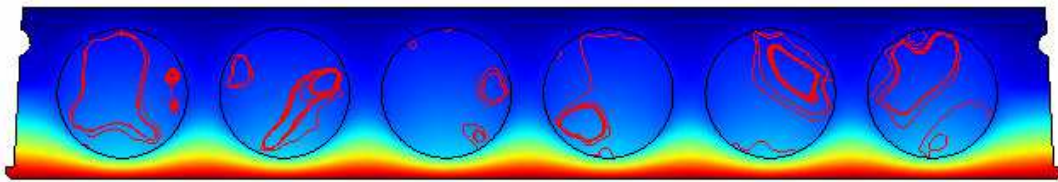


Figura 7. Visualizzazione delle celle convettive all'interno dei fori.

campo termico costante lungo l'asse longitudinale del pannello. L'intradosso di ogni sezione è stato esposto alla curva di incendio convenzionale ISO 834. Per le proprietà termiche degli HPLWC sono stati utilizzati dati sperimentali di letteratura ricavati da studi specifici di Felicetti e Gambarova [3, 4]. In Figura 7 è rappresentato l'andamento della diffusività  $D_c$  definita come:

$$D_c = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (2)$$

dove  $\rho$  è la densità,  $c$  è il calore specifico e  $\lambda$  è la conducibilità termica del materiale. I dati di bibliografia utilizzati sono stati ottenuti da un calcestruzzo avente mix design simile a quello del calcestruzzo usato nel presente studio.

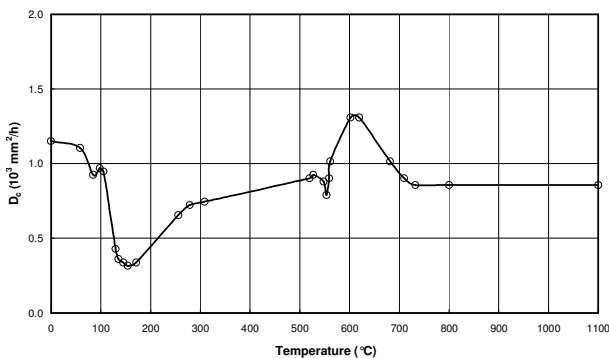


Figura 8. Diffusività degli HPLWC [3, 4].

Per la valutazione della conducibilità è stato assunto un valore di densità costante pari a  $1900 \text{ Kg/m}^3$  e un calore specifico costante pari a  $840 \text{ J/Kg}^\circ\text{K}$  come suggerito dall'Eurocodice 4 [2] per i calcestruzzi leggeri.

### 3.1.1 Confronto tra i modelli numerici utilizzati per l'analisi termica

Nel modello semplificato, il trasferimento di calore avviene esclusivamente per conduzione all'interno del calcestruzzo. Il fatto che l'aria all'interno delle cavità scaldandosi scambi calore per convezione con la superficie

del foro è simulato assegnando alla superficie delle cavità una temperatura costante e pari ad un valore di prima ipotesi. Da studi precedenti degli Autori [11, 12] è stato messo in evidenza che una temperatura compresa tra  $100$  e  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  è quella che meglio approssima le condizioni reali del campo termico all'interno della lastra.

Sui due modelli di calcolo sono state effettuate 5 diverse analisi come segue:

- sul modello completo (comprensivo di modellazione dell'aria nei fori), tenendo conto di conduzione, convezione e irraggiamento;
- sul modello completo, tenendo conto di conduzione e irraggiamento;
- sul modello completo, tenendo conto della sola conduzione;
- sul modello semplificato (in cui si trascura l'aria all'interno dei fori), con temperatura all'interno delle cavità costante e pari a  $100^\circ\text{C}$ ;
- sul modello semplificato, con temperatura all'interno delle cavità costante e pari a  $200^\circ\text{C}$ ;

Dal confronto tra i risultati delle diverse analisi sul modello completo si è osservato che il contributo dell'irraggiamento rispetto a quello della sola conduzione, nella zona in prossimità dei fori, conduce ad un aumento delle temperature fino ad un massimo del 20%. Invece, il contributo della convezione non comporta significative differenze rispetto alle temperature ottenute considerando conduzione e irraggiamento ( $< 5\%$ ). Tali differenze di temperatura anche se, come si vedrà in seguito, possono risultare poco significative nella valutazione della resistenza ultima dell'elemento, possono dare un contributo importante ai fini della valutazione della capacità di isolamento termico, per la quale il parametro significativo è la temperatura dell'elemento nelle zone lontane dalla fonte di calore.

In Figura 8 è mostrata la visualizzazione del campo termico all'interno della lastra, in cui si evidenzia la formazione di celle convettive nelle cavità.



### 3.1.2 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali

Gli andamenti delle temperature misurate dalle termocoppie sulle lastre scariche nel corso delle prove al forno sono stati confrontati con quelli delle temperature ottenute dalle analisi numeriche in corrispondenza degli stessi punti della sezione dove le termocoppie sono state posizionate. In Figura 9 è visibile la numerazione delle termocoppie e la loro posizione all'interno della lastra.

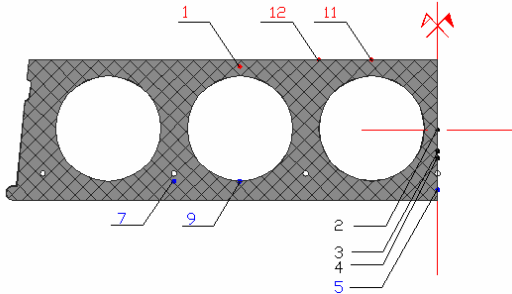


Figura 9. Posizione delle termocoppie sulla sezione trasversale della lastra scarica.

Nel seguito si riporta il confronto tra i risultati sperimentali e numerici ottenuti con le analisi tipo A, D ed E.

In figura 10, che si riferisce alla termocoppia 7, si osserva una sopravvalutazione delle temperature ottenute con le modellazioni numeriche (Figura 10). Tale comportamento, che si ripete anche per la termocoppia 5, risente evidentemente di fenomeni fisici non inclusi nelle modellazioni numeriche. Il tratto a temperatura costante che si nota nei risultati sperimentali tra circa 15 e 45 minuti induce a ritenere che il fenomeno possa essere attribuito ad evaporazione d'acqua, di cui si è osservata la fuoriuscita in corrispondenza di quasi tutti i trefoli.

Invece i risultati relativi alla termocoppia 1, posizionata in prossimità dell'estradosso della lastra, sono influenzati in maniera più significativa dalla temperatura all'interno dei fori e quindi dai diversi tipi di modellazione (Figura 11), essendo inoltre minore l'influenza dell'esposizione all'incendio.

In questo caso, il modello A fornisce il risultato più vicino a quelli sperimentali. Si osserva infatti che la corrispondente curva tempo-temperatura ha un andamento prossimo a quello ottenuto dalle termocoppie posizionate nella lastra durante la prova al forno.

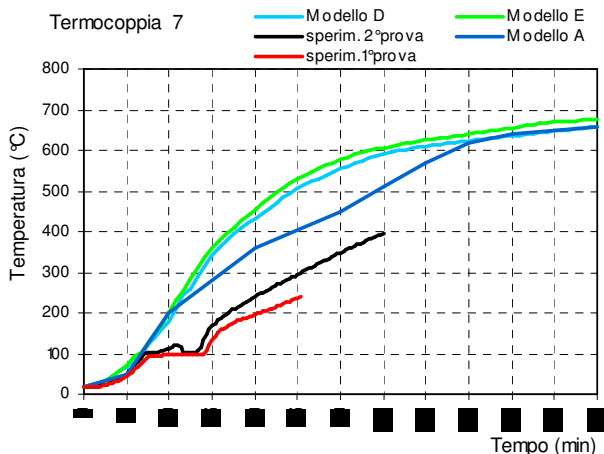


Figura 10. Confronto tra i risultati numerici e sperimentali ottenuti per la termocoppia 7.

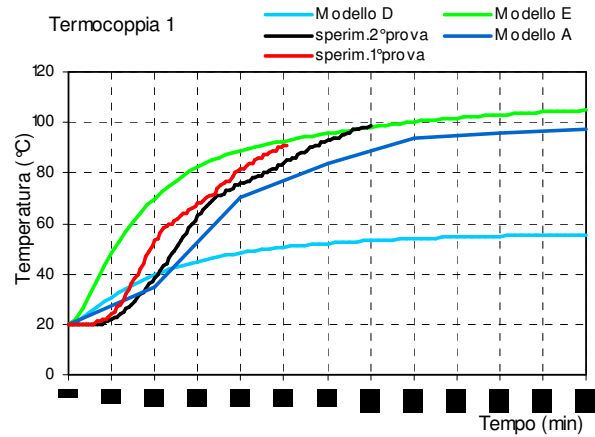


Figura 11. Confronto tra i risultati numerici e sperimentali ottenuti per la termocoppia 1.

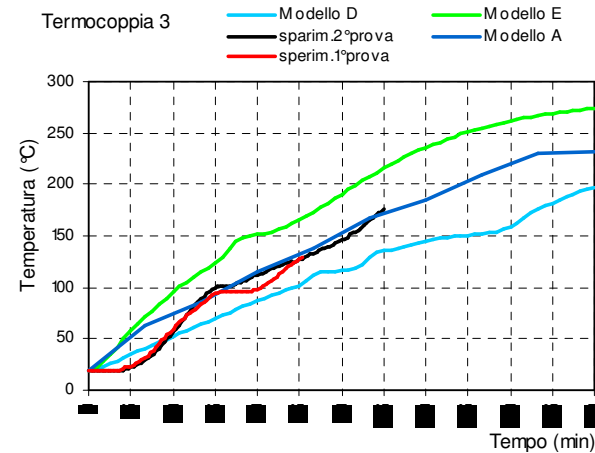


Figura 12. Confronto tra i risultati numerici e sperimentali ottenuti per la termocoppia 3.

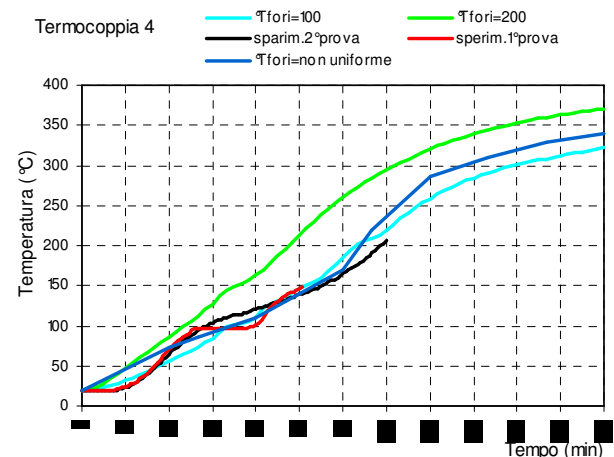


Figura 13. Confronto tra i risultati numerici e sperimentali ottenuti per la termocoppia 4.

Si nota inoltre che i risultati sperimentali si pongono tra le due curve con temperatura dei fori fissata rispettivamente a 100°C e 200°C, evidenziando come il modello semplificato risulti eccessivamente sensibile alla preliminare calibrazione della temperatura nelle cavità.

I risultati del confronto tra i dati sperimentali e quelli numerici relativi alle termocoppie 3 e 4, posizionate sull'asse di simmetria della lastra, sono di notevole interesse (Figure 12 e 13). Infatti in questi punti si osserva, oltre ad una perfetta coincidenza tra i risultati delle due prove, che la

curva relativa all'analisi tipo A si sovrappone in alcuni tratti quasi perfettamente a quelle sperimentali.

### 3.2 Analisi del comportamento meccanico

Una volta valutata l'evoluzione del campo termico con la temperatura è stata analizzata la resistenza al fuoco della lastra, tenendo conto della forza di pretensione e del degrado delle proprietà meccaniche dei materiali dovute al riscaldamento.

Nota la geometria della sezione, la pretensione iniziale (74.1 kN per trefolo), l'area dei trefoli da 3/8'' (52 mm<sup>2</sup>), e la curva tensione-deformazione dell'acciaio, è stato valutato il valore iniziale della tensione e della deformazione nei trefoli.

Quindi, assumendo le perdite a tempo infinito uguali al 24%, sono stati valutati i corrispondenti valori di tensione ( $\sigma_{op}$ ) e deformazione ( $\epsilon_{op}$ ). Assumendo la conservazione delle sezioni piane, si è ipotizzato un diagramma di deformazioni di tentativo, definito dalla posizione dell'asse neutro e dal valore della curvatura  $1/r$ .

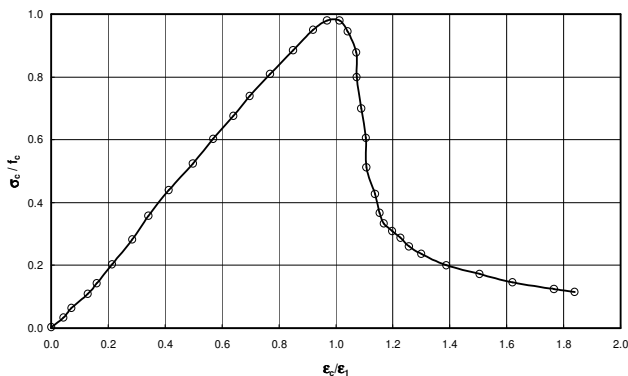


Figura 14. Legame tensioni-deformazioni degli HPLWC a 20°C.

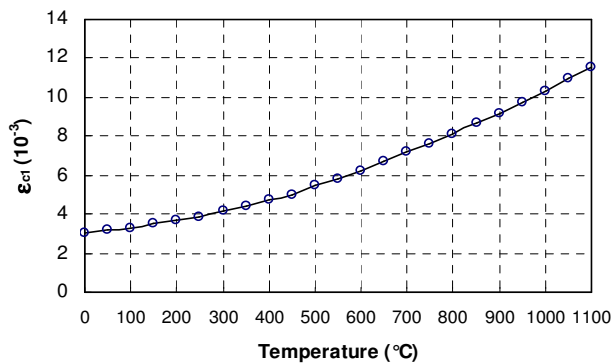


Figura 15. Variazione con la temperatura di  $\epsilon_{c1}$  per gli HPLWC.

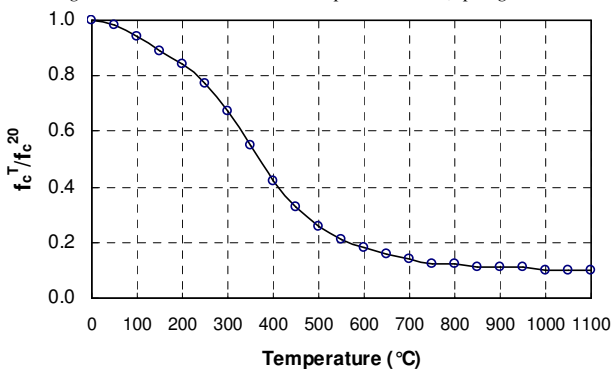


Figura 16. Variazione con la temperatura di  $f_c$  per gli HPLWC.

La corrispondente forza di compressione  $C_1$  agente nel calcestruzzo è stata determinata a partire dalla legge tensione-deformazione dedotta dai risultati di prove sperimentali riportate in [3,4], usando valori dei parametri dipendenti dalla temperatura  $\epsilon_{c1}$  e  $f_c$  presi dalle stesse prove sperimentali ed assumendo, naturalmente, coefficienti parziali di sicurezza unitari. In Figura 14 è riportata la legge tensione-deformazione per gli HPLWC a temperatura ambiente. Le Figure 15 e 16 mostrano le variazioni di  $\epsilon_{c1}$  e  $f_c$  con la temperatura [3, 4].

Per la determinazione della forza di trazione  $T_1$  nei trefoli è stata determinata la deformazione totale nei trefoli:

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{op} + \epsilon_1 \quad (3)$$

in cui  $\epsilon_{op}$  è la deformazione a tempo infinito dei trefoli.

La tensione corrispondente a  $\epsilon_{tot}$  è stata ricavata utilizzando i diagrammi tensioni-deformazioni al variare della temperatura proposte dall'Eurocodice 2 [1] per acciaio da precompressione.

La condizione  $C_1 = T_1$  indica che il diagramma delle deformazioni di tentativo è corretto e il momento interno può essere valutato come:

$$M = C_1 \cdot z = T_1 \cdot z \quad (4)$$

con  $z$  braccio delle forze interne. Nel caso in cui, invece,  $C_1 \neq T_1$  si reitera il calcolo assumendo una diversa posizione dell'asse neutro fino a che l'uguaglianza è soddisfatta. Ripetendo la procedura per diversi valori della curvatura è stato possibile costruire il diagramma Momento-curvatura, il cui massimo valore corrisponde al momento ultimo della sezione per la corrispondente durata di esposizione al fuoco.

In Figura 17, per ognuna delle 5 diverse analisi effettuate per la valutazione delle mappe termiche della sezione, sono riportate le curve momento ultimo-tempo. Nella stessa figura sono riportate due rette verticali che rappresentano le durate al fuoco ricavate dalle prove sperimentali e una orizzontale che rappresenta il momento sollecitante.

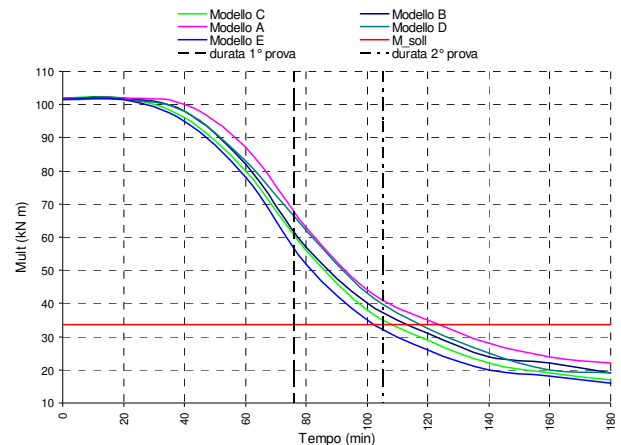


Figura 17. Andamento del momento resistente ultimo della sezione testata con il tempo: confronto tra i risultati numerici e sperimentali.

In Tabella 2 è riportato il confronto tra le durate al fuoco ottenute dalle prove sperimentali e quelle ottenute dalle analisi numeriche. Si tenga conto che, poiché nel corso della 1° prova si è avuta una rottura fragile per taglio, l'unico risultato valido per il confronto è quello relativo alla 2° prova, in cui il collasso è avvenuto per inflessione eccessiva della lastra. Si osserva che la modellazione più completa, che tiene conto di conduzione, convezione e irraggiamento conduce al risultato più vicino all'evidenza sperimentale.

Tabella 2. Durate al fuoco ottenute dalle prove sperimentali e dalle diverse analisi numeriche.

Prove sperimentali	1°	76
	2°	105
Analisi numeriche	Tipo A	107
	Tipo B	122.5
	Tipo C	119
	Tipo D	117
	Tipo E	101.5

#### 4. CONCLUSIONI

Nella presente memoria è stato studiato il comportamento al fuoco e la resistenza residua dopo l'esposizione all'incendio di lastre alveolari precomprese realizzate con calcestruzzi leggeri ad alta resistenza, sia attraverso indagini sperimentali che numeriche.

La fase sperimentale ha compreso due prove al forno, ognuna effettuata su due lastre alveolari strumentate con termocoppie per valutare l'evoluzione del campo termico nei componenti analizzati. Le due prove sono state effettuate a distanza di circa un anno l'una dall'altra per valutare l'influenza delle condizioni di maturazione del calcestruzzo sull'insorgenza dello spalling. Durante ogni prova, una delle lastre è stata caricata, mentre l'altra è stata lasciata scarica per valutare la capacità di resistenza residua dopo il raffreddamento.

I risultati sperimentali hanno confermato la sensibilità allo spalling esplosivo delle lastre alveolari realizzate con HPLWC, mostrando, peraltro, che il completamento della maturazione in un ambiente asciutto può ridurre in maniera significativa il rischio di tale fenomeno negativo. In questo caso le lastre hanno mostrato un buon comportamento al fuoco, confrontabile con quello di lastre realizzate con calcestruzzi di resistenza normale (NSC). Al contrario in caso di insorgenza di spalling esplosivo, il degrado si è dimostrato così significativo da provocare il collasso per valori di carico ben inferiori a quelli di esercizio.

E' stata inoltre osservata una significativa riduzione (intorno al 50%) della resistenza delle lastre dopo il raffreddamento, pressoché indipendente dalle condizioni di maturazione e dalla durata di esposizione al fuoco.

La seconda fase dello studio ha riguardato la messa a punto di un modello numerico capace di predire in maniera realistica il comportamento al fuoco delle lastre alveolari. Il modello di calcolo sviluppato è in grado di analizzare il campo termico e valutare il comportamento meccanico dei componenti considerati, tenendo conto della propagazione del calore anche attraverso le cavità interne delle lastre, attraverso cui il calore si trasmette per conduzione, convezione e irraggiamento.

A tale scopo è stata studiata e modellata la complessa interazione termica all'interfaccia tra il calcestruzzo e l'aria contenuta all'interno dei fori.

Per la valutazione della resistenza ultima, è stato impiegato un metodo di calcolo avanzato come suggerito dagli Eurocodici, utilizzando i dati relativi alle proprietà termo-meccaniche degli HPLWC reperibili in letteratura.

I risultati delle applicazioni numeriche hanno mostrato che il modello di calcolo, calibrato sulla base dei risultati sperimentali, è capace di riprodurre in modo appropriato il comportamento reale delle lastre alveolari realizzate in calcestruzzo leggero ad alte prestazioni nel caso di assenza di spalling.

#### RINGRAZIAMENTI

Gli Autori ringraziano le Associazioni AITEC, ATECAP ed ASSOBETON, che hanno sostenuto economicamente la

presente ricerca studio attraverso il Progetto "Ulisse", Sottoprogetto "Calcestruzzi Leggeri ad Alta resistenza", la Ditta Generale Prefabbricati S.p.A. di Perugia per aver realizzato le lastre usate per le prove al forno e gli Ingg. Mauro Caciolai e Michele Zappia del Corpo Nazionale dei Vigili del Fuoco per i loro preziosi suggerimenti.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] EN 1992-1-2:2004 Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design.
- [2] EN 1994-1-2:2005 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design.
- [3] FELICETTI R., GAMBAROVA P.G., SILVIA M., VIMERCATI M. – (2002), Thermal Diffusivity and Residual Strength of HPLWC Exposed to High Temperature, *Proc. of the 6th Int. Symp. on Utilization of HSC/HPC*, Leipzig, Germany, 935-948.
- [4] FELICETTI R., GAMBAROVA P.G. – (2003), High-Performance Light-Weight Concrete: Material and Sectional Properties during and after Fire, *Proc. Int. Conf. on Advances in Concrete and Structures – ICACS 2003*, Xuzhou, China.
- [5] FELLINGER G.H.H. – (2004), Shear and Anchorage Behaviour of Fire Exposed Hollow Core Slabs, Delft University Press.
- [6] HAMMER T.A. – (1995), High-Strength Concrete Phase 3, Compressive Strength and E-Modulus at Elevated Temperatures, SP6 Fire Resistance, Report 6.1, SINTEF, Structures and Concrete, SFT70 A95023.
- [7] HANSEN P.A. – (1995), High-Strength Concrete Phase 3, Compressive Strength and E-Modulus at Elevated Temperatures, SP6 Fire Resistance, Report 6.3, SINTEF, NBL-Norwegian Fire Research Laboratory, STF25 A95004.
- [8] HERTZ K. – (1984), Heat induced Explosion of Dense Concretes, Report No. 166, Institute of Building Design, Technical University of Denmark, 1984.
- [9] HERTZ K. – (1991), Danish investigations on Silica Fume Concrete at Elevated Temperatures, ACI 1991 Spring Convection, Boston, MA.
- [10] MATERAZZI A.L., BRECCOLOTTI M., – (2004), Fire behaviour of HPLWC hollow core slabs: full scale furnace tests and numerical modelling, *Proc. of the workshop Fire Design of Concrete Structures: What now? What next?*, Milan, Italy.
- [11] MATERAZZI A.L., BRECCOLOTTI M., VENANZI I. – (2006), Fire performance of HPLWC hollow core slabs, *Proc. of the Structures in Fire Conference SIF'06*, Aveiro, Portugal.
- [12] MATERAZZI A.L., BRECCOLOTTI M., VENANZI I. – (2006), Full scale investigations on the fire performance of HPLWC hollow core slabs, *Proc. of the 2nd Int. Fib Congress*, Naples, Italy..
- [13] SULLIVAN P.J.E., SHARSHAR R. – (1992), Performance of concrete at elevated temperatures (as measured by the reduction in compressive strength), *Fire technology*.
- [14] SULLIVAN P.J.E. – (2000), Deterioration and explosive spalling of high strength concrete at elevated temperature, *Int. RILEM Workshop on Life Prediction and Aging Management of Concrete Structures*, Cannes, France.
- [15] UNI EN 1363-1 – (2001), Fire resistance tests – General requirement.
- [16] VAN ACKER A. – (2003), Shear resistance of prestressed hollow core floors exposed to fire, *Structural Concrete*, Vol. 4, No. 2, 65-74.